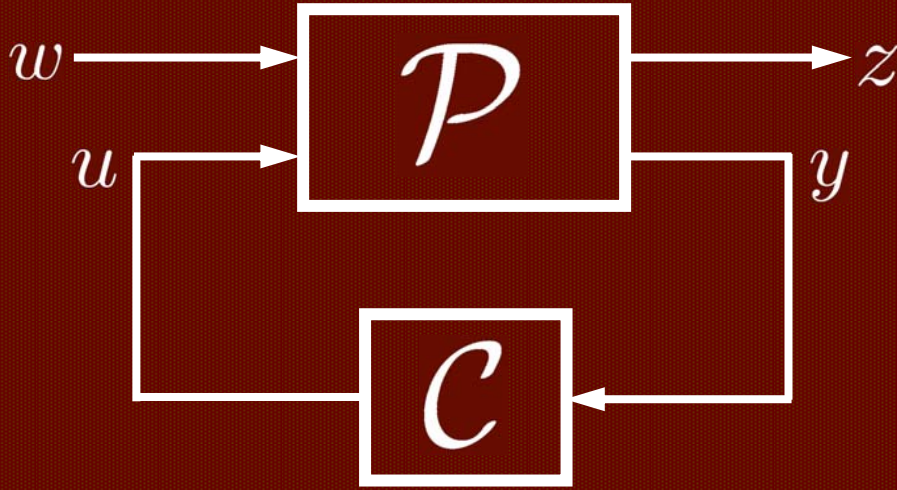


Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi  
**Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı**

# TOK'07

BİLDİRİLER KİTABI



Derleyen  
**Mustafa Ünel**

**5-7 Eylül 2007**  
**Sabancı Üniversitesi**  
**İstanbul**



## **Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi**

# **TOK'07**

## **OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI**

**5 – 7 Eylül 2007**

**Sabancı Üniversitesi  
Tuzla, İstanbul**

### **Sempozyum Başkanı**

Doç. Dr. Mustafa Ünel (SÜ)

### **Onursal Başkanlar**

Prof. Dr. Nimet ÖZDAŞ  
Prof. Dr. M. Münir ÜLGÜR

Prof. Dr. Talha DİNİBÜTÜN  
Prof. Dr. Tosun TERZİOĞLU

### **Teknik Program Eşbaşkanları**

Prof. Dr. Asif ŞABANOVIÇ (SÜ)

Prof. Dr. İbrahim EKSİN (İTÜ)

### **Düzenleme Kurulu**

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| Yrd. Doç. Dr. Kemalettin Erbatur (SÜ)    | Ar. Gör. Nusrettin Güleç (SÜ)       |
| Yrd. Doç. Dr. Volkan Patoğlu (SÜ)        | Ar. Gör. Erol Özgür (SÜ)            |
| Yrd. Doç. Dr. Ahmet Onat (SÜ)            | Ar. Gör. Hakan Bilen (SÜ)           |
| Yrd. Doç. Dr. Güllü Kızıлтаş Şendur (SÜ) | Ar. Gör. Muhammet Ali Hocaoglu (SÜ) |
| Doç. Dr. Mahmut F. Akşit (SÜ)            | Ar. Gör. Yeşim Hümay Esin (SÜ)      |
| Yrd. Doç. Dr. Serhat Yeşilyurt (SÜ)      | Ar. Gör. Meltem Elitaş (SÜ)         |
| Doç. Dr. Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)     | Ar. Gör. Merve Acer (SÜ)            |
| Yrd. Doç. Dr. Kayhan Gülez (YTÜ)         | Ar. Gör. Selim Yannier (SÜ)         |
| Yrd. Doç. Dr. Erkan Zergeroğlu (GYTE)    | Ar. Gör. Ertuğrul Çetinsoy (SÜ)     |

## Program Kurulu

|                                    |                                   |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| Abdullah Bal (YTÜ)                 | Kemal İder (ODTÜ)                 |
| Atalay Barkana (Osmangazi Ü.)      | Altuğ İftar (Anadolu Ü.)          |
| Yaman Barlas (Boğaziçi Ü.)         | Serdar İplikçi (Pamukkale Ü.)     |
| Sedat Bayseç (Gaziantep Ü.)        | Kemal İnan (Sabancı Ü.)           |
| Atilla Bir (İTÜ)                   | Yorgo İstefanapulos (Işık Ü.)     |
| Işıl Bozma (Boğaziçi Ü.)           | Muammer Kalyon (GYTE)             |
| Galip Cansever (YTÜ)               | A. Kerim Kar (Marmara Ü.)         |
| Mehmet Çamurdan (Boğaziçi Ü.)      | Okyay Kaynak (Boğaziçi Ü.)        |
| Kemal Cılız (Boğaziçi Ü.)          | Ünver Kaynak (TOBB ETÜ)           |
| Turhan Çiftçi (Başkent Ü.)         | Feza Kerestecioğlu (Kadir Has Ü.) |
| Ufuk Demirci (Deniz Kuv. Kom.)     | Burhanettin Koç (Samsung)         |
| Hüseyin Demircioğlu (Hacettepe Ü.) | Salman Kurtulan (İTÜ)             |
| Yağmur Denizhan (Boğaziçi Ü.)      | Tamer Kutman (İTÜ)                |
| Ahmet Denker (UKÜ)                 | Ahmet Kuzucu (İTÜ)                |
| Talha Dinibütün (Doğuş Ü.)         | İbrahim B. Küçükdemiral (YTÜ)     |
| Murat Doğruel (Marmara Ü.)         | Kemal Leblebicioğlu (ODTÜ)        |
| İbrahim Eksin (İTÜ)                | Ömer Morgül (Bilkent Ü.)          |
| Şeref Naci Engin (YTÜ)             | Vasfi Emre Ömürlü (YTÜ)           |
| Mehmet Önder Efe (TOBB ETÜ)        | Hitay Özbay (Bilkent Ü.)          |
| Yücel Ercan (TOBB ETÜ)             | Kadri Özçaldıran (Boğaziçi Ü.)    |
| Cevat Erdal (İTÜ)                  | Canan Özgen (ODTÜ)                |
| Aydan Erkmen (ODTÜ)                | Bülent Özgüler (Bilkent Ü.)       |
| Abdülkadir Erden (Atılım Ü.)       | M. Kemal Özgören (ODTÜ)           |
| Veysel Gazi (TOBB ETÜ)             | Bülent Platin (ODTÜ)              |
| Cem Gökner (Doğuş Ü.)              | Asif Şabanoviç (Sabancı Ü.)       |
| Leyla Gören (İTÜ)                  | Hakan Temeltaş (İTÜ)              |
| Haluk Görgün (YTÜ)                 | Sezai Tokat (Pamukkale Ü.)        |
| Fuat Gürleyen (İTÜ)                | Ersin Tulunay (ODTÜ)              |
| Rahmi Güçlü (YTÜ)                  | İ. Burhan Türkşen (TOBB ETÜ)      |
| Kayhan Gülez (YTÜ)                 | Erol Uyar (Dokuz Eylül Ü.)        |
| Levent Güvenç (İTÜ)                | İsmail Yüksek (YTÜ)               |
| Müjde Güzelkaya (İTÜ)              | İbrahim Yüksel (Uludağ Ü.)        |
| Cüneyt Güzel (Dokuz Eylül Ü.)      | Önder Yüksel (ODTÜ)               |
| Yaşar Hondur (Gazi Ü.)             | Erkan Zergeroğlu (GYTE)           |

## Düzenleyen ve Destekleyen Kuruluşlar



Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi  
Sabancı Üniversitesi  
TÜBİTAK  
IEEE Türkiye Şubesi  
IEEE CSS Türkiye Kolu  
International Fuzzy Systems Association  
American Society of Mechanical Engineers Türkiye Şubesi  
FESTO  
FİGES A.Ş.  
SANTOR



## ÖNSÖZ

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi'nin himayesinde gerçekleşen Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı (TOK'07) bu sene Sabancı Üniversitesi'nde, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi Mekatronik Mühendisliği Programı tarafından düzenlenmektedir. Sabancı Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği özgün eğitim ve öğretim programıyla Türkiye'de ilk olmasının yanı sıra çeşitli ulusal ve uluslararası araştırma projelerine imza atmakta ve üniversite-sanayi işbirliğini artırmaya yönelik çalışmalar yapmaktadır. Üniversitemiz, otomatik kontrol, robotik ve mekatronik uygulamaları üzerine yoğunlaşan TOK'07 toplantısına ev sahipliği yapmaktan onur duymaktadır.

TOK'07 toplantısının düzenlenmesindeki katkılarından dolayı Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi'ne, Sabancı Üniversitesi Rektörlüğü'ne ve Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi Dekanlığı'na müteşekkirim. Toplantının başarıya ulaşması için gereken maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'na (TÜBİTAK), IEEE Türkiye Şubesi'ne, IEEE Kontrol Sistemleri Türkiye Kolu'na (CSS), International Fuzzy Systems Association (IFSA) Başkanlığı'na, American Society of Mechanical Engineers (ASME) Türkiye Şubesi Başkanlığı'na, FESTO'ya, FİGES A.Ş.'ye ve SANTOR'a teşekkürü borç bilirim. Ayrıca, toplantının düzenlenmesinde önemli rol oynayan ve titizlikle çalışan Düzenleme ve Program Kurulu üyelerine, hakemlere, davetli konuşmacılara ve diğer tüm katılımcılara şükranlarımı sunarım.

Toplantıya yapılan bilimsel katkılar şöyle özetlenebilir: TOK'07, 20 oturumda sunulacak olan toplam 106 bildiriden oluşmaktadır. TOK'07 toplantısına 35'i yurtiçinden, diğerleri yurtdışından olmak üzere toplam 42 üniversiteden bildiri gönderilmiştir. Bunun yanında, yurtiçinden 10, yurtdışından ise 1 olmak üzere toplam 11 kurum bildiri göndererek katkı sağlamıştır. Tüm bildiriler konularında uzman bağımsız hakemler tarafından değerlendirilmiş ve mevcut teknik program oluşturulmuştur. Ayrıca, toplantı teknik programında 3 adet davetli konuşma yer almaktadır.

TOK'07 toplantısının, bilim insanlarımızın otomatik kontrole dayalı teknolojiler konusundaki son gelişmeleri paylaşabileceği bir ortam oluşturarak ülkemizde bu alandaki teori ve uygulamaların gelişmesine katkı sağlayacağına inanıyorum.

TOK'07 toplantısının tüm katılımcılar için yararlı bir bilimsel etkinlik olmasını dilerim.

Doç. Dr. Mustafa Ünel

TOK'07 Sempozyum Başkanı

## OTOMATİK KONTROL ULUSAL TOPLANTISI – TOK’07

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi’nin (TOK) Ulusal Bilimsel Toplantısı bu yıl Sabancı Üniversitesi Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi tarafından İstanbul’da düzenlenmektedir.

Otomatik Kontrol ulusal toplantılarının amacı: otomatik kontrol ile endüstriyel otomasyon alanlarında ve ilişkili konularda çalışan bilim adamlarının, mühendis ve uygulamacıların bir araya getirilmesini sağlamak; kuramsal ve teknolojik gelişmelerin ve sorunların tartışılmasına, bilgi ve fikir alışverişinin hızlı bir şekilde gerçekleştirilmesiyle ilgililer arasındaki iletişim bağının güçlendirilmesine yardımcı olmaktır.

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi (TOK), dünya çapında çok uluslu bir organizasyon olan International Federation of Automatic Control (IFAC)’ın halen mevcut 48 üyesinden biridir. IFAC’ı oluşturan ve National Member Organizations (NMOs) kısaltması ile anılan Milli Komiteler Afrika, Amerika, Asya, Avustralya ve Yeni Zelanda, Avrupa olarak beş kıtaya dağılmış durumda olup, TOK Avrupa’daki IFAC Üyesi 30 adet milli komite arasında yer almaktadır.

Otomatik Kontrol konusunda uluslararası bir organizasyon oluşturmak fikri, Eylül 1956’da Almanya’nın Heidelberg şehrinde Alman VDI/VDE-Fachgruppe Regelungstechnik tarafından düzenlenen Uluslararası Otomatik Kontrol Konferansı’nda doğmuştur. Fransız Profesör Victor Broida başkanlığında kurulan bir komite Uluslararası Otomatik Kontrol Federasyonu (IFAC) için bir yönetmelik taslağı hazırlamış ve bu taslak 12 Eylül 1957 tarihinde Paris’te toplanan ilk genel kurulda oylanarak kabul edilmiş, ilk IFAC Başkanlığı’na Amerikalı Profesör Harold Chesnut seçilmiş, “Executive Council” üyeleri ile komitelerin başkanları belirlenmiştir. IFAC’ın kuruluş tarihi 12 Eylül 1957 kabul edilmekle beraber IFAC’ı oluşturma fikrinin ortaya atıldığı 1956 Heidelberg Konferansı’na büyük önem verilmektedir. Nitekim, fikrin doğuşunun 50. yılını kutlamak üzere 15 Eylül 2006’da Heidelberg’de büyük bir etkinlik gerçekleştirilmiştir.

49 yıl önce, Mayıs 1958’de, ülkemizde International Federation of Automatic Control-IFAC’ın kuruluşundan sekiz ay sonra, IFAC statüsünde ve IFAC’a üye Türk Otomatik Kontrol Kurumu-TOK milli komite olarak kurulmuştur. Milli Komitenin kurulmasında, Prof. M. Münir Ülgür’ün ve Prof. Dr. M. Nimet Özdaş’ın, fikrin oluşturulmasından gerçekleşmesine değin, büyük katkıları olmuş; IFAC’a üye olma kararı ise 28 Mayıs 1958 tarihli bir yazı ile İstanbul Teknik Üniversitesi Rektörü Prof. Dr. Mustafa İnan tarafından o tarihte Almanya’nın Düsseldorf şehrinde bulunan IFAC Sekreteryasına bildirilmiştir. Milli Komitenin ilk başkanı olarak Prof. M. Münir Ülgür ve ilk sekreteri olarak da Prof. Dr. M. Nimet Özdaş seçilmişlerdir.

Daha sonra, Milli Komitenin adı, 2 Mayıs 1990 tarihli ve 20506 sayılı Resmi Gazete’de yayımlanan yeni yönetmelik ile, Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi – TOK olarak değiştirilmiş ve komite IFAC statüsünde daha kapsamlı hale getirilmiştir.

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi (TOK), IFAC amaç ve uygulamaları çerçevesinde, otomatik kontrol sistemleri ile ilgili kuram ve uygulama alanlarındaki çalışmaları ve ilerlemeleri teşvik etmekte, desteklemekte; ulusal ve uluslararası bilimsel toplantılar düzenlemekte; bir dokümantasyon merkezi kurmaya çalışmakta; üye kuruluş olarak IFAC nezdinde ülkemizi temsil etmekte; üyesi olan kişiler ve kuruluşlarla iletişim ve ilişki içinde bulunmaktadır.

Bilgisayar ve iletişim teknolojilerinde devrim yapan son gelişmeler kontrol kuramı ve uygulamaları üzerinde ciddi etkiler yapmıştır. Bu bakımdan, IFAC’ın ve üyesi milli komitelerin toplumların sağlıklı gelişmesi için daha önem kazandığı ileri sürülmektedir. Ülkemizde de TOK’nin rolü giderek daha önemli olacaktır.

Öğretim elemanlarımız ve araştırmacılarımızı çalışmalarını ulusal ve uluslararası toplantılarda sunmaya davet ediyorum. Ülkemizde TOK tarafından desteklenen ulusal ve uluslar arası toplantılar, diğer ülkelerdeki uluslar arası toplantılar ve bilhassa Temmuz 2008’de Güney Kore’nin Seul şehrinde gerçekleşecek IFAC Dünya Kongresi güzel fırsatlardır. Dünya Kongresine bildiri sunacak genç meslektaşlarıma kısmi mali destek için “IFAC Foundation” ve “Michel Cuenod Fund”a başvurma imkânını hatırlatmak isterim.

49 yıl boyunca faaliyetini sürdürmüş ve 1990 yılından itibaren yenilenen yönetmeliği çerçevesinde ulusal ve uluslararası etkinliklerini artırmış bulunan TOK başarısını, görev alarak özveri ile çalışan ve çeşitli katkılar sağlayan üyelerine ve devamlı şekilde, 49 yıldır kesintisiz, destek gördüğü İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ) Rektörlüğü’ne borçludur. İTÜ Rektörlüğüne ve katkı sağlayan herkese şükranlarımı sunarım.

TOK’07 Ulusal Toplantısının düzenlenmesini sağlayan Sabancı Üniversitesi Rektörlüğüne, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi Dekanlığına, sempozyum başkanı Doç. Dr. Mustafa Ünel’e, teknik program eş başkanlarına, düzenleme kurulu üyelerine, ulusal program kurulu üyelerine, davetli konuşmacılara ve bildiri sunanlara, oturum başkanlarına, destekleyen kuruluşlara ve katkı sağlayan herkese derin teşekkürlerimi sunuyorum.

TOK’07 Ulusal Toplantısı’nın verimli olmasını, amacına ulaşmasını dilerim.

Saygı ile,

Prof. Dr. A. Talha DİNİBÜTÜN

Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Başkanı

“IFAC Council” Üyesi

## BİLDİRİ LİSTESİ

### DAVETLİ BİLDİRİ

- Wave-Based Control of Flexible Mechanical Systems 1  
*William J O'Connor*

### KONTROLÖR TASARIMI

- Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırma ve Kaotik Sistemlerin Gözleyici Temelli Kontrolü 6  
*Günyaz Ablay*
- LME Yaklaşımıyla Dayanıklı PID Benzeri Durum Geri Besleme Denetleyicisi: Çift Eksenli Ters Sarkaç Uygulaması 10  
*Akın Delibaşı, İbrahim B. Küçükdemiral, Galip Cansever*
- Bulanık Modellerin Ters Aracılığıyla Kontrolör Tasarlanması 16  
*Tufan Kumbasar, Yasin Dilmaç, Ö. Aydın Tekin, Engin Yeşil, İbrahim Eksin, Mijde Güzelkaya*
- Füzeler için Optimal Oransal-Tümlevsel GÜDÜM Yaklaşımı 22  
*Çağdaş Evcimen, Kemal Leblebicioğlu*
- Ayrık-Zamanlı Optimal Kontrol Problemi için Sıklık Bölgesi Tasarımı ile Kök Yerleştirme 28  
*Murat Leventoğlu*

### DOĞRUSAL KONTROL SİSTEMLERİ

- Belirsiz Sistemlerin Frekans Cevabının Hesaplanmasına Yönelik Bir Yazılım Aracının Geliştirilmesi 31  
*R. Volkan Şenyuva, M. Turan Söylemez*
- Katsayı Diyagram Metodu Tabanlı Bir PI-PD Kontrolör Katsayı Ayarlama Yöntemi 37  
*Nevra Bayhan, Mehmet Turan Söylemez*
- Standart Formdaki Bazı Transfer Fonksiyonları için PI Kontrolör Tasarımı ve Performans Analizi 43  
*M. Mine Özyetkin, Nusret Tan*
- Ters Sarkaç Probleminin PID ve Tam Durum Geri-Besleme Yöntemleri ile Kontrolü 49  
*Selçuk Kızır, Zafer Bingöl, Cüneyt Oysu*
- Mikroişlemci Kontrollü Top-Çubuk Sisteminin Tasarımı ve Gerçeklenmesi 55  
*Aslı Sabancı, Yaver Kamer, Serhat İkizoğlu*

### BULANIK MANTIK VE UYGULAMALARI

- Dört Rotorlu Bir Helikopterin Bulanık Kontrolü 61  
*Bora Erginer, Erdinç Altuğ*
- Bulanık Mantık ile Hiyerarşik Karar Verme ve Karar Birleştirme 67  
*Ulaş Beldek, Kemal Leblebicioğlu*
- Laguerre Tabanlı Bulanık Sistem Tasarımı 73  
*Musa Alcı, Musa H. Asyali*

|  |    |
|--|----|
| Raylı Taşıt Titreşimlerinin Bulanık PID Kontrolör ile Aktif Kontrolü | 77 |
| <i>Muzaffer Metin, Rahmi Güçlü, Hakan Yazıcı, N. Sevgi Yalçın</i>    |    |

|   |    |
|---|----|
| Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Doğrudan Moment Kontrolü için Minimum Moment Dalgılanması Sağlayan Algoritma ve Bulanık Mantık Kontrolörün Geliştirilmesi | 83 |
| <i>Kayhan Gülez, Ali Ahmed Adam, Nuh Erdoğan</i>  |    |

## **MEKATRONİK UYGULAMALARI – I**

|  |    |
|--|----|
| 2 Eksenli Yalpa Çemberli Kamera Kontrol Sistemi Tasarımı | 89 |
| <i>N. Bengü Kuzey, Ender Yemenicioğlu, Ahmet Kuzucu</i>  |    |

|   |    |
|---|----|
| Manyetik Süspansiyon Sisteminin Gerçeklenmesi ve Kontrolü     | 95 |
| <i>Sertaç Öztürk, Selçuk Kizir, Zafer Bingöl, Cüneyt Oysu</i> |    |

|   |     |
|---|-----|
| Elektromekanik Supap Mekanizmalarında Geribeslemeli Denetimin Araştırılması | 101 |
| <i>Zeliha Kamış, İbrahim Yüksel, Elif Erzan Topçu</i>                       |     |

|   |     |
|---|-----|
| Biyomedikal Amaçlı Fiber Bragg Izgara (Fbg) Sensör Ağı Tasarımı | 107 |
| <i>Halim Can Albasan, Gökalep Kahraman, Seyhan Coşkun</i>       |     |

|  |     |
|--|-----|
| Java Destekli Gerçek Zamanlı İşletim Sistemi ve Bir Uygulama | 112 |
| <i>Tayfun M. Karan, Yaşar Becerikli, Tunç Turalı</i>         |     |

|   |     |
|---|-----|
| Esnek Bağlantılı Mekanizma Modeli ve Kontrolü | 118 |
| <i>Merve Acer, Asif Şabanoviç</i>             |     |

## **ROBOTİK VE UYGULAMALARI – I**

|   |     |
|---|-----|
| PA10 Endüstriyel Robotun 3 Eklemine Pasif Olma Temelli Kontrolü | 124 |
| <i>Hüseyin Alpaslan Yıldız, Leyla Gören Sümer</i>               |     |

|   |     |
|---|-----|
| DC Motorlarla Sürülen Robot Manipülatörleri için Gecikmeli Öğrenme Denetleyicisi Tasarımı | 130 |
| <i>Vahap Dinç Şahin, Hüseyin Canbolat</i>   |     |

|   |     |
|---|-----|
| Rehabilitasyon Robotunun Empedans Kontrole Göre Tasarım Optimizasyonu | 134 |
| <i>Ramazan Ünal, Volkan Patoğlu, Güllü Kızıltaş</i>                   |     |

|   |     |
|---|-----|
| Robot Manipülatörlerde Anfis ve Dalgacık Kullanarak Arıza Bulma ve İzolasyonu | 140 |
| <i>Tolga Yüksel, Abdullah Sezgin</i>  |     |

|  |     |
|--|-----|
| STAUBLI RX-60 Robotu'nun Parametre Kestirimi | 145 |
| <i>Oğuzhan Karahan, Zafer Bingöl</i>         |     |

|  |     |
|--|-----|
| İki Noktada Tegetler Kullanarak Görüntü Tabanlı Görsel Geri Beslemeli Kontrol ile Düzlemsel Şekil Hizalama | 151 |
| <i>Erol Özgür, Mustafa Ünel</i>  |     |

## **MODELLEME VE SİSTEM TANIMA – I**

|   |     |
|---|-----|
| Hamiltonian Sistemlerin Ayırık-zamanlı Modellenmesi için Bir Yöntem | 157 |
| <i>Yaprak Yalçın, Leyla Gören Sümer</i>                             |     |

|   |     |
|---|-----|
| Destek Vektörü Makineleri ile Doğrusal Olmayan Ölü Zamanlı Dinamik Sistemlerin Modellenmesi | 163 |
| <i>Rana Ortaç Kabaoğlu</i>  |     |

|   |     |
|---|-----|
| Tekrarlamalı Gauss-Seidel Yardımcı Değişkenler Algoritması ile Sürekli-Zaman Sistem Parametrelerinin Tahmin Edilmesi<br><i>Metin Hatun, Osman Hilmi Koçal</i> | 168 |
| Renklendirilmiş Petri Ağları için T Değişmezlerinin Bulunması<br><i>Volkan Mert, Hanife Apaydın Özkan, Aydın Aybar</i>  | 174 |
| Farksal Evrim Algoritması Kullanılarak Sistem Kimliklendirme<br><i>Aytekin Bağış, Yıldız Özçelik</i>  | 178 |
| Piezoelektrik Ara Malzemeli İnce Şeridin Dalga Hareketinin Simülasyon Tabanlı Analizi<br><i>Mehmet Emre Büyükçerçi, Serhat Adilak, Serhat Yeşilyurt</i>       | 184 |

## UÇUŞ DİNAMİĞİ VE KONTROLÜ

|  |     |
|--|-----|
| Doğrusal Hedef Takibi, Parabolik Hedef Takibi ve Oransal Seyrüsefer Güdüm Yöntemlerinin İki Parçalı Bir Füzeye Uygulanması<br><i>Bülent Özkan, M. Kemal Özgören, Gökmen Mahmutyazıcıoğlu</i> | 188 |
| Dört Motorlu Bir Dönerkanat Sisteminin Dinamik Modeli ve PD Kontrolör İle Yörünge Kontrolü<br><i>Mehmet Önder Efe</i>  | 194 |
| Dayanıklı Evrik Dinamik Yönteminin bir İnsansız Hava Aracının Otomatik ve Pilotlu Denetiminde Uygulanması<br><i>Özgür Ateşoğlu, M. Kemal Özgören</i>   | 200 |
| Tek ve İki Parçalı Füzelerin Hareketli Yer Hedefleri Üzerindeki Başarımlarının İncelenmesi<br><i>Bülent Özkan, M. Kemal Özgören, Gökmen Mahmutyazıcıoğlu</i>                                 | 206 |

## AĞ KONTROLÜ

|   |     |
|---|-----|
| Veri-İletişim Ağlarında Adil Kapasite Paylaşımını Sağlayan Gürbüz Akış Denetleyicisi Tasarımı<br><i>Hakkı Ulaş Ünal, Altuğ İftar</i>          | 212 |
| Adaptive Synchronization of an Uncertain Time-Delay Complex Dynamical Network<br><i>Tao Liu, Jun Zhao, Georgi M. Dimirovski</i>               | 218 |
| Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi<br><i>A. Teoman Naskali, Ahmet Onat, Ozan Mutluer</i>                                    | 224 |
| Networked Control System Architectures: Switching H-infinity Controllers<br><i>Dan Ma, Jun Zhao, Mile J. Stankovski, Georgi M. Dimirovski</i> | 230 |

## ÇOK ROBOTLU SİSTEMLER – I (ÖZEL OTURUM)

|   |     |
|---|-----|
| Otonom Gezgin Robotların Bağlantılı Grup Halinde Gezinimi<br><i>Ahmet Cezayirli, Feza Kerestecioğlu</i>                               | 236 |
| Sürü Halinde Uçan Mikro Hava Araçları için Akışkanlar Mekaniği Tabanlı Güzergah Belirleme Yöntemi<br><i>Oğuz Uzol, İlkay Yavrucuk</i> | 242 |

|   |     |
|---|-----|
| Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Yön Bulma Stratejisi Bölüm 1:<br>Eş-Zamanlı Model<br><i>Andaç Töre Şamiloğlu, Veysel Gazi, A. Buğra Koku</i>  | 247 |
| Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Yön Bulma Stratejisi Bölüm 2:<br>Eş-Zamansız Model<br><i>Andaç Töre Şamiloğlu, Veysel Gazi, A. Buğra Koku</i> | 253 |
| Kobot: Sürü Robot Çalışmaları için Tasarlanmış Gezgin Robot Platformu<br><i>Ali E. Turgut, Fatih Gökçe, Hande Çelikkanat, Levent Bayındır, Erol Şahin</i>       | 259 |

## DOĞRUSAL OLMAYAN KONTROL SİSTEMLERİ

|  |     |
|--|-----|
| Bir Manyetik Askı Sisteminin Kontrolünde Dört Yöntemin Karşılaştırılması<br><i>Salih Burak Akat, Mehmet Önder Efe</i>  | 265 |
| Destek Vektör Makineleriyle Çevrimiçi Denetim<br><i>Serdar İplikçi</i>   | 271 |
| Açık Döngülü Piezo-elektrik Doğrusal Sürücüler için Histerez Telafisi<br><i>Shahzad Khan, Ahmet Ozcan Nergiz, Asif Sabanovic, Volkan Patoglu</i>                                 | 277 |
| Gürbüz Geri Basamaklama Yöntemi ile Değişken Hızlı Rüzgar Türbinlerinin Açısal Hız Kontrolü<br><i>Ufuk Özbay, Selim Sivrioğlu, Erkan Zergeroğlu, Hüsnü Türker Şahin</i>          | 283 |
| Belirsizlik İçeren Dinamik Sistemlerin Denetimi için Çıkış Geri Beslemeli Dayanıklı NPI Tipi Bir Denetleyici Tasarımı<br><i>Janset Kuvulmaz, Erkan Zergeroğlu, Ş. Naci Engin</i> | 289 |

## AKILLI KONTROL SİSTEMLERİ

|  |     |
|--|-----|
| Bir Biyoreaktör Sisteminin Gürbüz Nörokontrolü<br><i>Başak Ünal, Mehmet Önder Efe</i>  | 295 |
| Aktif Tendonlu Bir Binanın Sismik İzolasyonu İçin Ağ Tabanlı Bulanık Kayan Kipli Denetim Uygulanması<br><i>Hasan Alli, Oğuz Yakut</i>  | 301 |
| Kontrol Sistemleri İçin Bulanık PID Kontrolörlerin Genetik Algoritmalar Yardımıyla Ayarlanması<br><i>Fuat Gürleyen, Ömer Güvenç Karaoğlu</i>   | 307 |
| Öz Uyarlamalı Bulanık Mantıklı P-ID Kontrolör ile 9 Katlı Bir Binanın Aktif Titreşim Kontrolü<br><i>Hakan Yazıcı, Rahmi Güçlü</i>  | 312 |
| Yapay Sinir Ağı Kontrollü AC-AC Dönüştürücü ile Gerilim Dalgalanmalarını ve Birleşik-Tuzak Filtre ile de Harmonikleri Düzenleyici Hibrid Sistem<br><i>İbrahim Alışkan, Kayhan Gülez, Ali A. Adam, Galip Cansever</i> | 318 |

## ÇOK ROBOTLU SİSTEMLER – II (ÖZEL OTURUM)

|   |     |
|---|-----|
| Çok Robotlu Sistemlerde Devinik Çevrede Rota Planlaması İçin Sezgisel Bir Yaklaşım<br><i>Osman Parlaktuna, Aydın Sipahioğlu, Ahmet Yazıcı</i> | 323 |
|---|-----|

|  |     |
|--|-----|
| Hareketli Bir Hedefin Hız-Kısıtlamalı Erkinlerden oluşan bir Robot Sürüsü ile Yapay Potansiyel Fonksiyonlar ve Kayan Kip Yöntemi Kullanılarak Takibi<br><i>M. İlder Köksal, Veysel Gazi, Barış Fidan, Raul Ordonez</i> | 329 |
| Sınırlı Algılama Alanı Olan Tekerlekli Mobil Robot Sürüleri İçin Algoritmik Olarak Sade bir Rota Planlayıcısı<br><i>Hüsnü Türker Şahin, Erkan Zergeroğlu</i>   | 335 |
| Webots Gerçekçi Benzetim Yazılımı ile Sürü Robot Uygulamaları<br><i>Şadi Çağatay Öztürk, Andaç Töre Şamiloğlu, Veysel Gazi</i>   | 341 |

## ROBOTİK VE UYGULAMALARI – II

|  |     |
|--|-----|
| İki Ayaklı Yürüme Hareketinin Modellenmesi ve Kontrolü<br><i>Zeki Yağız Bayraktaroğlu, Mesut Acar</i>                    | 347 |
| Doğal Sıfır Moment Noktası Yörüngeleri ve Yürüyen Robot Referansları<br><i>Kemalettin Erbatur, Okan Kurt, Utku Seven</i> | 353 |
| Paralel Kenar Bağlantılar ile Serbestliği Azaltılmış İki Ayaklı Yürüme Mekanizması Tasarımı<br><i>Hikmet Kocabaş</i>     | 359 |
| Çok Gövdeli Sistemlerde Hareket Analizi<br><i>Nusrettin Güleç, Eray Doğan, Mustafa Ünel</i>                              | 365 |
| Gezgin Robot Tasarımı ve Hareket Planlaması<br><i>Ahmet Kızılhan, Metin Toz, Cüneyt Aliustaoglu, Zafer Bingül</i>        | 371 |
| Elverişsiz Ortamlardaki Gezgin Robotların 3-Boyutlu Grafik Simülasyonu<br><i>Ahmet Denker, Fatih İnce, Cem Kalyoncu</i>  | 377 |

## MODELLEME VE SİSTEM TANIMA – II

|   |     |
|---|-----|
| Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Yüksek Frekans Hesaplamaları için Kablo Modellemesi<br><i>Kayhan Gülez, Ali Ahmed Adam</i>                    | 380 |
| Eş Zamanlı Hız Algılayıcısız Asenkron Motorun Rotor Direncinin Genişletilmiş Kalman Filtresi ile Kestirimi<br><i>Murat Sönmez, Mehmet Yakut</i> | 386 |
| Belvermeye Dayalı Nano Konumlandırıcının Simülasyon Tabanlı Yapısal Analizi<br><i>Tuna Nişli, Mustafa Yiğit Özdemir, Serhat Yeşilyurt</i>       | 391 |
| Sürekli Mıknatıslı Eşzaman Motorlar için Akı ve Hız Kestirimi<br><i>Kamil Orman, Adnan Derdiyok</i>   | 397 |
| İnsan-Makina Etkileşimli Bilgisayar Deneyi Kullanılarak İnsan Operatörlerin Modellenmesi<br><i>Şeniz Ertuğrul, İlker Çardaklı</i>               | 401 |

## KESİRLİ DERECELİ SİSTEMLER (ÖZEL OTURUM)

|  |     |
|--|-----|
| Kesirli Dereceli $PI^\lambda$ Kontrolörün Doğrusal Olmayan Sistem Dinamiği Üzerine Etkisi<br><i>Vedat Çelik, Yakup Demir</i> | 407 |
| Kesirli Fourier Bölgesinde Uyarlanır Süzgeç Tabanlı Aktif Gürültü Kontrolü<br><i>Lütfiye Durak, Sultan Aldırmaz</i>          | 411 |



|   |     |
|---|-----|
| Kesirli Fourier Dönüşümünün Kontrol Sistemlerinde Bir Uygulaması<br><i>Utku Ozan Candoğan, Haldun M. Özaktaş, Hitay Özbay</i>                   | 417 |
| Zaman Gecikmeli Sistemler için Kesirli Dereceli PI Kontrolör Kullanılarak Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi<br><i>Serdar Ethem Hamamcı</i>     | 423 |
| Kesirli Dereceli Belirsiz Polinomların Dayanıklı Kararlılık Analizi<br><i>Nusret Tan, M. Mine Özyetkin</i>                                      | 429 |
| Kesirli Mertebe Türev ile Sönüm Yaklaşımı ve Titreşim Sistemlerine Uygulanması: Hareket Denklemi Örneği<br><i>Ünal Dikmen, Ahmet T. Başokur</i> | 435 |
| Bilinmeyen Parametreye Sahip Kesir Dereceli Kontrol Sistemleri için Kazanç ve Faz Sınır Payı Analizi<br><i>Ö. Faruk Özgüven</i>                 | 441 |

## **MEKATRONİK UYGULAMALARI – II**

|  |     |
|--|-----|
| PNömatik Sistemde Elman Yapay Sinir Ağı Algoritması İle Arıza Tespiti<br><i>Mustafa Demetgül, Osman Yazıcıoğlu</i>           | 446 |
| Rulman Titreşim Analizi ile Bölgesel Hataların İncelenmesi<br><i>Cüneyt Aliustaoglu, Hasan Ocak, H. Metin Ertunç</i>         | 451 |
| Bağımsız Bileşenler Analizi Kullanılarak Asenkron Motorlarda Sargı Hatalarının Tespiti<br><i>Erdal Kılıç, Okan Özgönenel</i> | 457 |
| Küçük Ebatlı Radomların Test Edilmesi<br><i>Mustafa Ece, Mustafa Yılmaz</i>  | 461 |
| Renk Algılayıcı ve Renklere Göre Ayırıcı Sistem<br><i>Gülşah Özer, Gökhan Bektaş</i>   | 467 |
| PLC Tabanlı Vinç Otomasyonu<br><i>Eda Kocaman, Semir Beyaztunç, Musa Alcı</i>  | 473 |
| Mikro Montaj İş İstasyonu<br><i>Emrah Deniz Kunt, Ahmet Teoman Naskali, Kazım Çakır, Asif Şabanoviç</i>                      | 476 |

## **KAYAN KIPLİ DENETİM**

|   |     |
|---|-----|
| Kayma Kipli Kontrolde İkinci Derece Sistemler için Açısız Yer Değiştirmeye Sahip Kayma Yüzeyi Tasarımı<br><i>Sezai Tokat</i>                                    | 482 |
| Denizaltıların Deniz Etkilerine Karşı Yeniden Yapılanabilir Kayar Kipli Denetleyiciler Yardımı ile Derinlik Kontrolü<br><i>Ufuk Demirci, Feza Kerestecioğlu</i> | 488 |
| Bulanık Mantıklı Sınır Tabakası Kalınlığı Ayarlaması ile Kayan Kipli Robot Kontrolü<br><i>Kemalettin Erbatur, Berk Çallı</i>                                    | 494 |
| Bir Elektromekanik Sistemin Farklı Parametreler Üzerinden Kayan Kip Hız Kontrolü<br><i>Gürsel Şefkat, Sevda Telli</i>   | 500 |

|  |     |
|--|-----|
| Kilitlenmeyen Fren Sistemi (KFS) için Gri Kayma Kipli Denetleyici Tasarımı<br><i>Yeşim Öniz, Erdal Kayacan, Okyay Kaynak</i> | 506 |
| Piezoelektrik Aktüatörler için Analog Kayan Kipli Denetleyici<br><i>Selim Yannier, Asif Şabanoviç</i>                        | 512 |

## KONTROL UYGULAMALARI

|  |     |
|--|-----|
| Çift Taraflı Kontrol Sistemlerinin Biomedikal Alanda Uygulamaları<br><i>Meltem Elitaş, Muhammet Ali Hoccoğlu, Asif Şabanoviç</i>                                 | 517 |
| Servo Elektronik Valf (SEV) ile Hidrolik Asansörlerde Hız Kontrolü<br><i>Çağrı Bahadır, K. Ferhat Çelik, Fuat Gürleyen, C. Erdem İmrak</i>                       | 523 |
| Görsel Geri Beslemeli Kontrol Tekniklerinin Mikrosistem Uygulamalarında Karşılaştırılması<br><i>Hakan Bilen, Muhammet Ali Hoccoğlu, Erol Özgür, Mustafa Ünel</i> | 529 |
| Çok Bileşenli Kesikli Dolgulu Damıtma Kolonunun Optimal Denetimi<br><i>Hatice Ceylan, Canan Özgen</i>  | 535 |
| Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol Algoritması ile Van de Vusse Reaktör Denetimi<br><i>Levent Uzun, İbrahim Beklan Küçükdemiral</i>                               | 541 |
| Yüksek Duyarlılıklı Hareket Denetleyicilerin Deneysel İncelenmesi<br><i>Asanterabi Malima, Erhan Demirok, Asif Şabanoviç</i>                                     | 546 |

## SÜREÇ KONTROLÜ

|   |     |
|---|-----|
| Tedarik Zincirinde Kamçı Etkisi ve Kamçı Etkisinin Kontrolü<br><i>Fahriye Telek, Engin Yeşil, İbrahim Eksin, Müjde Güzelkaya</i>  | 552 |
| İntegratör İçeren Ters Yanıtlı Ölü Zamanlı Süreçlerin PI-PD İle Denetimi<br><i>İbrahim Kaya</i>   | 558 |
| Tepkimeli Bir Kesikli Damıtma Kolonunda Durum Tahmini ve Algısal Denetim<br><i>Almila Bahar, Canan Özgen</i>  | 563 |
| PI Kontrolörü Parametre Belirleme Yöntemlerinin Dayanıklılığının Isıl Süreç Üzerinde İncelenmesi<br><i>Vedat Yeşilkaya, Ö. Aydın Tekin, Engin Yeşil, Müjde Güzelkaya, İbrahim Eksin</i> | 569 |
| pH Nötralizasyon Prosesine Lyapunov Fonksiyonu Tabanlı Kontrol Tekniğinin Uygulanması<br><i>İbrahim Alışkan, Kayhan Gülez, Şeref N. Engin, Galip Cansever</i>                           | 574 |

## MOTOR KONTROLÜ

|  |     |
|--|-----|
| Asenkron Motor İçin Uyarlamalı Akı Gözlemleyici Tabanlı Hız Algılayıcısız Doğrudan Moment Kontrolü<br><i>Ömür Akyazı, Halil İbrahim Okumuş, Emre Özkop</i> | 580 |
| Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorlarda Mekanik Algılayıcısız Konum Kontrolü<br><i>Boğaç Han Er, Metin Gökaşan</i>   | 584 |
| Asenkron Motor için Kayan Kipli ve PI Akım Denetleyici Tasarımı, DSP Tabanlı Uygulaması ve Karşılaştırılması<br><i>Mehmet Dal</i>                          | 590 |

Şebeke Bağlantılı Bilezikli Asenkron Generatörün Aktif ve Reaktif Gücü Ayrıştırılarak Denetimi 596  
*Erhan Demirok, Asif Şabanoviç*





# Wave-Based Control of Flexible Mechanical Systems

*William J O'Connor*

213 Mechanical Engineering, UCD Belfield, Dublin 4, Ireland

william.oconnor@ucd.ie

## Abstract

There are many contexts, from space structures to disk drive heads, from medical mechanisms to long-arm manipulators, from cranes to light robots, in which it is desired to achieve rapid and accurate position control of a system end-point by an actuator working through a flexible system. The system's actuator must then attempt to reconcile two, potentially conflicting, demands: position control and active vibration damping. Somehow each must be achieved while respecting the other's requirements. Wave-based control is a powerful, relatively new strategy for this important problem that has many advantages over most existing techniques. The central idea is to consider the actuator motion as launching mechanical waves into the flexible system while simultaneously absorbing returning waves. This simple, intuitive idea leads to robust, generic, highly efficient, adaptable controllers, allowing rapid and almost vibrationless re-positioning of the remote load (tip mass). For the first time there is a generic, high-performance solution to this important problem that does not depend on an accurate system model or near-ideal actuator behaviour.

## 1. Introduction

There are many contexts, from space structures to disk drive heads, from medical mechanisms to long-arm manipulators, from cranes to light robots, in which it is desired to achieve rapid and accurate position control of a load (or system end-point) by an actuator that is separated from the load by an intermediate system which is flexible. While all systems are to some extent flexible, issues related to flexibility become decisive as one tries to design lighter mechanisms, or systems that are more dynamically responsive, or softer, or more energy efficient, or simply long in one dimension.

The system's actuator must then attempt to reconcile two, potentially conflicting, demands: position control and active vibration damping. Somehow each must be achieved while respecting the other's requirements.

Previous approaches have included various classical and state feedback control techniques (often using simplified dynamic models); modal control (often considering a rigid-body, or zero frequency mode separately from vibration modes); sliding mode control; input command shaping; optimal control leading to bang-bang control; wave-based control; and control based on real-virtual system models. Each method has special characteristics and drawbacks, discussed in the literature. None is completely satisfactory under all headings.

The wave-based control strategy is a powerful, relatively new method of dealing with flexibility that has been shown to be

better than existing methods under almost all headings. The central idea is to consider the actuator motion as launching mechanical waves into the flexible system while simultaneously absorbing returning waves. This simple, intuitive idea leads to robust, generic, highly efficient, adaptable controllers, allowing rapid and almost vibrationless re-positioning of the system and the remote load (tip mass). For the first time there is a generic solution to this important problem that does not depend on an accurate system model and does not demand close to ideal performance by the actuator. Rather than treating the flexibility as a problem, it works with the flexibility to achieve system control in a natural way.

The talk will investigate the mathematical foundation for a wave-based interpretation of flexible system dynamics, both lumped and continuous. It will then show how this view can be used to interpret the actuator-system interface as a two-way energy flow, leading to the design of controllers that give optimal performance by controlling this energy flow, in ways that are simple, robust, generic, and energy efficient.

For simplicity, it will be assumed that there is a single actuator, with its own position controller, which is attempting to control the position of the system tip, moving it from rest in one position to rest at a target position. If gravity is active, it is assumed that the initial and final gravitational strains are equal, so that, when the system comes to rest again, the net displacement of the actuator will equal that of the tip. It is further assumed that the actuator position controller has zero steady-state error, so final position accuracy is limited only by the actuator sensor accuracy.

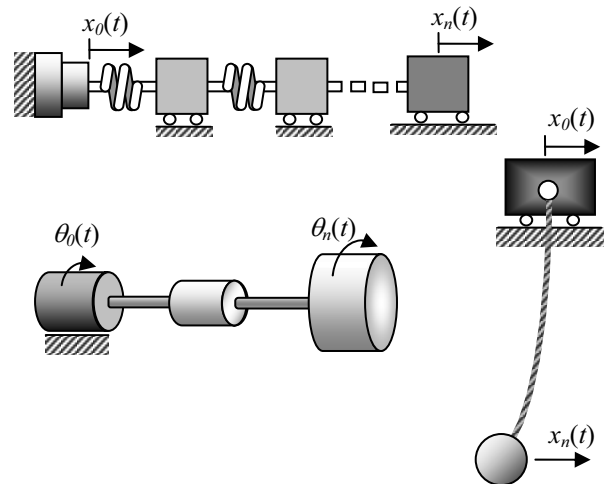


Figure 1: Typical flexible systems, with actuator position,  $x_0(t)$  or  $\theta_0(t)$ , controlling tip position,  $x_n(t)$  or  $\theta_n(t)$ .

## 2. Wave Analysis of Flexible Systems

In flexible systems of the above type, the actuator and load are dynamically uncoupled. The interaction between the actuator and load is mediated by the flexible system dynamics and it is delayed. When the actuator moves it directly affects only the part of the flexible system to which it is attached. A disturbance (or “wave”) then travels through the system to the load or tip, and then back towards the actuator, typically dispersing as it goes in a complex motion. At each end, some of this wave may be reflected and/or absorbed, depending on the instantaneous relationship between the motion of the system and the motions of the actuator or tip.

The wave-based control strategy depends on a) understanding, b) measuring and c) controlling the two-way flow of energy and momentum happening at the interface between the actuator and the flexible system. To move the tip from rest to rest the actuator must launch a “wave” into the flexible system and also absorb it, in such a way that when all the energy and momentum of the motion have been extracted, the system is at the target position.

The term “wave” here is very general, and includes not just oscillating motion but also a “step wave” which, after it passes a point, changes the net or DC displacement, implying “rigid body” or “zero frequency” motion. Because the primary focus here is position control, the wave variable is taken as displacement, linear or angular, in meters or radians. In other applications, variables such as force, torque, velocity, or acceleration would be appropriate as wave variables, and the wave control ideas can easily be adapted to suit.

## 3. Resolving Actuator Motion into 2-Way Waves

The actuator motion,  $x_0(t)$  is notionally resolved into two component motions,  $a_0(t)$  and  $b_0(t)$ ,

$$x_0(t) = a_0(t) + b_0(t), \quad (1)$$

with  $a_0$  corresponding to an outwards-going, or launch, wave,  $b_0$  corresponding to a return wave, which the actuator attempts to absorb.

For the control application, the resolving in Eq.(1) need not be precise: it is only necessary to fulfil certain generic criteria. The simplest definition sets

$$a_0(t) = \frac{1}{2} \left( x_0(t) + \int \frac{f(t)}{Z} dt \right) \quad (2)$$

$$b_0(t) = \frac{1}{2} \left( x_0(t) - \int \frac{f(t)}{Z} dt \right) \quad (3)$$

where  $f(t)$  is the force that the actuator applies to the beginning of the flexible system in the direction of motion, and  $Z$  is an impedance term whose value is not critical. For lumped systems  $Z$  can be taken as  $\sqrt{k_1 m_1}$ , corresponding to the first spring stiffness,  $k_1$ , and first mass,  $m_1$ . For the gantry crane, one can set  $Z = \sqrt{\rho T}$  where  $\rho$  is the linear density of the cable and  $T$  the tension at the top, and for a simple pendulum system,  $Z = m \sqrt{g/L}$ , with  $m$  the mass and  $L$  the length.

For a system of lumped masses and springs in series, a slightly better expression for the s-domain version of the return wave,  $B_0(s)$ , is given by

$$B_0(s) = G(s)(X_1(s) - G(s)A_0(s)) \quad (4)$$

$$A_0(s) = X_0(s) - G(s)(X_1(s) - G(s)A_0(s)) \quad (5)$$

where  $G(s)$  is a second order mass-spring-damper system, with mass and spring corresponding the beginning of the lumped flexible system, and with viscous damping at half critical. See Fig.2.

## 4. The Control Strategy

For rest-to-rest motion to a target position, the strategy is as follows. The input to the actuator is set as the sum of two components. The first component is set directly by the controlling computer, the only essential requirement being that its time profile ends at half the target displacement and holds there. The second component is the measured return wave,  $b_0$ , calculated by measuring two variables, such as  $x_0$  and  $x_1$ , or  $x_0$  and  $f$ , and calculated using for example Eqs. (3) or (4).

Adding the second input component, which has the form of a positive feedback signal, provides active vibration damping, by making the actuator appear as a matched viscous impedance to “waves” returning from the flexible system towards the actuator. See for example Eq.(3). This causes the actuator to act as a very efficient, one-way, active vibration absorber, yet without impeding the action of simultaneously setting a launch wave.

A second effect of the absorbing component is to cause the total steady-state actuator displacement to become exactly double the launch component. This can be seen most clearly in the case of Eqns. (2) & (3). For rest to test motion, the force integral terms must become zero, so that  $a_0$  and  $b_0$  must become equal to each other and equal to  $\frac{1}{2}x_0$ . Thus, if the launch displacement component is set to settle at half the target displacement, adding the absorbing component ensures that a) the system vibrations are absorbed, and b) in absorbing them, the system arrives exactly at target. Thus, the main control problem has been solved, in a simple and elegant manner.

The launch component of the actuator motion can be considered as *pushing* the system half the distance to the target, while the absorbing component acts as if the reaction of the system were *pulling* the actuator the other half

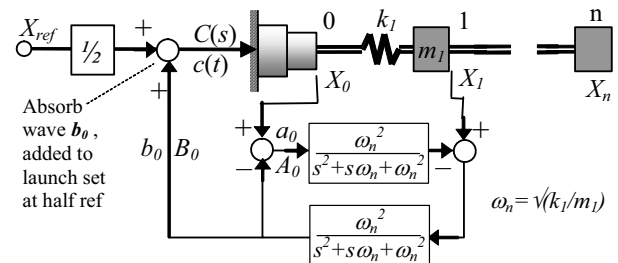


Figure 2: A wave-based control implementation using Eqs.(4) & (5) to determine return wave,  $b_0$  from  $x_0$  and  $x_1$ , with  $G$  as shown.

displacement, but in such a way that all momentum and energy return to zero precisely on completion of the process, just when the system arrives to target.

#### 4.1. Launch Wave Profile

The launch waveform (time profile) is to a great extent arbitrary. It can arrive at the half-target displacement in many ways (step, ramp, acceleration, or pre-determined motion plan), limited only by the actuator dynamics. The control strategy works very well for all such choices.

There is one choice that is particularly neat. The absorb wave motion is added throughout the entire manoeuvre. If the absorb wave is recorded from the beginning, the initial part of it can be used to determine a very good way to complete the launch wave. The actuator gets half way to target before the launch wave has reached its steady (half-target) value. See Fig.3. At this point, the launch wave can be set to complete its trajectory using an inverted and time-reversed version of the wave that has been absorbed out of the system up to that point. Thus, the “echo” that was absorbed from the system in the first half of the manoeuvre is played back into the system in reverse to complete the manoeuvre. This has the effect of bringing the tip to rest in a time-and-space mirror-image of the start-up motion. In other words, the load stops dead, rapidly, precisely at the target, while the rest of the system then relaxes in just the right way to leave everything motionless in the correct position.

### 5. Sample Results

As an example, Fig.4 shows the control of a uniform, lumped three-mass system. The actuator and end-mass positions are shown against time expressed in units of the period,  $T$ , or  $2\pi/\omega_n$ , where  $\omega_n = \sqrt{km}$ . The target displacement is  $1m$ . Also shown are  $a_0(t)$  and  $b_0(t)$ .

As can be seen, the response is remarkable. Without a control strategy, the position of the end mass (“load”) would, of course, oscillate somewhere between zero and two, with three frequency components superposed. Instead the load is

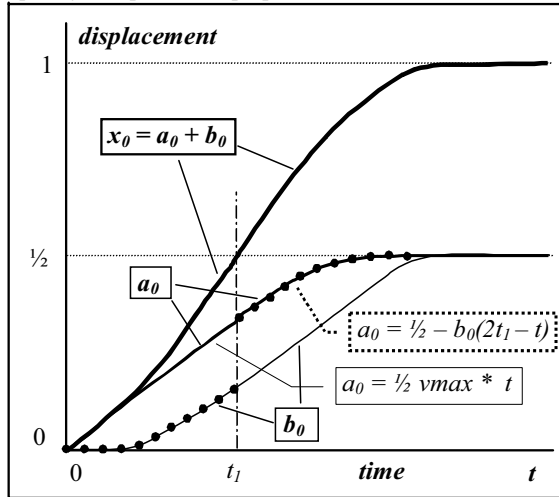


Figure 3: Wave-echo control to determine actuator motion  $x_0$ . The target distance is 1. The  $a_0$  component is set by the controller as a ramp until  $t=t_1$  (when  $x_0=1/2$ ), then as a reverse replay of recorded  $b_0$ , but inverted (shown dotted). At all stages  $b_0$  is determined from the measured system response.

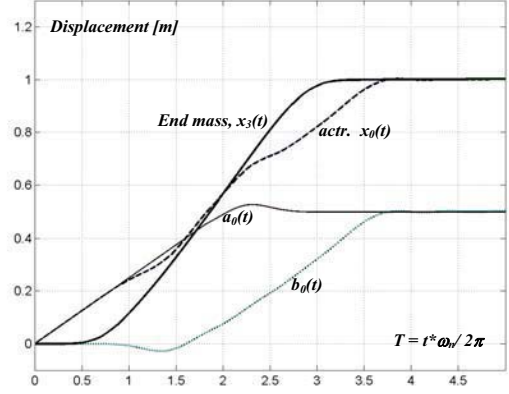


Figure 4: End point of a uniform, three-mass system, moved 1m.

translated from rest to rest, in a single, controlled movement, with almost no overshoot and with negligible oscillations (and so little or no settling time). The total manoeuvre time is excellent. Depending how strictly one defines the settling time, it is between 3 to 3.5 “periods” of  $\omega_n$ . (This corresponds to about only 1.5 periods of the fundamental mode of the 3-mass system.)

The end mass (load) comes to rest exactly at target. It does so sooner than its actuator. The actuator’s movements are smooth and easily achievable. Around mid-manoevre, the speed of the end-mass (the slope in Fig.4) is close to that of the actuator: the flexible system is then behaving as if rigid, or almost so: vibration is under control.

Similarly impressive results are obtained whether the system is long or short, uniform or not, with linear or hardening or softening springs (other than the first), with or without internal damping, with ideal or realistic actuator, and with or without precise values for all the terms in Eq.(3) or (4). Illustrating a mixture of such added complexities, Fig.5 shows the response of a 5 DOF system with non-linear (hardening) springs; variations of the masses of 1, 0.5, 1, 2, 1; damping between the masses of 0, 0.25, 0.1, 0.25, 0, 0.05 times critical damping; an actuator modelled as a first order system of time constant  $1/3\omega_n$ ; and  $b_0(t)$  approximated by Eq.(3). These parameter values and system size were chosen almost at random: a

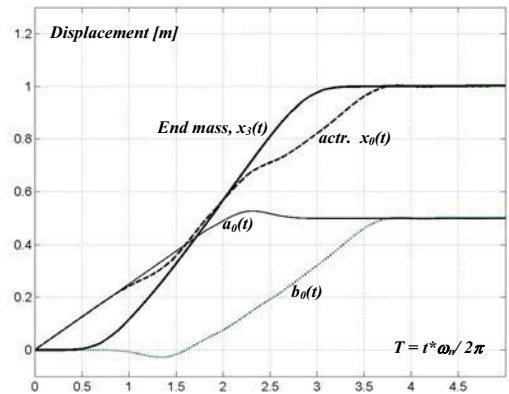


Figure 5: End point of a uniform, three-mass system, moved 1m.



similar result is obtained for almost arbitrary choices of these variables.

As can be seen, the non-uniformities, actuator limitations, and so on, make things less smooth, but despite everything, the controller gets the load exactly to target, rapidly, and it works very effectively to remove vibratory energy from the system during the motion and on arrival at target.

The presence of system non-uniformities requires no adjustment to the control strategy. The actuator's action is restricted to either launching or absorbing waves. To absorb returning waves the actuator must await their arrival. The non-uniformities will delay, and stretch out, their arrival and therefore delay the absorbing process. Also the non-ideal actuator response will prolong the final tidying up a little. But even though the strategy and controller settings were not changed, their effectiveness in meeting the much more difficult challenge is almost undiminished.

Figure 6 gives a trolley crane example, moving a load 2 m, with a 4-m cable of significant mass. The launch waveform is set to correspond to half the maximum trolley velocity, to which is added the return wave,  $b_0$ . For a long manoeuvre, this causes the trolley velocity to approach the maximum for the middle part of the transit, with the swing angle approaching zero. In other words, the system is then moving at top speed and as if it were rigid, with the load displacement tracking the trolley displacement. After the half-way point for the trolley (1 m), the launch displacement  $a_0$  is based on the previous  $b_0$ . This causes the trolley to decelerate in precisely the way needed to get the load to land at target (2 m) and stop dead. The load arrives before the trolley, which continues to move in precisely the right way to allow the cable to straighten up as all wave energy flows out of the system.

## 6. Discussion and Conclusions

Aspects of the problem of controlling flexible systems have

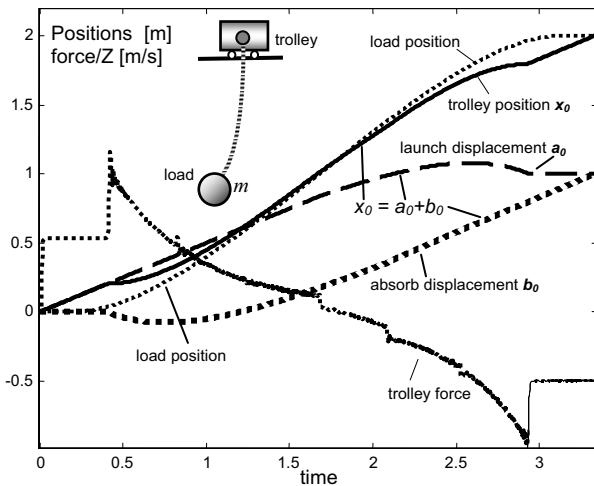


Figure 6: Load arrives and stops at target before trolley. Crane target distance 2m. Cable length=4m,  $\rho=0.1\text{kg/m}$ ,  $m=2\text{kg}$ ,  $T=23.54\text{N}$ ,  $Z=1.534\text{Ns/m}$ . Note time symmetry of load & trolley motions, due to  $a_0$  and  $b_0$ .

been presented in new and fruitful ways, leading to new control algorithms that perform extraordinarily well. They easily move a load from point to point, rapidly, yet with negligible residual vibration and negligible overshoot and zero steady-state error. They move the load at close to the actuator velocity (the ideal), in one controlled motion, without exciting load or system vibrations unnecessarily. The control strategies are very robust; they are applicable to a wide variety of problems; they require minimal system information, little computational overhead, and are very tolerant of limitations in the actuator dynamics. Sensing requirements are also minimal. Other than the actuator's own motion, only one other sensed input is needed, and the second sensor supplying this information is located conveniently close to the actuator, where sensing is generally easiest and safest in practice.

Modelling errors hardly feature. System changes are automatically accommodated. The order of the controller automatically matches that of the system, and explicit information, for example, about locations of poles (or natural frequencies and damping ratios of modes) is not needed.

With the wave-echo idea, the returning waveform,  $b_0$ , reveals to the controller the entire system dynamics in just the form the controller needs to achieve ideal system deceleration to rest. In a sense, the system itself serves as the system model, which is therefore always accurate, up to date, and of the correct order. The system itself also serves as the model's computer. To put it another way, all the required system identification is done in real time, as part of the controlled motion, with minimal computational overhead. This partly explains the control system's robustness to system changes.

The interface between the actuator and the flexible system is seen as a wave gateway, controlled and managed by the actuator's motion. Energy and momentum enter and leave the flexible system at the interface. They propagate in two directions within the system, from actuator to end-mass, and back again, albeit in ways that are faltering, complex, and highly dynamic. Rest-to-rest motion corresponds to getting the energy and momentum into, and then out of, the system in just the right way to ensure that the entire system comes to rest at the target.

The actuator is the sole agent for all this. But the actuator interacts directly only with the part of the system dynamics to which it is directly connected: the interface. All the control can be done, and must be done, at this interface and through this interface. The wave approach shows how this can be done.

In a very comprehensive study of the field, Robinett [11] observed that

"to date a *general solution* to the control problem [of flexible mechanical systems] has *yet to be found*. One important reason is that computationally efficient (real-time) mathematical methods do not exist for solving the extremely complex sets of partial differential equations and incorporating the associated boundary conditions that most accurately model flexible structures." (*Emphasis added.*)

It is here contended that wave-based methods provide just such a "general solution" for a wide class of problems, with many additional attractive features also obtained.

## 7. References

- [1] Book, W. J., 1993, "Controlled Motion in an Elastic World," *ASME Journal Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **115**, June 93, pp. 252-261.
- [2] Jayasuriya, S., Choura, S., 1991, "On the Finite Settling Time and Residual Vibration Control of Flexible Structures," *Journal of Sound and Vibration*, **148**, No.1, 1991, pp. 117-136.
- [3] Meckl, P., Seering, W., "Active vibration damping in a three-axis robotic manipulator", *ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, **107**, Jan 1985, pp.38-46.
- [4] Meirovitch, L., 1989, *Dynamics and Control of Structures*, Wiley.
- [5] O'Connor, W.J., Lang D., 1998: "Position Control of Flexible Robot Arms using Mechanical Waves", *ASME Journal Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **120**, no.3, pp.334-339, Sept 1998.
- [6] O'Connor, W.J., 2002, "Gantry crane control: a novel solution explored and extended", *Proceedings American Control Conference 02*, Alaska, 8 May 2002.
- [7] O'Connor, W.J., Hu, Chunmin, 2002, "A simple, effective position control strategy for flexible systems", *2nd IFAC Conference on Mechatronic Systems*, Dec, 2002, Berkeley, California, pp 153-158.
- [8] O'Connor, W.J. 2003: "A gantry crane problem solved", *ASME Journal Dynamic Systems, Measurement, and Control*, **125**, 4, 569-576, Dec. 2003.
- [9] O'Connor, W.J., 2006, "Wave-echo control of lumped flexible systems," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 298, pp. 1001-1018, Dec 2006.
- [10] O'Connor, W.J., 2007, "Wave-Based Analysis and Control of Lump-Modeled Flexible Robots," *Robotics, IEEE Transactions on*, vol. 23, pp. 342-352, 2007.
- [11] Pao, L.Y. 1996: "Minimum-time Control Characteristics of Flexible Structures", *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **1**, pp.123-129, Jan-Feb 1996.
- [12] Robinett, R.D. III, Dohrmann, C.R., Eisler, G.R., Feddema, J.T., Parker, G.G., Wilson, D.G., Stokes, D., "Flexible robot dynamics and controls", Kluwer Academic/Plenum, New York, 2002, p.165 & passim.







# Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırma ve Kaotik Sistemlerin Gözleyici Temelli Kontrolü

Günyaz Ablay

Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektrik-Elektronik Müh. Ana Bilim Dalı, 23119 - Elazığ  
g\_ablay@yahoo.com

## Özetçe

Çoğu fiziksel ve mühendislik sisteminde görülen kaotik davranışların kontrolü son yıllarda giderek yaygınlaşmaktadır. Bu amaçla kontrol teorisindeki yöntemler kaos kontrolü için kullanılmaktadır. Bu çalışmada kaotik sistemlerin kontrolü için gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolör tasarlandı. Doğrusal olmayan Tau gözleyici kullanılarak durum değişkenleri elde edildi ve Lie cebiri ile durum geribeslemeyle doğrusallaştırma yapılarak kaotik sistemlerin kontrolü gerçekleştirildi. Lyapunov kararlılık yöntemiyle kontrolörlü ve gözleyicili kapalı çevrimli sistemin kararlılığı garanti edildi.

**Anahtar Kelimeler:** Kaos kontrol, Durum geribesleme ile doğrusallaştırma, Doğrusal olmayan gözleyici, Kaos.

## 1. Giriş

Kaotik davranışlar, doğrusal olmayan limit çevrimden daha karmaşık ve belirli bir frekans bandında daha etkili olan, *garip* olarak adlandırılan sistem davranışlarıdır [1-3]. Kaotik davranışların temel karakteristiği sisteme herhangi bir giriş uygulanmadan, sistemin kendi iç yapısından kaynaklanan bir davranış türü olup, sistemin durum değişkenlerinin başlangıç şartlarına karşı oldukça duyarlıdır. Kaotik davranışlar ilk olarak 1970'lerde elektronik sistemlerde gözlemlenmiş ve bu davranışlar *garip* davranış olarak adlandırılmışlardır [3-4]. Bu çalışmalardan sonra fiziksel, mühendislik, biyolojik, kimyasal, ekolojik vb pek çok sistemde kaotik davranışlar gözlemlenmiştir [5-6].

Kaos kontrolü ilk olarak 1990 yılında [1]'de verilen makaledeki çalışmayla başlamış ve günümüze kadar hızla ilerlemiştir. Kaotik sistemlerin davranışının analizi ve kontrolü için genellikle kontrol teorisinde geliştirilen analiz ve kontrol metodları kullanılmaktadır [4-6].

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemlerin doğrusallaştırılması için geliştirilen durum geribeslemeli doğrusallaştırma metodu kullanılarak sürekli zamanlı kaotik sistemlerin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolü yapılmıştır. Doğrusal olmayan sistemlerin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması için kullanılabilen Lie cebiri ile kaotik sistem, doğrusal olmayan bir kontrol işareti ile doğrusallaştırılmış ve hedeflenen kapalı çevrim kutupları da optimal doğrusal kontrolör ile sağlanmıştır. Uygulama olarak sürekli zamanlı kaotik bir sistem olan Genesisio-Tesi sisteminin gözleyici temelli kontrolü yapılmıştır.

Bu girişten sonra ikinci bölümde sistem tanımı ve kabuller verilmiştir. Üçüncü ve dördüncü bölümde kaotik sistemlerin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması ve kontrolör tasarımı, beşinci bölümde gözleyici tasarımı verilmiştir. Altıncı bölümde önerilen kontrolör ve gözleyici kaotik bir sisteme uygulanmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanarak verilmiştir. Yedinci bölümde ise sonuçlar tartışılmıştır.

## 2. Sistem Tanımı ve Kabuller

Doğrusal olmayan bir sistemin dinamik denklemleri  $x \in R^n$  durum vektörü,  $u \in R^r$  kontrol vektörü,  $y \in R^m$  çıkış vektörü olmak üzere;

$$\dot{x} = Ax + Bu + \eta(x) \quad (1)$$

$$y = Cx \quad (2)$$

ile tanımlanabilir. Burada,  $A \in R^{n \times n}$  sistem matrisi,  $B \in R^{n \times r}$  giriş matrisi,  $C \in R^{m \times n}$  çıkış matrisi ve  $\eta: R^n \rightarrow R^n$  doğrusal olmayan fonksiyondur.

Denklem (1) ve (2)'de verilen sistem için aşağıdaki kabullerin sağlandığı varsayılmıştır.

1.  $(A, B)$  tüm durum kontrole edilebilir ve  $(A, C)$  tüm durum gözlenebilir olmalıdır.
2. Denklem (1) ve (2) ile verilen sistem doğrusal transformasyonla Brunovsky kanonik formuna getirilebilmelidir.  $z, v \in R^n$  için,

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v = A_c z + B_c v$$

3.  $\varepsilon > 0$  sabitesi için  $\eta(\cdot)$  doğrusal olmayan fonksiyonu, tüm  $\hat{x}$  ve  $x$  için aşağıdaki global Lipschitz şartını sağlamalıdır.

$$\|\eta(\hat{x}) - \eta(x)\| \leq \varepsilon \|\hat{x} - x\|$$

## 3. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırılması

Doğrusal olmayan tek girişli ve tek çıkışlı bir sistemin dinamik denklemleri affine uzayında  $f: R^n \rightarrow R^n$ ,  $g: R^n \rightarrow R$  ve  $h: R^n \rightarrow R$  türevlenebilir vektör alanlar olmak üzere, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (3)$$

$$y = h(x) \quad (4)$$

Burada  $x \in R^n$  durum değişkenlerini,  $u \in R$  kontrol sinyalinin ve  $y \in R$  çıkışı gösterir. Denklem (3)'te verilen doğrusal olmayan sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılması için aşağıda verilen iki işlem yapılır [7-8].

1.) Denklem (5)'te tanımlanan  $x=0$  veya orijine göre bölgesel doğrusal olmayan koordinat transformasyonu yapılır.  $z = T(x)$ ,  $T(0) = 0$  (5)

Burada  $T: U_0 \rightarrow R^n$  orijinin yakın civarında  $U_0$ 'da bölgesel diffeomorfizmdir.

2.)  $\alpha(0)=0, \beta(0) \neq 0, \alpha: U_0 \rightarrow R, \beta: U_0 \rightarrow R$  türevleri alınabilen iki fonksiyon olmak üzere, denklem (6)'da tanımlanan doğrusal olmayan durum geribeslemeli kontrol tasarlanır.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (6)$$

Burada  $v \in R^n$  durum geribeslemeli doğrusal kontrolörünün kontrol kazançları uygun seçilerek denklem (7)'deki doğrusal sistemin kararlılığını ve kapalı çevrimli sistemin hedeflenen performansı göstermesini sağlamalıdır.

Böylece, doğrusal olmayan durum geribeslemeli transformasyonla denklem (3)'teki sistem aşağıdaki doğrusal biçime gelir.

$$\dot{z} = \frac{dT}{dx}(f + \alpha g) \circ T^{-1}(z) + \left( \frac{dT}{dx} \beta g \circ T^{-1}(z) \right) v \quad (7)$$

Denklem (7)'de verilen doğrusal sistem aşağıda verilen Brunovsky kanonik formundadır [6-7].

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v = A_c z + B_c v, \quad z \in R^n \quad (8)$$

Denklem (3)'te verilen tek girişli tek çıkışlı kaotik sistemin  $x_0$  noktasında durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilmesi için  $x_0$  noktasında;

- i)  $\text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = R^n$  kontroledilebilirlik şartı sağlanmalı,
- ii)  $\text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\} = R^{n-1}$  ve buradaki vektörler involüt olmalıdır.

Bu şartlar sağlandıktan sonra  $z \in R^n$  durum değişkenleri seçilmelidir. Seçilen ilk durum değişkeni  $z_1$  aşağıdaki şartları sağlamalıdır.

- 1)  $z_1(0) = 0$ ,
- 2)  $\nabla_{z_1} ad_f^i g = 0, \quad i = 0, 1, \dots, n-2$
- 3)  $\nabla_{z_1} ad_f^{n-1} g \neq 0$ .

Böylece, durum transformasyonu,

$$z(x) = [z_1 \quad L_f z_1 \quad \dots \quad L_f^{n-1} z_1]^T \quad (9)$$

olarak yazılabilir. Denklem (9)'daki  $z_1$  kullanılarak, giriş transformasyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v = -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} + \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} v \quad (10)$$

#### 4. Doğrusallaştırılmış Sistem için Optimal Doğrusal Kontrolör Tasarımı

Denklem (3) ve (4)'te verilen kaotik sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılmış formu denklem (11) ve (12)'deki gibi yazılabilir.

$$\dot{z} = A_c z + B_c v \quad (11)$$

$$y = Cz \quad (12)$$

Denklem (11) ve (12)'de tanımlanan sistem için kontrolör, optimal doğrusal kuadratik regülatör (LQR) metodu kullanılarak tasarlanabilir. Tasarlanacak optimal kontrolör  $v = -Kz$  'nin kazançlarının hesaplanması için önerilen kuadratik performans indeksi,  $Q_R$  pozitif simetrik durum ağırlık ve  $R$  pozitif simetrik kontrol ağırlık matrisi olmak üzere;

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty [z^T Q_R z + v^T R v] dt \quad (13)$$

dir. Denklem (13) ile verilen performans indeksini minimize edecek optimal kazanç matrisi  $K$ , indirgenmiş Riccati matris denklemi

$$A_c^T P_R + P_R A_c - P_R B_c R^{-1} B_c^T P_R + Q_R = 0 \quad (14)$$

çözülerek elde edilir [9]. Doğrusal zamanla değişmeyen sistemin optimal kontrolü için, denklem (14) ile verilen indirgenmiş Riccati matris denklemi, seçilen  $Q_R$  ve  $R$  için çözüldüğünde elde edilen pozitif tanımlı ve simetrik  $P_R$  matrisi için kontrolörün doğrusal kısmı,

$$v = -R^{-1} B_c^T P_R z = -Kz \quad (15)$$

olur.

Kapalı çevrimli sistemin kararlılığı Lyapunov kararlılık yöntemine göre incelenebilir. Doğrusal  $z$  koordinatlarında kapalı çevrimli sistemin Lyapunov fonksiyonu,  $\bar{A}_c = A_c - B_c K$  kararlı bir matris olmak üzere  $\forall z \in R^n$  için;

$$V = z^T P_L z > 0, \quad z \neq 0 \quad (16)$$

pozitif tanımlı olarak seçilirse, Lyapunov denklemi,

$$\bar{A}_c^T P_L + P_L \bar{A}_c = -Q_L \quad (17)$$

olmak üzere, Lyapunov fonksiyonunun türevidi;

$$\dot{V} = -z^T Q_L z < 0, \quad z \neq 0 \quad (18)$$

negatif tanımlı olur.

#### 5. Tüm Durum Gözleyici Tasarımı

Denklem (1) ve (2)'de verilen kaotik sistemin denklemlerini yeniden yazalım.

$$\dot{x} = Ax + Bu + \eta(x) \quad (19)$$

$$y = Cx \quad (20)$$

Denklem (19) ve (20) ile verilen sistemin tüm durum gözlenebilir olması için,

$$N = [C^T \quad A^T C^T \quad \dots \quad (A^T)^{n-1} C^T] \quad (21)$$

tüm durum gözlenebilirlik matrisinin rankı,  $\text{rank}(N) = n$  olmalıdır. Böylece, denklem (19) ve (20) için tasarlanacak tüm durum gözleyicinin matematiksel modeli [10],

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \eta(\hat{x}) + L(y - C\hat{x}) \quad (22)$$

olarak yazılabilir. Burada,  $\hat{x} \in R^n$  gözleyici durum değişkeni,

$L \in R^{n \times m}$  gözleyici kazanç matrisi ve  $C\hat{x} \in R^m$  gözleyici

çıkışıdır. Gözleyicinin seçilmesiyle hata denklemi  $e = \hat{x} - x$  olarak tanımlanabilir. Böylece hata dinamiği,

$$\dot{e} = (A - LC)e + \eta(\hat{x}) - \eta(x) \quad (23)$$

olarak elde edilir.

Denklem (23)'te verilen hata dinamiğinin kararlılığını Lyapunov kararlılık yöntemine göre inceleyelim. Lyapunov fonksiyonu,  $\bar{A} = A - LC$  kararlı bir matris olmak üzere

$\forall e \in R^n$  için;

$$V(e) = e^T P_L e \quad (24)$$

olarak seçilirse, Lyapunov denklemi,

$$\bar{A}^T P_L + P_L \bar{A} = -2Q_L \quad (25)$$

olmak üzere, Lyapunov fonksiyonunun türevidi;

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \nabla_e^T V(e) [\bar{A}e + \eta(\hat{x}) - \eta(x)] \\ &= -2e^T Q_L e + 2e^T P [\eta(\hat{x}) - \eta(x)] \end{aligned} \quad (26)$$

olur. Denklem (26), Lipschitz şartı  $\|\eta(\hat{x}) - \eta(x)\| \leq \varepsilon \|e\|$  kullanılırsa, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{V}(e) &\leq -2e^T Q_L e + 2\varepsilon \|e\| \|P\| \|e\| \\ &\leq -2e^T Q_L e + 2\varepsilon \|P\| \|e\|^2 \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q_L) \|e\|^2 + 2\varepsilon \|P\| \|e\|^2 \\ &\leq -2[\lambda_{\min}(Q_L) - \varepsilon \|P\|] \|e\|^2\end{aligned}\quad (27)$$

olur. Eğer  $\lambda_{\min}(Q_L) > \varepsilon \|P\|$  ise  $\dot{V}(e) < 0$  şartı sağlanır. Böylece gözleyici hatası,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$$

asimptotik kararlı olur.

## 6. Uygulama

Genesio-Tesi sistemi kontrol işareti ile birlikte aşağıdaki formda yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3\end{aligned}\quad (28)$$

$$\dot{x}_3 = -cx_1 - bx_2 - ax_3 + dx_1^2 + u$$

Sistem çıkışı ise denklem (29)'da verilmiştir.

$$y = x_1\quad (29)$$

Denklem (28)'deki sistemi denklem (3)'teki formda yazılırsa  $f$  ve  $g$  aşağıdaki gibi olur.

$$f = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ -cx_1 - bx_2 - ax_3 + dx_1^2 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Sistemin durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilmesi için daha önce de belirtildiği gibi kontroledilebilirlik ve involütlük şartlarını sağlamalıdır.

$$i) \text{span}\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-1} g\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -a \\ 1 & a & a^2 - b \end{bmatrix} = R^3$$

olduğundan sistem kontroledilebilirdir.

$$ii) \text{span}\{g, ad_f g\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} = R^2 \text{ ve } g, ad_f g \text{ vektörleri}$$

involüttür.

Yukarıdaki her iki şart sağlandığı için doğrusal olmayan sistem durum geribesleme ile doğrusallaştırılabilir. Durum transformasyonu için  $z$  koordinatında ilk durum değişkenini,  $z_1 = x_1$  olarak seçilirse,

$$\begin{aligned}z(x) &= [z_1 \quad L_f z_1 \quad \dots \quad L_f^{n-1} z_1]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T\end{aligned}$$

olarak bulunur. Böylece giriş transformasyonu,

$$\begin{aligned}u &= -\frac{L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} + \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} v \\ &= cx_1 + bx_2 + ax_3 - dx_1^2 + v\end{aligned}$$

olur. Durum transformasyonu ve giriş transformasyonu kullanılarak doğrusallaştırılmış sistem  $z$  koordinatlarında aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

Böylece, doğrusallaştırılmış sistemin Brunovsky kanonik formuna geldiği görüldü. Sistem çıkışı ise aşağıdaki gibi olur.

$$y = [1 \quad 0 \quad 0]z$$

Denklem (28)'de  $a = 0.25, b = 1.4$  ve  $c = d = 1$  alınmıştır. Denklem (15)'te verilen doğrusal kontrolör

kazançlarını elde etmek için hata ve kontrol ağırlık matrisleri  $Q_R = \text{diag}[1, 1, 1]$  ve  $R = 1$  seçilirse denklem (10)'da verilen Riccati denkleminin çözümünden  $P_R$  matrisinin üçüncü satırı;

$$P_{R3} = [0.4142 \quad 1.4425 \quad 1.7368]$$

olur. Böylece optimal doğrusal kontrol kazançları;

$$K = [0.4142 \quad 1.4425 \quad 1.7368]$$

olarak bulunur. Bu durumda nominal sistemin karakteristik polinomal denkleminin kökleri  $\lambda_{1,2} = -0.6255 \pm j1.2372$  ve  $\lambda_3 = -0.7358$  'dir.

Denklem (15)'te verilen optimal doğrusal kontrolör aşağıdaki gibi olur.

$$v = -Kz = -0.4142z_1 - 1.4425z_2 - 1.7368z_3$$

Hedeflenen gözleyici kutupları  $q = [-3 \quad -3 \quad -3]$  için gözleyici kazanç matrisi  $L$  aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$L = [8.7500 \quad 23.4125 \quad 7.8969]^T$$

Sonuçta, gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrol,

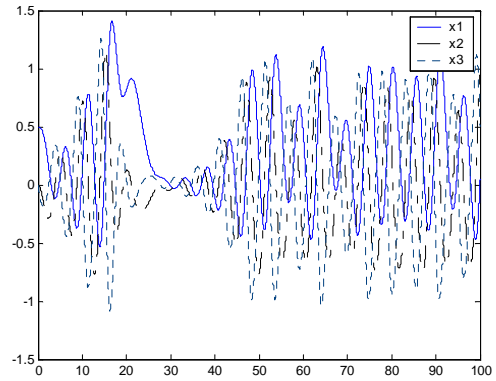
$$\begin{aligned}u &= \alpha(\hat{x}) + \beta(\hat{x})v \\ &= 0.5858\hat{x}_1 - 0.0425\hat{x}_2 - 1.4868\hat{x}_3 - \hat{x}_1^2\end{aligned}$$

olarak elde edilir.

### 6.1. Simülasyon sonuçları

Uygulamada verilen kaotik sistemin durum geribeslemeli ve gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolü için yukarıda verilen ve elde edilen değerler kullanılarak yapılan Matlab/SIMULINK 6.5 simülasyonunun sonuçları Şekil 1 - Şekil 6 arasında gösterilmiştir. Simülasyon sonuçları iki grup halinde verilmiştir. Önce, kontrolsüz kaotik sistemin simülasyon sonuçları ve daha sonra, kaotik sistemin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrolünün simülasyon sonuçları verilmiştir.

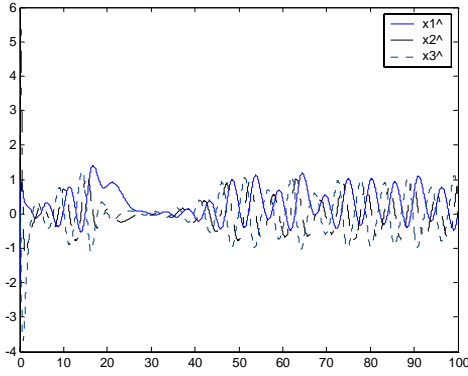
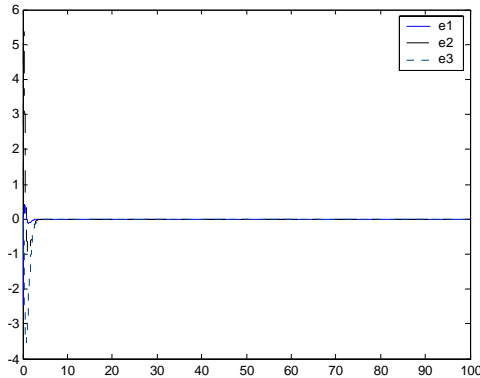
Şekil 1'de sistemin kontrol sinyali  $u(t) = 0$  ve durum değişkenlerinin başlangıç şartları  $x(0) = [0.5, 0, 0]^T$  için  $x$  durum değişkenlerinin zamanla değişimleri verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi sistemin girişi sıfır alındığında, sistem yörüngesi kaotik bir davranış göstermektedir.



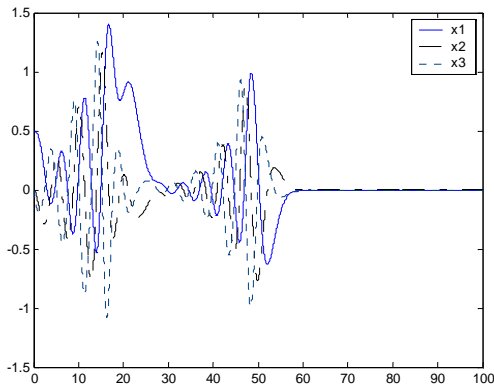
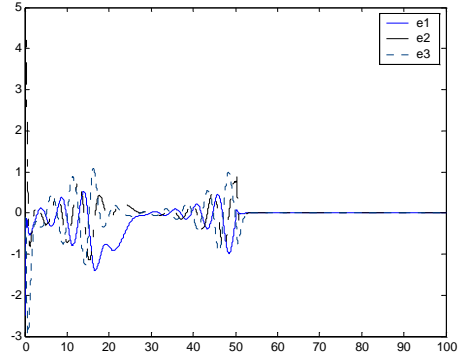
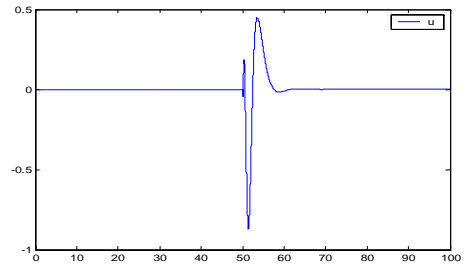
Şekil 1:  $u(t)=0$  için  $x$  - durum değişkenleri.

Şekil 2'de  $\hat{x}(0) = [-2, 1, -1]^T$  gözleyici başlangıç şartları kullanılarak  $\hat{x}$  gözleyici durum değişkenlerinin zamanla değişimi verilmiştir. Şekil 3'te gözleyici hatasının başlangıç şartları  $e(0) = \hat{x}(0) - x(0) = [-2.5, 1, -1]^T$  kullanılarak  $e = \hat{x} - x$  hata vektörlerinin zamanla değişimi çizdirilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi gözleyici durum değişkenleri sistemin durum değişkenlerini kısa sürede yakalamaktadır.



Şekil 2:  $u(t)=0$  için  $\hat{x}$  - durum değişkenleri.Şekil 3:  $u(t)=0$  için  $e$  - hata sinyalleri.

Şekil 4'te gözleyici ve kontrolör  $t=50'nci s'$ 'de sisteme uygulanmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi gözleyici temelli kontrolörün sisteme uygulanmasından  $t \cong 9 s$  sonra  $x$  durum değişkenleri sürekli duruma asimptotik olarak erişmektedir. Şekil 5'te  $e$  hata değişkenlerinin zamanla değişimleri verilmiştir. Görüldüğü gibi gözleyici durum değişkenleri verilen başlangıç şartlarından gelerek sistemin durum değişkenlerini  $t \cong 1.7 s$ 'de yakalamaktadır. Şekil 6'da gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrollü doğrusal olmayan sistemin kontrol sinyali görülmektedir. Gözleyici temelli kontrol sinyali  $t=50'nci s'$ 'de sisteme uygulanmıştır.

Şekil 4: Kontrollü sistemin  $x$  - durum değişkenleri.Şekil 5: Kontrollü sistemin  $e$  - hata sinyalleri.Şekil 6: Kontrollü sistemin  $u(t)$  - kontrol sinyali.

## 7. Sonuçlar

Bu çalışmada, doğrusal olmayan sistemler için geliştirilen durum geribesleme ile doğrusallaştırma ve doğrusal sistemler için geliştirilen optimal LQR yöntemi kaotik sistemlerin kontrollü için tasarlandı. Kaotik sistemin ölçülemeyen durum değişkenleri doğrusal olmayan bir gözleyici tasarlanarak elde edildi ve durum geribeslemeye kullanıldı.

Tasarlanan durum geribeslemeli kontrolör ve doğrusal olmayan gözleyici kullanılarak kaotik sistemlerin gözleyici temelli durum geribeslemeli kontrollü yapıldı ve kaotik sistemin asimptotik kararlılığı garanti altında alındı. Bu çalışmada önerilen gözleyici temelli kontrol yöntemi kaotik sistemlerin senkronizasyonunda da kullanılabilir.

## 8. Kaynakça

- [1] E. Ott, C. Grebogi ve J. A. Yorke, "Controlling Chaos," *Phys. Rev. Letter*, 64, pp 1198-1199, 1990.
- [2] R. Genesio ve A. Tesi, "Chaos Prediction in Nonlinear Feedback Systems," *IEEE Proc.-D*, 138, 313-320, 1991.
- [3] Ü. Çokrak ve A. Uçar, "Sürekli Zamanlı Kaotik Sistemlerin Durum Geribesleme ile Doğrusallaştırılması ve Denetimi," 3. Otom. Semp., Denizli, s.190-195, 2005.
- [4] R. Marino ve P. Tomei, *Nonlinear Control Design: Geometric, Adaptive and Robust*, Prentice-Hall, 1995.
- [5] B.R. Andrievskii ve A.L. Fradkov, "Control of Chaos: Methods and Applications. I. Methods," *Autom. and Remote Control*, Vol. 64, No.5, pp.673-713, 2003.
- [6] A.L. Fradkov ve R.J. Evans, "Control of Chaos: Methods and Applications in Engineering" *Annual Review in Control*, 29, 33-56, 2005.
- [7] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, New Jersey, Third Edition, 2002.
- [8] J.J.E. Slotine ve W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- [9] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey, Fourth Edition, 2002.
- [10] F. E. Thau, "Observing The States of Nonlinear Dynamic Systems," *Inter. J. Control*, 17, 471-479, 1973.

# LME Yaklaşımıyla Dayanıklı PID Benzeri Durum Geri Besleme Denetleyicisi: Çift Eksenli Ters Sarkaç Uygulaması

Akın Delibaşı, İbrahim B. Küçükdemiral, Galip Cansever

Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, 34349 Beşiktaş, İstanbul, Türkiye  
(adelibas,beklan,cansever)@yildiz.edu.tr

## Özetçe

Bu yayında Oransal-İntegral-Türev (PID) tipi denetleyiciler için  $\mathcal{H}_2$  ve  $\mathcal{H}_\infty$  amaç ölçütlerini, kutup pozisyonlarının ayarlanmasını, maksimum denetleyici çıkış sinyali sınırlamasını sağlayacak tipte bir tasarım tekniğine değinilecektir. Bu yaklaşımda konveks iyileştirme yaklaşımını uygulayabilmek için PID tipi denetleyici durum geri besleme denetleyicisi yapısına dönüştürülmüştür. Önerilen yaklaşımın uygulanabilirliğini ve geçerliliğini gösterebilmek üzere gerçek zamanlı çift eksenli ters sarkaç uygulamasının sonuçlarına yer verilmiştir.

## 1. Giriş

Son zamanlarda konveks denetleyici probleminin çözümünde, Lineer Matris Eşitsizlikleri (LME) tabanlı teknikler kullanıcılara işlerini oldukça kolaylaştırmaktadır. Zira bazı performans ve dayanıklılık problemlerinin cebirsel olarak çözümü mümkün olmayabilmektedir. LME tabanlı tekniklerin temel fikri verilen problemi yarı tanımlı programlama haline getirerek günümüzde geliştirilen iç nokta algoritmalarıyla çözmektir. LME teknikleri birçok amaç ölçütünü sağlayacak tipte [1, 2], doğrusal olmayan sistemlerin denetleyicilerini gerçekleştirecek yapıda [3], doğrusal olarak parametreleri değişen sistemler için [4, 5] doğrusal zamanla değişen sistemler için, bazı bulanık sistemler için [6] ve kazanç planlamalı [7] denetleyicilerin tasarlanması için kolaylıkla kullanılabilir. Okuyucular LME konusunda daha ayrıntılı bilgiye [3] nolu referanstan ulaşabilirler.

LME ile türetilen bu denli çok akademik çalışma olmasına karşın PID tipindeki denetleyiciler kolay yapıları ve Ziegler-Nichols [8] gibi endüstri tarafından kabul görmüş ayarlama teknikleri sayesinde denetleme uygulamalarında hala popülerliğini korumakta ve geniş bir kullanım alanı bulmaktadır. Ancak doğrusal olmayan sistemlerde, derecesi ikiden büyük olan sistemlerde, minimum fazlı olmayan sistemlerde PID denetleyici yapısının uygun olmadığı iyi bilinmektedir. Öte yandan, uygulamada denetleme problemleri daha çok, zamanla değişen belirsizlikler içeren sistemlerde, sistemin performans çıkışlarının iyileştirilmesinde yüksek başarımlı gerektiren durumlarda, kontrol gücünün azaltılmasında, hızlı ve iyi sönümlü zaman cevaplarında, sistem belirsizlikleri altında dahi bozucu etkilerinin bastırılmasını sağlayacak yapıda denetleyici tasarımlarıyla ilgilidir. Ancak temel PID yapısı, yukarıda

adıgeçen problemlerin aynı anda üstesinden gelebilecek kapasitede değildir.

Bu yayının amacı yukarıda bahsi geçen denetleme problemlerinin çözümü için, LME'lerin konveks iyileştirme probleminin çözümündeki etkili yönünü, temel PID denetleyici yapısı ile birleştirmektir. Bu yaklaşımdaki temel fikir PID denetleyici tasarımını durum geri besleme denetleyicisi yapısına dönüştürmektir. Benzer bir teknik [9] nolu yayında uygulanmış ancak sadece ikinci dereceden sistemleri kapsar bir çözüme ulaşabilmiştir. [9] nolu yayın ile bizim çözümümüzü karşılaştırdığımızda, önerdiğimiz tekniğin tasarımında hiç bir şekilde sistem derecesi kısıtlaması olmadığını görmekteyiz. Bundan başka önerilen tekniğin gerçekliği fiziksel bir deney (Çift Eksenli Ters Sarkaç / ÇTS) ile gösterilmektedir. Bilindiği gibi ÇTS, ters sarkacın artırılmış formudur ve yüksek dereceden doğrusal olmayan yapısı nedeni ile birçok denetleyici algoritmasını denemek için ideal bir sistemdir. Tek eksenli ters sarkaca göre denetlemesi oldukça güç olan bu yapıda her iki eksenle yukarıdaki denge noktasına sadece arabanın yatay eksenindeki hareketiyle getirilmektedir. Bunun yanında kullanacağımız sistemin denetleyici girişleri, sistemin serbestlik derecesinden daha azdır [10].

Bu bildiriye kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2, problem tanımı ve çözüm metoduna yer vermektedir. Bölüm 3de ÇTS'nin dinamik yapısı incelenmektedir. Uygulama sonuçlarına Bölüm 4de yer verilmiştir. Son olarak Bölüm 5de yayının sonuçlandırılmıştır.

Yayında birim matris ve sıfır matris için sırasıyla  $I$  ve  $0$  kullanılmıştır.  $X > 0$  ( $\geq, < 0$ ) gösterimleri  $X$ 'in pozitif tanımlı olduğunu (pozitif yarı tanımlı, negatif tanımlı) göstermektedir.  $X > Y$  tanımı  $X - Y$  ifadesinin pozitif tanımlı olacağını gösterir. Matrislerin iz'i için  $\text{iz}(\cdot)$ , konveks politop için  $\text{Cov}(\cdot)$  kullanılmıştır.  $\|\cdot\|$  Euclidean vektör normunu veya indirgenmiş 2-normunu göstermekte son olarak  $\star$  notasyonu simetrik matris içindeki simetrik bloğu göstermektedir.

## 2. Problem Tanımı, (Dayanıklı PID Tipinde Durum Geri Besleme Denetleyicisi)

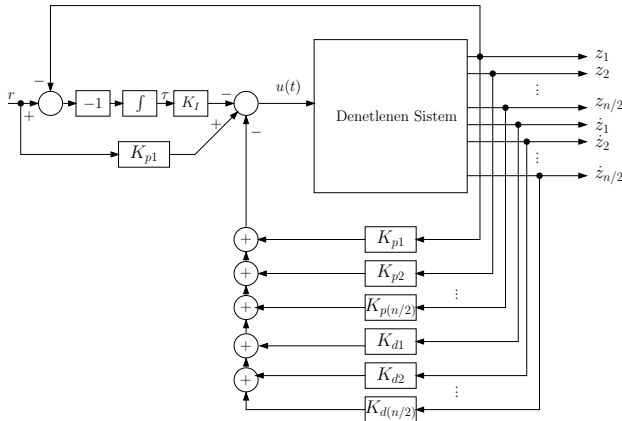
Belirsizlikler içeren  $n$ . dereceden tek girişli, çok çıkışlı bir yapıyı ele alırsak.

$$\begin{aligned}\dot{z} &= A(t)z + B(t)u \\ y &= Cz\end{aligned}\tag{1}$$

Burda durum vektörü olan  $z$ 'in tamamı ölçülebilir olduğunu kabul ediyoruz.  $y$ 'nin çıkış olduğu bu yapıda  $[A(t), B(t)] \in \Omega = \text{Cov}\{[A_1, B_1], [A_2, B_2], \dots, [A_p, B_p]\}$  şeklindedir, ifade de  $p$  köşe noktası sayısını göstermekte ve  $\Omega$ 'da bir politopdur. Burada ayrıca durum vektörünün  $z = [z_1 \ z_2 \ z_3 \ \dots \ z_{n/2} \ \dot{z}_1 \ \dot{z}_2 \ \dot{z}_{n/2}]^T$  şeklinde olduğunu kabul edelim. Bilindiği üzere bu tipteki sistemlere sıklıkla rastlanmaktadır. Bu tipteki bir sistem için denetleyici kuralı  $u = Kz$  şeklinde seçildiğinde,  $K$  parametresi oransal ve türevsel denetleyici kazançlarını içermektedir. Ancak sistemi PID tipinde bir yapıya çekebilmek için dışarıdan durum değişkeni eklememiz gerekmektedir. Bu fazladan durum değişkeni genelde kararlı hal hatası sıfırlanmak istenen durumun integrali olarak seçilir. (Örneğin  $z_1$  durumunun kararlı hal hatasını sıfırlamak istediğimizi ele alalım. Bu durumda artırılmış durum olarak  $\tau := -\int (r - z_1)$  tanımlanırsa, bu durumda eşitlikteki  $r$  değeri  $z_1$  için arzu edilen yörüngeyi simgeler.) PID benzeri durum geri besleme denetleyici problemimiz Şekil 1'deki halini alır. Denetleyici yapısındaki her kazanç parametresi, durum geri besleme kazançlarıyla benzerdir. Düzenlemeler neticesinde ilgili yapı ve denetleyici aşağıdaki gibi değerlendirilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A(t)z + B(t)u \\ \dot{\tau} &= z_1 - r \\ y &= Cz \\ u &= \underbrace{[K_{p1} \ K_{p2} \ \dots \ K_{p(n/2)} \ K_{d1} \ K_{d2} \ \dots \ K_{d(n/2)} \ | \ K_I]}_{\tilde{K}} \underbrace{\begin{bmatrix} z \\ \tau \end{bmatrix}}_{\tilde{z}} \end{aligned} \quad (2)$$

dikkat edilecek olursa, eşitlikteki  $\tilde{z}$  ifadesi artırılmış durum



Şekil 1: PID tipi durum geri besleme denetleyicisinin genel yapısı.

vektörünü göstermektedir.

### 2.1. PID tipli yapının LME tabanlı LQR Tasarımı

Önceki bölümde genel Lineer Zamanla Değişen (LZD) politop sistemler için geri besleme formülasyonu ele alınmıştır. Bu bölümde ise PID benzeri yapıya ait sentezin LME çalışma sahasında ele alınacaktır. LZD sistemi şu şekilde gösterip

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= \tilde{A}(t)\tilde{z} + \tilde{B}(t)u \\ y &= C\tilde{z}, \quad \tilde{z}(0) = \tilde{z}_0 \end{aligned} \quad (3)$$

durum geri besleme denetleyicisinin denetleme sinyalini  $u = \tilde{K}\tilde{z}$  olarak kabul edip ele alalım. Amacımız  $J(u) = \sup \int_0^\infty (\tilde{z}^T Q \tilde{z} + u^T R u)$  maliyet fonksiyonunu  $Q > 0$  ve  $R \geq 0$  koşulları altında en az kılan denetleyici kazancını elde etmektir. Çok iyi bilinen bu problem özdeğer problemi cinsinden,

$$\begin{aligned} &\min_{X,Y} \tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0, \\ &\begin{bmatrix} \tilde{A}_i X + X \tilde{A}_i^T + \tilde{B}_i Y + Y^T \tilde{B}_i^T & X Q^{1/2} & Y R^{1/2} \\ \star & -I & 0 \\ \star & \star & -I \end{bmatrix} \leq 0, \\ &X > 0 \text{ ve } Y \forall i = 1, \dots, p. \end{aligned} \quad (4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada,  $J$  performans fonksiyonun üst sınırı  $\tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0$  şeklindedir ve bu fonksiyonu en aza indiren kontrol kazancıda  $K = Y X^{-1}$  dir.  $\tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0$  minimizasyon işlemi aşağıdaki gibi LME ile gösterilebilir.

$$\tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0 \leq \gamma \quad (5)$$

Bu eşitsizlik aynı zamanda (6) nolu eşitsizliğe denktir.

$$\begin{bmatrix} \gamma I & \tilde{z}_0^T \\ \star & X \end{bmatrix} \geq 0. \quad (6)$$

5 nolu eşitsizlikteki  $\gamma$  değeri azaltılacak fonksiyonun üst sınırını göstermektedir.

### 2.2. Denetleyici Sinyalini Sınırlama

$\tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0 \leq 1$  ifadesinin sağlandığını kabul edelim. Eğer kapalı çevrim sistemin kararlı olduğunu kabul edersek bu elipsit değişmez uzay olarak yorumlanabilir. Bu yayında ildili değişmez uzay  $\epsilon$  ile ifade edilmektedir [3]. Bu nedenle

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} \|u(t)\|^2 &= \max_{t \geq 0} \|Y X^{-1} \tilde{z}(t)\|^2 \leq \max_{\tilde{z} \in \epsilon} \|Y X^{-1} \tilde{z}\|^2 \\ &= \max_{\tilde{z} \in \epsilon} (Y X^{-1/2} X^{-1/2} \tilde{z})^T (Y X^{-1/2} X^{-1/2} \tilde{z}) \\ &= \max_{\tilde{z} \in \epsilon} (X^{-1/2} \tilde{z})^T (Y X^{-1/2})^T (Y X^{-1/2}) (X^{-1/2} \tilde{z}) \\ &\leq \lambda_{\max}((Y X^{-1/2})^T (Y X^{-1/2})) (X^{-1/2} \tilde{z})^T (X^{-1/2} \tilde{z}) \\ &= \lambda_{\max}((Y X^{-1/2})^T (Y X^{-1/2})) \tilde{z}_0^T X^{-1} \tilde{z}_0 \\ &\leq \lambda_{\max}((Y X^{-1/2})^T (Y X^{-1/2})) \leq u_{\max}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

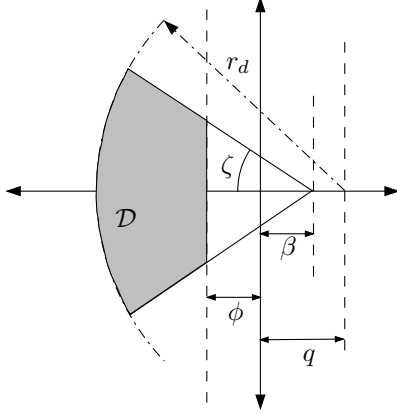
geçerlidir. Yukarıdaki ifadede  $u_{\max}$  mümkün olan enbüyük denetleme sinyalini göstermektedir. Bu son eşitsizlik aşağıdaki LME ile eşdeğerdir [9].

$$\begin{bmatrix} X & Y^T \\ \star & u_{\max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (8)$$

### 2.3. LME Bölgelerinde Kutup Yerleştirme

Denetleyici sistemlerinin temel gereksinimleri dayanıklı kararlılık değildir. İyi bir denetleyici, sistem parametrelerinin değişim etkisi altında dahi hızlı cevap vermesini sağlayacak kadar yeterli olmalıdır. Bunu garantileyebilmenin yolu ise sistemin kapalı çevrim kutuplarının önceden belirlenen, istenilen sistem cevabını sağlayacak bölgeye hapsedmektir.

Bu bölümde, amaçlanan denetleyici için genel kutup kümeleme teknikleri incelenecektir. Burda göz önünde bulundurulacak bölgeler, LME bölgeleridir. Bu bölgeler bir çok farklı


 Şekil 2:  $\mathcal{D}$  bölgesi.

formda ( diskler, yarı düzlemler, ananas halkaları, yatay şeritler, dikey şeritler ve tüm bunların kesişimi )olabilir. LME kutup bölgeleri oluşturmada en temel yöntem oluşturulan bölgelerin kesişimini ve gerçek eksene göre simetrisini birleştirmektir. Bu türden LME bölgelerinin kesişiminden  $\mathcal{D}$  alt bölgesi elde edilir.

$$\mathcal{D} = \left\{ z \in \mathbb{C} : L + zM + \bar{z}M^T < 0 \right\}, \quad (9)$$

Burdaki  $L$  ve  $M$  matrisleri  $L = L^T$  şeklinde gerçek matrislerdir.  $f_{\mathcal{D}}(z) := L + zM + \bar{z}M^T$  fonksiyonu  $\mathcal{D}$  bölgesine ait karakteristik fonksiyondur. Buna ilaveten kapalı çevrim LZD sistemin dağılmış tüm kutupları belirtilen  $\mathcal{D}$  bölgesi içinde kalıyorsa, bu sistem karesel  $\mathcal{D}$  kararlıdır. Bir başka ifade ile karesel  $\mathcal{D}$  kararlılık aşağıdaki eşitsizliği sağlayacak bir simetrik  $X > 0$  matrisi bulunması ile eşdeğerdir.

$$L \otimes X + M \otimes (\tilde{A}_i X + \tilde{B}_i Y) + M^T \otimes (\tilde{A}_i X + \tilde{B}_i Y)^T < 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (10)$$

Burada  $\otimes$  operatorüne Kronecker çarpımı denmektedir. Bir çok konveks bölge kolaylıkla  $f_{\mathcal{D}}(z)$  fonksiyonuyla gösterilebilir. Örneğin şekil 2deki  $\mathcal{D}(r_d, \zeta, \beta, \phi, q)$  bölgesi içerisinde azalma oranını sınırlayacak, üst aşımı ve doğal frekansı sınırlayacak kısıtlamalar içermektedir [11]. Bu problem aşağıda gösterilen üç adet LME'in oluşturduğu ortak eşitsizlik ile çözülebilir.

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\phi, \quad M_1 = 1, \\ L_2 &= \begin{bmatrix} -r_d & q \\ q & -r_d \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ L_3 &= \begin{bmatrix} -2\beta \cos \zeta & 0 \\ 0 & -2\beta \cos \zeta \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} \sin \zeta & \cos \zeta \\ -\cos \zeta & \sin \zeta \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$L_j \otimes X + M_j \otimes (\tilde{A}_i X + \tilde{B}_i Y) + M_j^T \otimes (\tilde{A}_i X + \tilde{B}_i Y)^T < 0, \quad i = 1, \dots, p, \quad j = 1, 2, 3.$$

#### 2.4. PID Tipinde Durum Geri Besleme Sisteminin $\mathcal{H}_\infty$ Denetleyici Tasarımı

Sistemimizin aşağıdaki gibi ele alalım

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= \tilde{A}(t)\tilde{z} + \tilde{B}(t)u + \tilde{B}_w w \\ y &= C\tilde{z} + D_{yw}w, \quad \tilde{z}(0) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Burada  $w$  bozucu vektörünü,  $\tilde{B}_w$  bozucu ile ilişkili giriş matrisini,  $D_{yw}$  durum vektörleri  $\tilde{z}$  ile uyumlu bozucu çıkış matrisini göstermektedir. (11) de gösterilen sistemin  $u = \tilde{K}\tilde{z}$  denetleme işaretiyle karesel olarak kararlı ve  $\|H_{yw}\| < \mu_\infty$  ifadesini sağladığını söyleyebilmemiz için aşağıdaki LME'i sağlayacak simetrik  $X$  ve  $N$  matrisleri olması gerekir.

$$X > 0, \quad \begin{bmatrix} \tilde{A}_i X + X \tilde{A}_i^T + \tilde{B}_i N + N^T \tilde{B}_i^T & \tilde{B}_w & X C^T \\ \star & -\mu_\infty I & D_{yw}^T \\ \star & \star & -\mu_\infty I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (12)$$

Yukarıdaki eşitsizlikteki  $H_{kj}$  ifadesi  $j$  girişinden  $k$  çıkışına olan transfer fonksiyonunu göstermektedir. Eşitsizlik gerekli koşullar altında sağlandığında, amaç ölçütlerini gerçekleyecek denetleyici kazançları  $\tilde{K} = N X^T$  ifadesi ile hesaplanabilir [3].

#### 2.5. PID Tipinde Durum Geri Besleme Sisteminin $\mathcal{H}_2$ Denetleyici Tasarımı

Sistemimizin denklem (11)de olduğu gibi modellendiğini göz önünde bulunduralım. Ancak bu kez bozucu çıkış matrisini  $D_{yw} = 0$  olarak kabul edelim ve denetleyicimizin  $u = \tilde{K}\tilde{z}$  yapısında olduğunu varsayalım. Sistemin karesel olarak kararlı ve  $\|H_{yw}\|^2 < \mu_2$  ifadesini sağladığını söyleyebilmemiz için aşağıdaki LME'i sağlayacak simetrik  $W$  ve  $X$  matrisleri olması gerekir.

$$\tilde{A}X_i + X \tilde{A}_i^T + \tilde{B}_i W + W^T \tilde{B}_i^T + \tilde{B}_w \tilde{B}_w^T < 0,$$

$$\begin{bmatrix} V & CX \\ \star & X \end{bmatrix} > 0, \quad \text{iz}[V] < \mu_2, \quad i = 1, \dots, p. \quad (13)$$

Eşitsizlikler sağlandığı sürece sistemi karesel kararlı kılan denetleyici kazançları  $\tilde{K} = W X^{-1}$  ifadesiyle hesaplanabilir [3].

#### 2.6. PID Tipinde Durum Geri Besleme Sisteminin $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ Karışık Denetleyici Tasarımı

Sistemimizi aşağıdaki gibi ele alalım

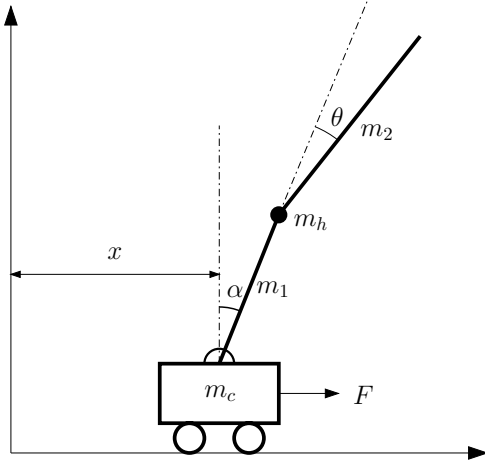
$$\begin{aligned} \dot{\tilde{z}} &= \tilde{A}(t)\tilde{z} + \tilde{B}(t)u + \tilde{B}_w w \\ y_1 &= C_1 \tilde{z} + D_{y1} w \end{aligned} \quad (14)$$

$$y_2 = C_2 \tilde{z}, \quad \tilde{z}(0) = 0 \quad (15)$$

Burada  $y_1$  ifadesi  $\mathcal{H}_\infty$  amaç ölçütü için performans çıkışını,  $y_2$  ifadesi  $\mathcal{H}_2$  amaç ölçütü için performans çıkışını göstermektedir. Aşağıdaki LME yi  $X$ ,  $N$  ve  $V$  matrisleri simetrik olacak şekilde gerçekleyen  $N$  ve  $X$  çiftinin  $K = N X^{-1}$  şeklinde oluşturduğu durum geri besleme denetleyicisi, (14) de gösterilen sistemi  $\|H_{y1w}\| < \mu_\infty$  ve  $\|H_{y2w}\| < \mu_2$  ifadelerini gerçekleyecek şekilde karesel kararlı kılmaktadır [2].

$$X > 0, \quad \begin{bmatrix} \tilde{A}_i X + X \tilde{A}_i^T + \tilde{B}_i N + N^T \tilde{B}_i^T & \tilde{B}_w & X C_1^T \\ \star & -I & D_{y1}^T \\ \star & \star & -\mu_\infty I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} V & C_2 X \\ \star & X \end{bmatrix} > 0, \quad \text{iz}[V] < \mu_2, \quad i = 1, \dots, p. \quad (16)$$



Şekil 3: Çift Eksenli Ters Sarkaç.

### 3. Çift Eksenli Ters Sarkacın Dinamiği

Kullandığımız ÇTS sistemi tekerlekli bir araba üzerinde birbirine bağlı ki alüminyum koldan oluşmaktadır. Aracın yatay eksen üzerinde doğrusal olarak hareketini servo motor sistemi sağlamaktadır. Sistemin amacı, araç üzerinde birbirine bağlı bulunan iki çubuğu dik bir pozisyonda dengelemektir. Sarkaç sistemimize ait temel yapıyı şekil 3 de görebiliriz. Şekilde görülen  $\alpha$  ve  $\theta$  açıları sırasıyla birinci ve ikinci sarkacın açılarını,  $x$  ifadesi aracın pozisyonunu,  $m_c$  aracın kütlesini,  $m_1$  birinci sarkacın kütlesini,  $m_2$  ikinci sarkacın kütlesini,  $m_h$  iki sarkac arasındaki bağlantı elemanı ve enkoderin kütlesini,  $L_1$  ve  $L_2$  ifadeleri birinci ve ikinci sarkacın uzunluklarını göstermektedir. Bu parametrelere ait fiziksel değerlere Tablo 1 de yer verilmiştir. Sistem modellemesinde dahili sürtünmeler ihmal edilmiştir.

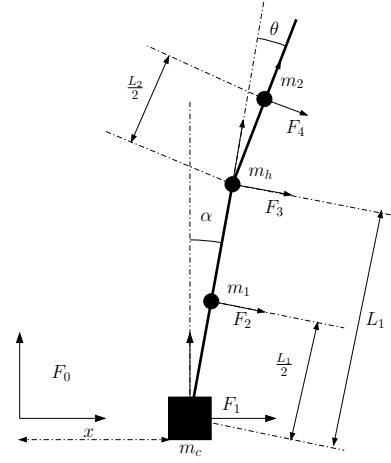
Euler - Lagrange denklemlerini kullanarak ÇTS için matematiksel model elde edebiliriz. Burada kullanacağımız Euler - Lagrangian denklemi

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_q, \quad (17)$$

şeklinde. Burada,  $L = T - V$  Lagrange operatörü,  $q = [x \ \alpha \ \theta]^T$  sisteme ait genelleştirilmiş koordinatlar,  $T$  sisteme ait kinetik enerjiyi,  $V$  sisteme ait potansiyel enerjiyi,  $Q_q$  genelleştirilmiş kuvveti göstermektedir. Sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerini çıkarabilmek için sistemin pozisyonunu ve hızını sabit bir noktaya göre belirlemeliyiz. Dönüşümler şekil 4 de gösterildiği gibi tanımlanmıştır. Çalışma bölgeleri arasındaki dönüşüm matrisleri şu şekildedir:

$$T_1^h = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & L_1 \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & L_1 \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (F_1 \rightarrow F_3),$$

$$T_1^{cg1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & \frac{L_1}{2} \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & \frac{L_1}{2} \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (F_1 \rightarrow F_2),$$



Şekil 4: Dönüşüm Gösterimleri.

$$T_2^{cg2} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & \frac{L_2}{2} \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & \frac{L_2}{2} \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (F_3 \rightarrow F_4),$$

Dönüşüm matrisleri sayesinde hareket eden parçaların pozisyonlarını sabit çalışma bölgesi olan  $F_0$  bölgesine olan dönüşümlerini kolaylıkla elde edebiliriz.

$$\begin{bmatrix} p_x^{m_1} \\ p_y^{m_1} \\ p_z^{m_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^{cg1}(1, 4) + x \\ T_1^{cg1}(2, 4) \\ T_1^{cg1}(3, 4) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_x^{m_h} \\ p_y^{m_h} \\ p_z^{m_h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^h(1, 4) + x \\ T_1^h(2, 4) \\ T_1^h(3, 4) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} p_x^{m_2} \\ p_y^{m_2} \\ p_z^{m_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_1^h x T_2^{cg2})(1, 4) + x \\ (T_1^h x T_2^{cg2})(2, 4) \\ (T_1^h x T_2^{cg2})(3, 4) \end{bmatrix}$$

Belirtilen parçalara ait potansiyel enerjileri şu şekilde gösterebiliriz.

$$PE_{m_1} = m_1 g p_z^{m_1}, \quad PE_{m_h} = m_h g p_z^{m_h}, \quad PE_{m_2} = m_2 g p_z^{m_2}$$

Diğer taraftan sistem parçalarına ait kinetik enerjiyi aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$KE_{m_1} = \frac{1}{2} m_1 \left( \left( \frac{dp_x^{m_1}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dp_z^{m_1}}{dt} \right)^2 \right),$$

$$KE_{m_h} = \frac{1}{2} m_h \left( \left( \frac{dp_x^{m_h}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dp_z^{m_h}}{dt} \right)^2 \right),$$

$$KE_{m_2} = \frac{1}{2} m_2 \left( \left( \frac{dp_x^{m_2}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dp_z^{m_2}}{dt} \right)^2 \right), \quad KE_{m_c} = \frac{1}{2} m_c \dot{x}^2.$$

Bu denklemler Lagrange formülasyonu içerisinde kullanılarak sisteme ait doğrusal olmayan difransiyel denklemler elde edilir. Daha sonra bu denklemler doğrusallaştırılarak, doğrusal model elde edilir. Yukarıdaki sistem girişi kuvvet  $F$  olarak modellenmiştir. Oysaki gerçek sistemin denetleme girişi motorun gerilim girişidir. Modeldeki kuvvet  $F$  ile motor gerilimi  $V$  arasında şöyle bir ilişki vardır:

$$F = \frac{K_m K_g}{Rr} V - \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} \dot{x}. \quad (18)$$

Tablo 1: ÇTS sistemi parametreleri.

| Parametre | Açıklama                  | Değer         |
|-----------|---------------------------|---------------|
| $m_c$     | Aracın kütlesi            | 0.7031kg      |
| $m_h$     | Bağlantı elemanın kütlesi | 0.17kg        |
| $m_1$     | Sarkaç1'in kütlesi        | 0.04kg        |
| $m_2$     | Sarkaç2'nin kütlesi       | 0.23kg        |
| $L_1$     | Sarkaç1'in uzunluğu       | 0.1524m       |
| $L_2$     | Sarkaç2'nin uzunluğu      | 0.6413m       |
| $K_m$     | Motorun ters-EMF sabiti   | 0.0077V.s/rad |
| $K_g$     | Dişli oranı               | 3.71          |
| $R_a$     | Motor iç direnci          | 2.6Ω          |
| $r$       | Motor dişlisi yarıçapı    | 0.0063m       |

Sistemin durumlarında PID benzeri bir yapı için araç pozisyonu durumunun integrali  $\tau := -\int (r-x)$  ile artırma gidersek, oluşan sistem durumları şöyle olur  $\tilde{z} = [x \ \alpha \ \theta \ \dot{x} \ \dot{\alpha} \ \dot{\theta}]^T$ . Sistem parametrelerinin değerlerini yerine koyduğumuzda doğrusal sistemimizin artırılmış nominal matrisleri şu şekilde olur

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5.9275 & 0.1759 & -10.8681 & 0 & 0 \\ 0 & 109.001 & -83.4691 & 75.2748 & 0 & 0 \\ 0 & -111.7275 & 153.1807 & -77.1576 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B} = [0 \ 0 \ 0 \ 2.4228 \ -16.7812 \ 17.201 \ 0]^T,$$

$$\tilde{B}_r = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1]^T,$$

$$\dot{\tilde{z}} = \tilde{A}\tilde{z} + \tilde{B}u + \tilde{B}_r r. \quad (19)$$

#### 4. Uygulama Sonuçları

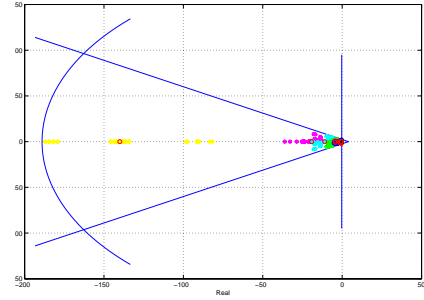
Önerilen yaklaşımın geçerliliğini ve uygulanabilirliğini gösterebilmek için yukarıda doğrusal modeli gösterilen ÇTS deney düzeneğine uygulanmıştır. Şekil 5 de deney düzeneğine ait bir fotoğraf görülmektedir. Sistem içersideki belirsizliklerin sadece hareketlendirici motorun dinamiğinde olacağı varsayılmıştır. Bu belirsiz parametreler nominal sistem modelinde  $\tilde{A}(4,4)$ ,  $\tilde{A}(5,4)$ ,  $\tilde{A}(6,4)$ ,  $\tilde{B}(4)$ ,  $\tilde{B}(5)$ ,  $\tilde{B}(6)$  elemanlarını etkilemektedir. Belirtilen parametreler üzerinde 1%lik bir belirsizlik olduğu kabul edilecektir. Uygulamada ele alacağımız denetleme problemi,  $J(u) = \sup \int_0^\infty (\tilde{z}^T Q \tilde{z} + u^T R u)$  maliyet fonksiyonunu en aza indirmeyi, denetleme sinyalini  $-13V \leq u \leq +13V$  sınırları arasında tutabilmeyi ve kapalı çevrim sistem kutuplarını şekil 2 de gösterilen LME bölgesi içinde hapsedebilmeyi sağlamaktır. Bu uygulamada  $\mathcal{H}_2$  ve  $\mathcal{H}_\infty$  amaç ölçütleri ele alınmamıştır. Ancak denetleyiciye bu ölçütleri (13) ve (12) LMElerini ekleyerek veya (16) koşulunu ekleyerek karışık amaç ölçütünü kolaylıkla sistemimize ekleyebiliriz. Burada, karesel amaç ölçütümüze ait ağırlık vektörleri

$$Q = \text{diag}[0.1 \ 10000 \ 10000 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2000], \quad R = 4,$$

şeklinde seçilmektedir. Durum vektörlerimizin  $\tilde{z}$  başlangıç değerlerini, kolaylıkla  $\tilde{z}(0) = \tilde{z}_0 = 0$  olarak seçebiliriz.

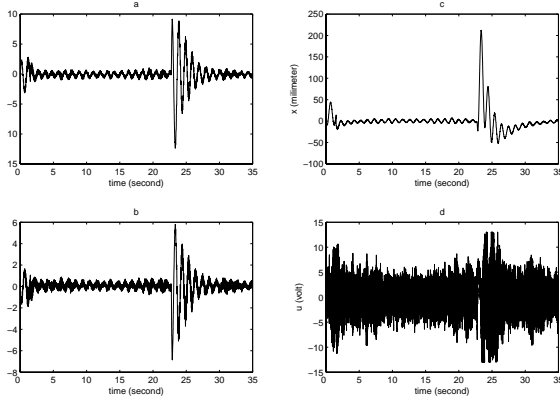


Şekil 5: Deney düzeneği.

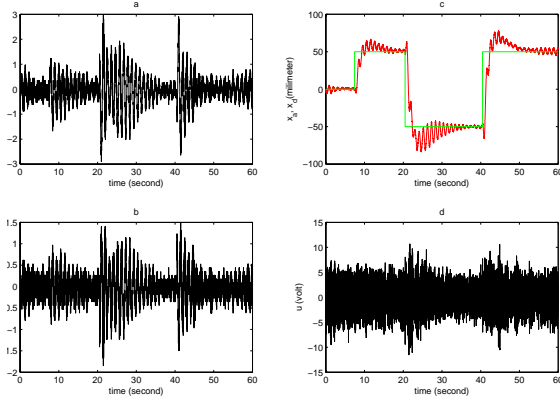


Şekil 6: Dağılmış sisteme ait kapalı çevrim kutuplarının yerleşimi.

Amaç ölçütlerimizden sistem kutuplarının yerleşeceği LME bölgesine ait parametreleride  $\phi = 0.28$ ,  $q = 1$ ,  $\beta = 4$ ,  $r_d = 190$  and  $\zeta = \pi/6$  olarak sıralayabiliriz. Sisteme ait belirsiz elemanımız 6 olduğu sürece, köşe noktalarımız  $p = 64$  olacaktır. YALMIP/SEDUMI konveks iyileştirme problem çözücüsü ile (4), (5), (6), (8) ve (11) LMElerini ortak  $X > 0$  ve  $Y$  sağlayacak şekilde çözümlediğimizde,  $\gamma = 1.2490 * 10^{-11}$  olarak elde edilir. Denetleyici kazanç katsayılarını  $\tilde{K} = YX^{-1}$  şeklinde hesapladığımızda  $\tilde{K} = [76.17 \ 415.55 \ 768.81 \ 90.04 \ 114.19 \ 108.57 \ 19.77]$  kazanç katsayılarını elde ederiz. Elde edilen bu geri besleme kazançları sistemin köşe noktalarına uygulandığında, elde edilen dağılmış kutuplar amaçlanan bölge içersine girdiğini şekil 6 da görebiliriz. Şekilden de açıkça görüldüğü gibi oluşturduğumuz denetleyici sistemin kapalı çevrim kutuplarını amaçladığımız bölgede tutmuştur. Uygulama boyunca iki farklı deney yapılmıştır. İlk deneyde, sarkaçlar denge pozisyonunda iken aracı bozucu etkileri altında sıfır pozisyonuna oldukça yakın tutmak amaçlanmıştır. Aracın pozisyonunun, sarkaçların açısal pozisyonlarının ve denetleyici sinyalinin  $t = 23s$  za-



Şekil 7: Deney 1 (a)  $\alpha$  nın değişimi (b)  $\theta$  nın değişimi (c)  $x$  in değişimi (d)  $u$  nun değişimi .



Şekil 8: Deney 2 (a)  $\alpha$  nın değişimi (b)  $\theta$  nın değişimi (c)  $x$  (red) in değişimi ve (green) arzu edilen yörünge (d)  $u$  nun değişimi .

manında uygulanan bozucu etkisi altındaki değişimini Şekil 7 de görebiliriz. Uygulama sonuçlarındanda görüldüğü gibi sistemimiz bozucu etkilerini bastırabilmiş ve bozucu uygulanması dışındaki bölgelerde kontrol sinyali istenilen sınırlar arasında kalmıştır.

İkinci deneyde ise sistemin yörünge takibine ilişkin bir deneme yapılarak, referans olarak kare dalga uygulanmıştır. Şekil 8 de açıkça zaman cevabı görülmektedir. Görülmektedir ki sistemimiz istenilen yörüngeyi takip etmektedir. Buna ilaveten, denetleme sinyali istenilen sınırın dışına çıkmamaktadır.

## 5. Sonuçlar

Bu yayında, karesel dayanaklı PID denetleyicinin kazanç katsayılarının belirlenmesi üzerine yeni bir yaklaşıma yer verilmiştir. Önerilen teknik, durum geri besleme tekniğinin PID benzeri bir yapıya getirilmesidir. Önerilen teknik LQR iyileştirmesini, denetleme sinyali sınırlandırılmasını, kutup yerleşimini,  $\mathcal{H}_2$  ve  $\mathcal{H}_\infty$  amaç ölçütlerini sağlayacak biçimde, bir çok amacı gerçekleyecek kapasitededir. ÇTS üzerinde yapılan laboratuvar çalışmalarıyla önerilen tekniğin

kullanılabilirliği ve gerçekliği gösterilmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] M. Chilali, P. Gahinet and C. Scherer, "Multi-objective Output Feedback Control via LMI Optimization", in *IFAC 13th Triennial World Congress*, San Francisco, USA, 1996, pp. 249–254.
- [2] P.P. Khargonekar and M.A. Rotea, Mixed  $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$  Control: A Convex Optimization Approach, *IEEE Tran. Automat. Contr.*, vol. 39, 1991, pp 824–837.
- [3] S. Boyd, L.E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Siam, Philadelphia; 1994.
- [4] F. Wu and K. Dong, Gain Scheduling Control of LFT Systems Using Parameter-Dependent Lyapunov Functions, *Automatica*, vol. 42, 2006, pp 39–50.
- [5] C.W. Scherer, LPV Control and Full Block Multipliers, *Automatica*, vol. 37, 2001, pp 361–375.
- [6] F. Khader, K. Zebar and A. Hamzaoui, State Feedback Controller Design via Takagi-Sugeno Fuzzy Model: LMI Approach, *International Journal of Computational Intelligence*, vol. 2, 2005, pp 148–153.
- [7] P. Apkarian and P. Gahinet, A Convex Characterization of Gain-Scheduling  $\mathcal{H}_\infty$  Controllers, *IEEE Tran. Automat. Contr.*, vol. 40, 1995, pp 853–864.
- [8] K.J. Åström and T. Hägglund, *Automatic Tuning of PID Controllers*, Instrument Society of America, Research Triangle Park NC, 1988.
- [9] M. Ge, M.-S. Chiu and Q.-G. Wang, Robust PID Controller Design via LMI Approach, *Journal of Process Control*, vol. 12, 2002, pp 3–13.
- [10] W. Zhong and H. Röck, "Energy and Passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart", in *IEEE International Conference on Control Applications*, Mexico City, MEXICO, 2001, pp. 896–901.
- [11] M. Chilali and P. Gahinet,  $\mathcal{H}_\infty$  Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach, *IEEE Tran. Automat. Contr.*, vol. 41, 1996, pp 358–367.

# Bulanık Modellerin Ters Aracılığıyla Kontrolör Tasarlanması

*Tufan Kumbasar, Yasin Dilmacı, Ö. Aydın Tekin,  
Engin Yeşil, İbrahim Eksin, Müjde Güzelkaya*

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi,  
Kontrol Mühendisliği Bölümü, 34469, Maslak, İstanbul, Türkiye

kumbasar@elk.itu.edu.tr, yasin.dilmac@entektek.com, tekin@elk.itu.edu.tr,  
yesil@elk.itu.edu.tr, eksin@elk.itu.edu.tr, gkaya@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde doğrusal olmayan kontrolörlere gereksinim duyulur. Doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesi için en etkili yöntemlerden biri bulanık modellemedir. İdeal modellenmiş bir sistemin tersi kullanılarak yapılacak kontrolün mükemmel sonuç vereceği açıktır. Bu bağlamda bulanık model tersine dayalı doğrusal olmayan bulanık kontrolörler tasarlanabilir. Model tersi alınarak kontrol yöntemi açık çevrim kararlı ve tersi de kararlı olan sistemlere uygulanabilir. Modelleme hatasının ve bozucuların olmadığı ideal durumda sürekli hal hatasız mükemmel bir kontrol sağlanır. Diğer taraftan, pratikte modelleme hatalarından ve bozuculardan kaçınmak imkânsızdır. Bu çalışmada, PT326 (FEEDBACK) ısıl sürecine ilişkin tekli bulanık model, gerçek sistemden alınan verilerin Matlab ANFIS paket programında işlenmesi ile belirlenmiştir. Bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol ve doğrusal olmayan İç Model Kontrol (İMK) yapısı ile kapalı çevrim kontrol önce benzetim çalışmaları ile incelenmiş ve daha sonra gerçek sistem üzerinde uygulanmıştır.

## 1. Giriş

Doğrusal olmayan süreçlerin kontrol edilmesinde modelin tersinin alınması etkili bir yöntemdir. Modelin tersi alınarak yapılan kontrol uygulamaları, sadece minimum fazlı sistemlere ve de açık çevrimi kararlı (ya da geribesleme ile kararlı olan) sistemlere uygulanabilir [1].

Bulanık modelin tersi alınarak yapılan kontrol uygulamalarına örnek olarak ısı transfer sistemleri, pH etkisizleştirme süreçleri, havalandırma sistemleri verilebilir [2] [3].

Bulanık modelin tersinin bulunmasında 2 ana yöntem bulunmaktadır. Birincisi ölçülen veriden yapay sinir ağları aracılığıyla doğrudan bulanık modelin tersinin elde edilmesidir. İkinci yöntem ise sistem tanıma ile bulanık modelin elde edilmesi ve bu modelin tersinin alınması adımlarından oluşmaktadır [4].

Tekli yapıdaki bulanık modellerin tersi matematiksel olarak birebir bulunabilir. Bulanık modelin tersine dayalı doğrusal olmayan kontrolör, süreçlerin doğrusal olmayan özelliklerini, kontrol işaretinin doğal sınırlarını ve diğer süreç değişkenlerini hesaba katar. Ayrıca doğrusal olmayan süreci tüm çalışma aralığında kontrol edebilir. Daha fazla kısıtlarla (kontrol işaretindeki hız sınırlamaları, ölü zaman vb.) baş edebilmek için bulanık modelin tersiyle yapılan kontrol, öngörülü kontrolle birleştirilip uygulanabilir [5].

Modelleme hatasının yeterince küçük olması durumunda, bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol mükemmel sonuçlamaktadır. Modelleme hatalarının çıkış üzerindeki etkisini ortadan kaldırmak amacıyla, bulanık modelin tersi standart doğrusal olmayan iç model kontrol (İMK) yapısında kullanılabilir [1].

Bu bildiriye, PT326 (FEEDBACK) ısıl sürecine ilişkin tekli bulanık model, gerçek sistemden alınan verilerin Matlab ANFIS paket programında işlenmesi ile belirlenmiştir. Daha sonra bulanık model ters alma işlemi matematiksel olarak gerçekleştirilmiştir. Bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol ve doğrusal olmayan İMK yapısı ile kapalı çevrim kontrol önce benzetim çalışmaları ile incelenmiş ve daha sonra gerçek sistem üzerinde uygulanmıştır.

## 2. Tekli Bulanık Model Yapısı

Doğrusal olmayan sistemlerin modeline yaklaşmak için bulanık modelleme kullanılabilir. Gerçeklenmesi en kolay olanı tekli bulanık modeldir (Tablo 2).  $n_d$  gecikme,  $n_{u-1}$  önceki girişler,  $n_{y-1}$  önceki çıkışlar olmak üzere,  $x(k)=[y(k), \dots, y(k-n_{y+1}), u(k-n_d), \dots, u(k-n_d-n_{u+2})]^T$  için "Eğer  $x(k)$  X ise ve  $u(k-n_d+1)$  B ise o halde  $y(k+1)$  C'dir" şeklinde tanımlanan modellere tekli model denir.

$$y(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \beta_{ij}(k) \cdot c_{ij}}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \beta_{ij}(k)} \quad (1)$$

Model çıkışı  $y(k+1)$ , normalize edilmiş aitlik derecelerinin ( $\beta_{ij}$ ) ve  $c_{ij}$ 'lerin ağırlıklı ortalamalarının alınmasıyla hesaplanır.

Tablo 1: Tekli bulanık kural tablosu

| $U(k-n_d+1) \backslash X(k)$ | $B_1$    | $B_2$    | ... | $B_N$    |
|------------------------------|----------|----------|-----|----------|
| $X_1$                        | $c_{11}$ | $c_{12}$ | ... | $c_{1N}$ |
| $X_2$                        | $c_{21}$ | $c_{22}$ | ... | $c_{2N}$ |
| ...                          | ...      | ...      | ... | ...      |
| $X_M$                        | $c_{M1}$ | $c_{M2}$ | ... | $c_{MN}$ |



### 3. Tekli Bulanık Model Tersi

Bir tekli yapıdaki bulanık model  $f$ , eğer her  $x \in X$  ve her  $y \in Y$  koşullarını sağlıyorsa her  $u$  için bir  $y=f(x,u)$  vardır ve bu model tersi alınabilir [1].

Ters alma tekniğini önce birim gecikme ( $n_d=1$ ) açıklamak yerinde olacaktır. Kontrol algoritmasının amacı  $u(k)$  kontrol işaretini üretmektir. Genel olarak kontrolün amacı ise sistem çıkışının referans işarete ( $r(k+1)$ ) eşit olmasını sağlamaktır. Bu süreç modelinin tersi alınarak gerçekleştirilebilir. Sistem durumlarına ve referans işarete bağlı olarak kontrol işareti şu şekilde verilebilir.

$$u(k)=f^{-1}(x(k),r(k+1)) \quad (2)$$

Burada referans ( $r(k+1)$ ) yerine  $y(k+1)$  konulabilir. Genellikle,  $f^{-1}$  i bulmak zordur. Gösterilecek metot tekli model yapısını için kullanılmaktadır.

$$y(k+1)=f_x(u(k)) \quad (3)$$

Her ayrı durum için  $x(k)$ , çok değişkenli fonksiyon, tek değişkenli fonksiyona düşürülebilir. Alt indis  $x$ ,  $f_x$ 'in anlık  $x$  durumları için elde edildiğini göstermektedir. Böylece  $u(k)$  işareti aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$u(k)=f_x^{-1}(r(k+1)) \quad (4)$$

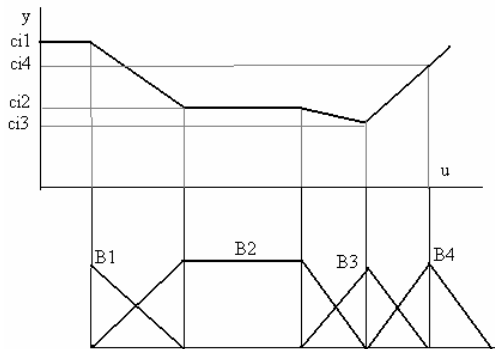
Daha fazla gecikmesi olan sistemler için aynı yöntemi  $n_d-1$  adım uygulayarak yapabiliriz. Bu yöntemi uygulayabilmek için sistem modeli kullanılarak öngörü yapmak gerekmektedir.

#### 3.1. Gerek Koşul

Tekli yapıdaki bulanık modelin tersinin alınabilmesi için belli koşulları sağlaması gerekmektedir. Her  $B_j$ 'nin çekirdeği (core) tek nokta ve  $c_{ji}$  artan ya da azalan monoton yapıda olmalı.

- $b_1 < b_2 < \dots < b_N \rightarrow c_{i1} < c_{i2} < \dots < c_{iN}$   
ya da
- $b_1 < b_2 < \dots < b_N \rightarrow c_{i1} > c_{i2} > \dots > c_{iN}$

Bu koşulları Şekil 1 üzerinden inceleyelim.



Şekil 1: Gerek koşulları sağlamayan tekli yapıdaki bulanık model

Şekil 1'de görüleceği üzere bulanık  $B_2$  kümesinin çekirdeği tek nokta değildir.

Ayrıca  $\text{çekirdek}(B_3) > \text{çekirdek}(B_1) \rightarrow c_{i3}(k) < c_{i1}(k)$  iken diğer taraftan,  $\text{çekirdek}(B_4) > \text{çekirdek}(B_3) \rightarrow c_{i4}(k) > c_{i3}(k)$ . Yani model monoton azalan veya artan değildir.

#### 3.2. Tekli Bulanık Modelin Tersinin Alınma İşlemi

Belirtildiği gibi bulanık modelin tersi alınarak kontrol uygulamaları sadece minimum fazlı sistemlere uygulanabilir. Sürecin tersi alınabilir tekli bulanık modeli olduğunu varsayalım. Üyelik fonksiyonları şu şekilde olsun:

$$\sum_{i=1}^M \mu_{x_i}(x) = 1 \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N \mu_{y_j}(u) = 1 \quad (6)$$

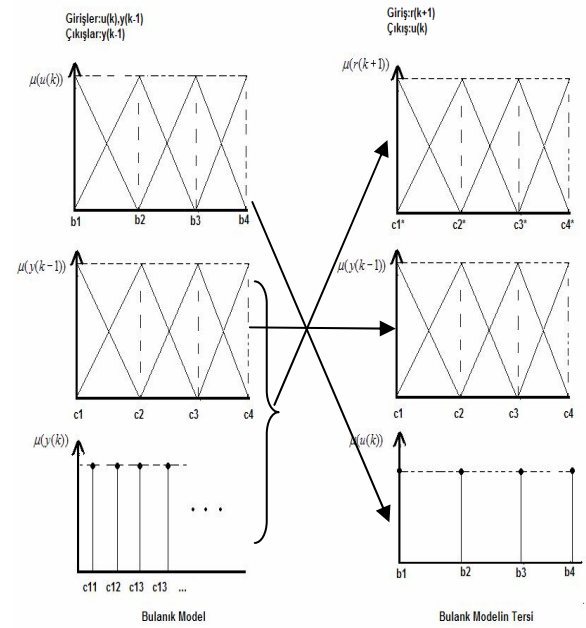
verilen  $x(k)$  durumları için, tekli modelin tersine bağlı kontrol kuralları aşağıdaki gibi verilebilir.

Giriş:  $r(k+1)$ ; Çıkış:  $u(k)$

Kural yapısı:

Eğer  $r(k+1) C_j(k)$  ise, o halde  $u(k) B_j$ 'dir  $j=1,2,3, \dots, N$   
 $C_j(k): Y \rightarrow [0,1]$

Anlatılan bu yapıyı Şekil 2 üzerinden inceleyerek;



Şekil 2: Bulanık modelin tersini alma işlemi

Tablo 2: Algoritma

|  |
|--|
| 1.adım:<br><u>Sistem Durumlarını ölç yada öngör.</u><br>$x(k)=[y(k), \dots, y(k-n_y+1), u(k-1), \dots, u(k-n_u+1)]^T$  |
| 2.Adım:<br><u>Çekirdekleri(core) hesapla, <math>c_j</math>.</u><br>$c_j = \sum_{i=1}^M \mu x_i(x(k)) \cdot c_{ij}, j=1, \dots, N, \quad (7)$   |
| 3.Adım:<br><u>Tersi alınabilirliği kontrol et.</u><br>Eğer monoton olmayan bir yapıda ise, kural tablosunu birden ikiye ya da daha çok parçaya böl.  |
| 4.Adım:<br><u>Üyelik fonksiyonlarını oluştur.</u><br>Eğer birden fazla kural tablosu varsa, her kural tablosu için ayrı üyelik fonksiyonları oluştur.<br>$\mu_{C_1}(y) = \max(0, \min(1, \frac{c_2 - y}{c_2 - c_1})) \quad (8.a)$ $\mu_{C_j}(y) = \max(0, \min(\frac{y - c_{j-1}}{c_j - c_{j-1}}, \frac{c_{j+1} - y}{c_{j+1} - c_j})), 1 < j < N \quad (8.b)$ $\mu_{C_N}(y) = \max(0, \min(\frac{y - c_{N-1}}{c_N - c_{N-1}}, 1)) \quad (8.c)$ |
| 5.Adım:<br><u>Kontrol işaretini hesapla.</u><br>Eğer birden çok kural tablosu mevcutsa, her kural tablosu için kontrol işaretini hesapla ve ek bir tasarım kistasına göre sisteme uygulanacak kontrol işaretini hesapla<br>$u(k) = \sum_{i=1}^N \mu_{C_i}(r(k+1)) \cdot b_j \quad (9)$   |

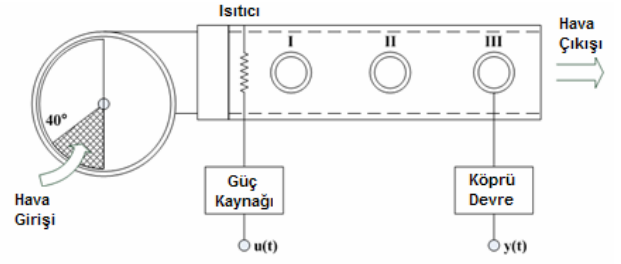
#### 4. Isıl Sürecin Tanıtılması ve Modellenmesi

##### 4.1. Isıl Sürece Genel Bir Bakış

Isıl sistem (PT326), bir süreç sistemin bütün temel karakteristiklerine sahiptir. Süreç sistemdeki fan ortamdaki havanın tüpün içersinde akmasını sağlamaktadır. Tüpün girişindeki ızgara ile ısıtılan hava tekrar dışarıya verilir. Kontrol işareti ısıtıcının elektriksel gücünü belirlemektedir. Borudaki hava girişi fanın üzerindeki kapak ile ayarlanabilmektedir. Süreçteki zaman gecikmesi sıcaklık algılayıcısının tüp üzerindeki konumuna bağlı olarak değişmektedir. Algılayıcının uzaklığı, ısıtıcıdan 28, 140 ve 280mm olacak şekilde ayarlanabilmektedir. Bu çalışmada, algılayıcının uzaklığı en kısa mesafeye (28mm) yerleştirilerek minimum zaman gecikmesi (0.2s) olması sağlanmıştır. Isıl sisteme ait yapı Şekil 3’de verilmiştir.

Şekil 3 de gösterildiği üzere hava giriş açıklığı 40° olarak seçilmiştir. Sistem girişi  $u(k)$ , ısıtıcı rezistansı besleyen güç elektroniği devresine uygulanan gerilim, sistem çıkışı  $y(k)$  ise üflenen havanın sıcaklığını ölçen algılayıcı çıkışıdır.

PT326 ısıl sisteminin kontrol girişi ve algılayıcı çıkışı 0-10V aralığında iken MPC555 kontrolör kartı 0-5V aralığında çalışmaktadır. Bu nedenle araya Şekil 3’de görüldüğü gibi bir işaret koşullandırma devresi bağlanmıştır.



Şekil 3: Isıl sistem PT326’ya ait yapı.

Kontrol algoritmasının gerçekleştirilmesinde kullanılan Motorola MPC555 32-bit mikrokontrolör kartı; 448 kB FLAŞ bellek, 26 kB RAM bellek, 2x16 kanallı 10-bit analog dijital çevirici, modüler giriş/çıkış sistemi (dijital analog çevrim için 8 kanal PWM birimi), 2 RS232 seri haberleşme birimi, 64-bit kayan noktalı işlem birimi içermektedir. Kullanılan deney düzeneği Şekil 4’te sunulmuştur.

MPC555 mikrokontrolör kartı Matlab/Simulink ile uyumludur. Gerekli Simulink blokları ‘Embedded Target for Motorola MPC555’ kütüphanesinde hazır olarak bulunmaktadır.

##### 4.2. Isıl Sürecin Modellenmesi

0-10V çalışma aralığı 0–1 arasına normalize edilerek ısıl sisteme ‘0.3’ büyüklüğünde basamak referans işaret uygulanarak sistemin zaman yanıtı incelenmiştir. Buradan sistemin 1.dereceden ölü zamanlı bir sistemin davranışı sergilediği görülmüştür. Sistem tanıma yöntemlerinden biri olan 3 parametre yöntemi uygulanarak sistemin modeli aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$G(s) = \frac{0.97}{0.52s + 1} e^{-0.2s} \quad (10)$$

Örnekleme periyodu 0.2s olarak seçilerek sisteme ilişkin fark denklemi

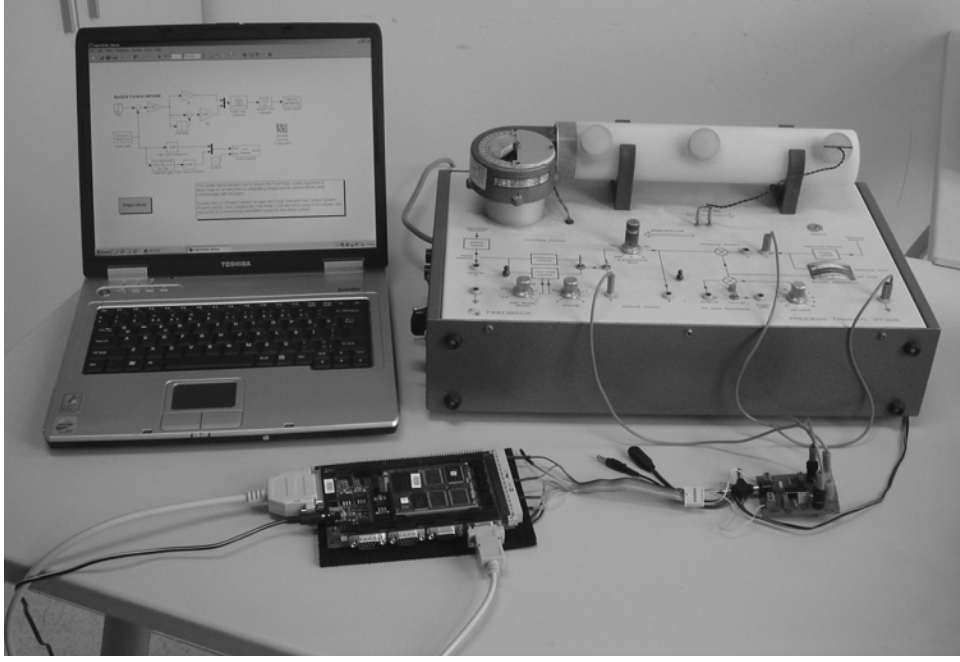
$$y(k) = 0.6807 \cdot y(k-1) + 0.3097 \cdot u(k-2) \quad (11)$$

şeklinde belirlenmiştir. Sisteme değişik genlikte ve frekansta basamak girişleri uygulanarak sistemin bulanık modeli, Matlab ANFIS paket programı aracılığıyla elde edilmiştir. Bulunan bulanık modele ilişkin kural tablosu Tablo 3 de verilmiştir.

Tablo 3: Bulanık model kural tablosu

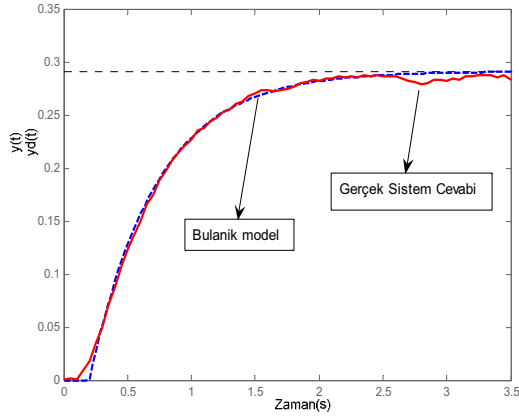
| $u(k-2) \backslash y(k-1)$ | NB     | NS     | PS     | PB     |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| NB                         | 0      | 0.1035 | 0.2069 | 0.3104 |
| NS                         | 0.1853 | 0.2887 | 0.3922 | 0.4956 |
| PS                         | 0.3706 | 0.4740 | 0.5775 | 0.6809 |
| PB                         | 0.5558 | 0.6593 | 0.7628 | 0.8662 |

$y(k-1)$ , üyelik fonksiyonu [0 1.33] aralığında,  $u(k-2)$  için üyelik fonksiyonu [0 1] aralığında üçgen yapıda, çıkış olan  $y(k)$  ise tekli yapıda seçilmiştir.



Şekil 4: Kullanılan deney düzeneği

Elde edilen bulanık modelin doğruluğu, ısıtılma sürecinden alınan verilere ile test edilmiştir (Şekil 5).



Şekil 5: Bulanık model cevabı ile gerçek sistem cevabı (referans = '0.3')

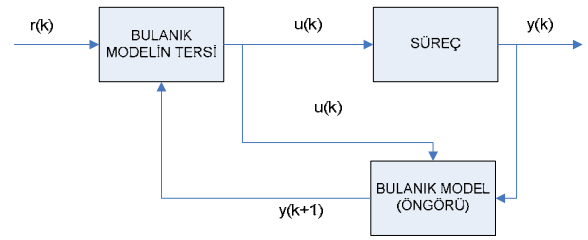
## 5. Benzetim Çalışmaları

Sistemden ölü zaman olduğundan dolayı  $n_d=2$  olmaktadır. Bu yüzden sistemin bulanık modeli yardımıyla öngörü yapılması gerekmektedir.

### 5.1. Bulanık Model Tersi ile Açık Çevrim Kontrol

Açık çevrim kontrol yapısı Şekil-6'da görülmektedir. Sistem bir örnekleme periyoduna eşit bir gecikmeye sahip olduğu için bulanık model aracılığı ile bir adımlık bir öngörü işlemi yapılmaktadır.

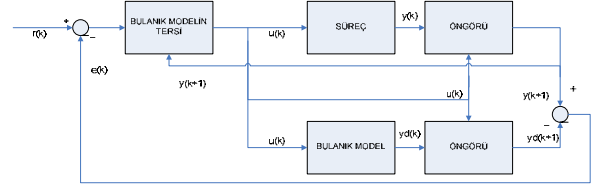
Tablo 2'de yer alan adımlar kullanılarak bulanık modelin tersi her çevrimde yeniden elde edilmektedir.



Şekil 6: Açık çevrim kontrol yapısı

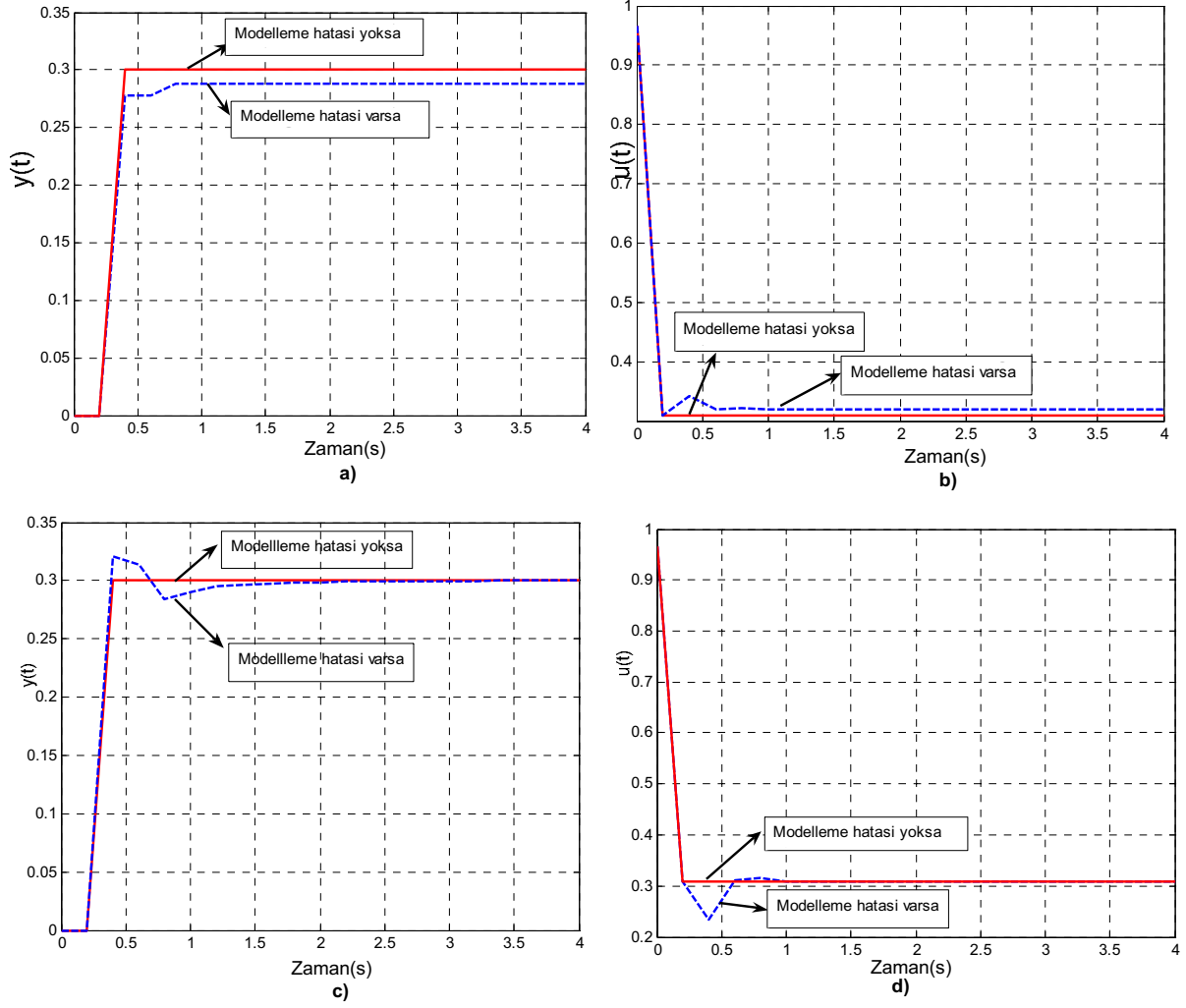
Şekil 8-a'da görüldüğü gibi modelleme hatasının yeterince küçük olması durumunda bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol mükemmel sonuç vermektedir. Aksi takdirde, açık çevrim kontrolün sonucunda bir sürekli hal hatası oluşabilmektedir.

### 5.2. Bulanık Model Tersi ile Kapalı Çevrim Kontrol



Şekil 7: Kapalı Çevrim Kontrol yapısı

Şekil-7 de görüldüğü gibi, İMK yapısı bulanık modelin tersi, süreç ve bulanık model bloklarından oluşmaktadır. Bulanık model ile sürecin paralel olarak çalıştırılmasının



Şekil 8: Matlab/SIMULINK'te yapılan benzetim sonuçları

- (a) Açık çevrim kontrol için basamak giriş sistem yanıtı, (b) Açık çevrim kontrol için sisteme uygulanan kontrol işareti  
(c) Kapalı çevrim iç model kontrol(İMK) için basamak giriş sistem yanıtı, (d) Kapalı çevrim iç model kontrol(İMK) için sisteme uygulanan kontrol işareti

amacı, kontrol işaretinin gerçek sistem ve bulanık model çıkışları üzerindeki etkilerinin fark olarak geri beslenmesi ve böylece sistem modellenme hatalarının kompanzasyonunu sağlamaktır. Öngörülen çıkış ile ölçülen sistem çıkışı eşitse ( $e(k) = 0$ ) kontrol yapısı bulanık model açık çevrim kontrol yapısı gibi çalışır. Şekil 8-c de görüldüğü gibi bu önerilen yapı ile sürekli hal hatası ortadan kaldırılmıştır.

## 6. Isıl Sistem Uygulaması

### 6.1. Bulanık Model Tersi ile Açık Çevrim Kontrol

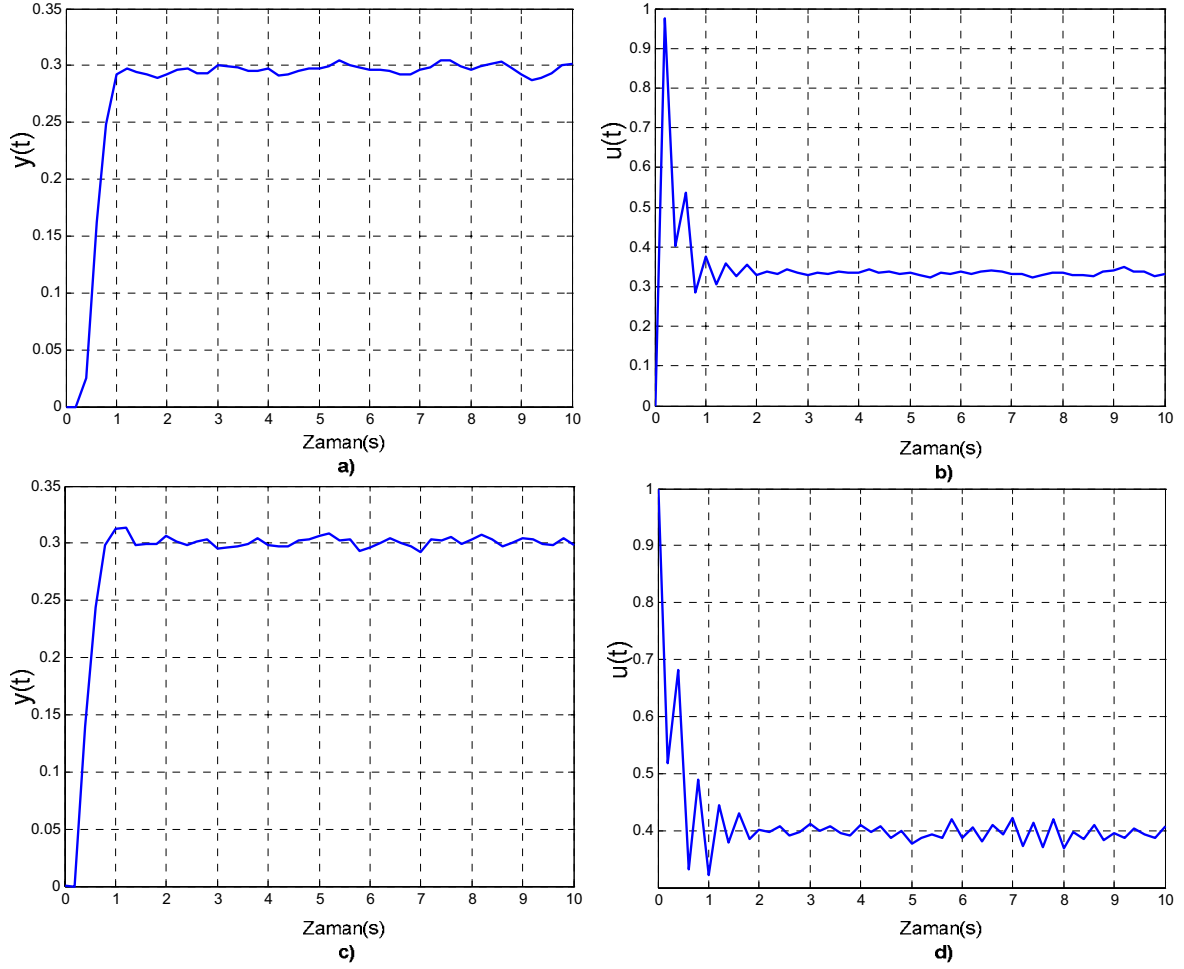
Bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol gerçek sistem üzerinde uygulandığında Şekil 9-a-b de görülebileceği gibi oldukça tatmin edici bir sistem yanıtı elde edilmiştir. Bunun nedeni bulanık modelin sistemi yeterince iyi bir şekilde temsil etmesi ve ters alma algoritmasının iyi işlemesidir. Sistem yanıtı ayrıntılı incelendiğinde çok küçük bir sürekli hal hatasının varlığından söz edilebilir.

### 6.2. Bulanık Model Tersi ile Kapalı Çevrim Kontrol

Şekil 9-c-d den gözlenebileceği gibi bulanık model tersine dayalı doğrusal olmayan İMK yapısı ile kapalı çevrim kontrol gerçek sistem üzerinde uygulandığında çok küçük olan sürekli hal hatasının da tümüyle ortadan kalktığı gözlemlenmektedir.

## 7. Sonuçlar

Bu çalışmada, PT326 (FEEDBACK) ısı sürecine ilişkin tekli bulanık model, gerçek sistemden alınan verilerin Matlab ANFIS paket programında işlenmesi ile belirlenmiştir. Daha sonra bulanık model ters alma işlemi matematiksel olarak gerçekleştirilmiştir. Bulanık model tersine dayanan açık çevrim kontrol ve kapalı çevrim kontrol önce benzetim çalışmaları ile incelenmiş ve daha sonra gerçek sistem üzerinde uygulanmıştır. Modelleme hatasının yeterince küçük olması durumunda bulanık model tersi ile açık çevrim kontrol mükemmel sonuç vermektedir.



Şekil 9: PT326 FEEDBACK üzerinde yapılan uygulama sonuçları

- (a) Açık çevrim kontrol için basamak giriş sistem yanıtı, (b) Açık çevrim kontrol için sisteme uygulanan kontrol işareti  
(c) Kapalı çevrim iç model kontrol (İMK) için basamak giriş sistem yanıtı, (d) Kapalı çevrim iç model kontrol (İMK) için sisteme uygulanan kontrol işareti

Aksi takdirde, açık çevrim kontrolün sonucunda bir sürekli hal hatası oluşabilmektedir. Bulanık model tersine dayalı İMK kapalı çevrim yapısı ile yani, kontrol işaretinin gerçek sistem ve bulanık model çıkışları üzerindeki etkilerinin fark olarak geri beslenmesi ve böylece sistem modellenme hatalarının kompanzasyonunu sağlamakta ve oluşabilecek sürekli hal hatalarının ortadan kaldırılabilirdiği görülmüştür. Bu yapının en önemli problemi bozuculara karşı dayanıklı olmamasıdır. Bu problemi gidermek üzere yeni yapılar üzerinde çalışılmaktadır.

## 8. Kaynakça

- [1] G. Economou, M. Morari, and B. Palsson. Internal model control. extension to nonlinear systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 25:403-411, 1986.
- [2] R. Babuska. *Fuzzy Modeling for Control*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- [3] J.M. Soma, R. Babuska H.B. Verbruggen, Internal Model Control with a Fuzzy Model: Application to an Air-conditioning System
- [4] P. Baranyi ,H. Korondi, Z. SiitG Hashimoto, "Learning Fuzzy Controller Based On Linguistic Model Inversion"*Proceedings of PEMC'96 Conference Budapest* vo1.3, pp. 3 , 1996.
- [5] R. Babuska, J. Snusa, and H.B. Verbruggen. Model Based Design of Fuzzy Control Systems, *Proc. of the 3rd Europ. Congr. on 6th. Techniques and Soft Computing EUFIT'95*, Aachen, Germany, pp. 837-841.
- [6] J. Abonyi, L. Nagy, F. Szeifert, Indirect Model Based Control Using Fuzzy Model Inversion

## Füzeler için Optimal Oransal-Tümlevsel Güdüm Yaklaşımı

Çağdaş Evcimen<sup>1</sup>, Kemal Leblebicioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tübitak-SAGE, ANKARA  
cagdas.evcimen@tubitak.gov.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
ODTÜ, ANKARA  
kleb@metu.edu.tr

### Özetçe

Bu bildiride, yüksek manevra kabiliyetine sahip hedefler için oransal navigasyon (ON) güdüm yönteminin etkinliğini arttırmak amacıyla yeni bir füze güdüm yöntemi önerilmiştir. Bu yöntem, uygulamalarda sıkça kullanılan oransal-tümlevsel-türevsel (OTT) denetçi yönteminin füze güdüm mantığına uyarlanmasıyla ortaya çıkarılmıştır. OTT denetçi mantığında kullanılan hata sinyali olarak görüş hattı açısının değişimi seçilmiştir. Yöntemin türetilmesi sırasında, türevsel kısmın güdüm yönteminin performansını olumsuz etkilemeyecek şekilde, diğer terimlerle gruplanarak düşürülebileceği görülmüştür. Oluşturulan oransal-tümlevsel (OT) kontrolcünün parametreleri, doğrusal optimal kontrol yöntemi içersinde uygun bir ceza fonksiyonu seçilerek belirlenmiştir. Sonuçta, geliştirilen optimal oransal-tümlevsel (OOT) güdüm yöntemi, görüş hattı açısı ve değişimi ön bilgisine sahip olunduğu varsayılırsa, ON güdüm yöntemi gibi uygulanabilirlik açısından hiçbir zorluk taşımamaktadır. Bildiride önerilen güdüm yönteminin, bağıl uzaklık ve hız terimlerini içerdiği göz önüne alınırsa, aynı zamanda uyarlanır ve zamana göre değişen bir yapıya sahip olduğu da söylenebilir.

### 1. Giriş

Literatürdeki bir çok füze güdüm yönteminin ana mantığı, görüş açısı değişimini sıfırlayacak veya enküçültecek şekilde füzenin yön değişimine orantılı bir güdüm komutu çıkarmaktır [1]. Bu yaklaşım aynı zamanda ON güdüm yönteminin temelini oluşturur. Her ne kadar ON güdüm yöntemi sabit hıza sahip füzeler ve sabit hedefler için optimal özelliğe sahip olsa da, performansının yüksek manevra kabiliyetine sahip veya hızlı

hareket eden hedefler karşısında düştüğü görülmüştür. Bu durumlarda oluşan vurma mesafesindeki artışların nedeni olarak bilinen yüksek hedef ivmesini dengelemek için ON güdüm yöntemine bir takım eklentiler konulmuştur. Değişiklerden bir tanesi, literatürde bilinen adıyla genişletilmiş oransal navigasyon güdüm yöntemidir. Bu yöntemde, güdüm komutuna hedef ivmesine orantılı bir kısım eklenip, yüksek manevralı hedeflere karşı ortaya çıkan yüksek vurma mesafesi azaltılmaya çalışılabilir [2]. Bu yöntemin en önemli dezavantajı, aslında bilinmeyen hedef ivmesine doğrudan bağlı bir kısım içermesidir. Bir takım analitik kestirim yöntemleri kullanarak çalıştırılabilen bu yöntem, bazı senaryolar için başarısız sonuçlar vermiştir [1]. ON güdüm yöntemine yapılan bir diğer değişiklik olarak Lyapunov kararlılık teorisine dayalı olanı verilebilir [3]. Ayrıca, kayan kipli kontrol teorisi sonuçları kullanılarak, parametre değişikliklerine karşı gürbüz bir güdüm yöntemi de geliştirilebilir [1], [4], [5], [6]. Fakat bu yöntemin sahip olduğu yüksek frekanstaki salınımlar, pratik hayatta bu yöntemeye dayalı güdüm yöntemlerinin kullanımda sınırlamalar getirmektedir.

Bu bildiride, yüksek ivme kabiliyetine sahip hedefler için başarısız sonuçlar verebilen ON güdüm yöntemine alternatif olarak, temeli OTT denetçi mantığına dayandırılabilen yeni bir güdüm yönteminin ayrıntılarına yer verilmiştir. Ayrıca ortaya çıkarılan güdüm algoritması, ON güdüm yöntemi gibi pratik uygulanabilirliği geniş olan bir yöntemdir. Aynı zamanda, yöntemin türetilmesi sırasında, türevsel kısmın güdüm yönteminin performansını olumsuz etkilemeyecek şekilde, diğer terimlerle gruplanarak düşürülebileceği görülmüştür. Bir sonraki bölümde oluşturulan

doğrusal füze-hedef kesişme modeli, uygun görüş hattı açısı, değişimi ve füze güdüm komutuna bağlı ceza fonksiyonu seçilerek kullanılmıştır. Çıkarılan tüm güdüm komutları eylemsizlik referans düzleminde olup, doğrusal olmayan altı serbestlik (6-SER) benzetimlerinde kullanılmak üzere diğer referans düzlemlerine çevrilebilir [7].

## 2. Füze-Hedef Kesişme Modeli

Füze-hedef kesişme modeli türetilirken, sadece yükselme düzlemindeki ayrıntılara bu kısımda yer verilecektir. Azimut düzlemindekiler benzer şekilde oluşturulabilir. Füzenin  $x$  eylemsizlik referans eksenini, başlangıçtaki görüş hattı yönü ile çakışık olarak alınırsa, eylemsizlik yükselme düzlemi görüş hattı açısı ( $\lambda_{EL}$ ) aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\lambda_{EL} = \arcsin\left(\frac{Z_r}{R_{TM}}\right) \quad (1)$$

Denklem (1)'de  $Z_r$  ve  $R_{TM}$  sırasıyla  $z$  eylemsizlik referans eksenindeki pozisyon hatasını ve füze ile hedef arasındaki bağıl uzaklığı göstermektedir. Denklem (1)'deki eşitliğin zamana bağlı türevi alınırsa, görüş hattı açısının değişimine ( $\dot{\lambda}_{EL}$ ) ulaşılır.

$$\dot{\lambda}_{EL} = \frac{V_z R_{TM} + Z_r V_c}{R_{TM} \sqrt{R_{TM}^2 - Z_r^2}} \quad (2)$$

Denklem (2)'de geçen  $V_z$ ,  $z$  eksenindeki bağıl hızı ifade ederken, füze-hedef yaklaşma hızı  $V_c = -\dot{R}_{TM}$  ifadesiyle gösterilebilir. Denklem (2)'nin zamana bağlı türevi alınıp, küçük açı yaklaşımı kullanılırsa, füze hedef kesişme modelini oluşturmak üzere aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$\ddot{\lambda}_{EL} \cong \frac{1}{R_{TM}} \left( -\ddot{R}_{TM} \lambda_{EL} - 2 \dot{R}_{TM} \dot{\lambda}_{EL} + a_T - a_M \right) \quad (3)$$

(3) numaralı denklemde geçen  $a_T$  ve  $a_M$ , sırası ile, başlangıçtaki görüş hattı yönüne dik düzlemdeki, yani eylemsizlik dikey düzlemindeki hedef ve füze ivmelerini temsil etmektedir.

$\lambda_{EL}$  ve  $\dot{\lambda}_{EL}$  durum değişkenleri olarak alınırsa, füze-hedef kesişme modeli durum uzayı gösterimde aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{\ddot{R}_{TM}}{R_{TM}} & -\frac{2\dot{R}_{TM}}{R_{TM}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{R_{TM}} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{R_{TM}} \end{bmatrix} f(t) \quad (4)$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) - B(t)f(t)$$

Sistem (4)'te geçen  $x_1 = \lambda_{EL}$  ve  $x_2 = \dot{\lambda}_{EL}$  durum değişkenlerini,  $u = a_M$  ve  $f = a_T$  sırası ile, kontrol sinyali ile bozan etkeni göstermektedir.

## 3. Yeni Güdüm Yönteminin Çıkarılışı [8]

### 3.1. OT Güdüm Yöntemi

Pratik hayatta çokça kullanılan denetçi yöntemlerinden olan OTT kontrolcü yöntemi, füze güdüm probleminin çözümünde de kullanılabilir. OTT kontrolcü transfer fonksiyonunu hatırlayalım:

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s \quad (5)$$

Oluşturulan kontrol girdisi ise

$$u(s) = G_c(s)e(s) \quad (6)$$

şeklinde gösterilebilir. Sıfırlanması gereken hata sinyali denklem (6)'da  $e(s)$  ile belirtilmiştir. Denklem (5) ve (6)'daki gösterimler, güdüm yöntemlerindeki görüş hattı açısı değişimini sıfırlama mantığı ile birleştirilerek, yeni bir güdüm yaklaşımı, aşağıdaki dikey düzlem ivme komutu eşitliğindeki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} a_v^c &= K_1 \dot{\lambda}_{EL} + K_2 \int \dot{\lambda}_{EL} dt + K_3 \frac{d}{dt} \dot{\lambda}_{EL} = \dots \\ \dots &= \left( K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3 s \right) \dot{\lambda}_{EL} \end{aligned} \quad (7)$$

Denklemler (5), (6) ve (7) karşılaştırılırsa, güdüm uygulamalarında kontrol girdisinin ivme komutuna, hatanın ise görüş hattı açısının değişimine karşılık geldiği saptanabilir. Denklem

(7)'de denklem (3)'teki eşitliği kullanarak aşağıdaki eşitliği elde edebiliriz.

$$a_V^c = K_1 \dot{\lambda}_{EL} + K_2 \lambda_{EL} + \dots \dots + K_3 \frac{1}{R_{TM}} \left( -\ddot{R}_{TM} \lambda_{EL} - 2 \dot{R}_{TM} \dot{\lambda}_{EL} + a_T - a_V^c \right) \quad (8)$$

Denklem (8)'deki benzer terimler bir araya getirilirse ve hedef ivmesi bilinmeyen bozan etken olarak alınırsa, OTT güdüm yöntemi, pratik olarak, OT güdüm yöntemine dönüştürülebilir.

$$a_V^c = \underbrace{\frac{K_1 - 2K_3 \dot{R}_{TM}}{1 + K_3}}_{K_P} \dot{\lambda}_{EL} + \underbrace{\frac{K_2 - K_3 \ddot{R}_{TM}}{1 + K_3}}_{K_I} \lambda_{EL} \quad (9)$$

### 3.2. OOT Güdüm Yaklaşımı

Denklem (9)'daki gösterim oluşturulduktan sonra, OT parametrelerin  $(K_P, K_I)$  seçimi, güdüm algoritmasının başarılı olmasında önemli bir etkiye sahip olacaktır. Bu nedenle bu terimlerin doğrusal optimal kontrol sonuçları kullanılarak seçilmesi akılcı bir mantık olarak görülebilir. Aşağıdaki doğrusal karesel düzengeç problemi ceza fonksiyonu kullanılırsa, oluşturulan güdüm algoritmasındaki parametre seçim problemi çözümlenebilir.

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (10)$$

Denklem (10)'da,  $Q$  pozitif, yarı-belirgin bir matris olarak ağırlıklandırılırken,  $R$  pozitif belirgin olmalıdır. Ceza denkleminde görüldüğü üzere durum değişkenleri ve kontrol sinyali birlikte ağırlıklandırıldığı için, aynı zamanda  $J$  ceza fonksiyonunun küçük tutulması amaçlandığından, durum değişkenleri de kontrol girdisi de büyük değerlerde olamaz. Sonsuz integral olması ve ceza fonksiyonunun en küçültülmesi sağlanabildiğinden ötürü, zaman sonsuza giderken durum değişkenleri sıfıra yaklaşacaktır [9].

Doğrusal optimal kontrol teorisi sonuçlarını, güdüm mantığına uyarlarsak, eşitlik (10)'da

gösterilen ceza fonksiyonu enküçültüldüğünde, (4)'teki gösterim neticesinde, görüş hattı açısı ve değişimi ile komut edilen ivmenin küçük değerler ile sınırlandırıldığı sonucuna varılabilir. Buraya kadar geline nokta, kontrol girdisi (ivme komutu) dikey ekseninde şöyle ifade edilebilir.

$$u = a_M = a_V^c = -K_{LQR} x = \dots \dots = - \begin{bmatrix} -K_I & -K_P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{EL} \\ \dot{\lambda}_{EL} \end{bmatrix} = K_P \dot{\lambda}_{EL} + K_I \lambda_{EL} \quad (11)$$

Sonuç olarak, (9), (10) ve (11) numaralı eşitlikler irdelendiğinde, önerilen OOT güdüm yaklaşımının, OT güdüm parametrelerini; değişen bağıl uzaklık ve hız değerlerine uyarlanır ve dolayısıyla zamanla değişir bir şekilde sistematik optimal bir yolla buldurduğuna dikkat çekilebilir.

### 4. Benzetim Sonuçları

Önerilen yönetimin etkin çalışıp, birçok senaryoda başarılı sonuç verdiğini gözlemlemek için hem nokta parçacık hem de 6-SER benzetim modelleri, sınırsız veya sınırlı hücum açısı  $(\alpha \leq 8^\circ)$  değerleri çerçevesinde kurulmuştur. 6-SER benzetim ortamı oluşturulurken, güdüm algoritması, doğrusal olmayan füze modeli ve uygun bir otopilot (kontrolcü) yapısıyla birlikte eş zamanlı olarak çalıştırılmıştır. Fakat bu bildirideki amacın, güdüm yöntemlerinin olabildiğince zor bir hedef vurma senaryosu için dahi başarılı sonuçlar verip veremeyeceğini test etmek olduğu için, bu bölümde sadece yüksek manevra kabiliyetine sahip bir hedef vuruşu için nokta parçacık benzetim sonuçlarına yer verilecektir. Oluşturulan nokta parçacık benzetimleri, sınırsız ve sınırlı hücum açısı kriterleri ile denenecek ve benzetim sonuçları verilecektir. OOT güdüm yöntemi vurma mesafesi değerleri ve performans şekilleri, ON güdüm yöntemiyle karşılaştırılacaktır. ON güdüm yöntemi literatürde sıkça geçen aşağıdaki eşitlikle çalıştırılacaktır.

$$a_V^c = -N \dot{R}_{TM} \dot{\lambda}_{EL} \quad (12)$$

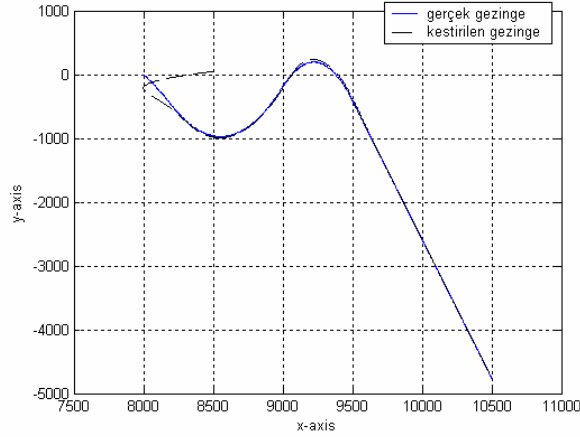
Denklem (12)'de kontrol sistem tasarımcısı tarafından seçilmesi gereken navigasyon sabiti  $N$ , bu bildirideki benzetimlerde 4 olarak alınmıştır.



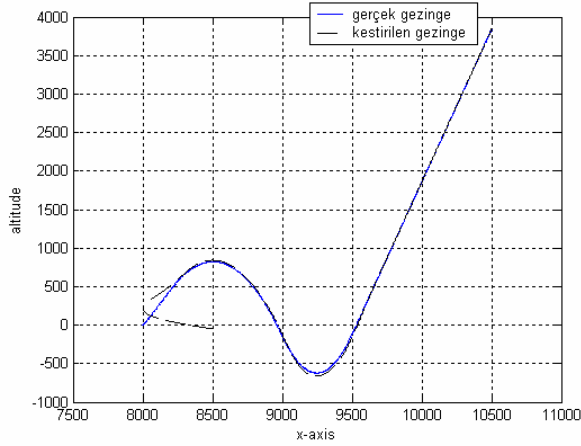
Füzenin başlangıçtaki konum ve hız bileşenleri vektörel gösterimle aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} x_m^i &= [0 \ 0 \ -5000]^T \ m \\ V_m^i &= [400 \ 0 \ 0]^T \ m/s \end{aligned} \quad (13)$$

Hedefin ise ölçülen pozisyon verileri, Kalman süzgecinden geçirilerek, güdüm algoritmalarında kullanılmak üzere kestirilen pozisyon ve hız değerleri elde edilir.



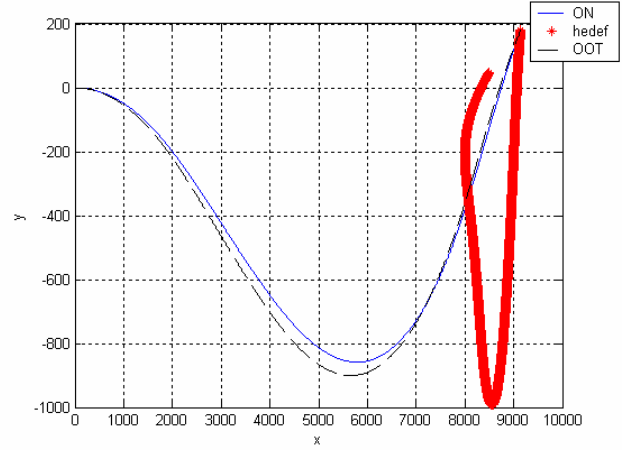
Şekil 1: Yüksek manevra yapan bir hedefin gerçek ve kestirilen x-y eksenleri yörüngeleri



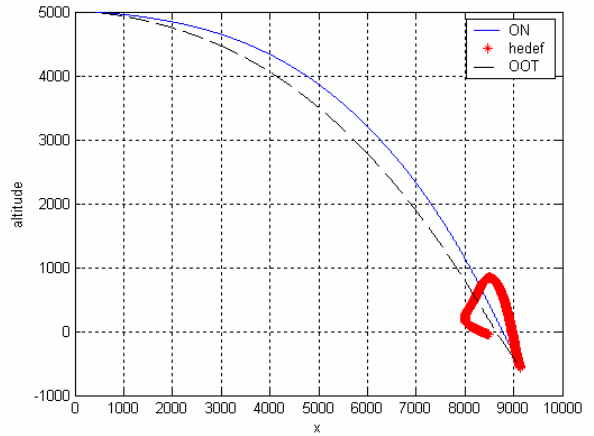
Şekil 2: Yüksek manevra yapan bir hedefin gerçek ve kestirilen x-yükseklik eksenleri yörüngeleri

Eğer nokta parçacık benzetimi, yukarıda verilenler ile ON ve OOT güdüm yöntemleri için ayrı ayrı çalıştırılırsa, aşağıda birbiri ardına verilecek performans sonuçları ve şekillerine ulaşılır.

| Senaryo                    |                      | ON Güdümü | OOT Güdümü |
|----------------------------|----------------------|-----------|------------|
| Yüksek Manevra Yapan Hedef | Sınırsız Hücum Açısı | 1.496     | 1.179      |
|                            | Sınırlı Hücum Açısı  | 611.231   | 4.096      |

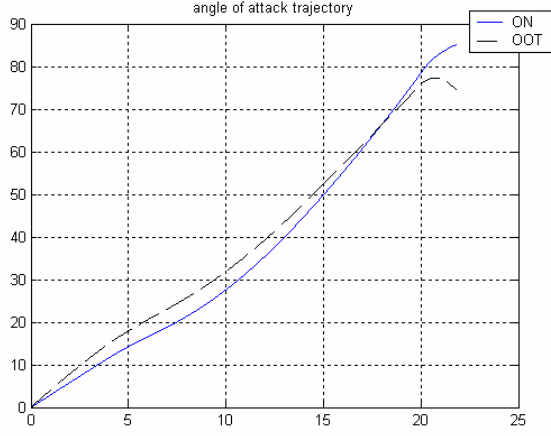


Şekil 3: x-y eksenleri çarpışma yörüngeleri (sınırsız hücum açılı benzetim)



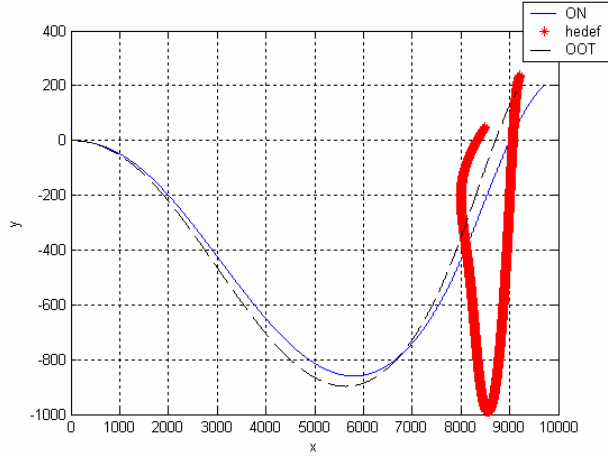
Şekil 4: x-yükseklik eksenleri çarpışma yörüngeleri (sınırsız hücum açılı benzetim)

Tablo 1: Vuruş mesafesi karşılaştırılması

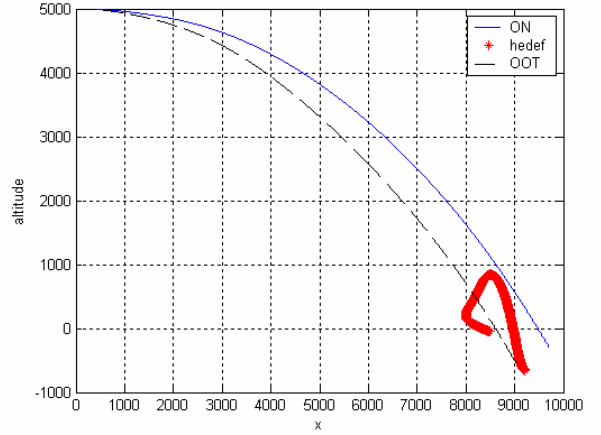


Şekil 5: Yöntemlerin benzetim süresince hücum açısı değişimleri (sınırsız hücum açılı benzetim)

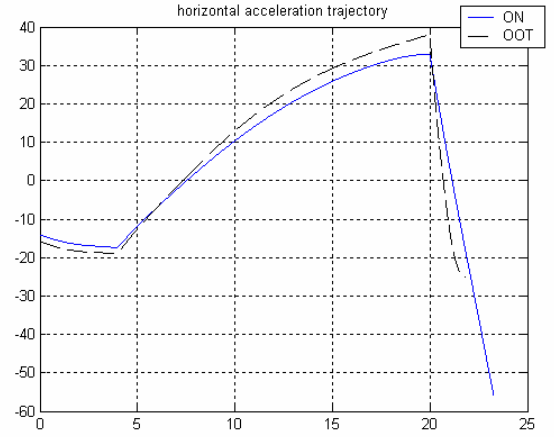
Füzenin sınırsız hücum açısı yapabildiği varsayımına dayanarak çalıştırılan benzetimler, pratik hayata pek de uyarlanabilir olarak görülemez. Şekil 5'ten de anlaşılacağı gibi, her ne kadar iki yönteme göre, füze Tablo 1'de görüldüğü gibi sınırsız koşul için başarılı olup, hedefi vurmuş olsa da, hücum açısı birçok füze kabiliyeti için kabul edilemez değerlere çıkabilmektedir. Bu ve benzeri koşullarda sınırlı koşulda yapılan benzetim, önemli bir hal almış olur.



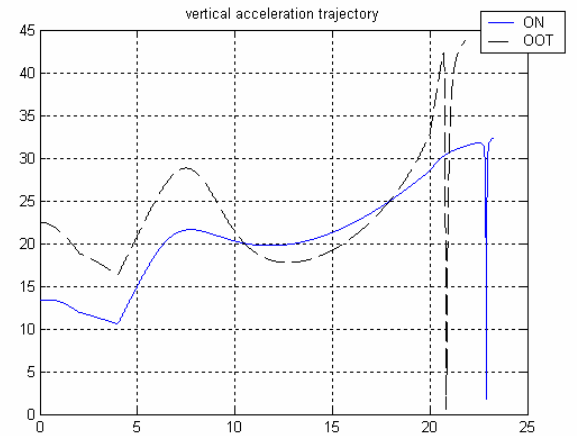
Şekil 6: x-y eksenleri çarpışma yörüngeleri (sınırlı hücum açılı benzetim)



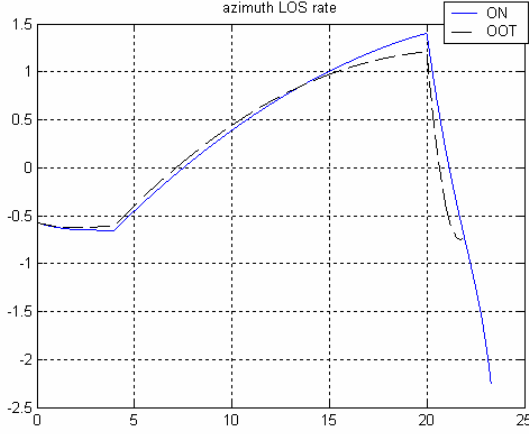
Şekil 7: x-yükseklik eksenleri çarpışma yörüngeleri (sınırlı hücum açılı benzetim)



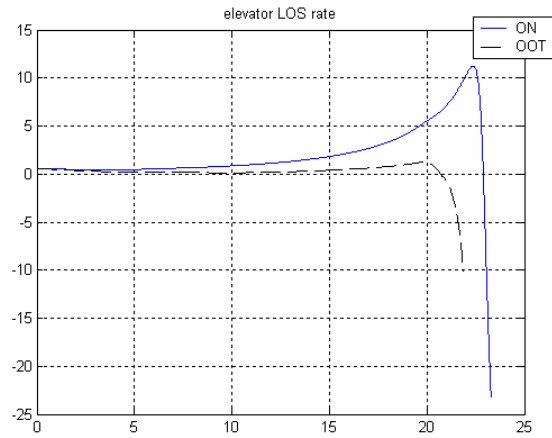
Şekil 8: Yatay ivme komutu değişimleri (sınırlı hücum açılı benzetim)



Şekil 9: Dikey ivme komutu değişimleri (sınırlı hücum açılı benzetim)



Şekil 10: Azimut düzlemi görüş hattı açısı değişimi (sınırlı hücum açılı benzetim)



Şekil 11: Yükselme düzlemi görüş hattı açısı değişimi (sınırlı hücum açılı benzetim)

## 5. Sonuç

Performans sonuçlarından ve şekillerden görüldüğü üzere, önerilen yeni güdüm yöntemi, gerek yatay gerekse dikey ivme komutlarını, hedef manevrasıyla uyarlanır bir şekilde zamana bağlı olarak değiştirebilmesi nedeniyle sınırlı hücum açısı istenen benzetimde, ON güdüm yönteminden çok daha başarılı olmuştur. Aynı zamanda OOT güdüm yönteminin bu tür vurulması zor hedef senaryolarında dahi başarılı olmasını bir nevi Şekil 10 ve 11'deki görüş hattı açılarının değişimine bakarak kolayca yorumlayabiliriz. Sözü edilen şekillerden de görüldüğü üzere ON güdüm yönteminde görüş hattı açılarının değişimleri küçültülemezken, aksine mesafe kısaldıkça yükselmiştir. OOT güdüm yönteminde ise, vuruş anına yakın sürelerde görüş hattı açılarının değişimlerinin, küçük değerlerde tutulması sağlanabilmektedir. Klasik füze güdüm mantığının

temelini oluşturan görüş hattı açısının sıfırlanması veya enküçültülmesi gerekliliği (eğer hedef vurma tam olarak gerçekleşecekse), aslında bu durumun pek de şaşılabilecek bir sonuç olmadığını desteklemektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] K. R. Babu, I. G. Sarma and K. N. Swamy, "Switched Bias Proportional Navigation for Homing Guidance against Highly Maneuvering Targets", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 17, no. 6, p: 1357-1363, November-December 1994.
- [2] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 1994.
- [3] R. T. Yanushevsky and W. J. Boord, "New Approach to Guidance Law Design", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 28, no. 1, p: 162-166, January-February 2005.
- [4] D. Zhou, C. Mu, Q. Ling and W. Xu, "Optimal Sliding-Mode Guidance of a Homing Missile", *IEEE*, p: 5131-5136, 1999.
- [5] D. Zhou, C. Mu and W. Xu, "Adaptive Sliding-Mode Guidance of a Homing Missile", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 22, no. 4, p: 589-594, July-August 1999.
- [6] M. Innocenti, F. Pellegrini and F. Nasuti, "A Vss Guidance Law for Agile Missiles", *AIAA-97-3473*, p: 179-188, 1997.
- [7] T. S. No, J. E. Cochran and E. G. Kim, "Bank-to-Turn Guidance Law Using Lyapunov Function and Nonzero Effort Miss", *Journal of Guidance, Control and Dynamics* Vol. 24, No. 2, p:255-260, 2001.
- [8] Evcimen, Ç. "Different Autopilot and Guidance Designs for Missiles", A Thesis Submitted to The Graduate School of Natural and Applied Sciences of METU, Ankara, August 2007.
- [9] William S. Levine, *the Control Handbook*, IEEE Press, CRC Press, p: 762-768, 1996.

# Ayrık-Zamanlı Optimal Kontrol Problemi İçin Sıklık Bölgesi Tasarımı İle Kök Yerleştirme

Murat Leventoğlu

Paşabahçe Cam San. ve Tic. A.Ş. Mersin Fab.  
Tekkeköy civarı, pk:607, 33004 Mersin  
mleventoglu@sisecam.com

## Özet

Bir çok uygulamada sistemin kararlı olması arzu edilen sonuç için yeterli olmayabilir. Bu tür uygulamalarda sistemin geçici durum davranışı istenildiği gibi olmayabilir veya bazı kriterler için uygun olmayabilir. Ayrık-zamanlı bu tür örneklerde sistemin kapalı çevrim öz-değerlerinin karmaşık düzlemde kararlı bölgenin içerisinde daha küçük bir bölge içerisine çekilmesi gerekir. Bu problem daha önce optimal kontrol kriterleri ışığında zaman düzleminde çözülmüştür. Bu çalışmada sistemin kutuplarını merkezi orjinde olan önceden belirlenmiş dairesel bir bölge içerisine yerleştirme problemini, frekans düzleminde çözen bir metod verilecektir. Sözü edilen yöntemle elde edilen kazanç matrisi zaman düzlemi çözümüyle aynı sonucu vermektedir. Sayısal örnek ile önerilen sıklık düzlemi metodunun geçerliliği gösterilecektir.

**Anahtar sözcükler:** Optimal kontrol, Sıklık bölgesi, Kök yerleştirme, Optimal geri-besleme, Ayrık-zamanlı.

## 1. Giriş

Kontrol sistemlerinin optimizasyonu probleminde durum değişkenleri, kontrol değişkenleri ve sistemin parametreleri kullanılır. Sistem parametreleri, problemin özelliklerine göre belirlenen sabitlerdir. Optimal kontrol problemi (OKP); kontrol vektörleri içinden başarımlı indisine göre en iyi kontrolü sağlayan  $u(t)$  vektörünün hesaplanmasıdır. Kontrol sistemleri optimizasyon probleminde sistem durum denklemleri, çıkış denklemi, kontrol vektörü, problem sınırlamaları, başarımlı indisi ve parametreler kullanılır. Başarımlı indisi, istenen başarımın nasıl olduğunu gösteren bir fonksiyondur [3,4,10]. Birçok uygulamada, başarımlı indisini minimize eden kontrol vektörü ile sistem en iyi duruma (optimuma) getirilir.

Optimal kontrol probleminin çözümü zaman bölgesinde Matris Riccati eşitliğinin çözümünden elde edilen reel, simetrik pozitif tanımlı matrise bağlıdır. Zaman bölgesi çözümleri yanında, OKP'nin

sıklık bölgesinde çözümü için çeşitli yöntemler önerilmiştir [1,3-8]. Yöntemler dönüş-fark ve dönüş-oran kavramlarına dayanır. Bu kavramlara dayalı olarak, Matrix Riccati denkleminin sıklık bölgesindeki formu kullanılarak sistemin dönüş-fark matrisi bulunabilmektedir. Bu duruma dayalı, Riccati denklemini çözmeye gerek duymayan sıklık bölgesi tasarım yöntemleri sunulmuştur [1,3-8].

Sürekli-zamanda olduğu gibi ayrık-zamanlı sistemlerde de sıklık bölgesi optimal kontrol problemi çözüm yöntemleri önerilmiş ve Matris Riccati eşitliğinin sıklık bölgesi eşdeğeri elde edilmiştir. Bu çalışmada, bu yöntemlerden yola çıkarak kapalı-çevrim sistem kutuplarını birim çember içindeki dairesel bir bölgeye yerleştirmek için bir yöntem geliştirilmiş ve örneklerle uygulanmıştır.

## 2. Optimal Kontrol Problemi

Aşağıdaki denklemler bir lineer sistemi tanımlar:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (1)$$

Kuadratik ayrık-zamanlı sistem başarımlı indisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k) \quad (2)$$

Bu denklemde  $Q$  pozitif yarı tanımlı,  $R$  ise pozitif tanımlı reel ağırlık matrisleridir.

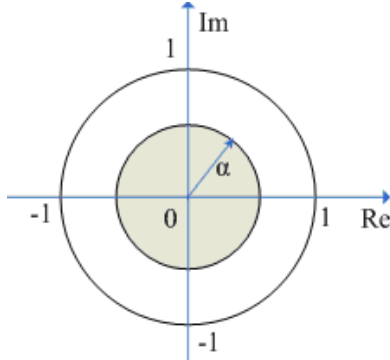
$$P = Q + A^T P A - A^T P B (R + B^T P B)^{-1} B^T P A \quad (3)$$

Eşitliği ile verilen ayrık-zamanlı matris-riccati eşitliğinde  $P$  pozitif tanımlı matris-riccati eşitliğinin simetrik tek çözümüdür. Ayrık-zamanlı optimal kazanç matrisi  $K$ ,  $P$  matrisine bağlı olarak,

$$K = R^{-1} B^T A^{-T} (P - Q) \quad (4)$$

olarak elde edilir[2,3,4,9,10].

Bu çalışmada (3) denklemi ile verilen Matrix-Riccati eşitliğinin çözümünü yapmaksızın sıklık bölgesi çözümü kullanılarak (4) eşitliği ile elde edilen optimal geri besleme kazanç matrisi K elde edilecektir. Bunun içinde sistem kutuplarının birim çember içerisinde daha küçük  $\alpha < 1$  yarıçaplı disk içine yerleştirilmesi gerekmektedir(Şekil 1).



Şekil 1:  $\alpha$  yarıçaplı disk

### 3. Kök Yerleştirme Algoritması

(1) Eşitliğiyle verilen sistemin A,B,C matrisleri ile Q ve R matrisleri verildiğinde sistem kutuplarının  $\alpha$  yarıçaplı diskin içine yerleştirilmesini sağlamak için

$$\tilde{A} = \frac{A}{\alpha} \quad \tilde{B} = \frac{B}{\alpha} \quad (5)$$

dönüşümleri yapılır. Bu dönüşüm ile ilgili arıntılı bilgi [2] nolu referanstan bulunabilir. Dönüşümden sonra aşağıdaki işlem basamakları uygulanır:

Adım 1:

$$G(z) = C(zI - \tilde{A})^{-1} \tilde{B} \quad (6)$$

Sistem açık döngü aktarım matrisi kullanılarak görüngenel yoğunluk matrisi;

$$\Psi(z) = R + G^T(z^{-1})QG(z) \quad (7)$$

olarak hesaplanır.

Adım 2:

$\Psi(z)$  görüngenel yoğunluk matrisi kullanılarak, görüngenel çarpanlarına ayrılır.

$$\Psi(z) = \Phi^T(z^{-1})\Phi(z) \quad (8)$$

Adım 3:

Optimal denetleyicinin dönüş-fark matrisi bulunur.

$$F(z) = \Phi^{-1}(\infty)\Phi(z) \quad (9)$$

Adım 4:

$$d(z) = \det(zI - A) = z^n + d_1 z^{n-1} + \dots + d_n \quad (10)$$

ve

$$Z(z) = F(z) - I \quad (11)$$

dönüş-oranı matrisi olmak üzere;

$$d(z)Z(z) = Z_0 z^{n-1} + Z_1 z^{n-2} + \dots + Z_{n-1} \quad (12)$$

matris çok terimli hesaplanır.

Adım 5:

V matrisi aşağıdaki yapıda hesaplanır.

$$[V] = [V_0 | V_1 | \dots | V_{n-1}] \quad (13)$$

burada,

$$V_0 = Z_0$$

$$V_p = Z_p + \sum_{j=1}^p c_{j-1} Z_{p-j} \quad p = 1, 2, 3, \dots, n-1$$

ve

$$c_0 = -d_1$$

$$c_p = -d_{p+1} - \sum_{j=1}^p d_j c_{p-j} \quad p = 1, 2, 3, \dots, n-1$$

olarak hesaplanır.

Adım 6:

Optimal denetleyici kazanç matrisi,

$$K = [V] M_c^T (M_c M_c^T)^{-1} \quad (14)$$

olarak hesaplanır.

Eğer sistem tek girişli ise  $M_c$  matrisi  $(n \times n)$  boyutlu bir kare matris olacağından kazanç matrisi

$$K = [V] M_c^{-1} \quad (15)$$

olacaktır. Böylece sistem A, B, C parametreleri ve Q, R ağırlık matrisleri ile optimal geri-besleme kazanç matrisi K hesaplanmış olur.

**ÖRNEK :**

Ayrık-zamanlı sistemin katsayı matrisleri aşağıda verilmiş olan sistemi ele alalım.

$$A = \begin{bmatrix} -2.8 & 2.4 & 0.6 \\ -4.2 & 3.8 & 0.6 \\ -1.8 & 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \quad C = I_3$$

$$Q = 15 * I_3; \quad R = 5 * I_2$$

Aşağıdaki dönüşümler yapılır:

$$\tilde{A} = \frac{A}{\alpha}; \quad \tilde{B} = \frac{B}{\alpha}; \quad \alpha = 0.6$$

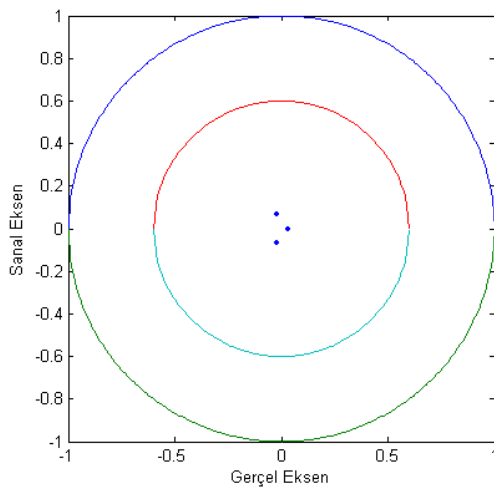
$\tilde{A}, \tilde{B}, C, Q, R$  matrisleri kullanılarak yukarıda verilen optimal kontrol problemi sıklık-bölgesi tasarım algoritması kullanarak optimal geri-besleme kazancı aşağıdaki gibi bulunur:

$$K = \begin{bmatrix} 1.256806 & -1.263979 & 0.026259 \\ 1.960495 & -0.985124 & -0.522903 \end{bmatrix}$$

bu sonuç zaman bölgesi çözümü ile aynıdır. Optimal geri-besleme kazancı kullanıldığında yeni sistemin kapalı-çevrim geçiş matrisi  $A_c = A - BK$  aşağıdaki gibi bulunur:

$$A_c = \begin{bmatrix} -2.8000 & 2.4000 & 0.6000 \\ -2.9432 & 2.5360 & 0.6263 \\ -1.0963 & 0.8789 & 0.2508 \end{bmatrix}$$

$A_c$  matrisinin öz-değerleri,



Şekil 2.  $\alpha = 0.6$  için  $A_c$  öz-değerlerinin grafiksel gösterimi

$$\begin{aligned} &-0.0218 + 0.0696i \\ &-0.0218 - 0.0696i \\ &0.0305 \end{aligned}$$

dir. Bu değerler görüldüğü gibi  $\alpha = 0.6$  diskinin içindedir ve grafiksel gösterimi şekil 2’de verilmiştir.

**4. Sonuçlar**

Bu çalışmada ayrık-zamanlı optimal kontrol probleminin zaman bölgesi Riccati denkleminin çözümü yapılmaksızın sıklık bölgesi tasarım algoritması geliştirilmiş ve bir örnek üzerinde uygulanarak zaman bölgesi çözümü ile aynı olduğu gösterilmiştir. Önerilen yöntem riccati çözümünü gerektirmemekle birlikte sıklık bölgesinde görüngenel ayrışım gerektirmektedir. Görüngenel ayrışım bu yöntemin hesap yükünün en önemli bölmüdür.

**Kaynaklar**

- [1] Xiangang FU and Longzhou FU, “Optimal control system design of a nuclear reactor by generalized spectral factorization”, Int.J. Control, Vol.47 NO.5, pp.1479-1487, 1988.
- [2] Toru FUJINAKA and Tohru KATAYAMA, “Discrete-time optimal regulator with closed-loop poles in a prescribed region”, Int.J.Control Vol.47 No.5, pp.1307-1321, 1988
- [3] Lewis F.L., “Optimal Control”, John Wiley, USA, p.362,1986.
- [4] Ogata K. , “Modern Control Engineering”, Prentice Hall, USA, p.963, 1990.
- [5] MacFarlane A.G.J., “Frequency Response Methods in Control Systems”, IEEE Press, Canada, p.426, 1979.
- [6] C.C. ARCASOY, “Return-difference-matrix properties for optimal stationary discrete Kalman Filter”, Proc. IEE, Vol.118, No.12, pp.1831-1834, 1971,
- [7] C.C. ARCASOY and F.J.J. Shouman , “Linear quadratic regulators and eigenvalue placement in specified region: Frequency domain solution”, Proc. 2nd Asian Control Conference, Seoul, Korea, pp.167-170, July 1997.
- [8] C. Cengiz. ARCASOY, “Multivariable Optimal Control System Design in Frequency Domain”, Proc.of the IASTED International Conference on control and Applications, Banff, Canada, pp.95-100, July 25-30 1999
- [9] P. Pratapachandran NAIR and M. GOPAL, “A new optimal control strategy for a nuclear boiling water reactor”, IEEE Transactions on Nuclear Science, Vol.NS-32, No.2, pp.1180-1189, April 1985
- [10] N.S. ROUSAN and M.E.SAWAN, “Optimal pole shifting for discrete multivariable systems”, Int.J.Systems Sci. Vol.23, No.5, pp.799,806, 1992









# Belirsiz Sistemlerin Frekans Cevabının Hesaplanmasına Yönelik Bir Yazılım Aracının Geliştirilmesi

R. Volkan Şenyuva<sup>1</sup>, M. Turan Söylemez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Ayazağa Kampüsü

senyuvar@itu.edu.tr  
soylemez@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışma ile parametrik belirsizlik içeren kontrol sistemlerinin analizinde yararlanılabilecek bir yazılım aracının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Geliştirilen yazılım aracı MATLAB ortamında grafik arayüz aracı olan GUI kullanılarak tasarlanmıştır. Reel aralıklar içinde parametrik belirsizlik taşıyan kontrol sistemlerinin transfer fonksiyonlarına ilişkin parametreler girilerek bu sistemlerin Bode, Nyquist ızgara eğrileri ve Bode zarfları elde edilebilmektedir. Ayrıca geliştirilen yazılım kullanılarak verilen bir belirsiz sistemin Bode zarflarının geçiş noktaları çok hızlı bir şekilde bulunabilmektedir. Bu sayede parametrik değişimlere dayanaklı kontrolörler tasarlanmasına olanak sağlanmaktadır.

## 1. Giriş

Parametrik belirsiz kontrol sistemlerinin analizi ve bu sistemler için kontrolör tasarımı 1980'li yıllara kadar ihmal edilmiştir. Bunun başlıca sebebi bu sistemlerin analizinde kullanılabilecek genel bir teoremin bulunmamasıdır. Parametrik belirsizlik alanındaki çalışmalar 1979 yılında Kharitonov teoreminin yayınlanması ile büyük bir ivme kazanmıştır [1, 2]. Kharitonov ve sonrasında geliştirilen teoremler ile belirsiz sistemlerin frekans cevaplarının hesaplanmasında önemli yol alınmıştır.

Parametrik belirsizlik taşıyan kontrol sistemleri için dayanıklı kontrolör tasarımında en çok başvurulan yöntemlerden birisi frekans cevabıdır. Frekans cevabına dayalı tasarım tekniklerinin tercih edilmesinin bir nedeni frekans cevabı bilgileri ile istenen geçici rejim davranışlarının bu sistemlere kazandırılabilmesidir [3].

Frekans tanım bölgesinde geleneksel kontrolör tasarımında yararlanılan Nyquist, Bode eğrileri ve Nichols abağı belirsiz sistemlere uygulanmak istenirse sistem transfer fonksiyonunun alabileceği olası tüm değerler için (sonsuz olasılık olduğundan) bu eğrilerin hesaplanması mümkün değildir. Genelde belirsiz parametreler için ortak bir aralık sayısı belirleyerek ortaya çıkan sınırlı sayıdaki transfer fonksiyonu için Nyquist, Bode ve Nichols çizimleri yapılmaktadır. Izgaralama (gridding) olarak bilinen bu teknikte frekans eğrileri bulunması gereken sistem sayısı aralık sayısı ve/veya belirsiz parametre sayısı arttıkça üstel olarak artmaktadır. Bu bakımdan özellikle yüksek dereceli sistemler için izgaralama tekniğinin kullanılması pratik olmamaktadır. Alternatif olarak belirsiz sistemin tüm olası Bode eğrilerinin içinde kaldığı Bode zarfları hesaplanarak tasarım yapılması düşünülebilir [3].

Tanıtılacak olan yazılım aracı hem ızgara tekniğini hem Bode zarf hesaplama tekniğini başarıyla uygulayabilmektedir. Yazılım aracı ile Bode zarflarının geçiş frekansları ve bu frekanslara bağlı olarak kazanç ve faz payları otomatik olarak hesaplanabilmektedir. Geliştirilen yazılım aracının önemli özelliklerinden birisi de gelişmiş bir kullanıcı arayüzü sağlamasıdır. Bu arayüz sayesinde belirsiz sistem transfer fonksiyonu istendiği gibi oluşturularak çizimin gerçekleşeceği frekans aralığı belirlenebilmektedir.

Bildirinin geriye kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2'de ilgilenilen parametrik belirsizlik tipine sahip sistem transfer fonksiyonları tanıtılarak bu sistemlere ilişkin Bode zarflarının nasıl bulunacağına dair kısa bilgiler verilmiştir. En genel halde izgaralama tekniğinin nasıl gerçekleştirilebileceğine dair bilgiler Bölüm 3'te yer almaktadır. Geliştirilen yazılım aracı Bölüm 4'te tanıtılmış olup Bölüm 5'te bu aracın kullanımına yönelik iki örnek verilmiştir. Tartışma ve sonuçlar sırasıyla Bölüm 6 ve 7'de yer almaktadır.

## 2. Bode Zarflarının Bulunması

Endüstrideki süreç kontrol sistemleri çoğu zaman birinci dereceden veya ikinci dereceden sistemler yardımıyla modellenebilir. Pek çok sürecin transfer fonksiyonu (1)'de gösterilen yapıda verilebilir.

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2} \times \frac{K \prod_{k=1}^m (1 + sL_k)}{s^N \prod_{l=1}^n (1 + sT_l)} e^{-s} \quad (1)$$

Çoğu kez sistem parametreleri tam olarak bulunamamakla birlikte (2)'de gösterildiği gibi hangi aralıklarda değişebildikleri hesaplanabilmektedir.

$$\begin{aligned} \omega_0 &\in [\underline{\omega}_0, \overline{\omega}_0] & \zeta &\in [\underline{\zeta}, \overline{\zeta}] & K &\in [\underline{K}, \overline{K}] \\ L_k &\in [\underline{L}_k, \overline{L}_k] & T_l &\in [\underline{T}_l, \overline{T}_l] & \tau &\in [\underline{\tau}, \overline{\tau}] \end{aligned} \quad (2)$$

Verilen transfer fonksiyonu iki parçaya ayrılabilir [3].

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$
$$G_1(s) = \frac{K \prod_{k=1}^m (1 + sL_k)}{s^N \prod_{l=1}^n (1 + sT_l)} e^{-s} \quad G_2(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2} \quad (3)$$

Her parça için Bode zarfı ayrı ayrı hesaplanıp elde edilen sonuçlar (4)'te gösterildiği gibi birleştirilebilir [3].

$$\begin{aligned}
\max|G(s)| &= \max|G_1(s)| \cdot \max|G_2(s)| \\
\max\angle G(s) &= \max\angle G_1(s) + \max\angle G_2(s) \\
\min|G(s)| &= \min|G_1(s)| \cdot \min|G_2(s)| \\
\min\angle G(s) &= \min\angle G_1(s) + \min\angle G_2(s)
\end{aligned} \quad (4)$$

### 2.1. $G_1(s)$ için Bode Zarfının Bulunması

$G_1(s)$  transfer fonksiyonunun maksimum genliğini veren ifade (5)'te gösterilmiştir. Minimum genlik hesaplanırken bu sefer payın alacağı minimum değerin paydanın alacağı maksimum değere oranı bulunmalıdır [3].

$$\max|G_1(s)| = \frac{\bar{K} \cdot \max|1 + L_1 s| \cdots \max|1 + L_m s|}{|s|^N \cdot \min|1 + T_1 s| \cdots \min|1 + T_n s|} \quad (5)$$

$G_1(s)$  transfer fonksiyonunun alacağı maksimum faz değeri ise (6)'daki ifadeden hesaplanabilir. Minimum faz değeri ise payın alacağı minimum faz değerinden paydanın alacağı maksimum faz değeri çıkarılarak bulabilir [3].

$$\begin{aligned}
\max\angle G_1(j\omega) &= (\max\angle 1 + jL_1\omega + \cdots + \max\angle 1 + jL_m\omega - \omega\tau) \\
&\quad - (90N + \min\angle 1 + jT_1\omega + \cdots \min\angle 1 + jT_n\omega) \quad (6)
\end{aligned}$$

### 2.2. $G_2(s)$ için Bode Zarfının Bulunması

$G_2(s)$  transfer fonksiyonu ikinci dereceden standart sistem yapısındadır ve karmaşık kutup çifti içermektedir. Standart ikinci dereceden Bode genlik cevabı  $\zeta$  değeri 0.707'den küçük ise bir tepe değere ulaşır. Buna göre parametreleri  $\zeta \in [\underline{\zeta}, \bar{\zeta}]$  ve  $\omega_0 \in [\underline{\omega_0}, \bar{\omega_0}]$  aralığında değer alan belirsiz transfer fonksiyonunun frekans cevabı  $(\underline{\omega_0}, \underline{\zeta})$ ,  $(\bar{\omega_0}, \bar{\zeta})$ ,  $(\underline{\omega_0}, \bar{\zeta})$  ve  $(\bar{\omega_0}, \underline{\zeta})$  olmak üzere dört durumda incelenebilir.

Bu dört durum için Bode zarflarının elde edilmesine ilişkin ayrıntılar [4]'de verilmiştir.

## 3. İzgara Algoritmasının Geliştirilmesi

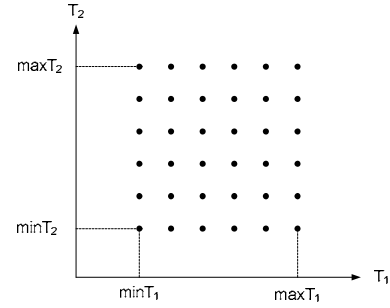
İzgara tekniğini gerçekleyen yazılım algoritmasının nasıl geliştirildiği (7)'de transfer fonksiyonu verilen belirsiz kontrol sistemi üzerinden anlatılabilir. Görüldüğü üzere transfer fonksiyonu paydasında iki adet zaman sabiti vardır. Zaman sabitleri  $T_1 \in [\underline{T_1}, \bar{T_1}]$  ve  $T_2 \in [\underline{T_2}, \bar{T_2}]$  reel aralıklarında değişmektedir.

$$G(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \quad (7)$$

Bu sisteme ızgara tekniği 5 aralık değeri için uygulanmak istenirse Şekil 1'de işaretlenen her noktanın  $T_1$  ve  $T_2$  değerinin hesaplanması gerekir. Her bir belirsiz parametre için 5 aralık istendiğine göre 6 nokta kullanılmalıdır. Bu durumda bulunması gereken toplam nokta sayısı  $6^2=36$ 'dır. Belirsiz sistem parametre sayısı ve aralık değerinin artması durumunda

nokta sayısının üstel olarak artacağı görülür. Özellikle parametre sayısının artması durumunda belirsiz parametrelerin belirlediği uzay çok boyutlu olacağından ızgara noktalarına ilişkin koordinatların hızlı bir şekilde hesaplanması önem arz eder.

Üstel karmaşıklıkta bir hesaplama algoritmasının kurulması her ne kadar başlangıçta zor gözüksün de Şekil 1 tekrar incelenirse aslında problemin daha farklı bir yaklaşım ile kolaylaştırılabileceği anlaşılır. Burada anahtar soru ızgara noktalarının sınırlarını çizdiği geometrik şeklin köşe noktalarının hesaplanıp hesaplanamayacağıdır.



Şekil 1: İzgara koordinatlarının düzlemde gösterimi.

Verilen örnek sistemin iki adet belirsiz parametresi olduğundan geometrik şekil düzlem üzerindeki bir dikdörtgendir ve bu dikdörtgenin köşe noktaları  $(\underline{T_1}, \underline{T_2})$ ,  $(\underline{T_1}, \bar{T_2})$ ,  $(\bar{T_1}, \underline{T_2})$ ,  $(\bar{T_1}, \bar{T_2})$  sırasıyla ifade edilebilir.

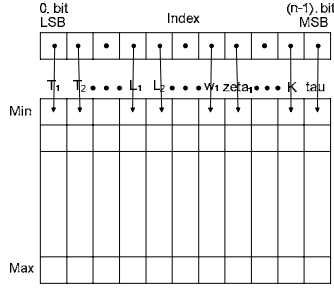
Köşelerin gösterim biçimine dikkat edilirse ikili düzendeki sayılara benzediği fark edilir. Geometrik şeklin köşeleri aynı ikili düzende sayılar kullanılarak kodlanabilir (Tablo 1). Programlama probleminin aslında, ilgili parametrenin alt değeri lojik 0, üst değeri ise lojik 1 ile temsil edilmek koşuluyla ikili düzende bir sayıcı algoritması tasarımı olduğu ileri sürülebilir.

Tablo 1: İzgara köşe noktalarının kodlanması.

| $T_1$ | $T_2$ |
|-------|-------|
| 0     | 0     |
| 0     | 1     |
| 1     | 0     |
| 1     | 1     |

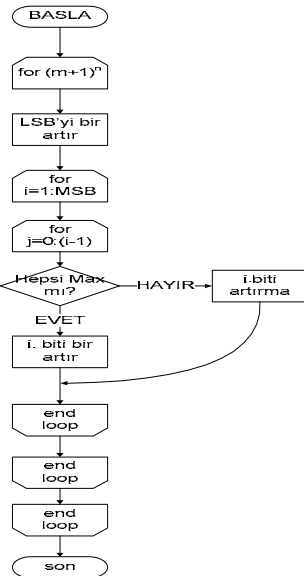
Problem en genel formunda ele alınırsa belirsiz sistem parametre sayısının algoritma tasarımı yapılacak ikili sayıcının kaç bitlik olduğunu belirlediği görülür. 7'de verilen transfer fonksiyonunda iki belirsiz parametre olduğundan iki bitlik bir sayıcı tasarımı yeterlidir (Tablo 1). Aralık değeri ise sayma işleminin kaçlık düzende gerçekleşmesi gerektiği bilgisini içerir. Sadece köşe noktaları düşünüldüğü durumda aralık değeri bir olduğu için oluşan geometrik şeklin her kenarında iki nokta ortaya çıkar. Bu nedenle sayma işlemi ikilik düzende yapılır. Ama aralık değeri m olursa sayma işlemi m+1 düzende yapılmak zorundadır. Özetlemek gerekirse n adet belirsiz parametresi olan bir belirsiz sistem için m aralıklı ızgaralama istenirse n-bitlik m+1 düzende bir sayıcı tasarlanması en genel formdaki ızgaralama problemini çözecektir.

Çalışma mantığı açıklanan algoritmayı, yazılımsal olarak gerçeklemek için boyutları dinamik olarak değişebilen özel veri yapılarına ihtiyaç duyulur. Izgara parametrelerinin tutulduğu veri yapısı  $(m+1) \times n$  boyutlu bir dizidir. Bu dizinin her bir sütunu bir belirsiz parametreye karşılık gelirken her bir satırı  $m$  aralık sonucu ortaya çıkan  $(m+1)$  değerden birine karşılık düşer. Her sütununun mevcut indis değerini tutmak üzere “Index” isimli bir vektör kullanılmıştır (Şekil 2). “Index” isimli vektörün boyu ise sistemdeki belirsiz parametre sayısı kadardır. Tasarlanan  $n$ -bitlik  $m+1$  düzenindeki sayıcı algoritması “Index” isimli vektörün elemanları üzerinde çalışmaktadır.



Şekil 2: Izgara algoritması veri yapısı.

Sayıcı algoritması  $(m+1)^n$  çevrim boyunca her iterasyonda “Index” isimli dizinin en düşük anlamlı biti olan LSB yani 1. elemanının tuttuğu indisin değerini bir artırır. Bu artırma işlemi modüler aritmetiğe göre  $(m+1)$  düzeninde gerçekleşir. LSB değeri birinci parametrenin en üst değerini gösterdiğinde ( $LSB=m+1$  olduğunda) bir sonraki çevrimde indis birinci parametrenin en düşük değerini göstermelidir ( $LSB=1$ ). “Index” dizisinin diğer elemanlarına artırma işlemi uygulanırken her çevrimde kendilerinden önce gelen tüm indislerin içeriğinin ilgili  $(m+1)$ . satırı gösterip göstermediği kontrol edilir. Bu artırma işlemi de modüler aritmetik tabanlıdır. Şekil 3’te izgara algoritmasının akış diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 3: Izgara algoritması akış diyagramı.

## 4. Yazılım Aracının Tanıtılması

Bu bölümde geliştirilen yazılım aracının özellikleri açıklanmıştır. Yazılımın tanım ve amacı verildikten sonra yazılımın çalıştırıldığı ortamın özellikleri anlatılmıştır. Son olarak grafik arayüzün kullanımına ilişkin kullanımı ve dayanıklı kontrolör tasarımı uygulaması gösterilmiştir.

### 4.1. Yazılım Aracının Tanımı ve Amacı

Yazılım aracı transfer fonksiyonu 1 yapısında ifade edilebilen reel aralık polinomu tipindeki belirsiz sistemlerin frekans bölgesi özelliklerinin incelenmesine olanak verir. Sistemin Bode genlik-faz diyagramlarının zarflarını, bu zarflar arasında sistemin nasıl değişebileceğini gösteren izgara eğrileri ile Nyquist izgara eğrileri yazılım aracı ile elde edilebilmektedir. Dayanıklı kontrolör tasarımında kullanılmak üzere Bode zarflarına ilişkin kazanç-faz payları ve geçiş frekansları da kullanıcıya bildirilir.

### 4.2. Geliştirme ve Çalıştırma Ortamı

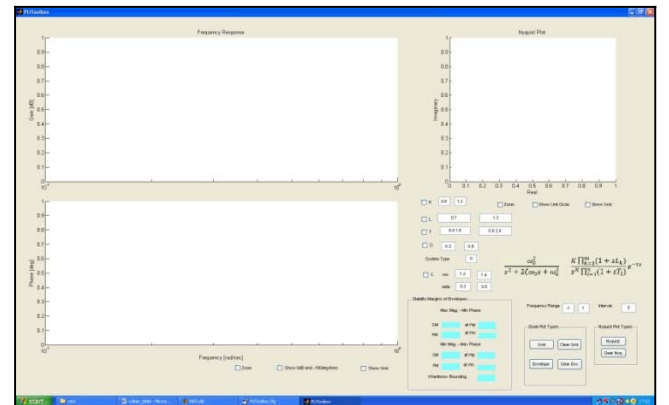
Yazılım tasarımı MATLAB R14 7.0.0.19920 sürümünün yüklü olduğu Windows XP işletim sisteminde gerçekleştirilmiştir. Control System Toolbox modülüne ait bazı kitaplık fonksiyonlarına kaynak kod içerisinde çağrılar yapıldığından yazılımın çalıştırılabilmesi için bu modülün MATLAB ortamında yüklü bulunması gerekir. Yazılımın başarıyla çalıştırılabildiği minimum düzeydeki donanım ile ilgili bilgiler Tablo 2’de verilmiştir. Izgaralama tekniğinin hesaplanma süresi, aralık sayısı yükseldikçe dramatik bir şekilde artmaktadır.

Tablo 2: Yazılımın donanım özellikleri.

| Donanım     | Özellik           |
|-------------|-------------------|
| İşlemci     | Intel Pentium III |
| Bellek      | 256 MB            |
| Ekran Kartı | 8 MB              |
| Hard Disk   | 2 GB              |

### 4.3. Kullanıcı Arayüzü

Yazılım aracı çalıştırıldığında kullanıcının karşısına çıkan ekran görüntüsü Şekil 4’te gösterilmiştir.



Şekil 4: Yazılım aracı açılış ekranı.

Kullanıcının kontrol sisteminin parametrelerini girdiği bölüm MATLAB GUI’deki metin ve seçme kutucukları kullanılarak

tasarlanmıştır (Şekil 5). (1)'de görülen transfer fonksiyonuna ait kazanç, pay-payda zaman sabitleri, ölü zaman parametresi ve karmaşık kutup çifti taşıyan ikinci mertebeden sistem modeli sırasıyla K, L, T, D ve C isimli birer seçme kutusu ile denetlenir. Bu kutulardan örneğin K kutusu seçilirse hemen yanındaki kazanç parametresi alt ve üst sınırlarını içeren metin kususunu etkinleştir ve hesaplamalarda transfer fonksiyonuna eklenir. Eğer K kutusu seçilmez ise transfer fonksiyonu kazanç parametresi 1 olarak alınır. Diğer seçme kutuları da benzer şekilde çalışır.

Şekil 5: Yazılım aracı parametre girişi.

Transfer fonksiyonunun pay-payda zaman sabitleri girilirken Şekil 5'te görülen L ve T seçme kutuları yanındaki metin kutuları ilgili parametrenin (L veya T) transfer fonksiyonundaki sayısı kadar alt sınır ve üst sınır değeri içeren birer dizi olarak girilmelidir.

Girilen parametrelerin nümerik olup olmaması ve birden çok pay-payda zaman sabitinin girilmesi durumunda dizilerin boylarının uyushması gibi koşullar yazılım aracı tarafından denetlenir. Yazılım aracındaki başka bir uyarı mekanizması ise parametreleri girilen sistemin nedensellik ilkesine uyup uymadığına bakılmasıdır (8).

$$m \leq N + n + 2C \quad (8)$$

Yazılım aracı Şekil 5'ten görüleceği üzere frekans bölgesinde tanımlı olan Bode genlik-faz eğrileri ve Nyquist eğrileri olmak üzere iki çeşit çizim gerçekleştirebilmektedir. Bu çizimlerin hangi frekans aralığında olması isteniyorsa "Frequency Range" isimli alt ve üst sınır değerlerini taşıyan metin kutularına logaritmik olarak kullanıcı tarafından girilebilir. "Interval" isimli metin kutusuna ise Bode ve Nyquist ızgaralama tekniği çizimlerinde gerekli olan parametrelerin ortak aralık sayısı değeri girilir. Elde edilen Bode zarflarına ait kazanç-faz payı ve geçiş frekansları "Stability Margins of Envelopes" isimli panelde maksimum genlik-minimum faz ve minimum genlik-maksimum faz eğrileri için ayrı ayrı verilir.

## 5. Yazılım Aracı Uygulamaları

Bu bölümde kullanım kılavuzu verilen yazılım aracı yardımıyla reel aralık tipinde parametrik belirsizlik taşıyan

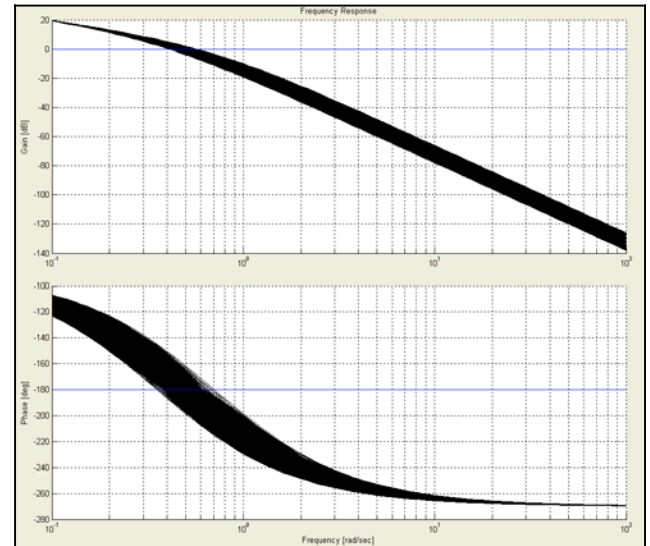
birbirinden farklı kontrol sistemleri incelenmiştir. Analizi yapılan kontrol sistemleri [5]'den seçilmiştir.

### 5.1. Örnek Sistem I

Transfer fonksiyonu (9)'da görülen kontrol sisteminin iki zaman sabiti vardır ve orijinde bir kutup taşıdığından sistem tipi birdir. Zaman sabitlerinin verilen reel aralıklar içinde değişimine karşılık gelen parametre değişimini kestirmek zordur. Bu nedenle hesaplamada Kharitonov alttan ve üstten sınırlandırma tekniği kullanılır. Faz eğrilerinin alt sınırının tam  $-180^\circ$  çizgisini kestiği kazanç geçiş frekansında,  $\omega = 0.35$  rad/s, genlik eğrisi üst sınırında kazanç payı  $GM = -6.7$ dB bulunur. Buradan hareketle sistemi kararlı kılabacak kazançların  $K < 0.46$  şartını sağlaması gerektiği bulunur.

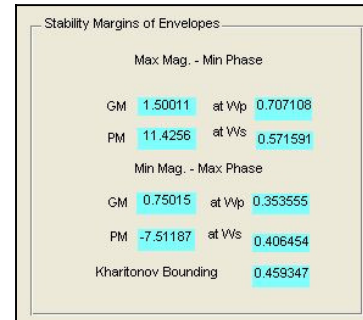
$$G(s) = \frac{1}{s(1+T_1s)(1+T_2s)}, T_1 \in [1,2], T_2 \in [2,4] \quad (9)$$

Şekil 6'daki ızgara eğrileri kullanılarak sistemi kararlı kılabacak kazanç sınır değeri hesaplanabilir. Yalnız bu yöntemde en genel formdaki (1) transfer fonksiyonunda her bir ızgara eğri değişimine karşılık gelen parametre değişimini kestirmek zordur. Bu nedenle hesaplamada Kharitonov alttan ve üstten sınırlandırma tekniği kullanılır. Faz eğrilerinin alt sınırının tam  $-180^\circ$  çizgisini kestiği kazanç geçiş frekansında,  $\omega = 0.35$  rad/s, genlik eğrisi üst sınırında kazanç payı  $GM = -6.7$ dB bulunur. Buradan hareketle sistemi kararlı kılabacak kazançların  $K < 0.46$  şartını sağlaması gerektiği bulunur.



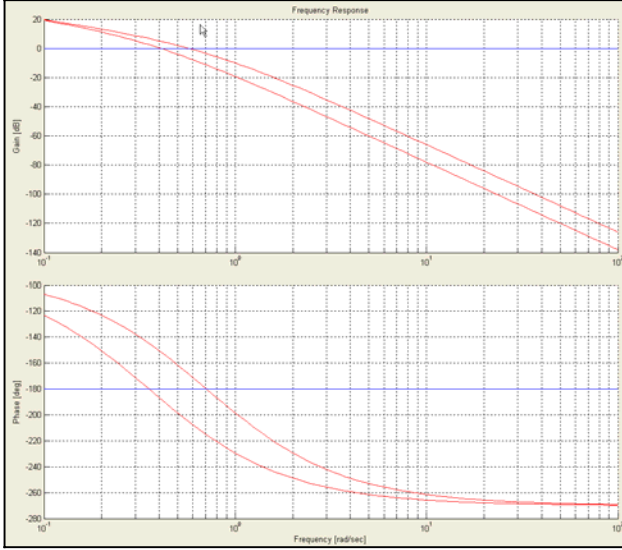
Şekil 6: (9) sistemi için 441 Bode ızgara eğrisi.

Bode zarflarına ilişkin kazanç-faz payları ve geçiş frekansları yazılım aracı tarafından "Stability Margins of Envelopes" panelinde kullanıcıya sunulmaktadır (Şekil 7).



Şekil 7: (9) sistemi için kazanç-faz payları.

Yazılım aracı kullanılarak sistemin Bode zarflarının doğrudan çizdirilmesi istenirse Şekil 8'deki zarf eğrileri ortaya çıkar. Şekil 6'daki ızgara eğrileri ile Şekil 8'deki Bode zarfları karşılaştırılırsa yazılım aracının hem başarılı hem de çok daha hızlı bir biçimde Bode zarflarını hesaplayabildiği görülür.



Şekil 8: (9) sistemi için Bode zarfları.

Şekil 7'den görüleceği üzere sistemin Bode zarfları maksimum genlik–minumum faz ve minumum genlik– maksimum faz eğrileri olmak üzere iki çiftten oluşur. Bölüm 2'de Bode zarfları bulunurken kullanılan matematiksel ifadelerle bakılırsa verilen sistem için maksimum genliği sağlayan parametrelerin aynı zamanda belirsiz sistemin alabileceği minumum faz değerini verdiği görülür. Aynı çıkarım benzer şekilde minumum genlik–maksimum faz arasında da kurulabilir. Buna göre eşleşen genlik ve faz eğrisi çiftleri için yazılım aracı kazanç–faz geçiş frekanslarını (sırasıyla  $\omega_s$  ve  $\omega_p$ ) hesaplar ve bu frekanslardaki kazanç–faz paylarını kullanıcıya sunar. Sistemi kararsızlığa götürmeden eklenebilecek kazanç değeri maksimum genlik çiftinde 1.5 iken minumum genlik çiftinde ise 0.75'dir (Şekil 7). Bu hesaplama dayanarak belirsiz sistemi her koşulda kararlı kılabilecek kararlılık kısıtı  $K < 0.75$  olarak belirlenir.

Faz eğrisi ızgara tekniğinde kullanılan faz eğrilerinin alt sınır eğrisi ile aynı olmasına rağmen yine aynı geçiş frekansında kazanç payı hesaplanırken ızgarada elle yapılan hesaplamada genlik eğrisinin üst sınırına, yazılım aracında ise alt sınırına bakılır. Aslında verilen sistem transfer fonksiyonunda sadece iki adet zaman sabiti bulunduğundan Bode ızgara eğri değişimleri, sistem parametre değişimleri ile kolayca ilişkilendirilebilir. Bu ilişkilendirme sonunda faz eğrilerinin alt sınırının elde edildiği aynı parametre değerleri için genlik eğrilerinin de alt sınırının elde edildiği görülür. Böylece sistemin gerçek kararlılık kısıtının  $K < 0.75$  olduğu ortaya çıkar. Görüldüğü üzere bu tip bir yaklaşım Kharitonov alttan ve üstten sınırlandırma tekniğine ( $K < 0.46$ ) göre daha az tutucudur. Şekil 7 incelenirse tasarımcının bu karşılaştırmayı yapabilmesi için yazılım aracı Kharitonov alttan ve üstten sınırlandırmadan bulunan kararlılık kısıtını da kullanıcıya bildirmektedir.

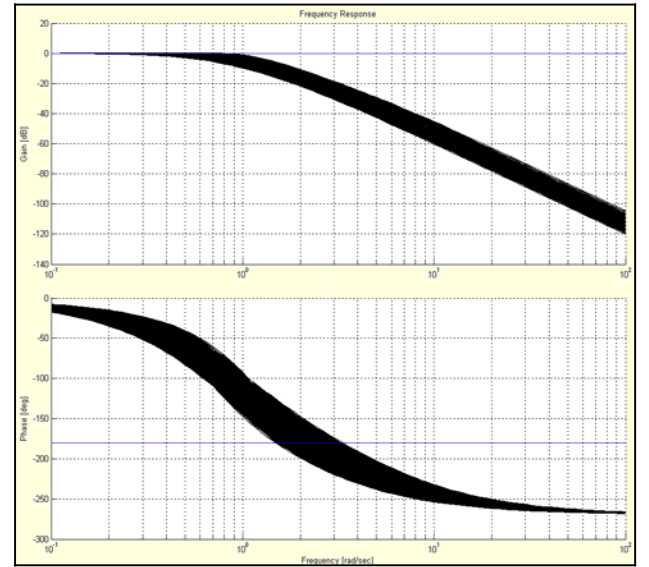
## 5.2. Örnek Sistem II

Bu örnekte karmaşık kutup çifti içeren üçüncü mertebeden bir sistem modeli ele alınmıştır (10). Yazılım aracı 10 aralık için Bode genlik-faz ızgara eğrilerini Şekil 9'daki gibi çizdirir.

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{(Ts+1)(s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2)}$$

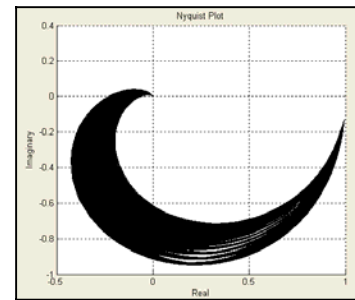
$$T \in [0.2, 0.5] \quad \omega_0 \in [0.7, 1.1] \quad \zeta \in [0.6, 0.9] \quad (10)$$

Öncelikle Kharitonov alttan ve üstten sınırlandırma tekniği kullanılarak kazanç kısıtı hesaplanır. Faz eğrilerinin alt sınırının  $-180^\circ$  çizgisini kestiği geçiş frekansı  $\omega = 1.5$  rad/s olarak belirlenir. Bu frekans değerinde genlik eğrisinin üst sınırına bakılarak kazanç payının  $GM = 5$ dB olduğu görülür. Buna göre sistemi kararlı kılabilecek kazanç kısıtı  $K < 1.8$  olarak hesaplanır.



Şekil 9: (10) sistemi için 1331 adet Bode ızgara eğrisi.

Gerçek kararlılık kısıtı Bode zarflarından elde edilebileceği gibi Nyquist ızgara eğrileri yardımıyla da bulunabilir. Şekil 10'daki Nyquist eğrilerinden en dışakinin reel eksenine  $-0.24$  değerinde kestiği belirlenir. Nyquist kararlılık hesabına göre sistemin gerçek kararlılık kısıtı  $K < 4.16$  olarak ortaya çıkar.



Şekil 10: (10) sistemi için 1331 adet Nyquist ızgara eğrisi.

## 6. Tartışma

Örneklerde verilen belirsiz sistemler için sistemi karasızlığa götürecek kazanç değeri tam olarak hesaplanabilir. Bunun için fazın  $-180^0$  olduğu frekanslar içinden transfer fonksiyonunun genliğini maksimum yapan parametre değerlerinin bulunması gerekir. Bulunan parametre değerleri Routh kriteri sonucu ortaya çıkan kısıt ifadesinde yerine konursa sistemi karasızlığa götüren, eşik kısıt değeri hesaplanabilir.

Ancak yukarıda anlatılan optimizasyon problemi, (1)'de gösterilen en genel formdaki transfer fonksiyonu için karmaşık bir matematik problemine dönüşür. Yazılım aracı uygulamalarında gösterilen hem Kharitonov alttan-üstten sınırlandırma hem Bode zarflarından hesaplama yöntemleri her ne kadar bazı transfer fonksiyonları için gerçek kısıt değerini tam olarak veremese de çok hızlı sonuç elde etmek mümkün olduğundan daha basit ve uygulanabilir.

## 7. Sonuç

Izgara yöntemini Bode-Nyquist eğrilerine uygulayabilen ve Bode zarflarını hızlı bir şekilde hesaplayabilen bir yazılım aracı MATLAB ortamında grafik arayüz programlama aracı olan GUI kullanılarak geliştirilmiştir. Bu yazılım ile belirsiz sistemler için dayanıklı kontrolör tasarımında yararlanılabilecek kullanıcı dostu bir aracın ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Kullanıcı ızgara yöntemini kullanarak parametre değişikliğinin sistem frekans cevabındaki etkisini gözlemleyebileceği gibi ızgara yönteminde bağımsız olarak daha hızlı bir biçimde Bode zarflarını da elde edebilmektedir. Ayrıca Bode zarflarının alt ve üst sınırlarının genlik için 0dB, faz için  $-180^0$ 'yi kestiği frekans değerleri arayüzde verilerek tasarımcının bu frekans değerlerinden kontrolör tasarımında yararlanabilmesi sağlanmıştır.

Sonuçta gerçekleştirilen yazılım aracı uygulamalarda yüksek başarımla göstermiştir. Yazılım aracına ileride yapılabilecek bazı eklentiler ise karmaşık sıfırların transfer fonksiyonuna katılabilmesi, Nyquist zarflarının da bağımsız olarak elde edilebilmesi ve Nyquist zarflarının reel eksenini kestiği değerlerin grafik arayüzde gösterilebilmesi olabilir.

## 8. Kaynakça

- [1] V. L. Kharitonov, "Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations." *Differential Equations*, 14, 1483-1485, 1979.
- [2] S.P., Bhattacharyya, H., Chapellat & L.H., Keel, "Robust Control: The Parametric Approach." Prentice Hall, Upper Saddle River, 1995.
- [3] D.P. Atherton ve N. Tan, "Design of robust controllers for uncertain transfer functions in factored form.", 15<sup>th</sup> Triennial World Congress, Barcelona, Spain, IFAC 2002.
- [4] N. Tan, D.P., Atherton & S., Dormido, "Systems with variable parameters; Classical control extensions for undergraduates." ACE 2003.
- [5] N. Tan ve D.P. Atherton, "New approach to assessing the effects of parametric variations in feedback loops." *IEEE Proc.-Control Theory Appl.*, Cilt: 150, No: 2, Mart 2003.



# Katsayı Diyagram Metodu Tabanlı Bir PI-PD Kontrolör Katsayı Ayarlama Yöntemi

Nevra Bayhan<sup>1</sup>, Mehmet Turan Söylemez<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Üniversitesi, Avcılar  
nevra@istanbul.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak  
soylemez@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, birinci mertebeden zaman gecikmeli sistemler için oransal-integral – oransal-türev (PI-PD) kontrolör tasarlanmasının yeni ve basit bir yolu önerilmiştir. Önerilen yöntem, gecikme elemanı yerine birinci mertebeden Padé yaklaşımının kullanılması ve sonra mümkün olduğunca küçük aşım ve yerleşme zamanına sahip sistem cevabını sağlayan uygun kapalı çevrim sistem kutuplarını belirlemek için son zamanlarda geliştirilmiş bir yöntem olan Katsayı Diyagram Metodu'nun kullanılması üzerine kuruludur. Kutup yerleştirme argümanlarından yararlanılarak verilen bir sistem için PI-PD kontrolör katsayılarının nasıl hesaplanacağına dair formüller verilmiş ve değişik örnekler üzerinde karşılaştırmalı olarak denenmiştir.

## 1. Giriş

Endüstride orantı-integral-türev (PID) kontrolörler oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Literatürde bu tür kontrolörlerin katsayılarını ayarlama üzerine pek çok yöntem vardır. Bu yöntemlerin çoğu belli bir başarımlı ölçütünü göz önüne alarak sistem için en iyi olabilecek PID katsayılarını bulurlar. Birinci mertebeden zaman gecikmeli sistemler için zaman bölgesi performans kriterleri üzerine kurulu PID kontrolör katsayılarını ayarlama amaçlı literatürde yer alan ve iyi bilinen yöntemlerin başlıcaları şunlardır: Ziegler-Nichols basamak cevabı (ZN) [1]; Cohen-Coon (CC) [2]; iç model kontrol (IMC) [3]; referans girişin veya bozucu etkilerin değişimine bağlı hatanın mutlak değerinin integralinin en küçüklenmesine dayalı yöntemler (IAE-setpoint, IAE-load) [4], [5], [6]; benzer durum için hatanın zaman ağırlıklı integralinin en küçüklenmesine dayalı yöntemler (ITAE-setpoint, ITAE-load) [4]; ve hatanın karesinin en küçüklenmesine yönelik yöntemler (ISE-setpoint, ISE-load) [4], [6].

PID kontrolör katsayılarını ayarlama üzerine bu kadar çok yöntem olmasına rağmen zaman gecikmeli sistemlerde PI-PD kontrolör katsayılarının doğrudan belirlenmesine yönelik ayarlama yöntemleri literatürde pek fazla göze çarpmamaktadır. Bu amaçla bu çalışmada zaman gecikmesi elemanına sahip birinci mertebeden sistemler için PI-PD

kontrolör katsayılarını direk olarak hesaplayan yeni bir yöntem önerilmiştir. Burada önerilen yöntem, zaman gecikmeli sistemin öncelikle birinci mertebeden Padé eş değerini bulur ve sonra kapalı çevrim sistem için en uygun kutup dağılımını belirlemek üzere Katsayı Diyagram Metodundan (KDM) yararlanır [7]. Tasarımda kullanmak için seçtiğimiz PI-PD kontrolör yapısı, geribesleme kolu üzerinde PD kontrolör kullanılarak sistem geçici yanıtını iyileştirme ve sonra dış çevrimdeki PI kontrolör yardımıyla sürekli hal hatasını iyileştirme özelliğine sahiptir. Önerilen PI-PD kontrolöre sahip Şekil 1'deki kapalı çevrim sistemiyle, PID kontrolöre sahip olan Şekil 2'deki kapalı çevrim sistemi karşılaştırıldığında karakteristik polinom olarak iki yapının birbirine benzediği ancak ikinci yapıda diğerine kıyasla fazladan bir sıfır olduğu görülür.

Katsayı Diyagram Metodu, kontrolörlerin parametrelerini atamak için önerilmiş ve “hedef polinomu” olarak tanımlanmış özel bir yapıyı kullanan cebirsel bir tasarım yöntemidir [7], [8]. Katsayı Diyagram Metodunda kapalı çevrim karakteristik polinomu, kararlılık indeksi ve eş değer zaman sabiti adı verilen iki serbest parametre içeren hedef polinom olarak tasarlanır. Bu iki parametre, kapalı çevrim sistem cevabının kararlılık ve hızını belirlemede kullanılır. Böylece arzu edilen zaman tanım bölgesi özelliklerinin başlangıçta belirlenip ona göre tasarım yapılmasını sağlar. Bu yöntemin başlıca önemli özellikleri, kapalı çevrim sistemin birim basamak yanıtının genelde aşısız olması, istenilen yerleşme zamanının belirlenip tasarımın yapılabilmesi ve dayanıklılığın sağlanmasıdır [9].

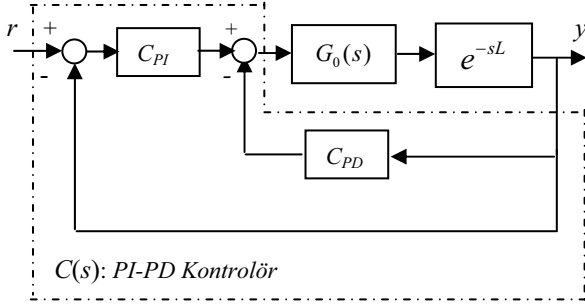
Bölüm 2'de birinci mertebeden zaman gecikmeli sistemin Padé eşdeğeri ve PI-PD kontrol yapısına sahip kapalı çevrim sistemiyle PID kontrolöre sahip kapalı çevrim sistemi karşılaştırılmıştır. Bölüm 3'de ve 4'de PI-PD kontrolör tasarlamak için kullanılacak Katsayı Diyagram Metoduna ilişkin bilgiler verilmiş ve tasarıma yönelik yeni ve basit bir yol önerilmiştir. Ayrıca karşılaştırma amaçlı olarak literatürde iyi bilinen bazı PID kontrolör katsayıları ayarlama formülleri de verilmiştir. Bölüm 5'de simülasyon sonuçları verilerek önerilen formüllerin başarımlı literatürde verilen bazı PID kontrolör tasarım yöntemleri ile karşılaştırmalı olarak tartışılmıştır. Simülasyon için ele alınan sayısal örneklerden bir tanesi İTÜ kontrol laboratuvarında yer alan PT326 sıcaklık



kontrol deney setine ilişkindir. Son olarak Bölüm 6’da, elde edilen sonuçlar verilmiştir.

## 2. Padé Yaklaşımıyla Birinci Mertebeden Zaman Gecikmeli Sistemlerin İfade edilmesi

Pek çok sistem giriş işareti ile çıkış işareti arasında bir saf zaman gecikmesi içerir. Bu zaman gecikmesi transfer fonksiyonuna  $e^{-sL}$  şeklinde bir terim olarak yansır. PI-PD kontrolöre sahip Şekil 1’deki birinci mertebeden zaman gecikmeli sistemi ele alalım:



Şekil 1: PI-PD kontrolörlü zaman gecikmeli kontrol sistemi

Zaman gecikmeli sistemi,

$$G(s) \triangleq G_0(s) e^{-sL} \quad (1)$$

olarak tanımlayalım. Burada  $L$ , zaman gecikmesini göstermektedir. Sistemin zaman gecikmesinden bağımsız kısmı  $G_0(s)$  ise

$$G_0(s) = \frac{N_0(s)}{D_0(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (2)$$

biçimindedir. Burada  $K$ , kalıcı durum kazancını gösterirken;  $T$  ise zaman sabitini göstermektedir. Şekil 1’de verilen kontrolör PI-PD tipidir ve  $C_{PI}(s)$  kontrolörün PI kısmını gösterirken;  $C_{PD}(s)$  ise PD kısmını göstermekte olup sırasıyla

$$C_{PI}(s) = \frac{K_{P1}s + K_i}{s}, \quad C_{PD}(s) = K_{P2} + K_D s \quad (3)$$

biçimindedir. Burada  $K_{P1}$  ve  $K_{P2}$ , PI-PD kontrolörün sırasıyla PI ve PD kısmına ilişkin oransal kazançları gösterirken;  $K_i$  ve  $K_D$  katsayıları ise kontrolörün integral ve türev kazançlarını göstermektedir. ( $K_{P1}, K_{P2}, K_i, K_D \in \mathfrak{R}$ ). (1) ile verilen zaman gecikmeli sistemin Padé yaklaşımıyla bulunan eşdeğerini

$$\hat{G}(s) \triangleq \frac{\hat{N}(s)}{\hat{D}(s)} = G_0(s) G_{Pd}(s) \quad (4)$$

olarak tanımlayalım. Burada

$$e^{-sL} \cong G_{Pd}(s) \triangleq \frac{\sum_{k=0}^n (-1)^k h_k (sL)^k}{\sum_{k=0}^n h_k (sL)^k} \quad (5)$$

ve

$$h_k \triangleq \frac{(2n-k)! n!}{2n! k!(n-k)!} \quad (6)$$

biçimindedir.  $n$ , yaklaşımın mertebesidir. Örneğin birinci ve ikinci mertebeden Padé yaklaşımları sırasıyla,

$$G_{Pd}(s) = \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s}, \quad G_{Pd}(s) = \frac{1 - \frac{L}{2}s + \frac{L^2}{12}s^2}{1 + \frac{L}{2}s + \frac{L^2}{12}s^2} \quad (7)$$

biçimlerinde olur. Buna göre Şekil 1’deki PI-PD kontrolörün kullanılması ve Padé yaklaşımı yapılmasıyla kapalı çevrim sistem transfer fonksiyonu

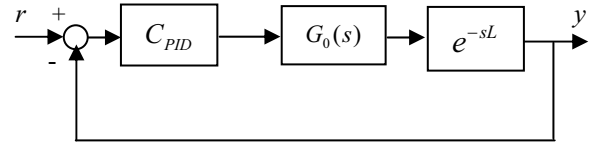
$$T(s) = \frac{\hat{N}(s) (K_{P1}s + K_i)}{s\hat{D}(s) + \hat{N}(s) [K_D s^2 + (K_{P1} + K_{P2})s + K_i]} \quad (8)$$

olarak bulunur. (8)’den  $P(s)$  karakteristik polinomu,

$$P(s) = s\hat{D}(s) + \hat{N}(s) [K_D s^2 + (K_{P1} + K_{P2})s + K_i] \quad (9)$$

biçimindedir.

PID kontrolöre sahip Şekil 2’deki zaman gecikmeli sistemi düşünelim.



Şekil 2: PID kontrolörlü zaman gecikmeli kontrol sistemi

Burada PID kontrolör,

$$C_{PID}(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_i}{s} \quad (10)$$

biçimindedir ve PID kontrolör için kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise

$$T_{PID}(s) = \frac{\hat{N}(s) (K_D s^2 + K_P s + K_i)}{s\hat{D}(s) + \hat{N}(s) [K_D s^2 + K_P s + K_i]} \quad (11)$$

olarak hesaplanır. (11)’den PID kontrolör için karakteristik polinom

$$P_{PID}(s) = s\hat{D}(s) + \hat{N}(s) [K_D s^2 + K_P s + K_i] \quad (12)$$

biçimindedir. Her iki kontrolör tipi için (8) ve (11) ile verilen kapalı çevrim transfer fonksiyonları karşılaştırılırsa; PID kontrolör için bulunan transfer fonksiyonunda diğerine kıyasla 1 sıfır fazladır ve karakteristik polinomların karşılaştırılmasından

$$K_P = K_{P1} + K_{P2} \quad (13)$$

ilişkisi bulunur.

Birinci mertebeden Padé yaklaşımı kullanılırsa;  $\hat{N}(s)$  ve  $\hat{D}(s)$  polinomları sırasıyla

$$\hat{N}(s) = K \left( 1 - \frac{L}{2} s \right) \quad (14)$$

ve

$$\hat{D}(s) = (Ts + 1) \left( 1 + \frac{L}{2} s \right) \quad (15)$$

olur. (14) ve (15)'i (12)'de yazıp monik polinom biçiminde düzenlersek,

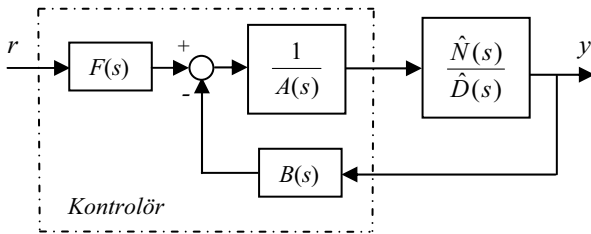
$$P_{PID}(s) = s^3 + \frac{1}{LT - KK_D L} [s^2 (2K K_D + L - K K_P L + 2T) + s (2K K_P - K K_i L + 2) + 2K K_i] \quad (16)$$

buluruz. Üçüncü dereceden olan bu polinomun köklerini  $K_P$ ,  $K_i$ ,  $K_D$  serbest parametrelerini kullanarak istenilen şekilde konumlandırmak mümkündür. Diğer taraftan kapalı çevrim sistem için en uygun kutup dağılımını belirlemek üzere Katsayı Diyagram Metodundan yararlanılabilir [7], [8].

### 3. Katsayı Diyagram Metodu ve Uygun Kapalı Çevrim Sistem Karakteristik Polinomunun Belirlenmesi

Bu bölümde PI-PD kontrolör tasarlamak için kullanacağımız Katsayı Diyagram Metodu (KDM) hakkında bilgi verilmiştir.

$r$  referans giriş işaretine ve  $y$  çıkışına sahip tek giriş-tek çıkışlı bir sistem için KDM standart blok diyagramı Şekil 3'de verilmiştir.



Şekil 3: KDM standart blok diyagramı

$A(s)$ ,  $B(s)$  ve  $F(s)$  kontrolör transfer fonksiyonunu oluşturan polinomlardır.  $\hat{N}(s)$  ve  $\hat{D}(s)$  ise (4) ile verilen ve zaman gecikmeli sistemin Padé yaklaşımıyla bulunan eşdeğer

sisteminin sırasıyla pay ve payda polinomlarını göstermektedir. Şekil 3'deki kapalı çevrimli sistemin çıkış bağıntısı

$$y = \frac{[\hat{N}(s)F(s)] r}{P_{KDM}(s)} \quad (17)$$

olup, karakteristik polinom ise

$$P_{KDM}(s) = A(s)\hat{D}(s) + B(s)\hat{N}(s) = \sum_{i=0}^n a_i s^i \quad (18)$$

biçimindedir. Kararlılık indeksi  $\gamma_i$ , eşdeğer zaman sabiti  $\tau$  ve kararlılık sınır indeksi  $\gamma_i^*$ , aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [7], [8].

$$\gamma_i = a_i^2 / (a_{i+1} a_{i-1}), \quad i=1 \sim (n-1) \quad (19)$$

$$\tau_i = \tau_{i-1} / \gamma_i = \tau / (\gamma_i \cdots \gamma_2 \gamma_1) \quad (20)$$

$$\gamma_i^* = (1 / \gamma_{i+1}) + (1 / \gamma_{i-1}) \quad (21)$$

$$\gamma_n = \gamma_0 = \infty \quad (22)$$

i. mertebeden eşdeğer zaman sabiti,

$$\tau_i = a_{i+1} / a_i \quad (23)$$

olarak tanımlanmıştır. O zaman aşağıdaki eşitlikleri türetmek mümkündür:

$$\tau = a_1 / a_0 \quad (24)$$

$$a_i = a_0 \tau^i / (\gamma_{i-1} \gamma_{i-2}^2 \cdots \gamma_2^{i-2} \gamma_1^{i-1}) \quad (25)$$

Bütün bu ifadelerden hareketle (22) ile verilen karakteristik polinom, tasarım parametreleri cinsinden

$$P_{KDM}(s) = a_0 \left[ \sum_{i=2}^n \left( \prod_{j=1}^{i-1} 1 / \gamma_{i-j}^j \right) (\tau s)^i \right] + \tau s + 1 \quad (26)$$

biçiminde yazılabilir. Bu son bağıntı, istenen parametrelerden oluşan hedef polinomdur. Katsayı diyagram metodunda karakteristik polinomun seçilmesi için Standart Manabe yapısı kullanılabilir. Bu yapıda kararlılık indeksleri,

$$\gamma_1 = 2.5, \quad \gamma_i = 2, \quad i=2 \sim (n-1) \quad (27)$$

olarak seçilir [7], [8], [9].

### 4. PI-PD Kontrolör Katsayılarının Ayarlanması

Üçüncü dereceden olan ve (16) ile verilen karakteristik polinomun üç bilinmeyen  $K_P$ ,  $K_i$ ,  $K_D$  parametrelerini bulmak için (26) ile verilen hedef polinomunda  $n=3$  seçilirse; (27)'den hareketle hedef polinomu, monik formda

$$P_{KDM}(s) = (1 + \tau s + 0.4\tau^2 s^2 + 0.08\tau^3 s^3) / (0.08\tau^3) \quad (28)$$

şeklinde yazılabilir. Dikkat edilirse  $P_{KDM}(s)$  'nin kökleri,

$$-\frac{1.88634}{\tau}, \quad -\frac{1.55683 \pm j2.05009}{\tau} \quad (29)$$

şeklinde. PI-PD kontrolör kullanılarak sisteme eklenen  $s = -K_i / K_{p1}$  sıfırının sanal eksenden (29)'da bulunan baskın kompleks eşlenik köklerin reel kısmı olan  $-1.56 / \tau$  'ya göre 10 kat solda olması yeterli bir tasarım sağlar. Böylece PI-PD kontrolör kullanılarak sisteme eklenen sıfırı,

$$-\frac{K_i}{K_{p1}} = -\frac{15.6}{\tau} \Rightarrow K_{p1} = -\frac{K_i \tau}{15.6} \quad (30)$$

olarak seçmek uygun olacaktır. Oransal kontrolör parametrelerini bulabilmek için bir koşulda (13) eşitliğinden gelir. (16) ile verilen kapalı çevrim karakteristik polinomunu

$$P_{PID}(s) = P_{KDM}(s) \quad (31)$$

olarak yazmak mümkündür [10]. O halde (16) ile (28)'in eşitlenmesinden bilinmeyen  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_D$  parametreleri, bilinenler cinsinden sırayla

$$K_p = \frac{25L^8 + L^6 (200T - 40 \tau) \tau - 16L^5 \tau^3}{KL^5 \Delta} + \frac{L^7 (100T + 50 \tau)}{KL^5 \Delta} \quad (32)$$

$$K_i = \frac{L (100L + 200T)}{K\Delta} \quad (33)$$

$$K_D = \frac{25L^3 T + 50L^2 T \tau - 16T \tau^3}{K\Delta} + \frac{L(40T - 16 \tau) \tau^2}{K\Delta} \quad (34)$$

biçimindedir. Burada

$$\Delta \triangleq 25L^3 + 50 \tau L^2 + 40 \tau^2 L + 16 \tau^3 \quad (35)$$

olarak tanımlanmıştır. Ayrıca  $\tau$  parametresi ise, yerleşme zamanının istediğimiz biçimde olmasını ayarlayan ve sistemin hızıyla ilgili serbest bir parametredir. (32) - (34) bağıntılarından  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_D$  hesaplandıktan sonra (30) ve (13) eşitlikleri kullanılarak sırasıyla  $K_{p1}$  ve  $K_{p2}$  parametreleri şu şekilde bulunur:

$$K_{p1} = \frac{0.0641026L (100L + 200T) \tau}{K\Delta} \quad (36)$$

$$K_{p2} = \frac{25L^3 + L(187.179T - 40\tau)\tau - 16\tau^3}{K\Delta} + \frac{L^2 (100T + 43.5897\tau)}{K\Delta} \quad (37)$$

Literatürde birinci dereceden zaman gecikmeli sistemler için PI-PD kontrolör katsayılarını doğrudan ayarlayan yöntemler bulunmadığından; bu çalışmada PI-PD kontrolör katsayılarını ayarlamak için önerilen yöntem, PID kontrolör katsayıları için olan yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Birinci mertebeden ölü zamanlı sistemler için PID kontrolör katsayılarını bulmada literatürde birçok yöntem bulunmaktadır. Bunların bazıları Tablo 1'de verilmiştir [11].

Tablo 1: Bazı iyi bilinen PID kontrolör ayarlama formülleri

| Formüller               | $K_p$  | $T_i$  | $T_D$   |
|-------------------------|--|--|---|
| Ziegler-Nichols (ZN)    | $1.2T / KL$  | $2L$   | $0.5L$  |
| Cohen-Coon (CC)         | $\frac{T}{KL} \left( \frac{4}{3} + \frac{L}{4T} \right)$       | $\frac{L(32T + 6L)}{13T + 8L}$                                 | $\frac{4LT}{11T + 2L}$                                |
| IMC                     | $\frac{\tau}{K_p \left( \tau_{cl} + \frac{L}{2} \right)}$      | $\tau$   | $\frac{L}{2}$   |
| IAE-setpoint (IAESPC)   | $\frac{0.65}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-1.04432}$    | $\frac{\tau}{0.9895 + 0.09539 \left( \frac{L}{\tau} \right)}$  | $0.50814\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{1.08433}$ |
| ITAE-setpoint (ITAESPC) | $\frac{1.12762}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-0.80368}$ | $\frac{\tau}{0.99783 + 0.02860 \left( \frac{L}{\tau} \right)}$ | $0.42844\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{1.0081}$  |
| ISE-setpoint (ISESPC)   | $\frac{0.71959}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-1.03092}$ | $\frac{\tau}{1.12666 - 0.18145 \left( \frac{L}{\tau} \right)}$ | $0.54568\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{0.86411}$ |
| IAE-load (IAE)          | $\frac{0.98089}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-0.76167}$ | $\frac{\tau}{0.91032 \left( \frac{L}{\tau} \right)^{1.05211}}$ | $0.59974\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{0.89819}$ |
| ITAE-load (ITAE)        | $\frac{0.77902}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-1.06401}$ | $\frac{\tau}{1.14311 \left( \frac{L}{\tau} \right)^{0.70949}}$ | $0.57137\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{1.03826}$ |
| ISE-load (ISE)          | $\frac{1.11907}{K_p} \left( \frac{L}{\tau} \right)^{-0.89711}$ | $\frac{\tau}{0.7987 \left( \frac{L}{\tau} \right)^{0.9548}}$   | $0.54766\tau \left( \frac{L}{\tau} \right)^{0.87798}$ |

Tablo 1'de görülen  $T_i$  ve  $T_D$  parametreleri, sırasıyla integral ve türev katsayıları olup; (10) ile verilen PID kontrolör yapısını, bu parametreler cinsinden aşağıdaki biçimde de yazabiliriz.

$$C_{PID}(s) = \frac{K_p s + K_i + K_D s^2}{s} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right) \quad (38)$$

## 5. Sayısal Örnekler

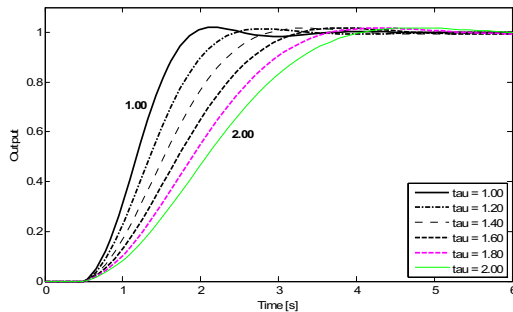
Bu bölümde PI-PD kontrolör tasarım prosedürünün uygulamaları üç sayısal örnek üzerinde denenmiş ve bilinen bazı PID kontrolör katsayıları ayarlama yöntemleriyle karşılaştırılmıştır.

**Örnek 5.1.** Birinci mertebeden zaman gecikmeli sistemi düşünelim:

$$G(s) = K e^{-Ls} / (Ts + 1)$$

Burada,  $T = 1$ ,  $L = 0.5$  and  $K = 1.3$  olarak alınmıştır. Eşdeğer zaman sabiti  $1.0 \leq \tau \leq 2.0$  arasında değiştirilerek yapılan simülasyonların sonuçları Şekil 4'te verilmiştir. Bu şekilden de görüleceği üzere eşdeğer zaman sabiti küçüldükçe kapalı çevrim sistem cevabı hızlanmaktadır. Ancak,  $\tau < 1.0$  seçildiğinde sistem cevabının aşım ve osilasyonlar yapmaya başladığı gözlenmiştir. Bunun nedeni olarak tasarım sırasında kullanılan birinci dereceden Pade yaklaşımlarının yüksek frekanslar için daha büyük hatalar içerdiği gerçeği düşünülebilir.

Katsayı Diyagram Metodu için eşdeğer zaman sabiti  $\tau = 1.2$  ve Tablo 1'deki  $\tau_{cl} = 0.9$  olarak seçildiğinde bulunan PID katsayıları Tablo 2'de verilmiştir. PI-PD kontrolörün PI ve PD kısımlarına ilişkin oransal katsayılar (36) ve (37)'den sırasıyla  $K_{p1} = 0.09924$  ve  $K_{p2} = 1.00115$  olarak seçilmiştir. Her bir yöntem için ikinci dereceden Pade yaklaşımları kullanılarak yapılan teorik inceleme sonucunda elde edilen bazı zaman tanım bölgesi kriterlerine ilişkin değerler Tablo 3'de verilmiştir. Ayrıca Simulink kullanılarak yapılan simülasyon sonuçları Şekil 5'de görülmektedir. Sonuçlar incelendiğinde önerilen yöntemin daha büyük gecikme zamanı ve yükselme zamanı vermesine karşılık yerleşme zamanı ve aşım kriterleri açısından son derece tatmin edici olduğu görülmektedir.



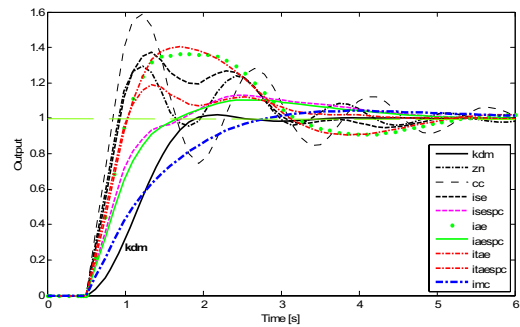
Şekil 4: Değişik eşdeğer zaman sabitleri ( $\tau$ ) için sistem yanıtları

Tablo 2: Örnek 5.1'e ilişkin kontrolör parametreleri

|           | $K_p$   | $K_i$   | $K_D$    |
|-----------|---------|---------|----------|
| KDM PI-PD | 1.10039 | 1.28939 | 0.056248 |
| ZN        | 1.84615 | 1.84615 | 0.461538 |
| CC        | 2.24359 | 2.17949 | 0.373932 |
| IMC       | 0.66889 | 0.66889 | 0.167224 |
| ISE       | 1.60314 | 2.48186 | 0.477731 |
| ISESPC    | 1.13104 | 1.17169 | 0.339074 |
| IAE       | 1.27927 | 2.41476 | 0.411664 |
| IAESPC    | 1.03120 | 1.06955 | 0.247121 |
| ITAE      | 1.25286 | 2.34191 | 0.348557 |
| ITAESPC   | 1.51409 | 1.53245 | 0.322532 |

Tablo 3: Örnek 5.1'e ilişkin zaman bölgesi özellikleri

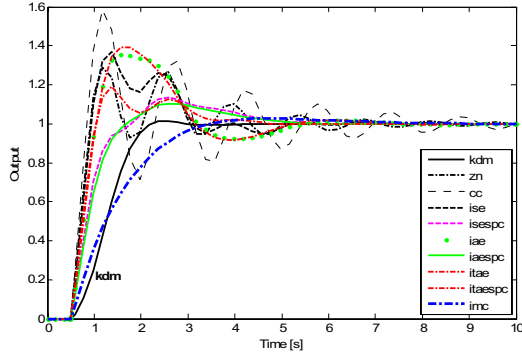
|           | Aşım  | Yerleşme Zamanı | Gecikme Zamanı | Yükselme Zamanı |
|-----------|-------|-----------------|----------------|-----------------|
| KDM PI-PD | 0.003 | 2.297           | 1.344          | 1.208           |
| ZN        | 0.310 | 3.401           | 0.513          | 0.625           |
| CC        | 0.541 | 4.031           | 0.538          | 0.651           |
| IMC       | 0.000 | 3.046           | 0.948          | 2.332           |
| ISE       | 0.254 | 4.127           | 0.512          | 0.630           |
| ISESPC    | 0.045 | 4.200           | 0.573          | 1.529           |
| IAE       | 0.259 | 4.841           | 0.537          | 0.713           |
| IAESPC    | 0.043 | 4.095           | 0.660          | 1.466           |
| IAE       | 0.267 | 4.726           | 0.565          | 0.783           |
| IAESPC    | 0.082 | 2.940           | 0.566          | 0.764           |



Şekil 5: Örnek 5.1'e ilişkin birim basamak yanıtları

**Örnek 5.2** Transfer fonksiyonu  $G(s) = \frac{e^{-s}}{0.1s + 1}$  olarak

verilen sistem için örnek 5.1'dekine benzer simülasyon çalışmaları yapılmıştır.  $\tau = \tau_{cl} = 1.1$  alınarak yapılan simülasyon çalışmalarının sonuçları Şekil 6'da görülmektedir. Görüldüğü üzere önerilen yöntemin verdiği sonuçlar son derece uygundur.

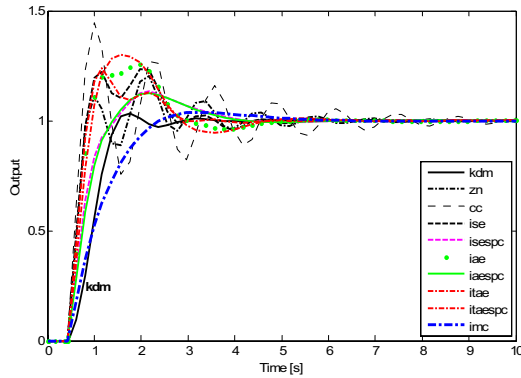


Şekil 6: Örnek 5.2'ye ilişkin birim basamak yanıtları

**Örnek 5.3.** İTÜ laboratuvarlarında bulunan PT326 deney setine ilişkin bir transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde bulunmuştur [10].

$$G(s) = 0.875e^{-0.43s} / (0.62s + 1)$$

Katsayı Diyagram Metodu için eş değer zaman sabiti ve iç model kontrolör tasarımı için kullanılan zaman sabiti  $\tau = \tau_{cl} = 0.8$  olacak şekilde seçilmiş ve yapılan simülasyon sonuçları Şekil 5'te verilmiştir. Bu şekilden de görüleceği üzere önerilen yöntem diğer yöntemlerle karşılaştırıldığında son derece uygun bir sistem cevabı vermektedir. KDM yöntemi sırasında ortaya çıkan hafif aşımın nedeni olarak  $\tau$  değerinin seçimine bağlı olarak sistemin açık çevrim sisteme kıyasla oldukça hızlı olmasının istenmiş olması düşünülebilir. Bu aşım istenmediği takdirde  $\tau$  değerinin biraz daha büyük seçilmesi mümkündür.



Şekil 5: Örnek 5.3'e ilişkin birim basamak yanıtları

## 6. Sonuçlar

Bu çalışmada, PI-PD kontrolör katsayılarını ayarlamak için yeni bir yöntem önerilmiş ve iyi bilinen PID katsayıları ayarlama yöntemleriyle karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçlarından görüldüğü gibi yöntemin diğerlerine göre en önemli avantajı, Katsayı Diyagram Metodu'ndan yararlanıldığı için zaman cevabında genellikle yerleşme zamanı ve aşımın çok küçük olmasıdır.

## 7. Kaynakça

- [1] J.G. Ziegler ve N.B. Nichols, "Optimum Settings for Automatic Controllers," *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng.*, Cilt: 64, s:759-768, 1942.
- [2] G.H. Cohen ve G.A. Coon, "Theoretical Consideration of Retarded Control," *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng.*, Cilt: 75, s:827-834, 1953.
- [3] I.L. Chien ve P.S. Fruehauf, "Consider IMC Tuning to Improve Controller Performance," *Chemical Eng. Progress*, Cilt: 86, No: 10, s:33-41, 1990.
- [4] C.A. Smith ve A.B. Corripio, *Principles and Practice of Automatic Process Control*, New York: Wiley, 1985.
- [5] F.G. Shinskey, *Process Control System Application, Design and Tuning*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1988.
- [6] A. Kaya, O. Akron ve T.J. Scheib, "Tuning of PID Controls of Different Structures," *Cont. Eng.*, s:62-65, 1998.
- [7] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method," 14th IFAC Automatic Control in Aerospace, Seoul, KOREA, s:199-210, 1998.
- [8] S. Manabe ve Y.C Kim, "Recent Development of Coefficient Diagram Method," *Proc. of the 3rd Asian Control Conference*, Shanghai, 2000.
- [9] S.E. Hamamcı, "İntegratörlü Sistemler için Katsayı Diyagram Metodu ile Kontrolör Tasarımı," *İTÜ Dergisi/d* Cilt: 3, No: 6, s:3-12, 2004.
- [10] N. Bayhan, M.T. Söylemez ve T. Bostan, "Overshoot Free PI Controller Tuning Based on Pole Assignment," 5th International Conference on Electrical and Electronics Engineering ELECO'2007, Bursa, TURKEY.
- [11] W.K. Ho, O.P. Gan, B. Tay ve E.L. Ang, "Performance and Gain and Phase Margins Well-Known PID Tuning Formulas," *IEEE Trans. on Control Syst. Technology*, Cilt: 4, No: 4, s:473-477, 1996.

# Standart Formdaki Bazı Transfer Fonksiyonları için PI Kontrolör Tasarımı ve Performans Analizi

*M.Mine Özyetkin, Nusret Tan*

İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
44280, Malatya  
mmozyetkin@inonu.edu.tr  
ntan@inonu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışma verilen bir kontrol sistemini kararlı yapan bütün PI kontrolör parametrelerinin hesaplanmasıyla ilgilidir. Burada kararlılık sınır eğrisi yaklaşımı olarak adlandırılan bir metot tanımlanmıştır. Kararlılık sınır eğrileri ( $K_p, K_i$ ) düzlemlerinde çizilmekte ve bu eğrilerden yararlanarak, sistemi kararlı yapan tüm PI kontrolör parametre değerlerinin hesaplanabileceği gösterilmektedir. Ayrıca yaygın olarak kullanılan bazı transfer fonksiyonları için bütün kararlı PI kontrolör parametrelerini hesaplayan bir program Matlab ortamında hazırlanmıştır. Metotla ilgili örnekler verilmiş ve kararlılık bölgesini kullanarak kontrol sistemlerinin performans analizi yapılmıştır.

## 1. Giriş

Bilindiği üzere PID kontrolör ailesi basit yapıları ve dayanıklı performans özellikleri nedeniyle endüstride oldukça popülerdirler. Bu kontrolörlerin büyük bir kısmı (%90'dan fazla) PID yapısındadır. Pratik uygulamalarda ise türevsel kısmın (D) sık kullanılmaması sebebiyle daha çok PI şeklindedir [1]. Bu kontrolörlerin parametrelerini hesaplamak için bir çok metot mevcuttur [2-6]. Bunlardan en popüler olanlardan bazıları: Ziegler-Nichols ayarlama metotları, Cohen-Coon kuralları, Åström-Hägglund metodu, gelişmiş Ziegler-Nichols metodu, dahili model kontrol (IMC) tasarım yaklaşımı, kazanç ve faz payına dayanan tasarımlar ve integral performans kriterlerine dayanan diğer metodlardır. Son zamanlarda ise kararlı tüm P, PI ve PID kontrolörlerin hesabıyla ilgili birçok önemli sonuç elde edilmiştir [7-18].

PI kontrolör, basit ve birçok kontrol sistemi için çok iyi sonuçlar sağlayan bir kontrolör yapısı olduğu için bir kontrol sistemini kararlı yapabilecek iki parametresinin ( $K_p, K_i$ ) tüm değerlerinin hesaplanması önemli olacaktır. Yapılan çalışma bu konuyla ilgilidir ve kararlılık sınır eğrisinin ( $K_p, K_i$ ) düzleminde çizimine dayalı bir metot sunmaktadır. Kararlılık sınır eğrisi kontrolör parametrelerine ve frekansa bağlıdır. Örneğin,  $l(K_p, K_i, \omega)$  gösterimi ( $K_p, K_i$ ) düzleminde kararlılık sınır eğrisini ifade etmektedir. Kararlılık sınır eğrisi  $\omega$ 'ya bağlı olduğu için  $\omega$ , 0'dan  $\infty$ 'a kadar değişebilir. Fakat hangi frekans aralığında kararlı kontrolör parametrelerinin bulunabileceği ve çizim için gerekli frekans

aralığının tahmin edilebileceği yapılan çalışmada gösterilmiştir. Dolayısıyla özetlenen metotla bir kontrol sistemini kararlı yapabilecek tüm PI parametreleri çok hızlı hesaplanabilir. Matlab ortamında hazırlanan programlarla sıkça kullanılan bazı standart formdaki transfer fonksiyonlarını kararlı yapabilecek tüm PI kontrolörler kolayca hesaplanabilmektedir. Hesaplanan kararlı bölgede seçilen kontrolörlerin sistemin performansına etkileri de incelenebilmektedir.

Bu çalışmada yaygın olarak kullanılan standart formdaki bazı transfer fonksiyonları için sistemi kararlı yapabilecek tüm PI katsayıları genel denklemler üzerinden elde edilmiştir. Bu tarz çalışmalarda çoğunlukla transfer fonksiyonu parametrelerine değer verilerek örnekler üzerinden çözüme gidilmektedir. Ancak yapılan bu çalışmada parametrelere herhangi bir değer verilmeden sistemin tüm parametrelerine ( $\omega, K, T, T_1, T_2, L, \dots$  gibi) bağlı olarak kararlılığı sağlayacak olan tüm PI katsayıları elde edilmiştir. Daha sonra kişi Matlab ortamında hazırlanan programlar sayesinde istediği değerler için geçerli olan kararlılık bölgesini yani kararlı tüm PI parametrelerini elde edebilmekte ve bu bölgede mouse ile istediği değeri (yani  $K_p, K_i$ ) seçerek sistemin performans analizini yapabilmektedir. Yapılan çalışma genel denklem parametrelerini içerdiğinden ayrı ayrı örnekler üzerinden giderek çözüme ulaşmaktansa tek bir denklem üzerinde parametreleri değiştirerek (arzu edilen tüm parametreler üzerinde oynanabilir) çözüme ulaşması açısından oldukça yararlı olduğu kanısındayız. Yapılan örneklerle konunun daha iyi anlaşılması amaçlanmıştır.

Bu makale şu şekilde düzenlenmiştir: Verilen metot 2. bölümde tanıtılmıştır. Bazı standart transfer fonksiyonları için uygulama örnekleri 3. bölümde verilmiştir. Sonuç ve yorumlar 4. bölümde belirtilmiştir.

## 2. PI Kontrolör Kullanarak Kararlılık

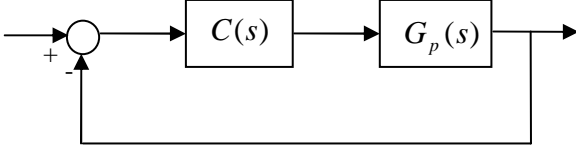
Şekil 1'de verilen tek giriş-tek çıkışlı sistemde

$$G_p(s) = G(s)e^{-Ls} = \frac{N(s)}{D(s)}e^{-Ls} \quad (1)$$

kontrol edilmek istenen sistemin transfer fonksiyonunu ve  $C(s)$  ise

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} \quad (2)$$

yapısındaki bir PI kontrolörü göstermektedir. Amacımız Şekil 1'de verilen sistemi kararlı yapan denklem (2)'deki PI kontrolörün tüm parametrelerini hesaplamaktır.



Şekil 1: PI kontrolör yapısı içeren bir kontrol sistemi

Sistemin kapalı çevrim karakteristik denklemi

$$\Delta(s) = sD(s) + (K_p s + K_i)N(s)e^{-Ls} \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (1)'de  $s = j\omega$  yazarak  $G(s)$ 'in pay ve paydasını tek ve çift kısımlarına ayırırsak,

$$G(j\omega) = \frac{N_e(-\omega^2) + j\omega N_o(-\omega^2)}{D_e(-\omega^2) + j\omega D_o(-\omega^2)} \quad (4)$$

basit gösterim açısından  $(-\omega^2)$  'ler bundan sonraki denklemlerde yazılmayacaktır. Böylece denklem (3)'deki karakteristik denklem

$$\begin{aligned} \Delta(j\omega) &= [(K_i N_e - K_p \omega^2 N_o) \cos(\omega L) \\ &+ \omega(K_i N_o + K_p N_e) \sin(\omega L) - \omega^2 D_o] \\ &+ j[\omega(K_i N_o + K_p N_e) \cos(\omega L) \\ &- (K_i N_e - \omega^2 K_p N_o) \sin(\omega L) + \omega D_e] \\ &= R_\Delta + jI_\Delta = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir. Daha sonra  $\Delta(j\omega)$  'nın reel ve sanal kısımları sıfıra eşitlenirse

$$K_p(-\omega^2 N_o \cos(\omega L) + \omega N_e \sin(\omega L)) \quad (6)$$

$$+ K_i(N_e \cos(\omega L) + \omega N_o \sin(\omega L)) = \omega^2 D_o$$

ve

$$K_p(\omega N_e \cos(\omega L) + \omega^2 N_o \sin(\omega L)) \quad (7)$$

$$+ K_i(\omega N_o \cos(\omega L) - N_e \sin(\omega L)) = -\omega D_e$$

elde edilir.

$$\begin{aligned} Q(\omega) &= -\omega^2 N_o \cos(\omega L) + \omega N_e \sin(\omega L) \\ R(\omega) &= N_e \cos(\omega L) + \omega N_o \sin(\omega L) \end{aligned} \quad (8)$$

$$X(\omega) = \omega^2 D_o$$

ve

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \omega N_e \cos(\omega L) + \omega^2 N_o \sin(\omega L) \\ U(\omega) &= \omega N_o \cos(\omega L) - N_e \sin(\omega L) \end{aligned} \quad (9)$$

$$Y(\omega) = -\omega D_e$$

olarak tanımlanırsa denklem (6) ve (7) şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} K_p Q(\omega) + K_i R(\omega) &= X(\omega) \\ K_p S(\omega) + K_i U(\omega) &= Y(\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

Bu denklemlerden

$$K_p = \frac{X(\omega)U(\omega) - Y(\omega)R(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (11)$$

ve

$$K_i = \frac{Y(\omega)Q(\omega) - X(\omega)S(\omega)}{Q(\omega)U(\omega) - R(\omega)S(\omega)} \quad (12)$$

elde edilir. Denklem (8) ve (9), denklem (11) ve (12)'de yerine yazılırsa,

$$K_p = \frac{(\omega^2 N_o D_o + N_e D_e) \cos(\omega L) + \omega(N_o D_e - N_e D_o) \sin(\omega L)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (13)$$

ve

$$K_i = \frac{\omega^2(N_o D_e - N_e D_o) \cos(\omega L) - \omega(N_e D_e + \omega^2 N_o D_o) \sin(\omega L)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (14)$$

olduğu görülür. Denklem (13) ve (14) kullanılarak kararlılık sınır eğrisi  $l(K_p, K_i, \omega)$ ,  $(K_p, K_i)$  düzleminde çizilebilir.

Kararlılık sınır eğrisi elde edildikten sonra sistemi kararlı yapabilecek tüm PI kontrolörlerin (eğer sistemi kararlı yapacak PI kontrolörler mevcut ise) bölgesi bulunabilir. Çünkü kararlılık sınır eğrisi ile  $K_i = 0$  doğrusu genellikle parametre düzlemini yani  $(K_p, K_i)$  düzlemini kararlı ve kararsız bölgelere böler. Bu bölgede seçilecek kontrolörün parametre değerleri kullanılarak hangi bölgenin sistemi kararlı yapacak parametreler içerdiği bulunabilir. Burada  $K_i = 0$  doğrusu kararlılık bölgesinin bir sınırıdır. Çünkü  $\Delta(s)$ 'in bir reel kökü  $s = 0$ 'da sanal eksenini keser. Dolayısıyla denklem (5)'de  $\omega = 0$  için  $I_\Delta$  zaten sıfır olmaktadır ve  $\omega = 0$  için  $R_\Delta$ 'yı sıfıra eşitlersek  $K_i = 0$  elde edilir. Görüldüğü gibi kararlılık sınır eğrisi  $\omega$ 'ya bağlıdır ve  $\omega$ , 0'dan  $\infty$ 'a değişmektedir. Fakat kararlılık sınır eğrisini  $\omega_c$  gibi kritik bir frekans değerine kadar çizmemiz yeterli olacaktır.

Yukarıda elde edilen denklem (13) ve (14) görüldüğü gibi zaman gecikmeli bir sistem için elde edilmiştir. Eğer zaman gecikmesi olmayan bir sistem için bu parametreler elde edilmek istenirse

$$e^{-Ls} = \cos(Ls) - j \sin(Ls) \quad (15)$$

ifadesinde  $L = 0$  yazmamız yeterli olacaktır. Bu durumda zaman gecikmesi olmayan bir sistem için  $K_p$  ve  $K_i$  katsayıları aşağıdaki gibidir.

$$K_p = \frac{(\omega^2 N_o D_o + N_e D_e)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (16)$$

$$K_i = \frac{\omega^2(N_e D_o - N_o D_e)}{(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (17)$$

Bilindiği üzere kazanç payı ve faz payı klasik kontrol teorisinde kontrolör tasarımı için kullanılan iki önemli performans ölçüsüdür. Yukarıdaki yaklaşım istenilen kazanç ve faz paylarını sağlayan PI kontrolörlerin tasarımı için de kullanılabilir. Bunun için şekil 1'de verilen sisteme bir kazanç-faz payı test edicisi eklemek gerekir [14-18].

### 3. Standart Formdaki Bazı Transfer Fonksiyonlarının PI Kontrolörle Kararlılığı

Bu bölümde geliştirilmiş olan programın bazı uygulamaları gösterilecektir. Şimdilik program

$$G_p(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-Ls}, G_p(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)^2}$$

$$G_p(s) = \frac{1}{s} e^{-Ls}, G_p(s) = \frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$$

$$G_p(s) = \frac{K}{(Ts+1)^2} e^{-Ls}, G_p(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$$

$$G_p(s) = \frac{K}{s^2+1}, G_p(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_0s+\omega_0^2}$$

$$G_p(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-Ls}, G_p(s) = \frac{K}{(s+1)^n}$$

$$G_p(s) = \frac{K\omega_0^2}{(s+1)(s^2+2\xi\omega_0s+\omega_0^2)}, G_p(s) = \frac{K}{(Ts-1)} e^{-Ls}$$

$$G_p(s) = \frac{K}{(T_1s-1)(T_2s+1)} e^{-Ls}, G_p(s) = \frac{K}{s(Ts+1)} e^{-Ls}$$

formdaki transfer fonksiyonlarını kararlı yapabilecek tüm PI kontrolörlerin hesaplanmasını sağlamaktadır. Matlab ortamında hazırlanan programlar sayesinde kolay kullanımlı bir paket oluşturulmuştur. Burada yapılan çalışmanın daha iyi anlaşılması açısından yukarıdaki transfer fonksiyonlarından bazıları için örnekler verilecektir. Tüm transfer fonksiyonlarına ayrı ayrı değinilmeyecektir.

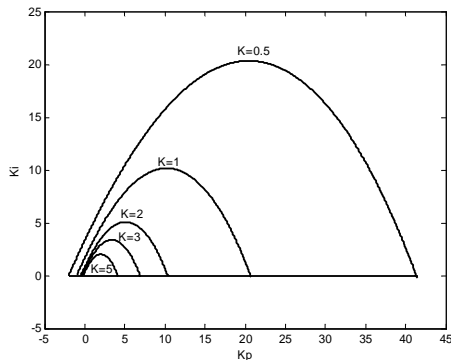
**Örnek 1:** Şekil 1'deki kontrol sisteminde

$$G_p(s) = \frac{K}{(T_1s+1)(T_2s+1)} e^{-Ls} \quad (18)$$

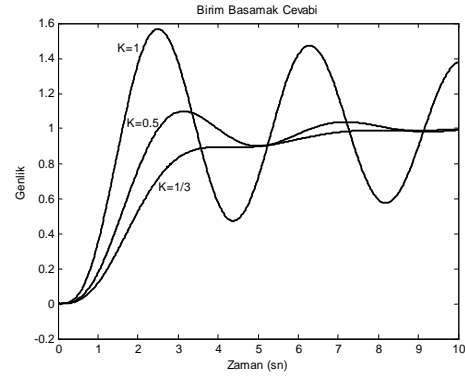
için denklem (4)'den yararlanarak  $G(j\omega)$  'yı tek ve çift kısımlarına ayırırız

$$N_e = K, N_o = 0, D_e = 1 - T_1T_2\omega^2, D_o = T_1 + T_2 \quad (19)$$

Bu ifadeler denklem (13) ve (14)'de yerine yazılarak  $K_p, K_i$  katsayıları elde edilir. Bu ifadeler çok yer kapladığından burada ayrı olarak verilmeyecektir.

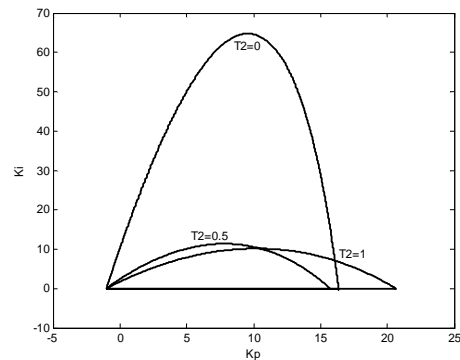


Şekil 2:  $T_1 = T_2 = 1, L = 0.1$  olmak üzere çeşitli  $K$  değerleri için sistemi kararlı yapan tüm PI katsayıları



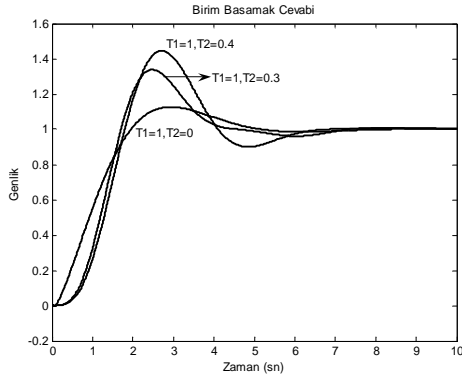
Şekil 3:  $T_1 = T_2 = 1, L = 0.1, K_p = 1.97, K_i = 1.2719$  için  $K$  'ya göre sistemin birim basamak cevapları

Şekil 2'den de görüldüğü gibi diğer parametreler sabit olmak üzere kazancın artırılması daha sınırlı bir kararlılık bölgesi vermektedir. Ancak bu kazancın artırılmasının sistem performansını üzerinde iyi bir sonuç vereceği anlamına gelmez ki çoğunlukla  $K$  'nın artırılması sistemin birim basamak cevabı üzerinde olumsuz bir etkiye sahiptir. Fakat  $K$  'nın artırılması neticede daha küçük bir kararlılık bölgesi sağladığından büyük  $K$  değerleri için kararlılık bölgesini çizmek ve sistem performansını incelerken bu bölge katsayıları için küçük  $K$  değerlerini seçerek analiz yapmak daha iyi sonuçlar sağlamaktadır. Burada önemli olan nokta kararlılık bölgesini elde ederken  $K$  'nın ne kadar artırılacağıdır. Routh-Hurwitz kararlılık kriteri kullanılarak  $K$  'nın hangi değerler içerisinde sınırlanacağı belirlenebilmektedir. Ancak yapılan çalışmalarda bu yöntem oldukça geniş bir değer aralığı sağladığından elverişli olmamaktadır. Bunun yerine  $K$  'yı sınırlamanın daha etkili yollarını bulmak gerekmektedir. Diğer parametreler sabit kalmak üzere  $T_2$  'ye göre ve  $L$  'ye göre sistemin kararlılık bölgeleri değişimi ve performans analizleri Şekil 4, 5, 6 ve 7'de gösterilmiştir. Şekil 6'dan da görüldüğü gibi  $L$  'nin artırılması tıpkı  $K$  'da olduğu gibi daha sınırlı bir kararlılık bölgesi sağlarken sistemin birim basamak cevabı üzerinde olumsuz bir etkiye sahip olmaktadır.  $T$  'nin artırılması da yine sistem performansını üzerinde olumsuz bir etkiye sahip olmaktadır.

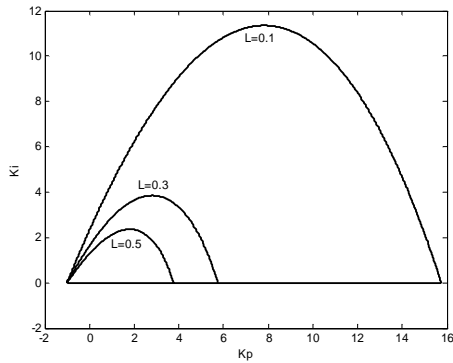


Şekil 4:  $K = 1, T_1 = 1, L = 0.1$  olmak üzere  $T_2$  'ye göre kararlılık bölgeleri

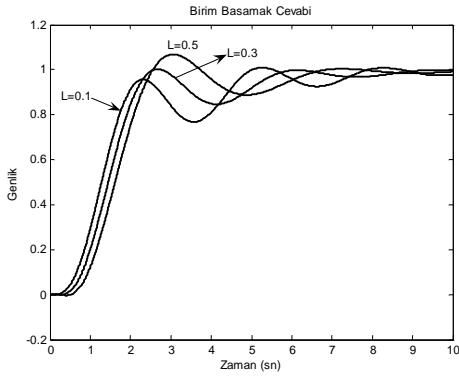




Şekil 5:  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$ ,  $L = 0.1$ ,  $K_p = 0.4263$ ,  $K_i = 1.3450$  için  $T_2$ 'ye göre birim basamak cevapları



Şekil 6:  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 0.5$  için  $L$ 'ye göre kararlılık bölgeleri



Şekil 7:  $K = 1$ ,  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 0.5$ ,  $K_p = 0.9240$ ,  $K_i = 0.5585$  için  $L$ 'ye göre birim basamak cevapları

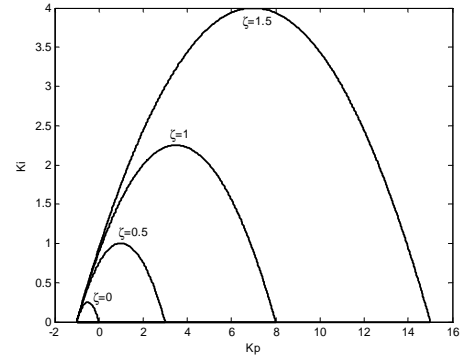
**Örnek 2:** Şekil 1 için

$$G_p(s) = \frac{K\omega_0^2}{(s+1)(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2)} \quad (20)$$

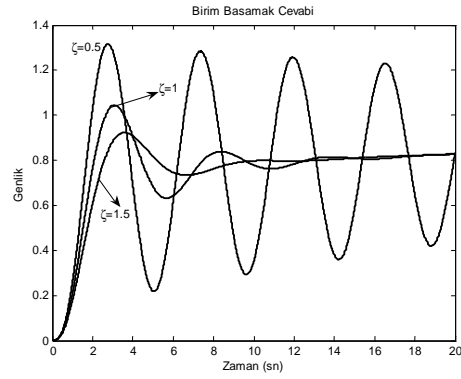
olsun.  $G(j\omega)$ 'yı tek ve çift kısımlarına ayırırsak

$$N_e = K\omega_0^2, \quad N_o = 0, \quad D_e = \omega_0^2 - \omega^2(2\xi\omega_0 + 1), \quad D_o = \omega_0^2 + 2\xi\omega_0 - \omega^2 \quad (21)$$

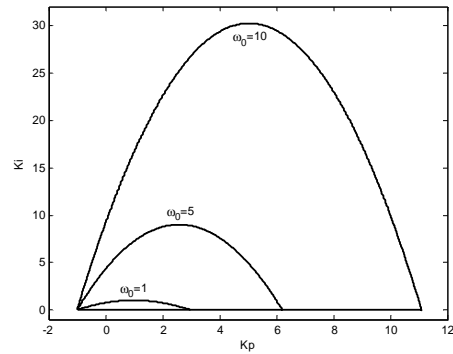
Bu ifadeler denklem (13) ve (14)'de yerine yazılarak  $K_p$  ve  $K_i$  katsayıları elde edilir. Sistem parametrelerine bağlı olarak kararlılık bölgeleri değişimi ve performans analizleri Şekil 8, 9, 10, 11, 12 ve 13'de elde edilen program kullanılarak verilmiştir.



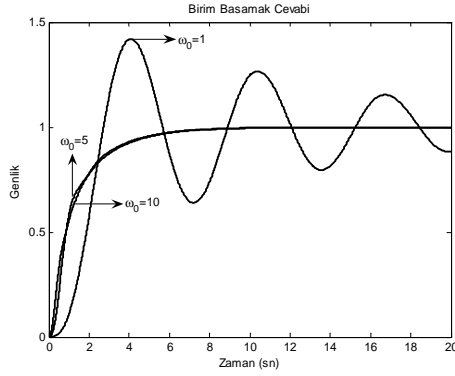
Şekil 8:  $K = 1$ ,  $\omega_o = 1$  için  $\xi$ 'ya göre kararlılık bölgeleri



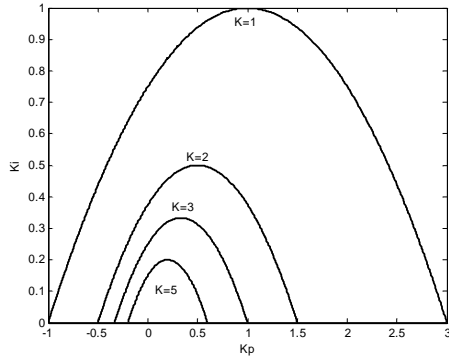
Şekil 9:  $K = 1$ ,  $\omega_o = 1$ ,  $K_p = 2.6659$ ,  $K_i = 0.076$  için birim basamak cevapları



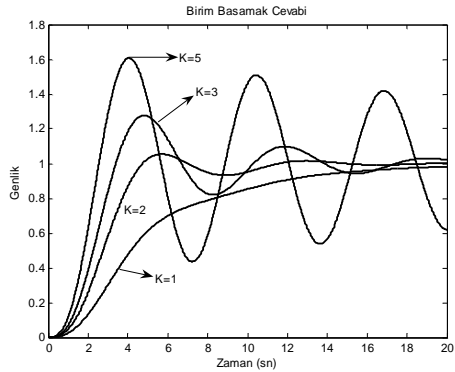
Şekil 10:  $K = 1$ ,  $\xi = 0.5$  için  $\omega_o$ 'a göre kararlılık bölgeleri



Şekil 11:  $K = 1$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $K_p = 0.92$ ,  $K_i = 0.69$  için birim basamak cevapları



Şekil 12:  $\xi = 0.5$ ,  $\omega_0 = 1$  için  $K$ 'ya göre kararlılık bölgeleri



Şekil 13:  $\xi = 0.5$ ,  $\omega_0 = 1$ ,  $K_p = 0.1843$ ,  $K_i = 0.177$  için  $K$ 'ya göre birim basamak cevapları

**Örnek 3:** Şekil 1 için

$$G_p(s) = \frac{K}{s^2 + 1} \quad (22)$$

olsun. Bu transfer fonksiyonu için PI kontrolör kullandığımızda sistemin karakteristik denklemi

$$\Delta(s) = s^3 + (1 + KK_p)s + KK_i = 0 \quad (23)$$

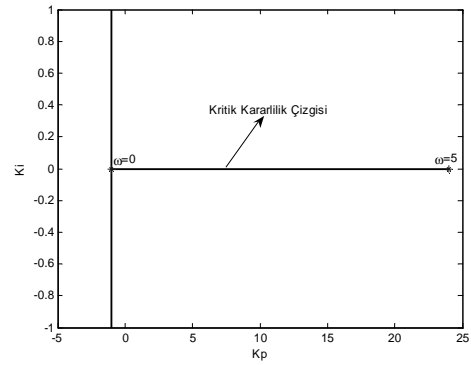
olmaktadır. Görüldüğü gibi polinom katsayılarından  $s^2$  mevcut değildir. Bu sistem için PI kontrolör kullanıldığında Şekil 14'ü elde ederiz. Şekil 14'den de görüldüğü gibi sistem için kararlılık bölgesi elde edilememektedir (kritik kararlılık çizgisi mevcut). Sistemin tüm  $K_i$  katsayıları sıfırdır ve sadece  $K_p$  değerine göre

değişim söz konusudur. Bu sistemi kararlı hale getirebilmek için PID kontrolör kullanılmalıdır. Sabit  $K_d$  değeri için kontrolör parametreleri aşağıdaki gibidir.

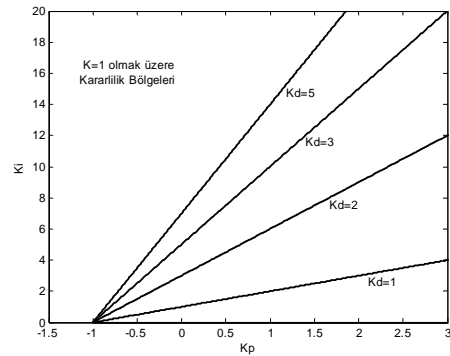
$$K_p = \frac{(\omega^2 N_o D_o + N_e D_e)}{-(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} \quad (24)$$

$$K_i = \frac{\omega^2 (N_e D_o - N_o D_e)}{(N_e^2 + \omega^2 N_o^2)} + \omega^2 K_d \quad (25)$$

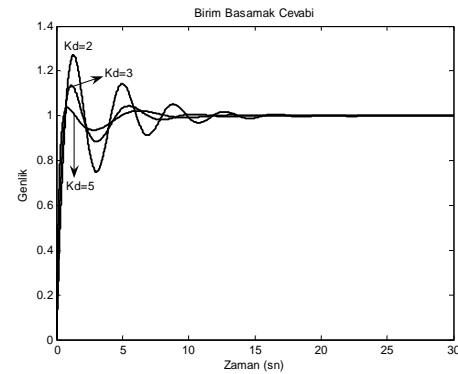
Buna göre  $K = 1$  olmak üzere farklı  $K_d$  değerleri için kararlılık bölgeleri ve performans analizleri Şekil 15 ve 16 da gösterilmiştir.  $K_d = 5$  sabit değeri için farklı  $K$  değerlerine göre kararlılık bölgeleri ve birim basamak cevapları Şekil 17 ve 18 de verilmiştir.



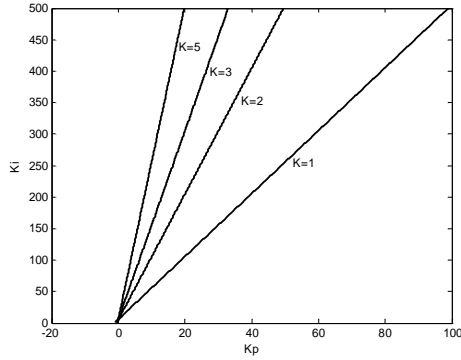
Şekil 14: PI kontrolör için Kritik kararlılık çizgisi



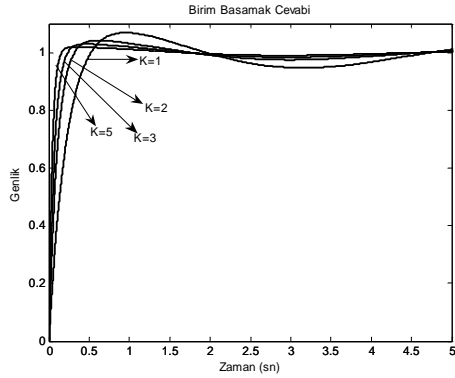
Şekil 15:  $K = 1$  için  $K_d$ 'ye göre kararlılık bölgeleri



Şekil 16:  $K = 1$ ,  $K_p = 2.4977$ ,  $K_i = 4.0058$  için  $K_d$ 'ye göre birim basamak cevapları



Şekil 17:  $K_d = 5$  için  $K$ 'ya göre kararlılık bölgeleri



Şekil 18:  $K_d = 5$ ,  $K_p = 2.5$ ,  $K_i = 6$  için  $K$ 'ya göre birim basamak cevapları

#### 4. Sonuç

Bu makalede bir kontrol sistemini kararlı yapacak bütün PI kontrolörlerin hesaplanması incelendi. Bazı sıkça kullanılan standart formdaki transfer fonksiyonlarını içeren kontrol sistemlerini kararlı yapan PI kontrolörlerin hesaplanmasını kolaylaştıracak Matlab ortamında hazırlanmış programlar geliştirildi. Bu programlar kullanılarak bir kontrol sisteminin performansı ile ilgili olan istenilen faz ve kazanç payını sağlayan bölgeler bulunabilir. Ayrıca kararlı bölgede seçilen kontrolör parametrelerinin performansa etkileri incelenebilir. Programın uygulamasıyla ilgili bazı örnekler verildi. Bu makalede elde edilen sonuçlar kontrol sistemlerinin analizi, tasarımı ve kontrol eğitimi alanında yararlar sağlayacaktır. İleriye yönelik olarak bu program kolay kullanımlı ve daha geniş kapsamlı hale getirilerek bir toolbox haline dönüştürülebilir. Ayrıca kontrolör parametrelerinin kontrol sisteminin davranışı üzerine olan etkilerini eşzamanlı olarak görmek amacıyla interaktiflik özelliği sağlayan SysQuake programı kullanılarak bazı programlar oluşturulabilir ve böylece toolbox'ın verimliliği artırılabilir.

#### 5. Kaynakça

[1] Åström K. J., T. Häggglund (2001). The future of PID control, *Control Eng. Pract.*, **9**, 1163-1175.  
 [2] Ziegler J. G. and N. B. Nichols (1942). Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, **64**, 759-768.

[3] Åström K. J., T. Häggglund, C. C. Hang and W. K. Ho (1993). Automatic tuning and adaptation for PID controllers- a survey. *Control Eng. Pract.*, **1**, 699-714.  
 [4] Åström K. J., T. Häggglund (1995). *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Instrument Society of America.  
 [5] Zhuang M. and D. P. Atherton (1993). Automatic tuning of optimum PID controllers. *IEE Proc. Part D*, **140**, 216-224.  
 [6] Ho W. K., C. C. Hang and L. S. Cao (1995). Tuning of PID controllers based on gain and phase margins specifications. *Automatica*, **31**, 497-502.  
 [7] Ho M. T., A. Datta and S. P. Bhattacharyya (1996). A new approach to feedback stabilization. *Proc. of the 35th CDC*, 4643-4648.  
 [8] Ho M. T., A. Datta, and S. P. Bhattacharyya (1997). A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers. *Proc. of Amer. Contr. Conf.*  
 [9] Datta A., M. T. Ho and S. P. Bhattacharyya (2000). *Structure and Synthesis of PID Controllers*. Springer.  
 [10] Söylemez M. T., N. Munro, and H. Baki (2003). Fast calculation of stabilizing PID controllers. *Automatica*, **39**, 121-126.  
 [11] Ackermann, K. J., D. Kaesbauer (2001). Design of robust PID controllers. *European Control Conference*, 522-527.  
 [12] Shafiei Z., A. T. Shenton (1997). Frequency domain design of PID controllers for stable and unstable systems with time delay. *Automatica*, **33**, 2223-2232.  
 [13] Huang Y. J., Y. J. Wang (2000). Robust PID tuning strategy for uncertain plants based on the Kharitonov theorem. *ISA Transactions*, **39**, 419-431.  
 [14] Tan N., I. Kaya and D. P. Atherton (2003). Computation of stabilizing PI and PID controllers. *Proc. of the 2003 IEEE Conf. on the Contr. Appl.*, CCA2003.  
 [15] Tan, N. (2005). Computation of Stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay. *ISA Transactions*, **44**, 213-223.  
 [16] Tan N., I. Kaya, C. Yeroğlu and D. P. Atherton (2006). Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus. *Energy Conversion and Management*, **47**, 3045-3058.  
 [17] Tan N. and D. P. Atherton (2006). Design of stabilizing PI and PID controllers. *International Journal of Systems Sciencet*, **37**, 543-554.  
 [18] Hamamcı, S. E. and N. Tan (2006). Design of PI controllers for achieving time and frequency domain specifications simultaneously. *ISA Transactions*, **45**, 529-543.

# Ters Sarkaç Probleminin PID ve Tam Durum Geri-Besleme Yöntemleri ile Kontrolü

Selçuk Kızır, Zafer Bingöl, Cüneyt Oysu

Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli Üniversitesi, İzmit

Selcuk.kizir@kou.edu.tr

Zaferb@kou.edu.tr

Coysu@kou.edu.tr

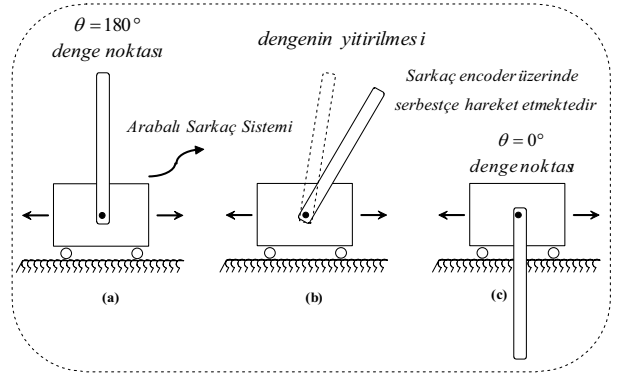
## Özetçe

Bu çalışmada, kontrol teorisinin klasik problemlerinden biri olan gerçek zamanlı doğrusal olmayan bir ters sarkaç sisteminin kontrolü gerçekleştirilmiştir. Yatay eksen üzerinde 56 cm mesafe içerisinde hareket edebilen arabaya bağlı bulunan sarkacın, aşağı yöndeki başlangıç durumundan ( $\theta=0^\circ$ ) dikey duruma ( $\theta=180^\circ$ ) getirilmesi ve bu pozisyonda durağan tutulması iki farklı yöntemle gerçekleştirilmiştir. Sarkacın ters dikey pozisyona getirilmesi için enerji tabanlı bir kontrol yöntemi ile ve bu pozisyonda durağan kalabilmesini sağlamak amacıyla PID ve tam durum geri-besleme yöntemleri uygulanmıştır. Bu yöntemler MATLAB/SIMULINK ortamına uygun DS1103 dSPACE DSP kontrolör kartı üzerinde uygulanmıştır. Her iki yöntemde de sarkaç istenen dikey pozisyona 10 sn içerisinde getirilmiştir. Ayrıca her iki yöntemin gürbüzlüğü test edilmiştir. Tam durum geri-besleme yönteminin daha gürbüz olduğu görülmüştür.

## 1. Giriş

Doğrusal olmayan kararsız bir sistem olan ters sarkaç, kontrol teorisinde çalışanların var olan çeşitli kontrol yöntemleri ya da kendilerinin geliştirdiği yeni yöntemleri uygulamak ve sonuçlarını incelemek için kontrol sistemleri alanında kullanılır. Ters sarkaç problemi, kontrol mühendisliği alanında eğitim vermek için kontrol edilmesi istenen en uygun sistemlerden biridir. Kontrol mühendisliği alanındaki öneminden dolayı, kontrol mühendisliği öğrencileri için ters sarkaç sistemi modelinin analiz edilmesi ve PID kontrol yöntemine göre bir doğrusal denetleyici tasarlamaları kaçınılmaz bir hale gelmiştir. Kararsız bir sistem olması sebebiyle, ters sarkaç sisteminin dinamiklerinin incelenmesi ve kontrolünün gerçekleştirilmesi çok yaygın kontrol problemlerinden biri olmuştur.

Ters sarkaç sisteminde, sarkaç sınırlı uzunluktaki yatay yol boyunca bir motor tarafından hareket ettirilen taşıyıcı arabaya bağlıdır. Sarkaç ise serbestçe hareket edebilecek şekilde bu arabaya monte edilmiştir. Sistem iki denge noktasına sahiptir: Bunlardan ilki sarkacın yukarı yönlü dikey durumdaki kararsız olduğu nokta ve ikincisi ise sarkacın aşağı doğru durduğu durumdaki kararlı noktadır. Şekil 1-a' da kararsız denge noktası, Şekil 1-b' de sarkacın herhangi bir bozucu etki durumunda denge noktasından uzaklaşması ve Şekil 1-c' de ise kararlı denge noktası görülmektedir.

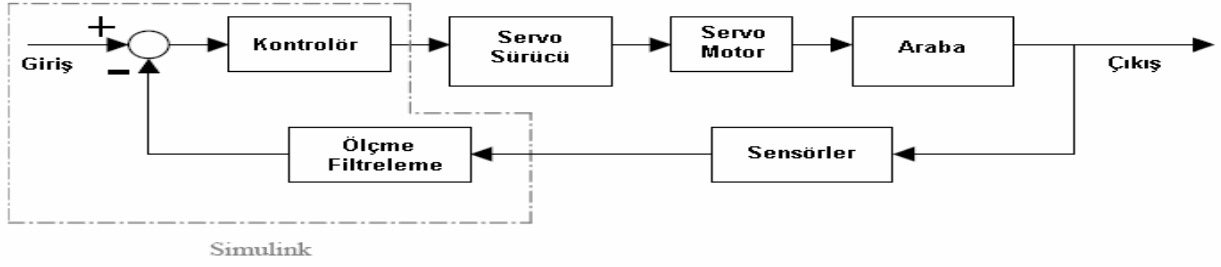


Şekil 1: Denge noktaları

Literatürde ters sarkaç sisteminin çok farklı yapıda olanları ve bu sistemlere uygulanmış farklı klasik ve modern kontrol yöntemleri vardır. Yapı açısından en yaygın olan sistemler şöyledir: Hareketli arabaya bağlı tek çubuklu sistemler [1–3], hareketli arabaya bağlı çift çubuklu sistemler [4], dönel tek kollu sistemler [5], dönel çift kollu sistemler [6]. Kontrol yöntemleri açısından en yaygın uygulamalar ise şöyle sıralanabilir: Klasik yöntemler (PID) [7], modern yöntemler (enerji tabanlı, karma, tam durum geri-besleme ve bulanık mantık vb.) [4, 8–10].

## 2. Ters Sarkaç Sistemi

Ters sarkaç sistemi, hareketi sağlayan, kuvveti uygulayan, durum değişkenlerini ölçen ve istenen kontrol yöntemlerini uygulayan çeşitli kısımlardan oluşur. Şekil 2'de sisteme ait genel blok diyagram görülmektedir. Kontrolör ve sinyal işleme işlemleri için dSPACE 1103 kontrolcüsü SIMULINK ortamında kullanılmıştır. Sisteme gerekli kuvveti uygulamak için arabaya kayışla bağlanan 400 W gücünde 3 fazlı METRONIX firmasına ait servo motor ve yine aynı firmaya ait olan servo motor sürücüsü kullanılmıştır. Arabanın pozisyonu ölçmek için 1000 darbe/tur ve sarkacın açısını ölçmek için 1024 darbe/tur oranına sahip optik kodlayıcılar (encoder) kullanılmıştır. Arabanın hızı ve sarkacın açısal hız değerleri ise nümerik olarak elde edilmiştir. Böylece arabanın pozisyonu için  $12,7 \text{ mm}$  ve sarkacın açısı için  $6,13 \times 10^{-3}$  radyan ya da  $0,3515^\circ$  çözünürlük sağlanmıştır.



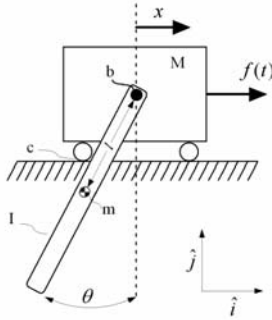
Şekil 2: Sarkaç sistemi blok diyagramı



Şekil 3: Arabalı ters sarkaç sistemi

### 3. Modelleme

Sistem dinamiklerini tanımlayan denklemleri bulabilmek için enerji tabanlı lagrangian yöntemi kullanılmıştır. Öncelikle sistemdeki kinetik ve potansiyel enerji hesaplanarak lagrangian elde edilir. En sonunda ise hareket denklemleri elde edilir. Şekil 4'te ters sarkaç sisteminin matematiksel modelinin çıkartılmasında kullanılan şema görülmektedir.



Şekil 4: Sarkaç modeli

Model Parametreleri:

- $g$  Yer çekim ivmesi:  $g=9.81 \text{ m/s}^2$
- $m$  Sarkacın kütlesi:  $m=0.2 \text{ kg}$
- $M$  Arabanın kütlesi:  $M=1.095 \text{ kg}$
- $l$  Sarkacın kütle merkezinin uzaklığı:  $l=0.325 \text{ m}$
- $b$  Sarkaç ile araba arasındaki sürtünme katsayısı:  $b=0$
- $c$  Araba ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı:  $c=0.1 \text{ N/m/sn}$
- $I$  Sarkaca ait atalet momenti:  $I=0$

### 3.1 Kinetik ve Potansiyel Enerji

Sarkaç için kinetik enerji şu şekilde hesaplanır:

$$KE_m = \frac{1}{2} m V_c^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1)$$

Burada  $\omega$  sarkacın açısal hızı,  $V_c$  ise arabanın hızıdır ve  $r_c$  konum vektörünün türevi alınarak bulunur:

$$r_c = (x - l \sin \theta) \hat{i} - l \cos \theta \hat{j} \quad (2)$$

$$V_c = \frac{dr_c}{dt} = (\dot{x} - l \cos \theta \dot{\theta}) \hat{i} + l \sin \theta \dot{\theta} \hat{j} \quad (3)$$

Açısal hız ise basitçe:

$$\omega = \dot{\theta} \quad (4)$$

Denklem 3 ve 4 denklem 1'de yerine konulup düzenlenirse:

$$KE_m = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (5)$$

Toplam kinetik enerji ise:

$$KE = KE_m + KE_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (6)$$

Araba yalnızca yatay ekseninde hareket ettiği için sistemin potansiyel enerjisini sarkaç belirler:

$$PE = -mgl \cos \theta \quad (7)$$

Kinetik ve potansiyel enerji fonksiyonlarından lagrangian:

$$L = KE - PE \quad (8)$$

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + mgl \cos \theta \quad (9)$$

Durum denklemleri lagrange denklemi kullanılarak bulunur:

$$F_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad (10)$$

$x$  için 10 eşitliği uygulandığında:

$$(M + m)\ddot{x} - ml \cos \theta \ddot{\theta} + ml \sin \theta \dot{\theta}^2 = f(t) - c\dot{x} \quad (11)$$

$\theta$  için ise:

$$(ml^2 + I)\ddot{\theta} - ml\ddot{x} \cos \theta - mgl \sin \theta = -b\dot{\theta} \quad (12)$$

### 3.2 Doğrusallaştırma ve Transfer Fonksiyonları

Denklem 11 ve 12 ile elde ettiğimiz sistemi tanımlayan denklemlerin doğrusal olmadıkları görülmektedir ve bu sebeple analiz, benzetim ve kontrolör tasarımının yapılabilmesi için denklemlerin doğrusallaştırılmaları gerekmektedir. Sistem iki denge noktasına sahiptir:  $\theta = 0$  (sarkaç aşağı yönde ve sistem kararlı) ve  $\theta = \pi$  (sarkaç yukarı yönde ve sistem kararsız). Yüksek dereceli terimler ihmal edilerek 1. dereceden Denklem 13 ile ifade edilen Taylor serisi açılımı Denklem 11 ve 12'ye uygulanırsa:

$$f(\theta) \cong f(\theta_0) + \left. \frac{df}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} (\theta - \theta_0) \quad (13)$$

$\theta = 0$  noktası için:

$$(M + m)\ddot{x} + c\dot{x} - ml\ddot{\theta} = f(t) \quad (14)$$

$$-ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl\theta = 0$$

Transfer fonksiyonun bulunabilmesi için doğrusallaştırılan Denklem 14 ve 16'nın Laplace dönüşümü alınır ve  $I$  atalet momentinin sıfır olduğu varsayılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa Denklem 15 ve 17 ile ifade edilen transfer fonksiyonları elde edilir.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{mls^2 + bs + mgl}{Mmls^4 + [(M+m)b + ml^2c]s^3 + [(M+m)mgl + bc]s^2 + mglcs}$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{mls}{Mmls^3 + [(M+m)b + ml^2c]s^2 + [(M+m)mgl + bc]s + mglc} \quad (15)$$

$\theta = \pi$  noktası için:

$$(M + m)\ddot{x} + c\dot{x} + ml\ddot{\theta} = f(t) \quad (16)$$

$$ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + b\dot{\theta} - mgl\theta = 0$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{mls^2 + bs - mgl}{Mmls^4 + [(M+m)b + ml^2c]s^3 - [(M+m)mgl - bc]s^2 - mglcs}$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-mls}{Mmls^3 + [(M+m)b + ml^2c]s^2 - [(M+m)mgl - bc]s - mglc} \quad (17)$$

### 3.3 Durum Uzaı

Durum geri-besleme kontrolü için sistem denklemlerini durum uzaı formuna dönüştürmemiz gerekmektedir. Sarkaın atalet momentinin çok düşük olması sebebi ile bu değeri sıfır kabul edilerek, çubuğun üst denge noktasındaki Denklem 16 ile ifade edilen denklemler kullanılarak durum uzaı gösterimi:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (18)$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -c/M & -mg/M & b/ML \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & c/ML & (M+m)g/ML & -(m+M)b/ML \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/M \\ 0 \\ -1/ML \end{bmatrix} f(t) \quad (20)$$

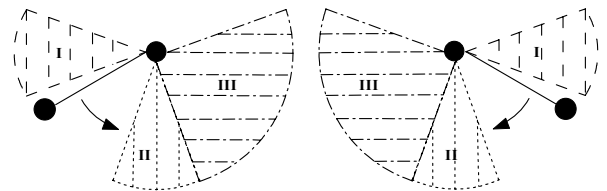
## 4. Kontrolör Tasarımı

Bu sistem için kontrol algoritması ikiye ayrılır. İlkinde sarkaç, başlangıç konumundan ( $\theta=0^\circ$ ) sarkacın dengede tutulmak istendiği kararsız olan denge noktasına ( $\theta=180^\circ$  civarına) ulaştırılması gerekmektedir. İkincisinde ise sarkaç, doğrusal kontrol yöntemleri ile  $\theta=180^\circ$  referansında dengede tutulur.

### 4.1 Sarkacın $\theta=0^\circ$ den $\theta=180^\circ$ ye Yükseltilmesi

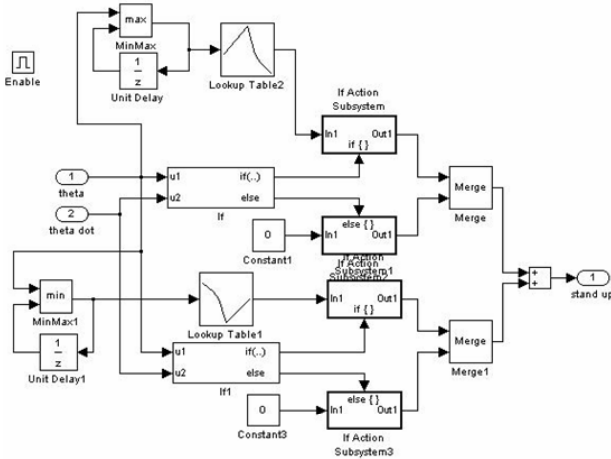
Sarkaç  $\theta=0^\circ$  kararlı denge noktasında durağan haldeyken harekete başlar ve çeşitli yöntemlerle salınması sağlanarak  $\theta=180^\circ$  ye yakın olacak şekilde yükseltilir. Dikkat edilmesi gereken bir nokta kontrol edilebilir ve küçük açısal hızda referans noktasına yükseltilmesi gerekmektedir. Bu şartlar altında yükseltilen sarkaç, diğer kontrolörün devreye girmesiyle burada tutulmaya çalışılır. Basitçe, bu işlem arabanın belirli hızda, yönde, ivmede ve belirli bekleme-hareket etme süreleri altında yapılabilir ancak çok etkili değildir.

Bu çalışmada, yükseltme yöntemi olarak [3] numaralı kaynakta önerilen enerji tabanlı yöntem kullanılmıştır. Buna göre gerekli analizler sonucundaki kurallar,  $\theta$ 'ya bağlı olarak arabanın hızlandırılması ve yavaşlatılması ile sarkaca enerjinin depolanması olarak belirlenmiştir. Sarkaç üzerinde maksimum pozitif işin yapılabilmesi için arabanın, yüksek iş transferinin olduğu  $\theta=\pm 90^\circ$  civarında hızlandırılması ve düşük iş transferinin olduğu  $\theta=0^\circ$  civarında yavaşlatılması gerekmektedir. Şekil 5'de bu kural görülmektedir ve şekil incelendiğinde, sarkaç I. bölgedeyken araba hızlandırılmalı, II. bölgeye ulaştığında araba durdurulmalı ve III. bölgede sarkacın yükselmesi beklenmelidir. Sarkaç ulaştığı maksimum noktadan tekrar düşmeye başlayıp diğer yöne doğru hareket etmeye başladığında belirlenen açı aralıklarında I., II. ve III. bölgede yapılması gereken işlemler tekrarlanarak sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması sağlanır.



Şekil 5: Sarkaç açısı – araba hareket ilişkisi

Bu kurala göre sarkacın yükseltilmesi işlemi Şekil 6'da görülen SIMULINK-dSPACE blokları ile gerçekleştirilmiştir. İki algoritma mevcuttur ve çıkıştaki anahtar röle tarafından kontrol edilerek sarkacın açısı  $\pm 10^\circ$  ulaştığında çıkışın Şekil 6'da görülen algoritma tarafından üretilmesi sağlanır. İlk durumda araba sağa-sola hareket ettirilerek hareketsiz durumdaki sarkaç salınmaya başlar. Daha sonra ise sarkaç açısına bağlı olarak arabanın hareketi kontrol edilerek sarkaç enerji depolanır. Açılış denge noktasına yaklaştıkça kademeli olarak hız azaltılarak dengeleme kontrolcüsünün devreye girmesi ve düşük başlangıç değerleri altında sistemi kontrol etmeye başlaması sağlanır.



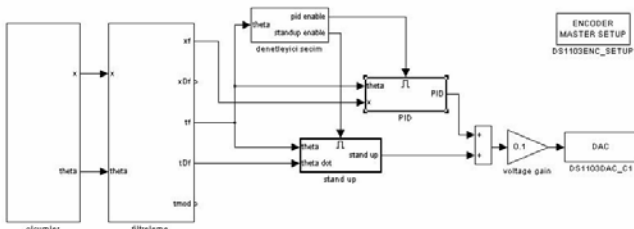
Şekil 6: Sarkacın yükseltilmesi blok diyagramı

#### 4.2 PID Kontrol Yöntemi ile Sarkacın Dengelenmesi

Klasik kontrol yöntemlerinden biri olan ve endüstride yaygın olarak kullanılan PID kontrol Denklem 21 ile ifade edilir ve  $u(t)$  kontrol sinyali,  $e(t)$  hata sinyalinin  $K_p$  oransal, integralinin  $K_i$  integral ve türevinin  $K_D$  türevsel kazançları ile çarpımlarının toplanmasıyla elde edilir [11].

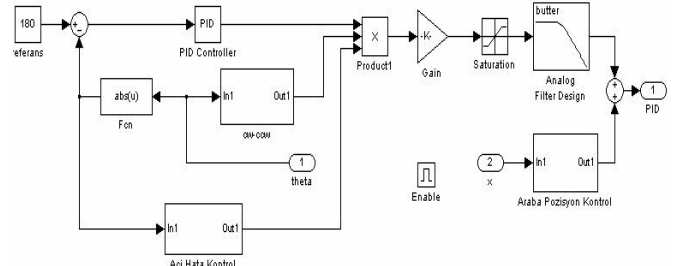
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (21)$$

PID kontrol yöntemi sadece tek durum değişkeninin kontrol edilmesini sağlar, bu yüzden tek girişli-tek çıkışlı sistemler için uygundur. Ters sarkaç sistemi ise çok girişli-çok çıkışlı bir sistemdir ancak sistemin sınırlı uzunlukta hareket edebildiği gerçeği yok sayılarak sadece açının kontrol edilmesi sağlanabilir.



Şekil 7: PID kontrol-ana blok diyagram

Şekil 7'de sarkacın dengelenmesi için kullanılan simulink blok diyagramı görülmektedir. Ölçüm bloğu altında değişkenler ölçülmekte, filtreleme bloğu altında değişkenler filtrelenmekte, kontrolör seçim bloğu ile sarkacın açısına bağlı olarak yükseltme ya da dengeleme işlemlerinin seçimi, standup bloğu altında sarkacın üst denge noktasına ulaştırılma algoritması ve PID bloğu altında sarkacın dengelenmesi işlemleri yapılmaktadır. Şekil 8'de ise PID bloğu görülmektedir. Kapalı döngü PID yapısı dışında görülen bloklar sistem güvenliği açısından bazı sınırlamalar getirmektedir ve sarkacın saat yönü ya da saat yönünün tersine yükselme durumlarına bağlı olarak çıkış yönünü belirlemektedir.

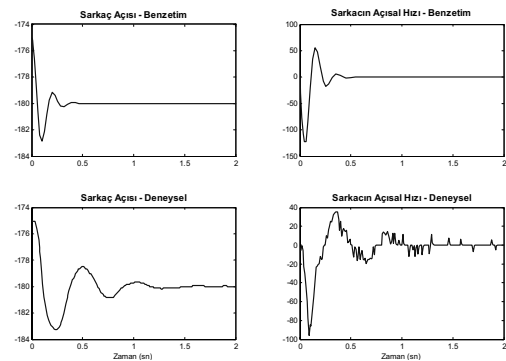


Şekil 8: PID kontrol bloğu

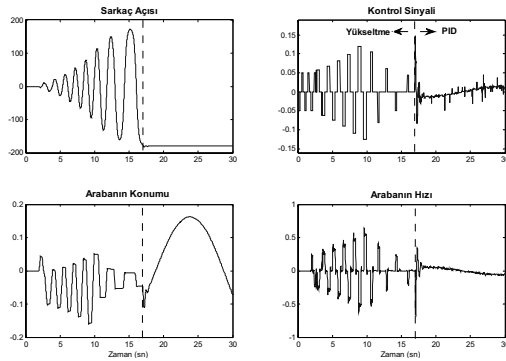
#### 4.2.1 Benzetim ve Deneysel Sonuçlar

$K_p=20$ ,  $K_i=300$  ve  $K_D=0.5$  değerleri için sarkaç açısının ve açısal hızının değişimini gösteren benzetim ve deneysel sonuçlar Şekil 9'da görülmektedir. Şekil 10'da ise deneysel olarak ölçülen durum değişkenleri ve üretilen kontrol sinyali görülmektedir.

Uygulanan PID parametrelerinin her biri, deneylerde ayrı ayrı %50 oranına kadar değiştirilmiştir ve bozucu etkiler altında sistem gürbüzlüğü test edilmiştir. Parametrelerin değiştirilmesiyle sarkacın denge durumu bozulmamıştır, ancak elde edilen çıkış cevaplarının özellikleri (yükselme zamanı, aşma ve oturma zamanı) farklılıklar içermektedir.



Şekil 9: PID kontrol yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar



**Şekil 10:** Sarkacın dik duruma getirilmesi ve PID kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi

### 4.3 Tam Durum Geri Besleme Yöntemi ile Sarkacın Dengelenmesi

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{22}$$

Sıradan geri beslemeli kontrol sistemlerinde çıkış toplama fonksiyonuna uygulanır. Tam durum geri besleme yöntemine göre ise çıkışın yerine durumlar geri beslenir. Gerekli kapalı çevirim kutup değerlerini ayarlayabilmek için, her durum değişkeni  $k_i$  kazancı ile çarpılarak  $u$  kontrol sinyaline geri beslenir.

Kapalı çevirim sisteminin durum denklemleri Denklem 23 ile ifade edilir [12]. Böylece A matrisinin öz değerleri ile belirlenen sistem kutupları, A-BK matrisinin öz değerleri ile belirlenerek gerekli kontrol kriterlerini sağlamak için kutupların yerleri ayarlanabilir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu = Ax + B(-Kx + r) = (A - BK)x + Br \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (23)$$

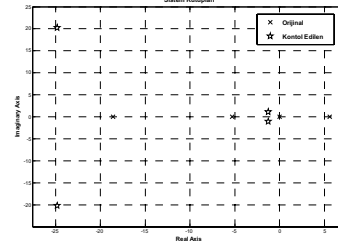
$$K = [k_1 \ k_2 \ \dots k_n] \quad (24)$$

Teorik olarak, birçok sistem için uygun kazanç matrisi ile sistem kutup noktaları istenilen herhangi bir yere yerleştirilebilir. Bu yöntemi kullanarak hızlı ve kararlı sistem cevabı elde edilebilir. Ancak, gerçek performans fiziksel donanımla sınırlıdır. En iyi sonuçlar, cevap hızı ve kontrol eforu arasında optimizasyon yapılarak ulaşılabilir. Bu nümerik olarak Denklem 25 ile ifade edilen doğrusal-karesel-regülatör (linear quadratic regulator - LQR) yöntemi kullanılarak yapılabilir. MATLAB yazılımının 'lqr' fonksiyonu, durum hataları ile kontrol eforu değerlerinin ağırlıklandırılmasını sağlayarak optimum kazanç matrisini hesaplar. Denklem 26'da belirlenen Q matrisi, R katsayısı ve Denklem 27'de bulunan K kazanç matrisi görülmektedir. Şekil 11'de sistem kutuplarının kontrol sonucundaki yerlerinin değişimi görülmektedir.

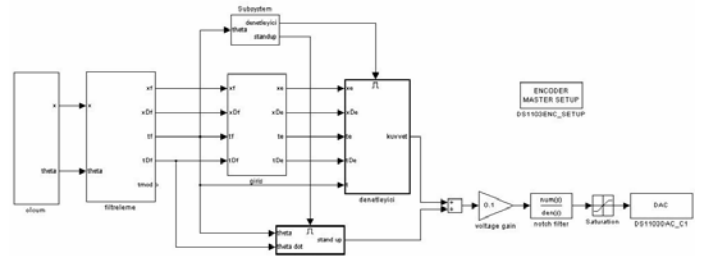
$$J = \int_0^{\infty} x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) dt \quad (25)$$

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \quad R = 10^{-4} \quad (26)$$

$$K = [-100 \quad -117 \quad -455 \quad -50] \quad (27)$$

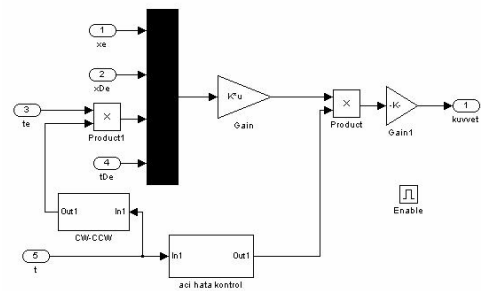


*Şekil 11: Sisteme ait kutup noktalarının kontrol kazancına bağlı olarak değişimi*



Şekil 12: Durum geri besleme-ana blok diyagram

Şekil 12’de durum geri besleme yöntemine göre uygulanan kontrol algoritması görülmektedir. PID kontrol yapısından farklı olarak 4 değişken kullanılmaktadır. Şekil 13’te ise durum geri besleme kontrol bloğu görülmektedir. Kontrol yapısının dışındaki bloklar sistem güvenliği açısından bazı sınırlamalar getirmektedir ve sarkacın saat yönü ya da saat yönünün tersine yükselme durumlarına bağlı olarak çıkış yönünü belirlemektedir.



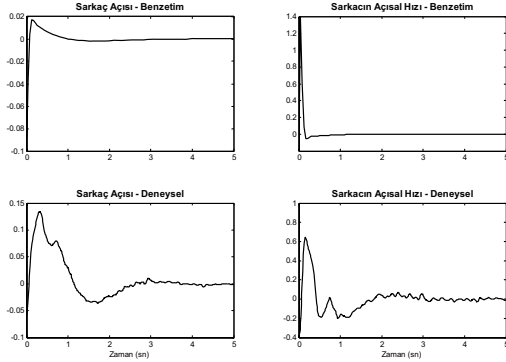
Şekil 13: Tam durum geri-besleme kontrolör bloğu

#### 4.3.1 Benzetim ve Deneysel Sonuçlar

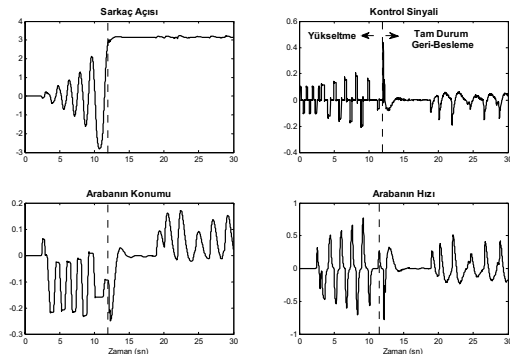
Hesaplanan K kontrol kazancı sonucundaki sarkaç açısının ve açılal hızının benzetim ve deneysel sonuçları Şekil 14’de, deneysel olarak ölçülen durum değişkenleri ve üretilen kontrol sinyali Şekil 15’te görülmektedir. 18. saniyeden itibaren



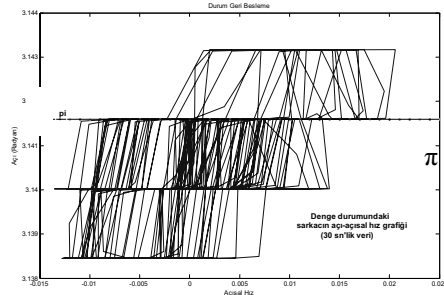
sisteme bozucu etkiler uygulanmıştır ve görüldüğü gibi başarılı sonuç alınmıştır. Şekil 16'da ise tam durum geri-besleme yöntemine göre sıfır civarındaki sarkacın açısal hızı ile  $\pi$  civarındaki sarkaç açısına ait faz diyagramı gösterilmiştir.



Şekil 14: Tam durum geri-besleme yöntemine ait benzetim ve deneysel sonuçlar



Şekil 15: Sarkacın yükseltilmesi ve Tam durum geri-besleme kontrol yöntemlerinde açının, kontrol sinyalinin, araba konumunun ve hızının zamanla değişimi



Şekil 16: Tam durum geri-besleme kontrolü denge durumu  $\dot{\theta} - \theta$  faz diyagramı

## 5. Sonuçlar

Kontrol sistemlerinin örnek problemlerinden biri olan arabalı ters sarkaç sistemi deney düzeneği olarak hazırlanmıştır ve sarkacın üst denge noktasına ulaştırılması ve bu noktada dengede tutulabilmesi için enerji tabanlı kurallarla birlikte PID ve durum geri-besleme yöntemleri incelenmiştir ve uygulanmıştır. Bu kontrol yöntemleri SIMULINK ortamında

tasarlanmıştır ve bu yapılarla ilgili bilgiler verilmiştir. Benzetim ve deneysel sonuçlar incelendiğinde sistem kontrol edilmiş ve başarılı sonuçlar alınmıştır. PID kontrol yöntemiyle sadece açı kontrol edildiği için bozucu etki durumunda ya da yüksek açısal hız ile PID kontrolör devreye girdiğinde, araba hareket edebildiği alan sınırlarına ulaşabilmektedir. Durum geri besleme yöntemiyle, durum değişkenleri sınırlarını ayarlayarak kazanç matrisi bulunduğu için çok daha başarılı sonuç alınmıştır. Burada geliştirilen ters sarkaç sistemi lisans, lisansüstü öğrencileri ve araştırmacılar için kontrol eğitimi açısından yeni teknikler geliştirmek ve uygulamak için kullanılabilir.

## 6. Teşekkür

“5 eksen CNC frezeleme operasyonlarında işlenen yüzeyin kalitesini proses optimizasyonu ile arttıran bir sistem geliştirme” isimli DPT projesine, sağladığı donanım katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

## 7. Kaynakça

- [1] M. Bugeja, “Non-Linear Swing-Up and Stabilizing Control of an Inverted Pendulum System”, EUROCON 2003 Ljubljana, Slovenia.
- [2] N. Muskinja ve B. Tovornik, “Swinging Up and Stabilization of a Real Inverted Pendulum”, IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, VOL. 53, NO. 2, APRIL 2006.
- [3] A.K. Stimac, “Standup and Stabilization of the Inverted Pendulum”, Massachusetts Institute of Technology, June 1999.
- [4] W. Zhong and H. Röck, “Energy and passivity based control of the double inverted pendulum on a cart,” presented at IEEE Conference on Control Applications, 2001.
- [5] F. Farahmand, A. Elahi, R. Sedeh, “Swinging Up And Stabilizing A Pendulum (Gyrobot)”, 13th Annual (International) Mechanical Engineering Conference – May 200 Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran.
- [6] K. Craig, S. Awtar, “Inverted Pendulum Systems: Rotary And Arm-Driven A Mechatronic System Design Case Study”, *Mechatronics*, Vol. 12, pp. 357-370, 2001.
- [7] A. MIRZA, “Inverted Pendulum”, Journal of AMSE, Vol. 55, No 3,4- Dec, 2000, France.
- [8] S. Nundrakwang, T. Benjanarasuth, J. Ngamwiwit ve N. Komine, “Hybrid PD - Servo State Feedback Control Algorithm for Swing up Inverted Pendulum System”, ICCAS2005 June 2-5, KINTEX, Gyeonggi-Do, Korea.
- [9] A. ÖZBEY, “Bir Ters Sarkacın Gözlemleyicili Tam Durum Geri Beslemesi İle Kontrolü”, II. Mühendislik Bilimleri Genç Araştırmacılar Kongresi 17-19 Kasım 2005, İstanbul.
- [10] M. E. Arı, “Stabilization Of An Inverted Pendulum By Using A Fuzzy Controller”, Middle East Technical University, September 1995, Ankara.
- [11] S. Kızır, H. M. Ertunç, “Mikro Kontrolör Tabanlı PID Kontrol Sistemi Eğitim Seti”, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK’06, 6-8 Kasım 2006, Ankara.
- [12] N. S. Nise, “Control Systems Engineering”, Wiley, 2004.

# Mikroişlemci Kontrollü Top-Çubuk Sisteminin Tasarımı ve Gerçeklenmesi

Ashlı Sabancı<sup>1</sup>, Yaver Kamer<sup>2</sup>, Serhat İkizoğlu<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
sabancia@itu.edu.tr

<sup>2</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
kamery@itu.edu.tr

<sup>3</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
ikizoglu@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada gerçekleştirilen sistemin temel işlevi, iletken bir çubuk çifti üzerinde tek boyutta ve serbestçe hareket edebilen metal bir bilyenin konumunun, çubuk çiftinin yatayla yaptığı açının mikroişlemci kontrollü bir doğru akım motoru tarafından değiştirilmesi suretiyle kontrol edilmesidir. Sistem sıfır noktasında çift katlı kutpa sahip olduğundan açık çevrim kararsızdır ve bundan dolayı kontrol teorisi ve eğitimi açısından önemlidir.

## 1. Giriş

Çalışmada, kontrol eğitimine ve kontrol teorisinin anlaşılmasına katkıda bulunacak bir deney seti gerçekleştirilmesinin yanı sıra, bunun çok düşük bir bütçe ve tamamıyla öğrenci olanakları ile sağlanması amaç edinilmiştir. Ülkemizin içinde bulunduğu ekonomik ve siyasi koşullar altında kanıksanmış olan sermaye ve bilim arasındaki enzim-substrat ilişkisine küçük bir alternatif teşkil etme ana gayemiz olmuştur. Bu anlamda projemizin gerçekleştirilmesi esnasında kullanılan tüm elemanların seçimi de bu gaye doğrultusunda yapılmıştır. Endüstriyel alanda giriştikleri rekabet esnasında ufuk açıcı olmaktan çok giderek basitleşen, kullanıcıyı sınırlandıran, yazılım ve donanım konusunda tekelleşmeye çalışan büyük sermayeli şirketlerin PLC, motor ve sensör gibi ürünleri bu yüzden tercih edilmemiştir.

Projemizde ana kontrol ünitesi olarak seçtiğimiz PIC 16F877 mikrokontrolörü hem sistemin geçici hal cevabının incelenmesinde veri toplayıcı, hem de kontrol algoritmasını gerçekleyen bir eleman olarak kullanılmıştır. Bilyenin konumunu algılamak için ultrasonik sensör kullanmak yerine çok daha ucuz ve gerçekleştirilebilir olan çok sarımlı potansiyometre kendi olanaklarımızla imal edilmiştir. Bu noktada maliyet karşılaştırması için ODTÜ Makina Mühendisliği Bölümü'nde benzer bir sistemin gerçekleştirilmesi esnasında kullanılan çizimlar incelenebilir [1].

## 2. Sistemin Bileşenleri

### 2.1. Donanım

#### 2.1.1. Mekanik Parçalar

Sistemin mekanik kısmı, bir çift paslanmaz çelik çubuk, bir adet metal bilye, iki adet menteşe, destekleyici çubuk ve motor tablasından oluşmaktadır.

Paslanmaz çelik çubuk çifti, 36 cm uzunluğunda olup, her çubuk 4mm çapında, 60 gram ağırlındadır. Çubuklardan bir tanesi ısı makaronu ile yalıtıldıktan sonra, çubuk başından sonuna kadar direnç teli ile sarılmıştır. Çubuk çiftinin iki ucundaki menteşeler, çubukların bir ucunun motor tablası üzerindeki kartuş haznesine, diğer ucunun destekleyici çubuğa tutturulması için kullanılmaktadır. Çubuklar menteşelere 7 mm'lik klemensler ile monte edilmiştir.

Metal bilyenin çapı 20 mm, ağırlığı 60 gramdır. Bilye, çubukların üzerine koyulup direnç teline gerilim uygulandığında, bir gerilim bölücü oluşturulmuş olur. Bilyenin çubuklar üzerindeki konumu değiştikçe, çubuğun iki ucu arasında ölçülen gerilim de değişmiş olur. Böylelikle, bilyenin konumunu verebilecek bir algılayıcı elde edilmiştir.

Dikey hareketi sağlayan mekanik sistem HP 890C model bir yazıcıdan sökülmüştür. Kartuş haznesinin aşağı yukarı hareketiyle, üzerine menteşe ile tutturulmuş olan çubuk çiftinin yatayla yaptığı açı değiştirilmektedir. Kartuş haznesinin hareketini sağlayan doğru akım motorunun moment, bir kayış-kasnak sistemi üzerinden kartuş haznesine aktarılmaktadır.

#### 2.1.2. Doğru Akım Motoru

Kartuş haznesinin hareketini sağlayan, dolayısıyla da metal çubuk çiftinin yatayla yaptığı açıyı değiştiren motor, bir doğru akım motordur. Motor, yazıcıdan çıkarıldığı için, motorun hiçbir parametresi (rotor direnci, rotor endüktansı, rotor eylemsizlik moment, yatak viskoz sürtünmesi, motor tork sabiti, ters elektromotor kuvveti gerilim katsayısı) önceden bilinmemekte idi. Bu parametrelerin belirlenebilmesi için mikroişlemci ve bilgisayar aracılığı ile ölçümler yapılmış, daha sonra da teorik bilgiler ışığında bu ölçümlerden motor

parametreleri elde edilmiştir.

Motorun kontrolü, motor sürücü devresi üzerinden PIC 16F877 mikroişlemcisi tarafından üretilen darbe genişlik modülasyonu ile yapılmaktadır. Sürücü devre olarak 2 A akım ve 46 V gerilim altında çalışabilen çift H köprü entegresi olan L298N kullanılmıştır. Gerilim kaynağı olarak 18,5 V, 65 W değerinde bir dizüstü bilgisayar adaptörü kullanılmıştır.

### 2.1.3. Artımlı Kodlayıcı

Kartuş haznesinin konumu, yüzeyinde opak çentikler bulunan bir film şeridi şeklindeki artımlı kodlayıcı aracılığı ile haznenin üzerindeki optik sensör tarafından saptanmaktadır. HP firmasının sadece kendi yazıcılarında kullanmak üzere geliştirdiği Q9874-Q9864 optik sensörü piyasada ayrı satılmadığından sensörün bağlantı şeması internette yapılan araştırmalar neticesinde bulunmuştur [2].

### 2.1.4. Mikroişlemciler

Sistemin gerçekleştirilmesinde kontrolör ve veri toplayıcı olarak 2 adet PIC 16F877 mikroişlemcisi kullanılmıştır. Birinci işlemci A/D kanalı girişinden iletken çubuk üzerindeki gerilimi sayısallaştırarak bilyenin çubuk üzerindeki konumunu belirleyerek referans konumuna ilişkin PD (Faz İlerlemeli) tipi kontrolöre ilişkin fark denklemlerinden kontrol işareti üretir. Aynı işlemci bu işareti sayısal filtreden geçirerek çıkış portları vasıtasıyla ikinci işlemciye iletir. Optik sensörden aldığı kesmelerle motorun konumunu belirleyen ikinci işlemci portlarından okuduğu değişken referansı gerçeklemek üzere PID tipi kontrolöre ilişkin fark denklemlerinden darbe genişlik modülasyonu üretir ve motoru sürer. Bütün bunlara ek olarak ikinci işlemcinin D portu bilgisayarın paralel portuna bağlanmış ve böylece sisteme ilişkin verilerin incelenmesi sağlanmıştır.

## 2.2. Yazılım

### 2.2.1. Paralel Port Yazılımı

Mikroişlemci ve bilgisayar arasında paralel port üzerinden veri aktarmak amacıyla yazılan bu kod C++ dilinde olup, Borland C++ ortamında derlenmiştir. Program, Windows işletim sisteminde paralel porta erişimi kolaylaştıran bir kütüphane dosyasını kullanmaktadır. Kullanıcı paralel porttan kaç milisaniyede bir veri okunacağını ve kaç kez okuma yapılacağını programa parametre olarak girer. Program hem konum hem de ardışık konum verilerinin farkından hız bilgisi üretip bunları bir metin dosyasına yazdırır. Elde edilen veriler Excel uygulamasında grafik olarak çizdirilmiştir.

```
int main(int argc, char * argv[])
{
    ...
    ..
    t_smp = atoi(argv[1]);
    smp_cnt = atoi(argv[2]);

    FILE * stream;
    FILE * stream2;
    stream = fopen("POSITION.TXT", "w");
    stream2 = fopen("SPEED.TXT", "w");

    while(smp_cnt>1) //Ornekleme adeti
    {
```

```
        smp_cnt--;
        delay(t_smp); //Ornekleme araligi
        data=inportb(0x378);

        if(data-data_old<-100)
            rev++; //8 bitlik tasma tespiti

        pos = data+rev*255;
        speed = pos - pos_old;

        fprintf(stream,"%d\n",pos);
        fprintf(stream2,"%d\n",speed);

        data_old = data;
        pos_old = pos;
    }

    fclose(stream);
    fclose(stream2);
    return 0;
}
```

### 2.2.2. Mikroişlemci Yazılımları

12 Mhz hızında çalışan birinci mikroişlemci üzerindeki yazılım 4ms ye ayarlanmış kesme alt programında A/D girişindeki gerilimi sayısallaştırıp topun konum bilgisini alır ve bunu alçak geçiren filtreden geçirerek gürültüleri süzer. Ana program bloğunda hatanın ve kontrol işaretinin önceki değerlerinden bir kontrol işareti hesaplayarak bunu D portuna yazar.

```
void main(void)
{
    ....
    ...
    while(1)
    {
        if(GO_CONT_BALL)
        {
            GO_CONT_BALL=0;
            err_ball=lp_fil;
            cont_ball=err_ball*45.55-
            err1_ball*45.36+cont1_ball*0.8182;

            lp_fil_cont = cont_ball*0.019 +
            cont1_ball*0.019 + lp_fil_cont_old*0.96;
            PORTD = lp_fil_cont+128;

            err1_ball=err_ball;
            cont1_ball = cont_ball;
            lp_fil_cont_old = lp_fil_cont;
        }
    }
}

void interrupt timer_int(void)
{
    if(TMR1IF)
    {
        GO_CONT_BALL=1;

        TMR1L=ornek_zmn;
        TMR1H=ornek_zmn>>8;
        TMR1IF=0;

        ADGO = 1; //cevrimi baslat
        while(ADGO); //cevrim suresince bekle
        ref = (ADRESH << 8) + ADRESL;
        ref = (ref/4)-128;
```

```

lp_fil = ref*0.019 + ref_old*0.019 +
        lp_fil_old*0.96;
ref_old=ref;
lp_fil_old= lp_fil;
}
}

```

20 Mhz hızında çalışan ikinci mikroişlemci üzerindeki yazılım çıkan kenar kesmesiyle artımlı kodlayıcıdan gelen motor konum bilgisini 2ms de bir alır. 4ms ye ayarlanmış zamanlayıcı kesme alt programında ise birinci işlemcinin gönderdiği veriyi giriş portundan okur. Ana program bloğunda motora ilişkin kontrol işaretini hesaplayarak bunu PWM kanalından uygular. Bu işlemci aynı zamanda bilgisayara bağlanmış olan D portundan sisteme ilişkin verilerin analizine de olanak sağlar.

```

void main(void)
{
    ...
    ..
    while(1)
    {
        if(GO_CONT)
        {
            GO_CONT=0;
            err = ref_fil - motor_pos;

            cont= err*35 - err_lold*43 +
                err_2old*10 + cont_lold;
            cont_sys=cont*0.0251 - motor_pos;

            if(cont_sys>0)
                PWM_Cikis(cont_sys*5,2);
            else
                PWM_Cikis(-cont_sys*5,1);

            err_2old=err_lold;
            err_lold=err;
            cont_lold = cont;
        }
    }
}

void interrupt timer_int(void)
{
    if (INTF) //Artımlı kodlayıcı kesmesi
    {
        INTF = 0;
        if(OPTIC2==1)
            motor_pos++;
        else
            motor_pos--;
    }

    if(TMR1IF)
    {
        TMR1L=ornek_zmn;
        TMR1H=ornek_zmn>>8;
        TMR1IF=0;
        GO_CONT=1;
        cnt_ref++;

        if(cnt_ref==2) //2x2=4ms ornekleme
        {
            cnt_ref=0;
            ref_fil=PORTA+PORTE*64;
            PORTD=ref_fil+127;
        }
    }
}

```

```

}
}

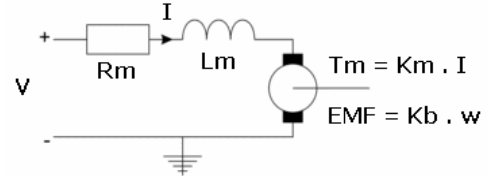
```

### 3. Sistemin Modellenmesi

Sistemin modellenmesi esnasında sisteme basamak gerilim girişleri uygulanmış ve sistemin hız cevabına ilişkin grafikler paralel port yazılımı ile çizdirilmiş ve incelenmiştir. Motorun eylemsizliğini elde etmeye yönelik olarak mikroişlemci üzerinden ters gerilim kompanzasyonu uygulanmıştır. Daha sonra bulunan parametrelerle MATLAB Simulink ortamında modelleme yapılarak gerçek sistem çıkışları benzetim çıkışlarıyla karşılaştırılmıştır.

#### 3.1. DC Motoru Parametrelerinin Elde Edilmesi

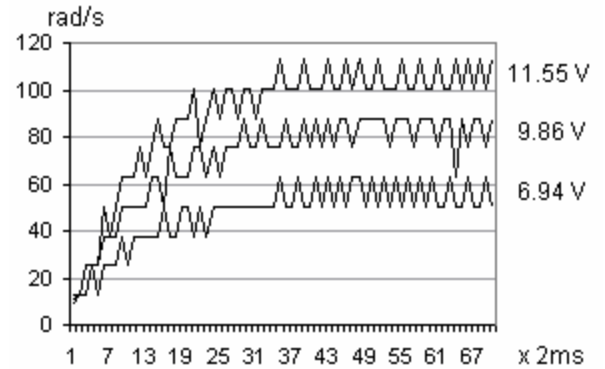
Motorun parametrelerinin elde edilmesi esnasında Şekil 1' de verilen doğru akım motoru modelinden yola çıkılmıştır.



Şekil 1: Doğru akım motoru modeli

Bu şekilden anlaşılabacağı üzere V gerilimi altında dönmekte olan bir DC motoru dönme hızıyla orantılı bir ters elektromotor kuvveti oluşturur. Bu ters EMK katsayısı  $K_b$ , motoru kapalı çevrime alarak belli bir hız değerine oturmasını sağlar. Aynı etkiden dolayı  $V_u$  gerilimi uygulanan bir motorun uçlarında görülen gerilimde de ters EMK kadar düşüş gözlenir. Buradan yola çıkılarak  $V_o$  motor uçlarında ölçülen gerilim,  $V_d$  diyotlardaki gerilim düşümü olmak üzere  $K_b$  şu şekilde elde edilmiştir:

$$K_b = \frac{V_u - V_d - V_o}{w} \quad (1)$$



Şekil 2: Farklı gerilimlere ilişkin hız-zaman grafiği

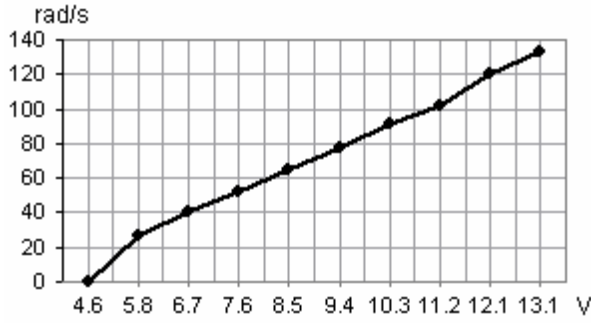
Motora değişik besleme gerilimleri uygulanmış ve bunlara ilişkin hız grafikleri Şekil 2' deki gibi çizdirilmiştir, (1) numaralı denklemden ortalama  $K_b = 7.91 \cdot 10^{-3}$  [V/(rad/s)] olarak bulunmuştur. Motora ilişkin enerji korunumu gereğince  $K_b$  ile moment katsayısı  $K_t$  arasında

$$K_b = 1.356 \times K_t \quad (2)$$

ilişkisi bulunduğundan [3], buradan  $K_t = 5.38 \times 10^{-3}$  [N.m/A] olarak bulunmuştur.

Bu aşamadan sonra motorun direnci ölçülerek  $R_m = 10,5$  Ohm olduğu tespit edilmiştir. Motorun endüktansı, mikrokontrolörün darbe genişlik modülasyonu frekansı olan 4 KHz için  $L_m = 3$  mH olarak ölçülmüştür.

Sistemin viskoz sürtünme katsayısı  $B_m$  ve statik sürtünme katsayısı  $S_s$ 'nin elde edilmesi için çizdirilen hız-gerilim grafiği Şekil 3'de gösterilmiştir.



Şekil 3: Doğru akım motorunun hız-gerilim grafiği

Şekil 3'te görüldüğü üzere sistem 4.562 V'un altındaki gerilimlerde hareketsiz kalmaktadır. Bunun anlamı, bu gerilime kadar motorun ürettiği torkun sürtünme kuvvetini aşmadığıdır. Buna göre  $S_s$  aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$S_s = K_t (4.562 / R_b) \quad (3)$$

Buradan  $S_s = 2.5359 \times 10^{-3}$  [N.m] olarak bulunur. Motora ilişkin tork denklemi şu şekilde verilir:

$$T_m = J_m \dot{w} + B_m w + S_s \quad (4)$$

Yukarıdaki (4) denkleminde yer alan  $\dot{w}$  ifadesi sabit hızlar için sıfıra eşit olduğundan sabit hızlar altında yapılan ölçümlerde  $B_m$  şu şekilde ifade edilebilir:

$$B_m = (T_m - S_s) / w \quad (5)$$

Burada  $T_m$  yerine:

$$T_m = K_t \left( \frac{V - K_b w}{R_m} \right) \quad (6)$$

yazılırsa, (5) denklemi

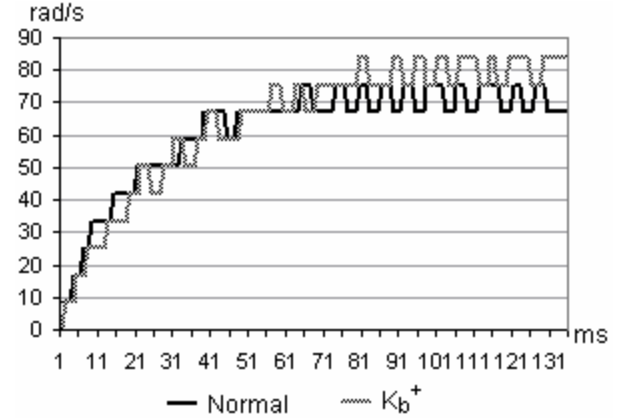
$$B_m = \frac{K_t (V - K_b w) - S_s R_m}{R_m w} \quad (7)$$

(7) halini alır. Bu denkleme göre hız-gerilim grafiğindeki tüm değerler için  $B_m$  ayrı ayrı hesaplanmış ve bulunan bütün değerlerinin ortalaması alınarak  $B_m = 3.0431 \times 10^{-5}$  [N.m.s] bulunmuştur.

Motorun eylemsizliğinin bulunmasına yönelik olarak motorun açılma hızı ve gerilimi arasındaki transfer fonksiyonu şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(sJ_m + B_m)(sL_m + R_m) + K_b K_t} \quad (8)$$

Transfer fonksiyonundaki parametrelerin azaltılması ve sistemin sadece iki adet gerçek kutuplu halinin basamak yanıtının elde edilebilmesi için, mikrokontrolöre yazılan bir yazılımla, negatif geri besleme yolundaki  $K_b$  değeri sisteme pozitif olarak eklenerek sistem açık çevrime sokulmuştur. Sistemin normal ve  $K_b$  kompanzasyonlu haline ilişkin 9.43 V lik girişe verdiği basamak yanıtları Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4:  $K_b$  kompanzasyonlu sistem cevabı

Bu kompanzasyon neticesinde sistem açık çevrim hale gelmiş ve transfer fonksiyonu şu şekli almıştır:

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(sJ_m + B_m)(sL_m + R_m)} \quad (9)$$

Daha sonra transfer fonksiyonunda yer alan  $J_m$  parametresinin bulunması için MATLAB'da bir iterasyon programı yazılmış ve açık çevrim transfer fonksiyonun cevabı küçük artırımlarla her  $J_m$  değeri için hesaplatılmıştır. İterasyon, simülasyonda elde edilen sistemin yerleşme zamanı, gerçek sistemin yerleşme zamanı olan 80 ms değerine ulaşana kadar sürdürülmüştür. İterasyona ilişkin MATLAB kodu aşağıda verilmiştir:

```
J=0.00000001;
sis_elk=tf([1],[0.003 10.5]);
sis_mkn=tf([0.005837],[J 0.0000341]);
sis_frw=series(sis_elk,sis_mkn);
[Y,T]=step(sis_frw);
n = 1;
while max(T)<0.0825 | max(T)>0.0875
    n = n+1;
    sis_elk=tf([1],[0.003 10.5]);
    sis_mkn=tf([0.005837],[J*n 0.0000341]);
    sis_frw=series(sis_elk,sis_mkn);
    [Y,T]=step(sis_frw);
    max(T)
end
sis_mkn
```

Bu iterasyon sonucunda motorun eylemsizliği  $J_m = 5.07 \times 10^{-5}$  [N.m.s] olarak bulunmuştur.

### 3.2. Transfer Fonksiyonlarının Çıkarılması

#### 3.2.1. DC Motorunun konum transfer fonksiyonu

Motorun açısal hızı ve gerilimi arasındaki transfer fonksiyonu daha önce (8) denkleminde verilmişti. Konum hızın integrali olduğundan,  $r$  motor uçundaki kasnağın çapı olmak üzere, konum ile gerilim arasındaki transfer fonksiyonu (10) denklemindeki gibi ifade edilir:

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{K_t r}{s[(sJ_m + B_m)(sL_m + R_m) + K_b K_t]} \quad (10)$$

Bir önceki kısımda bulunan değerler yerine konulduğunda transfer fonksiyonu şu hali alır:

$$\frac{X(s)}{V(s)} = \frac{2.334 \times 10^6}{s^3 + 3.56s^2 + 2.4 \times 10^3 s} \quad (11)$$

#### 3.2.2. Metal bilyenin konum transfer fonksiyonu

Metal bilyenin çubuk üzerindeki konumu ( $R$ ) ve kartuş haznesinin konumu ( $X$ ) arasındaki transfer fonksiyonu aşağıdaki Lagrange denklemlerinden elde edilmiştir [4].

Metal bilyenin hareketinin Lagrange denklemi:

$$0 = \left( \frac{J_b}{R_b^2} + m \right) (\ddot{R} + R_b \ddot{\alpha}) + m.g. \sin \alpha - m.R.\dot{\alpha}^2 \quad (12)$$

Bu denklemden  $J_b$  bilyenin eylemsizliği,  $R_b$  bilyenin yarıçapı,  $m$  bilyenin kütlesi,  $M$  çubuğun kütlesi ve  $\alpha$  çubukların yatayla olan açısıdır. Çalışma bölgesi civarında  $\alpha$  açısı küçük değerler aldığından  $R_b.\ddot{\alpha}$  ve  $m.R.\dot{\alpha}^2$  terimleri ihmal edilebilir.  $\sin \alpha = \alpha$  yaklaşımı ile denklem doğrusallaştırılır ve  $\sin \alpha = \alpha = X/L$  ( $L$  = çubuk uzunluğu) ilişkisi yukarıdaki denklemden yerine konulursa:

$$\left( \frac{J_b}{R_b^2} + m \right) \ddot{R} = -m.g. \frac{X}{L} \quad (13)$$

(13) denkleminin Laplace dönüşümü alındığında  $R$  ve  $X$  arasındaki transfer fonksiyonu bulunur:

$$\frac{R(s)}{X(s)} = \frac{(-m.g.)}{s^2 L \left( \frac{J_b}{R_b^2} + m \right)} \quad (14)$$

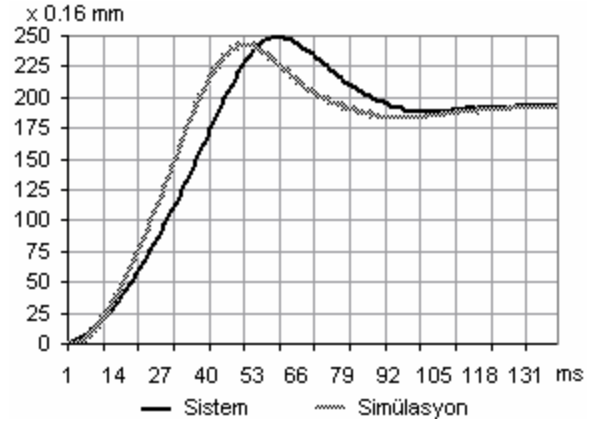
Sisteme ilişkin mekanik değerler  $m=0.06$  kg,  $L=0.36$  m,  $J_b=9.99 \times 10^{-6}$  [N.m.s] ve  $R_b=0.01$  m olarak (14) denkleminde yerine yazılırsa, transfer fonksiyonu şu hali alır:

$$\frac{R(s)}{X(s)} = \frac{9.81}{s^2} \quad (15)$$

## 4. Sistemin Kontrolü

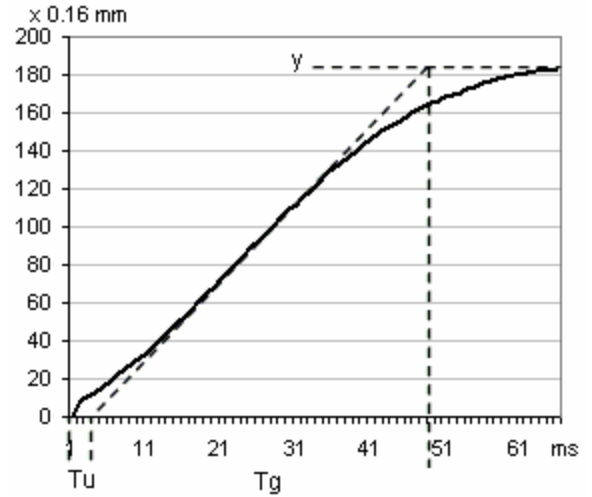
### 4.1. DC Motorun Konum Kontrolörü

Motor kontrolörünün tasarlanması esnasında bulunan parametrelere göre sistemin MATLAB Simulink simülasyonu oluşturulmuştur.  $K=20$  için kapalı çevrime ilişkin gerçek sistem ve simülasyon cevapları Şekil 5’te verilmiştir.



Şekil 5: Gerçek sistem ve simülasyon sistem cevapları

Bu aşamadan sonra dijital kontrolör tasarımı için sistem küçük bir kazançla ( $K=5$ ) kapalı çevrime alınarak kararlı kılınmıştır.



Şekil 6: Referans 200 için kapalı çevrim sistem cevabı

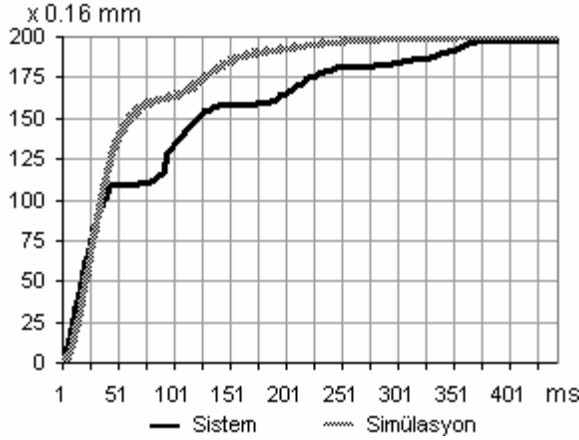
Daha sonra Şekil 6’da gösterilen kararlı sistem cevabının  $T_g$  (yerleşme süresi),  $T_u$  (gecikme) ve  $K_p$  (son değerin istenilen değere oranı) parametrelerinden ayrık PID kontrolörüne ilişkin katsayılar aşağıda verilen denklemlerden bulunmuştur [5].

$$\begin{aligned} U(k) &= U(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2) \\ q_0 &= (1.5T_g / K_p T_u) (1 + T_u / 2T_o) \\ q_1 &= (1.5T_g / K_p T_u) (T_o / 2T_u + T_u / 2T_o - 1) \\ q_2 &= 3T_g / 4K_p T_o \end{aligned} \quad (16)$$

To örnekleme zamanı, ayrık kontrolörü kararlı kılacak şekilde 2ms seçilmiştir ve kontrolöre ilişkin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{X(z)}{E(z)} = \frac{35.15z^2 - 43.39z + 10}{z^2 - z} \quad (17)$$

Kontrolör uygulanmış gerçek sistem ve simülasyon cevapları Şekil 7’ de verilmiştir.



Şekil 7: Gerçek sistem ve simülasyon sistem cevapları

#### 4.2. Metal Bilye Konum Kontrolörü

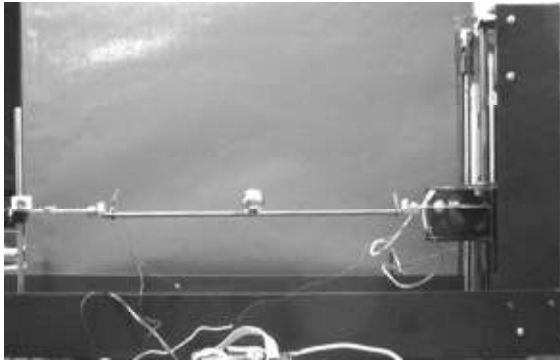
Metal bilye konumunun (15) denklemiyle verilen transfer fonksiyonuna ilişkin Bode diyagramı çizdirildiğinde faz payının 0 olduğu görülmektedir. Bu nedenle sisteme faz ilerlemeli, yani PD tipi kontrolör uygulanmıştır. Kontrolörün sıfırı koordinat merkezine yakın seçilerek buradaki kutupların etkisi giderilmeye çalışılmış, merkezin uzağına konulan kutup ile sisteme faz payı eklenerek hızlandırılmıştır. Bu atamaya ilişkin olarak kontrolör şu şekilde seçilmiştir.

$$C(s) = \frac{50s + 50}{s + 50} \quad (18)$$

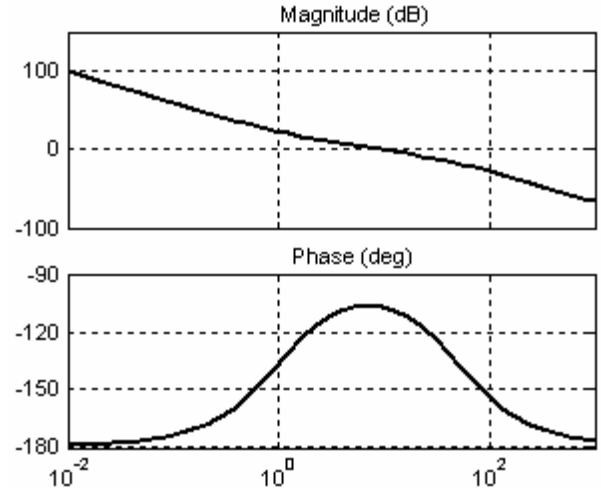
Bu kontrolörün uygulandığı sisteme ilişkin Bode diyagramı Şekil 9’ da verilmiştir.

Kontrolörün ayrıklaştırılması Tustin dönüşümü ile 4ms örnekleme için yapılmış ve (19) denkleminde elde edilen ifadeye ilişkin fark denklemleri mikroişlemcide programlanmıştır.

$$C(z) = \frac{45.55z^2 - 45.36}{z^2 - 0.8182} \quad (19)$$



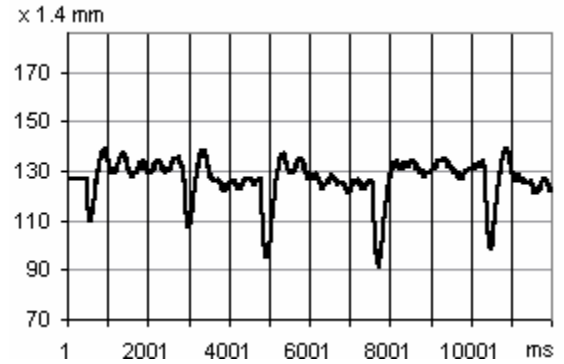
Şekil 8: Tamamlanmış sistemin görünümü



Şekil 9: PD kontrolör uygulanmış sistemin Bode diyagramı

## 5. Sonuçlar

Bu çalışma kapsamında 50 YTL gibi düşük bir maliyetle top-çubuk sistemi Şekil 8’ deki gibi gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan kontrolörlerle sistem kararlı kılınmış ve tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. 128 mm referansı için sistemin bozuculara karşı duyarlılığı Şekil 10’ da incelenebilir. Bu grafikte topun çubuk üzerindeki konumunu dışarıdan değiştirilerek sistemin tekrar referans konumunu bulması sağlanmıştır.



Şekil 10: Çubuk çifti üzerindeki topun konum-zaman grafiği

## 6. Kaynakça

- [1] İ. Sarı, B. Platin, T. Balkan, “Kiriş Üzerinde Hareketli Bir Topun Konum Denetim Sisteminin Tasarımı ve İmalatı”, TOK 2002 Bildiri Kitabı, ODTÜ, Ankara, 2002.
- [2] “HP Quadrature Decoder”, 2006. [http://groups.google.co.za/group/sci.electronics.components/browse\\_thread/thread/a8555b7e3eba7652](http://groups.google.co.za/group/sci.electronics.components/browse_thread/thread/a8555b7e3eba7652).
- [3] B. Kuo, Çeviren A. Bir, *Otomatik Kontrol Sistemleri*, Literatür Yayınları, s: 189, 2005.
- [4] L. Kraige, J. Meriam, *Engineering Mechanics-v. 2 Dynamics*, John Wiley&Sons, 1993.
- [5] D.Kohtz, “Digital PID Controller”, Elektor Electronics, s: 15, 1999.







## Dört Rotorlu Bir Helikopterin Bulanık Kontrolü

Bora Erginer<sup>1</sup> ve Erdiç Altuğ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Sistem Dinamiği ve Kontrol Programı, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
Bora@Erginer.com

<sup>2</sup> Makine Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
Altuger@itu.edu.tr

### Özet

Bu çalışmada bir Quadrotor VTOL hava aracının modellenmesi ve kontrolü yapılmıştır. Bir Quadrotor helikopterin matematiksel modeli Newton-Euler denklemleri kullanılarak çıkarılmıştır. Modeli kontrol etmek için PD ve Bulanık PD kontrolcüler tasarlanmıştır. MATLAB Simulink programıyla model ve kontrolcülerin performansları incelenmiştir. Yapılan çalışmaların gerçek bir sistem üzerinde deneysel olarak kısmen incelenmesi için bir deney düzeneği hazırlanmıştır. Deneyde Quadrotor helikopter üzerine yerleştirilen bir IMU ile bir açısal hız değeri bilgisayara gönderilmiştir. Bilgisayarın bu veriyi MATLAB programıyla okuyup işleyebilmesi ve model bir helikopteri kontrol etmesi sağlanmıştır. Elde edilen deney ve benzetim sonuçları incelenmiş ve tasarlanan modelin ve her iki kontrol mantığının performansları irdelenmiştir.

### 1. Giriş

İnsansız araçlar, insanlar tarafından ulaşılması güç ve tehlikeli olan görevleri yerine getirmek konusunda çok önemlidir. Kendi kendini kontrol eden robotlar birkaç on yıldır başarıyla kullanılmaktadır. Daha yakın bir geçmişe bakacak olursak, insansız hava araçları, araştırma konusu olarak hızla büyüyen bir ilgiyle karşı karşıya kalmıştır. İnsansız hava aracı, bir insan operatör taşımaz, havalanmak için aerodinamik etkileri kullanır, otonom olarak uçabilir yada uzaktan kontrol edilir.

İnsansız hava araçlarının üstlenebildiği bir çok görev vardır. Bu görevler deprem, yangın gibi afet zamanlarında kurtarma amaçlı görevler olabilir. Bir insanın dayanamayacağı kadar uzun süre uçuş yapılacağı zaman yine insansız hava araçlarının kullanılması büyük avantaj sağlar. Yüksek binalara ulaşım, insan için elverişsiz ortamlar gibi gözlem uçuşlarında ve film çekimleri gibi bir çok uygulama alanında kullanılabilir.

Bir VTOL insansız hava aracı olan dört rotorlu helikopterler genellikle Quadrotor olarak adlandırılırlar. Dikey olarak havalanabilen ve konabilen hava araçları, bu özelliklerini gerçekleştirmek için çoğunlukla dikey eksen etrafında dönen pervanelerini kullanırlar. Bu, füze gibi yakıtını itici güç olarak kullanıp dikey olarak havalanan araçlara göre çok daha az yakıt tüketmesini sağlar.

Dört rotorlu hava araçları 20.yy.ın başlarından günümüze kadar ilgi odağı olmuştur. Bu zaman süresince Quadrotorlar insanlı ve insansız olarak tasarlanmışlardır. Erken dönemde

gerek kontrol teknolojisi gerekse elektronik bilimi gelişmediğinden insansız bir hava aracı düşüncesi ortaya çıkmamıştır. İnsanların uçuşa isteklerini karşılaması düşüncesiyle Quadrotorlar insanlı olarak tasarlanmıştır. Elektroniğin icadı ve kontrol teknolojisinin gösterdiği büyük gelişmeden sonra birçok cihaz gibi Quadrotorlar da küçülmüş ve insansız hava araçlarına duyulan ihtiyaçtan dolayı, insansız olarak tasarlanmaya başlamıştır [1].

İnsanlarda, kuşlar gibi uçuşa arzusunun başladığı çok eski tarihlerden beri yapılan çeşitli uçuşa girişimleri bir tarafa bırakılırsa asıl anlamda ilk uçuşlar 20.yy.ın başlarında gerçekleştirildi. Bu süreçte dört rotorlu helikopterler uçan araç olarak tarihte önemli yer tutmuştur. Tarihe geçen ve kayıt altına alınan Breguet Richet helikopter, De Bothezat helikopter, Oemnichen helikopter, Convertawings Model A ve Curtis Wright VZ-7 [2-5] tasarımlarına bakıldığında ve o zamanki koşullar göz önünde bulundurulduğunda, Quadrotor tasarlayabilmenin ve hatta uçurabilmenin üstün bir zeka ürünü olduğu söylenebilir. Günümüzde ise artık bu türde insanlı dört rotorlu helikopterler yapılmamaktadır, Quadrotorlar insansız VTOL hava araçları kategorisine girmiştir ve ticari olarak satılmaktadır. Bu tür helikopterlerin en bilindik örnekleri ise, Draganflyer, Microdrone md4-200 ve Quattrocopter olarak sıralanabilir [1].

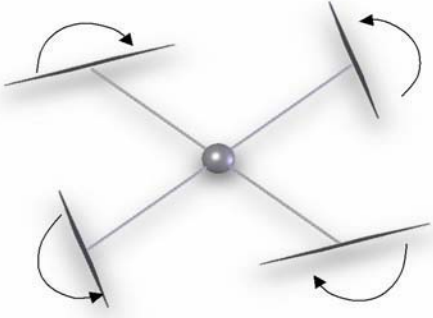
Otonom insansız dört rotorlu VTOL hava araçları, gerek kontrol edilebilme potansiyelinden gerekse imal edilebilme kolaylığından dolayı dünyanın bir çok üniversitesindeki araştırma grupları tarafından ilgi odağı olmuşlardır. Bu çalışmalarda kontrol, Quadrotor'un üzerindeki entegre bilgisayar veya harici bir bilgisayar ve bir çok sensör yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Kontrolün çok büyük bir bölümünün yazılımla gerçekleştirilmesi ve imal edilecek aracın küçük ve basit yapılı olmasından dolayı düşük maliyetli olması akademik araştırmalar için motive edici olmuştur.

Pennsylvania Üniversitesi'nden bir araştırma grubu, çalışmalarında önce yerde bulunan tek kamerayla daha sonra başka bir kamerayı da helikoptere monte ederek iki kamerayla görüntü işlemeli kontrol üzerine çalışmışlardır [6-9]. Cornell Üniversitesi'nde uygulanmış olan bir çalışmada dört adet LED yerleştirilmiş Quadrotor helikopter, üç adet kameradan oluşan görüntüleme sistemi yardımıyla kontrol edilmiştir [10]. İsviçre Federal Teknoloji Enstitüsü'nden bir grup araştırmacı, Quadrotor'un açısal hızlarını ve irtifasını PID ve Linear Quadratic kontrolcülerle kontrol etmişlerdir [11]. Compiegne Teknoloji Üniversitesi'nde Quadrotor'un pozisyonunun ve yöneliminin kontrolü 3D elektromanyetik

takip sistemi kullanılarak yapılmıştır. Stanford Üniversitesinde yapılan çalışmada ise modifiye edilen bir Draganflyer helikopter IMU, ultrasonik sensör, Bluetooth, kızılötesi sensör ve GPS ile donatılmış ve iki adet PIC mikro kontrolcü ile kontrol edilmiştir [12].

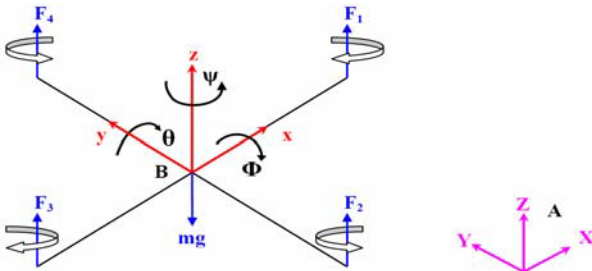
## 2. Quadrotor'un Matematiksel Modeli

Quadrotor değişmez açıya sahip dört rotoru olan eksik eyleyicili bir hava aracıdır [1] (Bkz. Şekil 1). Bir Quadrotor'un çapraz şeklindeki iskeletinin önde, arkada, sağda ve solda olmak üzere dört tane motoru vardır ve bu motorlar pervaneleri tahrik ederek dönme eksenleri doğrultusunda kaldırma kuvveti oluşturur.



Şekil 1: Quadrotor ve motorlarının dönme yönleri.

Ön ve arka pervaneler saatin tersi yönünde dönerken, sol ve sağ pervaneler saat yönünde dönerler. Bu sayede bütün pervaneler eşit hızda döndüğünde helikopterin merkezine uygulanan tork dengelenir ve helikopterin kendi eksenindeki dönme açısı olan yönelme açısı değişmez. Sol ve sağ pervanelerin hızları arasındaki fark kaldırma kuvvetleri arasında bir fark oluşturur ve helikopterin yalpalama açısı değişir. Aynı mantıkla ön ve arka pervaneler arasındaki hız farkı yunuslama açısının değişimini doğurur. Bütün pervanelerin hızlarını aynı oranda artırıp azaltmak ise Quadrotor'u kendi z-ekseni doğrultusunda hareket ettirir. Eğer, aynı yönde hareket eden iki pervanenin hızları, diğer yönde dönen iki pervaneye göre değiştirilirse, helikopter kendi eksenini etrafında dönmeye başlar. Quadrotor'un pervanelerinin dönme yönü, ve bu dönmeden dolayı oluşan kaldırma kuvvetleri, dönme açıları ve hareket koordinatları Şekil 2'de görülebilir. Karmaşık yapısından dolayı bir Quadrotor'u modellemek kolay bir iş değildir. Amacımız, bu helikopterin modelini en gerçeğe yakın şekilde yapabilmektir. Bu bölümde dört rotorlu hava aracı, Newton – Euler denklemleri kullanılarak modellenmiştir.



Şekil 2: Quadrotor üzerindeki mevcut büyüklükler.

Şekil 2'de Quadrotor'un gövde sabit çerçevesi, "B" ve atalet çerçevesi "A" ile birlikte x, y ve z eksenleri etrafındaki sırasıyla yalpalama ( $\Phi$ ), yunuslama ( $\theta$ ) ve yönelme ( $\psi$ ) açıları, Quadrotor'a etkiyen ana kuvvetler  $F_1, F_2, F_3, F_4$  ve  $mg$  ve dört adet pervanenin dönme yönleri gözükmemektedir.

Helikopterin modeli [13]'deki model eldesi baz alınarak [1]'deki gibi şu şekilde ifade edilir,

$$\ddot{\phi} = \dot{\psi} \dot{\theta} \left( \frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J}{I_x} \dot{\theta} (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) + \frac{l}{I_x} b (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (1)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\psi} \dot{\phi} \left( \frac{I_x - I_z}{I_y} \right) + \frac{J}{I_y} \dot{\phi} (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) + \frac{l}{I_y} b (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (2)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} \left( \frac{I_x - I_y}{I_z} \right) + \frac{d}{I_z} (-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (3)$$

$$\ddot{x} = (C \psi S \theta S \phi + S \psi C \phi) \frac{b}{m} (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (4)$$

$$\ddot{y} = (S \psi S \theta C \phi - C \psi S \phi) \frac{b}{m} (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (5)$$

$$\ddot{z} = -g + (C \theta C \phi) \frac{b}{m} (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (6)$$

burada  $C$  kosinüs,  $S$  sinüs,  $I_{x,y,z}$  hava aracının eksenlerine göre ataletini,  $J$  bir adet rotorun ataletini,  $\Omega_i$  ( $i:1,2,3,4$ ) pervanelerin açısal hızlarını,  $b$  sabit bir sayı olup itme faktörünü,  $d$  sürüklenme faktörünü ve  $l$  de rotorla helikopter merkezi arası mesafeyi ifade eder.

## 3. Kontrolcü Tasarımı

Kontrol algoritmasının eldesinde, çıkartılan Quadrotor modeline eklenecek olan kontrolcülerle Quadrotor kontrolü yapılması amaçlanmıştır. Kolaylık ve uygunluklarından dolayı sistemin girişleri şu şekilde seçilebilir,

$$U_1 = b (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (7)$$

$$U_2 = b (\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \quad (8)$$

$$U_3 = b (\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (9)$$

$$U_4 = d (-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \quad (10)$$

Kontrolcüler, bu denklemler kullanılarak tasarlanmıştır. Quadrotor'u hareket ettirecek olan  $U_1, U_2, U_3$  ve  $U_4$  girdileri sırasıyla, z eksenindeki hareketi, y eksenindeki hareketi yani yalpalama açısını, x eksenindeki hareketi yani yunuslama açısını ve z eksenini etrafındaki yönelme açısını kontrol eder. Bu girdilere verilmesi gereken sayısal değerler yine bu girdiler üzerinden tasarlanan kontrolcü algoritmalarıyla hesaplanmıştır.  $U_i$  girdileri (7-10) denklemlerinden görüleceği üzere, pervanelerin açısal hızlarıyla elde edilir. Bu açısal hızlar ise motorun dönmesiyle, motorun dönmesi de motora verilen elektrikle sağlanır. Deney aşamasındaki gerçek sistem yapısından dolayı kontrolcü tasarımında direkt motorların dönme açıları yerine  $U_i$  girdileri üzerinden kontrol sağlanmaktadır. Modeli kontrol etmek için PD kontrolcüler tasarlanmıştır, PD kontrolcü kullanılması amacı modelden elde edilebilecek bir kontrol algoritması olması ve [13]'de anlatıldığı gibi sistemi üstsel olarak kararlı hale getirmesidir. Tasarlanan PD kontrolcülerin algoritmaları bulanıklaştırılarak bulanık PD kontrolcü tasarlanmıştır. Bulanık PD kontrolcü tasarlanmasının amacı başta, bu tür kontrolcülerin modelden bağımsız olarak

yapılabilmesidir. Ayrıca bulanık PD kontrolcü dilsel kurallara dayandığından kontrol sürecinin anlaşılması daha kolaydır.

### 3.1. PD Kontrol

İrtifa kontrolü, [17]'deki ifade kullanılarak, denklem (6)'dan şu şekilde karşımıza çıkar,

$$U_1 = \frac{mg}{\cos\theta\cos\phi} + \frac{m[Kp_z(z-z_d) + Kd_z(\dot{z}-\dot{z}_d)]}{\cos\theta\cos\phi} \quad (11)$$

burada,  $K_p$ , oransal kontrol katsayısı ve  $K_d$  türevsel kontrol katsayısıdır.  $d$  indisi istenen değeri ifade etmek için kullanılır.

$\psi$ ,  $\theta$  ve  $\Phi$  kontrolünde, Quadrotor'un mevcut konumunu koruması ve farklı açısız konumlara ulaşabilmesi için, PD kontrolcüler şu şekilde tasarlanır.

$$U_2 = K_{p\phi}\phi + K_{d\phi}\dot{\phi} \quad (12)$$

$$U_3 = K_{p\theta}\theta + K_{d\theta}\dot{\theta} \quad (13)$$

$$U_4 = K_{p\psi}\psi + K_{d\psi}\dot{\psi} \quad (14)$$

$x$  ve  $y$  eksenleri boyunca olan öteleme hareketlerinin kontrolü için sırasıyla  $\theta$  ve  $\Phi$  açılarının kontrol edilmesi gerekir (Bkz. Şekil 2). Bu yüzden,  $x$  hareketi için istenen yunuslama açısı ve yunuslama açısız hızını ve  $y$  hareketi için de istenen yalpa açısı ve yalpa açısız hızını seçebilirsek, öteleme kontrolü (12) ve (13) denklemlerine, değişkenlerin arzu ettiğimiz değerleri eklenirse, kontrolcüler şu hali alır [9],

$$U_2 = K_{p\phi}(\phi_d - \phi) + K_{d\phi}(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) \quad (15)$$

$$U_3 = K_{p\theta}(\theta_d - \theta) + K_{d\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \quad (16)$$

Denklem (5)'den,

$$\ddot{y} = -K_{py}(y - y_d) - K_{dy}(\dot{y} - \dot{y}_d) = (\sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi)\frac{1}{m}U_1 \quad (17)$$

$y$  eksenini doğrultusunda kontrol yaparken,  $y$  eksenini etrafındaki dönme açısı olan  $\theta$ 'yı sıfır kabul ederek,  $x$  ekseninde hareket olmadığını ve  $\psi$  açısını sıfır kabul ederek  $z$  eksenini etrafındaki yönelme açısının değişmediğini ve sıfır olduğunu kabul edersek,

$$\sin\phi_d = \frac{(K_{py}(y - y_d) + K_{dy}(\dot{y} - \dot{y}_d))m}{U_1} \quad (18)$$

Buradaki  $U_1$  değişkenini kontrol katsayılarının içine katarsak, istenen  $\Phi$  açısı şu şekilde oluşur,

$$\phi_d = \arcsin(K_{py}(y - y_d) + K_{dy}(\dot{y} - \dot{y}_d)) \quad (19)$$

Bu eşitliğin türevini alırsak (15)'de kullanılan  $\dot{\phi}_d$ , istenen açısız hız değeri yüksek mertebeden olan türevi sıfır kabul ederek şu şekilde elde edilir,

$$\dot{\phi}_d = \frac{K_{py}m(\dot{y} - \dot{y}_d)}{\sqrt{1 - K_{py}^2m^2(y - y_d)^2 - 2K_{py}K_{dy}m^2(y - y_d)(\dot{y} - \dot{y}_d) - K_{dy}^2m^2(\dot{y} - \dot{y}_d)^2}} \quad (20)$$

benzer işlemler uygulanarak  $x$  yönündeki hareket kontrolcüsü için  $\theta_d$  ve  $\dot{\theta}_d$  elde edilebilir,

$$\theta_d = \arcsin(K_{px}(x - x_d) + K_{dx}(\dot{x} - \dot{x}_d)) \quad (21)$$

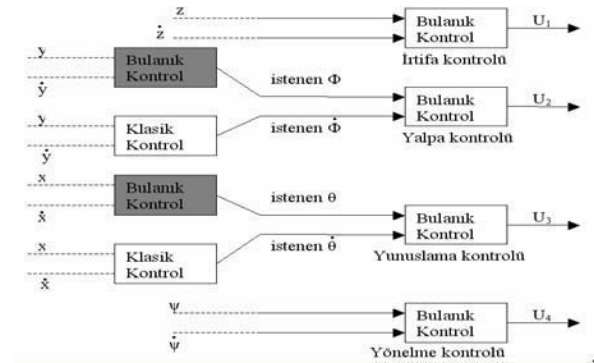
$$\dot{\theta}_d = \frac{K_{px}m(\dot{x} - \dot{x}_d)}{\sqrt{1 - K_{px}^2m^2(x - x_d)^2 - 2K_{px}K_{dx}m^2(x - x_d)(\dot{x} - \dot{x}_d) - K_{dx}^2m^2(\dot{x} - \dot{x}_d)^2}} \quad (22)$$

Yönelme kontrolü için, yönelme açısındaki ve hızındaki hatalar kullanılarak şu şekilde PD kontrolcü elde edilir,

$$U_4 = K_{p\psi}(\psi_d - \psi) + K_{d\psi}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) \quad (23)$$

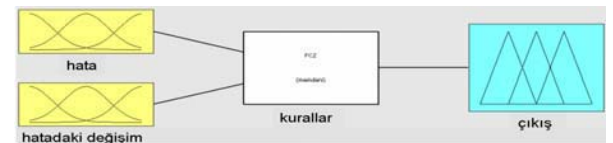
### 3.2. Bulanık PD Kontrol

Tasarlanan Bulanık PD kontrolcülerde, irtifa, yönelme açısı ve öteleme hareketleri Bulanık PD kontrolcülerle hata ve hatadaki değişim verileri kullanılarak yapılmıştır. İrtifada hata  $(z - z_d)$  ve hatadaki değişim  $(\dot{z} - \dot{z}_d)$ , yönelmede hata  $(\psi - \psi_d)$  ve hatadaki değişim  $(\dot{\psi} - \dot{\psi}_d)$ , öteleme hareketlerinde hata  $(x - x_d)$  ve  $(y - y_d)$  ve hatadaki değişim  $(\dot{x} - \dot{x}_d)$  ve  $(\dot{y} - \dot{y}_d)$  dir. İrtifa ve yönelmede  $z_d$ ,  $\dot{z}_d$ ,  $\psi_d$  ve  $\dot{\psi}_d$  modelden elde edilebilirken denklem (19-22)'den görüldüğü gibi  $\phi_d$ ,  $\dot{\phi}_d$ ,  $\theta_d$  ve  $\dot{\theta}_d$  büyüklükleri  $x$  ve  $y$  değerlerinden elde edilmektedir. Bu yüzden bu dört büyüklükten  $\phi_d$  ve  $\theta_d$  da bulanık kontrolcülerle elde edilmiştir. Türevleri ise denklem (20) ve (22)'nin karmaşık yapısından dolayı bulanıklaştırılmayıp klasik PD kontrolcüyle elde edilmiştir. Şekil 3'de kontrolcüler ve kontrolcülerin girdileri ve çıktıları görülmektedir. Buna göre istenen  $\dot{\phi}$  ve  $\dot{\theta}$  değerleri klasik PD kontrolcüyle, diğer değerler Bulanık PD kontrolcüyle elde edilmiştir.



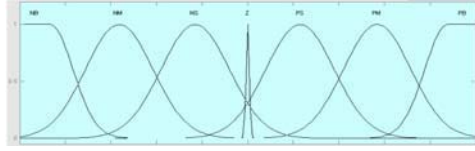
Şekil 3: Bulanık ve klasik kontrolcüler, girdileri ve çıktıları.

Hata ve hatadaki değişim bulanık kümelerindeki üyelik fonksiyonları aynı seçilmiştir. Kontrolcülerde kullanılan bütün bulanık kümelerin genişlikleri aynı olup  $[-1,1]$  genişliğindedir. Kümeler arasındaki genişlik farkı, birer sabit katsayı ile ölçeklendirme yapılarak sağlanmıştır.

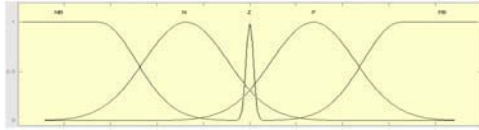


Şekil 4: Bulanık kontrolcü yapısı.

Girdilere yani hata ve hatanın değişimine belirli kurallar uygulanarak bir çıkış kümesi elde edilir (Bkz Şekil 4). Girdi kümelerinin üyelik fonksiyonları Negatif Büyük (NB), Negatif (N), Sıfır (Z), Pozitif (P) ve Pozitif Büyük (PB) olmak üzere beşer tanedir. Kontrolcülerin çıktılarının üyelik fonksiyonları ise Negatif Büyük (NB), Negatif Orta (NM), Negatif Küçük (NS), Sıfır (Z), Pozitif Küçük (PS) Pozitif Orta (PM) ve Pozitif Büyük (PB) olmak üzere yedi tanedir.



Şekil 5: Kontrolcü çıktısı bulanık kümesi ve üyelik fonksiyonları.



Şekil 6: Hata ve hatadaki değişim bulanık kümeleri ve üyelik fonksiyonları.

Şekil 5'de hata ve hatadaki değişim için kullanılan bulanık küme, Şekil 6'da da çıktı bulanık kümesi görülmektedir. Girdi ve çıktı bulanık kümelerinde kullanılan üyelik fonksiyonları Gaussian tipi seçilmiştir ve ifadesi şu şekildedir,

$$\mu_{Ai} = e^{-\frac{(c_i - x)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (24)$$

Tablo 1: Girdi ve Çıktı'nın üyelik fonksiyonları değerleri.

| Girdi Bulanık Kümeleri |                 |                |
|------------------------|-----------------|----------------|
| Üyelik Fonksiyonu      | $c_i$           | $\sigma_i$     |
| Negatif Büyük (NB)     | $-\infty, -0.7$ | $\infty, 0.18$ |
| Negatif (N)            | $-0.275$        | $0.18$         |
| Sıfır (Z)              | $0$             | $0.015$        |
| Pozitif (P)            | $0.275$         | $0.18$         |
| Pozitif Büyük (PB)     | $0.7, \infty$   | $0.18, \infty$ |
| Çıktı Bulanık Kümesi   |                 |                |
| Üyelik Fonksiyonu      | $c_i$           | $\sigma_i$     |
| Negatif Büyük (NB)     | $-\infty, -0.9$ | $\infty, 0.15$ |
| Negatif Orta (NM)      | $-0.55$         | $0.15$         |
| Negatif Küçük (NS)     | $-0.2$          | $0.15$         |
| Sıfır (Z)              | $0$             | $0.006$        |
| Pozitif Küçük (PS)     | $0.2$           | $0.15$         |
| Pozitif Orta (PM)      | $0.55$          | $0.15$         |
| Pozitif Büyük (PB)     | $0.9, \infty$   | $0.15, \infty$ |

Tablo 1'de girdi ve çıktı bulanık kümelerinde kullanılan üyelik fonksiyonlarının karakter değerleri vardır. Burada, NB ve PB fonksiyonları ikiye adet Gaussian tipi üyelik fonksiyonundan oluştuğu için, ikiye adet değerleri vardır.

Tablo 2: Kurallar tablosu.

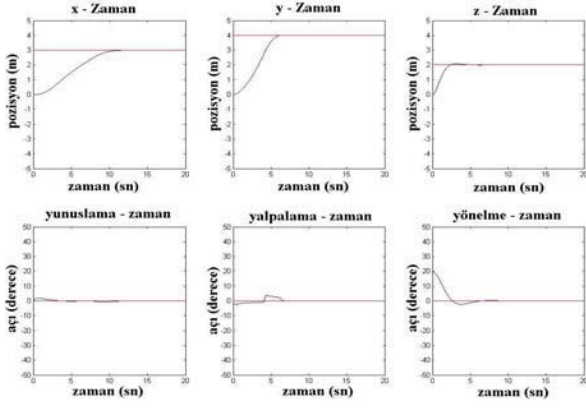
|                  |    | Hata |    |    |    |    |
|------------------|----|------|----|----|----|----|
|                  |    | NB   | N  | Z  | P  | PB |
| Hatadaki Değişim | NB | NB   | NB | NM | NS | Z  |
|                  | N  | NB   | NM | NS | Z  | PS |
|                  | Z  | NM   | NS | Z  | PS | PM |
|                  | P  | NS   | Z  | PS | PM | PB |
|                  | PB | Z    | PS | PM | PB | PB |

Kurallar, “Eğer Hata A ise ve Hatadaki Değişim B ise, Çıktı C'dir” şeklindedir. Tablo 2'de bu kural sistematığına göre bir örnek yapılırsa; Hata Negatif (N) ve Hatadaki Değişim Pozitif Büyük (PB) olduğunda Çıktı olarak Pozitif Küçük (PS) oluşur. Bulanık mantık kontrolcünde, çıktı bulanıktır. Bulanık sayıları kontrolcü komutu olarak dinamik sisteme veremeyeceğimize göre, bulanık çıktıyı bulanık olmayan bir sayıya dönüştürmek yani berraklaştırmak gereklidir. Berraklaştırma sonucunda ortaya çıkacak olan sayı, bulanık çıktıyı en iyi ifade edecek şekilde berraklaştırma yapmak gereklidir. Buna göre kontrolcü sürekli olmalı; girişlerdeki küçük değişimler çıkışta büyük bir değişim oluşturmamalıdır. Berraklaştırma algoritması belirli olmalıdır; berraklaştırma sonucu çıkacak olan sayıyı ifade eden işlem süreci açıkça ifade edilmiş olmalıdır. Ayrıca berraklaştırma, akla yatkın olmalıdır; yüksek üyelik derecesi olmalı ve çıkan şeklin yaklaşık olarak ortalarına denk gelmelidir. Basit olmalıdır; algoritma gerçek zamanlı hesaplamalar için yeterince hızlı hesaplanabilir olmalıdır. Tasarlanan kontrolcü için bu kurallara en iyi şekilde uyacak olan “eşit alan” berraklaştırma yöntemi seçilmiştir. Bu yöntemde bulanık kontrolcü çıktısı sonucu üyelik fonksiyonlarından oluşan şekli, ortasından iki eşit alana bölen bir doğrunun gösterdiği sayısal değer kontrolcü çıktısı olarak kullanılır.

#### 4. Benzetimler

Quadrotor'un çıkartılan matematiksel dinamik modeli ve tasarlanan kontrolcüler MATLAB Simulink programıyla gözlenmiştir. Buradaki amaç kontrolcülerin modeli ne kadar iyi kontrol edip edemediklerini gözlemlemek, tasarlanan kontrolcülerin performansını karşılaştırmak ve PD kontrolcülerin oransal ve türevsel katsayılarını Bulanık PD kontrolcülerinde ölçekleme katsayılarını deneme yanılma yöntemiyle ayarlamaktır.

Şekil 7'de Hareket kontrolü için tasarlanan PD kontrolcünün Quadrotor'u, 0 derece yunuslama ve yalpalama açıları, 20 derece yönelme açısı ve (0,0,0) koordinat konumundan, 0 derecelik açısal denge konumuna getirerek x, y ve z eksenlerinde sırasıyla 3, 4 ve 2 metrelik öteleme hareketi yaptırdığı benzetim grafiği görülmektedir.



Şekil 7: Öteleme hareketi kontrolü x,y ve z konumları ve yunuslama, yalpalama ve yönelme açıları zamana göre değişim grafiği.

Buna göre kontrolcü istenilen görevi yerine getirmiş, x hareketi 11,2sn, y hareketi 7,1sn, z hareketi 4,3sn ve yönelme açısı da 5,9sn'de kararlı duruma gelmiştir. Tablo 3'de benzetimde kullanılan kontrolcü katsayıları Tablo 4'de ise istenen açısal konum ve açısal hız hesabında kullanılan katsayılar verilmiştir.

Tablo 3: PD öteleme hareketi kontrolü kontrolcü katsayıları.

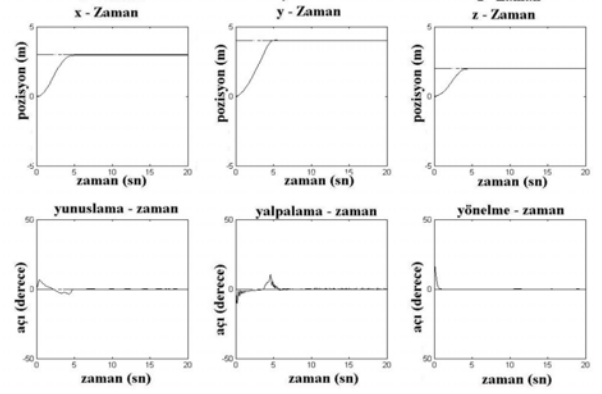
| Kontrolcü | Oransal Katsayı | Türevsel Katsayı |
|-----------|-----------------|------------------|
| $U_1$     | 2               | 2                |
| $U_2$     | 3048,889        | 15               |
| $U_3$     | 31,795          | 10               |
| $U_4$     | 0,0088          | 0,01             |

Tablo 4: PD öteleme hareketi kontrolü  $\phi_d$ ,  $\theta_d$ ,  $\dot{\phi}_d$  ve  $\dot{\theta}_d$  katsayıları.

| İstenen açısal konum ve hız | Oransal Katsayı | Türevsel Katsayı |
|-----------------------------|-----------------|------------------|
| $\phi_d$                    | 0,05            | 0,05             |
| $\theta_d$                  | 0,45            | 1                |
| $\dot{\phi}_d$              | 1               | 1                |
| $\dot{\theta}_d$            | 1               | 15               |

Aynı başlangıç ve hedef koşulları için Bulanık kontrolcü performansı Şekil 8'de görülmektedir. Benzetim sonuçlarına göre x, y ve z eksenleri doğrultusunda olan hareketlerde Bulanık PD kontrolcü, klasik PD kontrolcüsüyle benzer performans göstermiştir ancak yönelme açısındaki kontrol süresi klasik kontrole göre daha başarılıdır.

Bu benzetimde kullanılan ölçeklendirme katsayıları Tablo 5'de,  $\phi_d$  ve  $\theta_d$  değerlerini elde eden kontrolcü katsayıları da Tablo 6'da verilmiştir. İrtifa kontrolcüsünde denge konumundaki kontrolü hassaslaştırmak için iki tane bulanık kontrolcü kullanılmıştır. İkinci kontrolcüdeki değişiklik, Z değeri 0,05 metreden küçük olduğunda girdilerin bir katsayıyla çarpılmasıyla olur.



Şekil 8: Bulanık öteleme hareketi kontrolü x,y ve z konumları ve yunuslama, yalpalama ve yönelme açıları zamana göre değişim grafiği.

Tablo 5: Bulanık öteleme hareketi kontrolü kontrolcü ölçeklendirme katsayıları.

| Kontrolcü | Oransal Ölçeklendirme Katsayı | Türevsel Ölçeklendirme Katsayı |
|-----------|-------------------------------|--------------------------------|
| İrtifa    | $Z > 0,05$                    | 1                              |
|           | $Z < 0,05$                    | 20                             |
| Yunuslama | 10                            | 3                              |
| Yalpalama | 10                            | 0,1                            |
| Yönelme   | 7                             | 1                              |

Tablo 6: Bulanık PD öteleme hareketi kontrolü  $\phi_d$ ,  $\theta_d$  katsayıları.

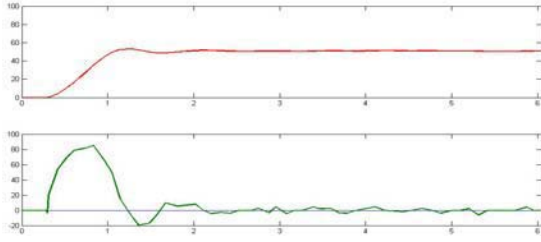
| İstenen açısal konum | Oransal Katsayı | Türevsel Katsayı |
|----------------------|-----------------|------------------|
| $\phi_d$             | 0,4             | 0,2              |
| $\theta_d$           | 0,7             | 0,4              |

## 5. Deneyler

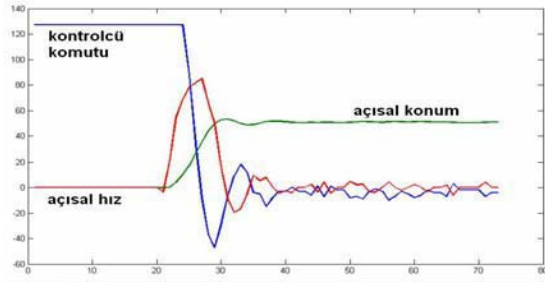
Çalışmalar sonucu tasarlanan kontrolcülerini gerçek bir sistemde denemek için bir deney düzeneği hazırlanmıştır. Deneyde Quadrotor helikopter olarak Draganflyer markalı radyo kontrollü helikopter kullanılmıştır. Helikoptere kontrol sinyalleri bilgisayarın paralel portuna bağlanan radyo verici ile gönderilir. Helikopter üzerine ivmeleri ve açısal hızları okuyan bir IMU yerleştirilmiştir. IMU verileri seri port üzerinden alınmaktadır. Açısal konum, hız entegre edilerek elde edilmiştir. Deneylerin güvenli yapılabilmesi için bir deney düzeneği hazırlanarak helikopter bu düzeneğe sabitlenmiştir. Deney düzeneğinin yapısından dolayı sadece yönelme açısının kontrolü denenmiştir.

Şekil 9'da açısal konumun ve açısal hızın zamana göre değişim grafiği verilmiştir. Quadrotor tasarlanan PD kontrolcüsüyle kontrol edilmiştir. Helikopter, 0 başlangıç açısal konumundan 50 derecelik bir dönüş yapmış ve hedef konumunu korumuştur.





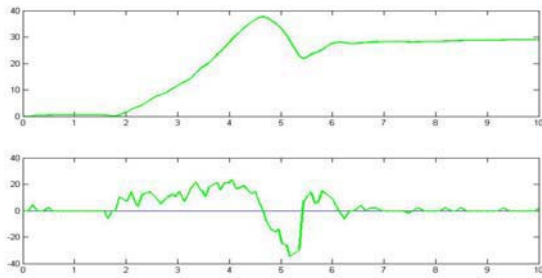
Şekil 9 : Yönelme açısı PD kontrolü. Yönelme açısı - zaman (üstte) ve açısal hızı - zaman grafiği (altta)



Şekil 10 : Yönelme açısı PD kontrolü. Alınan sinyal sayısına göre, kontrolcü komutu, açısal hız ve açısal konum grafiği.

Şekil 10'da ise açısal konum, açısal hız ve bu hareketleri sağlayan kontrolcü komutunun, zamana göre grafiği verilmiştir. Bu deneyde oransal katsayı 5, türevsel katsayı da 1 olarak alınmıştır.

Şekil 11'de tasarlanan bulanık kontrolcüyle kontrol edilen helikopterin 30 derecelik dönüş yapması ve pozisyonunu koruması görünüyor. Bu kontrolcüde ölçeklendirme katsayıları oransal 0,01 ve türevsel 0,004'tür. Ayrıca kontrol çıktısı 100 ölçeklendirme katsayısıyla normalize edilmiştir.



Şekil 11 : Yönelme açısı Bulanık PD kontrolü deney sonucu. Açısal konum (üstte) ve açısal hız (altta).

## 6. Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada dört adet motoru bulunan ve bir helikopterin modellenmesi ve daha önceki çalışmalardan farklı olarak bulanık kontrolü üzerinde çalışılmıştır. Quadrotor'un modellenmesinde cayroskopik etkiler göz önünde bulundurularak Newton – Euler denklemleri kullanılmıştır. PD kontrolcünden sonra Bulanık PD kontrolcü tasarlanmıştır. Yapılan deney sonuçları göstermiştir ki tasarlanan PD kontrolcü ve Bulanık PD kontrolcünden her ikisi de gerçek sistemi kontrol etmeyi başarmıştır. Kontrol performansı olarak Bulanık PD kontrol bütün kontrol büyüklükleri göz önüne alındığında, klasik PD kontrole göre daha üstündür. Bu çalışma göstermiştir ki, hem PD kontrolcüler hem de

Bulanık PD kontrolcüler bir Quadrotor helikopteri hem dengede tutmak hem de hareketini kontrol etmek için kullanılabilir. Gelecek çalışmalar olarak IMU verisi için filtre tasarlanması, sisteme GPS eklenmesi ve sistem üzerine kontrol amaçlı bir mikro-işlemcinin eklenmesi de planlanmaktadır.

## 7. Teşekkür

Yazarlar, rehberliğinden dolayı Prof. Levent Güvenç'e ve proje desteğinden dolayı İTÜ Rotorlu Hava Araçları Tasarım ve Mükemmeliyet Merkezine (ROTAM) teşekkür eder.

## 8. Kaynaklar

- [1] Erginer Bora, 2007. Quadrotor VTOL Aracının Modellenmesi ve Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi
- [2] J. G. Leishman, 2000. *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge University Press.
- [3] All the World's Rotorcraft, <http://avia.russian.ee/helicopters.html>
- [4] Hirschberg M, J., 2000. *The American Helicopter An Overview of Helicopter Developments in America 1908-1999*, elektronik kitap.
- [5] Anderson ve Seth, 1981. *Historical Overview of V/STOL Aircraft Technology*, NASA Technical Memorandum 81280.
- [6] Altuğ E., J. P. Ostrowski ve R. Mahony, 2002. *Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback*, Proceedings of the 2002 IEEE conference on Robotics & Automation.
- [7] Altuğ E., J. P. Ostrowski ve C.J. Taylor, 2003. *Quadrotor Control Using Dual Camera Visual Feedback*, Proceedings of the 2003 IEEE conference on Robotics & Automation.
- [8] Altuğ E., J. P. Ostrowski ve C.J. Taylor, 2005. Control of a Quadrotor Helicopter Using Dual Camera Visual Feedback, *The International Journal of Robotics Research* Vol. 24, No.5, pp. 329-341..
- [9] Altuğ E. ve C. J. Taylor, 2004. *Vision-based Pose Estimation and Control of a Model Helicopter*, International Conference on Mechatronics..
- [10] Earl M. G., D'Andrea R., 2004. *Real-time Attitude Estimation Techniques Applied to a Four Rotor Helicopter*, 43rd IEEE Conference on Decision and Control.
- [11] S. Bouabdallah, P. Murrieri, R. Siegwart, *Design and Control of an Indoor Micro Quadrotor*, Proceedings of the 2004 IEEE conference on Robotics & Automation.
- [12] Hoffmann G. M., Huang H. ve Washlander S. L., Tomlin C. J., 2006. *Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control: Theory and Experiment*
- [13] A. Tayebi, S. McGilvray, 2006. Attitude Stabilization of a VTOL Quadrotor Aircraft, *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 14, No.3.
- [14] Erginer B. ve Altuğ E., 2007. *Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle*, 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Publication.

# Bulanık Mantık ile Hiyerarşik Karar Verme ve Karar Birleştirme

*Ulaş Beldek<sup>1</sup>, Kemal Leblebicioğlu<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Elektrik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Çankaya Üniversitesi, Ankara  
u.beldek@cankaya.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara  
kleb@metu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, karar verme problemlerinin hızlı ve tutarlı bir şekilde çözümlenmesi için hiyerarşik bir karar verme mekanizmasının nasıl oluşturulabileceği ve bu mekanizmanın evrimsel algoritmalar yardımı ile nasıl geliştirilebileceği gösterilmiştir. Uygulanan karar verme mekanizması, karar üretmek için bulanık mantığın olanaklarından faydalanmıştır. Alt seviyelerde alınan kararların bir üst seviyeye aktarılması ve kullanılması sırasında alt seviye karar vericinin farklı karar durumlarında verdiği kararların tutarlılıklarını gözönüne alan bir yapı önerilmiştir. Önerilen mekanizma, dört tanklı su sisteminde yaratılan yapay tekli ve çoklu hataların, büyüklüklerinin tahmin edilmesi için kullanılmıştır.

## 1. Giriş

Herhangi bir dinamik sistemde, o sistemle alakalı bir bilginin elde edilmesi için akıllı bir mekanizmanın oluşturulması, sistem ve mekanizmalar ile ilgili birçok detayın bir bir arada düşünülmesini gerektirir. Sistemle ilgili herhangi bir bilginin elde edilmesi için sistemle alakalı verileri kullanarak bir karar verme problemi oluşturmanın ve bu karar verme problemini akıllı karar vericiler geliştirerek çözmeye çalışmanın değişik metodları önerilebilir. Burada önemli husus sistemlerin dinamik yapısını da gözönüne alarak hangi mekanizmanın probleme en verimli şekilde nasıl uygulanacağını belirlemektir. Altı çizilmesi gereken diğer bir husus da, akıllı karar vericiler oluşturmak için gereken ve uzun zaman alan makina öğrenme metodlarının uygulanabilirliğidir.

Literatürde karar verme mekanizmalarının geliştirilmesi için değişik çalışmalar önerilmiştir: Bayes ağların değişik karar verme işlemlerinde kullanılması [1], Markov modellerden yararlanarak karar verme metodunun etkinliğinin gösterilmeye çalışılması [2] bu çalışmalardan bazılarıdır. Bazı uygulamalar dağınık karar verme mekanizmalarının sınıflandırılmasına [3], karar birleştirme algoritmalarına [3] ve Markov karar verme işlevlerinin kontrolüne [5] adanmıştır. Karar verme yöntemlerinin hata bulma ve tahmin etme amacıyla kullanıldığı çalışmalar [6] ve karar vericilerin farklı

biçimde nasıl hareket ettiklerini gösteren uygulamalar [7-8] literatürde rastlanan diğer çalışma başlıklarıdır.

Bu çalışma, dinamik karar verme problemlerinin çözümü için hiyerarşik bir karar verme ve karar birleştirme algoritmasının makina öğrenme metodları yardımıyla geliştirilmesine dayanmaktadır. Hiyerarşik yapı, geliştirilen alt seviye karar vericilerin aldıkları kararların belli bir güvenilirlik (aktivasyon) değerine göre üst seviyeye aktarılmasına dayanır. Üst seviyede üretilecek olan yeni tip karar verici, bu alt seviye kararları, bu kararların aktivasyon değerlerine ve kendi ürettiği yeni kararlara göre bir karar birleştirme işlemi gerçekleştirecek şekilde kullanır. Her seviyede karar verme işlemi, kısmi olarak bulanık mantık kullanılarak önerilen kural yapısıyla ilgili bir çıktı oluşturulmasına, kısmen de karar birleştirme işlemine bağlıdır.

## 2. Problemin Tanımı

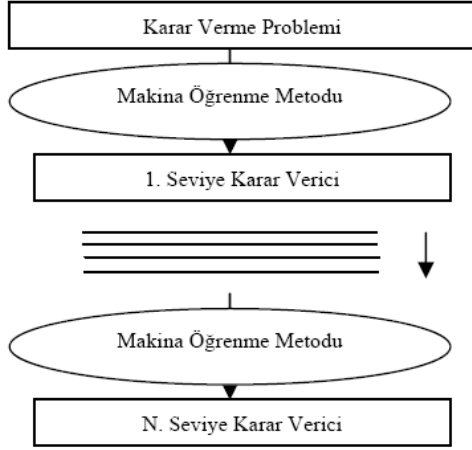
Önerilen karar verme mekanizmasını geliştirilmesi ve sınanması ile ilgili iki ayrı bölüm planlanmıştır. İlk bölümde karar verme mekanizmasının hiyerarşik yapısı anlatılmaktadır. İkinci bölümde bir örnek karar verme problemi önerilmiş ve bu problemle ilgili olarak tasarlanan hiyerarşik karar verme metodu sınanmıştır. Bilgisayar benzetimlerinde elde edilen sonuçlar ortaya konmuş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

### 2.1. Hiyerarşik Karar Verme Mekanizmasının Yapısı

Önerilen karar verme mekanizması değişik hiyerarşik seviyelerinden oluşan bir yapıya sahiptir. Hiyerarşik olarak ilk seviyede bulunan karar verici makina öğrenme metodu kullanılarak geliştirilmiştir. İlk seviyede alınan kararlar, ilk seviye karar vericinin değişik karar durumlarında yaklaşık başarısını ifade eden performans kriterine göre ikinci seviyeye aktarır. İkinci seviye karar verici birbiriyle iç içe geçmiş iki kısımdan oluşmaktadır. İlk kısımda, ilk seviyedeki gibi makina öğrenme metodu ile geliştirilecek olan bir yapı mevcuttur. İkinci kısımda ise bu yapıya eklenmekte olan birinci seviye karar vericinin kararları yer alır. İkinci seviyedeki karar verici ilk seviyedeki karar vericinin aldığı kararları belli bir etkinlik değeri ile kabul eder ve kendi yapısı içinde gelişmekte olan karar vericinin verdiği kararlarla bu



etkinlik değerine göre birleştirir. Karar birleştirme işlemindeki temel fikir, alt seviye karar vericilerin iyi çalıştığı bölgelerde üst seviyenin fazla değişiklik yapmaması, ancak aksi durumlarda devreye girmesi şeklinde özetlenebilir. Hiyerarşik karar verme mekanizması, alınan kararların tutarlılığı belli bir seviyeye ulaşınca kadar devam ettirilecektir. Önerilen hiyerarşik karar verme mekanizmasının basit bir şeması Şekil 1’de gösterilmektedir.



Şekil 1: Hiyerarşik karar verme mekanizmasının şeması.

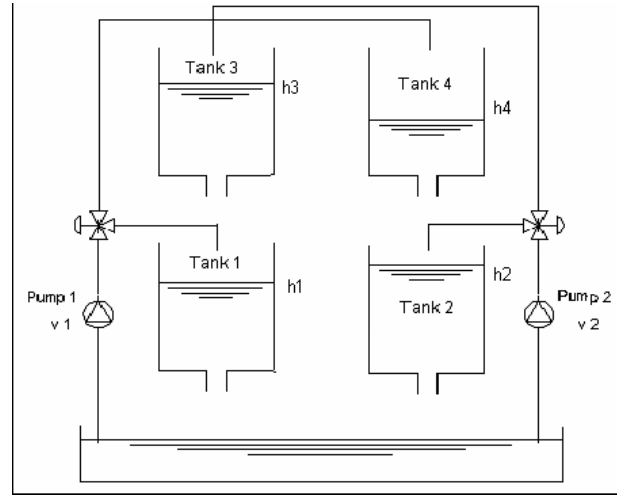
## 2.2. Önerilen yapının örnek probleme uygulanması

### 2.2.1. Örnek problem

Önerilen hiyerarşik yapının denenmesi örnek bir problem üzerinden gerçekleştirilmiştir. Dört tanktan oluşan bir su dağıtım ve biriktirme sisteminde yapay olarak tanklarda tekli ve çoklu hatalar üretilmiştir. Belirlenen tank için bu hataların miktarlarının saptanması işlemi bir karar verme problemi şeklinde tasarlanmıştır. Sistemin genel yapısı Şekil 2’de gösterilmektedir. Bu sistemle ilgili dinamik denklemler ve kullanılan parametreler ve değişkenler [9]’da belirtilmektedir.

Yapay olarak tankların tabanlarında yaratılan hatalar (tanklardaki deliklerden birinin veya bir kısmının kısmi olarak veya tamamen tıkanması ya da tanklardaki deliklerin büyümesi) benzetimlerde gerçekleştirilmiştir. Yaratılan hata durumları 7 tanedir. Bunlar negatif-büyük (tank deliğinin tamamen kapanması), negatif-orta (tank deliğinin % 66 oranında kapanması), negatif-küçük (tank deliğinin % 33 oranında kapanması), hatasız (tank deliğinin nominal değerinde olması), pozitif-küçük (tank deliğinin % 33 oranında büyümesi), pozitif-orta (tank deliğinin % 66 oranında büyümesi) ve pozitif\_büyük (tank deliğinin % 100 oranında büyümesi) gibi durumlardır. Benzetimlerde yaratılan her farklı hata durumlarının birleşimine senaryo denilmiştir. Senaryoda yaratılan hata tiplerinin senaryo boyunca aynı kalması sağlanmıştır. Her senaryo için, hatalı tanklardan oluşan sistemin dinamik denklemleri ve hatasız sistemin dinamik denklemleri ayrı yürütülerek gözlemlenen ve gözlemlenmesi gereken tank su seviye yükseklikleri, 20 saniye boyunca 0.1 saniye aralıklarla ölçülmüştür. Böylece 170 farklı senaryo için veri elde edilmiştir.

Önerilecek karar verme mekanizmasının girdisi olarak gözlemlenen ve gözlemlenmesi gereken su seviyeleri arasındaki fark kullanılmıştır. Gözlemlenen ve gözlemlenmesi gereken tank su seviyeleri birbirinden çıkarılarak her senaryo için hata verisi elde edilmiştir. Hata verilerinin bütünü her tank için bulunan maksimum ve minimum hata değerleri arasında normalize edilmiştir (böylelikle bütün veriler -1 ile 1 değerleri arasına yerleştirilmiştir). Tanklardaki ilk su seviyeleri her senaryoda aynı alınmıştır. Tanklarla ilgili parametreler de sabit tutulmuştur (tanklara giden pompalara uygulanan potansiyel, tankların büyüklükleri vb.). Sonuçta bütün senaryolarda, tanklarda gerçekleşen ve olması gereken su seviye farklarını gösteren, normalize edilmiş hata verisi elde edilmiştir. Bu tür bir hata verisi Tablo 1’de gösterilmektedir. Bu tabloda ‘Senaryo1’ ilk senaryoyu, ‘Senaryo170’ son senaryoyu, ‘e1’, ‘e2’, ‘e3’, ‘e4’ tanklardaki gözlemlenen ve gözlemlenmesi gereken su yükseklikleri arasındaki farkları, ‘t’ bu fark verilerinin alındığı zaman dilimlerinin sırasını ifade etmektedir (her zaman dilimi arasında 0.1 saniye fark vardır).



Şekil 2: Dört tanklı su sisteminin genel şeması.

Tablo 1: Hata verisi.

|     | Senaryo1 |    |    |    | .. | .. | Senaryo170 |    |    |    |
|-----|----------|----|----|----|----|----|------------|----|----|----|
| t   | e1       | e2 | e3 | e4 |    |    | e1         | e2 | e3 | e4 |
| 1   |          |    |    |    |    |    |            |    |    |    |
| 2   |          |    |    |    |    |    |            |    |    |    |
| ... |          |    |    |    |    |    |            |    |    |    |
| 201 |          |    |    |    |    |    |            |    |    |    |

### 2.2.2. Birinci derece benzetim

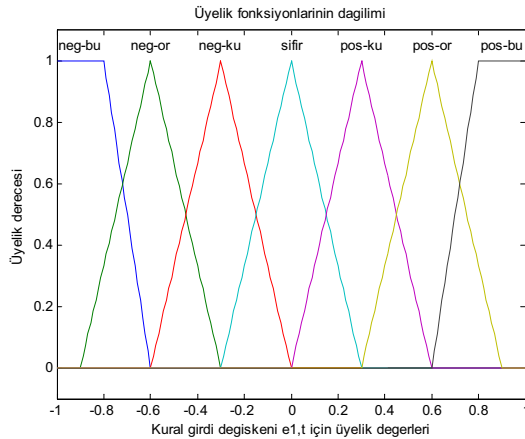
Birinci seviye benzetimde, birinci seviye hata bulma ajanı, genetik algoritma (GA) kullanılarak geliştirilmeye çalışılmıştır. GA benzetiminde, popülasyondaki kromozomlar potansiyel cevap olabilecek kural tabanları olarak öngörülmüştür. Her kural tabanı, 30 tane eğer ise ifadesinden oluşturulmuştur. GA benzetimi sonunda elde edilecek en iyi kromozomun (ajan) amacı görevlendirildiği tankta her senaryoda ve her zaman diliminde alakalı tanktaki hata miktarını en iyi biçimde tahmin etmesidir. Popülasyondaki

kromozomlar normalize hata verisini kullanarak her senaryo her zaman dilimi için bir çıktı verirler. Bu çıktı, kromozomun içindeki kural tabanının bulanık mantık prensiplerini kullanarak oluşturduğu normalize bir değerdir ve ele alınan senaryonun ele alınan zaman diliminde, tanktaki hata miktarını göstermektedir. Toplam 170 senaryo ve her senaryo için de toplam 201 tane zaman dilimi varolduğundan toplam kontrol edilebilecek 34170 (170×201) zaman diliminden söz edebiliriz

Bu benzetimde kural tabanı içinde yer alan basit bir kuralın yapısı aşağıdaki gibidir:

**Eğer ( $e_{1,t}$ ='sıfat1' VE  $e_{2,t}$ ='sıfat2' VE  $e_{3,t}$ ='sıfat3' VE  $e_{4,t}$ ='sıfat4') ise ( $p_t$ ='attribute5')**

Bu kural yapısında ' $e_{1,t}$ ', ' $e_{2,t}$ ', ' $e_{3,t}$ ' and ' $e_{4,t}$ ' herhangi bir 't' anı için normalize hata verisinin her tank için aldığı sıfatısal değeri, ' $p_t$ 'de 't' anı için kural tarafından belirlenen çıktının sıfatısal niceliğini göstermektedir. Bu simülasyonda, kuralın girdi değişkenleri  $e_{1,t}$ ,  $e_{2,t}$ ,  $e_{3,t}$  and  $e_{4,t}$  8 farklı sıfat değeri alabilir. Bu sıfat değerleri 'negatif-büyük' ('1' değeri ile gösterilir), 'negatif-orta' ('2' değeri ile gösterilir), 'negatif-küçük' ('3' değeri ile gösterilir), 'hatasız' ('4' değeri ile gösterilir), 'pozitif-küçük' ('5' değeri ile gösterilir), 'pozitif-orta' ('6' değeri ile gösterilir), 'pozitif-büyük' ('7' değeri ile gösterilir), ve 'önemsiz' ('0' değeri ile gösterilir) şeklinde ifade edilirler. Girdi değişkenlerinden farklı olarak kuralın çıktı değişkeni 7 farklı sıfat değeri alabilir. 7 farklı sıfat için üyelik fonksiyonlarının dağılımı  $e_{1,t}$  girdi değişkeni için Şekil 3'de gösterilmektedir. Diğer girdi ve çıktı değişkenleri için üyelik fonksiyonlarının dağılımı Şekil 3'teki dağılımla aynıdır.

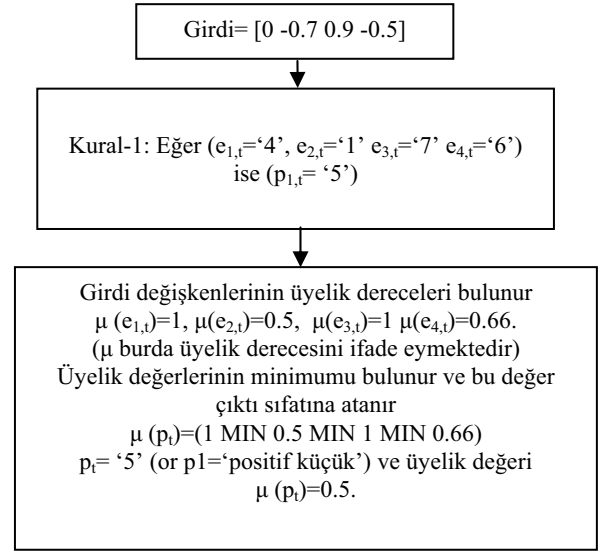


Şekil 3:  $e_{1,t}$  değişkeni için üyelik fonksiyonlarının dağılımı

Kullanılan kural yapısında 'VE' işlemi değişkenlere atanan sıfatların aldıkları girdiye göre bir üyelik değeri atanmasının ardından bu üyelik değerlerinin minimumunun çıktı sıfatının üyelik değeri olarak belirlenmesine dayanır. Bu işlemle ilgili bir örnek Şekil 4'de gösterilmektedir.

Bir kuralda 5 tane değişken olduğundan ve toplam kural tabanında 30 tane kural yeraldığından, kromozomlar içinde toplam 150 (5×30) gen bulunmaktadır. Bu kural tabanını gözönüne alarak tek bir zaman dilimi için hata miktarını tahmin işlemi Şekil 4'de gösterilmektedir. İlk önce hata verisinin herhangi bir andaki değeri (4 tank için seviye

farklarının normalize değerleri) kural tabanının girdisi olarak alınır.



Şekil 4: Örnek: Tek bir kuralın bulanık mantık kullanılarak üyelik çıktı sıfatı üyelik derecesinin bulunması

Kural tabanı girdi değişkenlerinin aldıkları değerlere ve üyelik fonksiyonlarının dağılımına göre her kural için çıktı sıfatı ve o çıktı sıfatı için bir üyelik derecesi belirler. Birbirine aynı çıktı sıfatlarını veren kurallar için içerdikleri çıktı sıfatının üyelik derecelerinin maksimum değeri alınır. Her üyelik sıfatına atanan üyelik dereceleri tarafından üyelik fonksiyonları üzerinde belirlenen bir maksimum yüzey tayin edilir. Bu işlem Tablo 2'de 7 kuraldan oluşan bir örnekte gösterilmektedir.

Elde edilen yüzeyin alan merkezi girdiye karşılık gelen kesin çıktı olarak atanır. Bu işlem eşitlik (1)'de özetlenmiştir:

$$pre_t = \frac{\int_{-1}^1 xf(x)dx}{\int_{-1}^1 f(x)dx} \quad (1)$$

Eşitlik (1)'de ' $f(x)$ ' belirlenen yüzeyin denklemi, ' $pre_t$ ' yüzeyin alan merkezinin değeri olarak atanan 't' anı için hesaplanmış normalize hata tahminidir

Bu kesin çıktı ele alınan zaman dilimi için metodun tahmin ettiği hata miktarı olarak ifade edilir. Bulunan çıktı değeri -1 ile 1 arasında bir değerdir ve normalize bir tahmindir ve tanktaki deliğin ne kadar genişlediğini ya da daraldığını ifade eder. Örnek olarak eğer bu değer '0' bulunursa bunun anlamı, ele alınan zaman diliminde tankta hiç hata oluşmadığını ifade eder. Eğer çıktı 1 ise tankın deliğinin büyüklüğü % 100 artmıştır, eğer -1 ise tanktaki deliğin büyüklüğü % 100 azalmıştır (delik kapanmıştır). Çıktı için -1 ile 1 arasında bir değer elde edilmişse tankın deliğindeki değişim bu iki değer arasında doğrusal bir bağıntı kurarak elde edilir.

Herhangi bir kromozom için bütün senaryolarda ve bütün zaman dilimlerinde yapılan tahminlerin gerçek olması gereken normalize hata değerlerinden çıkarılması ile elde edilen

değerlerin mutlak değerleri toplanarak o kromozom için toplam maliyeti elde edilir:

Tablo 2: Örnek: 7 kuraldan oluşan bir kural tabanını her çıktı sıfatı için üyelik derecesinin belirlenmesi.

| Kurallar   |                            |                                 |
|--|----------------------------|---------------------------------|
| Kural numarası   | Çıktı sıfatının değeri     | Çıktı sıfatının üyelik derecesi |
| Kural-1  | Negatif-büyük              | 0.3                             |
| Kural-2  | Pozitif-küçük              | 0.2                             |
| Kural-3  | Negatif-büyük              | 0.1                             |
| Kural-4  | Pozitif-küçük              | 0.1                             |
| Kural-5  | Sıfır                      | 0.1                             |
| Kural-6  | Pozitif-küçük              | 0.05                            |
| Kural-7  | Sıfır                      | 0.15                            |
| Kurallar kullanılarak çıktı sıfatlarına atanan üyelik dereceleri |                            |                                 |
| Çıktı sıfatı   | Üyelik derecesi            |                                 |
| Negatif-büyük  | $\max(0.3, 0.1)=0.3$       |                                 |
| Negatif-orta   | 0 (kurallar etkisiz)       |                                 |
| Negatif-küçük  | 0 (kurallar etkisiz)       |                                 |
| Sıfır  | $\max(0.1, 0.15)=0.15$     |                                 |
| Pozitif-küçük  | $\max(0.2, 0.1, 0.05)=0.2$ |                                 |
| Pozitif-orta   | 0 (kurallar etkisiz)       |                                 |
| Pozitif-büyük  | 0 (kurallar etkisiz)       |                                 |

$$Ma = \sum_{k=1}^{170} \sum_{t=1}^{201} |tah_t(k) - ger\_nor\_hata_t(k)| \quad (2)$$

Eşitlik (2)'de 'Ma' kromozom için gerçekleşen maliyeti, 'tah<sub>t</sub>(k)' 'k' numaralı senaryo için 't' anında gerçekleştirilen tahmini, 'ger\_nor\_hata<sub>t</sub>(k)' 'k' numaralı senaryo için 't' zaman diliminde gerçekleşen normalize tahmini hata miktarını vermektedir. Maliyet değerinin tersi bize kromozomun uyum değerini vermektedir:

$$Uyum = \frac{1}{Ma} \quad (3)$$

Gerçekleştirilen GA benzetimiyle ilgili parametreler ve elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmaktadır:

Metodun uygulandığı tank: Tank 1.

Populasyondaki kromozom sayısı: 40.

Kromozomdaki gen sayısı: 150 (her kural 5 gen tarafından ifade. Bu genlerden 4 tanesi girdi sıfatlarını 1 tanesi çıktı sıfatını temsil ediliyor. Kural tabanında toplam 30 kural mevcut.

Çaprazlama metodu: her 25 genden oluşan dizi için (toplam 5 kurala denk gelmektedir) tek nokta çaprazlama işlemi gerçekleştiriliyor.

Çaprazlama oranı: % 90.

Yeniden üreme oranı: % 10 (elitizm dahil)

Nesi sayısı: 2000

Gen mutasyon oranı: % 2 (sadece çaprazlanan kromozomlar için uygulanmaktadır. Eğer 8 nesil boyunca en iyi uyum değerinde gelişme görülmezse mutasyon oranı, en iyi kromozomun uyum değeri artıncaya kadar % 10 olarak değiştirilmektedir. Uyum değeri artınca mutasyon oranı eski oranına döndürülmektedir).

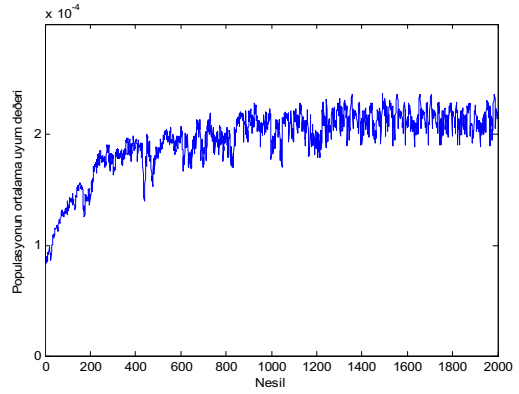
Toplam kontrol edilen zaman dilimi: 170 x 201 = 34170

Elde edilen en iyi kromozomun uyum değeri: 2.5160\*10<sup>-4</sup>.

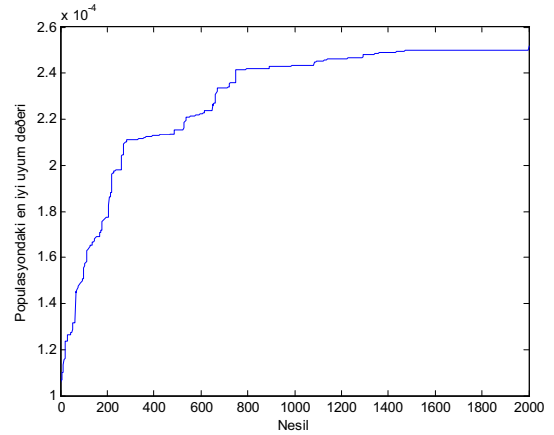
Elde edilen en iyi kromozomun maliyeti: 3974

Veri başına hata miktarı: 3974/34170 = 0.1163

Her nesil için elde edilen ortalama uyum değeri Şekil 5'de, her nesil için elde edilen en iyi uyum değeri Şekil 6'de gösterilmektedir.



Şekil 5: Her nesil için populasyonun ortalama uyum değeri



Şekil 6: Her nesil için populasyondaki en iyi uyum değeri.

Sonuçlardan anlaşılacağı gibi önerilen metod sayesinde 'Maliyet' değerinde belli bir ölçüde gelişme sağlanmıştır. İkinci seviye benzetimde 'Maliyet' değerini daha düşük seviyelere indirilebilmesi için nasıl bir karar birleştirme tekniğinin uygulanacağı anlatılacaktır.

### 2.2.3. İkinci derece benzetim

İkinci seviye hata tahminleri elde etmek için birinci seviye benzetimlerde her zaman dilimi için elde edilen tahminlerden yararlanılmıştır. Bu kısımdaki esas düşünce, ilk seviyede elde edilen tahminleri bu seviyede önerilen ve geliştirilmeye çalışılan ve de karar verme prensibi ilk seviye benzetimdeki karar verme prensibine benzeyen yeni kural tabanının

gerçekleştirdiği tahminlerle birleştirerek ikinci seviye tahminleri elde etmektedir. Bu kısımda uygulanan karar birleştirme yapısının çok basit bir yapısı vardır: İlk seviye benzetim sonucunda elde edilen tahminler ikinci seviye benzetime bir aktivasyon (üyelik, güvenilirlik) değeri ile taşınmıştır. İkinci seviye ajanı da ilk seviye tahminlerin yardımıyla optimizasyon işlevinin sonunda elde edilmiştir. Aslında bu işlem basit bir ağırlıklı ortalama alma işleminden başka birşey değildir. Bu işlemin detayları aşağıda sıralanmıştır:

- Normalize hata verisinin şimdiki ve bir önceki zaman dilimlerinden girdi alan yeni bir kural yapısı ve kural tabanı önerilmiştir.
- Bu seviyede önerilen yeni kural tabanı bulanık mantık prensiplerini kullanarak her senaryoda her zaman dilimi için yeni bir çıktı (tahmin) üretmiştir.

Yeni kural tabanın ürettiği tahmin ile ilk seviyede üretilen tahmin birleştirilerek ikinci seviye tahmin elde edilmiştir. İkinci seviyede önerilen kural yapısı aşağıdaki biçimdedir:

**Eğer** ( $e_{1,t}$ ='sıfat1' VE  $e_{2,t}$ ='sıfat2' VE  $e_{3,t}$ ='sıfat3' VE  $e_{4,t}$ ='sıfat4' VE  $e_{1,t-1}$ ='sıfat5' VE  $e_{2,t-1}$ ='sıfat6' VE  $e_{3,t-1}$ ='sıfat7' VE  $e_{4,t-1}$ ='sıfat8') **ise**  $p_t$ ='sıfat9'

Bu kural yapısında ' $e_{1,t}$ ', ' $e_{2,t}$ ', ' $e_{3,t}$ ' ve ' $e_{4,t}$ ' ele alınan zaman dilimi 't' için normalize hata verisinin her tank için aldığı sıfatısal değeri, ' $e_{1,t-1}$ ', ' $e_{2,t-2}$ ', ' $e_{3,t-3}$ ' ve ele alınan zaman diliminden bir önceki zaman dilimi için normalize hata verisinin her tank için aldığı sıfatısal değeri ve ' $p_t$ ' tankta 't' anında ne kadar hata olduğunu gösteren çıktı sıfatını temsil etmektedir. Bu kural yapısı ile benzetimlerde uygulanan değer atama prensiplerini kullanmaktadır ve girdi ve çıktı değişkenlerinin üyelik fonksiyonları dağılımı ilk benzetimdeki üyelik fonksiyonu dağılımının aynısıdır. Kural tabanının verdiği cevabı bulmak için ilk seviye benzetimdeki prosedürden yararlanılmıştır.

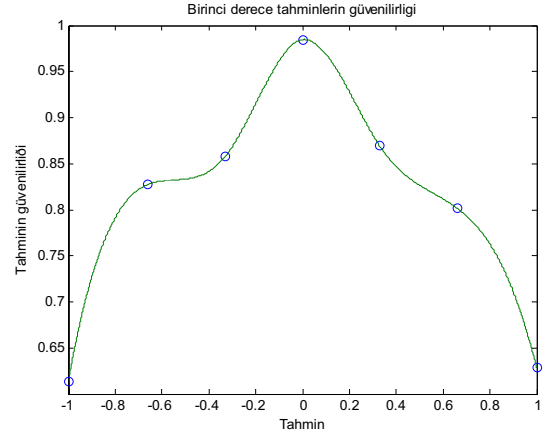
İlk seviye tahminleri bu yeni kural tabanının tahminleri ile birleştirmek ve ikinci seviye tahminleri elde etmek için, birinci seviye benzetimlerin performansını farklı durumlarda gösteren bir performans endeksine ihtiyaç vardır. Bu ilk seviye tahminler için bir performans grafiği oluşturularak başarılmıştır: Bu performans eğrisi, 7 farklı sınıfta yer alan veri için (negatif büyük...pozitif büyük) normalize tahmin değerleri ve gerçek delik değişim değerleri arasındaki farkların mutlak değerlerinin toplamı şeklinde elde edilir.

Her sınıf için, bu toplam farkları o sınıfta yer alan veri sayısına böldüğümüzde o sınıf için veri başına toplam ortalama hata miktarını gösteren değerler elde ederiz. Bu toplam ortalama veri başına düşen hata miktarlarını 1'den çıkararak farklı sınıflar için uygulanan metodun dolayısıyla geliştirilen ilk seviye ajanının başarı oranlarını elde ederiz. Daha sonra bir spline interpolasyonu ile bu başarı oranlarını gösteren değerleri birleştirilerek performans grafiği elde edilmiştir. Bu grafik yapılan her türlü birinci seviye tahmin için yaklaşık olarak o tahminin tutarlılığını gösteren bir grafikdir. İlk seviye tahminler için elde edilen performans grafiği Şekil 7'de gösterilmektedir.

Performans grafiğinden gözlemlenebileceği gibi birinci derece bir tahmin '0' ise (bunu anlamı tankta hata yok demektir) bu tahminin güvenilirliği 0.95 ile 1 arasındadır. Diğer bir örnek olarak '0.2' gibi bir tahminin (bu tankın deliğinin genişliği % 20 arttı anlamına gelir) güvenilirliği 0.90

ve 0.95 arasındadır. Her yapılan tahmin için performans grafiğinden elde edilen değer o tahminin aktivasyon değeridir.

Her 't' zaman birimi için birinci seviye tahminlerle yeni kural tabanının gerçekleştirdiği tahminleri birleştiren karar birleştirme denklemi eşitlik (4)'de gösterilmektedir:



Şekil 7: Birinci seviye tahminlerin güvenilirliğini gösteren performans grafiği.

$$ist = (bst \times akt\_bst) + (ykt \times (1 - akt\_bst)) \quad (4)$$

Bu eşitlikte 'ist' ikinci seviye tahmini, 'bst' birinci seviye tahmini, 'akt\_bst' ilk seviye tahminin performans grafiğinden bulunan aktivasyon değerini, 'ykt' yeni kural tabanı tarafından gerçekleştirilen tahmini vermektedir.

İkinci seviye tahmin işlemi bu seviyede gerçekleştirilen optimizasyon işleminin içinde yer alan birleşik bir kısımdır: Optimizasyon hem yeni kural tabanının gerçekleştirdiği tahmin işlemlerini hem de karar birleştirme denklemini kapsar (karar birleştirme işlemi optimizasyon içinde gerçekleştirilir).

İkinci seviye benzetimde kromozomlar için maliyet değeri Eşitlik (5)'de gösterilmektedir.

$$Ma = \sum_{k=1}^{170} \sum_{t=1}^{201} |tah2_t(k) - ger\_nor\_hata_t(k)| \quad (5)$$

Bu eşitlikte 'tah2<sub>t</sub>(k)' 't' zaman diliminde 'k' numaralı senaryo için gerçekleştirilen ikinci seviye tahmini ifade etmektedir. Eşitlik (5)'teki diğer değişkenler Eşitlik (2) ile aynıdır. Herhangi bir kromozomun uyum değeri Eşitlik (3) kullanılarak bulunur.

Yeni kural yapısı 8 girdi, 1 tane çıktı değişkeni içerdiği için 9 tane toplam değişkene sahiptir. Bu benzetimde kural tabanı 10 kuraldan oluşturulmuştur. Bu yüzden, kural tabanının toplam 90 tane değişkeni mevcuttur. Benzetimde kullanılacak kromozomlar, bu sebepten dolayı 90 genle ifade edilmektedir. Yapılan ikinci seviye benzetimin GA parametreleri ilk seviye benzetimle aynıdır ve elde edilen sonuçlar aşağıda sıralanmaktadır:

Metodun uygulandığı tank: Tank 1.

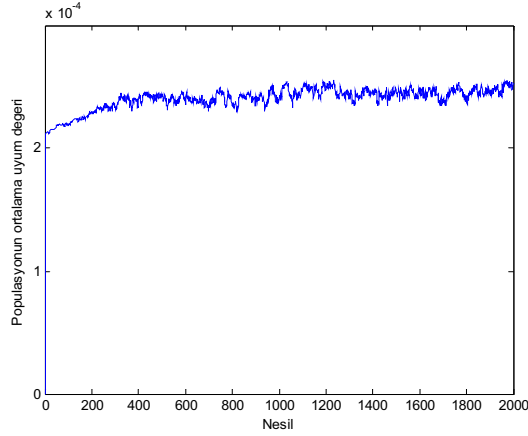
Elde edilen en iyi kromozomun uyum değeri:  $2.621 \times 10^{-4}$ .

Elde edilen en iyi kromozomun maliyeti: 3815

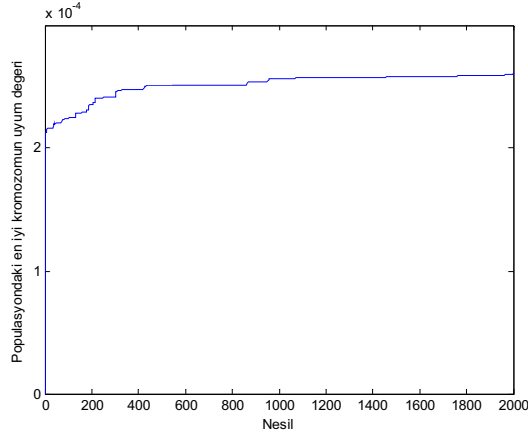
Veri başına hata miktarı:  $3815/34170 = 0.1116$

Vari başına hata miktarında bir önceki benzetime göre gelişme oranı:  $((3974-3815)/3974) \times 100 = \% 4$

Her nesil için elde edilen ortalama uyum değeri Şekil 8’de, her nesil için elde edilen en iyi uyum değeri Şekil 9’da gösterilmektedir.



Şekil 8: Her nesil için popülasyonun ortalama uyum değeri.



Şekil 9: Her nesil için popülasyondaki en iyi kromozomun uyum değeri.

İkinci seviye benzetimden elde edilen sonuçlar ile ilk seviye benzetimden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında ‘Uyum’ değerindeki düzelme göze çarpmaktadır. Bu beklenen bir durumdur: ikinci seviye benzetimde, birinci seviye benzetimde elde edilen tahminler bu tahminlerin tutarlılıklarını temsil eden bir oranla ikinci seviye benzetime aktarılmıştır. Optimizasyon sayesinde elde edilen ikinci seviye tahminler birinci seviye tahminlerden daha başarılı olmuştur. Daha farklı kural birleştirme teknikleri önerilerek başarı oranını arttırabilmek mümkündür.

### 3. Sonuçlar

Bu çalışmada seviye seviye geliştirilen bir karar verme ve karar birleştirme tekniği örnek bir problem üstünde sınanmış ve ilk iki seviyede etkinliği gösterilmiştir. Yapılan çalışmada ilk seviyedeki benzetime göre ikinci seviye benzetimde gelişme kaydedilmiştir. Yapılan karar birleştirme işlemi ilk

seviye benzetimlerin performansına dayanan bir endekse göre belirlenmiştir.

Yapılması planlanan yeni çalışmalarda benzetimlerin seviyesinin artırılması ve farklı yapılarda yeni kural tabanlarından yararlanılması planlanmaktadır.

### 4. Kaynakça

- [1] H. Tu, J. Allanach, S. Singh, K.R. Pattipati ve P. Willett, “Information Integration via Hierarchical and Hybrid Bayesian Networks,” *IEEE Transactions on Systems Men and Cybernetics-Part A*, Cilt: 36, No: 1, s:19-33, 2006.
- [2] H. Soo, P. Jaefari, S.I. Marcus ve M. Shayman, “Multitime Scale Markov Decision Processes,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, Cilt: 48, No: 6, s:976-986, 2003.
- [3] C. Schneewiss, “Distributed Decision Making-A Unified Approach,” *European Journal of Operational Research*, Cilt: 150, s:237-252, 2002.
- [4] Q. Zhang ve P.K. Varshney, “Decentralized M-Ary Detection via Hierarchical Binary Decision Fusion,” *Information Fusion*, Cilt: 2, s:3-16, 2001.
- [5] S. Bhatnagar ve J.R. Panigrahi, “Actor-Critic Algorithms for Hierarchical Markov Decision Processes,” *Automatica*, Cilt: 42, s:637-644, 2006.
- [6] A. Kusiak, “Data-Mining-Based System for Prediction of Water Chemistry Faults,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Cilt: 53, No: 2, s:593-603, 2006.
- [7] M. Marimin, M. Umamo, I. Hatono ve H. Tamura, “Hierarchical Semi-Numeric Method for Pairwise Fuzzy Group Decision Making,” *IEEE Transactions on Systems, Men and Cybernetics-Part B*, Cilt: 32, No: 5, s:691-700, 2002.
- [8] A. Pete, K.R. Pattipati ve D.L. Kleinman, “Distributed Detection in Teams with Partial Information: A Normative-Descriptive Model,” *IEEE Transactions on Systems Men and Cybernetics-Part B*, Cilt: 23, No: 6, s:1626-1648, 1993.
- [9] E. Kılıç, *Fault Detection and Diagnosis in Nonlinear Dynamical Systems- Ph. D Thesis*, Middle East Technical University, Ankara, 2005.

## Laguerre Tabanlı Bulanık Sistem Tasarımı

<sup>1</sup>Musa Alci, <sup>2</sup>Musa H. Asyalı

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ege Üniversitesi, İzmir  
musa.alci@ege.edu.tr

<sup>2</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Yaşar Üniversitesi, İzmir  
musa.asyali@yasar.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada Laguerre ortogonal taban fonksiyonlarını kullanarak yeni bir bulanık sistem yapısı önerilmektedir. Önerilen bulanık sistemin yapısı doğrusal olmayan sistem tanılama problemlerinde kullanılabilirliği tartışılmıştır. Önerilen yapının başarımı bir denektaşı problemi olan Box-Jenkins gaz fırını veri seti üzerinde test edilmiştir. Sonuçlar klasik Sugeno bulanık mantık modeli ve ANFIS bulanık modeli ile karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntemin diğer yöntemlere göre daha üstün öğrenme ve genelleme yeteneğine sahip olduğu gösterilmiştir.

### 1. Giriş

Doğrusal olmayan dinamik sistemlerin tanılamasında pek çok yaklaşım kullanılabilir. [1][2]. Bulanık yaklaşım kullanılarak yapılan tipik sistem tanılamada giriş ve çıkışın önceki örnekleri bulanık sisteme giriş olarak kullanılır. Önerilen yaklaşımda girişler ortogonal Laguerre filtrelerden geçirilerek klasik statik bulanık sisteme girilir.

Laguerre tabanları ortogonal fonksiyonların oluşturduğu bir settir. Bu fonksiyonlar  $(0, \infty)$  zaman aralığında karesel entegrali alınabilir uzayı tararlar. [3]. Laguerre tabanları zaman ve frekans uzayında ortogondur. Ortogonallik zaman uzayında iç çarpım kullanılarak aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\langle f, g \rangle = \int_0^{\infty} f(t)g(t)dt \quad (1)$$

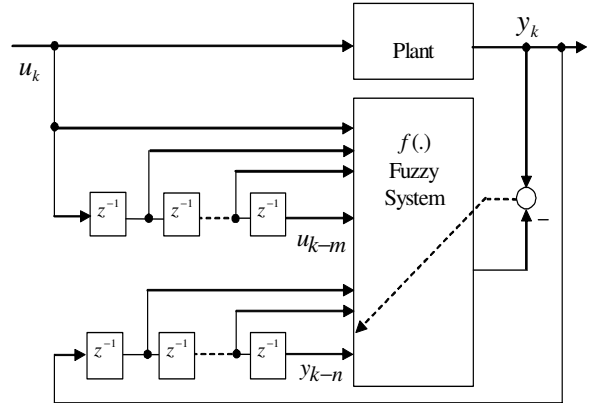
Parseval teoremi kullanılarak ortogonallik frekans düzleminde;

$$\langle F, G \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)G(j\omega)d\omega \quad (2)$$

şeklinde, gösterilebilir. Bu ifadede  $F$  ve  $G$ , sırası ile  $f$  ve  $g$ 'nin Laplace dönüşümüdür.

Tek giriş çıkışlı genel bir dizge modeli aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. [1][4],

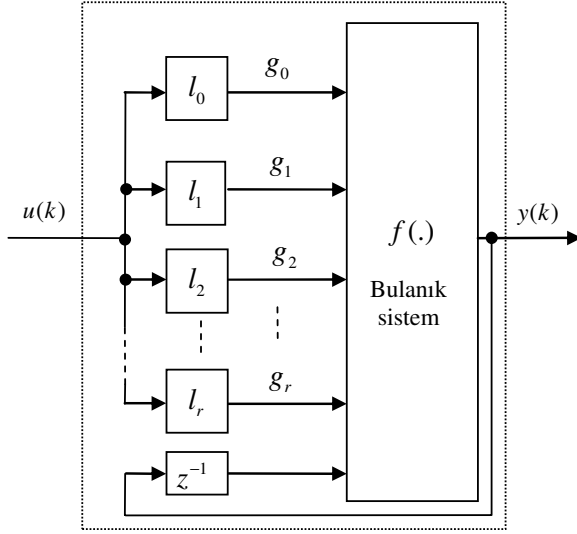
$$y(k) = f(u(k), \dots, u(k-m), y(k-1), \dots, y(k-n)) \quad (3)$$



Şekil 1. Genel seri-paralel tanılama modeli.

Yukarıdaki şekilde  $f$  yapay sinir ağları veya bulanık mantık sistemi gibi doğrusal olmayan bir gerçeklemedir.  $m$  ve  $n$  ise sırası ile giriş ve çıkış sayılarıdır. Genel seri-paralel tanılama yapısı [5] Şekil 1. de gösterilmiştir.

Girişler yerine sistem geçmişi hakkındaki bilgiyi çıkarmak için filtre edilmiş girişler kullanılabilir. Bu noktada, Laguerre tabanlı bulanık sistemler[4][6-8] sistem tanılama ve kontrol uygulamalarında geniş bir şekilde kullanılmaktadır. LNBF modeli Şekil 3 de gösterilmiştir.



Şekil 2. Laguerre tabanlı bulanık sistem modeli.

Bu gösterimde  $i = 0, \dots, r$  olmak üzere  $g_i(k) = l_i(k) * u(k)$   $i$ . Laguerre filtre çıkışı,  $l_i$   $i$ . Laguerre filtrenin dürtü yanıtı,  $l_0(k) = \delta(k)$ ,  $r$  Laguerre filtre sayısı ve  $*$  zaman uzayında evrişimdir. Laguerre taban fonksiyonlarının Z dönüşümü [9][10][11] aşağıda verilmiştir.

$$l_i(k) \xrightarrow{z} L_i(z) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{z-a} \left[ \frac{1-az}{z-a} \right]^{i-1} \quad (4)$$

Burada  $i = 1, 2, \dots, r$  ve  $|a| < 1$  Laguerre tabanların kutbudur. Kutup 0 alınrsa Laguerre filtreler bilinen gecikme operatörlerine dönüşür. Gerek duyulması halinde Hambo tabanları[9] gibi genelleştirilmiş fonksiyonlar daha yüksek mertebeli dinamikleri temsil edebilmek için kullanılabilir. Bu durumda her bir taban için farklı bir kutup gerekmektedir.

Literatürde bu konuda yapılan çalışmalardan farklı olarak a) Çıkışın bir gecikmiş hali giriş olarak kullanılmıştır b) bulanık sistemin parametrelerin tamamı eğitilmiştir. Burada temel konu önerilen sistem parametrelerinin modellenecek sistemi temsil edecek şekilde seçilmesidir. Bunun için, eğitime metodu olarak yaklaşık ikinci derecen bir en iyileme metodu olan Levenberg Marquardt (LM) metodu kullanılmıştır.

## 2. Bulanık Sistemin Eğitilmesi

Bulanık sistemin parametrelerin en iyilenmesinde ortalama karesel hata (MSE) değeri kullanılmıştır.

$$MSE(p) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(p, k) - y_d(k)]^2 \quad (5)$$

Burada  $y_d(k)$  gerçek sistem çıkışı veya istenen çıkışı,  $y(p, k)$  modellenecek sistem çıkışı temsil etmektedir.  $N$  eğitime verisi sayısıdır. Parametre vektörü  $p$   $y(p, k)$  içinde gömülüdür. Basit olarak  $y(p, k)$  ve  $y_d(k)$  sırası ile  $y$  ve  $y_d$  olarak gösterilecektir. En iyileme için kullanılan LM metodunda [12]  $q$ . döngüde parametre değişimi  $p_q$  aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$(J_q^T J_q + \mu_q I) p_q = -J_q^T (y - y_d) \quad (6)$$

Bu ifadede  $\mu_q \geq 0$  Hessian matrisi yaklaşımını pozitif tanımlı yapacak sabit,  $I$  ise parametre boyutunda birim matristir. Parametre boyutu  $P = M(2n+1)$  ve  $J$  Jacobian matrisidir. Bu matris önerilen bulanık sistem çıkışının parametrelere göre duyarlılığı hesaplanılarak oluşturulur;

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial m_i^j} & \frac{\partial y}{\partial \sigma_i^j} & \frac{\partial y}{\partial \theta_j} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$i = 1, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, M$$

Burada  $m_i^j$ ,  $\sigma_i^j$  ve  $\theta_j$  bulanık sisteme ait parametrelerdir.  $i$  giriş indisi  $j$  ise kural indisidir. Çarpımsal sonuç çıkarım, tekil bulanıklaştırıcı, ağırlık merkezi durulayıcı ve gauss üyelik fonksiyonu kullanılarak bir bulanık sistem aşağıdaki gibi analitik olarak ifade edilebilir:

$$f(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \theta^l \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x)}{\sum_{l=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x)} \quad (8)$$

Burada  $n$  giriş sayısını  $M$  ise kural sayısını göstermektedir. Diğer tüm türev tabanlı metotlar gibi LM metodu parametrelerin başlangıç değerlerine oldukça bağlıdır. Benzetim çalışmalarında üyelik fonksiyonları merkezleri giriş çıkış uzayını tarayacak şekilde seçilmiştir. Üyelik fonksiyonları açıklıkları 1 seçilmiştir. [12]. Kural sayısı da 3 alınmıştır.

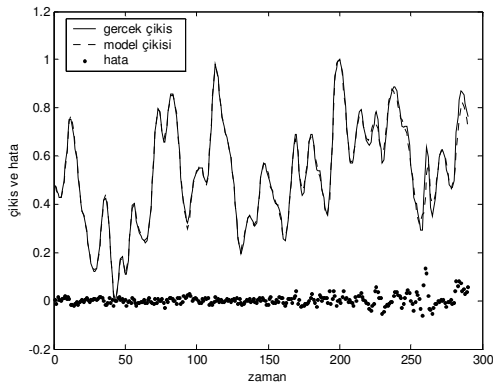
Eğitme sonuçlarının daha adil karşılaştırılması için en az tanım uzunluğu (MDL) [13][14] ölçütü kullanılmıştır. Çünkü karşılaştırma için kullanılan bulanık sistem parametreleri aynı değildir. MDL zıt yönde çalışan iki terim içerir; düzgün olarak azalan SSE terimi ve parametre sayısı ile artan ceza terimi.

$$MDL = N \log(SSE) + P \log(N) \quad (9)$$

Burada  $N$  veri uzunluğunu  $P$  parametre vektörü uzunluğunu göstermektedir.

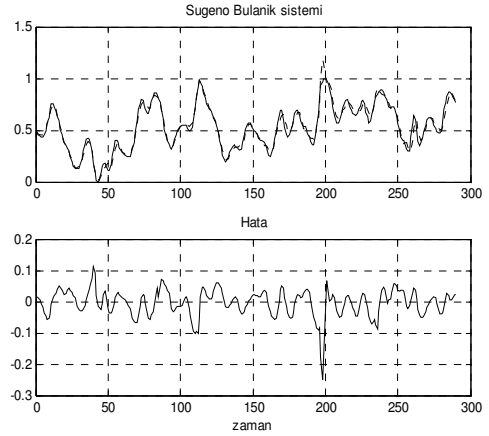
### 3. Benzetim Çalışması

Önerilen sistemin başarımını göstermek için literatürde denektaşı uygulaması olarak kullanılan Box-Jenkins gaz fırını verisi [15-17] için modelleme yapılmıştır. Modelleme ve benzetim çalışmaları; önerilen sistem, klasik Sugeno bulanık sistemi ve ANFIS bulanık sistem modeli için ayrı, ayrı yapılmıştır. Sonuçlar aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir. Tüm benzetim çalışmalarında  $t=1:200$  verisi eğitime için,  $t=201:296$  verisi test için kullanılmıştır.

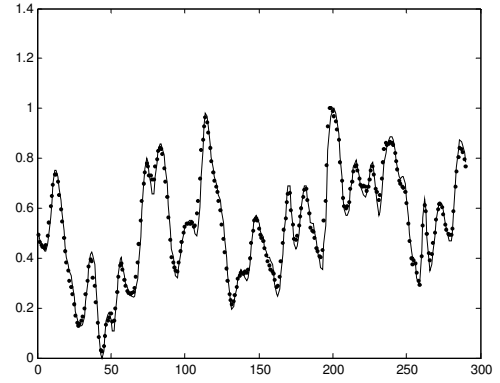


Şekil 3. Önerilen model için gerçek sistem çıkışı (sürekli çizgi) kestirilen çıkış (noktalı çizgi) ve altta hata (kesikli çizgi).

Yöntemlerin eğitime ve test başarımı Tablo 1. de verilmiştir. Eğitime başarımı hem MSE hem de MDL ölçütlerine göre verilirken, test başarımı sadece MSE ölçütüne göre verilmiştir. Önerilen bulanık sistem modeli hem eğitime fazında ve hem de test fazında daha iyi bir başarımla göstermiştir.



Şekil 4. a) Sugeno bulanık modeli için gerçek sistem çıkışı (sürekli çizgi) ve kestirilen çıkış (kesikli çizgi) b) Hata.



Şekil 5. ANFIS modeli için gerçek sistem çıkışı (sürekli çizgi) ve kestirilen çıkış (nokta).

Tablo 1: Yöntemlerin karşılaştırılması

| Model                          | Eğitime Başarımı |         | Test Başarımı (MSE) |
|--------------------------------|------------------|---------|---------------------|
|                                | (MDL)            | (MSE)   |                     |
| Sugeno bulanık sistem modeli   | -68.37           | 0.00209 | 0.00233             |
| ANFIS                          | -186.42          | 0.00100 | 0.00229             |
| Önerilen bulanık sistem modeli | -195.50          | 0.00015 | 0.00128             |



#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada sistem tanılama için yeni bir bulanık mantık modeli önerilmiştir. Önerilen model bilinen modellerle bir test sistemi üzerinde yapılan benzetim çalışması ile karşılaştırılmıştır. Önerilen bulanık sistem modelinin bilinen diğer bulanık sistem modellerine göre başarımının daha yüksek olduğu gösterilmiştir. (bakınız Tablo 1.)

#### 5. Kaynakça

- [1] Sjöberg, J., Zhang, Q., Ljung, L., Benveniste, A., Delyon, B., Glorennec, P.-Y., Hjalmarsson, H., Juditsky, A., "Nonlinear black-box modeling in system identification: a unified overview", *Automatica (Journal of IFAC)*, Volume 31, Issue 12, December 1995, pp. 1691 – 1724.
- [2] Wang, Li-Xin, "Design and analysis of fuzzy identifiers of nonlinear dynamic systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Jan 1995, Volume: 40, Issue: 1, on page(s):11-23.
- [3] Sbarbaro, D., Johansen, T.A. "Multiple local Laguerre models for modeling nonlinear dynamic systems of the Wiener class", *Control Theory and Applications, IEE, Proceedings*, Sep 1997, Volume: 144, Issue: 5, on page(s): 375-380.
- [4] Oliveira, G.H.C., Campello, R.J.G.B., Amaral, W.C., "Fuzzy Models within Orthonormal Basis Function Framework", *IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings*, August 22-25, 1999, Seoul, Korea
- [5] Tsoukalas, L.H., Uhrig, R.H., *Fuzzy and Neural Approaches in Engineering*, John Wiley&Sons, Inc., New York, 1997.
- [6] Campello, R.J.G.B., Amaral, W.C., "Takagi-Sugeno fuzzy models within orthonormal basis function framework and their application to process control", *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE'02*, Volume: 2, 1399-1404, 2002.
- [7] Campello, R.J. G. B., Meleiro, L. A. C., Amaral, W. C., "Control of a Bioprocess using Orthonormal Basis Function Fuzzy Models", *Proceedings 2004 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 25-29 July, 2004.
- [8] El Adel, E. M. Ouladsine, M., Radouane, L., "Predictive steering control using Laguerre series representation", *Control Applications, 2003(CCA 2003)*. *Proceedings of 2003 IEEE Conference on*, Volume 1, 23-25 June 2003 Page(s):439 - 445 vol.1
- [9] P. S. C. Heuberger and P. M. J. Van den Hof and Bo Wahlberg, *Modeling and Identification with Rational Orthonormal Basis*, Springer-Verlag, 2005.
- [10] Asyali, M.H., Juusola, M., "Use of Meixner functions in estimation of Volterra kernels of nonlinear systems with delay", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 52 (2): 229-237 Feb 2005.
- [11] Heuberger, P.S.C.; Van den Hof, P.M.J.; Bosgra, O.H., "A generalized orthonormal basis for linear dynamical systems", *Automatic Control, IEEE Transactions on* Volume 40, Issue 3, March 1995 Page(s):451 – 465
- [12] Alci, M., *Gradient Based Fuzzy Logic Systems Depending on Training*, PhD Thesis, SAU, January 1999.
- [13] Barron, A., Rissanen, J., Yu, B., "The minimum description length principle in coding and modeling", *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 44 (1998), No. 6, pp. 2743-2760.
- [14] Rissanen, J., "Universal coding, information, prediction, and estimation", *IEEE Trans. Information Theory*, Vol. 30, 1984, pp. 629-636.
- [15] Czekalski, P., "Evolution-Fuzzy Rule Based System with Parameterized Consequences", *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2006, Vol. 16, No. 3, 373–385.
- [16] Li, C., Cheng, K.H., Chang, Z.S., and Lee, J.D., "Hybrid Evolutionary Soft-Computing Approach For Unknown System Identification", *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, Vol.E89–D, No.4 April 2006.
- [17] Chung, W., Kim, E., "A New Two-Phase Approach to Fuzzy Modeling for Nonlinear Function Approximation", *IEICE Trans. Inf. & Syst.*, Vol. E89–D, No. 9, September 2006.

## Raylı Taşıt Titreşimlerinin Bulanık PID Kontrolör ile Aktif Kontrolü

Muzafer Metin<sup>1</sup>, Rahmi Güçlü<sup>2</sup>, Hakan Yazıcı<sup>3</sup>, N. Sevgi Yalçın<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
mmetin@yildiz.edu.tr

<sup>2</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
guclu@yildiz.edu.tr

<sup>3</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
hyazici@yildiz.edu.tr

<sup>4</sup>İnşaat Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
nsyalcin@yildiz.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, 6 serbestlik dereceli raylı taşıt titreşimlerinin aktif kontrolü için, Bulanık PID kontrolör tasarımı yapılmıştır. Titreşimlerin aktif kontrolü için, Bulanık PI ve Bulanık PD kontrolörlerin birleştirilmesiyle elde edilen Bulanık PID kontrolör, dayanıklı yapısı ve üstün performansı nedeniyle tercih edilmiştir. Konforlu bir yolculuk için raylı taşıt gövdesi ve bojisi arasına yerleştirilecek bir kontrolör vasıtasıyla, raylı taşıt gövdesi ve özellikle yolcu koltuğu titreşim genlikleri ve ivmelenmeleri minimize edilmiştir. Raylı taşıt, yolcu koltuğu ve süspansiyon sistemi, taşıt gövdesi, boji, birincil-ikincil süspansiyonlar ve tekerlekler gözönüne alınarak modellenmiştir. Bu dinamik model tasarlanırken, tekerlek-ray etkileşimi Hertz yayı ile lineerleştirilmiş ve bu şekilde sisteme dahil edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, titreşim genlikleri ve ivmeleri zaman ve frekans alanında, kontrolörlü ve kontrolsüz durumlar için gösterilmiş ve yorumlanmıştır.

### 1. Giriş

Uzun yıllar boyunca raylı sistem titreşim problemleri yalnızca makine mühendisliği disiplini altında incelenmiştir. Fakat bilindiği gibi raylı taşıtlarda da, yolcu konforu açısından karayolu taşıtları gibi aktif olarak kontrol edilmesi gereken titreşimler meydana gelmektedir. Bu nedenle kontrol teknolojilerinde, taşıtlarda süspansiyon cevaplarına yönelik kontrol çalışmaları büyük önem taşımaktadır. Raylı sistemlerde taşıtların yüksek hızlara ulaşmasıyla birlikte, taşıta ait dinamik davranışların ve konfor problemlerinin incelenmesi ve titreşimlerinin kontrolü ayrıca önem kazanmıştır. Raylı taşıtlar üzerinde uygulanan titreşim kontrolü yaygın olarak, aktuatörün birincil ve/veya ikincil süspansiyonlara uygulanmasıyla gerçekleştirilir. Bu çalışmada ise taşıt gövdesi ve bojisi arasında bulunan ikincil süspansiyon sistemi üzerinden bir kontrol gerçekleştirilecektir.

Raylı taşıt modelinde, tekerlek ve ray arasındaki etkileşim lineer değildir. Ancak, bu etkileşim modeli, Hertz yayı kullanmak vasıtasıyla basitleştirilerek lineer bir çözüme gidilmektedir [1,2]. Farklı bir yaklaşımla, Dukkpati ve Dong tekerlek ve ray etkileşimini çoklu yay etkileşimi olarak modellemişlerdir [3].

Basitliği ve uygulama kolaylığı nedeni ile birçok çalışmada ve bu çalışmada da çeyrek raylı taşıt modeli kullanılmıştır. Titreşimlere neden olan bozucu etki olarak sinüzoidal bir yol düzensizliği raylı taşıt sistemine etki ettirilmiştir. Son yıllarda, raylı taşıta düşey titreşimler için, birçok araştırmacı lineer veya lineer olmayan kontrol yöntemi uygulamıştır.

Stribersky ve diğerleri raylı sistem titreşimleri için yarı aktif sönümleme sistemi üzerinde çalışmalar yapmışlardır [4]. Bu şekilde raylı taşıtta seyir konforunu geliştiren çeşitli uygulamalar gerçekleştirmişlerdir. Foo ve Goodall, raylı taşıta ait ikincil süspansiyonlara aktif kontrolör uygulayarak taşıt gövdesinin düşey ivmelenmelerini minimize etmişlerdir [5]. Raylı taşıt ve yol yapısına ait dinamik model sonlu elemanlar yöntemiyle X. Lei ve N.-A. Noda tarafından çıkarılıp dinamik açıdan incelenmiştir [6]. Güçlü, 8 serbestlik dereceli tam taşıt modeline ait dinamik davranışları, PID kontrolörlü aktif süspansiyon sistemine sahip yolcu koltuğu için incelemiştir [7]. Bir başka çalışmada ise, aynı modelin bulanık mantık kontrolörlü aktif süspansiyon sistemine sahip yolcu koltuğunun dinamik davranışlarını incelemiştir [8]. Rao ve Prahlad raylı taşıtlar için ayarlanabilen bir bulanık mantıklı kontrolör uygulaması gerçekleştirmiştir [9]. Yağız ve Gürsel, esnek modellenmiş bir raylı taşıt vagonuna ait sürüş konforunun iyileştirilmesi için bir kayan kipli kontrolör uygulamışlardır [10].

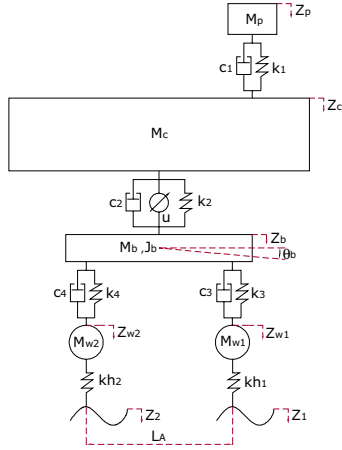
Taşıt titreşimlerinin aktif kontrolünde güvenlik ve konfor gerekli performans kriterleridir. Bu çalışmada 10 cm genlikli ve 20 m periyotlu sinüzoidal yol düzensizliğine sahip bir demiryolunda seyir halindeki raylı taşıtta oluşan titreşimlerin aktif kontrolü gerçekleştirilmiştir. Oransal, integral ve türev kontrol etkilerini içinde barındıran Bulanık PID kontrolör

tasarımı ile gerekli performans kriterlerine ulaşılmaya çalışılmıştır.

## 2. Altı Serbestlik dereceli demiryolu taşıtının dinamik modeli

### 2.1 Raylı taşıt modeli

Şekil 1'de klasik çeyrek raylı taşıt modeli gösterilmiştir.



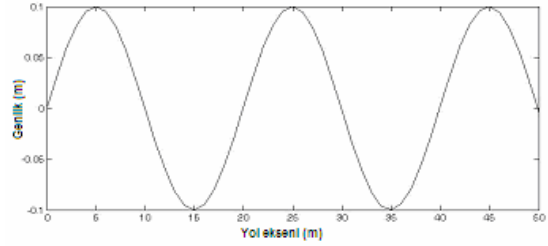
Şekil 1: Çeyrek raylı taşıt modeli.

Mekanik sisteme uygulanan yol girişleri, yük değişimleri vb. sistem girdilerini oluşturmaktadır. Sistem çıktıları ise taşıt gövdesi ve yolcu koltuğuna ait ivme ve yerdeğiştirme değerleridir. Pasif sistem tepkisi kütle, yay, sönümleme oranları gibi parametrelere ve süspansiyon geometrisine bağlıdır.

Aktif süspansiyon yapısı pasif süspansiyona göre daha karmaşık yapıda bir dinamik sistemdir. Aktif süspansiyon performansı, sensörlere, aktuatörlere ve kontrolcünün donanım ve yazılımına bağlıdır.

Çeyrek raylı taşıt modelinde  $M_p$  yolcu koltuğunun kütlesi,  $M_c$  raylı taşıt gövdesinin kütlesi,  $M_b$  boji kütlesi,  $J_b$  boji atalet momenti,  $M_{w1}$  ve  $M_{w2}$  bojinin altında yer alan birinci ve ikinci tekerlek kütleleridir.  $k_1$ ,  $c_1$  sırasıyla yolcu koltuğunun süspansiyon rijitliğini ve sönümleme katsayısını;  $k_2$ ,  $c_2$  ise sırasıyla ikincil süspansiyon rijitliğini ve sönümleme katsayısını ifade etmektedir.  $k_3$ ,  $k_4$  ve  $c_3$ ,  $c_4$  birincil süspansiyon rijitlik ve sönümleme katsayılarını;  $k_{h1}$  ve  $k_{h2}$  ise tekerlek-ray temasını ifade etmek için kullanılan doğrusal formdaki Hertz yay rijitliklerini ifade etmektedir.  $u$  ise aktuatörün oluşturduğu kuvvettir. Tüm bu parametrelere ilişkin değerler Ek'te verilmiştir.

$z_1(t)$  ve  $z_2(t)$  yoldaki düzensizliklerden dolayı tekerlek kütlelerine uygulanan bozucu girişlerdir. Bu girişler, raydaki düzensizlikler olup, bir sinüs fonksiyonu şeklinde ifade edilmiştir (Şekil 2).



Şekil 2: Yoldaki düzensizlik.

Bu model altı serbestlik derecesine sahiptir, bunlar  $z_p$ ,  $z_c$ ,  $z_b$ ,  $\theta_b$ ,  $z_{w1}$  ve  $z_{w2}$ 'dir.  $z_p$  yolcu koltuğunun düşey hareketini;  $z_c$  raylı taşıt gövdesinin düşey hareketini;  $z_b$  bojinin düşey hareketini,  $\theta_b$  bojinin dönmesini,  $z_{w1}$  ve  $z_{w2}$  ise ön ve arka tekerleğin düşey hareketlerini ifade etmektedir.

Demiryolu taşıtına ilişkin hareket denklemleri Lagrange Eşitliği kullanılarak elde edilmiştir. Sistemin hareket denklemleri:

$$[M]\ddot{z} + [C]\dot{z} + [K]z = Fz + Fu \quad (1)$$

burada,  $z = [z_p, z_c, z_b, \theta_b, z_{w1}, z_{w2}]^T$ ,  $Fz = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ k_{h1} \cdot z_1 \ k_{h2} \cdot z_2]^T$  ve  $Fu = [0 \ u \ -u \ 0 \ 0 \ 0]^T$ .

$Fz$ , titreşimlere neden olan bozucu etki olarak sinüzoidal bir yol düzensizliğidir. Bu düzensizlik raylı taşıt sistemine rijit tekerlekler vasıtası ile etkimektedir.  $Fu$ , bir aktuatör tarafından uygulanan kontrol kuvvetidir.  $[M]$ ,  $[C]$  ve  $[K]$  ise sırasıyla kütle, sönümleme ve rijitlik matrisleri olup Ek'te verilmiştir.

### 2.2 Tekerlek-ray etkileşimi ve Hertz temas yayı

Çoğu taşıt-yol hasarı, tekerlek-ray ara yüzeyinde oluşan dinamik kuvvetlerden kaynaklanmaktadır. Taşıt-yol etkileşimi esnasında oluşan kuvvetler tekerlek-ray temas alanı ile iletilirler. Tekerlek ile ray arasındaki temas alanının geometrisinden dolayı, dinamik tekerlek-ray etkileşimi için kuvvet ve çökme arasındaki ilişki Hertz temas yayı ile tanımlanır. Hertz temas yayı lineer olmayıp, temas kuvveti ile ray-tekerlek temas yüzeyinde oluşan çökme arasındaki ilişkiye bağlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilir [2];

$$F = c_h \cdot y^{3/2} \quad [N] \quad (2)$$

eşitlikte yer alan  $c_h$  [ $Nm^{-3/2}$ ] değeri, tekerlek ve rayın yarıçap ve malzeme özelliklerine bağlı bir sabittir. Tekerlek-ray arasındaki ilişkiyi ifade etmek üzere tüm bileşenlerin lineer olması gerekir; dolayısıyla Hertz yayının da lineer bir şekilde tanımlanması gerekir. Hertz temas rijitliğinin lineer değeri, statik tekerlek yüküne bağlı olarak kuvvet-yerdeğiştirme ilişkisinden elde edilebilir ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilir [2];

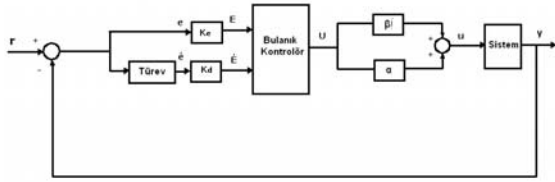
$$k_h = dF/dy = 3(c_h^{2/3} \cdot F^{1/3})/2 \quad [N/m] \quad (3)$$

eşitlikte  $c_h$ , Hertz yay sabitini,  $F$  ise statik tekerlek kuvvetini temsil etmektedir.

### 3. Bulanık PID kontrolör tasarımı

Bulanık mantık ilk defa Zadeh tarafından yayınlanan “Fuzzy Sets” isimli makale ile ortaya koyulmuştur [11]. Bu çalışmadan sonra bu konu birçok bağımsız çalışmanın odak noktası olmuştur. Kontrol alanında da üstün performansı, kolaylığı, dayanıklı yapısı ile geniş bir kullanım alanı bulmuştur.

Literatürde, Bulanık PID (PI ve PD yapılarını içeren) için çok sayıda kontrolör yapısı önerilmektedir. Bulanık PD kontrolörün kalıcı durum hatasını ortadan kaldırması güç olduğundan, bulanık PI kontrolör daha kullanışlıdır. Bunun yanında Bulanık PI kontrolör yüksek dereceli sistemlerin geçici rejim cevaplarında düşük performans gösterir. Bu nedenle uygulamada Bulanık PID kontrolör daha yararlıdır. Oransal, integral ve türev kontrol etkilerini bir arada elde etmek için uygun bir şekilde PI ve PD kontrol etkisini birleştirerek Bulanık PID yapısı elde edilir. Bu yapı, Bulanık PD kontrolörün çıkışının, kontrolör çıkışına eklenen integratör ile toplanmasıyla elde edilir [12]. Şekil 3’te iki giriş tek çıkışlı Bulanık PID kontrolörün blok diyagramı gösterilmektedir.



Şekil 3: Bulanık PID kontrolörün blok diyagramı.

Bulanık PID kontrolörün çıkışı aşağıdaki gibidir;

$$u = \alpha U + \beta \int U dt \quad (4)$$

Burada U Bulanık Mantıklı Kontrolörün (BMK) çıkışıdır. BMK’nın giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$U = A + PE + D\dot{E} \quad (5)$$

burada  $E = K_e \cdot e$  ve  $\dot{E} = K_d \cdot \dot{e}$ ’dir ve kontrolör çıkışı aşağıdaki gibi elde edilir;

$$u = \alpha A + \beta A t + \alpha K_e P e + \beta K_d D e + \beta K_e P \int e dt + \alpha K_d D \dot{e} \quad (6)$$

Böylece, bulanık PID’nin eşdeğer kontrol elemanları aşağıdaki gibi elde edilir;

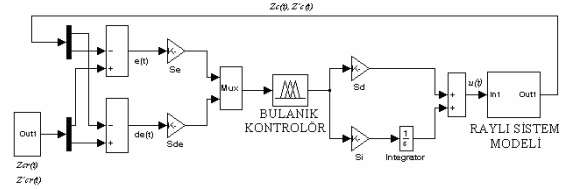
$$\text{Oransal Kazanç} : \alpha K_e P + \beta K_d D \quad (7)$$

$$\text{İntegral Kazancı} : \beta K_e P \quad (8)$$

$$\text{Türev Kazancı} : \alpha K_d D \quad (9)$$

Bu çalışmada Matlab-Simulink ve Fuzzy Toolbox kullanılmıştır. Çok serbestlik dereceli sistem için bulanık

mantıklı kontrolöre hatalar ( $e = z_{cr} - z_c$ ) ve hataların türevleri ( $de/dt = \dot{z}_{cr} - \dot{z}_c$ ) raylı taşıt gövde hareketinden giriş olarak alınmıştır. Kontrolör kuvveti (u) ise bunların çıkışını temsil etmektedir. Bozucu etki olarak, sinüzoidal bir yol düzensizliği raylı taşıt sistemine etki ettiği düşünülmüştür. Referans değerleri sıfır olacak şekilde düşünülmüştür ( $z_{cr} - \dot{z}_{cr}$ ). Şekil 4’te tasarlanan bulanık PID kontrolöre ait simulink blok diyagramı gösterilmektedir.



Şekil 4: Bulanık PID kontrolör simulink blok diyagramı.

Tablo 1.’de ise giriş değişkenleri gösterilmektedir. Burada dilsel değişkenler olarak kullanılan P, N, Z, B, M, S; Pozitif (Pozitive), Negatif (Negative), Sıfır (Zero), Büyük (Big), Orta (Medium) ve Küçük (Small) anlamına gelmektedir. İki girişli tek çıkışlı Bulanık PID kontrolör için giriş ve çıkış üyelik fonksiyonları [-1 1] aralığında tanımlanmıştır (Şekil 5). Giriş üyelik fonksiyonları, hata (e) için beş ve hatanın türevi (de) için üç adet üçgen üyelik fonksiyonu seçilmiştir. Üçgen üyelik fonksiyonları birbirlerini %50 oranında kapsamaktadır. Yaygın olarak kullanılan üçgen üyelik fonksiyonları seçilerek kontrolörün performansının artırılması amaçlanmıştır. Çıkış üyelik fonksiyonları için yine [-1 1] aralığında 9 adet üçgen üyelik fonksiyonu seçilmiştir. Giriş ve çıkış üyelik fonksiyonları kullanılarak kural tabanında 15 adet kural yazılmıştır. Se, Sde, Si ve Sd ölçekleme faktörleri ile [-1 1] aralığında tanımlanan giriş ve çıkış için üyelik fonksiyonları ölçeklendirilmiştir (Şekil 4). Ölçeklendirme faktörlerinin değerleri Ek’te verilmiştir.

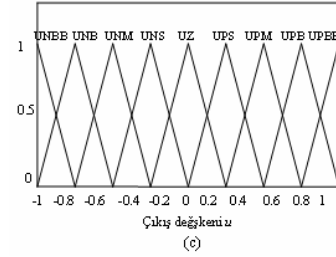
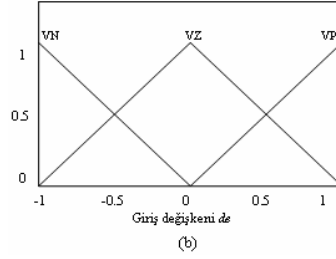
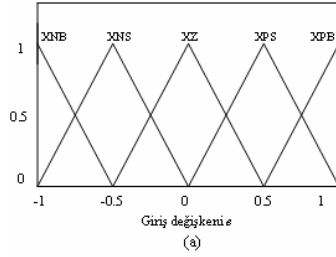
Tablo 1: Bulanık mantıklı kontrolör için kural tabanı.

|          |     | Hatanın Türevi (de/dt) |     |     |
|----------|-----|------------------------|-----|-----|
|          |     | VN                     | VZ  | VP  |
| Hata (e) | XNB | UNB                    | UNM | UNS |
|          | XNS | UNM                    | UNS | UZ  |
|          | XZ  | UNS                    | UZ  | UPS |
|          | XPS | UZ                     | UPS | UPM |
|          | XPB | UPS                    | UPM | UPB |

Tablo 1 kullanılarak aşağıdaki kural tabanı oluşturulmuştur. Kuralların yazımı aşağıda verilen örnekteki gibidir:

IF e is XNB and de/dt is VN THEN u is UNB.

Bu çalışmada, bulanıklaştırma işlemi için tüm kurallar Mamdani Yöntemi kullanılarak yazılmıştır. Durulaştırma için ise Merkez (Centroid) Yöntemi kullanılmıştır.

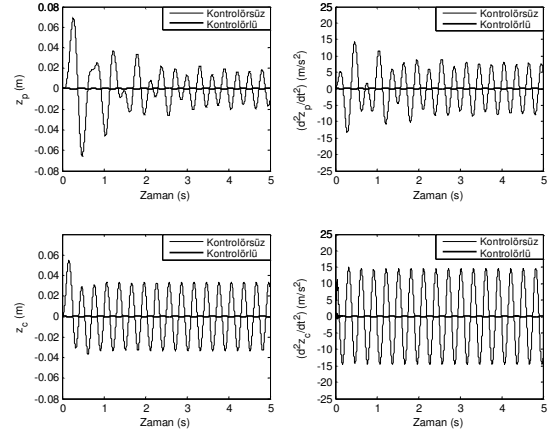


Şekil 5: Hataya ait (a), hatanın türevine ait (b), kontrol sinyalinin (c) üyelik fonksiyonları.

#### 4. Simülasyon sonuçları

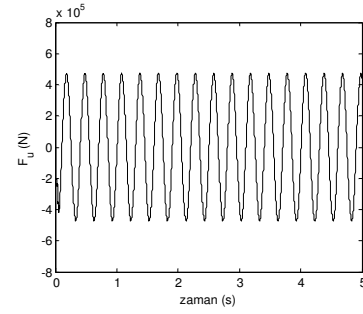
Sürüş performansı değerlendirilmesinde asıl incelenmesi gereken, yolcuya ait konfor seviyesidir. Sürüş emniyeti için bakıldığında bu değerlendirmenin yerdeğişimi cevaplarına bağlı olduğu, konfor seviyesinin ise ivme cevaplarına bağlı olduğu görülecektir. Bulanık PID kontrolör, her iki cevap şekli dikkate alınarak, cevapların müsaade edilebilir sınırlar içerisinde kalması sağlanacak şekilde tasarlanmıştır.

Şekil 6'da taşıt gövdesinin ve sürücü koltuğunun kontrolsüz ve kontrolörlü yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları gösterilmektedir. Tasarlanan Bulanık PID kontrolör ile titreşim genlikleri minimize edilmiştir. Özellikle ivme cevaplarında elde edilen sonuçlar oldukça başarılıdır.



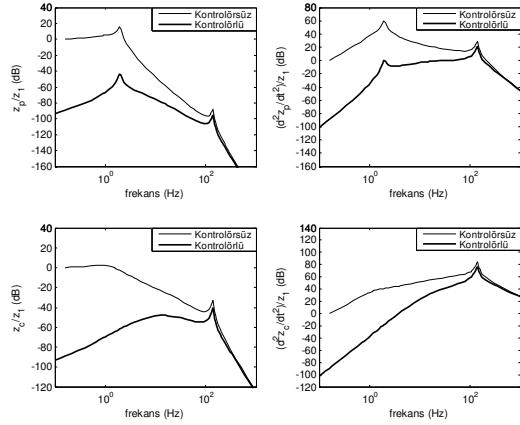
Şekil 6: Taşıt gövdesinin ve sürücü koltuğunun kontrolsüz ve kontrolörlü yerdeğiştirme ve ivmelerinin zaman cevapları.

Kontrol kuvvetindeki değişim Şekil 7'de gösterilmektedir.



Şekil 7: Bulanık PID kontrolör için kontrol kuvvetindeki değişim.

Sistem 6 serbestlik derecesine sahip olduğu için, sisteme ait 6 adet rezonans değeri olacaktır. Bu değerler: 0.92, 1.96, 7.64, 8.40, 137.74 ve 137.74 Hz'dir. Şekil 8'de Taşıt gövdesinin ve sürücü koltuğunun kontrolsüz ve kontrolörlü yerdeğiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları gösterilmektedir.



Şekil 8: Taşıt gövdesinin ve sürücü koltuğunun kontrolsüz ve kontrolörlü yerdeğiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları.

Beklenildiği gibi yüksek genlikli eğriler kontrolsüz duruma aittir. Tasarlanan Bulanık PID kontrolör ile rezonans değerleri iyileştirilmiş ve rezonans bölgeleri bastırılarak, hem ivme hem de yerdeğiştirmeler gözönüne alındığında iyi sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, eğrilerde görülen rezonans frekansları, hesapla bulunan raylı sistemin doğal frekanslarıyla çakışma göstermektedir. Bu da, yapılan simülasyonun doğruluğunu kanıtlamaktadır.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, 6 serbestlik dereceli olarak modellenen raylı taşıtın 10 cm genlikli ve 20 m periyotlu sinüzoidal yol düzensizliğine sahip bir demiryolunda, 240 km/saat seyir hızıyla hareket etmesi durumunda, yolcu koltuğu ve taşıt gövdesinde oluşan düşey titreşimler incelenmiştir. Kontrolörlü ve kontrolsüz durumlar için yerdeğiştirme ve ivme cevapları zaman ve frekans alanında gösterilmiştir. Tasarlanan Bulanık PID kontrolör ile elde edilen genlik ve ivme cevaplarının kontrolsüz duruma göre minimize edildiği görülmüş ve yolcu konforu açısından gerekli performansa başarıyla ulaşılmıştır. Uygulanan kontrolör yapısının aktif titreşim kontrolünde önemli bir potansiyele sahip olduğu gözlemlenmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] H. Jenkins, J. Stephenson, G.A. Clayton, G.W. Morland and D. Lyon, "The Effect of Track and Vehicle Parameters on Wheel/Rail Vertical Dynamic Forces" Railway Engineering Journal, January, 2–16 (1974).
- [2] C. Esveld, "Modern Railway Track", MRT Productions, Netherlands (2001).
- [3] R.V. Dukkipati and R. Dong, "The Dynamic Effects of Conventional Freight Car Running

Over A Dipped-Joint", Vehicle System Dynamics, **31**, 95–111 (1999).

- [4] A. Stribersky, A. Kienberger and H. Muller, "Design and Evaluation of a Semi-Active Damping System for Rail Vehicles", Vehicle System Dynamics Supplement, **28**, 669-681 (1998).
- [5] E. Foo and R.M. Goodall, "Active Suspension Control of Flexible-Bodied Railway Vehicles Using Electro-Hydraulic and Electro-Magnetic Actuators", Kontrol Eng. Practice, **8**, 507-518 (2000).
- [6] X. Lei, N.-A. Noda, "Analyses of Dynamic Response of Vehicle and Track Coupling System with Random Irregularity of Track Vertical Profile", Journal of Sound and Vibration, **258**(1), 147–165 (2002).
- [7] R. Guclu, "Active Control of Seat Vibrations of a Vehicle Model Using Various Suspension Alternatives", Turkish J. Eng. Env. Sci., **27**, 361- 373 (2003).
- [8] R. Guclu, "Fuzzy Logic Kontrol of Seat Vibrations of a Non-Linear Full Vehicle Model", Nonlinear Dynamics, **40**, 21-34 (2005).
- [9] M.V.C. Rao, and V. Prahlad, "A Tunable Fuzzy Logic Controller for Vehicle-Active Suspension Systems", Fuzzy Sets and Systems, **85**, 11-21 (1997).
- [10] N. Yagiz, A. Gursel, 'Active Suspension Kontrol of a Railway Vehicle with a Flexible Body', Int. J. Vehicle Autonomous Systems, **3**(1), 80-94 (2005).
- [11] L. Zadeh, "Fuzzy Sets", Journal of Information and Kontrol, **8**, 338-353 (1965).
- [12] Karasakal, O., Yesil, E., Guzelkaya, M. and Eskin, I., "Implementation of a New Self-Tuning Fuzzy PID Controller on PLC.", Turk J. Elec Engin, Vol. 13, No. 2, pp. 277-286 (2005).

## 7. Ek

Altı serbestlik dereceli raylı taşıt modeli parametreleri;

| Kütle Değerleri            | Rijitlik Değerleri                  | Sönümleme Değerleri         | Diğer Parametreler      |
|----------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-------------------------|
| $M_p = 100 \text{ kg}$     | $k_1 = 15000 \text{ N/m}$           | $c_1 = 150 \text{ Ns/m}$    | $L_A = 2.4 \text{ m}$   |
| $M_c = 20000 \text{ kg}$   | $k_2 = 800000 \text{ N/m}$          | $c_2 = 217400 \text{ Ns/m}$ | $V = 240 \text{ km/sa}$ |
| $M_b = 2200 \text{ kg}$    | $k_3 = 2130000 \text{ N/m}$         | $c_3 = 120000 \text{ Ns/m}$ | $a = 0.1 \text{ m}$     |
| $M_{w1} = 1900 \text{ kg}$ | $k_4 = 2130000 \text{ N/m}$         | $c_4 = 120000 \text{ Ns/m}$ | $y = 20 \text{ m}$      |
| $M_{w2} = 1900 \text{ kg}$ | $c_h = 1.10^{11} \text{ N/m}^{3/2}$ |                             | $F = 85 \text{ kN}$     |
| $J_b = 2200 \text{ kgm}^2$ |                                     |                             |                         |

$L_A$  : Dingil açıklığı

$V$  : Raylı taşıt hızı

$a$  : Yol düzensizliklerinin genliği

$y$  : Yol düzensizliklerinin dalga boyu

| Bulanık PID Kontrolör<br>giriş- çıkış ölçekleme faktörleri: |
|---|
| Se = 4  |
| Sde = 1   |
| Sd = 96900000   |
| Si = 8000000000   |

Kütle Matrisi;

$$: \begin{pmatrix} M_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_c & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{w1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{w2} \end{pmatrix}$$

Sönümleme Matrisi;

$$\begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 + c_4 & \frac{L_A \cdot (c_3 - c_4)}{2} & -c_3 & -c_4 \\ 0 & 0 & \frac{L_A \cdot (c_3 - c_4)}{2} & \frac{L_A^2 \cdot (c_3 + c_4)}{4} & \frac{-L_A \cdot c_3}{2} & \frac{L_A \cdot c_4}{2} \\ 0 & 0 & -c_3 & \frac{-L_A \cdot c_3}{2} & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & \frac{L_A \cdot c_4}{2} & 0 & c_4 \end{bmatrix}$$

Rijitlik matrisi;

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 & \frac{L_A \cdot (k_3 - k_4)}{2} & -k_3 & -k_4 \\ 0 & 0 & \frac{L_A \cdot (k_3 - k_4)}{2} & \frac{L_A^2 \cdot (k_3 + k_4)}{4} & \frac{-L_A \cdot k_3}{2} & \frac{L_A \cdot k_4}{2} \\ 0 & 0 & -k_3 & \frac{-L_A \cdot k_3}{2} & k_3 + k_{h1} & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & \frac{L_A \cdot k_4}{2} & 0 & k_4 + k_{h2} \end{bmatrix}$$

# Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Doğrudan Moment Kontrolü için Minimum Moment Dalgalanması Sağlayan Algoritma ve Bulanık Mantık Kontrolörün Geliştirilmesi

Kayhan Gülez<sup>1</sup>, Ali Ahmed Adam<sup>1</sup>, Nuh Erdoğan<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Fakültesi  
Elektrik Mühendisliği Bölümü  
34349 Beşiktaş-İstanbul  
Fax: 0212-2594869

gulez@yildiz.edu.tr, aliadam999@yahoo.com, nuh@yildiz.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun (KMSM) Doğrudan Moment Kontrolü (DMK) ile ilişkili moment dalgalanmalarını minimize etmek için bir bulanık mantık kontrolör (BM\_DMK) sunulmaktadır. Bu sistem, hızlı moment cevabı değerlerine ulaşmakta, moment hatası, akı hatası ve stator akı pozisyon durumu kullanılmaktadır. Bu işlem için, bir aktif vektörü belirlemek amacıyla, bu vektörün aktif anahtarlama zamanı, moment hatası ve akı hatasının genliklerinin bulanıklaştırılmasının bir sonucu olarak seçilmektedir. Bu çeşit bir bulanık mantık kontrolörün çıkışı genlik seviyesindeki hataları izlemek amacıyla inverterdeki anahtarlama adaptasyonu sağlamak için kullanılır. Bu durumda, inverterdeki anahtarlamanın düzenlenmesi, klasik Histeresis Doğrudan Moment Kontrolü (HDMK) ile karşılaştırıldığında hızlı moment cevabı ve minimum moment dalgalanması şeklinde sonuçlanır. Buna ilave olarak, Uzak Vektör Modülasyonlu Doğrudan Moment Kontrolüne göre daha az anahtarlama kayıpları elde edilir. Simülasyon sonuçları moment ve akım dalgalanmalarında önemli derecede azalma göstermektedir. Bu simülasyon sonuçları aynı zamanda deneysel sonuçlarla da desteklenmektedir.

## 1. Giriş

Son kırk yılda magnetik malzemelerdeki gelişmeler ve yüksek güç yoğunluğunun avantajları, daha az bakım ve yüksek moment/atalet oranı gibi değerler KMSM'leri yüksek performanslı sürücülerle birlikte geniş bir şekilde kullanılır hale getirmiştir.

Robotik, servo uygulamaları ve radar izleme gibi tahrik sistemlerinde, momentin hızlı cevap ve doğru dinamik değer olarak sağlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Pratik olarak bu değerler eksel transformasyon gerektirmeyen ve parametre değişimlerine karşı hassas olmayan (stator direnci hariç) Histeresis Doğrudan Moment Kontrolü (HDMK) ile başarılmaktadır. Ancak, bu kontrol metodu ile elde edilen moment dalgalanmaları bu tür bir kontrol algoritmasının önemli dezavantajlarını içermektedir [1, 2]. Literatürde, Uzak Vektör Modülasyonlu Doğrudan Moment Kontrolü [3, 4] gibi klasik kontrol algoritmaları bu problemi başarılı bir şekilde çözmüşlerdir. Ancak,

geliştirilen bu kontrol algoritmaları önemli derecede yavaş moment cevabı ve karmaşık yapıda kontrol sistemlerine sahiptir. Bu sistemlerdeki yavaş moment cevabı başlıca, referans gerilimi invertre yaklaştırmak için kullanılan devredeki PI kontrolörün varlığından kaynaklanmaktadır.

Diğer taraftan, bulanık mantık kontrolör (BMK) son zamanlarda kompleks klasik kontrol algoritmalarına bir alternatif olarak önerilmiştir. Buna ilave olarak, BMK motor kontrol sistemindeki lineersizlikleri ve belirsizlikleri giderme kabiliyetine de sahiptir.

KMSM'lerin sürülmesinde, BMK'lar asıl olarak referans momentini [6-8] tahmin etmek için kullanılan hız çevrimindeki PI kontrolörün yerine kullanılmıştır. [9, 10] nolu referanslarda, moment dalgalanma problemi belirlenmiş ve önemli sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, sistemdeki dinamik cevap yeterince hızlı değildir.

Bu çalışmada, hızlı moment cevabı değerlerine ulaşmakta, moment hatası, akı hatası ve stator akı pozisyon durumu kullanılmaktadır. Bu işlem için, bir aktif vektörü belirlemek amacıyla, bu vektörün aktif anahtarlama zamanı, moment hatası ve akı hatasının genliklerinin bulanıklaştırılmasının bir sonucu olarak seçilmektedir. Bu çeşit bulanık mantık kontrolörün çıkışı genlik seviyesindeki hataları izlemek amacıyla inverterdeki anahtarlama adaptasyonu sağlamak için kullanılır. Bu durumda inverterdeki anahtarlamanın düzenlenmesi, klasik Histeresis Doğrudan Moment Kontrolü (HDMK) ile karşılaştırıldığında hızlı moment cevabı ve minimum moment dalgalanması şeklinde sonuçlanır. Buna ilave olarak, Uzak Vektör Modülasyonlu Doğrudan Moment Kontrolüne göre daha az anahtarlama kayıpları elde edilir.

## 2. KMSM'nin Modeli

Rotor referans çerçevesindeki motor denklemleri aşağıdaki gibi verilir:

$$\begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + pL_{sd} & -P\omega_r L_{sq} \\ P\omega_r L_{sd} & R + pL_{sq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P\omega_r \psi_F \end{bmatrix} \quad (1)$$



$$T_e = \frac{3}{2} P(\psi_F i_{sq} + (L_{sd} - L_{sq}) i_{sd} i_{sq}) \quad (2)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = (T_e - T_L - \beta\omega_m) / J \quad (3)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (4)$$

Bu denklemlerde

$v_{sd}, v_{sq}$ : d-eksen ve q-eksen stator gerilimleri;

$i_{sd}, i_{sq}$ : d-eksen ve q-eksen stator akımları;

$R$ : stator sargısı kaçak direnci;

$L_{sd}, L_{sq}$ : d-eksen ve q-eksen stator endüktansları;

$p=d/dt$ : diferansiyel operatörü;

$P$ : motorun kutup çiftlerinin sayısı;

$\omega_r = P\omega_m$  : rotorun elektriksel hızı;

$\Psi_F$ : rotor permanent magnet akısları;

$Te$ : üretilen elektromagnetik moment;

$\theta_r$  : rotorun elektriksel pozisyonu;

KMSM için HDMK normal olarak iki histeresis kontrolör ile gerçekleştirilir. Bu kontrolörler sırası ile stator akı genlik hatası ve moment genlik hatasıdır. Her bir örnekleme zamanı için bir anahtarlama vektörünün seçilmesi bu iki kontrolörün işaretine bağlıdır. Bu örnekleme zamanları için geçici ve dinamik durumlarda üretilen hataların genliği ve uygulanan stator geriliminin seviyesi denetlenmez. Son zamanlarda, momentin dinamik cevabının, moment ve akı hata genliklerinin seviyesi kontrol edilerek, kontrol edilebileceği gösterilmiştir [11]. Bu iki kriter, uygulanan stator geriliminin fonksiyonlarıdır. Böylece, bu hatalara göre, uygulanan gerilimin ortalama değerini kontrol etmek minimum moment dalgalanmasını sağlayabilir. Bu yüzden ilgili kriter aşağıdaki gibi belirtilebilir,

$$T_e = f(V_s, \Delta\Psi(V_s), \Delta T_e(V_s)) \quad .(5)$$

Denklem (5) her örnekleme zamanında dinamik moment ile uygulanan stator ortalama gerilimi arasındaki lineer olmayan ilişkiyi gösterir. Bu durumda bulanık mantık kontrolör kullanmak kontrol edilen momentte minimum dalgalanma ile sonuçlanabilir.

### 3 Önerilen Kontrol Devresi

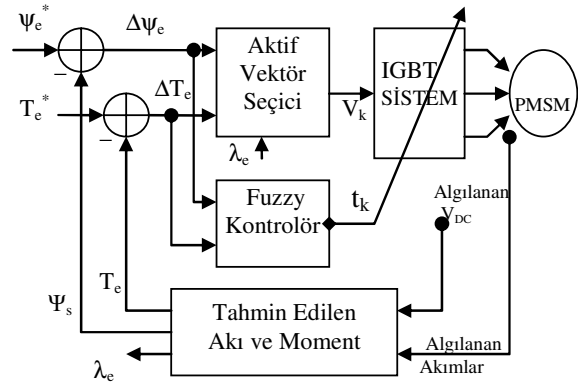
Minimum moment dalgalanması ve hızlı moment cevabı için önerilen devre Şekil 1’de gösterildiği gibidir.

### 3.1 Aktif vektör secici

Aktif vektör seçici blok, akı hatası ( $\phi$ ) ve moment hatası( $\tau$ ); ve de stator akı pozisyon sektörü ( $n$ )'nin durumlarını histeresis kontrolörlerin çıkışına cevap olarak, bir aktif vektör  $V_k$ 'yı seçmekte kullanılan algoritmayı içerir [11]. Vektör seçme grubu denklem 6'da gösterilmektedir. Bu denklemlerde sıfır vektörleri olan ( $V_0$  or  $V_7$ ) seçilmemektedir. Bu sıfır vektörlerin yerine inverterin

yerine inverterin adaptif anahtarlama durumları seçilmektedir.

$$\left. \begin{array}{l} \text{If } \phi=1 \text{ and } \tau=1 \text{ then } V_k=n+1 \\ \text{Else if } \phi=1 \text{ and } \tau=0 \text{ then } V_k=n-1 \\ \text{Else if } \phi=0 \text{ and } \tau=1 \text{ then } V_k=n+2 \\ \text{Else if } \phi=0 \text{ and } \tau=0 \text{ then } V_k=n-2 \\ \text{if } V_k > 6 \text{ then } V_k = V_k - 6 \\ \text{if } V_k < 1 \text{ then } V_k = V_k + 6 \end{array} \right\} \quad (6)$$



Şekil 1: Önerilen kontrol devresi.

### 3.2 Akı & Moment tahmin edici

Şekil 1’de gösterilen moment ve akı tahmin edici blok m örnekleme peryodunda akı ve moment değerlerini tahmin etmek için aşağıdaki (7-11) denklemlerini kullanır:

$$\psi_D(m) = \psi_D(m-1) + (V_D(m-1) - R_s i_D) T_s \quad (7)$$

$$\psi_o(m) = \psi_o(m-1) + (V_o(m-1) - R_s i_o) T_s \quad (8)$$

$$\psi_s = \sqrt{\psi_D^2 + \psi_Q^2}, \quad \rho_s = \tan^{-1} \frac{\psi_Q}{\psi_D} \quad .(9)$$

Bu durumda; döner D-Q eksen ortalama gerilimi ve akım bileşenleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} V_D(m-1) &= V_{Dk} t_k / T_s \\ V_Q(m-1) &= V_{Qk} t_k / T_s \\ i_D &= (i_D(m-1) + i_D(m)) / 2 \\ i_Q &= (i_Q(m-1) + i_Q(m)) / 2 \end{aligned} \quad .(10)$$

Moment değeri tahmin edilen akı değerleri kullanılarak aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

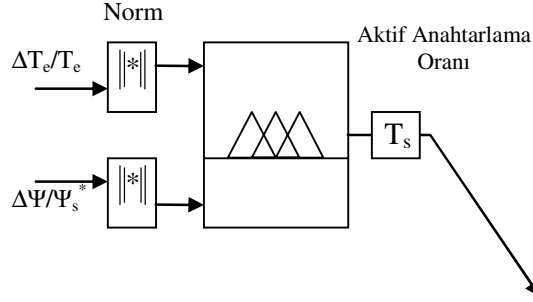
$$T_e = \frac{3}{2} P(\Psi_D(m)i_Q(m) - \Psi_Q(m)i_D(m)) \quad (11)$$

### 3.3 Bulanık Mantık Kontrolör

Bulanık mantık kontrolörün girişleri normalize edilmiş olan moment ve stator akı hatalarıdır. Çıkış, inverter anahtarlamasını adapte etmek için gerekli olan aktif anahtarlama zamanı ile sonuçlanan çok küçük örnekleme

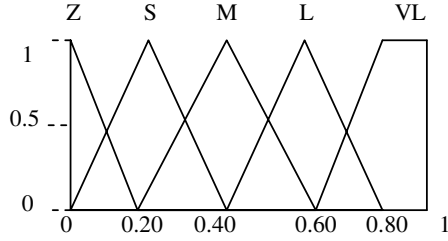
zamanıdır. Bulanık mantık kontrolörün yapısı şekil 2’de verilmiştir.

Kalıcı halde, moment ve akı hatalarının küçük değerde olmasına ihtiyaç vardır. Böylece, küçük bir örnekleme zamanı için, hem akı hem de moment cevaplarında yüksek dalgalanmalara izin vermeyen azaltılmış ortalama gerilim seviyesine gereksinim duyulur. Bu yüzden, biraz önce açıklanan nokta, üyelik fonksiyonları seçilirken dikkate alınmalıdır.

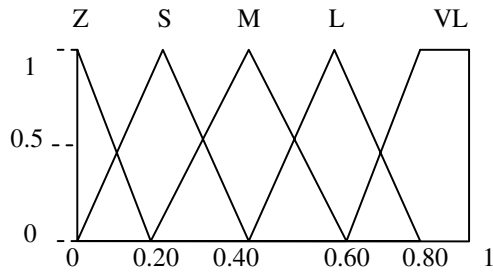


Şekil 2: Bulanık Mantık kontrolörün yapısı.

Bulanık mantık kontrolör için seçilmiş giriş üyelikleri şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3-a: Normalize edilmiş akı hatası



Şekil 3-b: Normalize edilmiş moment hatası

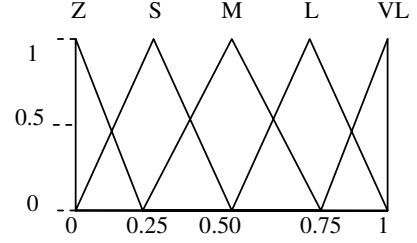
Sıfır üyeliğin aralığının akı ve moment hata histeresis kontrolörler için seçilen histeresis bantların genişliğinden daha büyük olmayacak şekilde dikkate alındığı bilinmelidir.

Bulanık mantık kontrolör seçilen örnekleme zamanının küçük bir bölümünde aktif anahtarlama oran değerini üretmek için bulanıklaştırılmış giriş değerlerinde çalışır. Aktif anahtarlama inverter zamanı örnekleme zamanı ile bulanık mantık çıkışının çarpımı olarak elde edilir. Çıkış fonksiyonunun üyelikleri şekil 4’te gösterilmektedir.

Bulanıklaştırılmış giriş değerlerine göre bulanıklaştırılmış çıkışı kontrol etmek için kural tabanı Tablo 1’de verilmektedir.

Giriş değişkenlerinin işlenmesinden sonra, durulaştırılmış

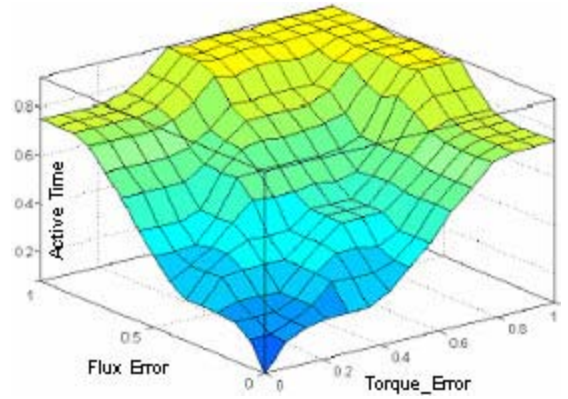
durulaştırılmış çıkışlar, aktif anahtarlama zamanı  $t_k$ ’nın çıkış değerine göre anahtarlamaı düzenlemek için inverter anahtarlama sistemlerine dağıtılır. Bulanık mantık kontrolörün 3 boyutlu gösterimi şekil 5’de verildiği gibidir.



Şekil 4: Çıkış fonksiyonunun üyelik fonksiyonu.

Tablo 1: Bulanık Mantık kontrolörün kural tabanı

| $\Delta\Psi$ | $\Delta T_e$ | Z | S | M  | L  | VL |
|--------------|--------------|---|---|----|----|----|
| Z            |              | Z | S | S  | M  | L  |
| S            |              | S | S | M  | M  | L  |
| M            |              | S | M | M  | M  | VL |
| L            |              | M | M | L  | L  | VL |
| VL           |              | L | L | VL | VL | VL |



Şekil 5: Bulanık Mantık kontrolörün 3-boyutlu gösterimi

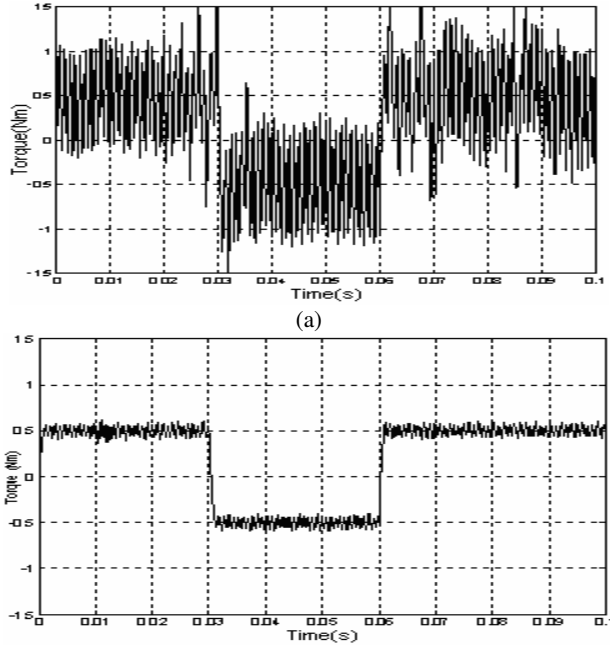
## 4 Simülasyon ve Deneysel Sonuçlar

Şekil 1’de gösterilen kontrol yapısının ilkönce MatLab/Simulink’de simülasyonu yapılmaktadır. Simülasyondan elde edilen sonuçlar aynı çalışma şartları altında deneysel sonuçlarla desteklenmektedir. Seçilen örnekleme zamanı 120  $\mu s$  olup, motor parametreleri Tablo 2’de verilmektedir.

### 4.1 Simülasyon Sonuçları

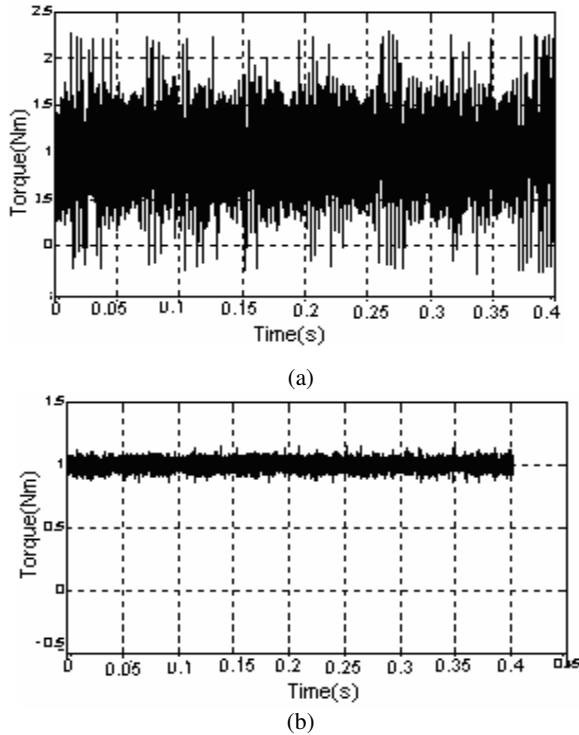
IGBT inverter içeren Matlab altındaki simülasyon sonuçları şekil 6-8’de gösterilmektedir. HDMK olarak BM\_DMK’nın dinamik moment cevabı referans moment

momenti uygun şekilde takip eder. BM\_DMK'nın (~0.5 Nm) moment dalgalanmaları şekil 6'da görüldüğü gibi HDMK'nın (~1.5Nm) sahip olduğundan daha küçüktür.

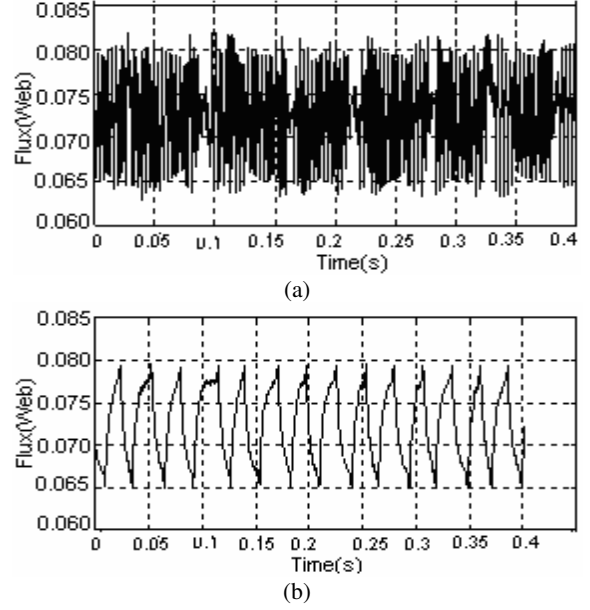


Şekil 6: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için dinamik moment cevabının simülasyon sonuçları

Kalıcı hal momentini 1 Nm yükte tutulur. Moment ve akımın simülasyon sonuçları sırası ile şekil 7 ve 8'de gösterildiği gibidir. Buradan da, önerilen BM\_DMK'nın HDMK'nın performansından daha iyi olduğu açıkça görülmektedir.



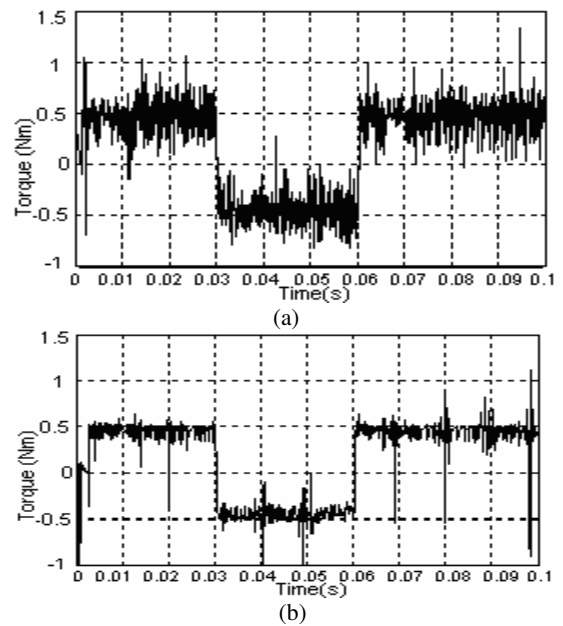
Şekil 7: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için kalıcı hal momentini



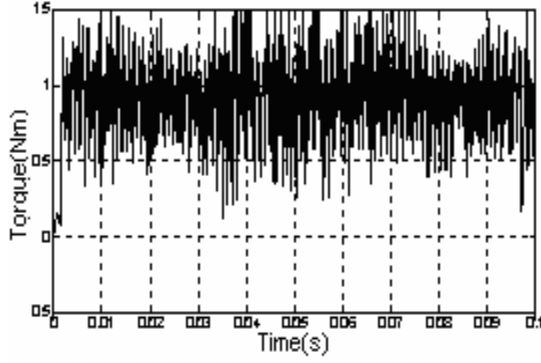
Şekil 8: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için stator akısı

#### 4.2 Deneysel Sonuçlar

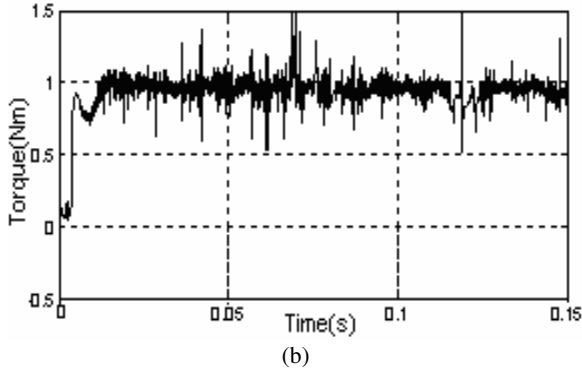
Test kart sistemi, KMSM-DC kuplaj motoru, güç modülü PS11035, akım ve gerilim sensörleri, AD7862 birimi, yardımcı güç ünitesi ve yazılım ile kontrolün yapıldığı bilgisayardan oluşmaktadır. Gerçek zamanda C++ algoritmasını koşturmak için kullanılan bilgisayar endüstriyel dijital giriş/çıkış PCI karar kartından meydana gelmektedir. Denklem (1-4)'te verilen prototip KMSM dinamik modelinin çözümü Runge Kutta metodunu kullanmaktadır. Şekil 6-8'de gösterilen simülasyon sonuçlarını destekleyen ölçülmüş dinamik moment, kalıcı hal momentini ve akı cevapları her iki durum HDMK ve önerilen BM\_DMK için Şekil 9-11'de verilmektedir.



Şekil 9: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için tahmin edilen dinamik moment

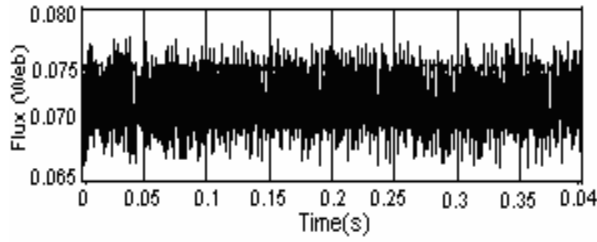


(a)

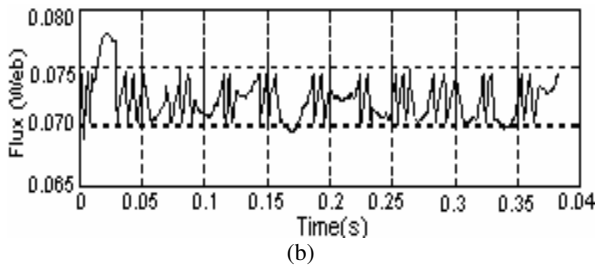


(b)

Şekil 10: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için tahmin edilen kalıcı hal momenti



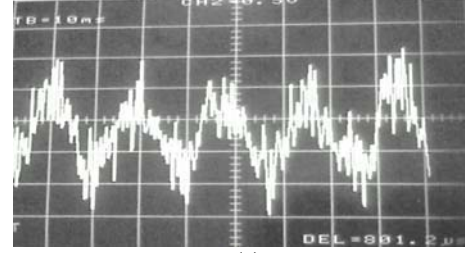
(a)



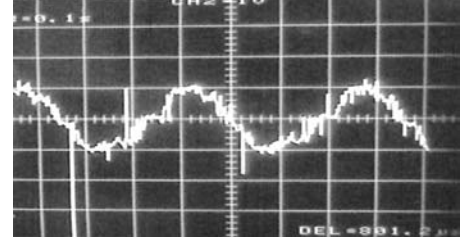
(b)

Şekil 11: (a) HDMK ve (b) BM\_DMK için tahmin edilen stator akısı

Her iki metot için hat akımı ve hat geriliminin osiloskop görüntüleri şekil 12 ve 13'de sırasıyla verilmektedir. Ölçme darbelerinden dolayı oluşan hatalar hariç olmak üzere, şekil 12-b'deki BM\_DMK için hat akım cevabı şekil 12-a'daki HDMK cevabı ile karşılaştırıldığında göreceli olarak minimum darbelerle sinüsoidal dalga şekline yaklaşmaktadır.



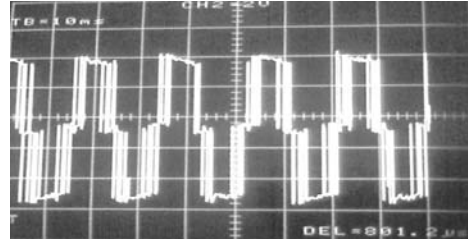
(a)



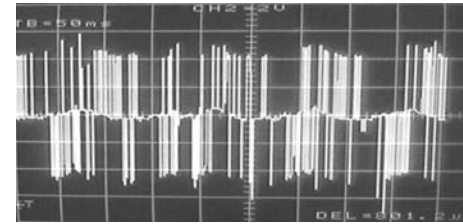
(b)

Şekil 12: Hat akımları: (a) HDMK (b) BM\_DMK

Şekil 13-b, zamanın kısa periyodu için BM\_DMK'ya sağlanan gerilim darbelerinin şeklini, şekil 13-a ise bir örnekleme periyodu boyunca uygulanan ortalama gerilimi azaltan HDMK'yı karşılaştırmalı olarak bize göstermektedir. Ancak, bu sonuç yüksek hıza ulaşmak için düşük hız çalışmada iki durumun mevcudiyetini gösterir. Birincisi DC gerilimi arttırmak diğeri ise Z üyeliği için aktif zamanı arttırmaktır.



(a)



(b)

Şekil 13: Motor hat gerilimi: (a) HDMK (b) BM\_DMK

Tablo 2: KMSM Parametreleri

|                          |          |                          |
|--------------------------|----------|--------------------------|
| Kutup çiftlerinin sayısı | P        | 4                        |
| Stator kaçak direnci     | $R_s$    | 0.43 Ohm                 |
| d-eksen endüktansı       | $L_{sd}$ | 2.6 mH                   |
| q-eksen endüktansı       | $L_{sq}$ | 3.2 mH                   |
| Permanent magnet akı     | $\Psi_F$ | 72.2 mWb                 |
| Atalet sabiti            | J        | 0.00033 Nms <sup>2</sup> |
| Sürtünme sabiti          | B        | 0.0                      |

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, KMSM'nin HDMK ile ilgili moment dalgalanmalarını minimize etmek için bir bulanık mantık DMK kontrolör önerilmektedir. Bu çalışmada, hızlı moment cevabı değerlerine ulaşmakta, moment hatası, akı hatası ve stator akı pozisyon durumu kullanılmaktadır. Bu işlem için, bir aktif vektörü belirlemek amacıyla, bu vektörün aktif anahtarlama zamanı, moment hatası ve akı hatasının genliklerinin bulanıklaştırılmasının bir sonucu olarak seçilmektedir. Bu çeşit bulanık mantık kontrolörün çıkışı genlik seviyesindeki hataları izlemek amacıyla inverterdeki anahtarlamaı adapte etmek için kullanılır. Bu durumda inverterdeki anahtarlamanın düzenlenmesi, klasik Histeresis Doğrudan Moment Kontrolü (HDMK) ile karşılaştırıldığında hızlı moment cevabı ve minimum moment dalgalanması şeklinde sonuçlanır. Buna ilave olarak, Uzay Vektör Modülasyonlu Doğrudan Moment Kontrolüne göre daha az anahtarlama kayıpları elde edilir. Simülasyon ve deneysel sonuçlar moment ve akım dalgalanmalarında önemli derecede azalma olduğunu göstermektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] Zhong, L., Rahman, M. F., Hu, W. Y. ve Lim, K. W., , "Analysis of Direct Torque Control in Permanent Magnet Synchronous Motor Drives", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 12, No. 3, pp.528-536, 1997.
- [2] Se-Kyo Chung, Hyun-Soo Kim and Myun-Joong Youn, "A new Instantaneous Torque Control of PM Synchronous Motor for High-Performance Direct-Drive Applications", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 13, No. 3, May 1998, pp. 388- 400.
- [3] D. Swierczynski, M. P. Kazmierkowski, F. Blaabjerg, "DSP Based Direct Torque Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Using Space Vector Modulation", *IEEE ISIE 2000*, Vol. 3, 26-29 May 2002, pp.723 - 727.
- [4] L. Tang, L. Zhong, M. F. Rahman and Y. Hu, "A Novel Direct Torque Controlled Interior Permanent Magnet Synchronous Machines Drive with Low Ripple in Flux and Torque and Fixed Switching Frequency", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 19, No. 2, March 2004, pp.346 - 354.
- [5] S. Edwar, M. B. Wahsh, "Feed Forward FLC for KMSM Drives", *Vehicle Electronics Conference*, 2001. IVEC 2001, 25-28 Sept. 2001 pp. 21-26.
- [6] B. Singh, B. P Singh and S. Dwivedi, "DSP Based Implementation of Fuzzy Pre-compensated PI Speed Controller for Vector Controlled KMSM Drive", *IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, ICIEA 2006. 1 May 2006, pp.1-6.
- [7] C. Butt, M. A. Hoque and M. A. Rahman, "Simplified Fuzzy Logic Based MTPA Speed Control of IKMSM Drive", *38th IAS Annual Meeting*, 2003 IEEE , Vol.

Meeting, 2003 IEEE , Vol. 1, 12-16 Oct. 2003 pp. 499-506.

- [8] M. Nasir Uddin, , T. S. Radwan, and M. Azizur Rahman, "Fuzzy-Logic-Controller-Based Cost-Effective Four-Switch Three-Phase Inverter-Fed IPM Synchronous Motor Drive System", *IEEE Transaction on Industry Applications*, vol. 42, no. 1, January /Feb. 2006, pp.21-30.
- [9] D. Sun, Y. He and J. G. Zhu, "Fuzzy Logic Direct Torque Control for Permanent Magnet Synchronous Motors", *Proceedings of the 5<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*, June 15-19, 2004, Hangzhou. P.R. China, pp.4401-4405
- [10] M. Jin, J. Qiu, C. Shi and R. Lin, "A Fuzzy DTC Method with a SVM Defuzzification to Permanent Magnet Synchronous Machine", *The 30<sup>th</sup> IECON* , November 2-6, 2004, Busan, Korea, pp.3196-3199.
- [11] K. Gulez, A. A. Adam and H. Pastaci, "A Novel Direct Torque Control Algorithm for IKMSM with Minimum Harmonics and Torque Ripples", *IEEE/ASME Transaction on Mechatronics*, Vol. 12, No. 2, April 2007, pp.223-227.





## 2 Eksenli Yalpa Çemberli Kamera Kontrol Sistemi Tasarımı

*N. Bengü Kuzey<sup>1</sup>, Ender Yemenicioğlu<sup>2</sup>, Ahmet Kuzucu<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Makina Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Gümüşsuyu  
kuzeybengu@yahoo.com

<sup>2</sup>Makina Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Gümüşsuyu  
enderyemenicioğlu@gmail.com

<sup>3</sup>Makina Mühendisliği Bölümü  
Otomatik Kontrol Birimi  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Gümüşsuyu  
kuzucuah@itu.edu.tr

### Özet

Bu çalışmada, mini insansız hava araçlarında (İHA) gözlem ve hedef izleme işlemlerini gerçekleştirmek üzere 2 eksenli yalpa çemberli bir kamera kontrol sisteminin tasarımı yapılmıştır. Mini İHA çalışma koşullarına göre seçilen kamera için bir taşıyıcı mekanizma tasarlanmış, hareket kontrol sistemi bir görüntü işleme algoritması ile birlikte çalışacak biçimde oluşturulmuştur. Sistemin en kötü çalışma şartları belirlenmiş, bu koşullarda sistem benzetimi ve hata analizi yapılmış, görüntü işleme ile hedef takibi algoritması anlatılmıştır. Bir prototip imal edilmiş, özellikleri teorik tasarım ile karşılaştırılmıştır.

### 1. Giriş

Son yıllarda insansız hava aracı (İHA) projeleri ülkemizde de ilgi çekmeye başlamış ve değişik firmalar gerek askeri gerek sivil amaçlarla çeşitli prototipler üretmişlerdir. Ülke içinde tasarımı ve üretimi stratejik önem taşıyan bu araçların temel işlevi gözlemdir. Bu çalışmadaki temel amaç, İHA üzerinden sivil amaçlı gözlem ve izleme yapabilecek bir görüntüleme sisteminin gerçekleştirilmesidir. Görüntüleme sistemi kararlı, uçağın titreşim ve hareketlerinden etkilenmeyen, aerodinamik açıdan uygun ve hafif olmalıdır. Bu bildiride 2 eksenli yalpa çemberli (gimbal) bir kamera kontrol sisteminin tasarım aşamaları anlatılmıştır. Çalışma, mekanik tasarımı, kontrol sistemini, elektronik parçaların seçimini ve bilgisayar programını kapsamaktadır. Konuyla ilgili patentler ([6],[7],[8],[9],[10]) incelenmiş ve kaynakçada belirtilmiştir. Çalışma kapsamında bir de prototip geliştirilmiştir.

Mukavemet ve titreşim analizlerinin sonucunda malzeme olarak akrilik cam (plexiglass) seçilmiştir. Ayrıca kamera, yuvarlanmalı yataklar, güç aktarım mekanizması, veri aktarım sistemi seçilmiştir. Kontrol sisteminin tasarlanması için en kötü çalışma şartları belirlenmiş, ardından dinamik davranış denklemleri çözülmüştür. Her bir eklem için çevrim oranları ve gerekli momentler hesaplanmıştır. Sürücü olarak seçilen

DA motorlar için gerekli akımların zamana bağlı değişimleri hesaplanmış ve kontrol donanımı seçilmiştir. Motor düzeyinde açısal hız kontrolü, yük düzeyinde açısal konum ve yön kontrolü için kontrol katsayıları hesaplanmış ve izleme yörünge kontrolü sisteminin benzetimi yapılmıştır.

Problemin teorik incelemesinden sonra prototip üretimine geçilmiştir. Elektronik donanım ve bilgisayar yazılımı sistemi bilgisayar üzerinden kontrol edebilmek amacıyla tasarlanmış, görüntü işleme ve hedef izleme gerçekleştirilmiştir.

### 2. Mekanik Tasarım

Problemin çözümü için bir yalpa çemberi mekanizması tasarlanmıştır. Yalpa çemberi, genellikle 2 veya 3 eksenli olarak dönme hareketine izin veren ve dönme merkezleri çakışık, iç içe geçmiş çemberlerden oluşan bir mekanizmadır [1]. Kamera taşıyıcı platformu 2 serbestlik dereceli ve kütle merkezleri aynı eksen üzerinde olacak şekilde tasarlanmıştır. Bu nedenle mekanizma bir yalpa çemberi gibi çalışmaktadır.

#### 2.1. Görev tanımı

Bu kamera uygulaması aşağıdaki asgari özellikleri taşıyan bir mini İHA için tasarlanmıştır:

|                              |                    |
|------------------------------|--------------------|
| • Taşıma kapasitesi:         | 1 kg               |
| • Maksimum uçuş hızı:        | 200 km/s           |
| • Minimum gözlem yüksekliği: | 50 m               |
| • Komuta ve kontrol menzili: | 11 km              |
| • Ebatları:                  | ~1,2 x 1,6 x 0,4 m |

Bu araçla taşınacak kamera sistemi, bir kilonun altında, uçağın titreşim ve hız değişimlerinden izole edilmiş ve aerodinamik olarak uygun olmalıdır.

#### 2.2. Bileşenlerin Seçimi

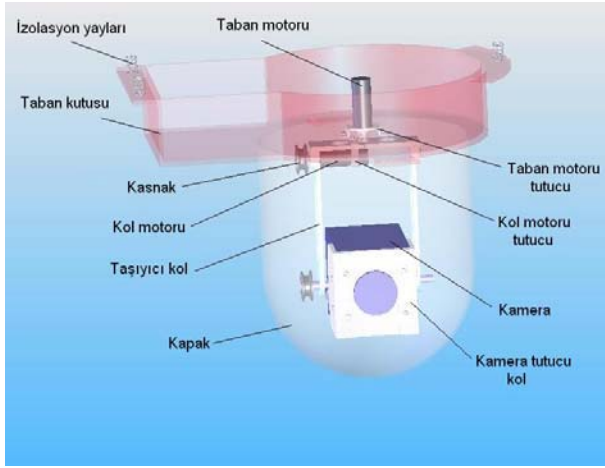
İhtiyaç duyulan dayanımı ve hafifliği karşıladığı için malzeme olarak plexiglass (akrilik cam) seçilmiştir. Gerekli titreşim ve dayanım koşullarını sağlamaktadır.



Mekanik tasarımda kullanılan bileşenler şunlardır:

- Taban kutusu
- Kamera tutucu kol
- Taşıyıcı kol
- Kapak
- Taban motoru
- Kol motoru
- Taban motoru tutucu
- Kol motoru tutucu
- Kamera
- İzolasyon yayları
- Miller, yataklar, cıvatalar, kasnaklar, vb.

Ayrıca bileşen olarak veri aktarımını sağlamak için bir RF aktarım cihazı ve elektronik kontrol devresi de bulunmaktadır.



Şekil 1: Mekanizma bileşenleri

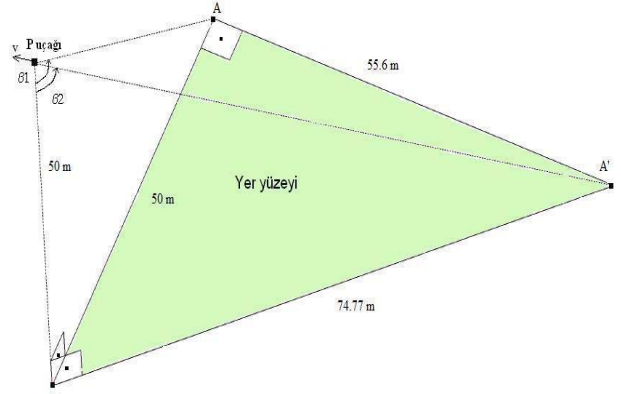
### 3. Kontrol Sistemi Tasarımı

#### 3.1. En Zorlayıcı Çalışma Şartlarının Tanımlanması

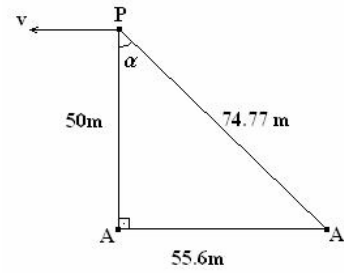
Sistem için en zorlayıcı çalışma şartları “İHA 50 m yükseklikte 200 km/s maksimum hızda uçarken sabit bir yer hedefini izlemesi” olarak belirlenmiştir.

Taban eklemi için en zor senaryo Şekil 2’de görüldüğü gibidir: P uçağı  $v=200$  km/s hız ile 50 m yüksekten uçarken, kamera 50 m ilerde duran hedefe bakmaktadır. Hedef, uçağa göre bir saniyede A noktasından A’ noktasına varmaktadır. Bu durumda kameranın bir saniyede taraması gereken açı  $48,03^\circ$  olmaktadır.

Kol eklemi için en zor senaryo Şekil 2’de gösterilmiştir. Taban eklemine benzer şekilde P uçağı 200 km/h hız ile 50 m yükseklikten uçarken kamera tam altında duran A hedefine bakmaktadır. Bir saniye sonra hedef A’ noktasına gelmektedir. Kol eklemi için bir saniyede taranması gereken açı  $48,03^\circ$  dir.



Şekil 2: Taban motoru için en zorlayıcı çalışma



Şekil 3: Kol motoru için en zorlayıcı çalışma

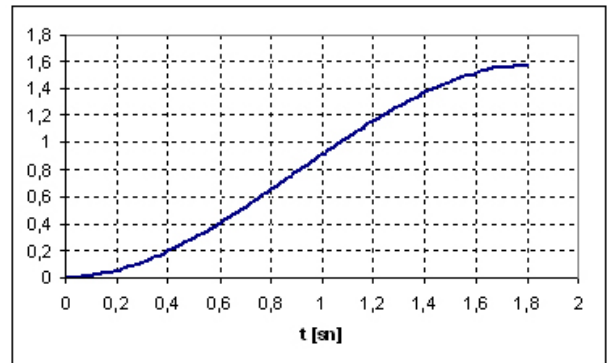
#### 3.2. Eklem yörüngeleri

Eklem referans yörüngeleri en kötü çalışma şartları için 3. derece polinom yaklaşımı ile hesaplanmıştır. İki motor için de açı değişimleri aynı olduğundan ( $48,03^\circ$ ) yörünge sonuçları aynıdır. Eklem açısı, açısal hızı ve açısal ivmesinin değişimleri Şekil 4, 5 ve 6’da gösterilmiştir.

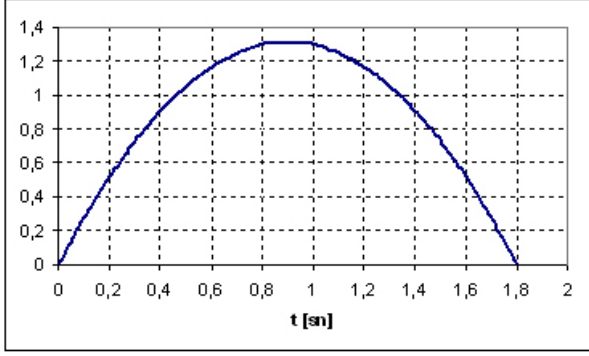
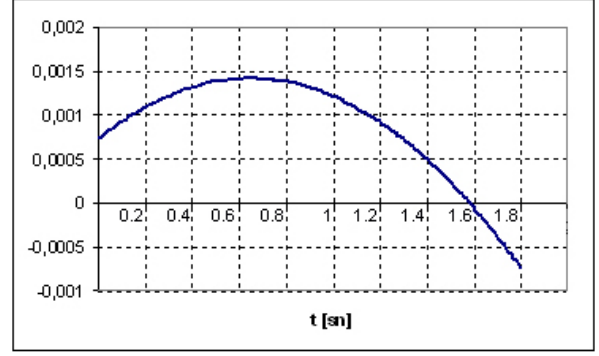
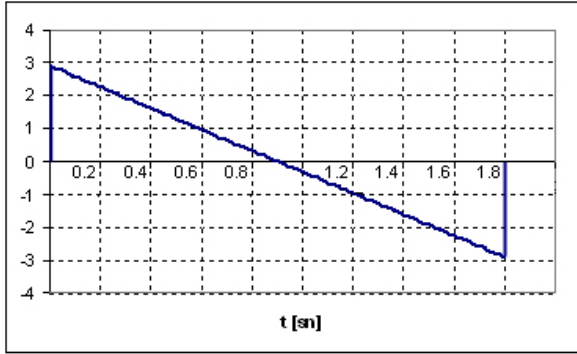
$$t = 0 \rightarrow 1.8 \text{ sec}$$

$$\theta = 0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\theta(\Delta t) = a \cdot \Delta t^3 + b \cdot \Delta t^2 + c \cdot \Delta t + d \quad (1)$$



Şekil 4:  $\Theta(t)$ 'nin değişim grafiği;  $\Theta_{\max} = 1,571$  rad

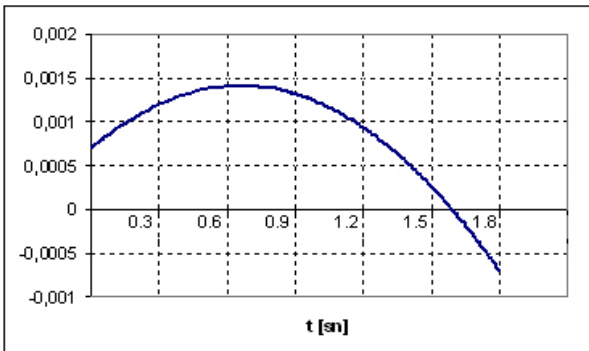
Şekil 5: Açısal hız değişimi,  $\Theta'_{\max} = 1,309 \text{ rad/s}$ Şekil 8: Taban motoru moment değişimi  
 $M\tau_{2\max} = 1.412 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ Şekil 6: Açısal ivme değişimi.  $\Theta''_{\max} = 2,91 \text{ rad/s}^2$ 

### 3.3. Eklem momentleri

Sisteme dışarıdan etkiyen bir direnç kuvveti ya da momenti bulunmamaktadır. Referans yörüngeleri hesaplanmış olduğundan bu yörüngelere karşı gelen eklem momentleri de tek serbestlik dereceli dinamik davranış denklemi ile hesaplanmıştır [2]. Motor eksenine indirgenmiş  $J_k$  atalet momenti için kameranın seçilen dönme eksenine göre en büyük atalet momenti,  $B_k$  eşdeğer viskoz sürtünme katsayısı için de seçilen rulmanların eşdeğer viskoz sürtünme katsayıları kullanılmıştır. Eklem değişkeni  $q = \Theta$  için

$$J_k \cdot \ddot{q} + B_k \cdot \dot{q} + M_d = M\tau_1 \quad (2)$$

$$M_d = 0$$

Şekil 7: Kol motoru moment değişimi.  
 $M\tau_{1\max} = 1.404 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ 

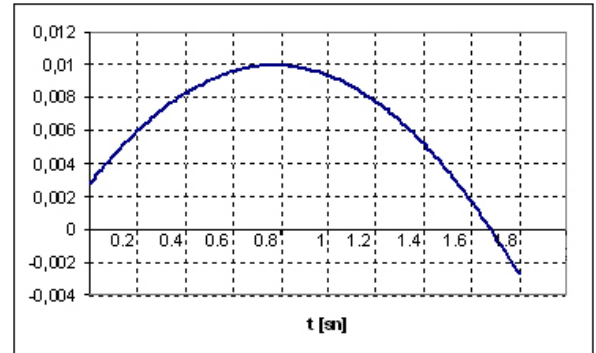
### 3.4. Motor seçimi ve referans akımları

Yukarıda hesaplanan momentler doğrultusunda Maxon RE13, Ø13, 2,5 Watt,  $M_{\max} = 8,88 \text{ mNm}$  DA motorlar seçilmiştir. Maksimum hız iletimi için çevirme oranları

$$N = \sqrt{\frac{B_a}{B_m}} \quad (3)$$

ile hesaplanmıştır.  $B_a$  eşdeğer yük viskoz sürtünme katsayısı,  $B_m$  ise motor viskoz sürtünme katsayısıdır.

Çevirme oranlarının hesabından sonra referans yörüngelerine karşı gelen referans akım yörüngeleri hesaplanmıştır.

Şekil 9: Taban motorunun çektiği akımın zamana göre değişimi,  $I_2(t)_{\max} = 11 \cdot 10^{-3} \text{ A}$ 

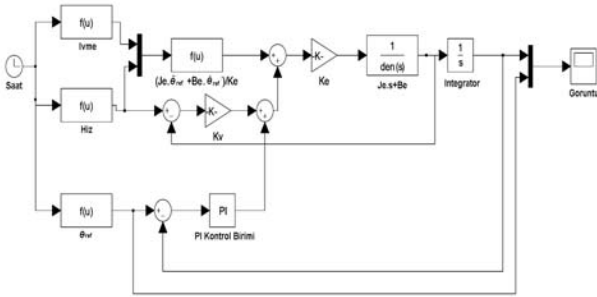
### 3.5. Ölçme ve Kontrol Sistemi

Eklem konumunun 12 V ile beslenen 10 devirli hassas potansiyometre ile, eklem açısal hızının da motorla bütünleşik takojeneratör ile ölçülmesi öngörülmüştür.

Kontrol sisteminde motorlara referans akımının açık-çevrim beslenmesi, referans yörüngelerinden sapmalar için de hız geri beslemeli oransal kontrol algoritmasının uygulanması benimsenmiştir.

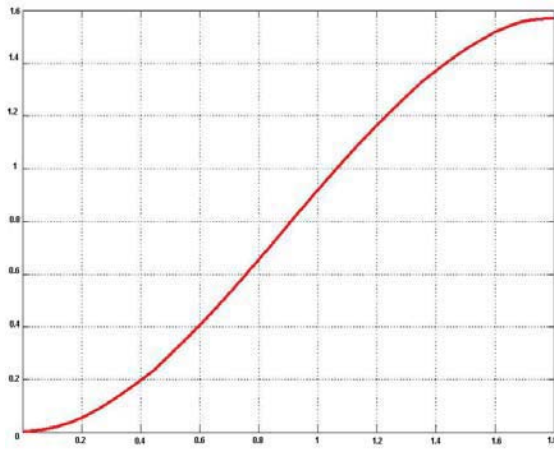
### 3.6. Sistem Benzetimi

Sistem benzetimi için yörünge kontrolü yaklaşımı uygulanmıştır. Bunun için MATLAB Simulink ortamında Şekil 10'da verilen blok diyagramı hazırlanmıştır.



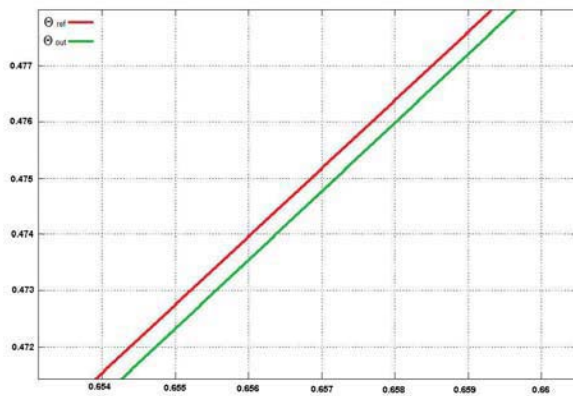
*Şekil 10: Sistemin Simulink ortamındaki blok diyagramı*

En zorlayıcı senaryo için sistemin referans giriş cevabı Şekil 11'deki gibidir:



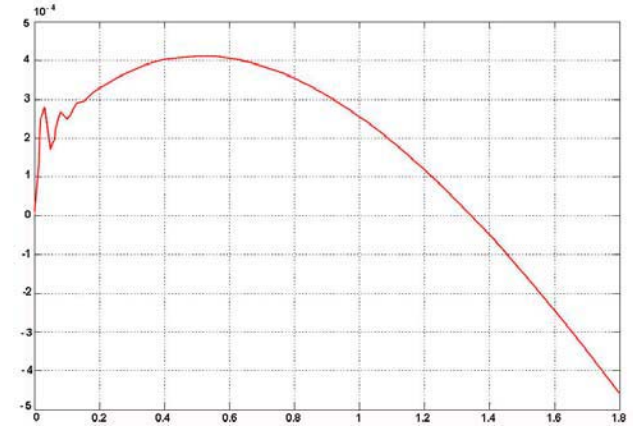
Şekil 11: Referans girişi izleme cevabı

Hata mertebesi  $10^{-4}$  mertebesinde olduğu için grafikte gözlenmemektedir. Büyütülmüş bir kesimi Şekil 12’de gösterilmiştir.



Şekil 12: Referans girişi izleme grafiğinin detayı

Sistemin en zor çalışma şartlarında uçuş yüksekliği 50 m'dir. Benzetim sonucunda elde edilen gözlem doğrultu hatasının değişimi Şekil 13'te gösterilmiştir. Bu hatanın en büyük değeri  $4.5 \cdot 10^{-4}$  radyandır. Bu sonuç, yer yüzeyinde gözlenen bir hedefin takibinde 0,0225 m hata yapılması anlamına gelmektedir. Bu sonuç oldukça tatminkârdır.



**Şekil 13:** Gözlem doğrultu hatasının zamana bağlı değişimi,  $E_{\max} = -4.5 \cdot 10^{-4}$  rad

#### 4. Görüntü Üzerinden Hedef İzleme

### 4.1. Görüntü İşleme

Bir video üzerinden hedef izleme yapabilmek için videodan görüntüler bir dizi resim şeklinde alınmalı ve aralarındaki fark hesaplanmalıdır. İstenmeyen görüntüler ve bozucu etkiler resimden filtrelenmelidir.

Görüntü işlemek için videodan elde edilen görüntü kareleri 4 boyutlu (yükseklik, genişlik, renk ve zaman) bir matris olarak düzenlenir. Genişlik, yükseklik ve renk kalitesi kameranın özelliklerine bağlıdır. Zaman boyutu kameranın “enstantane” ayarı ile belirlenir [3].

Bu çalışmada üç farklı yöntem incelenmiştir. Bunlar “Görüntü karelerinden fark alma”, “Arka plandan fark alma” ve “Hareket tespiti” yöntemleridir.

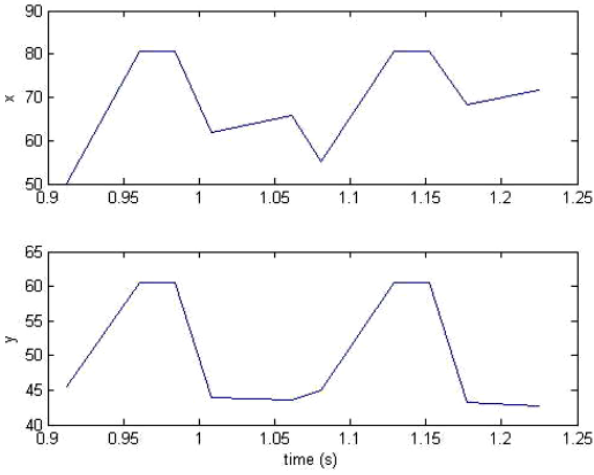
#### 4.1.1. Görüntü karelerinden fark alma

Görüntü kareleri arasındaki mutlak farkı almak ve videodaki hareket olan ve olmayan bölgeleri belirlemek için kullanılır. Değişikliği gerçekleştirdiği bölgeler hareketin gerçekleştiği bölgelerdir. Daha kolay bir işleme için görüntüler siyah beyaz hale dönüştürülür.

Görüntü histogramının eşik değeri çevre koşullarına göre belirlenerek görüntü “arka plan” ve “ön plan” olarak ayrılır. Ardından bozucu etkilerden kaynaklanan küçük görüntüler süzme ile silinir. Bu işlemi yaparken her bir pikselin çevresindeki 8 pikselle bağlantılı olduğu kabul edilmiştir. Sonuç olarak hedefin kütle merkezi hesaplanarak x-y düzlemindeki hareketi bulunur. Görüntü karelerinin işleme aşamaları Şekil 14’te, görüntü ağırlık merkezi koordinatlarının zamana göre değişimi Şekil 15’te verilmiştir.



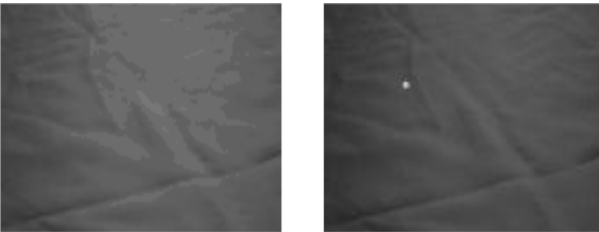
Şekil 14: Videodan alınan görüntü karesinin işleme aşamaları



Şekil 15: Hedefin x-y doğrultularında zamana bağlı yer değişimleri

#### 4.1.2. Arka plandan fark alma

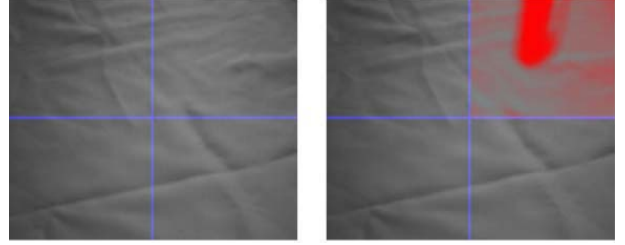
Bu yöntemde öncelikle arka plan tanımlanır ve her bir görüntü karesinden çıkarılır. Görüntü işleme aşamaları bunun dışında görüntü karelerinden fark alma yöntemiyle aynıdır.



Şekil 16: Arka plandan fark alma yöntemi

#### 4.1.3. Hareket tespiti

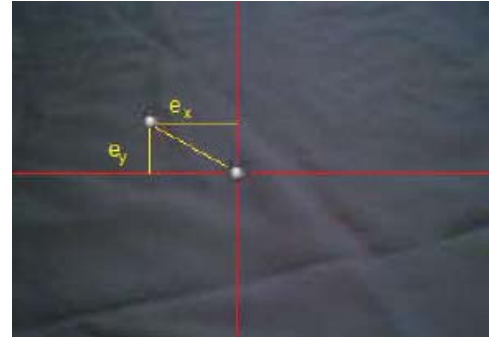
Bu yöntem “mutlak farklar” mantığına dayalı çalışmaktadır. Video birbirinden bağımsız karelere bölünür. Eşik değerini aşan bir hareketin olduğu karede program uyarı verir (mesela kırmızı olarak yanıp söner)



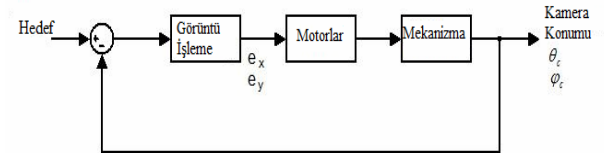
Şekil 17: Hareket tespiti: Hareketin olduğu kare kırmızı renkte yanıp söner

### 4.2. Görüntü İşleme ile Motor Kontrolü

Hedefin konumundaki değişme, görüntü işleme biriminden  $x(t) - y(t)$  değerleri olarak elde edilmiştir. Bu değerler hedefi izleyebilmek için motorlara gönderilecek açısal dönme değerlerine dönüştürülür. Motorların hareketi sonucunda kamera yeniden hedefi ortalır. Kameranin odaklanmasından sonra işleme sırası ile baştan tekrarlanır.



Şekil 18: Hedefin x-y koordinatlarındaki değişimi (2 kare üst üste bindirilmiştir)



Şekil 19: Görüntü işleme ile motor kontrolünün şeması

## 5. Deneyisel Prototip

Tasarımı yapılan sistemde özellikle hareket kontrolü ve görüntü işleme birimlerinin birlikte çalışmasını sınamak üzere bir deneyisel prototip imal edilmiştir. Ancak seçilmiş bileşenlerin teminindeki uzun teslim süreleri nedeniyle tasarım değiştirilerek hız geri beslemeli DA motorlar yerine darbe genişliği modülasyonu (PWM) ile konum kontrolü yapan mini servo motorlar kullanılmıştır. Seçilen kamera yerine aynı nedenlerle basit bir web cam kullanılmıştır. Kayış-kasnak iletim sisteminden vazgeçilmiş, kol servo motoru doğrudan ekleme bağlanmıştır. Prototip yerde çalıştırıldığı için RF kullanımı gerekli görülmemiştir.

Sistem kontrolü için bir PIC16F84 mikro kontrol devresi kullanılmıştır. Bu devreyle bilgisayar ve prototip arasındaki seri iletişim sağlanmıştır[4]. Görüntü işleme ve motor kontrol programı MATLAB ortamında, PIC programı PicBasic ile yazılmıştır.



Şekil 20: Prototip

## 6. Sonuçlar

Bu çalışmada insansız hava gözlem araçları için bir görüntüleme sistemin mekanik yapı ve kontrol sistemi tasarımı gerçekleştirilmiştir. Benzetim ortamında yapılan deneyler ve hata analizi sonucunda kontrol algoritması ve mekanik tasarımın uygun olduğu görülmüştür.

İncelenen problemin aslında bir “yörünge izleme” problemi olmasına rağmen kısıtlı zaman içinde mini bileşen bulma zorluğu nedeniyle deneyisel prototip üzerinde motor hız kontrolü çevrimi ayrıca oluşturulmamış, ancak servo motorla kamera konum kontrolünün da tatmin edici sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Maliyetleri çok ucuz olan mini servo motorların dinamik davranışları bu sistem için yeterli düzeyde bir “tekrarlanabilirlik” göstermiştir. Ancak, konum referans girişlerinin, izleme yörüngesini sağlayacak biçimde zamana göre değiştirilmesi, örnekleme periyodunun sistemden beklenen davranışa göre uygun değerlere ayarlanmasını gerektirmiştir. Mini servo motorların yörünge izleme problemlerinde kullanılması, aynı tür problemlerde adım motorlar kullanıldığı zaman karşılaşılan sorunlara benzer sorunları da beraberinde getirmektedir.

Mini servo motorlarda “kayma” olmamasına rağmen görüntü işleme ve motor kontrolü programlarının geliştirilmesi sırasında iletim ve işlem zamanı gecikmeleri sistem davranışını önemli ölçüde etkilemiştir. Bu sorun, sistem birimleri arasındaki eşzamanlı çalışma koşulları incelenerek, uygun iletişim protokollerinin oluşturulması ve PIC yazılımında yapılacak değişikliklerle çözülecektir.

## 7. Kaynakça

- [1] H. Wong, “Adaptive control of a two axis gimbal camera”, *Term Project*, MIT, MA, 1994.
- [2] H. Asada&J.J. Slotine, *Robot Analysis and Control*, John Wiley and Sons Inc., USA, 1986.
- [3] D. Lee&S. Eddins, “Acquiring and analyzing image sequences in MATLAB”. 8 Nisan 2007 tarihinde [http://www.mathworks.com/company/newsletters/news\\_notes/win03/tracking.html](http://www.mathworks.com/company/newsletters/news_notes/win03/tracking.html) sitesinden alınmıştır.
- [4] A. Kılıçarslan, “Yılan tipi hareket mekanizması ve hareket kontrolü”, *Yüksek Lisans Tezi*, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2005.
- [5] A. Kuzucu, *Introduction to Robotics*, Ders Notları, İTÜ, 2005.

### Patentler:

- [6] A. Y. Dallakian, “Gimbal optical mount”, *US Patent*, No: 6198580, 6.3.2001.
- [7] D. Barnes, “A system for robotic control of imaging data having a steerable gimbal mounted spectral sensor and methods”, *World International Patent Organisation*, No: WO 01/77627 A3, 18.10.2001.
- [8] J.J. Miller, “Gimbal mechanism”, *US Patent*, No: 7124656, 24.10.2006.
- [9] K. Norén&T. Segerström, “A device for stabilizing of a remotely controlled sensor, like a camera”, *European Patent Office*, No: WO/1998/016871, 23.04.1998.
- [10] P.C. Kiunke&R. D. Schaefer, “Gimbal vibration isolation system”, *European Patent Office*, No: 0559402 A2, 08.09.1993.



# Manyetik Süspansiyon Sisteminin Gerçeklenmesi ve Kontrolü

Sertaç Öztürk, Selçuk Kızır, Zafer Bingül, Cüneyt Oysu

Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli Üniversitesi, İzmit

[sozturk@cc.kou.edu.tr](mailto:sozturk@cc.kou.edu.tr) [selcuk.kizir@kou.edu.tr](mailto:selcuk.kizir@kou.edu.tr) [zaferb@kou.edu.tr](mailto:zaferb@kou.edu.tr) [coysu@kou.edu.tr](mailto:coysu@kou.edu.tr)

## Özetçe

Bu çalışmada, tek eksenli bir manyetik süspansiyon sistemi tasarımı ve kontrolü yapılmıştır. Bu sistem kontrol öğrencileri için, matematiksel modelleme, dinamik ve kontrol alanlarında giriş niteliğinde bir eğitim seti olarak kullanılmak üzere oluşturulmuştur. Manyetik süspansiyon sistemi ana hatlarıyla, konum algılayıcısı, bobin, denetleyici ve demir bilyeden oluşmaktadır. Bilye, bobin çekirdeğinden belirli bir mesafede asılı durmaktadır. Konum algılayıcısı, bilyenin düşey eksenindeki konumunu algılar ve denetleyiciye iletir. Denetleyici, konum algılayıcısından aldığı bilgi ile girilen referans değerini karşılaştırarak bobin akımını ayarlar. Bobin, içinden geçen bu akıma bağlı olarak bir elektromanyetik kuvvet üretir. Üretilen kuvvet ile bilyenin konumunun düşey ekseninde kontrolü gerçekleştirilir.

Sistemde elde edilen kuvvet, akım ve hava aralığı arasında doğrusal olmayan bir ilişki mevcuttur. Doğrusal olmayan bu ilişki kullanılarak, geri-beslemeli doğrusallaştırma tekniği ile sistemin doğrusal kontrolü yapılmıştır. Klasik doğrusallaştırma teknikleri ile karşılaştırıldığında geri-beslemeli doğrusallaştırma tekniği ile yapılan kontrolde sistemin daha geniş çalışma aralıklarında kontrolünün yapılabildiği görülmüştür. Bu çalışmada, farklı ağırlıklı bilyeler kullanılarak sistemin değişen kütleler karşısındaki dinamik davranışı incelenmiştir. Son olarak, sistemin gürbüzlüğünü test etmek amacıyla, sisteme düşey ve yatay eksenlerde bozucu dış kuvvetler uygulanmış ve manyetik süspansiyon sisteminin bu şartlar altında kontrolü gerçekleştirilmiştir.

## 1. Giriş

Teknolojideki gelişmeler hemen her alanda olduğu gibi raylı ulaşım sistemlerinde de etkisini fazlasıyla hissettirmektedir. Yapılan çalışmada, günümüzde kullanım alanları giderek artmakta olan maglev trenlerin temelinde yatan sistem olan manyetik süspansiyon sisteminin tasarım aşamaları ve uygulaması sunulmuştur. Sistem, klasik doğrusal olmayan kontrol probleminin modellenmesi, dinamikleri ve kontrolüne dair güzel bir örnek teşkil etmektedir. Geri-beslemeli doğrusallaştırma tekniği ile doğrusal olmayan sistem, çalışma noktasına olan bağımlılığından kurtarılmış ve daha geniş hava aralıklarında çalışma imkanı sağlanmıştır. Sistemde oluşacak manyetik kuvvetleri belirlemek amacıyla, sonlu elemanlar yöntemini kullanan bir bilgisayar programı olan Maxwell 2D ile sistemin manyetik modelinin benzetimi yapılmıştır. Son olarak; sisteme, düşey ve yatay eksenlerde bozucu dış kuvvetler uygulanarak denetleyicinin gürbüzlüğü test edilmiş ve sonuçlar ortaya konulmuştur.

Manyetik süspansiyon sistemleri üzerinde birçok araştırma yapılmıştır. Örneğin Prof. David Trumper doğrusal ve doğrusal olmayan kontrol tekniklerinin performans

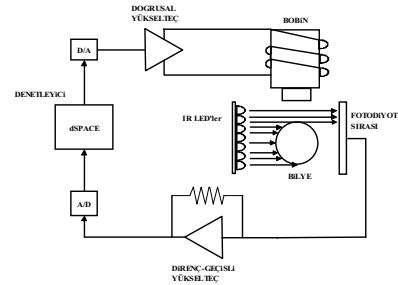
kıyaslamasını manyetik süspansiyon sistemleri üzerinde çalışarak gerçekleştirmiştir [1]. Ortaya koyulan teknikler kullanım alanlarını giderek genişleterek robot uygulamalarında, uçak sistemlerinde, asansör sistemlerinde ve daha birçok alanda uygulanmaktadır. Manyetik trenler (maglev) ve manyetik taşımacılık sistemleri bu alanların başlıca örneklerindendir.

## 2. Manyetik Süspansiyon Sistemi

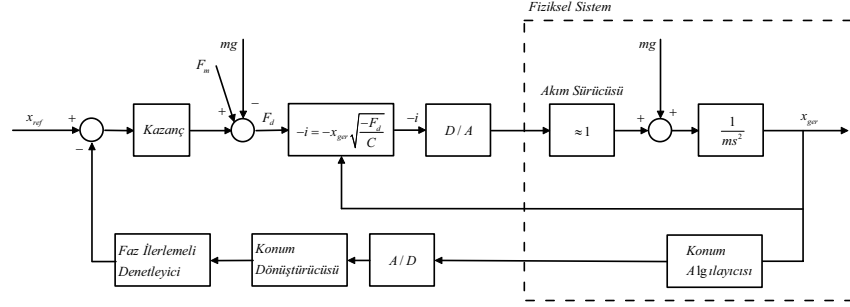
Manyetik süspansiyon sistemi, geri-besleme elemanı olarak konum algılayıcısı, bobinden gerekli akımın akıtılmasını sağlayan doğrusal yükselteç, bobin ve 25mm çaplı demir bir bilye elemanlarından oluşmuştur. Denetleyici tasarımı, benzetim ve uygulamaları gerçekleştirmek için bilgisayar ve dSPACE 1103 kartından oluşan denetleyici kullanılmıştır.

Konum algılayıcısı ışık kaynağı ve bunun karşısında bulunan bir ışık algılayıcısından oluşmaktadır. Işık kaynağı olarak kızıl ötesi (IR) LED (ışık yayan diyot) ve ışık algılayıcısı olarak da bir fotodiyot dizisi kullanılmıştır. Demir bilye bobinin ürettiği kuvvetin etkisiyle ışık kaynağı ve algılayıcı arasında asılı tutulacaktır. Bu esnada fotodiyot dizisi, bilyenin durumuna göre üzerine düşen ışık miktarıyla doğru orantılı olarak bir akım üretir. Direnç-geçişli (transresistance) yükselteç, fotodiyot dizisinin ürettiği akımı, bilgisayarın işleyeceği ve bilyenin durumunu temsil eden gerilim değerine dönüştürür. Doğrusal akım yükselteci, bilgisayardan kontrol sinyali gerilimini alır ve bu gerilime karşılık olarak bobini sürmek üzere 0-2 A aralığında değişen ve gerilimle doğru orantılı bir akım üretir. Bobin, 25mm çapında demir bir çekirdeğe sarılmış ve dışı izole edilmiş 2200 sarımdan oluşmaktadır. Bilgisayar birleşimi; bir masa üstü bilgisayar, dSPACE kartı ve ilgili programlardan oluşmaktadır. Konum algılayıcısından elde edilen değerler ile denetleyici arasında bir ilişki kurabilmek için mikrometre ve üzerine yerleştirilmiş bir yük hücresinden oluşan bir yapı kullanılmıştır.

Oluşturulan manyetik süspansiyon sisteminin şematik gösterimi Şekil 1'de, kapalı çevrim blok diyagramı Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Manyetik süspansiyon sisteminin şematik gösterimi



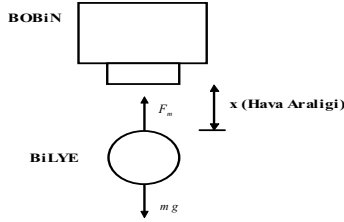
Şekil 2: Manyetik süspansiyon sisteminin kapalı çevrim blok diyagramı

### 3. Sistemin Modellenmesi ve Doğrusallaştırılması

Etkili bir kontrol yapabilmek için oluşturulan sistemin matematiksel modelinin yüksek doğrulukta çıkarılması gerekmektedir. Çalışmada Newton'un 2. yasasından yararlanılarak hareket denklemleri elde edilmiş ve daha sonra doğrusal olmayan bu sistem parametreleri doğrusallaştırılmıştır.

Doğrusallaştırma işlemi sırasında diferansiyel denklemdaki doğrusal olmayan terimler güç serisi biçiminde açılır; denklemler değişkenlerin çalışma noktasındaki değerlerinden olan sapmaları cinsinden yazılır ve sapmaların yüksek dereceli terimleri ihmal edilir [3]. Bu işlemler Taylor Serisi açılımından yararlanarak gerçekleştirilir.

Sistemin hareket denklemlerini elde etmek için kullanılan serbest cisim diyagramı Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3: Sistemin serbest cisim diyagramı

Yukarıdaki diyagram göz önüne alınarak hareket denklemleri yazıldığında;

$$m\ddot{x} = mg - F_m \quad (1)$$

elde edilir.

Elektromıknatısın demir bilyeye uyguladığı kuvvet aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

$$F_m = C \left( \frac{i}{x} \right)^2 \quad (2)$$

Burada;  $x$  demir bilye ile elektromıknatıs çekirdeği arasındaki mesafedir ve birimi metre (m)'dir.  $i$  elektromıknatısa uygulanan elektrik akımıdır ve birimi Amper (A)'dir.  $C$  ise kuvvet katsayısını ifade etmektedir. Denklem 2, Denklem 1'de yerine yazıldığında oluşan denklem:

$$m\ddot{x} = mg - C \left( \frac{i}{x} \right)^2 \quad (3)$$

Hava aralığı ve bobine uygulanan akım değerleri, denge durumunun çalışma noktası olduğu kabul edilerek, çalışma

noktasından olan sapmaları cinsinden Denklem 4 ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} i &= \bar{i} + \tilde{i} \\ x &= \bar{x} + \tilde{x} \end{aligned} \quad (4)$$

Burada  $-$  indisi denge durumundaki değerleri,  $\sim$  indisi ise dengesizdeki ufak sapmaları ifade etmektedir.

Kuvvet ifadesinin çalışma noktası etrafında Taylor Serisi açılımı yapıldığında aşağıdaki ifade ortaya çıkar. Yüksek mertebeli terimlere ihtiyaç olmayacağından kullanılmayacaktır. Bu terimler sistemi daha karmaşık bir hale getirmektedir. Bu ifade Denklem 5 ile verilmiştir.

$$F_m = C \left( \frac{\bar{i}}{\bar{x}} \right)^2 + \frac{\partial F_m}{\partial x} \bigg|_{\bar{x}} + \frac{\partial F_m}{\partial i} \bigg|_{\bar{i}} + \text{Yüksek Mertebeli Terimler} \quad (5)$$

Yukarıdaki denklemin kısmi türevli kısımları çözümlenirse aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_m}{\partial x} &= -2C \frac{\bar{i}^2}{\bar{x}^3} \tilde{x} \equiv -k_1 \tilde{x} \quad \left\{ k_1 = 2C \frac{\bar{i}^2}{\bar{x}^3} \right. \\ \frac{\partial F_m}{\partial i} &= -2C \frac{\bar{i}}{\bar{x}^2} \tilde{i} \equiv k_2 \tilde{i} \quad \left\{ k_2 = 2C \frac{\bar{i}}{\bar{x}^2} \right. \end{aligned} \quad (6)$$

Sistem denge durumundayken, yani  $F_m = mg$  için;

$$mg - C \left( \frac{\bar{i}}{\bar{x}} \right)^2 = 0 \Rightarrow mg = C \left( \frac{\bar{i}}{\bar{x}} \right)^2 \quad (7)$$

Bu bulunan değerler Denklem 3'de yerine koyulursa;

$$m\ddot{x} = mg - C \left( \frac{\bar{i}}{\bar{x}} \right)^2 + k_1 \tilde{x} - k_2 \tilde{i} \quad (8)$$

elde edilir.

Denklem 8 ile denge durumu için tekrar düzenlendikten sonra sistemin çalışma noktası etrafındaki doğrusallaştırılmış hali sapmalar cinsinden elde edilmiş olur. Sistemin sapma denklemleri Denklem 9 ile ifade edilmiştir.

$$m\ddot{x} = k_1 \tilde{x} - k_2 \tilde{i} \quad (9)$$

Denklem 9'dan hareketle sistemin kutupları ;

$$\begin{aligned} s_1 &= -\sqrt{\frac{k_1}{m}} \\ s_2 &= +\sqrt{\frac{k_1}{m}} \end{aligned} \quad (10)$$

olarak elde edilir.

Sistem tasarımında kullanılan pek çok davranış kriteri arasında en önemli olanı sistemin kararlılığıdır. Kararlı bir sistemde karakteristik denklem kökleri ya da  $G(s)$  transfer fonksiyonunun kutupları, sağ yarı s düzleminde ya da sanal

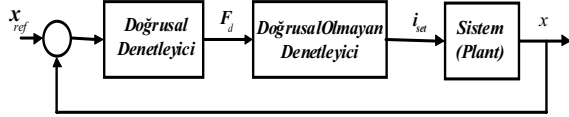
eksende bulunmamalıdır, bir başka deyişle kutupların tümü sol yarı s düzleminde bulunmalıdır [4]. Yukarıda görüldüğü gibi manyetik süspansiyon sisteminin karakteristik denkleminin köklerinden biri sağ yarı düzlemde. Sistem bu durumda kararsızdır ve tasarlanacak denetleyici yapısı ile sağ yarı düzlemdeki bu kutup kararlılığı sağlamak amacıyla sol yarı düzlemde çekilmelidir.

#### 4. Geri-Beslemeli Doğrusallaştırma

Geri beslemeli doğrusallaştırma yönteminin ardındaki ana fikir, doğrusal olmayan bir dönüşümü doğrusal sistem altında icra etmektir [5]. Bu bölümde, doğrusal geri-besleme teknikleri kullanılarak bir denetleyici tasarlanmış ve doğrusal olmayan kontrol bilgisayar yazılımı sayesinde gerçekleştirilmiştir.

Şekil 4'te doğrusal ve doğrusal olmayan denetleyiciler ve kontrol edilecek sistemden oluşan kapalı çevrim blok diyagramı gösterilmiştir.

Sistemde kuvvet, akım ile doğrusal olmayan bir ilişki sergilemektedir. Doğrusal olmayan bloğun görevi bu ilişkiyi bütün çalışma aralığında doğrusal hale getirmektir.



Şekil 4: Doğrusal ve doğrusal olmayan denetleyicilerin gösterildiği kavramsal blok diyagramı

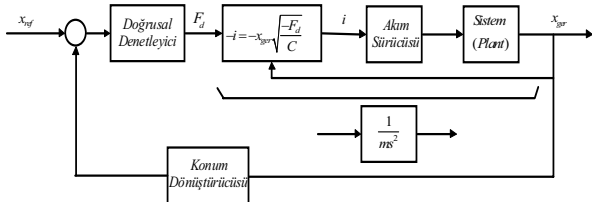
Doğrusal bloğun görevi, giriş referans değeri ile konum dönüştürücüsünden alınan konum değerleri arasındaki farka göre  $F_d$  kuvvetini elde etmektir.  $F_d$  bobin tarafından üretilmesi istenen ve bilyeyi havada tutacak kuvvet değeridir.  $F_d$  doğrusal denetleyiciden,  $x$  değeri ise sistemin çıkışından geri-besleme yolu ile alınır. Doğrusal olmayan blok  $F_d$ 'yi alır ve bilye üzerine uygulanacak gerekli gücü oluşturabilmek için gerekli akım değerini çıkış olarak verir. Bu durumda doğrusal denetleyici bloğuna, doğrusal olmayan blok ile kontrol edilecek sistem bloğunun beraber gösterdiği davranış doğrusal olarak görünecektir.

Doğrusal olmayan blok ile kontrol edilecek sistem bloğunun transfer fonksiyonu;

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} \quad (11)$$

olarak elde edilir.

Doğrusallaştırma sonucunda elde edilen kapalı çevrim blok diyagramı aşağıdaki gibidir.



Şekil 5: Doğrusal olmayan sistemin kapalı çevrim blok diyagramı

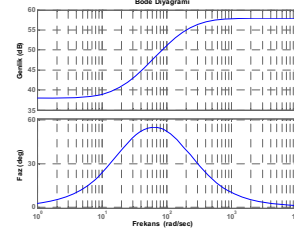
#### 5. Faz İlerlemeli Denetleyici Tasarımı

Sistemde, otomatik kontrol sistemlerinde oldukça sık kullanılan bir yapı olan faz ilerlemeli denetleyici kullanılmıştır. Faz ilerlemeli denetleyiciler, sistemin

kararlılığını ve hızını arttırmak [6]. Burada, faz ilerlemeli denetleyici sistemin frekans cevabı kullanılarak tasarlanmıştır. Frekans cevabında kullanılan denetleyicinin yapısı Denklem 12'de gösterildiği gibidir.

Tasarlanan faz ilerlemeli denetleyicinin Bode diyagramı Şekil 6'da gösterilmiştir.

$$G_c(s) = K \frac{1 + \alpha\tau s}{1 + \tau s} \quad (12)$$



Şekil 6: Tasarlanan faz ilerlemeli denetleyicinin,  $K = 80$ ,  $\alpha = 10$ ,  $\tau = 0.005s$  değerleri için çizdirilen Bode diyagramı

Parametrelerin uygun seçilmesi koşuluyla, sıfırı koordinat merkezine daha yakın bir kutup – sıfır çifti yerleştirilmesi halinde, sistemde bir faz ilerlemeli denetleyici oluşturarak, kapalı çevrimli sistemin kararlılığı artırılabilir. Denetleyicinin iki köşe frekansı  $\omega_1 = 1/\alpha\tau$  ve  $\omega_2 = 1/\tau$ 'dir. Faz ilerlemeli denetleyici yapısında, bu iki frekans aralığında sisteme pozitif faz eklenir [6]. Eklenen pozitif faz, faz sınırını ve böylece sistemin kararlılığını artırır. Faz ilerlemeli denetleyici yüksek frekanslarda sistemin kazancını artırır. Bu da, sistemin oturma zamanını ve yükselme zamanını azaltmaya yarayan geçiş frekansını artırır.

##### 5.1 Faz İlerlemeli Denetleyicinin İleri-Besleme Yolu Üzerine Yerleştirilmesi

Geçici hal, sistem yanıtının zaman ilerledikçe sıfıra giden kısmı olarak tanımlanır ve geçici hal yanıtının genliği ve süresi makul değerlerin altında tutulmalıdır [7]. Doğrusal kontrol sistemlerinde geçici hal yanıtının değerlendirilmesi genellikle  $u_s(t)$  birim basamak yanıtından yararlanılarak yapılır. Bu yoldan hareketle; faz ilerlemeli denetleyicinin ileri besleme yolu üzerine yerleştirilmesi halinde oluşan kapalı çevrimin basamak cevabı Şekil 7'de gösterilmiştir.

Faz ilerlemeli denetleyicinin ileri besleme yolu üzerine yerleştirilmesiyle elde edilen kapalı çevrim birim basamak yanıtına bakıldığında yükselme zamanı  $t_s = 5ms$  için sistemde aşım (overshoot) olduğu görülür. Aşım genellikle bir kontrol sisteminin kararlılığını değerlendirme ölçüsü olarak kullanılır ve sistemde kapalı çevrim sıfırının bulunması nedeniyle oluşur [3]. Kararlılığın kabul edilebilir düzeyde olması için aşımın büyük değerlerde olmaması istenir.

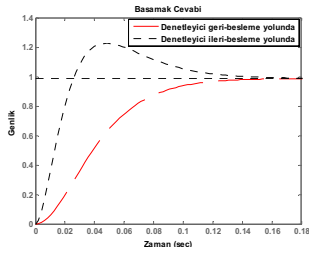
##### 5.2 Faz İlerlemeli Denetleyicinin Geri-Besleme Yolu Üzerine Yerleştirilmesi

Kapalı çevrim sıfırından kaynaklanan aşımı önlemenin yollarından biri denetleyiciyi ileri besleme yolu yerine geri-besleme yolu üzerine yerleştirmektir. Denetleyicinin geri-besleme yolu üzerine yerleştirilmesi ile kutuplar kapalı çevrimin sıfırları haline gelirler [8].

Denetleyicinin ileri besleme yolu yerine geri-besleme yolu üzerine yerleştirilmesi ile aşım sebep olan sıfır orijinden çok



uzak bir noktaya taşınır ve bozucu etkisi önceki haline göre çok aza indirilir. Yeni ve eski halleriyle sistemin birim basamak fonksiyonuna verdiği cevaplar aşağıdaki gibidir.



Şekil 7: Denetleyicinin ileri ve geri-besleme yolu üzerine yerleştirildiği durumlarda elde edilen kapalı çevrim birim basamak cevapları

Şekilde de görüleceği gibi, denetleyicinin ileri besleme yolu üzerinde olduğu durumda yükselme zamanı daha kısa yani sistem daha hızlıdır fakat sistemde bir aşım meydana gelir. Denetleyicinin geri-besleme yolu üzerine yerleştirildiği durumda ise sistemin yükselme zamanı daha uzundur yani önceki haline göre sistem daha yavaştır fakat sistemde aşım oluşmadığı görülmektedir. Bu haliyle sistem davranışı, önceki durumuna göre daha arzu edilen bir konumdadır. Her iki yapı için sistemin oturma zamanının ise yaklaşık olarak aynı olduğu görülmektedir. Şekil 10 incelendiğinde, sistem davranışı açısından denetleyicinin ileri besleme yolu yerine geri-besleme yolu üzerine yerleştirilmesi daha iyi bir sonuç vereceği açıktır.

## 6. Deneysel Sonuçlar

Bu bölümde manyetik süspansiyon sisteminin normal koşullarda, farklı ağırlıklı bilyeler için ve bozucu dış kuvvetler uygulandığında sergilediği davranışı incelenmiş ve şekillerle gösterilmiştir.

### 6.1 Farklı Hava Aralıkları Değerleri İçin Sistemin Davranışı

25mm çaplı bilye kullanılarak sistemin çalışması Şekil 8’de gösterilmiştir.

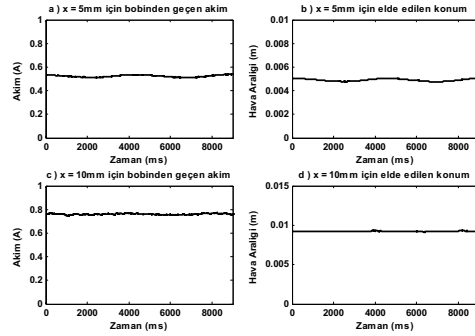


Şekil 8: 25mm çaplı bilyenin kontrolünün resmi

25mm çaplı bilye kullanılarak 5mm ve 10mm hava aralığı değeri için deneysel olarak elde edilen sonuçlar Şekil 9’da gösterilmiştir.

Hava aralığı değeri artırıldıkça bobinin bilyeyi havada tutabilmesi için üretmesi gereken kuvvetin de artması gerekir [9]. Dolayısı ile bobinden geçen akım değeri de üretilen kuvvetteki artışa paralel olarak artmalıdır. Yukarıdaki şekillerden görüldüğü gibi; girilen referans hava aralığı değerleri ile elde edilen değerler birbirini tutmaktadır. Konum

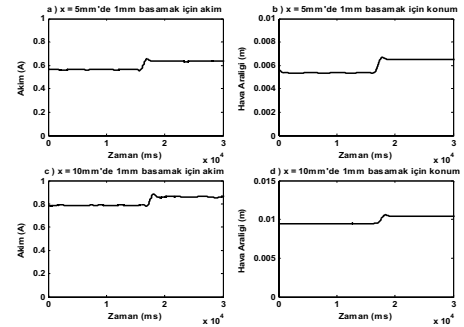
algılayıcısından alınan değerlerde, ışık kaynağındaki değişimlerden dolayı algılanan ışığın seviyesindeki değişim, ortamdaki ışık ve sistem gürültüsü gibi çeşitli etkenlerden dolayı sapmalar meydana gelmektedir. Sapmalar sistemde var olmakla birlikte sistem kararlılığı açısından kabul edilebilir sınırlar içerisinde dirler. Yine şekilden, gittikçe artırılan hava aralıkları değerleri için bobinin çektiği akımın da arttığı görülmüştür.



Şekil 9: 5mm ve 10mm hava aralığı referansında elde edilen konum ve akım değerlerinin zamanla değişimi

### 6.2 Birim Basamak Girişi İçin Sistemin Davranışı

Hava aralığının 5mm ve 10mm olduğu değerlerinde sisteme 1mm’lik basamak girişi uygulandığında sistemden bu girişlere karşılık alınan konum ve akım cevapları Şekil 10’da gösterilmiştir.



Şekil 10: 5mm ve 10mm hava aralığı referansında elde edilen 1mm’lik basamak fonksiyonu cevabı

Basamak girişinin sisteme uygulanmasıyla bilye bobin çekirdeğine yaklaşarak hava aralığı 1mm kapanır. Yukarıdaki değerler konum algılayıcısından okunan konum değerlerini temsil etmektedir. Cevapların biçimlerinin değişik hava boşluğu değerleri için aynı olmaları geri-beslemeli doğrusallaştırmanın çalışma noktasını geniş aralıklara çektiğinin göstergesidir. Sistemin yüksek hava aralığı değerlerinde aynı tepkiyi verdiği söylenebilir.

Bobinden çekilen akım değeri de bilyenin konumundaki artışa paralel olarak artmaktadır. Elde edilen konum değerleri ile akım değerlerinin birbirleriyle uyum içinde değiştiği görülmüştür.

### 6.3 Bozucu Dış Etkenler Uygulandığında Sistemin Davranışının İncelenmesi

Kontrol sistemlerinin uygulamasında, tasarlanan sistemin

sönüm ve doğruluk koşullarına uyması dışında, sisteme etki edebilecek dış bozucu etkenlere ve sistem parametrelerindeki değişimlerine karşı davranışının dayanıklı olması yani duyarsız olması beklenir [10]. Bu bölümde, sisteme yatay ve düşey eksenlerde bozucu dış kuvvetler uygulanmış ve davranışı incelenmiştir.

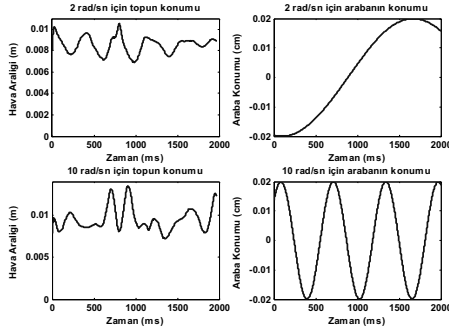
### 6.3.1 Yatay Bozucu Etkilere Karşı Sistem Davranışı

Denetleyicinin yatay ekseninde uygulanacak dış bozucu etkenlere karşı gürbüzlüğünü test etmek amacıyla, sistem yatay ekseninde uygulanan işarete göre ileri-geri hareket edebilen bir yapıya monte edilmiştir. 8mm hava aralığı değeri için sisteme farklı frekans değerlerine sahip, 200 rpm/V hız referans oranına sahip servo motor sürücüsüne 0.2V genlikli bozucu sinüs işaretleri uygulanarak sonuçlar kaydedilmiştir. Deney düzeneği Şekil 11’de görülmektedir.

Sisteme yatay ekseninde 2 rad/sn ve 10 rad/sn frekanslı ve 0.2V genlikli bozucu sinüs işaretleri uygulandığında elde edilen topun ve arabanın konum değerlerinin değişimi Şekil 12’de gösterilmiştir.



Şekil 11: Manyetik süspansiyon sisteminin yatay ekseninde hareket ettirilmesi



Şekil 12: Yatay ekseninde 8mm hava aralığı için sisteme 2 ve 10 rad/sn frekanslı 0.2V genlikli sinüsoidal bozucu işaretler uygulandığında topun ve arabanın konum değerlerinin zamanla değişimi

Bu bozucu işaretlerin yanında sisteme farklı frekans değerlerinde bozucu işaretler de uygulanmıştır. Tüm denemelerde elde edilen değerlerin standart sapmaları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1 : 8mm hava aralığı için 25mm çaplı bilye kullanılarak sisteme yatay ekseninde bozucu kuvvet uygulandığında elde edilen konum ve akım değerlerindeki standart sapmalar

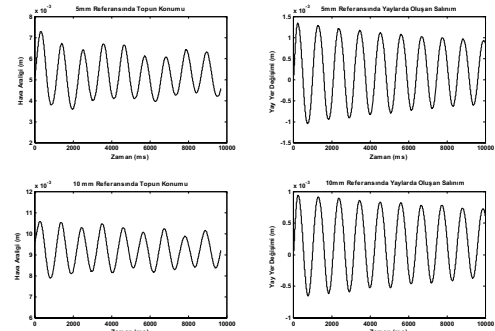
| Frekans (rad/sn) | Konumdaki Standart Sapma (m) | Akımdaki Standart Sapma (A) |
|------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 2                | 0.00078                      | 0.147                       |

|    |         |        |
|----|---------|--------|
| 4  | 0.00123 | 0.155  |
| 6  | 0.00242 | 0.191  |
| 10 | 0.00536 | 0.2452 |

Yukarıdaki tablodan görüldüğü gibi, sisteme yatay ekseninde uygulanan sabit genlikli bozucu işaretin frekansı arttıkça konum algılayıcısından alınan konum bilgilerinde ve bobinden geçen akım değerlerinde meydana gelen hatalar da artmaktadır. En iyi sonuç uygulanan işaretin frekansının 2 rad/sn olduğu durumda, en kötü sonuç ise 10 rad/sn olduğu durumda elde edilmiştir. Sistemin fiziksel yapısı yatay ekseninde hareket ettirildiğinde, ışık kaynağı ile ışık algılayıcısı arasında asılı duran bilye de yatay ekseninde hareket ederek, konum algılayıcısından alınan konum değerleri ve bobinden geçen akım değerlerinde hatalı sonuçların alınmasına neden olmuştur. Elde edilen hatalara rağmen sistemin bu davranışı, denetleyicinin bozucu dış etkenlere karşı oldukça gürbüz olduğunun göstergesidir.

### 6.3.2 Düşey Bozucu Etkilere Karşı Sistem Davranışı

Denetleyicinin düşey ekseninde uygulanacak dış bozucu etkenlere karşı gürbüzlüğünü test etmek amacıyla, sistem dört adet yay üzerine oturtulup üzerine kuvvet uygulanarak konum algılayıcısından alınan değerler kaydedilmiş ve çizdirilmiştir. Hava aralığının 5mm ve 10mm olduğu durumlarda sisteme düşey ekseninde bozucu işaret uygulanmasıyla elde edilen topun ve sistem gövdesinin konumunun zamanla değişimi Şekil 13’te gösterilmiştir.



Şekil 13: 5mm ve 10mm hava aralığı referansında düşey ekseninde bozucu işaret uygulandığında elde edilen konum değerlerinin değişimi

Sisteme farklı hava aralığı değerlerinde düşey ekseninde bozucu işaret uygulanması durumunda elde edilen konum ve akım değerlerindeki standart sapmalar aşağıda tablo halinde verilmiştir.

Tablo 2: Farklı hava aralıklarında düşey ekseninde bozucu kuvvet uygulanması halinde 25mm çaplı bilye kullanılarak elde edilen konum ve akım değerlerindeki standart sapmalar

| Hava Aralığı (mm) | Konumdaki Standart Sapma (m) | Akımdaki Standart Sapma (A) |
|-------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 5                 | 0.00042                      | 0.2492                      |
| 8                 | 0.00051                      | 0.2548                      |
| 10                | 0.00056                      | 0.2591                      |

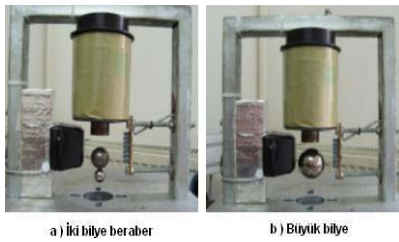
Tablodan görüldüğü gibi, sistemi yaylar üzerine oturtup

düşey ekseninde eşit bir kuvvet uygulandığında, topun konum bilgisindeki ve buna bağlı olarak elde edilen akım bilgisindeki değişim miktarındaki sapmalar hemen hemen eşittir. Bu da denetleyicinin aynı bozucu etken altında farklı hava aralıkları için bilyenin kontrolünü başarılı bir şekilde gerçekleştirdiğini gösterir.

#### 6.4 Farklı Ağırlıklardaki Bilyelerin Kullanılması Halinde Sistem Davranışının İrdelenmesi

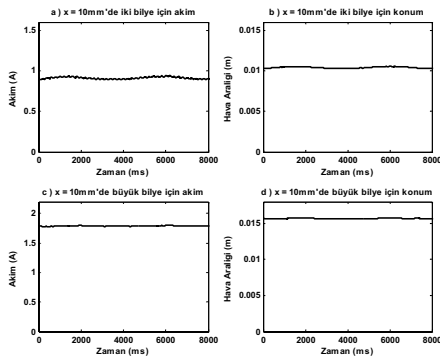
Bu kısımda, farklı ağırlıklı bilyeler kullanılarak sistemin değişen kütleler karşısındaki dinamik davranışı incelenmiştir.

İlk olarak, daha önce de kullanılan 25mm çapında ve 63gr ağırlığındaki bilyeye 16mm çapında ve 38gr ağırlığındaki bir başka bilye eklenmiş ve salınmaya bırakılmıştır. Oluşturulan yapının resmi Şekil 14-a'da gösterilmiştir. Daha sonra da, 38mm çapında ve 225gr ağırlığındaki büyük bilye salınmaya bırakılmıştır. Bu yapının resmi ise Şekil 14-b'de gösterilmiştir.



Şekil 14: Birbirine yapışık 25mm ve 16mm çaplı iki bilye ve 38mm çaplı bilyelerin kontrolü

Bu iki durum için 10mm hava aralığında elde edilen konum ve akım değerlerinin zamanla değişim Şekil 15'te gösterilmiştir.



Şekil 15: 10mm hava aralığı referansında birbirine yapışık iki bilye ve büyük bilye için elde edilen konum ve akım değerlerinin zamanla değişimi

Şekil 9 ve Şekil 15 karşılaştırıldığında, değişik ağırlıklı ve çaplı bilyelerin kullanılmasıyla ortaya çıkan sonuçlar arasında farklılıklar olduğu görülmektedir. İki bilye ve büyük bilyenin kullanıldığı durumlarda, konum ve akım bilgilerindeki hataların ağırlıkla doğru orantılı olarak arttığı görülmüştür. Bunun nedeni, tüm ayarların 25mm çaplı ve 63gr ağırlıklı bilye için yapılmış olmasıdır. Denetleyici parametreleri ve konum algılayıcının yapısı bu bilye için ayar edilmiştir. Dolayısıyla, diğer bilyeler için hataların artmış olması çok doğaldır.

## 7. Sonuçlar

Yapılan çalışmada, tek eksenli bir manyetik süspansiyon sisteminin modellemesi, tasarımı ve uygulaması sunulmuştur. Süspansiyon sistemi ana yapısı itibari ile; konum algılayıcısı, demir bilye, bobin, doğrusal yükseletç ve denetleyiciden meydana gelmektedir. Geri-beslemeli doğrusallaştırma yöntemi ile doğrusal olmayan bir sistem olan manyetik süspansiyon sisteminin kontrolü çalışma noktasına olan bağımlılıktan kurtarılmıştır. Ayrıca Maxwell 2D Alan Benzetimi programı ile sistemin manyetik modelinin benzetimi oluşturulmuş ve bobin tarafından oluşturulan manyetik kuvvet irdelenmiştir. 25mm çaplı bilye kullanılarak farklı hava aralıklarında normal çalışma için ve aynı hava aralıklarında 1mm'lik basamak girişleri uygulanarak sistemin verdiği cevaplar incelenmiştir. Daha sonra, sisteme düşey ve yatay eksenlerde farklı frekans değerlerine sahip bozucu dış kuvvetler uygulanarak denetleyicinin gürbüzlüğü test edilmiştir. Son olarak, farklı ağırlıklı bilyeler için konum ve bobin akımı değerleri elde edilmiştir. Bu değerler karşılaştırılarak manyetik süspansiyon sisteminin değişen kütleler karşısındaki dinamik davranışı incelenmiştir. Tüm bu koşullar altında manyetik süspansiyon sisteminin kontrolü başarıyla yapılarak proje tamamlanmıştır.

## 8. Teşekkür

“5 eksen CNC frezeleme operasyonlarında işlenen yüzeyin kalitesini proses optimizasyonu ile arttıran bir sistem geliştirme” isimli DPT projesine, çalışmaya sağladığı donanım katkılarından dolayı teşekkür ederiz.

## 9. Kaynakça

- [1] Trumper, D.L., “Nonlinear compensation techniques for magnetic suspension systems”, *NASA Workshop on Aerospace Applications of Magnetic Suspension Technology*, (1990).
- [2] Maxwell 2D Field Simulator User Guide, 2003.
- [3] Kuo, B.C., “Otomatik Kontrol Sistemleri”, Bir, A., 7.Baskı, *Literatür Yayıncılık*, 192-198, 563-591, (2002).
- [4] Özdaş, M.N., Dinibütün, A.T., Kuzucu, A., “Otomatik Kontrol Temelleri”, 2.Baskı, *Birsan Yayınevi*, 270-298, (1998).
- [5] Trumper, D.L., Xie, Yi., “Mechatronics Examples For Teaching Modeling, Dynamics, and Control”, *Massachusetts Institute of Technology*, 55-69, (2003).
- [6] Bingül, Z., “Matlab ve Simulink ile Modelleme/Kontrol II”, *Birsan Yayınevi*, 86-95, (2006).
- [7] Sarioğlu, M.K., “Otomatik Kontrol I-II”, *Birsan Yayınevi*, 80-103, (2000).
- [8] Trumper, D.L., *Magnetic Suspension Techniques for Precision Motion Control*. PhD thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, (1990).
- [9] Weng., M.C., “Magnetic Suspension and Vibration Control of Flexible Structures for Non-contact Processing.”, PhD thesis, *Massachusetts Institute of Technology*, (2000).
- [10] Qu., Z., “Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems”. *John Wiley and Sons*, (1998).

# Elektromekanik Supap Mekanizmalarında Geribeslemeli Denetimin Araştırılması

*Zeliha Kamış<sup>1</sup>, İbrahim Yüksel<sup>2</sup>, Elif Erzan Topçu<sup>3</sup>*

<sup>1,2,3</sup>Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü,  
16059 Görükle/BURSA

<sup>1</sup>zkamis@uludag.edu.tr

<sup>2</sup>ibrahim@uludag.edu.tr

<sup>3</sup>erzan@uludag.edu.tr

## Özetçe

İçten yanmalı motorlarda kullanılmak amacıyla geliştirilen elektromekanik supap mekanizmaları (EMS) kalan son mekanik bağlantı olan kam milini ortadan kaldıran, esnek, değişken bir supap zamanlaması sağlayan aygıtlardır. Halihazırda ticari anlamda uygulaması bulunmayan EMS ler üzerinde yoğun çalışmalar yürütülmektedir. EMS lerde ortaya çıkan en önemli sorun supabın kapanması sırasında ortaya çıkan yüksek çarpma hızıdır. Özellikle supabın kapanma hızının çok iyi denetlenmesi ve kapanma anında yumuşak bir şekilde oturmasının sağlanması esastır.

Bu çalışmada, doktora tezi çalışması kapsamında geliştirilen, matematiksel modeli, statik ve dinamik karakteristikleri çıkarılarak prototip üretimi gerçekleştirilen EMS denetimi üzerinde araştırma çalışmaları yürütülmüştür.

## 1. Giriş

Supap zamanlamasının elektronik denetimi ile motor performansı önemli oranda iyileştirilebilir. Elektromekanik supap mekanizması ile supap hareketi tüm çalışma şartlarında motorun devrinden bağımsız olarak denetlenir ve bunun sonucunda yakıt tüketimi ve kirletici oranları azaltılmış olur [1]. Ayrıca bu sistem ile yüksek tork ve güç çıkışı elde edildiği, motorun soğukta ilk çalışması ve ısınması, geçici durum ve rölanli çalışması için optimum yakıt tüketimi sağladığı ve pompalama kayıplarını en aza indirdiği öne sürülmektedir [2,3,4].

Son yıllarda elektromekanik supap mekanizmaları üzerine çok yönlü çalışmalar yürütülmektedir. Yapılan çalışmaların bir kısmı sistemin tasarımı ve tasarım parametrelerinin incelenmesi ve statik ve dinamik karakteristiklerin araştırılması üzerinedir [5,6,7,8]. Bu çalışmalarda genellikle E tipi olarak adlandırılan ve dikdörtgen prizması şeklinde olan mıknatıs devreleri kullanılmıştır [5-10]. Farklı çalışmalarda elektromekanik supap mekanizmalarında tasarım parametrelerinin sistem üzerine etkileri, giriş sinyali biçiminin ve yay enerjisinin etkisi incelenmiştir [11-13].

Elektromekanik supap mekanizmasının modellenmesi ve denetimi üzerine de çok çeşitli

çalışmalar yapılmaktadır. Sistemin modellenmesinde sonlu elemanlar yöntemi [5-8] ve MATLAB/Simulink programı [3,14-17] yaygın olarak kullanılmaktadır. Elektromekanik supap mekanizması doğrusal olmayan bir sistemdir ve küçük hareket mesafelerinde kararsızlık problemi ortaya çıkar. Bu durumda düşük oturma hızlarını sağlamak için sistemin geri beslemeli olarak doğrusal olmayan bir denetleyici ile denetlenmesi gerekir ve bununla ilgili çeşitli çalışmalar yürütülmektedir [14-21].

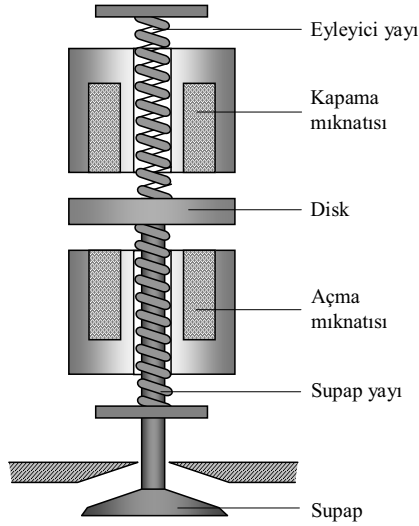
Bu çalışmada, bir doktora çalışmasında [22] geliştirilen elektromekanik supap mekanizmasının oturma hızı denetiminin analizi yapılmıştır. Bunun yanı sıra uygun denetim teknikleri ile oturma hızının azaltılabileceği gösterilmiştir.

## 2. Elektromekanik Supap Mekanizması (EMS)

Bu çalışmada ele alınan EMS [22], Şekil 1' den görüldüğü gibi açma ve kapama olmak üzere iki adet mıknatıs devresi ve bobini, iki adet yay ve supap ile birlikte hareket eden disk biçiminde hareketli kutup elemanından meydana gelir.

Elektromekanik supap mekanizmalarında sistemin cevap hızı büyük oranda kütle yay sisteminin doğal frekansına bağlı ve belli oranda da elektromıknatısın dinamiğine bağlıdır. Bu çalışmada elektromekanik supap mekanizması tasarımında disk tipi mıknatıs devresi kullanılmıştır. Disk ve mıknatıs devresi ferromıknatıs bir malzemeden yapılmış olup, hareketli eleman iki mıknatıs devresi arasında gidip gelme hareketi yaparak supabı açık veya kapalı konuma getirir ve tutar. Diskin hareketi, yayların sağladığı potansiyel enerji ile mıknatıs enerjisi veya kuvvetine bağlıdır.

Elektromekanik supap mekanizmalarında, elektronik denetim biriminden (Şekil 3) gönderilen denetim sinyali göre bobinlerden biri iletime, diğeri kesime sokularak supap açılıp kapanır. Motor çalıştığı sürece mıknatıs devrelerinden biri iletimde diğeri kesimdedir. Yani supap ya açık yada kapalı konumdadır. Motorun çalışmadığı sürede her iki bobin iletimden kesilir ve supap denge konumunda yarı açık kalır.



Şekil 1. Elektromekanik supap mekanizması

## 2.1. Hareket Denklemleri

Elektromekanik supap mekanizmasında kullanılan mıknatıs devresi elektrik, mıknatıs ve mekanik alt sistemlerinden meydana gelir. Sistemin hareket denklemleri alt sistemlerin birbiriyle etkileşimine bağlı olarak aşağıdaki şekilde çıkarılabilir [23]

Elektrik alt sisteminin dinamik karakteristiği elektrik devresine Kirchhoff voltaj yasasını uygulamak suretiyle aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$e(t) = Ri + \frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

burada  $\psi$  mıknatıs akı bağıdır ve  $\psi = N\phi$  veya  $\psi = Li$  olarak tanımlanır. Yukarıdaki denklemde yer alan tüm değişkenler zamanın fonksiyonu olduğu gibi aynı zamanda  $x(\phi, i)$  mekaniksel yer değiştirme ve  $i(\phi, x)$  akımın bir fonksiyonudur ve  $(\psi(x, i), \phi(x, i), L(x, i))$  şeklinde ifade edilebilirler.

Gerçekte (1) nolu ifade elektrik ve mıknatıs alt sistemleri arasındaki bağlaşımlı bağıntısını tanımlar. Kapalı biçimde verilen (1) nolu bağlaşımlı denklemi ya  $\psi = Li$  bağıntısına göre akım esasına dayalı yada  $\psi = N\phi$  bağıntısına göre akı esasına dayalı olarak aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenebilir.

Akım esasına dayalı denklem:

$$e(t) = Ri(L, x) + L(x, i) \frac{di}{dt} + i \frac{\partial L(x, i)}{\partial x} \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

burada  $i \frac{\partial L(x, i)}{\partial x} \frac{dx}{dt}$  zıt elektromotor kuvveti veya burgaç akımı etkisini tanımlar.

Akı esasına dayalı denklem:

$$e(t) = Ri(\phi, x) + N \frac{d\phi(x, i)}{dt} \quad (3)$$

burada  $\phi(x, i)$  mıknatıs akı çizgilerinin tamamının N sarımının tamamı ile ilişkide olduğu varsayılmıştır.

Çözümde her iki denklemin de kuvvetli ve zayıf tarafları mevcuttur. (2) nolu denklemde zıt elektromotor kuvveti içerisinde mekanik etkileşim daha belirgin

şekilde görülür. Buna karşılık (2) nolu denklemde  $\frac{\partial L(x, i)}{\partial x}$  endüktans eğimini belirlemek zordur.

Mıknatıs devresinde ortaya çıkan mıknatıs akısı değişimi (3) nolu denklemden çekilerek aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\phi(x, i) = \frac{1}{N} \int_0^t (e(t) - Ri(\phi, x)) dt \quad (4)$$

Ampere kuramından sistemin mıknatıs devre denklemi ya

$$Ni = (R_g + R_i) \phi_m \quad (5)$$

şeklinde yada (5) nolu denklemin daha özel durumu

$$Ni(\phi, x) = \frac{2B_g(x, i)x}{\mu} + \sum_i H_i l_i \quad (6)$$

şeklinde verilir. Burada  $\frac{2B_g x}{\mu}$ ,  $x$  mesafesindeki hava aralığında  $B_g$  mıknatıs yoğunluğunu oluşturmak için gerekli magnetomotor kuvvetini ve  $\sum H_i l_i$  devrenin demir kısımlarındaki akıyı oluşturmak için gerekli electromotor kuvvetini temsil eder.

$\phi$  mıknatıs akısının bir sonucu olarak oluşan mıknatıs çekim kuvveti

$$F_m(\phi_g, i) = \frac{\phi_g^2(x, i)}{A\mu} = \frac{B_g^2(x, i)A}{\mu} \quad (7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada çekim kuvveti, mıknatıs devresine  $Ni(\phi, x)$  magnetomotor kuvveti girişine karşılık oluşan mıknatıs akısının bir sonucu olarak elde edilir.

Diğer taraftan  $i$  akımı ve  $x$  yer değiştirmesinin fonksiyonu olarak akım esasına dayanan çekim kuvveti denklemi magnetomotor kuvvetinin bir fonksiyonu olarak

$$F_m(x, i) = \frac{\mu A (Ni(\phi, x))^2}{2Z(x_t - x)^2} \quad (8)$$

şeklinde de verilebilir.

Newton' un II. Hareket Yasasından sistemin mekanik kısmının hareket denklemi

$$F_{mc} = m \frac{d^2 x}{dt^2} + F_{sür} \pm F_{yay} + F_b + F_{mt} \quad (9)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $F_{mc}$ : iletme sokulan mıknatıs devresindeki mıknatıs çekim kuvveti (N),  $F_{mt}$ : kesime sokulan mıknatıs devresindeki kalıntı mıknatıs kuvveti (N),  $F_{sür}$ : sürtünme kuvveti (N),  $F_b$ : silindir içi basınç kuvvetidir (N).

Elektromekanik sistemlerin çözümüne esas olan üç temel bağıntı vardır. Bunlar; (1) nolu denklemle verilen elektriksel bağıntı, (2) nolu denklemle gösterilen mıknatıs devre bağıntısı ve (9) nolu denklemle verilen mekaniksel bağıntıdır. (7) nolu denklemle verilen mıknatıs çekim kuvveti mıknatıs devre denklemlerinin çözümünden elde edilir. Toplu ögeler çözüm tekniğinde mıknatıs devre denklemleri ise mıknatıs devresinin geometrisine ve mıknatıs geçirgenliğine bağlı olarak yazılan cebirsel denklemlerin sayısal çözümünden elde

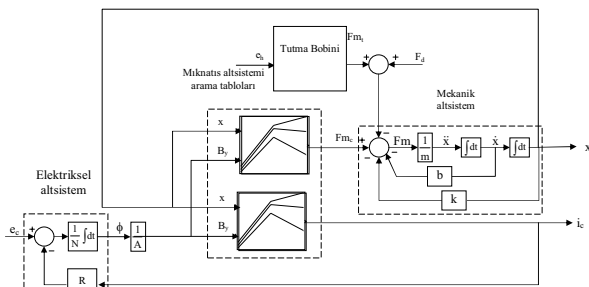
edilebilir [22]. Mıknatıs devre denklemlerinin bir diğer çözüm yöntemi sonlu elemanlar çözüm tekniği olup özel çözüm programları gerektirmenin yanında ayrıca çözüm süreleri de oldukça uzundur.

Bu çalışmada EMS hareketini tanımlayan doğrusal olmayan denklemler MATLAB/Simulink ortamında toplu öğeler tekniğine göre çözülmüştür. Bu çözümde yukarıda verilen denklemlerin yanında ayrıca mıknatıs devresinin çözümünü sağlayan mıknatıs geçirgenlik denklemleri de kullanılmıştır. Çözüm iki aşamada gerçekleştirilmiş olup birinci aşamada sistemin hareket denklemleri, cebirsel mıknatıs geçirgenlik denklemleri ile birlikte kullanılan mıknatıs malzemesinin mıknatıslanma karakteristiklerini (B-H eğrisi) hesaba katarak **MATLAB** ortamında çözülmüştür. Bu şekilde geometrisi belli olan mıknatıs devresinin mıknatıslanma karakteristiklerine ait arama tabloları oluşturulmuştur. Arama tabloları ise  $x$  hareket mesafesini ve malzemenin o çalışma koşuluna karşılık gelen  $B$  mıknatıs akısı yoğunluğunu giriş ve mıknatıs çekim kuvvetini ve/veya bu çalışma durumu için gerekli elektrik akımını çıkış verecek şekilde düzenlenmiştir. Böylece EMS nin geometrisi belli mıknatıs devresinin tüm çalışma koşullarına ait mıknatıslanma karakteristikleri elde edilmiştir. Bu da bir **Simulink** modeli içinde çözüm süresini uzatan mıknatıs devresine ait cebirsel denklemlerin doğrusallaştırılmasını sağlamıştır.

İkinci aşamada hareket denklemleri elde edilen arama tabloları yardımıyla daha etkin bir şekilde çözüme ulaştırılmıştır. Şekil 2’de mıknatıs devresinin çözümünde cebirsel denklemler yerine bu denklemlerden elde edilen arama tabloları kullanan **Simulink** modeli verilmiştir. Bu şekilde sistemin dinamik karakteristiklerini çözümünü daha kısa sürede gerçeklenmektedir.

## 2.2. Elektromekanik Supap Mekanizmasının Denetimi

Elektromekanik supap mekanizmalarının açma/kapama zamanlaması denetimi motorun çalışma şartlarına göre krank mili açısına bağlı olarak elektronik denetim biriminden gerçekleşir. Bu şekilde supapların esnek bir şekilde denetimi yoluyla motor performansında önemli oranda iyileştirme sağlanmış olacaktır.

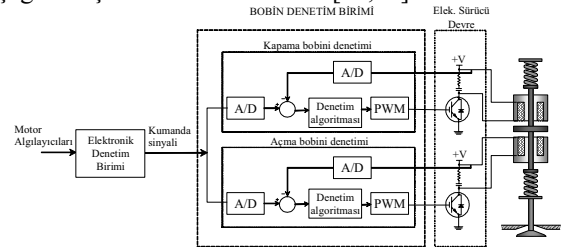


Şekil 2. Simulink modeli blok diyagramı

Şekil 3’ te sistemin akım geri beslemeli denetiminin prensip şeması gösterilmiştir. Elektronik denetim şeması; elektronik denetim birimi, bobin denetim birimi ve elektronik sürücü devre olmak üzere üç kısımdan oluşur. Elektronik denetim birimi motor algılayıcılarından gelen sinyallere bağlı olarak supabı gerekli zamanlarda açmak veya kapamak için bobin denetim birimine kumanda sinyali gönderir. Bobin denetim birimi ise kumanda sinyali ve geri besleme sinyaline bağlı olarak supabın konumunu ve/veya hızını denetleme işlevini yürütür. Bobin denetim birimi çıkışı akım sürücü devre (elektronik güç kartı) üzerinden mıknatıs devresi için gerekli olan yüksek elektrik akımını sağlar. Denetim sinyalinin sürücü devredeki anahtarlama elemanını açması ile akım sürücü devrenin besleme gerilimine bağlı olarak bobinden gerekli akım sürülür. Sürücü devrenin temel elemanı yüksek akımlı güç tranzistorleri (IGBT veya MOSFET türü) olup bunların üzerinden geçen akım denetimi darbe genişlik modülasyonu (DGM) sinyali ile gerçekleştirilir.

Elektromekanik supap mekanizmalarının yüksek motor hızlarında kullanılabilmesi için açma/kapama süresinin mümkün olduğu kadar kısa olması gerekir. Yüksek cevap hızları sağlamanın bir yolu sistemde sert yay ve buna uygun mıknatıs devresi kullanarak daha yüksek mıknatıs çekim kuvveti elde etmektir. Mıknatıs kuvveti belli bir eşik değerinde yay kuvvetini yendikten sonra supap üzerine etki eden net kuvvet hızlı bir şekilde yükselir. Bu da disk elemanı ve supabın ani olarak ivmelenmesine ve supabın açılma/kapanma anında yüksek oturma hızları oluşmasına neden olur. Yüksek açma/kapama hızları supabın aşınmasına neden olmanın yanında aşırı mekanik gürültü doğurur. Bu nedenlerden dolayı elektromekanik supap mekanizmalarında supabın açılma/kapanma aşaması gerek sistemin en uygun denetimi ve gerekse kararlılığı açısından kritiktir.

Elektromekanik supap mekanizmasının açık döngü denetiminde, supabın belli bir denge konumunun dışında mıknatıs ve yay kuvveti arasındaki net kuvvet çok hızlı yükselerek sistemin kararsız bir bölge içine girmesine neden olur. Bunun önemli bir nedeni doğrusal değişen zıt yöndeki yay kuvvetine karşılık mıknatıs çekim kuvvetinin (bkz. 8 nolu denklem)  $i$  akımı ve  $x$  hareket mesafesinin karesi ile doğrusal olmayan şekilde değişimidir. Belli bir denge noktasından sonra ise çekim kuvveti çok aşırı artarak hareketli kutbun ve dolayısıyla supabın çok ani hareketle kapanmasına neden olur. Kuvvetler dengesinden kararsız bölge yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir [17,22].



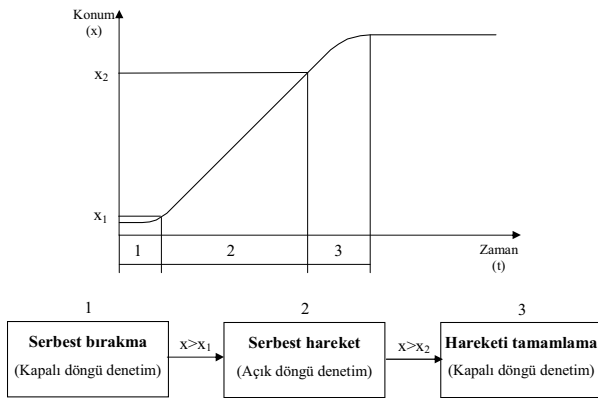
Şekil 3. Elektromekanik supap mekanizması denetim şeması

$$x_e < \frac{x_h}{3} \quad (10)$$

Bu ifadeden görüldüğü gibi yay kuvveti ile mıknatıs kuvveti  $x_h$  toplam hareket mesafesinin üçte birinde dengeye ulaşır ve hareketli kutbun toplam hareket mesafesinin üçte birinden daha küçük mesafelerde kararsızlık ortaya çıkar. Bu durumda supap konumunun açık döngü denetimi hemen hemen imkansız hale gelmektedir. Açık döngü denetim teorik olarak yakın bölge kararsızlığını ve oturma hızını iyileştirmek için yeterli gözüktüğü de pratik uygulamalarda bir takım zorlukların ortaya çıktığı ve sisteme etki eden bozucu girişler ve modelleme hataları nedeniyle açık döngü denetimin tek başına yeterli olmadığı ortaya çıkmakta ve gürbüz bir denetim için kapalı döngü denetim yöntemleri önerilmektedir [17].

Elektromekanik supap mekanizmalarında ortaya çıkan yakın bölge kararsızlığını gidermek ve yüksek oturma hızlarını en asgari düzeye indirmek için çeşitli çalışmalarda geri beslemeli denetim önerilmektedir [17,18,20,21]. Yürütülen çeşitli çalışmalarda elektromekanik supap mekanizmasında üç aşamalı bir denetim planı uygun görülmektedir [17,20]. Bunlar; Şekil 4 de görüldüğü gibi hareketli kutup elemanın serbest bırakılması, serbest hareketi ve hareketini tamamlama aşamaları olarak tanımlanmaktadır.

Şekil 4’ de verildiği gibi serbest bırakma aşamasında kapama veya tutma bobini kesime sokulduğu anda açma bobini iletimi sokulur ve o anda tutma bobinindeki akım zamana bağlı düşerken açma bobininde yükselir. Endüktans mesafe ile ters orantılı değiştiğinden harekete başlama anında tutma mıknatısın endüktansı açma mıknatısının endüktansından yüksektir. Bu da tutma mıknatısının elektriksel gecikme zamanının daha yüksek çıkmasına neden olur ve kesime sokulan bobinde akımın dolayısıyla da mıknatıs akısının düşüşünü geciktirir. Bu gecikme belli oranda kesime sokulan bobin harekete başlamadan belli bir süre önceden ters akım uygulayarak önlenabilmektedir [14,17,20]. Bu durumda geribeslemeli bir denetim kullanılır.



Şekil 4. Denetim aşamaları

Supabın serbest hareketi aşamasında iletme sokulan mıknatıs devresinde akımın artışına bağlı olarak çekim kuvveti de artış gösterecektir. İletime sokulan mıknatıs devresine kısa bir süre için aşırı yüksek genlikli bir gerilim uygulanacak olursa hızlı ve aşırı bir akım değişimine karşılık aşırı bir çekim kuvveti oluşacaktır. Bu da iletme sokulan devrenin (açma mıknatısı) zaman gecikmesini en aza indirir. Bunun sonucu olarak supabın hareketindeki zaman gecikmesi en aza indirilmiş olacaktır. Bu aşamada açık döngü denetim yeterli olacaktır.

Hareketin tamamlanması aşamasında ise sistem denge konumuna ulaştıktan sonra kararsız bölgeye girecektir. Bu durumda uygun bir geri beslemeli denetim yoluyla supabın yuvasına düşük hızlarda oturması sağlanabilir.

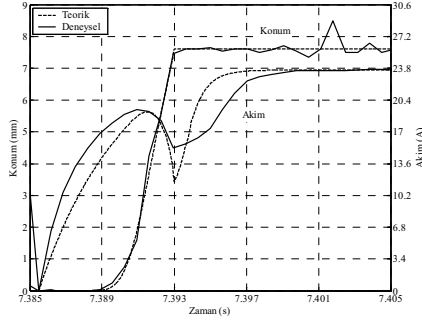
Bu çalışmada yukarıdaki açıklamaların ışığı altında prototip sistemin denetimine açıklık getirmek amacıyla elektromekanik supap mekanizmasının açık döngü ve kapalı döngü denetimi değişik türden teorik olarak araştırılmıştır. Açık döngü denetimde hareketin son aşamasında mıknatıs devresi bobinine pozitif ve negatif değerli sinyaller gönderilerek oturma hızı azaltılmaya çalışılmıştır. Kapalı döngü denetimde ise referans bir yörünge tanımlanmış ve bu referans yörünge ile çıkış konumu arasındaki hata sinyali ve kararsızlık durumuna geçme durumu göz önünde bulundurularak P, PD denetim yordamları ve DGM tekniği ile oturma hızı belli oranda azaltılmıştır. Denetim işleminde yukarıda sözü edilen üç aşamalı durum göz önünde bulundurulmuştur.

### 3. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Bu çalışmada öncelikle Şekil 2’ de verilen Simulink modelinin çalışması ve elde edilen sonuçların deney sonuçları ile uygunluğu ele alınmıştır. Bunun için tasarlanan ve prototipi imal edilen elektromekanik supap mekanizması üzerinde bir dizi test yapılmış ve sistemin anahtarlama durumunu gösteren deney sonuçları Şekil 5’ de verilmiştir. Burada sistemin akım sürücü devresine, bobini en yüksek akımda (yaklaşık 24 A) süren genlikte basamak gerilim sinyali uygulanmıştır. Bu aşamada amaç sadece sistemin en yüksek anahtarlama hızını belirlemek olduğundan, pratik çalışmada olduğu gibi ayrıca anahtarlama aşamasından sonra gerilim ve dolayısıyla da akım sinyali seviyesi düşürülmemiştir.

Şekil 5’ deki akım değişim eğrisinden sistemin toplam anahtarlama zamanı yaklaşık 8 ms olarak belirlenir. Benzer şekilde konum değişim eğrisinden ise supabın hareket zamanının yaklaşık 4 ms olduğu görülür. Bu da 5000 d/dak’ da, 4 silindirli bir motorda uygun bir supap zamanlamasıdır.





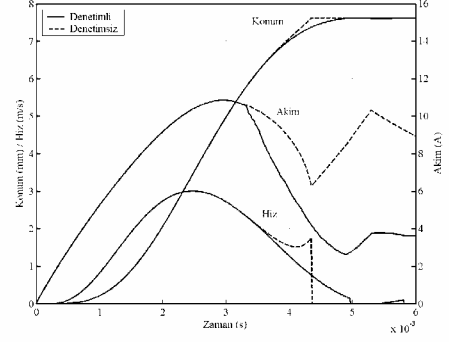
Şekil 5. ESM dinamik davranışı (teorik ve deneysel)

Bu çalışmada ele alınan ve prototipi imal edilen EMS da 67 N/mm lik iki adet yay kullanılmış olup supabın hareket mesafesi yaklaşık 7.6 mm ve toplam hareketli kütle 156 gramdır. Mıknatıs devresinin çapı 52 mm, boyu 26.5 mm ve disk kalınlığı 6 mm olup bobinde 156 sarım kullanılmış olup direnci 1.7 ohm'dur. 2 adet mıknatıs devresi ve 2 adet yay disk ve supap ile birlikte uygun bir gövde içine yerleştirilmiş ve kabaca dış boyutları itibarı ile 66 mm çapında ve 160 mm boyunda EMS prototipi imal edilmiştir.

Matematiksel modelin doğrulanması amacı ile Simulink modelinden elde edilen benzetim sonuçları da şekil üzerinde gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi benzetim sonuçları deney sonuçlarıyla uyumludur [22]. Benzetim sonuçları özellikle sistemin anahtarlama zamanının belirlenmesinde yeterli bir yaklaşıklık sağlamaktadır.

EMS'nin supap çarpma hızını azaltmak amacıyla bobin akımının anahtarlamasından elde edilen deneysel sonuçları temel alan teorik çalışmalar yürütülmüştür. Sistemin denetimi açık döngü ve kapalı döngü olmak üzere iki şekilde yapılmıştır. Mıknatıs devresi bobinine pozitif ve negatif değerler arasında değişen kare dalga ve sinüs sinyali ile rasgele sinyal gönderilerek sistem açık döngü olarak denetlenmiş ve oturma hızı kabul edilebilir değerlere düşürülmüştür. Bu uygulamada en iyi sonuç bobine rasgele giriş sinyali uygulanarak elde edilmiştir (Şekil 6). Tablo 1' de ise rasgele sinyal ve diğer giriş sinyallerinde elde edilen oturma hızı değerleri gösterilmiştir.

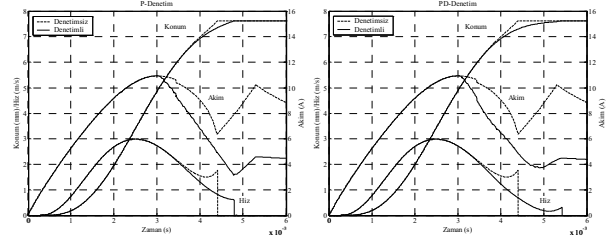
Sistemin kapalı döngü denetimi üç aşamalı olarak gerçekleştirilmiş ve referans olarak belirlenen bir konum eğrisi ile çıkış konumu karşılaştırılmış üretilen hata sinyaline bağlı olarak P ve PD etki ile denetim sinyali oluşturulmuştur. Bu denetim sinyali yardımı ile de 8 kHz'lik DGM sinyali elde edilerek bobin akımı anahtarlama yapılmıştır. Bu uygulamada türev etki farklı bir amaç için kullanılmış olup hatanın türevi alınarak daha küçük orantı kazancında DGM sinyalinin elde edilmesi sağlanmıştır. Bobin akımının bu şekilde anahtarlama ile oturma hızı teorik olarak önemli oranda azaltılmıştır. P ve PD etki için model sonucu Şekil 7 de verilmiştir. Bu şekillerden görüldüğü gibi P etkide oturma hızı yaklaşık olarak 0.6 m/s'ye, PD etkide ise 0.3 m/s'ye kadar azaltılmıştır.



Şekil 6. Açık döngü denetim (rasgele sinyal)

Tablo 1. Giriş sinyali biçimine göre supabın oturma hızı

| Sinyal Biçimi | Oturma Hızı (m/s) |
|---------------|-------------------|
| Kare          | 0.17              |
| Sinüs         | 0.13              |
| Rasgele       | 0.12              |



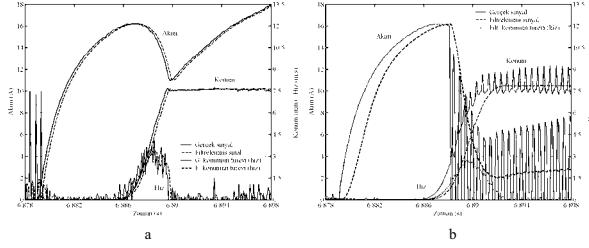
Şekil 7. Kapalı döngü denetim (teorik)

Açık döngü ve kapalı döngü denetim için elde azaltılması hareket süresini belli oranda arttırmaktadır.

Şekil 8' de ise sistemin normal çalışma (a) ve akımın anahtarlama (b) durumunda deneysel olarak elde edilen denetim sonucu verilmiştir. Şekil 8a' dan görüldüğü gibi normal çalışmada hız kestiriminden hareketin yaklaşık olarak 2 m/s'lik bir hızla tamamlandığı görülür. Şekil 8b' de ise bobin akımı hareket sonunda 8 kHz ve % 50 doluluk oranındaki DGM sinyali ile anahtarlama yapılarak oturma hızı azaltılmaya çalışılmıştır. Şekilden görüldüğü gibi akımın anahtarlama ile hareket sonunda konum eğrisinde yumuşak bir geçiş olmakta ve supabın hareketi kam profiline yaklaşmaktadır. Bu da hareket sonunda hızın azaltıldığının bir göstergesidir. Bu durumda oturma hızı hız kestiriminden yaklaşık olarak 0.24 m/s olarak tespit edilmiştir.

Kullanılan sinyal ölçüm tekniği ve sürücü devrenin yapısına bağlı olarak deneysel ölçümlerde konum eğrisi ve özellikle düşük genlikli akım eğrisinde yüksek frekanslı salınımlar ortaya çıkmıştır. Gerçekte sistem bu salınımları algılamamaktadır. Özel filtreleme işlemleri yoluyla bu salınımları düzeltmek mümkün olmakla beraber bu durum sistemin dinamik davranış karakteristiklerinin belirlenmesinde etkili olmadığından bu çalışmada ayrıca filtreleme işlemlerine yer verilmemiştir.





Şekil 8. Açık döngü denetim (deneysel)

Şekil 5-8’ de zaman eksenini açısından bir farklılık görülmektedir. Bu durum deneysel sonuçların supabın sürekli çalışması sırasında herhangi bir zaman aralığı için elde edilmiş olmasından kaynaklanmaktadır.

#### 4. SONUÇ

Elektromekanik supap mekanizmasının en kritik problemi olan oturma hızı denetimi teorik olarak ele alınmıştır. Bu durumda kapalı döngü denetimde PD etki ve DGM tekniği ile oturma hızı 0.21 m/s’ ye kadar düşürülebilmektedir. Deneysel çalışmalarda oturma hızının akımın anahtarlanması ile azaltılabileceği gösterilmiştir. Bu konuda, çarpma hızını daha fazla düşürebilecek uygun denetim algoritması üzerindeki çalışmalar devam etmektedir.

Bu çalışmada elektromekanik supap mekanizmaları için tasarlanan modelin gerek kuramsal gerekse deneysel olarak elektromekanik supap mekanizmalarında uygulanabilirliği ortaya konmuştur. Supabın oturma hızı azaltıldığında ve uygun imalat koşulları altında gerçekleştirildiğinde otomobil motorlarında uygulanabilir yapıda olduğu gözlenmiştir.

#### 5. KAYNAKLAR

- [1] M. Pischinger, W. Salber, F.V.D. Staay, Baumgarten, H. ve H. Kemper. “Benefits of the Electromechanical Valve Train in Vehicle Operation”. *Variable Valve Actuation*, s: 43-53, 2000.
- [2] [http://www.fev.com/f\\_index.html](http://www.fev.com/f_index.html) (Electromechanical valve control)
- [3] Y. Wang, A.Stefanopoulou, M. Haghgoie, I. Kolmanovsky, ve M. Hammoud. “Modeling of an Electromechanical Valve Actuator for a Camless Engine”. *Proceedings AVEC, 5 th Int. Symposium on Advanced Vehicle Control*, 93, 2000.
- [4] V. Giglio, B. Iorio, G. Police, ve A. Gaeta. “Analysis of Advantages and of Problems of Electromechanical Valve Actuators”. *Variable Valve Actuation*, SAE 2002-01-1105, 2002.
- [5] S.H. Park, J. Lee, J. Yoo, D. Kim, K. Park ve Y.A. Cho. “Developing Process of Newly Developed Electromagnetic Valve Actuator - Effect of Design and Operating Parameters”. *SAE*, 02FFL-93, 2001.
- [6] Park, S.H., Lee, J., Yoo, J. ve Kim, D. A study on the design of electromagnetic valve actuator for VVT engine. *KSME International Journal*. Cilt: 17, s: 357-369, 2003a.
- [7] S.H. Park, J. Lee, J. Yoo, D. Kim, K. Park. “Effects of Design and Operating Parameters on the Static and

Dynamic Performance of an Electromagnetic Valve Actuator”. *Journal of Automobile Engineering*, s: 217, 193-201, 2003b.

- [8] C. Nitu, B. Gramescu, ve S. Nitu. “Application of Electromagnetic Actuators to a Variable Distribution System for Automobile Engines”. *Journal of Materials Processing Technology*. Cilt: 161, s: 253-257, 2005.
- [9] W.S. Chang, T.A. Parlikar, M.D. Seman, D.J. Perreault, J.G. Kassakian ve T.A. Keim. “A New Electromagnetic Valve Actuator”. *Power Electronics in Transportation*, s: 109-118, 2002.
- [10] R.E. Clark, G.W. Jewell, S.J. Forrest, J. Rens ve C. Maerky. “Design Features for Enhancing the Performance of Electromagnetic Valve Actuation Systems”. *IEEE Transactions on Magnetics*. Cilt: 41, No: 3, s: 1163-1168, 2005.
- [11] Z. Kamlı ve İ. Yüksel. “Elektromekanik Supap Mekanizmalarında Tasarım Parametrelerinin İncelenmesi”. *U.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*. Cilt: 9, No: 2, s: 45-58, 2004.
- [12] Z. Kamlı ve İ. Yüksel. “An Investigation of Effect of Applied Electrical Voltage on System Dynamic Behavior and Energy Consumption of an Electromechanical Valve Actuator”. *G. U. Journal of Science*, Cilt: 17, No: 3, s: 161-177, 2004.
- [13] Z. Kamlı ve İ. Yüksel. “Yay Enerjisinin Elektromekanik Supap Mekanizmalarının Performansına Katkısı”. *Mühendis ve Makine*, Cilt: 46, No: 543, s: 39-50, 2005.
- [14] Y. Wang, T. Megli ve M. Haghgoie. “Modeling and Control of Electromechanical Valve Actuator”. *Variable Valve Actuation*, SAE. 2002-01-1106, 2002.
- [15] J.Y. Xiang. “Modeling and Control of a Linear Electro-mechanical Actuator (LEMA) for Operating Engine Valves”. *IEEE*, s: 1943-1948, 2002.
- [16] P.B. Eyabi. “Modeling and Sensorless Control of Solenoidal Actuators”. *PhD Thesis*. Ohio State University, Columbus, USA, 2003.
- [17] K.S. Peterson. “Control Methodologies for Fast & Low Impact Electromagnetic Actuators for Engine Valves”. *PhD Thesis*. University of Michigan, USA, 2005.
- [18] S. Butzmann, J. Melbert ve A. Koch. “Sensorless Control of Electromagnetic Actuators for Variable Valve Train”. *Variable Valve Actuation*, SAE. 2000-01-1225, s: 65-70, 2000.
- [19] A. Stubbs. “Modeling and Controller Design of an Electromagnetic Engine Valve”. *M.Sc. Thesis*, University of Illinois, Urbana-Champaign, 2000.
- [20] M. Montanari, F. Ronchi, ve C. Rossi. “Trajectory Generation for Camless Internal Combustion Engine Valve Control”. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, 9-12 June 2003, Brazil. s: 454-459, 2003.
- [21] C. Tai ve T.C. Tsao. “Control of Electromechanical Actuator for Camless Engines”. *Proceedings of the American Control Conference*, 4, s: 3113-3118, 2003.
- [22] Z. Kamlı. “Supaplar İçin Elektromekanik Eyleyici Tasarımı ve Denetiminin Araştırılması”. *Doktora Tezi*, Uludağ Üniversitesi, Bursa, 2005.
- [23] Roters, H.C. *Electromagnetic Devices*. John Wiley, USA. 1941.

## Biyomedikal Amaçlı Fiber Bragg Izgara (Fbg) Sensör Ağı Tasarımı

*Halim Can Albasan<sup>1</sup>, Gökalp Kahraman<sup>2</sup>, Seyhan Coşkun<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Ege Üniversitesi, İzmir

halimcanalbasan@mail.ege.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

Ege Üniversitesi, İzmir

gokalp.kahraman@ege.edu.tr

<sup>3</sup>Ege Meslek Yüksekokulu

Ege Üniversitesi, İzmir

seyhan.coskun@ege.edu.tr

### Özetçe

Projemizde, FBG tabanlı bir sensörle hastaların EKG sinyalini algılayıp sonra fiber optik ortama aktaran ve bu optik sinyali bir optik haberleşme ağı üzerinden merkezi bir kontrol ünitesine (bilgisayar) gönderen sistemin simülasyonu yapılmıştır. Kontrol ünitesi ise demodülatör yardımıyla elektrik sinyaline dönüştürülen optik sinyali bir veri yakalama kartı (data acquisition card) ile örnekleyip EKG sinyallerini ani olarak görüntüleyebilecek, ayrıca bu bilgiler ile bir veri tabanı oluşturabilecektir. Kontrol ünitesi MATLAB kullanılarak simüle edilmiştir.

Bu proje, ilk kez EKG gibi AC nitelikli sinyallerin sorgulanmasına yönelik yapılan bir sensör ağı tasarımı ve gerçekleştirme çalışmasıdır. Ayrıca bir FBG sensör ağının tıbbi alanda bizce ilk uygulaması olacaktır. Genelde FBG sensör uygulamalarında ne AC nitelikli sinyalleri, ne de gerilim sinyallerini ölçmeye yönelik ağ uygulamaları vardır. Yüksek gerilim ölçen fiber optik sensör uygulaması olsa da FBG ağ yapısında ve AC nitelikli değildir [9].

**Anahtar Kelimeler:** FBG, sensör, FBG sensör ağı, optik haberleşme ağı.

### 1. Giriş ve Altyapı

Fiber Bragg Izgara (Fiber Bragg Grating, FBG) sıcaklık, basınç, gerilme kuvveti gibi bazı parametrelere duyarlı, bir çeşit optik filtredir.

Optik fiber kablo üzerinde yaklaşık 1 cm uzunluğunda bir yer kaplayan FBG, gelen geniş bantlı ışığın spektrumunda, belli bir dalgaboyunu yaklaşık 1 nm'lik genişlikte geri yansıtır. Gelen ışığın spektrumunun geri kalanını ise geçirir. Yansıyan dalgaboyu ise yukarıda belirttiğimiz gibi sıcaklık, gerilme kuvveti gibi parametrelere bağlı olarak değişir. Bu projede, FBG'den geriye yansıyan ışığın dalgaboyunun, ızgara üzerindeki gerilme kuvvetine bağlılığı kullanılmıştır.

PZT piezoelektrik özellikli bir seramik malzemedir. Bu malzemeden yapılan piezoelektrik özellikli eleman bir dönüştürücü (transducer) özelliği göstermektedir. Girişine verilen elektrik alanın şiddetine bağlı olarak, maddenin boyu değişmektedir. Dolayısıyla PZT, elektriksel gücü mekanik bir işe dönüştürmektedir. Tersine de mümkündür (mekanik kuvvet uygulandığında elektrik alan üretmesi) ve projede PZT'nin bu özelliğinden faydalanılacaktır.

Optik haberleşme sisteminde modülatör görevi görecektir olan sensör başlığını, FBG ve PZT'yi uygun şekilde birbirine bağlayarak elde ediyoruz. PZT'nin girişindeki elektrik sinyalinin genliğine bağlı olarak bir gerilme kuvveti üretilecek, bu gerilme kuvvetinin etkisiyle FBG'nin yansıttığı dalga boyu değiştirilecektir. Böylece elektrik sinyali fiber optik sisteme aktarılmış olacaktır[1]. Elde edilen optik sinyal, bir optik haberleşme ağı üzerinden merkezi kontrol birimine ulaştırılacaktır.

Kontrol biriminin optik sinyali algılayabilmesi için, sinyalin demodüle edilerek elektrik sinyaline dönüştürülmesi gerekmektedir. Sensör başlığında kullandığımız düzeneğin aynısını demodülatör olarak da kullanabilmekteyiz. Bu şekilde FBG'nin hem modülatör hem demodülatör olarak kullanılması, literatürde eşlenmiş FBG çifti (matched FBG pair) olarak anılmaktadır[2].

FBG, daha önce de bahsettiğimiz gibi yansıttığı dalgaboyunu sıcaklığa göre de değiştiren bir yapıdır. FBG'nin yansıttığı dalgaboyu sıcaklık yükseldikçe (tıpkı gerilme kuvvetinde olduğu gibi) yükselir, sıcaklık düşüncü de düşer. Fakat sıcaklık yavaş değişen bir etken olduğundan DC bir parametre olarak kabul edilir. Literatürde, bu özelliğinden faydalanarak sıcaklık sensörü [3], veya hem sıcaklık, hem gerilme kuvveti sensörü [4,8] olarak kullanıldığı projeler mevcuttur. Projemize benzer bir uygulama olarak da tıbbi alanda da gerçekleştirilmiş bir sıcaklık sensörü uygulaması literatürde bulunmaktadır[3].

Sıcaklığı değışken olan ortamlarda çalışacak

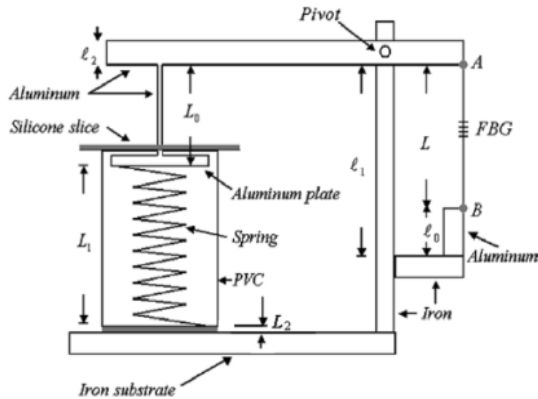
gerilme kuvveti sensörlerinde ise, ya sensör için sıcaklık değişiminden etkilenmeyecek izole bir ortam oluşturulmalı, ya da sıcaklığın FBG üzerindeki etkisi kompanze edilmelidir [5,6,7]. Bizim projemizde ortamın sıcaklığı ya sabit kalacak ya da küçük değişiklikler, oldukça yavaş bir biçimde gerçekleşebilecektir. Dolayısıyla sıcaklığın sensörümüze etkisi sadece bir DC offset yaratmak olacaktır. AC sinyali algılamaya yönelik olan projemizde elde edilen sinyalin DC bileşenini yok ettiğimizden sıcaklık, sistemi etkilememektedir. Bu yüzden de sıcaklık kompanzasyonu yapılmamıştır.

## 2. Sistemin Tanıtımı ve Çalışma Prensipleri

### 2.1. Modülasyon

PZT ve FBG, uygun metodlarla bağlanır. Uygun bir yapıştırıcı madde kullanılabılır.

Bir başka seçenek ise PZT, aktuator haline getirildikten sonra uygun bir aparat yardımıyla FBG ile birleştirilmesidir. Örneğin Şekil-1'deki gibi bir aparat kullanıldığında, PZT'nin boyundaki değişim, dolayısıyla ürettiği gerilme kuvveti FBG'ye aktarılabilir. Ayrıca FBG'nin bağlanmış olduğu metallerin termal genleşmesi kullanılarak sıcaklık kompanzasyonu da gerçekleştirilebilir [6]. Bu projede simülasyonu yapılan sistemin gerçekleştirilmesi aşamasında bu yöntemin kullanılması düşünülmektedir.



Şekil-1: PZT'nin FBG'ye bağlanması için kullanılması düşünülen aparat [6].

Bu şekilde oluşturulan sensör başlığı ile ölçülen EKG sinyalini PZT'nin girişine verdiğimizde boyu sinyalin genliğine bağlı olarak değişecektir. Bu boy değişimi bir ucu PZT'ye, bir ucu FBG'ye bağlanmış, ortasından bir mil sabitlenmiş olan parçayı hareket ettirecek ve FBG'nin üzerindeki gerilme kuvvetinin de bu boy değişimine bağlı olarak değişecektir. Bu da FBG'nin yansıttığı ışığın dalga boyunun değişmesini sağlayacaktır. Böylece sinyalin genliğine bağlı olarak FBG'nin yansıttığı ışığın dalga boyu değişmiş olacaktır.

### 2.2. Optik haberleşme ağı

Şekil-2'de görüldüğü gibi, sistemde her biri ayrı bir hastaya bağlı olması düşünülen 32 adet sensör başlığı bulunmaktadır. Bu sensör başlıklarına ait olan FBG'lerin her birinin yansıttığı merkez dalga boyları, girişim engellemek ve doğru sonuçlar alabilmek için birbirinden farklı olmak zorundadır (WDM). Ayrıca bir güvenlik bandı da bulundurulması tercih edilir.

Geniş bant ışık kaynağının spektrumu, 1x4 WDM demux kullanılarak 4'e bölünmektedir. Sensör başlıklarının bulunduğu her bir kola spektrumun ayrı bir parçası gönderilmektedir. Her FBG'den farklı merkez dalga boylarında gelen ışıkların spektrumları, kuplörlerden geçtikten sonra 4x1 Mux (veya Combiner) ile birleştirilir.

Bu durumda 4x1 Mux'un çıkışındaki ışığın spektrumunu incelediğimizde 32 adet peak görürüz. Buradaki her peak, bir FBG'nin kendi merkez dalga boyunda yansıttığı ışığın spektrumudur. Bu peak'ler, ait oldukları FBG'ye bağlı bulunan PZT'nin girişindeki sinyalin genliğiyle senkronize bir şekilde spektrumda hareket ederler. Dolayısıyla, bu peak'lerin spektrumdaki konumları (dalga boyu), bize peak'lerin ait oldukları sensör başlıklarının girişlerindeki sinyallerin genlik bilgilerini vereceklerdir. Peak'lerin spektrumdaki konumlarını ise sorgulama ünitesi tespit etmektedir.

### 2.3. Demodülasyon

Bu peak'lerin bulunduğu ışık, sensör başlığıyla aynı dizayna sahip olan FBG demodülatöre giriş yapmaktadır. Demodülatör, ayar girişindeki testere dişi sinyalinin etkisiyle, spektrumda tarama yapmaktadır. Testere dişi sinyalinin rampa fonksiyonu olan her bir periyodu, FBG'lerin yansıtıkları dalga boylarını spektrumda düşük dalga boyundan yüksek dalga boyuna sıralayacaktır. Demodülatör girişinde dalga boyu domeninde sıralanmış darbeler şeklindeki sinyal demodulator çıkışında zaman domeninde sıralanmış darbeler şekline dönüşmüş olacaktır. Böylece, demodülatörün çıkışındaki sinyal darbe konumu modülasyonuna (Pulse Position Modulation - PPM) dönüştürülmüş olacaktır.

## 3. Yazılım Bazında Simülasyonlarla Sistemin İncelenmesi

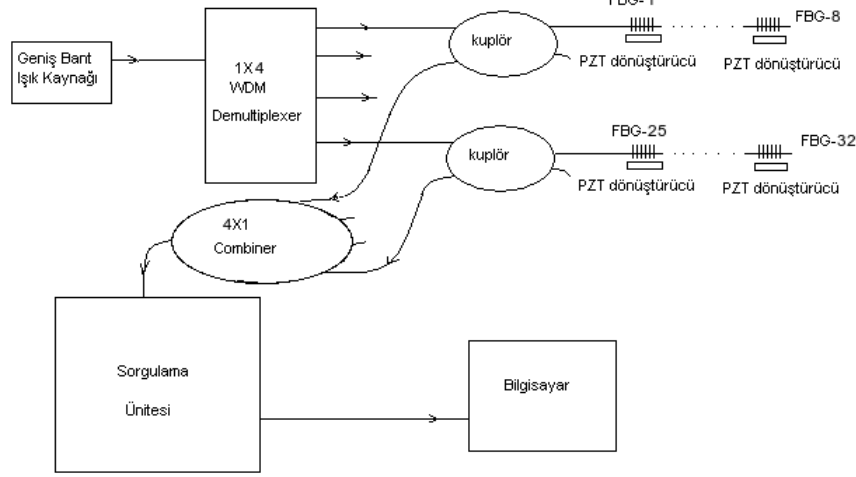
Projede uygun çalışma düzeni olarak, kademe kademe ilerleyerek sonuca ulaşmak uygun görülmüştür. Öncelikle tek bir sinyalin bilgisayara aktarılması simüle edilmiştir. Bu denemenin sonuçlarından ve sahip olduğumuz teorik bilgilerden faydalanarak birçok sinyalin aynı anda bilgisayarda gözlenmesi simüle edilmiştir. Simülasyonun

analizini kolaylaştırmak amacıyla bilgisayarda gözlenecek sinyal sinüsoidal seçilmiştir.

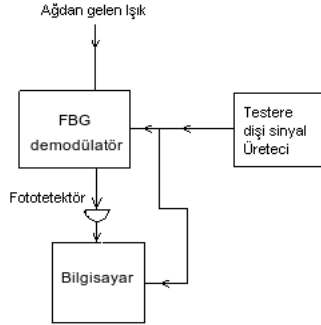
Sistemde geniş bant ışık kaynağı olarak tanımlanan parçanın, OptiSystem yazılımında karşılığı bulunamadığından, bunu sembolize etmek için simülasyonda, merkez dalgaboyları uygun şekilde ayarlanmış bir CW laser dizisinin spektrumlarını birleştirerek, 40nm lik dalgaboyu aralığına sahip (1520nm~1560nm) bir ışık kaynağı oluşturulmuştur.

Gerçek uygulamada ise EDFA ASE geniş bant ışık kaynağı kullanılacaktır.

Gerçek sistemde veri yakalama kartı (data acquisition card) ve PC ile fotodiyottan çıkan sinyal örneklenip MATLAB ortamına alınmaktadır. Simulasyonda bu görevi 'MATLAB Component' isimli blok gerçekleştiriyor. Fotodiyottan çıkan sinyali MATLAB Component'ın girişine vererek bilgisayara aktarma işlemi simüle edilmiştir.



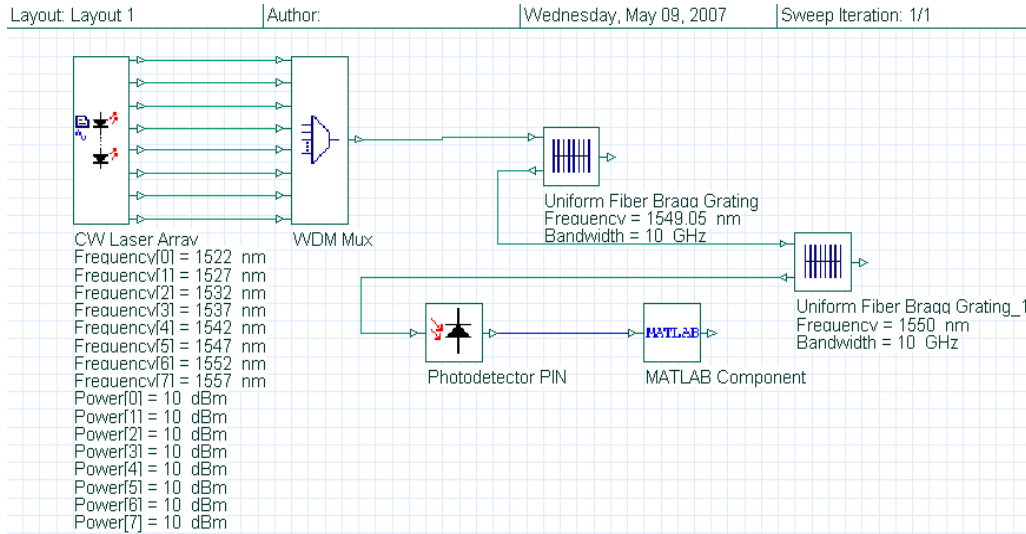
Şekil-2: Simülasyonu yapılan sistemin blok şeması.



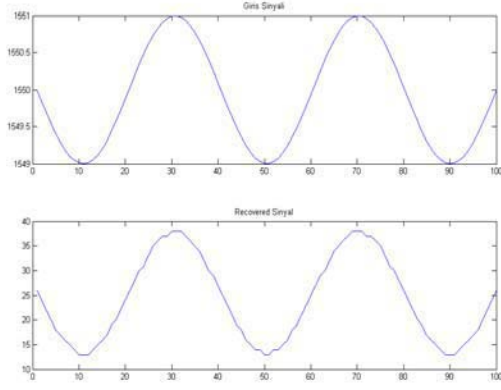
Şekil-3: Sorgulama ünitesi.

MATLAB Component, hazırlanmış olduğumuz M-file'ı çalıştırarak, sinyali işleyip giriş sinyalini geri kazanmakta ve sinyalleri göstermektedir.

Şekil-4'te de görüldüğü gibi OptiSystem'de FBG'nin sadece optik giriş ve çıkışları mevcuttur. Gerçekte, yansıttığı dalgaboyu, sıcaklık, gerilme kuvveti gibi parametrelerden etkilenmesine rağmen programda bu parametrelerin etkisini görememekteyiz. FBG'nin yansıttığı dalgaboyunu ancak kendimiz bir değer atayarak değiştirebilmekteyiz.



Şekil-4: Tek girişli sistemin OptiSystem layout görüntüsü.



Şekil-5: Giriş sinyaliniz ve geri kazanılan sinyal.

Dolayısıyla gerilme kuvvetinin, yani PZT'nin etkisini ancak kendimiz yansıyan dalgaboyunu değiştirerek simüle edebilmekteyiz. Bu sebeple FBG'nin yansıttığı ışığın dalgaboyuna sırayla değerler atayıp programı arka arkaya çalıştırıyoruz. Bu değerler, örneklenmiş bir sinüs dizisinin elemanları şeklinde seçildiğinde, yansıyan dalga boyunu bir sinüs sinyali oluşturacak şekilde değiştirebiliyoruz.

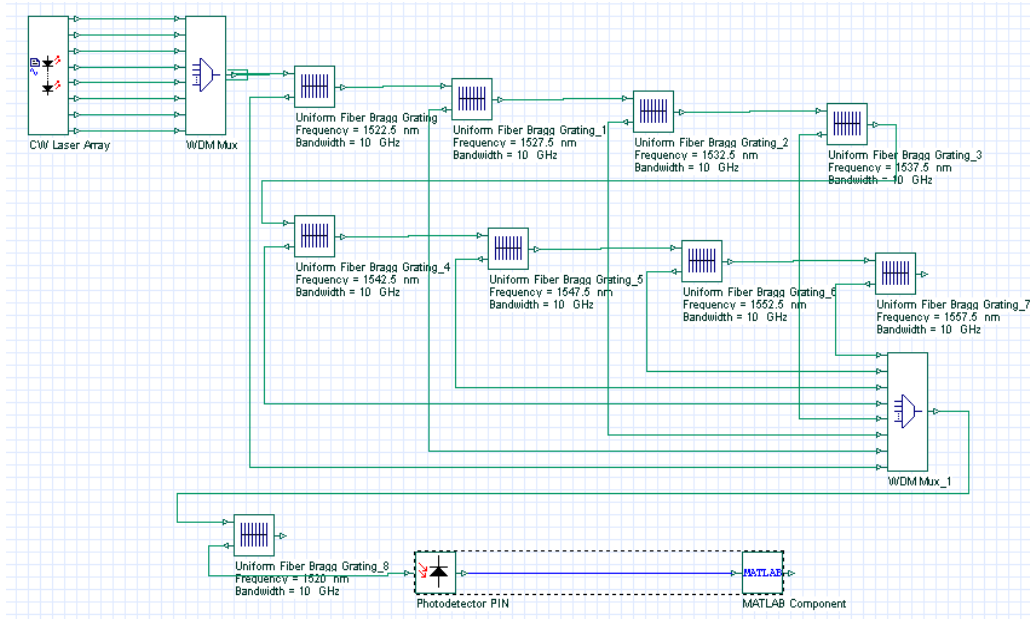
Bunu başarabilmek için bir döngü oluşturulmuştur. Bu döngünün her bir çevriminde, FBG'lerin yansıttığı dalgaboyu farklı bir değer almaktadır. Bu şekilde dijitize bir çalışma, alınacak sonuçları olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Fakat döngünün çevrim sayısını çok fazla yaparak değişim miktarını çok küçülebilmekteyiz. Bu sayede FBG'nin yansıyan dalgaboyu sanki sürekli (continuous) olarak değişiyormuş gibi işlem yapmamız mümkün olabilmektedir.

Birden fazla hastanın sinyalini takip eden sistem için ise, Şekil-II'deki sistemde 1x4 demux çıkışlarından sadece birisinin simüle edilmesi yeterli görülmüştür. Dolayısıyla 8 ayrı giriş sinyali uygulayacağız. Şekil-6'daki 8 sensörün girişine 8 ayrı sinüs uygulanmıştır. Bu girişleri birbirinden ayırt edebilmek için aralarına  $\pi/8$  radyanlık bir faz farkı konulmuştur. Buna göre 1. 3. 5. ve 7. giriş ve çıkış sinyallerinin görüntüsü Şekil-7'de verilmiştir (soldaki sütun girişler, sağdaki sütun ise çıkışlara ait grafiklerdir).

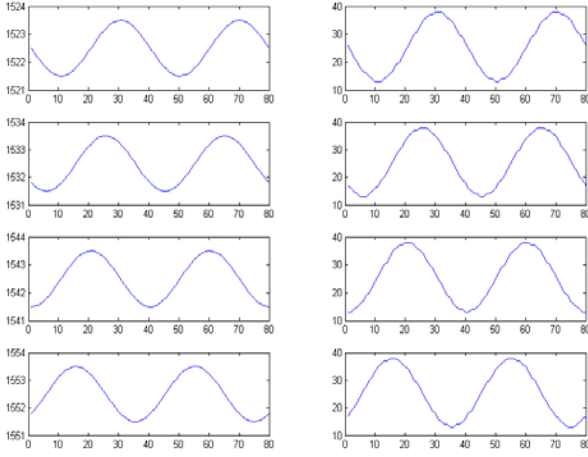
#### 4. Sonuçlar

Bu projede, giriş olarak verilen AC sinyalleri (EKG sinyalleri) fiber optik ortama aktaran, bir optik haberleşme ağı vasıtasıyla bu sinyalleri merkezi bir kontrol ünitesine ulaştıran ve kontrol ünitesinde bu sinyalleri geri kazanıp görüntüleyebilen ve kayıt edebilen sistemin simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

Simülasyon sonuçlarından da görülebildiği gibi verilen giriş sinyalinin şekli kontrol biriminde başarılı bir şekilde geri kazanılmıştır. Çıkışlarda gözlenen gürültü, gerçekte continuous olarak gerçekleşen işlemin simülasyon ortamında ancak dijitize olarak gerçekleştirilebilmiş olmasından dolayıdır. Bu etken gerçek uygulamada var olmadığından çıkışta böyle bir gürültünün gözlenmesi söz konusu değildir. Ayrıca simülasyon ortamında da oluşturulan döngünün çevrim sayısı daha da artırılarak bu gürültü azaltılabilir.



Şekil-6: WDM sisteminin layout görüntüsü.



Şekil-7: 1. 3. 5. ve 7. giriş ve çıkış sinyalleri.

## 5. Kaynakça

- [1] Yao, Yuan; Yi, Benshun; "FBG Based Voltage Measurement using PZT Modulation"; Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2006. WiCOM 2006. International Conference on Sept. 2006, Page(s):1 - 4
- [2] Bao-Jin Peng; Yong Zhao; Yan Zhao; Jian Yang; "Tilt sensor with FBG technology and matched FBG demodulating method"; Sensors Journal, IEEE; Volume 6, Issue 1, Feb. 2006, Page(s):63 - 66
- [3] Yun-Jiang Rao; Webb, D.J.; Jackson, D.A.; Lin Zhang; Bennion, I.; "In-fiber Bragg-grating temperature sensor system for medical applications"; Lightwave Technology, Journal of ; Volume 15, Issue 5, May 1997, Page(s):779 - 785
- [4] L. Jin; Weigang Zhang; Hao Zhang; Bo Liu; Jian Zhao; Qinchang Tu; G. Kai; Xiaoyi Dong; "An embedded FBG sensor for simultaneous measurement of stress and temperature"; Photonics Technology Letters, IEEE; Volume 18, Issue 1, Jan. 1, 2006, Page(s):154 - 156
- [5] Yunqi Liu; Kin Seng Chiang; Pak Lim Chu; "Multiplexing of temperature-compensated fiber-Bragg-grating magnetostrictive sensors with a dual-wavelength pulse laser"; Photonics Technology Letters, IEEE; Volume 16, Issue 2, Feb. 2004, Page(s):572 - 574
- [6] Y.S. Hsu; Likarn Wang; Wen-Fung Liu; Y.J. Chiang; "Temperature compensation of optical fiber Bragg grating pressure sensor"; Photonics Technology Letters, IEEE; Volume 18, Issue 7, April 1, 2006, Page(s):874 - 876
- [7] Sung Chul Kang; Se Yoon Kim; Sang Bae Lee; Seo Won Kwon; Sang Sam Choi; Byoungcho Lee; "Temperature-independent strain sensor system using a tilted fiber Bragg grating demodulator"; Photonics Technology Letters, IEEE; Volume 10, Issue 10, Oct. 1998, Page(s):1461 - 1463
- [8] Deborah Reilly, Andrew J. Willshire, Grzegorz Fusiek, Pawel Niewczas, James R. McDonald; "A Fiber-Bragg-Grating-Based Sensor for Simultaneous AC Current and Temperature Measurement" Sensors Journal, IEEE; Volume 6, Issue 6, Dec 2006, Page(s): 1539-1542.
- [9] C. Li, T.Yoshino, "Optical Voltage Sensor Based on Electro-optic Crystal Multiplier", IEEE J. Lightwave Tech. V.20, p.843, 2002

# Java Destekli Gerçek Zamanlı İşletim Sistemi ve Bir Uygulama

Tayfun M. Karan<sup>1</sup>, Yaşar Becerikli<sup>2</sup>, Tunç Turalı<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>BKS Ltd.Şti, İstanbul

{tmk, tung}@bksltd.com

<sup>2</sup>Kocaeli Üniversitesi, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, İzmit

ybecerikli@kou.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmamızda amaç, genel amaçlı olarak kullanılabilir, gerçek zamanlı gömülü sistemler için, çoklu görev yeteneğine sahip, taşınabilir, esnek ve standart yapıları destekleyen ve uygulamaların Java™ diliyle yazılmalarına olanak tanıyan bir işletim sistemi oluşturarak ürün geliştirme sürecini kısaltmak, daha güvenli ve verimli uygulamalar ortaya çıkartılmasını sağlamaktır.

Anahtar Kelimeler: Gömülü Sistemler, İşletim Sistemleri, Gerçek Zaman, Java

## 1. Giriş

Gömülü sistemler günümüzde yaşamımızın vazgeçilmez birer parçası haline gelmiş bilgisayar tabanlı elektronik aygıtlardır[1][2]. Bununla beraber uzun yıllardır bizlerin arasında olan fakat bir türlü bizler tarafından fark edilemeyen bu olgu çağımızdaki yenilikler ve ilerlemeler ile zirve noktasına ulaşmıştır.

Peki nedir bu gömülü sistemler? Günlük hayatımızda nelerde karşımıza çıkarlar? Şöyle bir çevremize baktığımızda aslında onların bulunmadığı tek bir sahneyle bile karşılaşmamız oldukça güçtür. Sürekli olarak yanımızda taşıdığımız cep telefonumuz, kıyafetlerimizin temizliğinden sorumlu çamaşır makinemiz, ev hanımların mutfaktaki müthiş yardımcıları olan bulaşık makinesi, mutfak robotu, fırın, evimizde keyifle karşında iyi vakit geçirmemizi sağlayan televizyonumuz, işte bunların hepsi birer gömülü sistemdir.

Günümüz teknolojisinin geldiği noktadan dolayı günlük hayatta kullandığımız her aygıtın yetenekleri artarken boyutları da küçülmektedir. Tabi bunun yanında yapıları da karmaşılaşmaktadır. Bu kaçınılmaz bir durumdur. Gün geçtikçe karmaşılaşan bu gelişmiş gömülü sistemlerden bahsederken iki olgu karşımıza çıkar.

- Sistemin donanımı
- Sistemin işlevini gerçekleştirebilmesi için gerekli olan yazılımı

Şüphesiz ki elektronik temelli bir aygıt, belli bir görevi yerine getirebilmesi için uygun donanım bileşenlerine ihtiyaç duyar. Örneğin cep telefonuna bir bilgi girebilmek için tuş takımına ihtiyacımız vardır. Yapılan işlemlerin sonuçlarını görmek için de bir ekrana. Bunun yanında söz konusu gömülü sistem üzerinde programlanabilir yapılar bulunduğu ortaya

yazılım olgusu çıkar. İşte bizim ana konumuz bu yazılım olgusuyla bire bir ilişkilidir.

## 2. Gömülü Sistemler

Genel olarak önceden belirlenmiş işlemleri yerine getirmesi için tasarlanmış, belli bir takım donanım ve yazılım bileşenlerine sahip hesaplayıcı ve yorumlayıcı üniteler olarak tanımlanabilir. *Gömülü* kelimesi bu sistemlerin çok daha büyük sistemlerin küçük bir alt parçası olduğu gerçeğini yansıtır.

Günümüzde gömülü sistemler artık evlerimize kadar girmiş bulunuyor. Evimizdeki televizyon, çamaşır makinesi, bulaşık makinesi, fırın, buzdolabı, ısıtma-soğutma sistemi, günlük hayatta kullandığımız cep telefonu, cep bilgisayarı ve bunun gibi bir çok elektronik temelli programlanabilir özelliğine sahip cihazlar gömülü sistemler olarak adlandırılır. Gömülü sistemler, çevre birimler ile etkileşimde bulunan giriş çıkış ünitelerine sahip, bunun yanında çeşitli mantıksal ve matematiksel işlemleri yapabilmeye yeteneğinde, programlanabilir yapılar olarak da düşünülebilir. Gelişen teknoloji bu gömülü sistemlerin hızla ucuzlayıp yaşamımızın vazgeçilmez bir parçası olmasına neden olmuştur.

Bununla birlikte gömülü sistemler donanım ve yazılım tasarımı açısından uzmanlık gerektiren yapılardır. Donanım tasarımları gerçekleştikten sonra bu donanım için uygun yazılım yine tasarımcının sorumluluğundadır. Bu durum bu teknolojilerin herkes tarafından kullanılmalarının önünü tıkayan bir engel olarak karşımıza çıkar. Kişisel bilgisayarların gelişimlerinin en önemli etkenlerinden biri standart yazılım mimarilerinin tüm bu donanımlar üzerinde çalışabilme yeteneklerindendir. Böylece her donanım üreticisi standartlar doğrultusunda istedikleri ürünleri yazılım kısmını düşünmeden geliştirebilmektedir.

Yazılım mimarisinde iki önemli nokta karşımıza çıkar. İşletim sistemleri ve uygulama programları. Bu ikili ayrılmaz bir bütündür. İşletim sistemi olmadan uygulama programı çalışmaz. Uygulama programı olmadan da işletim sistemi bir işe yaramaz. Günümüzde kişisel bilgisayarlarda kullanılan Windows, Unix, Linux gibi işletim sistemleri son kullanıcıların donanım bileşenleri ile uğraşmadan doğrudan uygulama programlarını geliştirmelerine olanak sağlamıştır. Bu işletim sistemleri temel olarak kişisel masaüstü bilgisayarlar için geliştirildiklerinden gömülü sistemlerde kullanıma olanakları yoktur. Fakat bunların küçültülmüş alt versiyonları geliştirilerek gömülü sistemler için kullanılabilir

yapıya getirilmişlerdir. Böylece kullanıcılar donanım ile uğraşmadan uygulama programlarını geliştirme olanağına sahip olmuşlardır. Fakat bu işletim sistemleri de bazı özel donanımlar için geliştirilmişlerdir. Bunun anlamı tasarladığımız her donanım için bu işletim sistemlerini kullanma olasılığımızın olmaması veya çok uzun ve zahmetli bir işlemin bizi beklediğidir.

### 3. İşletim Sistemi Tasarımının Prensipleri

Modern gerçek zamanlı işletim sistemleri geleneksel bilgisayar işletim sistemlerinden farklılıklar gösterir. Bu farklar donanım kısıtlamalarının tipik olarak gömülü sistemlerde dikkate alınmasından kaynaklanır.

#### 3.1. Donanım Yönetimi

Herhangi bir işletim sisteminin ilk görevi, aygıt üzerindeki mevcut donanım kaynaklarının yönetilmesidir. Gerçek zamanlı işletim sistemleri de bu durumu göz ardı etmezler. İşletim sistemi dış ortamdan bilgi almak, haberleşme kanalları üzerinden veri göndermek ve almak, zamanlayıcıları kullanmak gibi soyut servisler sağlar.

Tipik mikro denetleyicilerde ana donanım kısıtlamalarından bir tanesi bellek yönetim ünitesinin zayıflığıdır. Ek olarak çoğu denetleyici tekil bir işletim sistemi moduna sahiptir. Oysaki tipik işlemciler kullanıcı ve denetleyici modlarına sahiptir. Bu durum çekirdek kodu ve uygulama kodu arasındaki farkı elimine eder. Bu yüzden donanım yönetimi kütüphane fonksiyonu şeklinde gerçekleştirilebilir. Bu fonksiyonlar donanıma açık ve soyut bir arabirim sunarken, kazara veya kötü niyetli girişimler sonucunda donanıma doğrudan erişimi koruyamazlar.

#### 3.2. Görev Koordinasyonu

İşletim sistemi tarafından çözülmesi gereken diğer bir ana problem çoklu görevlerin koordinasyonudur. Bu durum iki ana alt problemden oluşur; görev listesi yönetimi ve senkronizasyon. İşletim sistemi CPU 'yu hangi göreve ne zaman atayacağını belirlemek ve kullanıcı programlarının güvenilir bir şekilde yürütülmesi için gerekli olan mekanizmaların sağlanmasını garanti etmek zorundadır.

Bazı sistemler bu iki problemi kullanıcıyı tek bir görevde kısıtlayarak çözer. Bu durum uygulama kodunun doğrudan mikro denetleyici üzerinde çalışmasıdır. Bazı modellerde çoklu mantıksal görevler bulunabilir. Fakat bu görevlerin koordinasyonu işletim sisteminin standart yöntemleri ile yönetilmekten ziyade uygulama programcısı tarafından uygulama programı ile ele alınır. TinyOS gibi bazı sensör işletim sistemleri donanım yönetimi problemini çözerken görev koordinasyon problemi ile ilgilenmez.

Görev yönetimi ile ilgili ilişkilendirilmiş iki maliyet vardır; CPU bant genişliğinin kısıtlı olması ve belleğin önemli miktarda az olması. Bellek maliyeti yüksektir çünkü çoklu görevlerin her biri kendi yığın (*stack*) belleğine aynı anda ihtiyaç duyarlar. Bu duruma çözüm olarak, durdurulmuş görevlerin yığın belleğinin flaş bellek üzerinden, çalışacak

olan göreve atanması (*swap*) ön görülebilir. Fakat bu durum içerik anahtarlama (*context switching*) süresini oldukça artırarak CPU 'nun görev yönetim sisteminin çok fazla yorulmasına neden olur.

Görev koordinasyonu uygulama programından işletim sistemine oldukça önemli karmaşıklığa neden olur. Bu durum uygulamanın çok basit olduğu hallerde bir dezavantaja dönüşebilir.

#### 3.3. Veri Belleği

Veri belleği oldukça kıt bir kaynaktır. Özellikle çoklu göreve sahip sistemlerde her bir göreve ait yığın aynı anda sistemde tutulmak zorundadır. Fiziksel belleğin küçük olmasının yanı sıra gerçek zamanlı sistemlerin donanım bellek yönetim ünitesinin zayıflığı nedeni ile kısıtlanır.

Burada sıfır kopya ağ yığını (*zero-copy network stack*), düşük özellikli görev yönetimi (*lightweight scheduling*) ve derleme zamanı optimizasyonu (*compile-time optimization*) gibi bellek tüketimini azaltan yöntemler vardır. Bu yöntemlerin bazıları işletim sisteminin sağlamış olduğu servisleri kısıtlar.

Donanım bellek yönetiminin zayıflığı yazılım mühendisliğinin, gerçek zamanlı sistemlerde kritik derecede önem arz etmesine neden olur. Normalde bir görevin diğer bir görevin bellek alanının üzerine yazmasına engel olan bir yol yoktur. Çoklu görevin olmadığı durumlarda bir uygulama işletim sisteminin durum bilgilerinin tutulduğu veya sistem kayıtlarının bulunduğu alana yazma isteğinde de bulunabilir.

#### 3.4. Program Belleği

Program belleği flaş belleğin daha ucuz olması nedeniyle veri belleği kadar ciddi bir kısıtlamaya sahip değildir. Tüm program kodunu burada saklamak genellikle bir problem değildir. Flaş belleğe istenmeyen bir yazma olayının gerçekleşmesi çok zor veya hemen hemen imkansızdır. Program belleği ile ilgili istenmeyen tek kısıtlama flaş belleğin limitli bir yazma-silme ömrüne sahip olmasıdır. Program belleği çok sıklıkla değişmediği için bu durum göz önüne alınacak bir problem değildir.

#### 3.5. Ağ Yönetimi

Bazı sistemlerde ağ yapısı çalışan ana uygulama olabilir. Aktüel uygulama yazılımı, ağ yapısına göre daha basit ve güçlendirilmiştir. Ağ yapısının bellek tüketimi önemli bir konudur.

Bellek oldukça limitli ve de ağ ana bellek tüketicisi olduğu durumlarda tampon kopyalamaktan sakınmak için çapraz katman arabirimi tanımlamak önemli bir noktadır.

#### 3.6. Algılama

Çoğu gerçek zamanlı sistemde algılama, işletim sistemi tarafından desteklenmesi gereken anahtar ihtiyaçtır. Basit analog-sayısal çeviricilerden karmaşık GPS alıcılarına kadar



çok değişken olabilen giriş sensörleri desteklenmelidir. Ortamda sensörlerin ayarlanma işlemleri en zor çözülebilen problemlerden biridir. Verilen bir sistemde çoklu algılamayı sağlamak için çoklu sensörler bulundurulabilir. Bazı algılama davranışları periyodik olabilir. Örneğin; sistem her  $T$  saniyede bir istenilen ölçümü yapabilir. İşletim sistemi mümkün olan temel tüm periyodik algılama işlemlerini desteklemelidir.

#### 4. Ulusal Gerçek Zamanlı İşletim Sistemi

##### 4.1. Amaç

Bu çalışmamızda amaç; tamamı Türk mühendisliği ve yaratıcılığının eseri olan, gerçek zamanlı gömülü sistemler için, çoklu görev yeteneğine sahip, taşınabilir, esnek, standart yapıları destekleyen, Java™ programları vasıtası ile kullanıcıların arzu ettikleri uygulamaları kolayca gerçekleştirebilecekleri bir işletim sistemi oluşturarak, ürün geliştirme sürecini kısaltmak, daha güvenli ve verimli uygulamalar ortaya çıkartılmasını sağlamaktır.

Gerçekleştirilen bu ulusal işletim sisteminin ana özellikleri aşağıdaki gibidir;

- Yenilikçi ve özgün yazılım tasarımı
- Farklı platformlara taşınabilir ANSI C uyumlu esnek mimari
- Soyut donanım katmanı (HAL) sayesinde minimum efor ile yeni platformlara kolayca adaptasyon
- Standart POSIX uyumlu aygıt sürücü katmanı sayesinde tüm donanım bileşenlerine kolay erişim imkanı
- Standart FAT12, FAT16, FAT32 yi destekleyen dosya sistemi yapısı ile dosya okuma, yazma ve silme desteği
- TCP, IPv4, IPv6\*, UDP, ICMP protokollerini destekleyen ağ protokol yığını (Network Stack)
- USB\*, IrDA\* ve Bluetooth\* protokol yığını
- Yardımcı fonksiyonlar olarak (Middleware) grafik, kontrol, sayısal işaret işleme\*, sayısal görüntü işleme\* ve sayısal video işleme\* kütüphaneleri
- Java™ 2 Micro Edition Connected Limited Device Configuration 1.1 (CLDC 1.1), Mobile Information Device Profile 2.0 (MIDP 2.0) desteği
- Java™ uygulamaları için işletim sistemi yardımcı fonksiyonlarını (Middleware) kullanmayı sağlayan arabirim (Custom Profile)

İşletim sistemi çekirdeği de;

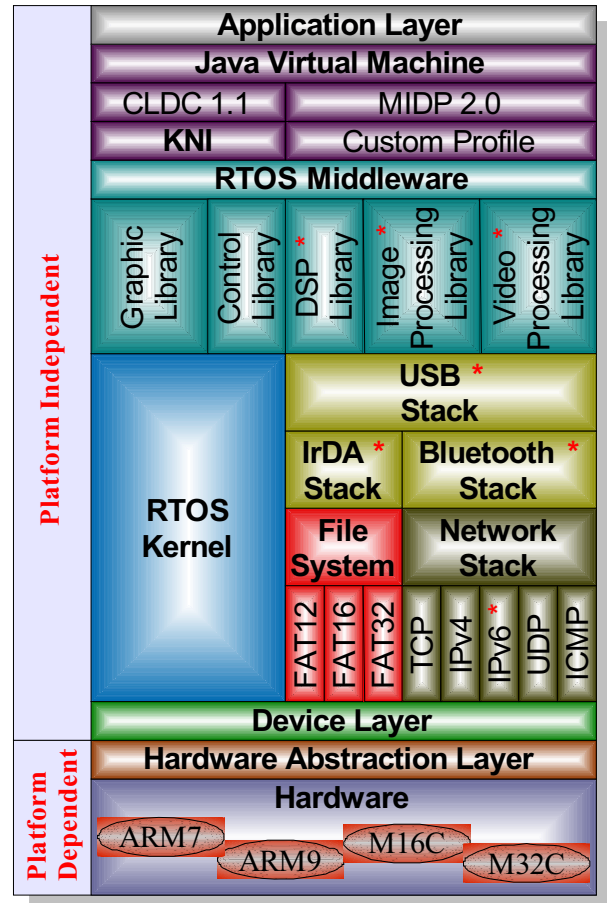
- Birbirinden farklı prosesleri zaman paylaşımlı işletebilme (Multitasking)
- Gerçek zamanlı öncelik tabanlı ve Round Robin algoritmalarına bağlı görev seçimi (Preemptive Priority-Based and Round Robin Scheduling)

- Kullanıcı tarafından kullanılabilen tetiklenebilir zamanlayıcı fonksiyonları (Timers)
- İşletim sistemi servisleri: Binary/Counting Semaphore, Mutex, Event, Messaging, Memory Management Unit

özelliklerine sahiptir.

İşletim sistemi standartlara uygun olarak katmanlı mimari üzerine kurulmuştur. En altta bulunan fiziksel katmanla etkileşim, donanım soyut katmanı (Hardware Abstraction Layer-HAL) üzerinden gerçekleştirilir. HAL ile işletim sistemi çekirdeği ve diğer katmanlar arasındaki iletişim, aygıt ara birimi (Device Layer) üzerinden gerçekleştirilir. Kullanılan aygıt ara birimi POSIX[7] uyumlu olarak gerçekleştirilmiştir.

Görev yöneticisinde öncelik tabanlı Round Robin algoritması kullanılmaktadır. Her bir göreve öncelik ve zaman aralığı verilerek, görevlerin kritiklik durumlarına göre çalışmaları sağlanır. Bu gerçek zamanlı sistemlerde bulunması gereken en önemli özelliklerden biridir[8][14]. Bunun yanında olması gereken birçok standart sistem çağrısı işletim sistemi ile beraber gelir. Esnek bir mimari kullanılması verilen kurallar ışığında istenilen donanımın sisteme kolaylıkla eklenebilmesini sağlar.



Şekil 1: Oluşturulan işletim sisteminin blok diyagramı

Not: \* ile işaretli çalışmalar halen devam etmektedir.

#### 4.2. Çekirdek

İşletim sisteminin geliştirilme çalışmaları 2004 yılında, “*geliştirilen gömülü sistemler için standart bir yapı*” ortaya çıkartmak için başlatılmıştır. Bugün gelindiği nokta ile sadece geliştirilen sistemler için değil, üçüncü şahıslar tarafından da tasarlanan başka gömülü sistemlerde de kullanılabilir haldedir. Çalışmalar sürdürülürken literatürdeki yüzlerce makale ve çalışma incelenmiş, bu çalışmaların artıları dikkate alınıp eksileri göz arda edilmiştir. Çalışmanın başladığı günden bu güne kadar gösterdiği gelişme ve ilerleme dikkate değerdir.

Bir gerçek zamanlı işletim sistemi tasarlamaya karar verirken önce çalışılması planlanan donanım bileşenleri tespit edilmelidir. Buradaki donanım bileşeni aslında çalışılacak mikroişlemci/mikrodenetleyici ailesidir. Bunun nedeni çoklu görev yeteneğine sahip bir işletim sistemi için en önemli kısmın, görev yönetimi ve görev seçimi olmasıdır. Bu özellik bir takım standart yapıları desteklemek zorundadır. Bunun için kullanılacak mikroişlemci belirlenip tüm özellikleri incelenmelidir.

İlk olarak çalışmamız Renesas[10] M16C ailesi için başlatılmıştır. Uzun ve zahmetli bir emekleme döneminden sonra yeni doğan bu yapının ilk versiyonu çeşitli gömülü sistemlerde kullanılarak test edilmiştir. Sonuç oldukça iyidir. Yayınlanan bir bildiri[5] ile bu ilk versiyonun özelliklerinden bahsedilmiştir. Çalışmalar tüm hızıyla sürdürülerek M32C ailesi içinde gerçekleştirme tamamlanmıştır. Ardından ARM9 [24] için olan çalışmalar başlamış ve tamamlanmıştır. ARM9 için geliştirilen işletim sistemini performansını oldukça tatmin edicidir. Bu gelişim sürecinde, görev seçim süresi oldukça kısaltılmış, standart servis çağrıları geliştirilmiş, donanım soyut katmanı ile aygıt ara birimi sisteme eklenmiştir. Bu özellikler taşınabilirliği arttırarak diğer mikroişlemci aileleri için, ürün geliştirme sürecinin kısılmasına neden olacak etkiyi sisteme sağlamıştır.

Hazırlanan gerçek zamanlı işletim sistemi çoklu görev özelliğine sahiptir. Yani sisteme eklenen görevler (*task*) önceliklerine bakılarak görev yöneticisi tarafından belli bir sıra ile işletilir. İşletim sistemi *Preemptive-Priority Based* anahtarlama içerir. Yani sistemde en yüksek önceliğe sahip görev işletilir daha sonra izin verilen düşük öncelikli göreve hizmet edilir. Eşit önceliğe sahip görevlerde ise *Round Robin* anahtarlama yöntemi kullanılır. Burada her bir görev önceden belirlenmiş olan zaman dilimi kadar çalışır ve süresi dolunca bir sonraki göreve yerini bırakır. İşletim sisteminin bu görev yönetim özellikleri, gerçek zamanlı uygulamalar için elverişli bir platform sunmaktadır.

Bunun yanında görevlerin birbirleri olan iletişimleri ve senkronizasyon için standart servislerden olan *Binary ve Counting Semaphore, Mutex, Event ve Messaging* kullanıcıların hizmetine sunulmuştur. Ayrıca kullanıcı tarafından istenildiği zaman kullanılabilen tetiklenebilir özelliğine sahip zamanlayıcılar oldukça faydalıdır. Sistem

çok kritik zamanlamalar için bir de kritik sistem zamanlayıcısına sahiptir.

#### 4.3. Donanım Soyut Katmanı ve Aygıt Arabirimi

İşletim sistemi, tüm dahili ve harici donanım bileşenlerine donanım soyut katmanı (*Hardware Abstraction Layer-HAL*) üzerinden erişir. Bu çok büyük bir kolaylık ve esneklik sağlar. Sistem üzerinden yeni bir donanıma erişmek gerekirse sadece HAL katmanına, erişilecek olan donanım için hizmet fonksiyonları eklemek yeterli olacaktır. HAL gerçekte aygıt arabirimine (*Device Layer*) hizmet verir. Yani donanım bileşenlerine erişim aslında aygıt arabirimi üzerinden olur. Aygıt arabirimi arka planda HAL’ı kullanır. Bu durum üçüncü şahıslar tarafından yazılmış aygıt sürücülerini işletim sistemi içerisinde kolaylıkla kullanmamızı sağlar.

#### 4.4. Dosya sistemi

İşletim sistemleri için dosya sistemi oldukça önemli ve gereklidir. Dosya sistemi için açık kaynak “*embedded file system library*” [20] kullanılıp test edilmiştir. Gerekli görüldüğü taktirde dosya sisteminin yeniden ele alınıp kodlanması planlanmaktadır. Kullanılan dosya sistemi kütüphanesi FAT12, FAT16 ve FAT32 yi desteklemektedir. Saklama ortamı olarak da SD hafıza kartı kullanılmıştır. Bu donanım bileşeni için gerekli olan aygıt sürücülerini ise işletim sistemine dahil edilmiştir.

#### 4.5. Ağ Katmanı

İşletim sistemini ağ katmanı için uIP [21] açık kaynak protokol yığını kullanılmaktadır. Gerekli olan tüm düzeltme ve çevirim işlemleri gerçekleştirilip WEB tabanlı kontrol uygulamalarında kullanılmıştır. Şu an lwIP [22] protokol yığının işletim sistemine uyumlu hale getirilmesi ile uğraşılmaktadır. Bu yığın uIP’ye göre daha gelişmiş ve daha fazla kaynak tüketen bir yapıya sahiptir.

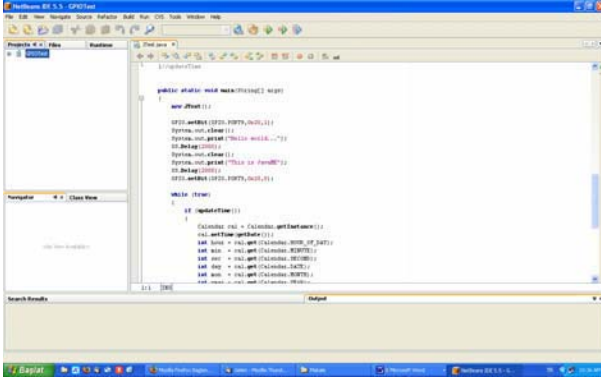
#### 4.6. Yardımcı Kütüphane Fonksiyonları

İşletim sistemi içerisine bir takım yardımcı sistem çağrıları ve aygıt sürücülerini eklenmiştir. Bu çağrılar sayesinde metin ve grafik ekran kullanımı, kontrol uygulamalarında PID, Self-Tune, Bulanık Denetleyici kullanımı mümkün kılınmıştır. Sinyal işleme, görüntü işleme, video işleme yardımcı fonksiyonlarının, işletim sistemi içerisine gömülme çalışmaları devam etmektedir.

#### 4.7. Java™ Desteği

İşletim sistemimizin en önemli özelliklerinden biridir. Java uygulamalarının bir sistem üzerinde çalıştırılabilmesi için sistemin Java Sanal Makinesine sahip olması gerekir. Sanal makinenin tasarlanması ve kodlanması çok zorlu ve zahmetli bir iştir. Bir Java sanal makinesi için sahip olunması gereken en önemli özellik, herhangi bir ortamda yazılan Java uygulamalarının sorunsuz olarak çalıştırmasının sağlanmasıdır. Bu konudaki araştırmalar ve incelemeler doğrultusunda Sun Microsystems’in Java Micro Edition 2.0

Connected Limited Device Configuration [23] ile birlikte gelen Java sanal makine gerçekleştirmesinin kullanılmasına karar verilmiştir. Sun Microsystems Java2ME Hotspot adı altında ticari olarak geliştirilen bir sanal makinenin satışını da yapmaktadır. Bunun yanında CLDC 1.1 referans gerçekleştirmesini açık kaynaklı olarak yayınlamaktadır. Geliştirdiğimiz işletim sistemi için bu implementasyonu kullanarak sistemin Java uygulamalarını da çalıştırabilmesini sağlamış olduk.



Şekil 2. NetBeans ile yazılan Java uygulaması örneği

#### 4.8. Uygulama Örneği

Uygulama olarak basit bir giriş çıkış işlemini gerçekleştiren, ekrana günün tarihini ve saatini yazan basit bir program Java ile yazılmıştır. Bu örnek sadece Java dilinin kullanımının diğer işletim sistemlerindeki kullanımından herhangi bir farkı olup olmadığını göstermek için seçilmiştir.

```
public static void main(String[] args)
{
    new JTest();

    GPIO.setBit(GPIO.PORT9,0x20,1);
    System.out.clear();
    System.out.print("Hello world...");
    OS.Delay(2000);
    System.out.clear();
    System.out.print("This is JavaME");
    OS.Delay(2000);
    GPIO.setBit(GPIO.PORT9,0x20,0);

    while (true)
    {
        if (updateTime())
        {
            Calendar cal = Calendar.getInstance();
            cal.setTime(getDate());
            int h = cal.get(Calendar.HOUR_OF_DAY);
            int mn = cal.get(Calendar.MINUTE);
            int s = cal.get(Calendar.SECOND);
            int d = cal.get(Calendar.DATE);
            int m = cal.get(Calendar.MONTH);
            int y = cal.get(Calendar.YEAR);
            //System.out.clear();
            System.out.gotoxy(1,1);
            System.out.print("Date>"+d+"/"+m+"/"+y);
            System.out.gotoxy(1,2);
            System.out.print("Time>"+h+": "+mn+": "+s);
        }
    }

    GPIO.setOutput(GPIO.PORT3,0xFE);
    OS.Delay(100);

    GPIO.setOutput(GPIO.PORT3,0xFD);
    OS.Delay(100);

    GPIO.setOutput(GPIO.PORT3,0xFB);
    OS.Delay(100);
}
```

```
GPIO.setOutput(GPIO.PORT3,0xF7);
OS.Delay(100);

} //while
} //main
```

Burada Java uygulaması Şekil.3 deki örnek geliştirme kitinin üzerine takılan SD hafıza kartı içerisine yüklenmiştir. Tüm donanım erişim fonksiyonları işletim sistemi tarafından sağlanır. Uygulamanın hafıza kartından belleğe yüklenmesi Java sanal makinesi tarafından gerçekleştirilir. Java tamamıyla nesne tabanlı bir dil olduğu için sanal makinenin bellek yönetimi çok önemli ve kritiktir. Sanal makine yazılan Java uygulamaları için belleği yönetirken, işletim sisteminin bellek yönetim ünitesi ise farklıdır. İşletim sistemi kendi içerisindeki görevlerin (task) kullandığı bellek alanlarını korumak ve gözetmek zorundadır.

Örnek uygulamada tarih ve saat bilgisi, ekrana bilgi yazma ve giriş çıkış uçlarına erişimler görülmektedir. Bu erişimler için Java sanal makinesi işletim sisteminin sistem çağrılarını kullanır. Fakat bu sistem çağrılarının sanal makineye tanıtılması gerekir. Sun Microsystems bu iş için *Java Native Interface* diye bir standart geliştirmiştir. Java MicroEdition için bu standart *K Native Interface* olarak değiştirilmiştir. Bu arabirim üzerinden sanal makine işletim sistemi servislerine kolaylıkla erişir.

Örnek uygulamadaki ekrana bilgi gönderme komutu bizim gömülü sistemimizde, karakter LCD'ye bu bilgiyi gönderir. Tarih ve saat bilgisi de gömülü sistem üzerinde bulunan gerçek zamanlı saat bileşeninden bu bilgiyi alır. Diğer arabirim fonksiyonları da bekleme ve giriş çıkış işlemlerini gerçekleştirmek için kullanılır.

Burada gömülü sistem üzerindeki hangi bileşenlere Java üzerinden erişileceği, tamamıyla işletim sistemi servis çağrıları ile sınırlıdır. Bu durum her türlü sensörden bilginin alının işlenmesi ve sonuçların tekrar sisteme bildirilmesi gibi işlevleri Java ile yapabilmemizi olanaklı kılar. Bu kullanıcının donanım bileşenlerinin ayrıntıları ile ilgilenmeden sadece kendi uygulaması ile ilgilenmesini olanaklı kılar. Bu sebepten uygulama geliştirme son derece hızlı ve düşük seviyeli ara yüzden bağımsızdır.

İşletim sistemi uzun test aşamalarından geçirildiğinden kullanıcı yazılım hatalarından bağımsız sadece kendi uygulaması ile ilgilenir. Bu özellik uygulama yazılımının güvenilirliğini arttırmaktadır.



Şekil 3. Deneme kartı ve çalışan Java uygulaması

## 5. Sonuçlar

Gerçekleştirilen işletim sistemi temelde endüstride ve son kullanıcı cihazlarında kullanılmak için tasarlanmıştır. Fakat taşınabilir ve ölçeklenebilir olması itibarı ile son zamanlarda önemli yer tutan akıllı sensör ağlarında da uygulanmıştır [15-19]. Firmamızın gerçekleştirdiği birçok yurt içi ve yurt dışı projede kullanılan standart üretimimiz olan PLC ve HMI ürünlerinde çalışan tüm uygulamalar, bu işletim sistemi üzerinde oluşturulmuştur. Bunun yanında WEB tabanlı ölçme ve kontrol uygulamalarında da başarıyla kullanılan bu işletim sistemi, taşınabilir ve daha geniş kitlelere hitap edebilir özelliğine sahip başka gömülü sistemlerde de kullanılabilir hale gelmiştir. Bunun yanında ölçme ve kontrol uygulamalarında spesifik işlevlerin, işletim sistemi çağrılarının yardımıyla doğrudan Java uygulamaları ile yazılabilmesi, büyük bir esneklik ve zaman tasarrufu sağlar.

İşletim sistemi uygulama geliştirme aşamasında kullanıcı için şu sonuçları sağlar;

- Hızlı geliştirme süreci
- Taşınabilir mimari
- Güvenilir kod

## 6. Kaynakça

- [1] A..M.K.Cheng, “*REAL-TIME SYSTEMS Scheduling, Analysis, and Verification*”, A John Wiley & Sons, 2002
- [2] Q.Li, C.Yao, “*Real-Time Concepts for Embedded Systems*”, CMP Books, 2003
- [3] T.M.Karan, “*Bulanık Mantık Kontrollü DC Motor Sürücüsü*”, Kocaeli Üniversitesi Bilgisayar Müh. Bölümü, Bitirme çalışması, 2005.
- [4] Y.Becerikli, T.M.Karan, “*Bulanık Mantık Kontrollü DC Motor Sürücüsü*”, TOK’05, Türkiye Ulusal Otomatik Kontrol Kurultayı, 2005, İstanbul
- [5] T.M.Karan, Y.Becerikli, T.M.Turalı, “*Kontrol Sistemleri için Gerçek Zamanlı Çoklu Görev İşletim Sistemi*”, TOK’06, Türkiye Ulusal Otomatik Kontrol Kurultayı, 2006, Ankara
- [6] K.H.Kim(Kane), “*Middleware of Real-Time Object Based Fault Tolerant Distributed Computing Systems*”, IEEE 0-7695-1414-6/0., 2001
- [7] Portable Operating System Interface (POSIX) - Part 1: System Application Programming Interface (API) [C Language] ISO/IEC 9945-1:1996, IEEE
- [8] M. Chen, G. Wei, “*Scheduling Algorithm for Real-time VBR Video Streams Using Weighted Switch Deficit Round Robin*”, Proceedings of the 28th Annual IEEE International Conference on Local Computer Networks (LCN’03)
- [9] X. Zhang, L.N. Bhuyan “*Deficit Round-Robin Scheduling for Input-Queued Switches*”, IEEE Journal on selected areas in communication, vol. 21, no. 4, May 2003
- [10] Renesas Microcontroller, <http://www.renesas.com>
- [11] J.Ledin, “*Embedded Control Systems in C/C++: An Introduction for Software Developers Using MATLAB*”, CMP Books, 2004
- [12] M.J.Pont, “*Embedded C*”, Addison-Wesley, 2002
- [13] AVRX Real-Time Multitasking Kernel for the Atmel AVR series of micro controllers, <http://www.barellonet.net/avrx/index.htm>.
- [14] J. Labrosse, “*MicroC/OS-II: The Real-Time Kernel*”, 2nd edition, CMP Books, November 1998.
- [15] P. Levis and N. Lee. “*Simulating Tinyos Networks*”. <http://www.cs.berkeley.edu/pal/research/tossim.html>.
- [16] P. Levis, D. Culler, “*Mate: a Virtual Machine for Tiny Networked Sensors*”, ASPLOS, Oct. 2002.
- [17] W. Ye, J. Heidemann, D. Estrin, “*An Energy-Efficient MAC Protocol for Wireless Sensor Networks*”, In Proceedings INFOCOM, New York, NY, USA, June, 2002.
- [18] A. Sheth, B. Shucker, R. Han, “*VLM2: A Very Lightweight Mobile Multicast System for Wireless Sensor Networks*”, IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC) 2003, New Orleans, Louisiana.
- [19] J. Luo and N.K. Jha, “*Battery-Aware Static Scheduling for Distributed Real Time Embedded Systems*”, Proc. 38th Design Automation Conference, ACM Press, 2001, pp. 444-449.
- [20] Embedded File System Library, <http://efsl.be/>
- [21] uIP TCP/IP Stack for Embedded Microcontrollers, <http://www.sics.se/~adam/uiip/>
- [22] lwIP - A Lightweight TCP/IP stack, <http://savannah.nongnu.org/projects/lwip/>
- [23] Sun Microsystems, Connected Limited Device Configuration Version 1.1 Reference Implementation, <http://www.sun.com/software/communitysource/j2me/cldc/download.xml>
- [24] Advanced Risc Machines, [www.arm.com](http://www.arm.com)

# Esnek Bağlantılı Mekanizma Modeli ve Kontrolü

Merve Acer, Asif Şabanoviç

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi,  
Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul,

merveacer@su.sabanciuniv.edu, asif@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu çalışmada mikro sistem için konumlandırıcı olarak tasarımı yapılmış uyumlu bir mekanizmanın benzetiminin yapılması amacıyla mekanizmanın dinamik modellemesi yapılmıştır. Mekanizmanın kırışlerden oluştuğu düşünülüp, mekanizmaya gelen kuvvetler kırışlerin uçlarında dikey deformasyonlara neden olduğundan, kırışlerin dikey dinamik denklemleri kullanılarak model oluşturulmuştur. Mekanizmanın merkezine bir eksen takımı yerleştirilip, merkezinin hareketi kırışlere dik yönde oluşan deformasyon vektörlerinin mekanizmanın geometrisine bağlı olarak oluşturdukları kinematik transformasyon ile mekanizmanın merkezine hareketi bulunmuştur. Son olarak da mekanizmanın benzetimi Matlab Simulink ortamında yapılmıştır. Ayrıca PID kontrol uygulanıp sistemin pozisyon kontrolü sağlanmıştır.

*Anahtar kelimeler:* Esnek Bağlantılı Mekanizma, kırış dinamiği, pozisyon kontrolü.

## 1. Giriş

Mekanizmalar hareket, kuvvet veya enerji ileticek şekilde tasarlanmış direngen cisim topluluklarıdır. Bir çok mekanizma bu iletimleri gerçekleştirebilmek için rijit bağlantılardan oluşur. Ancak bu bağlantılar hareket iletimlerinde yüksek hassaslık gerektiren uygulamalarda sorun oluşturmaya başlamıştır. Bağlantılar arasındaki boşluklar, sürtünmeler, aşınmalar vb. nedenler yüzünden bu tür mekanizmaların hassas uygulamalarda kullanımları zorlaşmıştır. Bu yüzden esnek bağlantılı mekanizmalar geliştirilmiştir. Bu mekanizmalar tek parçadan oluşan mekanizmalardır. Yani ara bağlantı elemanları yoktur. Hareket, literatürde “flexure” adı verilen inceltilmiş, geometrisinin ve malzemesinin izin verdiği kadar eğilebilen kırışlerle, eğriliklerle aktarılmaktadır. Bu uzuvlar hareketleri sınırlandırılmış rumanlar olarak da düşünülebilirler.[1]

Esnek Bağlantılı mekanizmalar aslında yaşamımızda bir çok alanda da kullanılmaktadır. Cımbızlar, ataçlar, emniyet kemerlerinin kilitleri, tırnak makasları gibi bir çok kullandığımız alet birer Esnek Bağlantılı mekanizmadır.[2]

Mikro sistemlerde Esnek Bağlantılı mekanizmalar çokça kullanılmaktadır. Mikro montaj istasyonlarında mikron seviyesindeki parçaları manipüle etmek için tasarlanan birçok mikrotutucu da Esnek Bağlantılı mekanizmadır. [3],[4] ve [5] de Esnek Bağlantılı mekanizmalı mikrotutucular tasarlanmıştır.[6]’da tasarlanmış olan nano konumlandırıcı da

nano teknoloji ve optik sensörlerde kullanılmak üzere tasarlanmış bir Esnek Bağlantılı mekanizmadır. Ayrıca bu tür mekanizmalar kullanılarak iki kararlı durumu olan sistemler de elde edilmiştir. Bu tip mekanizmalar mikro [7] ve makro [8] uygulama alanlarında anahtar olarak kullanılmıştır.

Esnek Bağlantılı mekanizmanın bir çok alanda kullanılmasının sebebi sistemlere bir çok avantaj sağlamasıdır. Bunları sırasıyla sayarsak:

- Tek bir parçadan üretililebilmeleri, bu mekanizmanın daha hassas çalışmasını, daha hafif olmasını sağlamaktadır.
- Kullanılan parça sayısını azaltırlar. Böylelikle mekanizmanın imalatı, montaj kolaylaşır ve maliyeti azalır.
- Ek bağlantılar olmadığından hareketi bozan boşluklar oluşmaz ve yağlanmaya ihtiyaç duymazlar.
- Simetrik parçalar yapılırsa sıcaklıktan oluşan hatalar çok az indirgenebilir.
- Eğer düzgün tasarlanırlarsa çok hassas hareketler sağlanabilir. MEMS imalat teknikleri kullanılarak kolaylıkla mikron boyutlarda üretilip kullanılabilirler.

Esnek Bağlantılı mekanizmaların avantajları olduğu kadar dezavantajları da vardır.

- Benzetimlerinin yapılması zordur. Mekanizma analizi, sentez metodları, kırışlerin eğilim hareketleri gibi bilgilerin iyi bilinmesi gerekir. Eğer kırışler büyük eğilmelere maruz kalıyorsa lineer kırış kuvvetleri geçerliliğini yitirir ve lineer olmayan denklemler oluşur.
- Bu tür mekanizmaların büyük kuvvetlere karşı az toleransları vardır. Plastik deformasyon oluşabilir. Eğer malzeme büyük gerilim altında kalırsa elastik şekil değiştirme plastik şekil değişime dönüşür ve gerilim ortaya kalktığında eski haline dönmez.

Esnek Bağlantılı mekanizmaları modellemek için literatürde bir çok yöntem vardır. Farz edilen mod metodunda G.G. Hastings, W.J. Book zamana göre değişen mod genlikler fonksiyonlarını kullanarak kırışleri modellemiştir. [9] Ancak bir çok kırıştan oluşa sistemlerde ve kesit geometrileri değişen kırışlerde çözmesi zorlaşmıştır. Sonlu elemanlar metodunda bilinen rijit bir cismin hareketinden yola çıkılarak mekanizmanın elastik hareketi bu rijid hareketten süperpoze edilmiştir. Ancak bir çok kesin olarak bilinmeyen sınır şartları ve diferansiyel denklemler oluşmaktadır. Ayrıca bazı araştırmacılar toptan parametrelili modeli oluşturmuştur. [10] Bu modelde mekanizma kütle ve yaylardan oluşan bir sistem olarak modellenmiştir ve çözümlemede büyük kolaylık sağlamıştır. Howell L.L. Pseudo rigid body model adlı modeli oluşturmuştur. [2] Burada her eğrilik, burulma yayı bulunan

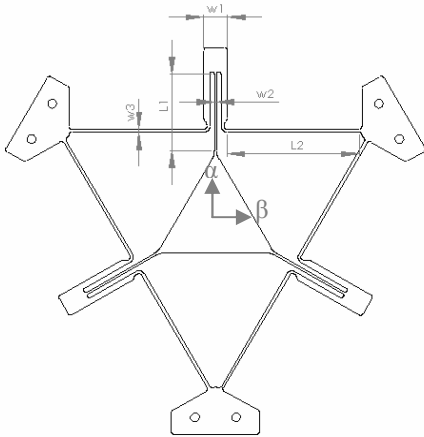


döner bağlantı olarak düşünülmüştür ve mekanizma rijit olarak alınarak modellenmiştir. Choi K., Kim H. “substructuring dynamic modeling” olarak adlandırdıkları bir yöntemle sonlu elemanlı lagrange formülasyonu uygulayarak bu tip mekanizmaları modellemiştir. [11]

Bu çalışmada daha önce tasarlanmış olan [12] uzaysal esnek bağlantılı bir mekanizmanın sadece 2 boyutta kullanılmak üzere yeniden tasarlanmıştır. Bu mekanizma paralel bir mekanizmadır. Yapılan tasarımda paralel bir mekanizmanın seçilmesinin nedeni paralel mekanizmaların seri bağlı mekanizmalara göre daha iyi dinamik özelliklere sahip olmasıdır. Seri mekanizmalar bilindiği gibi fazla rijit değildir, motorların ağırlıklarını taşıyabilecek kadar büyük tasarlanmak zorundadırlar bu sistemin dinamik performansını düşürmektedir. Ayrıca seri mekanizmalar açık döngülü olduklarından dolayı eyleyici hataları toplanarak uçta büyük bit hata vermektedir. Yapılacak olan sistem mikrosistemde kullanılacağı için rijit ve hassasiyet bakımından daha üstün oldukları bilinen paralel mekanizmalar seçilmiştir. Çalışmada esnek bağlantılı mekanizmanın matematiksel modeli çıkarılmıştır. Modellemede kirişlerin mod şekil fonksiyonları kullanılarak oluşturulan Euler-Bernoulli Kiriş denklemleri kullanılmıştır. Modellenen mekanizmanın Matlab Simulink ortamında benzetimi yapılmış ve kontrolü uygulanmıştır. Bu çalışmada izlenen organizasyon: 2. bölümde Esnek Bağlantılı mekanizma tanıtımı yapılacak, 3. bölümde mekanizmanın dinamik modelinin çıkarılışı anlatılacak, 4. bölümde çıkarılan dinamik modelin açık döngülü modeli elde edilecek, 5. bölümde kapalı döngülü kontrol yapılacak ve sonuçlar gösterilecek ve 6. bölümde de çalışma sonlandırılacaktır.

## 2. Esnek Bağlantılı mekanizma

Önerilen Esnek Bağlantılı mekanizma Şekil 1’de görüldüğü gibi  $\alpha$ - $\beta$  eksenlerinde hassas bir şekilde mikron hatta nano seviyelerde çalışabilecek bir mekanizmadır. Mekanizma, düzlemsel üçgen bir platformun üçgenin köşelerine bağlı yekpare esnek kirişlerden oluşmaktadır. Esnek kirişlerin uçlarına piezo motorlar monte edilerek, platform hareket etmektedir. Bu hareket üçgenin köşelerine yerleştirilmiş kirişlerin eğilmesiyle gerçekleşmektedir ve kirişlerin eğilme miktarı da verilen kuvvete ve malzemenin en önemli özelliklerinden biri olan elastiklik modülüne bağlıdır.

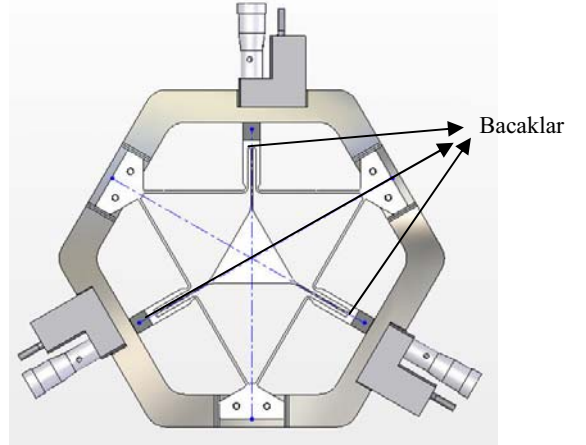


Şekil 1: Tasarlanmış esnek bağlantılı mekanizma

Tasarlanmış uysal mekanizmanın gerekli sonlu eleman analizleri yapıldıktan sonra seçilen parametreleri is Tablo 1’de gösterilmiştir.

Tablo 1: Mekanizmanın önemli ölçüleri

|                |        |
|----------------|--------|
| $L_1$          | 25 mm  |
| $L_2$          | 45 mm  |
| $w_1$          | 8 mm   |
| $w_2$          | 0.8 mm |
| $w_3$          | 1 mm   |
| $t$ (kalınlık) | 2 mm   |



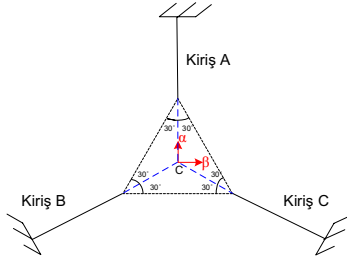
Şekil 2: Esnek Bağlantılı Mekanizmanın Montajı

Şekil 2’de Esnek bağlantılı mekanizmanın montajı ve mekanizmanın piezo motorlara nasıl bağlandıkları ve tahrik ettikleri görülmektedir. Piezo motorlardan esnek bağlantılı mekanizmaya gelen kuvvetler mekanizmanın bacaklarından üçgenin tam merkezine doğru verilmektedir. Böylece kuvvetler sistemde bir dönme hareketi yaratmayacak olup sadece Şekil 1 de gösterildiği gibi  $\alpha$ - $\beta$  eksenlerinde hareket edecektir.

## 3. Mekanizmanın Matematiksel Modeli

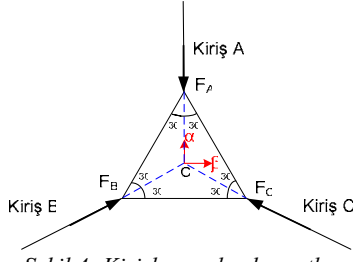
Esnek bağlantılı mekanizma dağılmış parametrelili bir sistemdir. Bunun nedeni ise bu sistemlerinin hareketleri esnek elemanların malzemelerinin izin verdiği ölçüde esnemesinden oluşmasıdır. Bu tip elemanların eğilme miktarları bilindiği gibi hem zamana hem de esnek elemanda bulundukları konuma göre değişmektedir.

Tasarlanmış uysal mekanizmanın Şekil 3’de görüldüğü gibi 3 tane ankastre mesnet-boşta uçlu kirişten oluştuğunu düşünerek, bu kirişlerin serbest uçlarının dikey yönde deformasyon dinamikleri alınarak, eşkenar üçgenin merkezinin dinamiği çıkarılmıştır. Kirişlerinin bir ucunun ankastre mesnetlenmiş olarak alınmasının sebebi, tasarımda hareketi sağlamak için kullanılması düşünülen piezo motorların asıl mekanizmanın bu uçlara bağlanmasından dolayıdır. Yani bu uçlarda eğilme olmadığı varsayılmaktadır. Kirişlerin boyuna yönde deformasyonu bu bildiride gösterilmemiştir. Ancak yapılan çalışmalarda etkisinin yok sanılabilecek kadar az olduğu görülmüştür.



Şekil 3: Varsayılan mekanizma

Mekanizmanın uçlarından gelen kuvvetlerin de Şekil 4'deki gibi kirişler boyunca doğrudan iletildiği varsayılmıştır.



Şekil 4: Kirişlere gelen kuvvetler

Sistemin Şekil 4'de görüldüğü 3 tane kuvvet girişi vardır. Bunlar  $F_A$ ,  $F_B$  ve  $F_C$  'dir. Ancak sistem 2 boyutta  $\alpha$ - $\beta$  eksenlerinde kontrolü yapılacağından sistem 2 girişli 2 çıkışlı bir sisteme çevrilecektir. Sistem girişleri  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  ve çıkışları da  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$  olan bir sistem olarak modellenenmektedir. Şekil 4'de bakılarak  $F_A$ ,  $F_B$  ve  $F_C$  ile  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  arasındaki ilişki şu şekilde yazılır:

$$\begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & \sin 30 & \sin 30 \\ 0 & \cos 30 & -\cos 30 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ancak görüldüğü gibi dönüştürme matrisimiz 2x3 lük matris olduğundan  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  kuvvetlerine karşılık gelen  $F_A$ ,  $F_B$  ve  $F_C$  kuvvetleri bulunamamaktadır. Yani dönüştürme matrisinin tersi yoktur. 3 elemanlı bir uzaydan 2 elemanlı bir uzaya geçmek içinde 2 elemanlı uzaya  $F_0$  elemanı eklenerek 3 elemanlı bir uzay haline dönüştürülmüştür. Böylece iki uzay arasında tersi alınabilir 3x3 lük bir dönüştürme matrisi şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} -1 & \sin 30 & \sin 30 \\ 0 & \cos 30 & -\cos 30 \\ b & b & b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\alpha \\ F_\beta \\ F_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

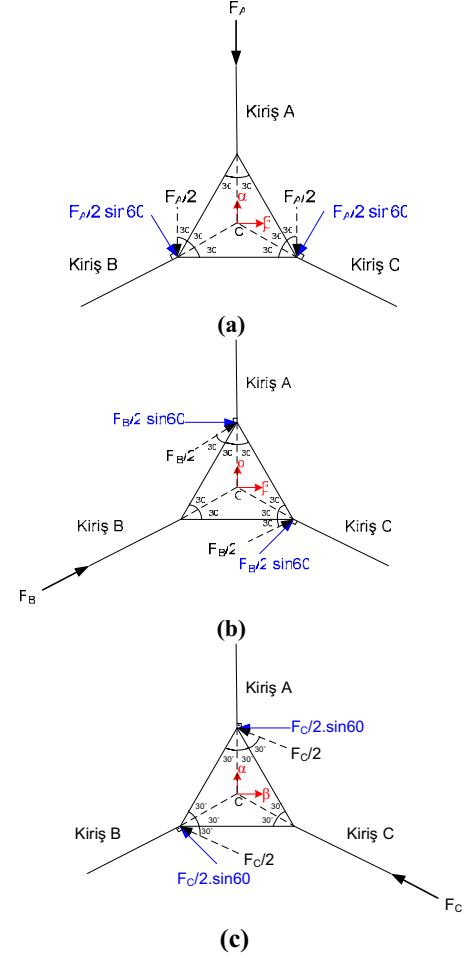
$$\text{Transfer matrisi: } A_{\alpha\beta 0}^{ABC} = K \begin{bmatrix} -1 & \sin 30 & \sin 30 \\ 0 & \cos 30 & -\cos 30 \\ b & b & b \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_{\alpha\beta 0}^{ABC} \cdot A_{\alpha\beta 0}^{ABC^T} = I \quad (4)$$

$F_0$  0 olarak seçilmiştir. Denklem 31 ve 32 kullanılarak  $K = \sqrt{3}/2$ ,  $b = \sqrt{2}/2$  olarak hesaplanır. Artık transfer matrisinin tersiyle  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  kuvvetlerine karşılık gelen  $F_A$ ,  $F_B$  ve  $F_C$  kuvvetleri hesaplanabilir.

### 3.1. Dikey Dinamik Model

A, B ve C diye adlandırılan ankastre mesnet-serbest uçlu kirişin enine dinamik modeli bu kirişlere dik gelen kuvvetlerin etkisiyle oluşmaktadır. Bu yüzden Şekil 5'e bakarak bu yönde esnemelerini sağlayan kuvvetleri mekanizmanın geometrisinden kolayca bulunabilir.

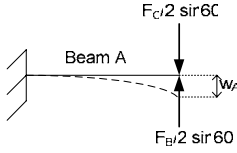


Şekil 5: (a)  $F_A$  kuvvetinin oluşturduğu dikey dinamik kuvvetleri (b)  $F_B$  kuvvetinin oluşturduğu dikey dinamik kuvvetleri (c)  $F_C$  kuvvetinin oluşturduğu dikey dinamik kuvvetleri

Şekil 5 e bakarak ve saat dönüş yönünü pozitif olarak alırsak tahrik eden kuvvetlerle kirişlere etkiyen dik kuvvetler arasındaki ilişkiyi şu şekilde yazabiliriz;

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.5 \sin 60 & -0.5 \sin 60 \\ -0.5 \sin 60 & 0 & 0.5 \sin 60 \\ 0.5 \sin 60 & -0.5 \sin 60 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F_A \\ F_B \\ F_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{1t} \\ F_{2t} \\ F_{3t} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T_{\text{forçetransverse}} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \sin 60 & -0.5 \sin 60 \\ -0.5 \sin 60 & 0 & 0.5 \sin 60 \\ 0.5 \sin 60 & -0.5 \sin 60 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$



Şekil 6: Dikey kuvvetlere maruz kalmış Kiriş A.

Dinamik denklemin nasıl yazıldığını daha açık bir şekilde göstermek için Şekil 6'da sadece kiriş A'yı etkileyen dikey kuvvetler gösterilmiştir. Kirişin ucundaki hareketi de görüldüğü gibi etkiyen kuvvetin yönünde olup  $w_A(t)$ 'dir. Buna göre Euler Bernoulli Kiriş denklemini yazarsak:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho A \frac{d^2 w}{dt^2} = FY(L) \quad (7)$$

E: Malzemenin elastisite modülüsü

I: Eylemsizlik Momenti

$w(x,t)$ : Kirişin konuma ve zamana bağlı olan kirişe dik eğilmesi

F: Kirişe gelen dik kuvvet

L: Kirişin uzunluğu

$Y(L)$ : Kirişin serbest ucunun şekil fonksiyonu

Kirişin sınır koşullarını da yazarsak:

$x=0$  da kirişin sabitlenmesinden dolayı;

$$w(0,t) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial x}(0,t) = 0 \quad (8)$$

$x=L$  de yani kirişin ucunda momentin ve kesme kuvvetinin 0 olmasından dolayı,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(L,t) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3}(L,t) = 0 \quad (9)$$

Eğer kirişin dik eğilme fonksiyonu sadece zamana ve sadece konuma bağlı iki ayrı fonksiyonun çarpımı şeklinde yazılırsa:

$$w(x,t) = Y(x)f(t) \quad (10)$$

6. denklem 3. denklemde yerlerine yerleştirilirse:

$$EI \frac{d^4 Y}{dx^4} f + \rho A Y \frac{d^2 f}{dt^2} = 0 \quad (11)$$

Her taraf  $\rho A Y f$ 'e bölünürse;

$$\frac{EI}{\rho A Y} \frac{d^4 Y}{dx^4} f + \frac{1}{f} \frac{d^2 f}{dt^2} = 0 \quad (12)$$

denklemin elde edilir.

12. denklemde ikinci terimi  $-\omega^2$  e eşitlersek;

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \omega^2 f = 0 \quad (13)$$

$$\frac{d^4 Y}{dx^4} - \frac{\rho A}{EI} \omega^2 Y = 0 \quad (14)$$

elde edilmiş olur. 8. ve 9. denklemlerde gösterilen sınır koşulları kullanılarak 13. ve 14. denklemler çözülürse ankastre mesnetli-serbest uçlu kirişin şekil fonksiyonu ve kirişin doğal frekansını belirleyen  $\beta_n$  aşağıdaki gibi bulunur.

$$Y_n(x) = \cosh \beta_n x - \cos \beta_n x - \frac{\sinh \beta_n L - \sin \beta_n L}{\cosh \beta_n L + \cos \beta_n L} (\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x) \quad (15)$$

$$\beta_n = \frac{(2n-1)\pi}{2L} \quad (16)$$

Konuma bağlı olan fonksiyonlara şekil fonksiyonları denmektedir. Kirişlerin herhangi bir zamanda tahriki ile çeşitli şekil fonksiyonları çıkmaktadır ve bu fonksiyonların lineer kombinasyonları da kirişin ucundaki yer değişimini

göstermektedir. Şekil fonksiyonları birbirlerine dik olan fonksiyonlardır. Yani farklı şekil fonksiyonlarının kiriş boyunca çarpımı şu şekilde olur;

$$\int_0^L Y_n(x) Y_m(x) dx = 0, \quad n \neq m \quad (17)$$

$n$  ve  $m$  kirişin frekanslarına karşılık gelen mod sayılarını göstermektedir. Kiriş doğal frekansında tahrik olduğunda  $n=m$  olur ver sonuç 0 dan farklı olur.

Daha önce 10. denklemde belirtildiği gibi çözüm kullanılan mod sayısına göre artık şu şekilde hesaplanır:

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(x) \eta_n(t) \quad (18)$$

18. denklem 7. denklemde yerine konup, her terim  $Y_n(x)$  ile çarpılıp  $x=0$  dan  $x=L$  ye kadar integrali alınırsa;

$$\left( \int_0^L \rho A Y_n^2 dx \right) \ddot{\eta}_n + \left( \int_0^L Y_n EI \frac{d^4 Y_n}{dx^4} dx \right) \eta_n = F(t) Y_n(L) \quad (19)$$

Denklem 11 denklem 19 da yerine yazılırsa sonuç olarak;

$$\left( \int_0^L \rho A Y_n^2 dx \right) \ddot{\eta}_n + \left( \int_0^L \rho A Y_n^2 dx \right) \omega_n^2 \eta_n = F(t) Y_n(L) \quad (20)$$

elde edilir. Bu denklemi daha kısa hale getirirsek ve  $m_n$  modal kütle,  $k_n$  modal katılık olarak adlandırılırsa;

$$m_n = \int_0^L \rho A Y_n^2 dx \text{ ve } k_n = m_n \omega_n^2 \text{ olmak üzere;}$$

$$m_n \ddot{\eta}_n + k_n \eta_n = F(t) Y_n(L) \quad (21)$$

Bu tür sistemlerde az da olsa sistemde bir sönüm etkisi vardır bu sönüm etkisi de denkleme modal sönüm eklenerek eklenebilir. Detaylı bilgi [13] referansından elde edilebilir.

$$R_n = 2m_n \zeta \omega_n \quad (22)$$

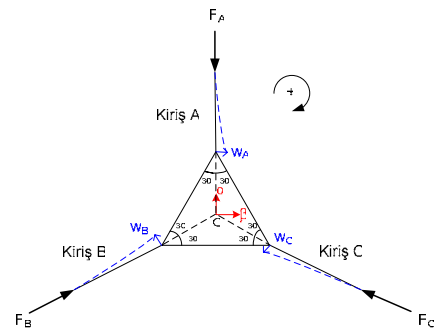
Az sönümlü sistemlerde  $\zeta$  sönüm oranı 0.1-0.01 arasındadır. [13] Buna göre 21. denklem ikinci dereceden kendinden sönümü olan 23. denkleme dönüşür ve sistemin dinamik denkleminin oluşturulmuş olur.

$$m_n \ddot{\eta}_n + R_n \dot{\eta}_n + k_n \eta_n = F(t) Y_n(L) \quad (23)$$

### 3.2. Dikey Deformasyon Kinematiki

Dikey deformasyonların eşkenar üçgenin merkezinin hareketini nasıl etkilediğini anlamak için mekanizmanın kinematik çözümlemesi yapılmıştır.

Şekil 7 de bu dikey hareketlerin vektörel olarak yönleri gösterilmiştir.



Şekil 7: Dikey hareketin kinematiki

Eşkenar üçgenin merkezinde bulunan  $\alpha$ - $\beta$  eksen takımına göre merkezin  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$  konumları dik eğilme vektörleri cinsinden şu şekilde yazılır.



$$x_\alpha = w_B \sin 60 - w_C \sin 60 \quad (24)$$

$$x_\beta = w_A - w_B \cos 60 - w_C \cos 60 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \sin 60 & -\sin 60 \\ 1 & -\cos 60 & -\cos 60 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_A \\ w_B \\ w_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$T_T = \begin{bmatrix} 0 & \sin 60 & -\sin 60 \\ 1 & -\cos 60 & -\cos 60 \end{bmatrix} \quad (27)$$

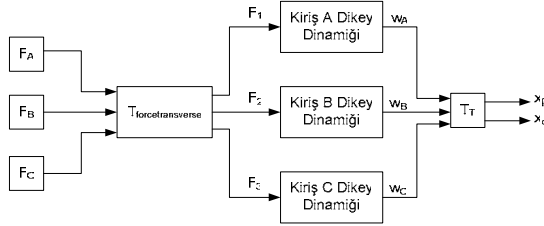
#### 4. Açık Döngülü Model

Sistemin açık döngülü modeli  $F_A$ ,  $F_B$  ve  $F_C$  kuvvetleri uygulandığında, mekanizmadaki eşkenar üçgenin merkezinin  $\alpha$ - $\beta$  koordinat sistemine göre nasıl hareket ettiğini göstermektedir. Şekil 8 de açık döngülü modelin şematik olarak açılması gösterilmiştir.

Mekanizmanın simülasyonu MATLAB Simulink kullanılarak yapılacağından, bulunan dinamik denklemler durum denklemleri şeklinde yazılması kolaylık sağlayacaktır. Bu yüzden sistemin dinamik denklemleri Denklem 28 ve 29 da gösterildiği gibi durum denklemlerine çevrilmiştir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (28)$$

$$y = Cx + Du \quad (29)$$



Şekil 8: Açık Döngülü Modelin Şematik Gösterimi

Her mod için kirişlerin dikey eğilme konumları ve hızları durumlar olarak alınırsa;

$$\dot{\eta}_{1n} = \eta_{2n} \quad (30)$$

$$\dot{\eta}_{2n} = \frac{Y_n(L)}{m_n} F(t) - \frac{R_n}{m_n} \eta_{2n} - \frac{k_n}{m_n} \eta_{1n} \quad (31)$$

Çıkış kirişlerin ucundaki yer değişim olacağından;

$$w = Y_n(L) \eta_{1n} \quad (32)$$

Durum denklemleri şeklinde yazarsak:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_{1n} \\ \dot{\eta}_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k_n}{m_n} & -\frac{R_n}{m_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_{1n} \\ \eta_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{Y_n(L)}{m_n} \end{bmatrix} \cdot F(t) \quad (33)$$

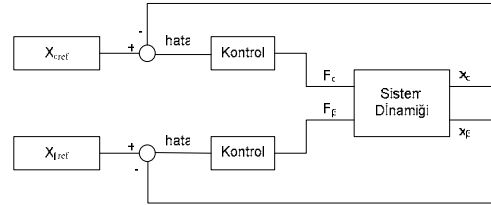
$$w = \begin{bmatrix} Y_n(L) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta_{1n} \\ \eta_{2n} \end{bmatrix} + 0 \cdot F(t) \quad (34)$$

#### 5. Kapalı Döngülü Model ve Kontrolü

##### 5.1. Kapalı döngülü modelin elde edilmesi

Bu bölümde sistemin pozisyon kontrolü yapılmıştır. Amaç istenilen eşkenar üçgenin merkezinin pozisyonu gerekli kuvvetler elde edilerek gerçekleştirilmiştir. İstenilen  $x_{\alpha ref}$  ve  $x_{\beta ref}$  konumları sistem dinamiğinden gelen  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$  konumlarından

çıkartılarak elde edilen hata kontrol girişi olarak kontrol bloğuna girer ve kontrol bloğun çıkışı olarak da sistem için gerekli  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  kuvvetleri hesaplanır. Artık  $F_\alpha$  ve  $F_\beta$  kuvvetleri sistem dinamiğinin girişi olmuştur. Bu kuvvetlere karşılık gelen  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$  konumları yeniden hesaplanır. Bu işlem hata sıfırlanıncaya kadar tekrar eder. Şekil 9 da kontrolün şematik bloklar halinde gösterimi görülmektedir.



Şekil 9: Kapalı Döngülü Kontrol

##### 5.2. Parametreler

Benzetimde kullanılan parametreler şunlardır:

Geometrik Parametreler: Kirişlerin kesitlerini boyutlar

$$b = 0.8 \text{ mm} \quad h = 2 \text{ mm}$$

Kirişlerin uzunlukları  $L=25 \text{ mm}$ .

Kirişlerin kesit alanları  $A=bh=1.6 \text{ mm}^2$

Kirişlerin eylemsizlikleri  $I=bh^3/12=0.5333 \text{ mm}^4$

Malzeme özellikleri:

Esnek Bağlantılı mekanizmanın malzemesi Alüminyum olarak seçilmiştir. Buna göre;

Elastiklik modülü

$$E = 69000 \text{ N/mm}^2$$

Yoğunluğu

$$\rho = 0.0027 \text{ g/mm}^3$$

##### 5.3. Benzetim sonuçları

Benzetim MATLAB Simulink kullanılarak yapılmıştır. Dinamik denklemlerde sönüm oranı,  $\zeta$ , 0.08 olarak alınmıştır. Dikey kiriş dinamik denklemleri 4 mod kullanılarak oluşturulmuştur.

İlk olarak üçgenin merkezinin  $-a$  kordinatında 10 mikron  $\beta$  kordinatında ise 20 mikron gitmesi istenmiştir. Kontrol için PID kullanılmıştır.  $K_p$ : 1200,  $K_i$ :46 ve  $K_d$ : 100 olarak alınmıştır. Buna göre oluşturulan referanslara karşılık gelen sonuçlar:

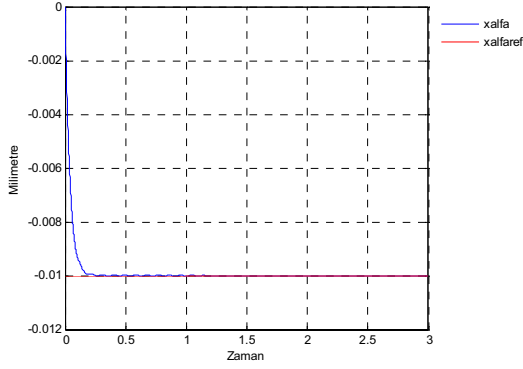
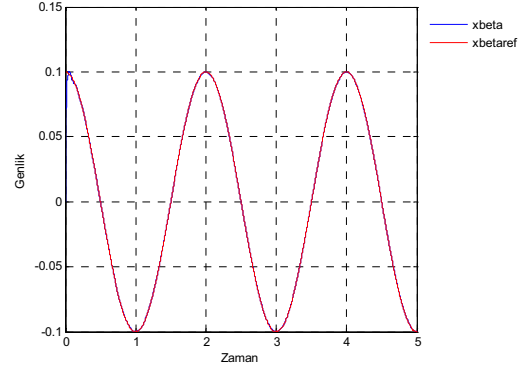
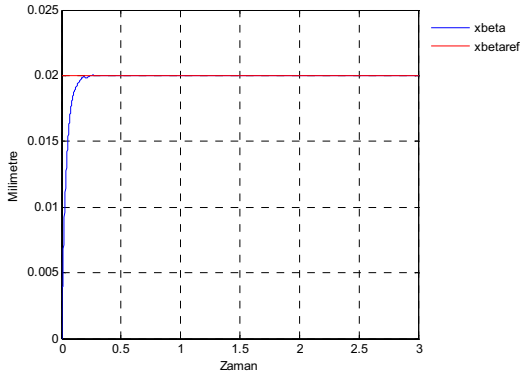
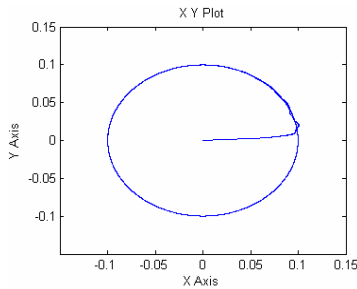
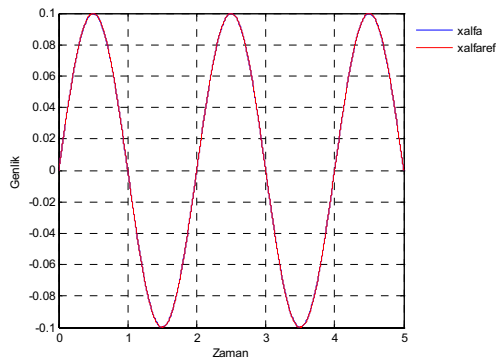
Şekil 10 ve 11 'den kontrol sonuçlarına bakılırsa üçgenin merkez kordinatları verilen referansı düzgün takip etmektedir. İkinci olarak, üçgenin merkezinin verilen bir referans yolunu takip etmesi istenmiştir. Üçgenin merkezinin 100 mikron çapında daire çizmesi için referans değerleri şu şekilde verilmiştir:

$$x_{\alpha ref} = 0.1 \sin(\pi t) \quad x_{\beta ref} = 0.1 \sin(\pi t + \pi/2) = 0.1 \cos(\pi t) .$$

Kontrol için PD kontrol kullanılmıştır.  $K_p$ : 2000 ve  $K_d$ : 20 olarak alınmıştır. Sonuçlar Şekil 12, 13 ve 14 den görüldüğü gibi sistem verilen referansı takip etmektedir.

#### 6. Sonuç

Sonuç olarak, esnek bağlantılı bir mekanizmanın matematiksel modeli kirişlerin dinamiğinden faydalanılarak çıkarılmıştır. Sistemin pozisyon kontrolü PID kontrolü kullanılarak yapılmıştır. Başka kontrol metodları kullanılarak sistem kontrol edilip kontrol yöntemleri arasında karşılaştırmalar yapılabilir.

Şekil 10:  $x_a$  ve  $x_{a\text{ref}}$ Şekil 14:  $x_\beta$  ve  $x_{\beta\text{ref}}$ Şekil 11:  $x_\beta$  ve  $x_{\beta\text{ref}}$ Şekil 12:  $x$  eksenine  $x_a$  ve  $y$  eksenine  $x_\beta$  olduğunda merkezin konumunun hareketiŞekil 13:  $x_a$  ve  $x_{a\text{ref}}$ 

## 7. Kaynakça

- [1] Lobontiu N.,2003, "Compliant Mechanisms design of flexure hinges",CRC Press.
- [2] Howell L. L., 2001, "Compliant Mechanisms",John Wiley & Sons.
- [3] Blideran M.M., Bertsche G.,Henschel W. and Kern D. P., February 2006, "A mechanically actuated silicon microgripper for handling micro- and nanoparticles", Elsevier.
- [4] Nah S. K. and Zhong Z. W., February 2006, "A microgripper using piezoelectric actuation for micro-object manipulation", Elsevier.
- [5] Hohl M., Krevet B. and Just E., October 2001, "SMA microgripper system", Elsevier.
- [6] Bergna S., Gorman J.J., Dagalakakis N.G.,November 2005," Design and modeling thermally actuated mems nano positioners", ASME.
- [7] Baker M. S, Howell L. L. ,2002, "On-Chip Actuation of an In-Plane Compliant Bistable Micromechanism".
- [8] Brigham Young University, "Compliant Mechanisms", <http://techtransfer.byu.edu/techabstracts/compliantmech.htm>
- [9] G.G. Hastings, W.J. Book, Verification of a linear dynamic model for flexible robotic manipulators, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (1986) 1024–1029.
- [10] Dwivedy S. K.,Eberhard P. ,2006,"Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review".
- [11] Wang X., Mills J. K.,2005,"Dynamic modeling of a flexible-link planar parallel platform using a substructuring approach".
- [12] Culpepper M.L.,Anderson G.,2003,"Design of a low-cost nano-manipulator which utilizes a monolithic, spatial compliant mechanism", Precision Engineering, Volume 28, Issue 4, 1 October 2004, Pages 469-482.
- [13] C. Karnopp, Donald L. Margolis, Ronald C. Rosenberg.,2006," System dynamics : modeling and simulation of mechatronic systems", John Wiley & Sons, s. 426-433.
- [14] Inman Daniel J.,1996,"Engineering Vibration", Prentice Hall International Inc., s. 329-340.







## PA10 Endüstriyel Robotun 3 Ekleminin Pasif Olma Temelli Kontrolü

*H. Alpaslan Yıldız<sup>1</sup>, Leyla Gören Sümer<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
yildizhuse@itu.edu.tr

<sup>2</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
goren@elk.itu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışma, doğrusal olmayan bir sistem olan robot kolu üzerinde pasif olma temelli kontrol yönteminin uygulamasını içermektedir. Bu çalışmada örnek olarak kullanılan sistem, Mitsubishi firmasının ürettiği PA-10 robot kolunun ilk üç eklemidir.

### 1. Giriş

PA-10, Mitsubishi firmasının ürettiği yedi serbestlik dereceli endüstriyel bir robot koludur. Endüstride ve inceleme amaçlı olarak akademik çevrelerce yaygın olarak kullanılır.

PA-10 robot kolunun genel yapısı iki bilek mekanizmasını bir tane dönel eksen ile birleştirilmesi şeklinde basite indirgeyebiliriz. Bu çalışmada bu robot kolunun ilk üç eksenini yani bir bilek mekanizmasını incelenmiştir.

Robot kollarının kontrolü için, genellikle ters dinamik denklemlere dayalı kontrol yöntemleri kullanılır. Bu kontrol yöntemleri Lyapunov'un ikinci metoduna dayanan dayanıklı ya da uyarlamalı algoritmalar verir [3]. Bu çalışmada önerilen yöntem, robot kolunun her bir ekleminin noktadan noktaya kontrolü için, pasif olma temelli kontrol kurallarını türetmek olarak özetlenebilir.

Ayrıca, çalışmada pasif olma temelli kontrol yönteminin dayanıklılık özellikleri, doğrusal olmayan bir sistem olan robot kolu üzerinde benzetim yoluyla incelenmiştir.

### 2. Pasif Olma Temelli Kontrol

Kendisine verilen enerjiden daha fazlasını geri veremeyen ya da üretemeyen sistemlere kayıplı sistemler adı verilir [2, 5].

Aşağıdaki şekilde bir depo fonksiyonu tanımlanırsa:

$$H(x(T)) \leq H(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt \quad (1)$$

Burada  $u(t)$  kaynak miktarı olup aşağıdaki şekilde tanımlanır [2]:

$$\forall u, \forall T \geq 0 \text{ \& } \forall x_0 \in \mathbb{R}^n \quad (2)$$

Bu durumda depo fonksiyonu (1)'deki gibi yazılan sistem (3) kaynak miktarına göre kayıplıysa pasiftir denir.

$$w(u, y) = u^T y \quad (3)$$

Ayrıca depo fonksiyonu (1)'deki gibi tanımlanan sistem (4) kaynak miktarına göre kayıplıysa çıkış kesin pasiftir denir.

$$w(u, y) = u^T y - \delta_0 \|y\|^2, \delta_0 > 0 \quad (4)$$

Bu tanımlardan sonra aşağıdaki sonuçlar verilebilir [2]:

- Bir sistem pasifse ve depo fonksiyonlarının belirli bölgesel minimumları varsa, bu bölgesel minimumlar sistemin kararlı bir denge noktasıdır.
- Bir sistem çıkış kesin pasifse ve depo fonksiyonları tek ve bütünsel minimumu varsa, bu bütünsel minimum sistemin asimptotik kararlı bir denge noktasıdır

Pasif olma temelli kontrol kuramı yukarıdaki önermelere dayanan bir kontrol kuramıdır. Çıkış kesin pasif sistemlerin depo fonksiyonu, geri besleme kuralı ile kapalı çevrimli sistemin depo fonksiyonu tek ve bütünsel bir minimumu olacak şekilde şekillendirilir.

Pasif olma temelli kontrol, sistemin toplam enerjisini şekillendirme ilkesine dayandığı için, kontrol edilecek sistemin enerji temelli bir matematik modeli üzerinde çalışmak gerekir. Bilindiği gibi geniş bir sınıf lineer olmayan sistemleri kapsayan ve karmaşık sistemlerin modellenmesine de uygun olan Euler-Lagrange (EL) sistemleri, pasif olma temelli kontrol kuramının uygulanmasına elverişli sistemlerdir [2, 5]. EL sistemleri için depo ve kayıp fonksiyonları kolaylıkla tanımlanabilir.

EL sistemleri 'L' Lagrange fonksiyonu olmak üzere:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \quad (5)$$

şeklinde tanımlanırlar. Burada:

$$L = T - V \quad (6)$$

T: Kinetik Enerji fonksiyonu

V: Potansiyel Enerji fonksiyonu

olarak tanımlanır. 'Q' ise belli bir potansiyelden üretilmeyen bütün kuvvetler olup içerisinde Rayleigh kayıp fonksiyonunu da barındırır [1].

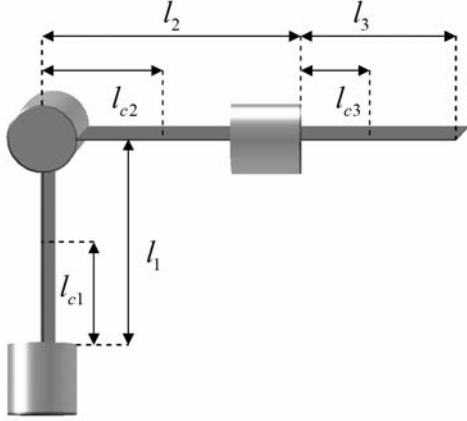
Bu durumda Euler-Lagrange sistemleri aşağıdaki sebeplerden dolayı Pasif olma temelli kontrol kuramının uygulanmasına uygun sistemlerdir. Özet olarak;

- Euler-Lagrange sistemleri pasiftir. Eğer kayıplı ise ve uygulanan kontrol işareti sınırlı ise kararlı sistemlerdir.

- Euler-Lagrange sistemler için kayıp ve depo fonksiyonları tanımlanabilir.

### 3. Sistem Modeli ve Kontrol Algoritması

Bu çalışmada, pasif olma temelli kontrol kuramı PA-10 endüstriyel tipte bir robot koluna uygulanacaktır. PA-10 robot kolunun ilk üç ekleminin ilkesel şeması Şekil-1’de verilmiştir.



Şekil 1: PA-10 Endüstriyel Robot kolunun ilk üç ekleminin örnek şeması.

Bu şemaya göre robotun D-H tablosu Tablo-1’deki gibi oluşturulmuştur:

Tablo 1: PA-10 Endüstriyel Robot kolunun ilk üç ekleminin D-H Tablosu

| Link | $a_i$ | $\alpha_i$ | $d_i$      | $\theta_i$   |
|------|-------|------------|------------|--------------|
| 1    | 0     | -90        | $d_1^{**}$ | $\theta_1^*$ |
| 2    | 0     | 90         | $d_2^{**}$ | $\theta_2^*$ |
| 3    | 0     | 0          | $d_3^{**}$ | $\theta_3^*$ |

Robot kolunun dinamik modelini oluşturulabilmek için robotun Jacobean matrislerini elde edilmesi gerekir. Tablo-1’de verilen D-H tablosuna göre Jacobean matrisleri aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$J_{V_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{\omega_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$J_{V_2} = \begin{bmatrix} -\cos(\theta_1)l_{c2} & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_1)l_{c2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad J_{\omega_2} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & 0 \\ 0 & \cos(\theta_1) & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$J_{V_3} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1)\sin(\theta_2)l_{c3} - \cos(\theta_1)l_2 & \cos(\theta_2)\cos(\theta_1)l_{c3} & 0 \\ \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)l_{c3} - \sin(\theta_1)l_2 & \cos(\theta_2)\sin(\theta_1)l_{c3} & 0 \\ 0 & -\sin(\theta_2)l_{c3} & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega_3} = \begin{bmatrix} 0 & -\sin(\theta_1) & \cos(\theta_1)\sin(\theta_2) \\ 0 & \cos(\theta_1) & \sin(\theta_1)\sin(\theta_2) \\ 1 & 0 & \cos(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Genelleştirilmiş atalet matrisi  $D(q)$  aşağıdaki gibi elde edilir[3]:

$$D(q) = \left[ \sum_{i=1}^n \left\{ m_i J_{V_i}(q)^T J_{V_i}(q) + J_{\omega_i}(q)^T R_i(q) I_i R_i(q)^T J_{\omega_i}(q) \right\} \right]$$

Ayrıca sistemin potansiyel matrisi ‘P’ ise[3],

$$P = \sum_{i=1}^n m_i g^T r_{ci}$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda sistemin Lagrange fonksiyonu:

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} - P(q) \quad (11)$$

şeklinde olacaktır. Bu durumda (5)’den yararlanarak sistemin dinamik denklemi aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\tau = D(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) \quad (12)$$

Burada ‘C’ ve ‘g’ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır[3]:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial d_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial d_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial d_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i$$

$$g = \frac{\partial P}{\partial q} \quad (13)$$

PA-10 endüstriyel robot kolunun fiziksel parametreleri Tablo-2’de verilmiştir[6].

Tablo 1: PA-10 Endüstriyel Robot kolunun ilk üç ekleminin D-H Tablosu

|          |        |           |       |           |       |
|----------|--------|-----------|-------|-----------|-------|
| $l_1$    | 0.1135 | $I_{111}$ | 0.014 | $I_{311}$ | 0.08  |
| $l_2$    | 0.3070 | $I_{122}$ | 0.018 | $I_{322}$ | 0.014 |
| $l_3$    | 0.144  | $I_{133}$ | 0.018 | $I_{333}$ | 0.016 |
| $l_{c1}$ | 0.09   | $I_{211}$ | 0.047 | $m_1$     | 2.81  |
| $l_{c2}$ | 0.0633 | $I_{222}$ | 0.012 | $m_2$     | 8.419 |
| $l_{c3}$ | 0.5356 | $I_{233}$ | 0.144 | $m_3$     | 3.517 |

Tablo-2’de verilen veriler ışığında sistemi  $D(q)$  matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$D_{11} = 0.9156 - 0.5045 \cos(2\theta_2)$$

$$D_{12} = -0.5783 \cos(\theta_2)$$

$$D_{13} = 0.016 \cos(\theta_2)$$

$$D_{21} = -0.5783 \cos(\theta_2)$$

$$D_{22} = 0.0485 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_2) + 1.151 - 0.033 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3)$$

$$D_{23} = 0.0165 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - 0.0165 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2)$$

$$D_{32} = 0.0165 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - 0.0165 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2)$$

$$D_{33} = 0.165 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3) + 0.0315 - 0.0155 \cos(2\theta_2)$$

$$-0.00825 \cos(2\theta_3 - 2\theta_1 + 2\theta_2)$$

Tablo-2’de verilen veriler ışığında sistemi  $C(q)$  matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned}
C_{11} &= (0.4578 - 0.2522 \cos(2\theta_2))\dot{\theta}_1 + \\
& (0.4578 - 0.2522 \cos(2\theta_2))\dot{\theta}_2 + (0.4578 - 0.2522 \cos(2\theta_2))\dot{\theta}_3 \\
C_{12} &= (.2892 \sin(\theta_2)\theta_2 + .5045 \sin(2\theta_2)\theta_2 + .4578 \\
& -.2522 \cos(2\theta_2))\dot{\theta}_1 + (.5783 \sin(\theta_2)\theta_2 - .5783 \cos(\theta_2) \\
& -.09700 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .06600 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_1 \\
& -.02425 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_2) - .5755 + .0165 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_2 \\
& + (.2812 \sin(\theta_2)\theta_2 - .2812 \cos(\theta_2) - .5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_1 - .00825 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& + .00825 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_3 \\
C_{13} &= (-.008 \sin(\theta_2)\theta_3 + .5045 \sin(2\theta_2)\theta_3 - .008 \cos(\theta_2))\dot{\theta}_1 \\
& + (.2812 \sin(\theta_2)\theta_3 - .5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_1 - .00825 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& + .00825 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_2 + (-.016 \sin(\theta_2)\theta_3 \\
& -.5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) - .033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.01650 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_1 + .004125 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) \\
& -.008250 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3) - .01575 + .00775 \cos(2\theta_2) \\
& + .004125 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_3 \\
C_{21} &= (-.5783 \cos(\theta_2) - .5045 \sin(2\theta_2)\theta_2 - .4578 + .2522 \cos(2\theta_2))\dot{\theta}_1 \\
& + (.5000(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_1 \\
& + .02425 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .5755 - .0165 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.2892 \sin(\theta_2)\theta_2 + (-.2972 \cos(\theta_2) + .5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_1 + .00825 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.008250 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2) + .008 \sin(\theta_2)\theta_2)\dot{\theta}_3 \\
C_{22} &= (.5(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_1 \\
& + .5(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_2 \\
& + .5(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_3 \\
C_{23} &= (.5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_3 \\
& + .2892 \sin(\theta_2)\theta_3 + .008 \sin(\theta_2)\theta_2 - .008 \cos(\theta_2))\dot{\theta}_1 \\
& + (.5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_3 \\
& + .5(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_3 \\
& -.5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_2 \\
& + ((-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_3 \\
& -.5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) - .033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_2) \\
C_{31} &= (.016 \cos(\theta_2) - .5045 \sin(2\theta_2)\theta_3)\dot{\theta}_1 + (.008 \cos(\theta_2) \\
& + .5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_1 \\
& + .00825 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .00825 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.2892 \sin(\theta_2)\theta_3 + (.008 \cos(\theta_2) + .5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) \\
& -.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) - .0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_1 \\
& -.004125 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) + .00825 \cos(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& + .01575 - .007750 \cos(2\theta_2) - .004125 \cos(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2) \\
& + .008 \sin(\theta_2)\theta_3)\dot{\theta}_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{32} &= (.5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_2 \\
& -.008 \sin(\theta_2)\theta_2 + .008 \cos(\theta_2) - .2892 \sin(\theta_2)\theta_3)\dot{\theta}_1 \\
& + ((-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_2 \\
& -.5(.097 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_2) + .066 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3))\dot{\theta}_2 \\
& + (.5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) - .033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_2 \\
& + .5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) - .033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_2 - .5(-.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + \theta_2) \\
& -.033 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + \theta_2))\dot{\theta}_3) \\
C_{33} &= .5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) - .033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_3 + .5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) \\
& -.033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) - .0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_2 \\
& + .5(.0165 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3 + 2\theta_2) - .033 \sin(2\theta_1 - 2\theta_3) \\
& -.0165 \sin(-2\theta_1 + 2\theta_3 + 2\theta_2))\dot{\theta}_3
\end{aligned}$$

Tablo-2’de verilen veriler kullanılarak sisteme ilişkin  $g(q)$  vektörü aşağıdaki gibi elde edilir:

$$g(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 3.496 \cos(\theta_2) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Sistemin, benzetimde kullanılacak modelini oluşturabilmek için ters dinamik modelini elde etmek gerekir. (12)’de verilen dinamik modeli kullanarak ters dinamik model,

$$\ddot{q} = D^{-1}(q)(\tau - C(q, \dot{q}) - g(q)) \quad (15)$$

şeklinde elde edilir. Sisteme pasif olma temelli kontrol kuramını uygulamak için öncelikle sistemin depo fonksiyonu elde edilmelidir. Bu sistemin depo fonksiyonu sistemin toplam enerjisi olup aşağıdaki şekilde tanımlanabilir

$$H = \frac{1}{2} \dot{q}^T D(q) \dot{q} + P(q) \quad (16)$$

Sisteme noktadan noktaya konum kontrolü yapacağımız düşünüldüğünde kalıcı halde aşağıdaki varsayım geçerlidir:

$$\ddot{q} = \dot{q} = 0 \quad (17)$$

Bu varsayım altında sistemin depo fonksiyonu aşağıdaki gibi olur:

$$H = P(q) \quad (18)$$

Bu ilişkiden görüldüğü gibi, konum kontrolü yapılmak istendiği zaman şekillendirilmesi gereken fonksiyon, depo fonksiyonunun potansiyel enerji bileşeni olur. Ayrıca sisteme uygulanacak kontrol işareti bu sistemi asimptotik kararlı hale getirmelidir. Bu şekillendirme yapılırken öncelikle potansiyel enerjinin tek ve bütünsel bir minimuma sahip olması sağlanmalı ardından da sisteme sönüm eklenerek sistemin kayıplı dolayısı ile kararlı olması garantilenmelidir.

Sistemin potansiyel enerjisinin bütünsel minimumu sistemin istenen konum noktası olmalıdır. Bu durumda sistemin potansiyel enerjisi aşağıdaki gibi değiştirilmelidir:

$$P^d = K_p \frac{1}{2} \tilde{q} \quad (19)$$

Kontrol işareti sistemin potansiyel enerjisini biçimlendireceği için aşağıdaki biçimde olması gerektiği kolaylıkla görülebilir:

$$\tau_i = \frac{\partial P(q_i)}{\partial q_i} - \frac{\partial P(q_i)}{q_i} \quad (20)$$



Sisteme (20) de verilen kontrol işareti uygulandığında kapalı çevrimli sistemin depo fonksiyonu bütünsel tek bir minimuma sahip olur. Ancak bu kontrol işareti tek başına sistemin kayıplı olmasını garantilemez. Bu nedenle kontrol işaretine sönüm ekleyerek sistemin kayıplı olmasını sağlamak gerekir. Bu durumda sistemin asimptotik kararlı olması garantilenmiş olur. Sönüm terimi eklenmiş kontrol işareti de aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\tau_i = \frac{\partial P(q_i)}{\partial q_i} - \frac{\partial P^d(q_i)}{\partial q_i} - K_D \dot{q}_i \quad (21)$$

(21)'deki kontrol işareti her bir eklem için ayrı ayrı türetilirse:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0 - K_{p1} \tilde{q}_1 - K_{D1} \dot{\tilde{q}}_1 \\ \tau_2 &= 3.496 \cos(\theta_2) - K_{p2} \tilde{q}_2 - K_{D2} \dot{\tilde{q}}_2 \\ \tau_3 &= 0 - K_{p3} \tilde{q}_3 - K_{D3} \dot{\tilde{q}}_3 \end{aligned} \quad (22)$$

ilişkileri elde edilir.

Uygulanan bu kontrol işaretleri ile her bir eklem için ayrı istenen denge noktalarına asimptotik kararlı bir şekilde getirilmesi sağlanır. Bu aşamadan sonra uygun kontrol parametreleri seçilmeli ve kapalı çevrimli sistemin dayanıklılık sınaması yapılmalıdır.

#### 4. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, bir önceki bölümde elde edilen kontrol kuralları sisteme aşağıdaki parametreler için uygulanmış ve çeşitli model bilinmezlikleri altında benzetim ile çeşitli sınamalar yapılmış ve elde edilen sonuçlar verilmiştir.

$$\begin{aligned} K_{p1} &= 4 & K_{D1} &= 2 \\ K_{p2} &= 8 & K_{D2} &= 3.3 \\ K_{p3} &= 4 & K_{D3} &= 2 \end{aligned} \quad (23)$$

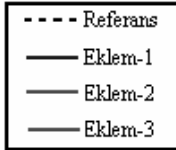
Sistemin başlangıç koşulları aşağıda verildiği şekildedir:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 0 \\ \theta_2 &= -\pi/2 \\ \theta_3 &= 0 \end{aligned} \quad (24)$$

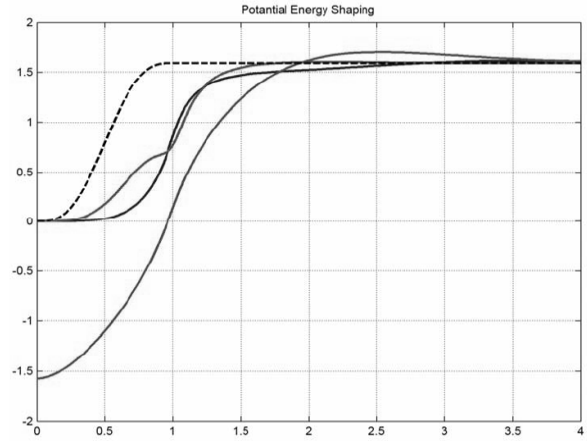
Sisteme uygulanan referans işaretin matematiksel ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$R = \int \int \begin{cases} 10 \sin(2\pi t) & t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases} dt \quad (25)$$

Uygulanan işaretin ve çıkış işaretlerinin şekillerde gösterimi aşağıdaki şekildedir:

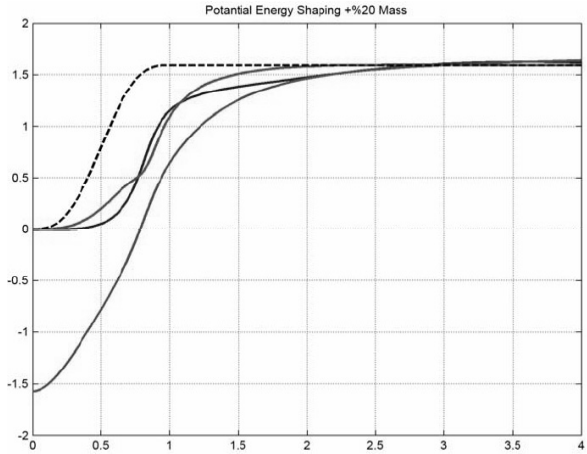


(23)'de verilen parametreler için hiçbir bozucu ve model bilinmezliği etkisi olmadan eklemlerin konumlarının değişim eğrisi Şekil-2'de verilmiştir.



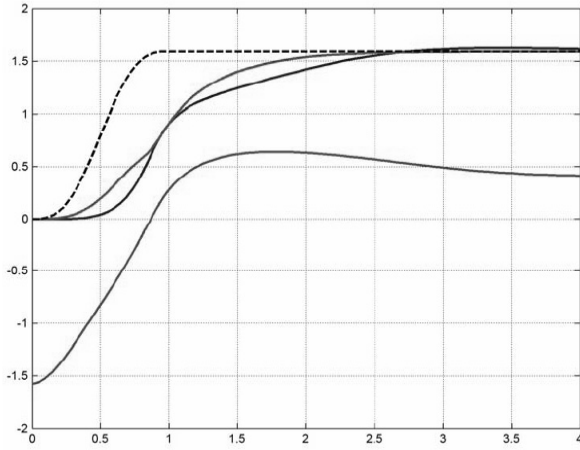
Şekil 2: Eklemlerin bozucu etkisi olmadan çıkışı.

(23)'de verilen parametreler için kol kütlelerinin bilinmezliğinin +%20 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-3'de verilmiştir.



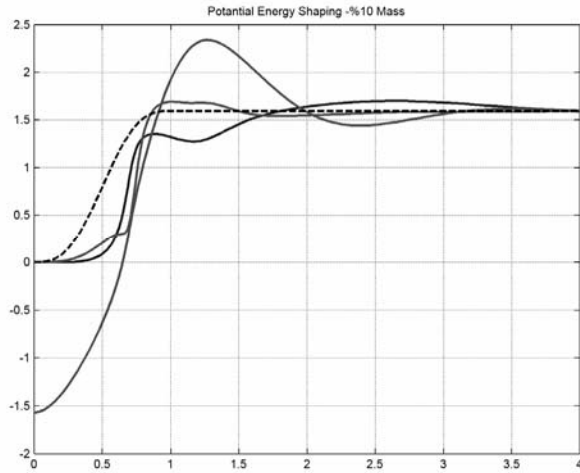
Şekil 3: Kol kütlelerinin bilinmezliğinin +%20 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişim.

(23)'de verilen parametreler için kol kütlelerinin bilinmezliğinin +%30 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-4'de verilmiştir. Görüldüğü gibi kütlelerin bilinmezliğinin +%30 olması durumunda yer çekimi kuvvetlerinin etkilediği ikinci eklem sürekli hal hatası yapmaya başlamıştır. Bu nedenle bu kontrol yöntemi ile kontrol edilen sistem öngörülen kütlenin +%20 civarına kadar olan bilinmezlikler altında, bu bilinmezlikler robot koluna etkileyen yükler de olabilir, kabul edilebilir düzeyde bir davranış göstermektedir.



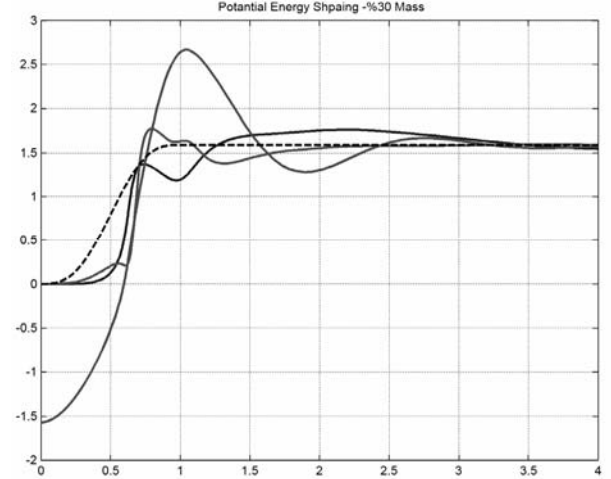
Şekil 4: Kol kütlerinin bilinmezliğinin +%30 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi

(23)'de verilen parametreler için kol kütlerinin bilinmezliğinin -%10 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-5'de verilmiştir



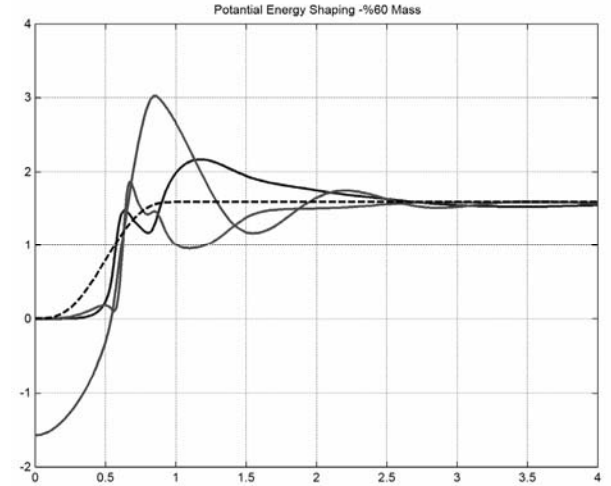
Şekil 5: Kol kütlerinin bilinmezliğinin -%10 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi.

(23)'de verilen parametreler için kol kütlerinin bilinmezliğinin -%30 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-6'de verilmiştir



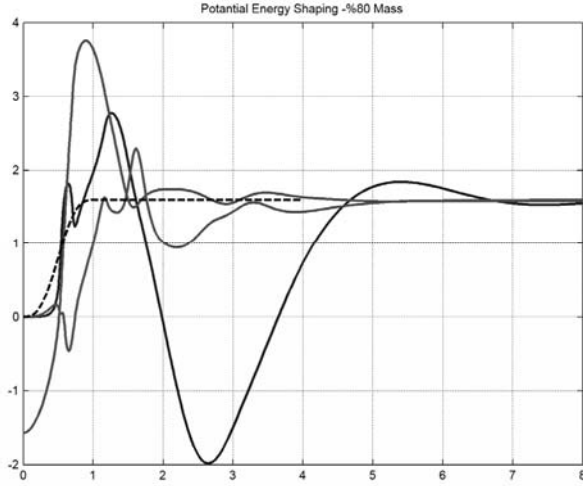
Şekil 6: Kol kütlerinin bilinmezliğinin -%30 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi.

(23)'de verilen parametreler için kol kütlerinin bilinmezliğinin -%60 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-7'de verilmiştir



Şekil 7: Kol kütlerinin bilinmezliğinin -%60 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi.

(23)'de verilen parametreler için kol kütlerinin bilinmezliğinin -%80 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi Şekil-8'de verilmiştir. Görüldüğü gibi kütlerinin bilinmezliğinin -%80 olması durumunda bütün eklemler aşım yapmaya başlamıştır. Özellikle ikinci eklemin hareketlerinden coriolis ve merkezci kuvvetler sebebiyle doğrudan etkilenen birinci eklem %100 civarında aşım yapmaktadır. Bu nedenle bu kontrol yöntemi ile kontrol edilen sistem, öngörülen kütlenin -%60 civarına kadar olan bilinmezlikler altında kabul edilebilir düzeyde bir davranış göstermektedir.



Şekil 5: Kol kütlelerinin bilinmezliğinin -%80 olması durumunda eklemlerin konumlarının değişimi.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada pasif olma temelli kontrol kuramının robot kolu üzerinde dayanıklılık özellikleri incelenmiştir. Öncelikle robot kolunun doğrusal olmayan matematiksel modeli Euler-Lagrange yöntemi ile çıkartılmış ardından robot kolunu her bir ekleminin noktadan noktaya kontrol edilmesini sağlayan kontrol işareti, bir potansiyel enerji fonksiyonunu biçimlendirecek ve sisteme sönüm atayacak şekilde inşa edilmiştir. Söz konusu kontrol işareti sistemin nominal parametreleri kullanarak hesaplanmış olmasına rağmen çeşitli bilinmezlikleri altında benzetimler yapılmıştır. Sonuç olarak ele alınan sistem yapısı için, pasif olma temelli kontrol yönteminin, +%20 ve -%60 kütle bilinmezliği altında dayanıklı olduğu gözlenmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison Wesley, 1980.
- [2] R. Ortega, A.Loria, P.J. Nicklasson, H. Sira-Ramirez, *Passivity Based Control of Euler-Lagrange Systems*, Springer, 1998.
- [3] M.W. Spong, S. Hutchinson, M. Vidyasagar, *Robot Modelling and Control*, Wiley, 2006.
- [4] R. Ortega, R. Gomez-Estern, F. Godrillo, J. Aracil, "On the Ball and Beam problem: Regulation with guaranteed transient performance and tracking periodic orbits" *Depto. de Ingenieria de Sistemas y Automatica*, 1990.
- [5] A. Van der Schaft, *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*, Springer-Verlag, 2000.
- [6] B. Ünver, *Artık robot kollarının ters kinematik problemlerinin çözümü ve gerçekleşmesi*, İTÜ, 2005.

# DC Motorlarla Sürülen Robot Manipülatörleri için Gecikmeli Öğrenme Denetleyicisi Tasarımı

Vahap Dinç Şahin<sup>1</sup>, Hüseyin Canbolat<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Türkiye Elektrik Dağıtım Anonim Şirketi  
Mersin  
vdincsaahin@yahoo.com

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Mersin Üniversitesi, Çiftlikköy, Mersin  
huseyinc@mersin.edu.tr

## Özetçe

Bu bildiride, elektriksel tahrikli robot manipülatörleri için melez adaptif/öğrenme kontrol stratejisinin öğrenme kısmı gecikmeli olarak tanımlanmış ve kararlılığı gösterilmiştir. Ayrıca tasarlanan sistemin bilgisayar simülasyon modeli çıkarılmıştır. Çıkarılan simülasyon modeli yardımıyla sistemin performansı sınanmıştır. Bu durumda hatanın yüzde beşten daha az olmuştur.

## 1. Giriş

Rijit eklemli elektriklerle sürülen (RLED) robot manipülatörleri uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Daha önce, hız ölçümlerine gerek duymayan bir melez adaptif-öğrenme denetleyicisi tasarlanmış ve yarı küresel asimptotik kararlı olduğu gösterilmişti [1]. Bu çalışmada tekrarlı öğrenme kısmı, Messner'in [2] sunduğu yapıya uygun olarak tasarlanmıştır. Fakat Messner [2] elektriksel dinamikleri ihmal etmiş ve hız ölçümlerini kullanmıştır. [1]'de, sistem tasarımı hız yerine kullanılacak sinyaller üreten bir yüksek geçiren filtre yoluyla tasarlanmıştır. Kaneko [3] elektriksel dinamikleri ihmal etmiş, fakat hız gözlemcisi aracılığıyla hız ölçümlerini elimine eden bir denetleyici tasarlanmıştır. [1]'deki sistemin performansının bir sinusoidal istenen konum için simülasyonla gösterilmesi Uğuz [4] tarafından yapılmıştır. Fakat normal bir istenen konum fonksiyonu genelde sinusoidal değildir. Bunun için, farklı istenen konum fonksiyonları üretimi Canbolat [5] tarafından yapılmış, ve bir çalışmada uygulanmıştır [6]. Bu çalışmada, bir melez adaptif-gecikmeli tekrarlı öğrenme kontrol algoritması dizayn ettik.

Bu bildiride, [1]'deki denetleyici dizayn adımlarını anlattıktan sonra, gecikmeli öğrenme denetleyicisinin tasarımını sunduk. Sonraki bölümde sistemlerin simülasyon modellerini verdik. Sonuç bölümünde ise elde edilen sonuçların yorumlamasını ve devam edecek çalışma adımlarını tartıştık.

## 2. Denetleyici Tasarımı

Bu bölümde, Canbolat [1] tarafından tasarlanan denetleyicinin ana denklemleri verilecektir. Eklem sayısı  $n$  olan fırçalı DC motorlarla tahriklenen bir robot manipülatörünün dinamik denklemleri aşağıda verilmiştir:

$$M(q)\ddot{q} + V_m(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_d\dot{q} = K_\tau I = \tau \quad (2.1)$$

$$L\dot{I} + RI + K_b\dot{q} = v$$

Bu denklemde,  $q, \dot{q}, \ddot{q}$   $nx1$  eklem pozisyonu, hızı ve ivme vektörlerini,  $M(q)$   $nxn$  simetrik, pozitif tanımlı eylemsizlik matrisini,  $V_m(q, \dot{q})$   $nxn$  merkezkaç ve Coriolis terimlerini,  $F_d$   $nxn$  sabit diyagonal sürtünme matrisini,  $G(q)$   $nx1$  yerçekimi etkilerini,  $\tau$   $nx1$  tork (moment) vektörünü,  $L$   $nxn$  diyagonal endüktans matrisini,  $R$   $nxn$  diyagonal direnç matrisini,  $K_b$   $nxn$  diyagonal geri (zıt)-emf matrisini,  $K_\tau$   $nxn$  diyagonal tork katsayıları matrisini, ve  $v$   $nx1$  motor giriş voltajlarını göstermektedir. Periyodik istenen yörünge  $q_d(t)$  ve üçüncü mertebeye kadar türevleri sürekli ve sınırlı olmalıdır [1].

Robot dinamiğinin aşağıdaki özellikleri tasarım esnasında kullanılmaktadır:

1.  $M_1$  ve  $M_2$  bilinen sabitler olmak üzere, herhangi bir  $x(t)$  vektörü için eylemsizlik matrisi  $M(q)$   $M_1 \|x\|^2 \leq x^T M(q)x \leq M_2 \|x\|^2$  eşitsizliğini sağlar.
2.  $\dot{M}(q) - 2V_m(q, \dot{q})$  matrisi ters-simetriktir, herhangi bir  $x$  vektörü için  $x^T (\dot{M}(q) - 2V_m(q, \dot{q}))x = 0$  olur.
3.  $V_m$  matrisi  $\|V_m(q, \dot{q})\|_{\infty} \leq \zeta_c \|\dot{q}\|$  şeklinde sınırlıdır.
4. Robot denklemi istenen yörünge cinsinden  $w(t) = M(q_d)\ddot{q}_d + V_m(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + G(q_d) + F_d\dot{q}_d \quad (2.2)$

İstenen yörünge periyodik olduğundan  $w(t)$  de periyodiktir.  $w(t)$  bilinen bir Hilbert-Schmidt (HS) kökü  $K(t, \gamma)$  ve bilinmeyen etki fonksiyonu  $c(\gamma)$  aracılığıyla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$w(t) = \int_0^T K(t, \gamma) c(\gamma) d\gamma \quad (2.3)$$

Bu formülasyonun detayları [2]'de bulunabilir. Bir Gauss dağılım fonksiyonu HS kökü olarak kullanılmıştır:

$$K(t, \gamma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\gamma)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.4)$$

Denetleyicinin hedefi bir RLED robot için tekrarlı bir eklem pozisyonu izlemektir. Denetleyici eyleyici dinamiklerini kompanse ettiği gibi sistemdeki sabit parametrik belirsizlikleri de gidermelidir. Pozisyon izleme hatası

$$e = q_d - q \quad (2.5)$$

olarak tanımlanmıştır. Mekanik kısmın parametrik belirsizlikleri  $c(\gamma)$  içine yerleştirilmiş, ve bilinmeyen elektriksel parametreler de aşağıdaki vektörle ifade edilmiştir:

$$\theta_e = [\theta_{e1}^T, \theta_{e2}^T, \dots, \theta_{en}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}. \quad (2.6)$$

Burada  $\theta_{ei} = [L_i, R_i, K_{bi}]^T \in \mathbb{R}^3$  şeklindedir ve  $L, R, K_b$  matrislerinin diyagonal elemanlarını içermektedir. Bu parametrelerin alt ve üst limitleri dışında gerçek değerleri tam bilinmemektedir.  $\theta_e$  için  $\hat{\theta}_e \in \mathbb{R}^{3n}$  ile gösterilen bir dinamik hesap kullanılmıştır. Bunun hatası  $\tilde{\theta}_e = \theta_e - \hat{\theta}_e$  şeklindedir.

## 2.1. Yüksek Geçiren Filtre

Yukarıda tanımlanan pozisyon izleme hatasını kullanarak, hızla bağımlı  $e_f$  sinyali elde etmek için aşağıdaki yüksek geçiren filtre tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= -(k+1)p + (k^2+1)e \\ e_f &= -ke + p \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$p(0) = ke(0)$$

Burada  $k$  bir pozitif kazanç ve  $p$  filtrenin gerçekleştirilmesi için kullanılan yardımcı sinyaldir. Filtrenin izleme hatası

$$\eta = \dot{e} + e + e_f. \quad (2.8)$$

(2.8) ile tanımlanan sinyal ölçümlerle bulunamaz, fakat bu sinyal dizayn sırasında kullanılacaktır. Denetleyici tasarımının gereklerine uygun olarak  $w_1(t)$  yardımcı sinyalini aşağıdaki gibi tanımladık:

$$w_1(t) = \int_0^T K(t, \gamma) c_x(\gamma) d\gamma = K_t^{-1} \int_0^T K(t, \gamma) c(\gamma) d\gamma \quad (2.9)$$

Bu tanımla  $K_t$  içindeki belirsiz parametreler  $w_1(t)$  içine alınmıştır. Önce  $\eta$  sinyalini sıfıra götürecek istenen akım  $I_d$  tasarlanacaktır. Bu yöntemle integrator geri adımlama denir. İstenen akım  $I_d$

$$I_d = \hat{w}_1(t) - ke_f + e \quad (2.10)$$

İle ve akım izleme hatası  $\eta_I$

$$\eta_I = I_d - I \quad (2.11)$$

ile tanımlanmaktadır. Burada  $\hat{w}_1(t)$   $w_1(t)$ 'nin dinamik hesabıdır ve

$$\hat{w}_1(t) = \int_0^T K(t, \gamma) \hat{c}_x(t, \gamma) d\gamma \quad (2.12)$$

ile tanımlanmıştır. Burada  $\hat{c}_x(t, \gamma) \in \mathbb{R}^n$   $c_x(\gamma)$ 'nin dinamik hesabıdır.  $\hat{c}_x(t, \gamma)$  aşağıdaki kurala göre bulunmaktadır:

$$\begin{aligned} \hat{c}_x(t, \gamma) &= \int_0^t \left( K(\sigma, \gamma) K_L (e(\sigma) + e_f(\sigma)) \right) d\sigma \\ &+ K(t, \gamma) K_L e(t) - K(0, \gamma) K_L e(0) \\ &- \int_0^t \left( \frac{\partial}{\partial \sigma} K(\sigma, \gamma) \right) K_L e(\sigma) d\sigma. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Burada  $K_L$  diyagonal, pozitif tanımlı bir kazanç matrisidir. Elektriksel parametre matrisi

$$Y_e \theta_e = Lw_2 + (k-1)Le_f - kLe + RI + K_b(\dot{q}_d + e + e_f) \quad (2.14)$$

Denklemleri vasıtasıyla tanımlanmıştır. Burada

$$w_2 = \int_0^T \frac{\partial K(t, \gamma)}{\partial t} \hat{c}_x(t, \gamma) d\gamma. \quad (2.15)$$

Bu durumda, voltaj kontrol girişi

$$v = Y_e \hat{\theta}_e + \left( \|K_L\|_{i2}^2 \kappa^2 k_{n1} + k^4 k_{n2} + k_{n3} + k_{n4} + k_{n5} + 1 \right) \eta_I \quad (2.16)$$

Şeklinde tasarlanmıştır. Burada  $\|K_L\|_{i2}$   $K_L$  matrisinin türetilmiş 2-normunu göstermektedir, ve  $k_{ni}$  ( $i=1,2,\dots,5$ ) ve  $\kappa$  pozitif kontrol kazançlarıdır. Bu denklemdeki adaptif parametre güncelleme kuralı

$$\dot{\hat{\theta}}_e = \Gamma_e Y_e^T \eta_I \quad (2.17)$$

Bişimindedir. Burada  $\Gamma_e \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$  pozitif tanımlı bir diyagonal adaptif kazanç matrisidir ve elektriksel regresyon matrisi  $Y_e \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$

$$Y_e = \text{blockdiag} \left\{ \begin{bmatrix} w_{2i} + (k-1)e_{\beta} - (k+1)e_i \\ I_i \\ \dot{q}_{di} + e_i + e_{\beta} \end{bmatrix} \right\} \quad (2.18)$$

ile tanımlıdır ve  $w_{2i}$   $w_2$ 'nin  $i$ nci elemanıdır.

Burada tanımlanan denetleyicinin asimptotik kararlılığı [1]'de gösterilmiştir. Ayrıntılar için oraya bakılabilir.

## 2.2. Gecikmeli Öğrenme Kuralı

Bu bildiride, [2]'dekine benzer biçimde (2.12), (2.13) ve (2.15)'deki güncelleme kurallarını aşağıdaki gecikmeli güncelleme kuralları ile değiştirdik:

$$\hat{w}_1(t) = \int_0^T K(t, \gamma) \hat{c}_x^k(\gamma) d\gamma \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (2.19)$$

$$w_2(t) = \int_0^T \left\{ \frac{\partial}{\partial t} K(t, \gamma) \right\} \hat{c}_x^k(\gamma) d\gamma \quad kT \leq t < (k+1)T \quad (2.20)$$

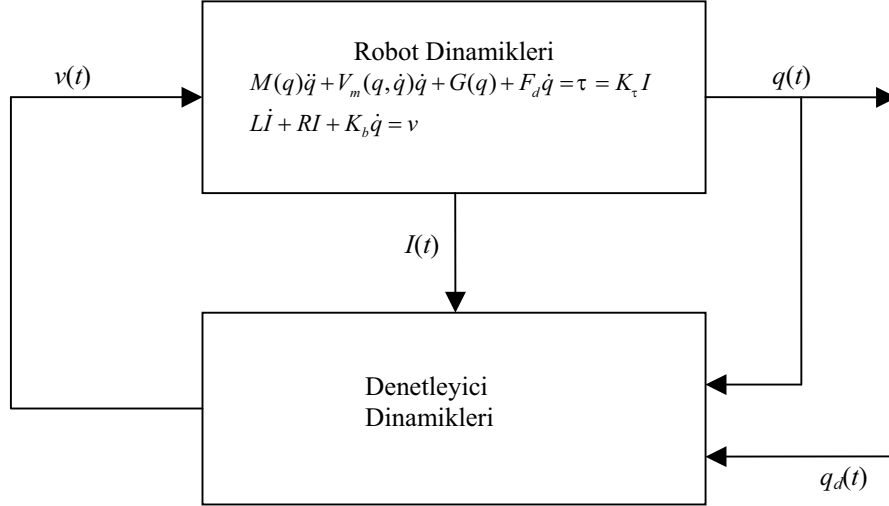
$$\begin{aligned} \hat{c}_x^k(\gamma) &= \hat{c}_x^{k-1}(\gamma) + K(kT, \gamma) K_L e(kT) - K(0, \gamma) K_L e(0) \\ &+ \int_{kT-T}^{kT} K(\sigma, \gamma) K_L [e(\sigma) + e_f(\sigma)] d\sigma \\ &+ \int_{kT-T}^{kT} \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} K(\sigma, \gamma) \right\} K_L e(\sigma) d\sigma, \end{aligned} \quad (2.21)$$

$\hat{c}_x^0(\gamma)$   $\hat{c}_x^k(\gamma)$  'nın başlangıç tahminidir. Dikkat edilirse, güncelleme kurallarının şekli değişmemiştir. Bunun dışında kalan tasarım denklemleri aynıdır. Bu tip gecikmeli bir tanımın sebebi, bilgisayarın hesap yükünü azaltmak amaçlıdır. Bu şekilde tanımlanan gecikmeli denetleyicinin asimptotik kararlılığı [1] ve [2]'de kullanılan yöntemlerle gösterilebilir.

## 2.3. Simülasyon Modeli

Şekil 1 önceki bölümde tasarlanan denetleyicilerin temel blok diyagramını göstermektedir. Denetleyici denklemlerine dayalı olarak çıkarılan ayrıntılı simülasyon diyagramı Şekil 2'de verilmiştir. Bu model kullanılarak, Serpent-1 tipi bir SCARA robot için (Şekil 3) MATLAB Simulink'te yapılan gecikmesiz adaptif-öğrenme denetleyici simülasyonunda Şekil 4'deki hata grafiği elde edilmiştir. Serpent-1 tipi robotun detaylı dinamik modeli için [7]'ye bakılabilir.

Gecikmeli denetleyicinin ayrık zamanlı ve sürekli zamanlı yapısını simülasyon ortamına aktarma çalışmaları devam etmektedir.



Şekil 1. Robot ve Denetleyici Sistemin Temel Blok Diyagramı

Sistemin istenen konum fonksiyonu olarak

$$q_d(t) = -0.5 + (-1 + \tanh(10 \cos(\omega t))) \quad (2.22)$$

seçilmiştir. Burada  $\omega=1$  açısal frekanstır. Denetleyici parametreleri  $k=15$ ,  $\sigma=12$ , and  $K_L=[100 \ 0; 0 \ 100]$  olarak seçilmiştir. Simülasyonda kullanılan diğer parametreler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Serpent-1 robot parametreleri [6]

| Parametre                     | Anlamı                    | Değeri                                |
|-------------------------------|---------------------------|---------------------------------------|
| <b>Motor 1 ve 2 için</b>      |                           |                                       |
| $L_{a1}, L_{a2}$              | Endüvi endüktansları      | 1.3mH                                 |
| $R_{a1}, R_{a2}$              | Endüvi dirençleri         | 3.5Ω                                  |
| $K_{e1}, K_{e2}$              | Zıt emf katsayıları       | 0.047 V.s/rad                         |
| $K_{T1}, K_{T2}$              | Tork (moment) katsayıları | 0.047 Nm/A                            |
| $N_1, N_2$                    | Dişli oranları            | 90, 220                               |
| $J_{m1}, J_{m2}$              | Eylemsizlik momentleri    | 3.3.10 <sup>-6</sup> kgm <sup>2</sup> |
| <b>Kol (link) 1 ve 2 için</b> |                           |                                       |
| $J_1, J_2$                    | Eylemsizlik momentleri    | 0.0980kgm <sup>2</sup>                |
| $m_1, m_2$                    | Kol kütleleri             | 1.90, 0.93 kg                         |
| $r_1, r_2$                    | Kol uzunlukları           | 250,150 mm                            |

### 3. Tartışma

Bu bildiride, gecikmeli bir melez adaptif-öğrenme denetleyicisi dizayn edilmiştir. Denetleyicinin deney ve simülasyon çalışmaları devam etmektedir. Gecikme içermeyen denetleyici simülasyonunda elde edilen sonuçlar beklendiği gibi olmuş ve eklem açısı hataları azami 0,05 radyan civarında olmuştur. Bu durum pratikte ihmal edilebilir olmakla birlikte hata belli değerler arasında tekrarlamaktadır. Teorik sonuca göre zamanla hatanın sıfıra gitmesi gitmelidir. Bu durum denetleyicinin hız ölçümlerini kullanmamasından ve elektriksel dinamikleri de kompanse etmesinden dolayıdır.

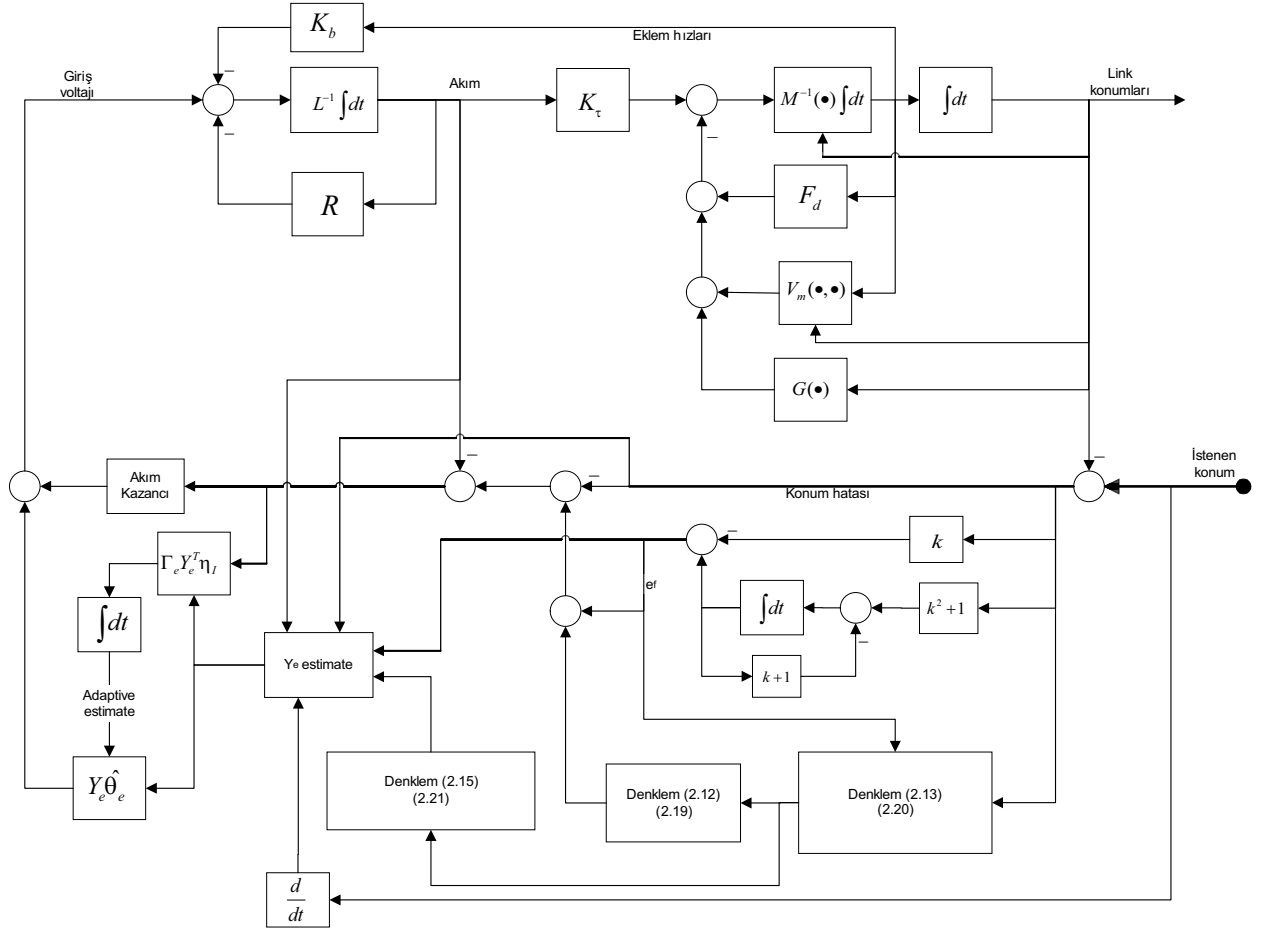
### 4. Sonuçlar

Denetleyici simülasyon sonuçları tasarlanan deney için umut verici sonuçlar vermiştir. Gerekli laboratuvar altyapısının hazırlanmasından sonra hem öğrenme denetleyicisi hem de

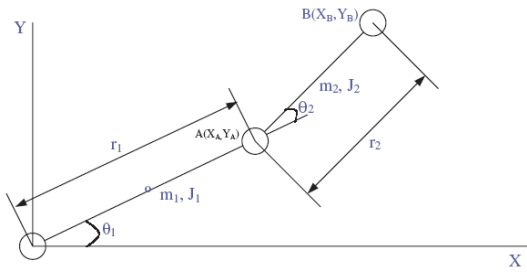
gecikmeli denetleyicinin deneyleri yapılacaktır. Bununla ilgili çalışmalar devam etmektedir.

### 5. Kaynakça

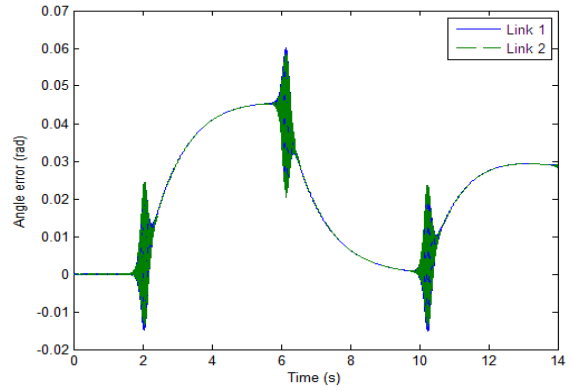
- [1] Canbolat, H., Hu, J. and Dawson, D.M., "A hybrid learning/adaptive partial state feedback controller for RLED robot manipulators", *Int. J. Sys. Science*, Vol. 27, No. 11, pp.1123-1132, 1996.
- [2] Messner W., Horowitz R., Kao W.W., Boals M, "A new ndaptive learning rule", *IEEE Trans. Automat. Cont.*, Vol:36, pp.188-197, 1991.
- [3] Kaneko, K. ve Horowitz, R. "Repetitive and adaptive control of robot ranipulators with velocity estimation", *IEEE Trans. Robotics and Automation*, Vol. 13, pp.204-217, 1997.
- [4] H. Uğuz ve H. Canbolat, "Simulation of a hybrid adaptive-learning control law for a rigid link electrically driven robot manipulator" *Robotica*, vol.24, No.3, pp.349-354, 2006.
- [5] H. Canbolat, "Melez adaptif/öğrenme denetleyicisinin gereksinimlerine uygun istenen konum fonksiyonu üretimi", 11. Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Müh. Ulusal Kongresi ve Fuarı İstanbul, vol.1, pp. 195-198, 2005.
- [6] S. Yamaçlı, ve H. Canbolat, "Bir SCARA robotun PD ve öğrenme denetleyiciler ile performansının karşılaştırılması", IV. Oto. Semp., Samsun, pp. 151-156, 2007.
- [7] Das T., Dülger C, "Mathematical modeling, simulation and experimental verification of a SCARA robot", *Sim. Mod. Practice and Theory*, Vol: 13, pp. 257-271, 2005.



Şekil 2. Robot ve Denetleyici Sisteminin Ayrıntılı Simülasyon Diyagramı



Şekil 3. Serpent-1 SCARA robotun basit diyagramı



Şekil 4. Eklemler açısı hataları

# Rehabilitasyon Robotunun Empedans Kontrole Göre Tasarım Optimizasyonu

*Ramazan Ünal, Volkan Patoğlu, Güllü Kızıltaş*

Mekatronik Programı  
Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul

ramazanunal@su.sabanciuniv.edu, {vpatoglu,gkiziltas}@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu makalede, paralel mekanizmaya sahip bir robotun empedans kontrol altındaki kapalı döngü performansını iyileştirmek için bir optimizasyon çerçevesinin oluşturulması ele alınmıştır. Dinamik ve kinematik kriterler üzerinde yapılan optimizasyon çalışmasında, empedans kontrol uygulanacak mekanizmaların kapalı döngü performansının daha tasarım aşamasında iyileştirilmesi amacıyla genel bir optimizasyon modeli tanımlanıp, tanımlanan model için uygun çözüm yöntemleri önerilmektedir.

## 1. Giriş

Yirmi yılı aşkın süredir üzerinde araştırmalar yapılan rehabilitasyon robotları konusu, özellikle son on yıl içerisinde giderek artan bir ilginin odağı olmuştur [1, 2, 3]. 1988 yılında geliştirilen, sürekli pasif hareket sağlayacak şekilde hasta ihtiyaçları doğrultusunda programlanabilen iki serbestlik dereceli omuz ve dirsek egzersiz robotu, aktif sürüslü rehabilitasyon sistemlerinin ilk örneklerindendir [4]. Yine aynı dönemde, tek serbestlik dereceli iki robot kolu, felçli hastaların denge sağlamalarına destek vermek amacıyla kullanılmıştır [5]. Destek miktarının, hastanın kendi çabasına imkân verecek biçimde, kademeli olarak azaltılabildiği bu sistem günümüze dek pek çok araştırmaya ilham vermiştir. 1993 yılında yine dirsek hareketlerine yoğunlaşmış, tek serbestlik dereceli, pnömatik sürüslü, sürekli pasif hareketli bir alçı, hastaların güçlerinin ölçülmesinde ve dirsek hareketlerinin desteklenmesinde kullanılmıştır [6]. Bunu takip eden çalışmalarda düzenli kullanılan sürekli pasif hareket aygıtlarının felçli hastalarda ödem oluşumunu engelleyebileceği gösterilmiştir [7].

Robot destekli fizik tedavi sistemleri geniş çaplı klinik deneylerde ilk kez 1998 yılında ABD'de kullanılmıştır [8]. MIT-MANUS adı verilen, iki serbestlik dereceli, geri-sürülebilir, kuvvet geri beslemeli bir insan makine arayüzü empedans kontrol algoritması vasıtasıyla, hasta ile robot arasındaki esnekliği öngörülen rota boyunca kontrol ederek fizik tedavi egzersizlerini otomatikleştirmiştir. Bu sistem ile yapılan deneylerin sonuçları geleneksel fizik tedaviye ek olarak yapılan robot destekli rehabilitasyonun akut ve kronik hastaların iyileşmesinde olumlu etkilerinin olduğunu ortaya koymuştur [9, 10]. 2000 yılında geliştirilen Mirror Image Motion Enabler (MIME) isimli geniş çaplı klinik deneylere tabi tutulan bir diğer rehabilitasyon sistemi yine omuz ve dirsek hareketlerine yoğunlaşmıştır [8]. Diğer sistemlerden farklı olarak çift taraflı bir destek moduna da sahip olan bu sistem,

hastanın sağlıklı kolu ile gerçekleştirdiği fizik tedavi hareketlerinin ters simetrisinin rehabilitasyon robotu tarafından hastanın felçli koluna uygulanmasına imkan vermektedir [11]. Çift taraflı destek modu fikri, egzersiz şeklini, hızını ve yoğunluğunu hastanın kendisine ayarlatarak hastanın tedaviye direkt katılımına imkân vermesi ve beynin her iki lobunu birlikte çalıştırarak motornöron iyileşmesine katkıda bulunması açılarından öncü bir çalışmadır. Çift taraflı simetrik egzersizlerin merkezi sinir sistemindeki sağ-sol nöron bağlantılarını devreye sokarak iyileşmeyi olumlu yönde etkileyebileceği bağımsız klinik deneylerle kanıtlanmıştır [12, 13].

Yukarıdaki örneklerden de fark edilebileceği üzere mevcut robot sürüslü rehabilitasyon sistemlerinin büyük kısmı üst uzuvlara, özellikle de omuz ve dirsek hareketlerine yoğunlaşmıştır. Nörolojik sakatlıkların üst uzuvları daha yoğun olarak etkilemesi ve hastaların fonksiyonel bağımsızlıklarını kazanmalarında kol hareketlerinin bacak hareketlerine kıyasla daha önemli oluşu bu sonucun başlıca nedenlerindendir. Omuz ve dirsek hareketlerinin robot destekli fizik tedavisinde alınan başarılı sonuçlar, bu sistemlere uzvun daha dış kısımlarının egzersizine olanak sağlayacak yeni aygıtların ilave edilmesini motive etmektedir. Bu amaca yönelik çabalarda ilk adım ön kol ve bilek hareketleri üzerine yoğunlaşan sistemlerin geliştirilmesidir. Son birkaç yılda ön kol ve bilek hareketlerini robot sürüslü aygıtlarla destekleyen sistemler geliştirilmeye başlanmış olmasına rağmen, özellikle kompleks bilek hareketlerinin insan anatomisine uygun şekilde desteklenmesine imkan sağlayacak aygıtların geliştirilmesi halen faal bir araştırma alanıdır. Bu alanda ilk çalışma 2003 yılında Hesse ve grubu tarafından, omuz ve dirsek hareketleri için geliştirmiş oldukları rehabilitasyon robotuna, bilek hareketlerine yoğunlaşan aktif bir aygıtın eklenmesi ile başlatılmıştır [14]. Bunu takip eden bir başka çalışmada MIT-MANUS robotuna bilek hareketlerini mümkün kılacak şekilde üç serbestlik dereceli seri kinematik yapıyı aygıt ile ek yapılmıştır [15].

Literatürde bilek hareketlerini desteklemek amacıyla tasarlanmış olan sistemler ergonomi gereği aynı nokta etrafında olması gereken bilek dönüş hareketlerini bağımsız olarak kontrol edememektedir. Bu çalışma kapsamında, bilek dönüş eksenlerinin kesiştiği noktanın seçimine imkan tanımanın yanı sıra hareketlerin bağımsız kontrolüne de imkan veren, dolayısıyla kompleks bilek hareketlerini insan anatomisine uygun şekilde destekleyen, pasif sürüş, dirençli yol gösterme ve sanal gerçeklik tabanlı aktif destek modlarına sahip bir önkol ve bilek rehabilitasyon sistemi tasarlanmaktadır.

Çalışma kapsamında mekanizmanın kapalı döngü performansının en iyileştirilmesi hedeflenmektedir. Literatürde robot



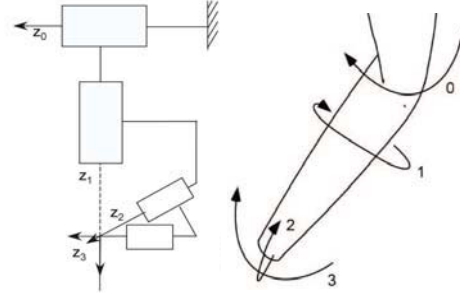
performanslarının iyileştirilmesi ile ilgili yapılan çalışmalardan birkaçı kullanılan optimizasyon yöntemleri ve seçilen kriterler üzerinde durmaktadır. Söz konusu en iyileştirme probleminin birçok yerel optimuma sahip oluşu ve süresiz özelliği farklı metotları beraberinde getirmiştir. Önerilen metotlardan branch-and-bound mantığı ile çalışan “culling” algoritması özel olarak min-max ve global izotropi problemlerini ele almak için geliştirilmiş süresiz bir optimizasyon algoritması olup, kinematik performans iyileştirmesine başarı ile uygulanmıştır [16]. Başka bir çalışmada robotun performans kriterlerinin iyileştirilmesi için kontrollü rasgele arama metodu önerilmiş ve yöntem Delta-Robot ve Gough-Stewart platformunda uygulanmıştır [17]. Diğer bir çalışmada ise haptik arayüzü tasarımı çok kriterli optimizasyon problemi olarak modellenmiş ve hiyerarşik metotlar kullanılarak tasarım yapılmıştır. Bu çalışmada boyut, çalışma alanı, atalet, tepki ve yapı özellikleri gibi birçok faktör ele alınmış ve bu kriterlerin göreceli önemleri vurgulanmıştır [18]. Başka bir çalışma optimum kullanılabilir çalışma alanının elde edilmesine odaklanmıştır. Tekilliklerin, çalışma alanının ve kinematik performansın üzerinde duran bu çalışmanın sonuçları benzer manipülatörlere uygulanabilir niteliktedir [19].

Bu çalışmada, kullanılacak kontrol algoritmaları sistem tasarlanırken göz önünde bulundurulup geri çevrimli sistem performansını etkileyecek parametreler için gerekli en iyileştirme daha tasarım aşamasında iken ele alınmaktadır. Rehabilitasyon robotları alanındaki diğer çalışmalardan farklı olarak sistemin tasarımında deneme yanılma yöntemleri yerine tasarım optimizasyon metotları kullanılmaktadır.

Bölüm 2’de robotun tasarımı için gerekli kriterler, Bölüm 3’te ilk kısmında kinematik yapının seçimi, ikinci kısmında motor, iletim mekanizması, algılayıcı gibi elemanların seçimi, üçüncü kısmında donanım seviyesinde kontrol tasarımı, dördüncü kısmında denetçi kontrol tasarımı ve son kısmında yapısal tasarımın optimizasyonu olmak üzere mekanizmanın tasarımı ele alınmıştır. Ardından Bölüm 4’te konunun tartışmaya açık bölümlerine değinilmiştir. Ekler bölümünde yapılan analizlere dair detaylara yer verilmiştir.

## 2. Kuvvet Geri Beslemeli Rehabilitasyon Robotu İçin Tasarım Kriterleri

Dış iskeletin tasarımında göz önünde bulundurulması gereken önemli bir husus, insan koluna olan uygunluk, yani ergonomidir. İnsan ön kolunda ve bileğinde mevcut olan eklem hareketlerinin basitleştirilmiş bir modeli Şekil 1’de gösterilmiştir. Omuz ve dirsek hareketleri için halihazırda geliştirilmiş sistemler mevcut olduğundan, tasarlanan sistemde sadece Şekil 1’de 1, 2 ve 3 numaralı eksenlerle belirtilmiş dönüş hareketlerine yoğunlaşmıştır. İnsan bileğinin kompleks yapısı nedeniyle aynı nokta etrafında olması gereken bilek dönüşlerinin robot sürüslü bir sistemle gerçekleştirilmesi zordur. Bilek hareketlerinin insan anatomisine uygun şekilde gerçekleştirilebilmesi; hem hastaların konforu, hem fizik tedavi egzersizlerinin uzmanlar tarafından öngörülen eksenler etrafında uygulanabilmesi, hem de hastaların iyileşmelerinin etkin takibi açılarından büyük önem taşımaktadır. Ayrıca robot, en geniş çalışma alanına sahip minimum boyutlarda olmalıdır. Çalışma alanında kapladığı yer en aza indirilmeli ve kullanıcı için engel teşkil etmemelidir.



Şekil 1: Ön koldaki ve bilekteki eklem hareketlerinin basitleştirilmiş modeli

Tablo 1: İnsan önkoluna ve bileğine ait istatistiksel ölçümler

| Ölçüm<br>(cm)                      | Erkek |      |      | Kadın |      |      |
|------------------------------------|-------|------|------|-------|------|------|
|                                    | ort.  | %5   | %95  | ort.  | %5   | %95  |
| Ön kol çevresi<br>(rahat konumda)  | 27.48 | 24.6 | 30.5 | 20.69 | 19.0 | 22.4 |
| El çevresi (avuç<br>içi etrafında) | 21.57 | 19.8 | 23.3 | 18.32 | 16.7 | 19.9 |
| Avuç içi<br>uzunluğu               | 11.4  | 10.4 | 12.5 | 9.68  | 8.80 | 10.6 |
| Ön kol<br>uzunluğu                 | 26.88 | 24.6 | 29.3 | 23.39 | 21.2 | 25.7 |
| Toplam kol<br>uzunluğu             | 89.59 | 83.9 | 97.3 | 83.83 | 76.0 | 92.3 |
| Bilek<br>çevresi                   | 17.20 | 16.1 | 18.7 | 13.68 | 12.9 | 14.9 |

İnsan önkoluna ve bileğine ait ölçüler ve hareket limitleri robot dış iskelet tasarımında dikkate alınması gerekli diğer önemli unsurlar arasındadır. Tasarlanan dış iskelet, nüfusun %95’ine hizmet edebilecek ölçülerde üretilmeli ve hastaya göre ayarlanabilir olmalıdır. Ayrıca sistem erişim egzersizlerinin tamamına imkân sağlaması açısından insan hareket limitlerini kısıtlamayacak biçimde tasarlanmalıdır. İnsan ön koluna ve bileğine ait istatistiksel ölçüm bilgileri Tablo 1’de, tork ve hareket limitleri Tablo 2’de özetlenmiştir.

Rehabilitasyon robotunun tasarımında en önemli unsur ise güvenliliktir. Hastanın her şart altında güvenliğini garanti edebilmek için tasarlanan dış iskeletin yüksek geri-sürülebilirliğe ve insan tork limitlerinin altında bir çıktıya sahip olması gerekir. Yüksek geri-sürülebilirliği nedeniyle kuvvet geri beslemesine ve sanal gerçeklik tabanlı destek modlarına sahip olması gereken robotun kumandası için uygun olan kontrol yöntemi empedans kontroldür. Empedans kontrolü altında kapalı döngü sistemden en iyi performansın alınabilmesi için sistemin kinematik ve dinamik tasarımında dikkate alınması gereken unsurlar mevcuttur. Robotun kinematik performansı çalışma alanı, tekillikler, boşluk, yönlendirilebilirlik özellikleri bakımından nitelendirilir. Dinamik performans ise, motor torku çıkışı, geri-sürdürülebilirlik, basamak tepkileri, kapalı devre set noktası altındaki davranışı, yörünge takip kontrolü ve sanal duvarların gösterimi bakımından nitelendirilir. Model tabanlı empedans kontrol algoritmalarının başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için öncelikle sürtünme ve boşluk en aza indirilmelidir. İnsanlar genliktaki anlık farklara ve mekanik sinyallerin niteliğine karşı hassas oldukları için robot tarafından yansıtılan sinyallerin bozulmaması önemlidir. Bu ise robotun

<sup>1</sup> Kaynak: Tsagarakis et al. [20]

Tablo 2: İnsan önkoluna ve bileğine ait tork ve hareket limitleri ve dış iskelet tasarımı için öngörülen değerler

| Eklem                           | İzometrik Eklem Torkları <sup>1</sup> | Eklem Erişim Limitleri                     | Dış İskelet İçin Öngörülen Eklem Torkları | Dış İskelet İçin Öngörülen Eklem Erişim Limitleri |
|---------------------------------|---------------------------------------|--|---|---|
| Ön kol<br>Supinasyon/Pronasyon  | 9.1 Nm                                | Supinasyon: 86°<br>Pronasyon: 71°          | 5.08 Nm                                   | Supinasyon: 90°<br>Pronasyon: 90°                 |
| Bilek<br>Palmar/Dorsal Fleksyon | 19.8 Nm                               | Palmar Fleksyon: 73°<br>Dorsifleksyon: 71° | ≈ 5.3 Nm                                  | Palmar Fleksyon: 42°<br>Dorsifleksyon: 42°        |
| Bilek<br>Abduksiyon/Adduksiyon  | 20.8 Nm                               | Adduksiyon: 33°<br>Abduksiyon: 19°         | ≈ 5.3 Nm                                  | Adduksiyon: > 33°<br>Abduksiyon: > 19°            |

tepkisinin bütün çalışma alanı boyunca düzgün dağılmış olması ile sağlanabilir. Dinamik performans için kütle olabildiğince düşük tutulmalıdır. Tepki, geri besleme veya ileri besleme telafi teknikleriyle iyileştirilebilmesine rağmen, bu tekniklerin uygulanabilirliği kısıtlıdır. Görünür ataletin geri beslemeyle gürbüz bir şekilde azaltılması ise kolay değildir. Bunun yanı sıra, geri veya ileri beslemeyle uygulanan telafi yöntemleri prensipte eyleyiciden robotun uç noktasına olan transfer fonksiyonu üzerinde etki edecektir. Cihazın transfer fonksiyonu ise duruşa bağlı olarak en kötüden en iyi duruma değişecektir. Performans eninde sonunda eyleyicilerle kısıtlandığından, üstün tasarım en kötü ile en iyi durum arasındaki mesafenin azaltılmasını gerektirmektedir. Ancak bu koşullar altında, eyleyicilerden en uygun biçimde faydalanılabilir.

İnsanlar 300 Hz'in üzerindeki kuvvet uyarılarını iyi algılayabildiklerinden, sistemin bant genişliğinin büyük tutulması için mekanizmanın yüksek katılığa sahip olması önemlidir. Son olarak, kinematik performans için istenen çalışma alanında kinematik izotropinin en iyileştirilmesidir.

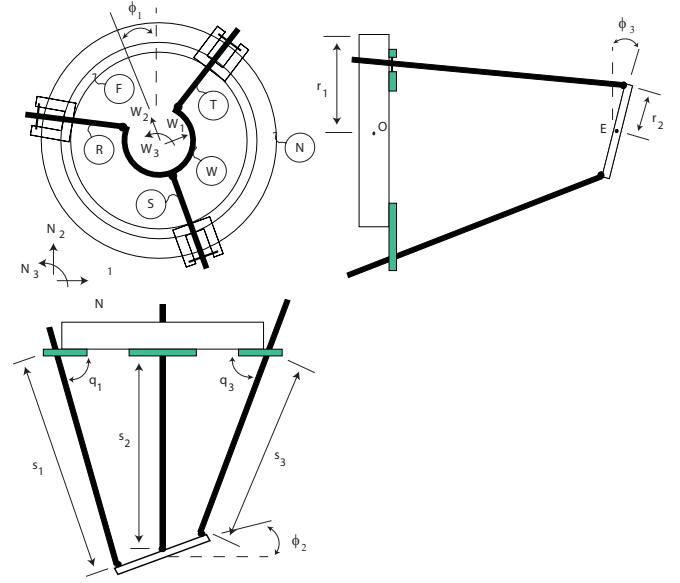
### 3. Rehabilitasyon Robotunun Tasarımı

Bu bölümde yukarıda açıklanan kriterlere göre bir robotun tasarımı beş ayrı başlıkta ele alınmıştır.

#### 3.1. Kinematik Yapının Seçimi

Literatürde bilek hareketlerini desteklemek amacıyla tasarlanmış olan sistemlerde tercih edilmiş olan seri kinematik yapı kullanılarak, ergonomi gereği aynı nokta etrafında olması gereken bilek dönüş hareketlerinin gerçekleştirilmesi zordur. Bu sebeple, bu çalışmada, insan bilek hareketlerinin aynı noktadan geçen dönüş eksenleri etrafında bağımsız olarak kontrol edilebilmesine ve dönüş ekseninin kesiştiği noktanın seçimine imkan tanıdığından Şekil 2'de detaylandırılmış olan paralel kinematik yapıya sahip 3-RPS (üçlü döner, prizmatik, küresel) platformu ön kol ve bilek dış iskeletine uygulanmıştır. Böylelikle, bilekteki dönüş eksenlerinin tek bir nokta etrafında olmasının yanında eksenin her hasta için kişisel olarak ayarlanmasına imkan verilerek, ergonomik gereksinimlere uygunluk sağlanmıştır.

Rehabilitasyon robotunun tasarımında paralel bir mekanizmanın seçilmesinin diğer önemli nedenleri ise paralel mekanizmanın seri mekanizmalara göre daha küçük boyuta, daha yüksek tork çıkışına, daha yüksek katılığa ve düşük ataletle olanak tanınmasıdır. Paralel kinematik yapının olanaklı kıldığı



Şekil 2: 3-RPS platformunun kinematik yapısı

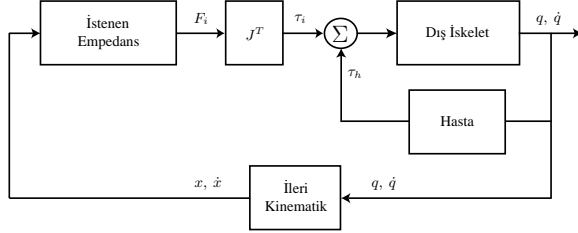
bu özellikler tüm tasarım kriterleri açısından avantajlıdır. Seçilen kinematik tasarım belirlenmiş çalışma alanı içerisinde tekilliksiz olarak çalışabilmektedir.

#### 3.2. Eyleyici, Algılayıcı ve Güç İletim Elemanlarının Seçimi

Yüksek bant genişliğine sahip olmaları, hareket eden parçalarının düşük ataletleri, düşük sürtünme ve boşluğa sahip yapıları, kolay kontrol edilebilirlikleri, ucuz ve temiz olmaları nedeniyle sistemin eyleyicileri olarak elektrik motorları seçilmiştir. Paralel mekanizma tabanlı kinematik yapıda motorların sabit çerçeveye monte edilecek oluşu, güç-ağırlık kıyaslamasında diğer eyleyicilere göre alt sıralarda yer alan elektrik motorlarının kullanımını olanaklı kılmıştır. Elektrik motoru olarak, insan eklem tork sınırları ve iletim oranı göz önünde bulundurularak 90W gücünde, düşük sürtünmeli ve düşük ataletli Maxon RE 40 DC motorları seçilmiştir (bkz. Tablo 2). Sistemin güç iletimi için, sürtünmesiz ve boşluksuz olması nedeniyle kaymaz makara (capstan) mekanizması kullanılacaktır. Algılayıcılar, yüksek çözünürlüğe, düşük ataletle, hareketlendirme eksenleriyle uyumlu ölçümlere ve kolay kullanıma imkan veren optik pozisyon ölçerleridir. Kuvvet sensörleri pahalı olmaları, sistem dinamiğinde parazit

etkilere neden olmaları ve insan dış iskelet arayüzünde konumlandırılmalarının zorluğu nedeniyle sisteme eklenmemişlerdir.

### 3.3. Donanım Seviyesinde Kontrol Tasarımı



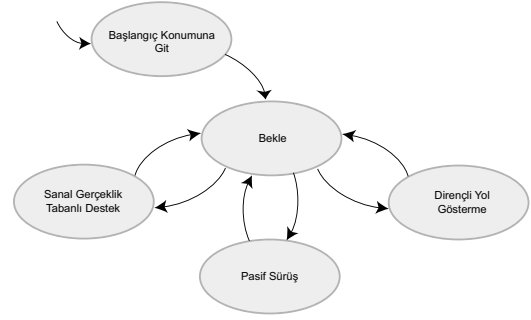
Şekil 3: Rehabilitasyon sistemi için görev alanı empedans kontrolörü:  $q, \dot{q}$  anlık eklem pozisyonlarını ve hızlarını;  $x, \dot{x}$  anlık görev alanı pozisyonlarını ve hızlarını;  $F_i$  istenen çevresel kuvveti;  $J$  dış iskeletin Jacobian'ını;  $\tau_i$  istenen eklem torklarını; ve  $\tau_h$  hastanın uyguladığı eklem torklarını simgelemektedir.

Fizik tedavi uzmanları tarafından öngörülen hareketlerin uygun kuvvetler aracılığı ile hastaya uygulanabilmesi için model tabanlı empedans kontrol algoritmaları türetilmiştir. Model tabanlı kontrol yöntemlerinin etkin bir şekilde kullanılabilmesi amacıyla sistemin kinematik ve dinamik modelleri yüksek doğruluk ile oluşturulmuştur. Tasarım sırasında sürtünme ve boşluk gibi modellenmesi güç etkilerin, eyleyici ve algılayıcı dinamiklerinin olabildiğince ortadan kaldırılmış oluşturma aşamasında büyük kolaylık sağlamaktadır. Kuvvet sensörlerine ihtiyaç duymaksızın etkileşim kuvvetlerinin kontrol edilmesine imkan sağlayan empedans kontrol yönteminin uygulanmasında tasarım optimizasyonu sonucu en iyileştirilen sistemin düşük kütlesi, yönden bağımsız kinematik karakteri, yüksek geri sürülebilirliği ve malzeme seçimi ile sağlanan yüksek katılığı kapalı döngü kontrol altında yüksek performans ve etkin sonuçların alınmasını mümkün kılmaktadır.

Şekil 3'te çalışma alanı bazında sisteme uygulanılması öngörülen empedans kontrol algoritmasına ait şematik gösterim sunulmuştur. Empedans kontrol yönteminde egzersizlerin tamamlanması için hastanın aktif katılımı şarttır. Sanal gerçeklik tabanlı destek modunda robot sürüşlü dış iskelet, egzersiz sırasında tedavi amacıyla uygulanması istenen sanal gerçeklik kökenli yardım veya direnç kuvvetlerini hastaya iletmektedir.

### 3.4. Denetçi Kontrol Tasarımı

Bu aşamada, kullanıcı arayüzü denetçi kontrol teknikleri kullanılarak donanım seviyesinde kontrol ile bütünleştirilip elde edilen bütünlük sistem doğrulanır. Çeşitli destek modlarının kullanıcı arayüzü vasıtasıyla dış iskeletlere kumanda edebilmesi için her bir destek moduna ait kontrol algoritmasının donanım seviyesinde uygulanması ve algoritmalar arasındaki geçişin denetçi kontrol yöntemleri ile kumanda edilmesi gereklidir. Algoritmalar arasında geçiş sırasında kararlılığın korunması, denetçi kontrol yöntemlerinin uygulanmasında göz önünde bulundurulması gereken öncelikli kriterdir. Geçişler sırasında kararlılığın garanti edilmesi minimum oturma (dwell) zamanının sağlanması ile gerçekleştirilebilir. Şekil 4'te bu çalışmada geliştirilen denetçi kontrol algoritması



Şekil 4: Rehabilitasyon sistemine ait denetçi kontrol yapısı

şematik olarak gösterilmiştir.

### 3.5. Tasarım Optimizasyonu

Rehabilitasyon robotunun tasarımı için yapılacak optimizasyon çalışmasında, kinematik ve dinamik performans ölçütleri olan kinematik izotropi ve kütle endeksleri kriter fonksiyonlarıdır. Ergonomik kriterler kinematik tasarımda sağlanması gereken çalışma sınırları girdisi olduğundan problemin kısıtları arasında yer almaktadır. Fiziksel ve duruşla ilgili kısıtlarla birlikte optimizasyon problemi tam olarak tanımlanır. Kriter fonksiyonları arasındaki ödünleşimi ifade eden Pareto-optimal sınır eğrisi elde edilerek iki kritere göre olabilecek en iyi çözümler bulunur.

#### 3.5.1. Performans Ölçütleri

Robotun kinematik performansının ve tasarım kalitesinin iyi bir ölçütü yönden bağımsızlık yani izotropidir. Kinematik izotropi sistemin ileri kinematik çözümü ile elde edilen Jacobian matrisinden hesaplanan performans değeridir (bkz. Ek A). Bu çalışmada amaçlanan, geometrik parametrelere bağlı olan ve kinematik izotropiyi simgeleyen Jacobian matrisini iyileştirmek yani kinematik izotropi bakımından en iyi geometrik parametre setini bulmaktır. Jacobian izotropisini iyileştirmek eyleyicilerden en iyi biçimde yararlanmayı ve sistemin yüksek doğruluk ile çalışmasını sağlar. Bütün çalışma alanı içinde sistemin izotropisini değerlendirmek için çeşitli ölçütler bulunmaktadır. Bu ölçütler pozisyona bağlı olduklarından, bu değerlerden herhangi biri tüm sistemin izotropisini yansıtmaz. Geniş çaplı (global) tarama sonucu belirlenen ölçütlerden ortalama değerlerden faydalananlar da yanlış yönlendirmeye neden olabilir. Bu nedenle en-kötü durum ölçütü olarak sunulan Global İzotropi Endeksi (GII), çalışma alanı içerisinde sistemin izotropisini tedbirli bir şekilde ifade eder (bkz. Ek C) [16].

Optimizasyondaki amaç bulunan bu en kötü ölçütü iyileştirerek en kötüsü en iyi olan parametre setini bulmaktır. Robotun dinamik performansı ise kütle matrisinin en büyük tekil değerinin minimuma indirilmesi ile iyileştirilir [16]. Kinematik izotropi bağlantı kol uzunluklarının artmasıyla doğru orantılıdır. Bu sebeple kinematik yönden izotropik olan tasarım dinamik yönden zayıf performanslıdır, yani uygulamada istenen kriterlere uygun olmayan tasarımlar ortaya çıkabilir. Dinamik performans, atalet ile ters orantılı olduğundan kütle minimuma indiği sistem aranmaktadır. Elbette pratikte bunu gerçekleştirmek mümkün değildir ancak dinamik performansın iyi olması özellikle kuvvet yansıtımlı arayüzde kullanılacak tasarımlar için ve sistemin

kontrolünde kalite kriterlerini karşılamak açısından iyi olmalıdır. Bu iki kriter arasındaki ödünleşime göre ikisi için de kabul edilebilir sınırlar içinde olan en iyi performans ölçütünün bulunması gerekmektedir. Bu durumda, çok amaçlı optimizasyon problemlerinde ödünleşimi veren Pareto optimal sınır eğrisi bulunarak olabilecek en iyi alternatif çözümler elde edilir. Tasarımcı diğer kriterleri ve uygulama koşullarını da göz önünde bulundurarak en iyi alternatifi seçer.

### 3.5.2. Optimizasyon Döngüsü

Optimizasyon süreci kriter fonksiyonlarının optimum değerlerini elde etmek için kullanılan matematiksel ve buluşsal doğallara sahip iki farklı metodun (SQP ve GA) birleştirilmesiyle oluşan kombine metodu ve çok kriterli optimizasyon problemlerinin çözüm yaklaşımlarını içermektedir. SQP (Sequential Quadratic Programming) ve GA (Genetik Algoritma) metodlarının birleştirilmesinin nedeni tasarım modelinin matematiksel özelliğinden kaynaklanmaktadır. Kriter fonksiyonlarının bazı noktalarda süreksiz oluşu ve çok fazla yerel optimuma sahip olmaları türev tabanlı metodlarla sağlıklı sonuçlar elde etmeyi zorlaştırmaktadır. Türev tabanlı metodlar başlangıç değerlerine bağlı olarak optimumu elde ettiklerinden aranan optimum sonuca yakın olmayan başlangıç değerleri bu tip problemlerde yerel optimuma takılmaları neden olur. Diğer yandan buluşsal metodlar ise tasarım alanının tamamında araştırma yaparak global optimum değerini elde etmeye çalışırlar. Fakat bu metodlar buldukları sonucun optimum olduğunu garanti edemezler. Bu çalışmada SQP'ye göre daha yüksek olasılıkla global optimum değerine ulaşabilmek için öncelikle GA kullanılıp, GA'dan elde edilen sonuç SQP metoduna başlangıç değeri olarak atanır. Genetik algoritma metodundan iyi verim elde edebilmek için çift seçimi, mutasyon, çiftleşme, nüfus gibi parametreler problemin yapısı göz önünde bulundurularak ayarlanır. GA'nın global optimumun bulunduğu alana yakınsaması durumunda SQP'nin yerel alanı tarayarak yakınsadığı noktanın global optimum olma ihtimali yüksektir. Bu yaklaşım konveks olmayan optimizasyon problemimizde global optimuma kesinlikle ulaşılacağını garanti edemese de, yerel optimumlar arasında iyi bir sonuca (alt-optimuma) yakınsamayı garanti etmektedir. Optimizasyon sonucunda matematiksel olarak ilişkilerin ifade edilmesiyle iyileştirilmiş bir tasarımın elde edilmesi de empedans kontrol altındaki kapalı döngü sistem performansına olumlu katkılar sağlayacaktır.

İki kriterin hibrit metotla optimum değerlerini ayrı ayrı elde ettikten sonra bu iki kriter arasındaki ödünleşimi ifade eden Pareto sınır eğrisi elde edilir ve bu eğri üzerinde bulunan çözüm noktalarından (optimum alternatifler) diğer kriterler de göz önünde bulundurularak, en uygunu optimum tasarım ölçütü olarak seçilir. Bu ölçütü veren tasarım ise optimum tasarım olarak kabul edilir. Bu yaklaşımda sağlanması istenen ikinci kriterlerin değişmesi durumunda alternatif çözümlerden bir başkasını seçmek de kolaylıkla mümkündür.

Pareto yaklaşımının amacı, bir kriterin diğer kriterden (kriterlerden) ödün vermeden iyileştirilmesinin mümkün olmadığı sınır çözüm noktalarını elde etmektir. Bu noktalar pareto sınır eğrisini oluşturmaktadır. Pareto sınır eğrisi (iki- den fazla kriter varsa sınır hiper yüzeyi) en basit haliyle birçok sayıda çözümün birbirlerine göre üstünlükleri karşılaştırılarak ve pareto-optimum kümesi oluşturularak bulunabilir. Bu

çalışmada pareto sınır eğrisinin oluşturulmasında, ileride üçüncü bir kriterin (örneğin katılık) eklenebilmesine imkan sağlamak amacıyla, normal sınır kesişim (Normal Boundary Intersection - NBI) yöntemi kullanılmaktadır [21]. Bu yöntem, doğrusal olmayan çok kriterli optimizasyon problemlerinde, iyi dağılmış çözüm noktalarıyla gerçeğine yakın bir pareto-optimal sınır eğrisini (yüzeyini) kısa bir sürede elde eder.

## 4. Tartışma

Çok kriterli optimizasyon sonucunda elde edilen çözümlerden, sistemin dinamik performansı daha öncelikli olduğundan kütleli daha az olan alternatifler arasından seçim yapılır. Dinamik performans ölçütü daha iyi olan alternatifler arasında yapılan seçimde ise çalışma alanı dikkate alınır. Şunu da belirtmek gerekir ki, pareto eğrisi üzerindeki bütün çözümler zaten minimum çalışma alanı gerekliliğini sağlamaktadır. Böylelikle hem kinematik ve dinamik bileşik performansı iyi, hem de geniş çalışma alanına sahip, yani amacına uygun tasarım elde edilir.

Sonuç olarak, paralel mekanizmaya sahip robotun empedans kontrol altındaki kontrol performansını iyileştirmek için sistem dinamiğini nitelendiren dinamik ve kinematik performansı en iyileştirilmiş, yeterli çalışma alanını, güvenlik ve ergonomi koşullarını sağlamış bir tasarım elde edilir. Bu çalışmada empedans kontrol uygulanan mekanizmaların kapalı döngü performansının daha tasarım aşamasında iyileştirilmesi amacıyla genel bir optimizasyon problemi tanımlanmış olup, probleme uygun optimizasyon çerçevesi oluşturulmuştur.

## 5. Kaynakça

- [1] R. F. Erlandson, "Applications of Robotic/Mechatronic Systems in Special Education, Rehabilitation Therapy," *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 3, no. 1, pp. 22-34, 1992.
- [2] D. J. Reinkensmeyer, J. P. A. Dewald, and W. Z. Rymer, "Robotic Devices for Physical Rehabilitation of Stroke Patients: Fundamental Requirements, Target Therapeutic Techniques, and Preliminary Designs," *Technology and Disability*, vol. 5, no. 2, pp. 205-215, 1996.
- [3] D. J. Reinkensmeyer, C. D. Takahashi, W. K. Timoszyk, A. N. Reinkensmeyer, and L. E. Kahn, "Design of Robot Assistance for Arm Movement Therapy Following Stroke," *Advanced Robotics*, vol. 14, no. 7, pp. 625-637, 2000.
- [4] D. Khalili and M. Zomlefer, "An Intelligent Robotic System for Rehabilitation of Joints and Estimation of Body Segment Parameters," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 35, no. 2, pp. 138-146, 1988.
- [5] R. M. Goodall, D. J. Pratt, C. T. Rogers, and C. M. Murray-Leslie, "Enhancing Postural Stability in Hemi-Plegics Using Externally Applied Forces," *International Journal of Rehabilitation Research (suppl 5)*, vol. 10, no. 4, pp. 132-140, 1987.
- [6] C. J. White, A. M. Schneider, and W. K. Brogan Jr., "Robotic Orthosis for Stroke Patient Rehabilitation," in *IEEE International Conference on Engineering Medicine and Biology*, pp. 1272-1273, 1993.
- [7] D. Dirette and J. Hinojosa, "Effects of Continuous Passive Motion on the Edematous Hands of Two Persons with Flaccid Hemiplegia," *American Journal of Occupational Therapy*, vol. 48, no. 5, pp. 403-409, 1994.
- [8] C. G. Burgar, P. Lum, P. C. Shor, and H. F. M. Van der Loos, "Development of Robots for Rehabilitation Therapy: The Palo Alto VA/Stanford Experience," *Journal of Rehabilitation Research and Development*, vol. 37, no. 6, pp. 663-673, 2000.
- [9] N. Hogan and H. I. Krebs, "Interactive Robots for Neurorehabilitation," *Restorative Neurology and Neuroscience*, vol. 22, no. 3-5, pp. 349-358, 2004.
- [10] S. E. Fasoli, H. I. Krebs, and N. Hogan, "Robotic Technology and Stroke Rehabilitation," *Topics in Stroke Rehabilitation*, vol. 11, no. 4, pp. 11-19, 2004.
- [11] P. S. Lum, C. G. Burgar, P. C. Shor, M. Majmundar, and M. van der Loos, "Robot-assisted Movement Training Compared with Conventional Therapy Techniques for the Rehabilitation of Upper-limb Motor Function after Stroke," *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, vol. 83, no. 7, pp. 952-959, 2002.

- [12] S. L. Wolf, D. E. LeCraw, and L. A. Barton, "Comparison of Motor Copy and Targeted Biofeedback Training Techniques for Restitution of Upper Extremity Function Among Subjects with Neurologic Disorders," *Physical Therapy*, vol. 69, no. 9, pp. 719–735, 1989.
- [13] M. H. Mudie and T. A. Matyas, "Can Simultaneous Bilateral Movement Involve the Undamaged Hemisphere in Reconstruction of Neural Networks Damaged by Stroke?," *Disability and Rehabilitation*, vol. 22, no. 1-2, pp. 23–37, 2000.
- [14] S. Hesse, G. Schulte-Tigges, M. Konrad, A. Bardeleben, and C. Werner, "Robot Assisted Arm Trainer for the Passive and Active Practice of Bilateral Forearm and Wrist Movements in Hemiparetic Subjects," *Archives of Physical Medicine and Rehabilitation*, vol. 84, no. 6, pp. 915–920, 2003.
- [15] S. K. Charles, H. I. Krebs, B. T. Volpe, D. Lynch, and N. Hogan, "Wrist Rehabilitation Following Stroke: Initial Clinical Results," in *International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 13–16, 2005.
- [16] L. Stocco, S. E. Salcudean, and F. Sassani, "Mechanism Design for Global Isotropy with Applications to Haptic Interfaces," in *International Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environments and Teleoperation Systems*, pp. 16–21, 1997.
- [17] G. L. Y. Lou and Z. Li, "Randomized Optimal Design of Parallel Manipulators," *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, in print.
- [18] V. Hayward, J. Choksi, G. Lanvin, and C. Ramstein, *Design and Multi-objective optimization of a Linkage for a Haptic Device*, in *Advances in Robot Kinematics*. Kluwer Academic, 1994.
- [19] X. Liu, J. Wang, and H. Zheng, "Optimum Design of the 5R Symmetrical Parallel Manipulator with a Surrounded and Good-condition Workspace," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 54, no. 3, pp. 221–233, 2006.
- [20] N. Tsagarakis, D. G. Caldwell, and G. Medrano-Cerda, "A 7 DOF Pneumatic Muscle Actuator Powered Exoskeleton," in *International Workshop on Robot and Human Interaction and Communication*, pp. 327–333, 1999.
- [21] I. Das and J. E. Dennis, "Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems," *SIAM Journal on Optimization*, vol. 8, no. 3, pp. 631–657, 1998.

## A. Kinematik Analiz

Bu analizde amaç izotropi ölçütü için gereken Jacobian matrisini elde etmektir. İleri kinematik analizinde bilek platformunun merkezine sabitlenmiş kordinat ekseninin [açısal] hızları ( $\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \dot{\phi}_3, \dot{z}$ ), sistemin hareketlendirilmiş elemanların hızları olan ( $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3, \dot{\theta}$ ) cinsinden ifade edilmelidir (bkz. Şekil 2).

Analizde sistemimizdeki bağlantı çubukları  $S$ ,  $R$ ,  $T$ , sabit disk  $N$ , döner disk  $F$  ve bilek platformu  $W$  olarak adlandırılmıştır. Sistemin parçaları arasındaki hareket ilişkileri  $F_A, F_B, F_C$  ve  $W_A, W_B, W_C$  ara çerçeveleri ve bunlara bağlı kordinat eksenleri vasıtasıyla tanımlanmıştır. Sabit disk  $N$ 'in merkezi  $O$ , bilek platformunun merkezi ise  $E$  olarak adlandırılmıştır. Sistemde sabit diskin ve bilek platformunun yarıçapları sırasıyla  $r_1$  ve  $r_2$  olarak tanımlanmıştır. Diğer elemanlar, ( $i = 1, 2, 3$ ) için aşağıdaki tanımlar geçerlidir.

$z$ : Ana kordinat eksen merkezi ile bilek platformunun merkezi arasındaki mesafe ( $OE$ ),

$x$ : Bilek platformu merkezinin  $N$  çerçevesine göre 1. eksenindeki pozisyonu,

$y$ : Bilek platformu merkezinin  $N$  çerçevesine göre 2. eksenindeki pozisyonu,

$s_i$ : Bağlantı çubuklarının ( $R, S, T$ ) sabit disk  $N$  ile küresel eklemler arasındaki mesafeleri,

$q_i$ : Bağlantı çubuklarının dönel eklemleri (2. eksenleri) etrafında yapmış oldukları dönüş açıları,

$\phi_i$ : Bilek platformunun  $N$ 'ye göre 1., 2. ve 3. eksenler etrafında yapmış olduğu dönüş açıları,

$\theta$ : Dönel diskin sabit diske göre dönüş açısı.

$N$  çerçevesinin merkezine göre pozisyon vektörü ve bu vektörün türeviyle de  $o$  noktanın hızı elde edilerek sistemin ileri kinematiği çözülür. Yapılması gereken hız vektöründeki bilinmeyenleri bilinenler cinsinden ifade edebilmek olduğundan, altı bilinmeyen  $q_i, \phi_i$  için iki adet vektörel kısıt döngü denklemi yazılır.  $R$  ve  $S$  bağlantı çubuklarını kullanarak,

$$r_1 \mathbf{F}_{A_1} + s_1 \mathbf{R}_1 - r_2 \mathbf{W}_{A_1} + r_2 \mathbf{W}_{B_1} - s_2 \mathbf{S}_1 - r_1 \mathbf{F}_{B_1} = \mathbf{0}$$

$S$  ve  $T$  bağlantı çubuklarını kullanarak,

$$r_1 \mathbf{F}_{B_1} + s_2 \mathbf{S}_1 - r_2 \mathbf{W}_{B_1} + r_2 \mathbf{W}_{C_1} - s_3 \mathbf{T}_1 - r_1 \mathbf{F}_{C_1} = \mathbf{0}$$

kısıt döngü denklemleri yazılabilir. Yukarıda verilen vektör denklemleri, sistemin pozisyon seviyesinde ileri kinematiğini çözmek için gereken bilinmeyen sayısı kadar bağımsız denklemi sağlamaktadır.

$x, y, z$  pozisyonlarını elde etmek için, kısıt döngü denklemleri kullanılarak elde edilen açılar,  $W$ 'nun merkezinden  $O$  noktasına olan pozisyon vektörünü elde etmekte kullanılır:

$$\mathbf{p}^{OE} = x \mathbf{N}_1 + y \mathbf{N}_2 + z \mathbf{N}_3.$$

Kısıt döngü denklemlerinin  $N$  çerçevesi referans alınarak zamana göre türevinin alınması ile, hız seviyesinde ileri kinematiğin çözümü için gereken denklemler elde edilir. Bu denklemler, hızlara göre doğrusal olduğundan bilinen hızlarla bilinmeyen hızların ilişkisi kolaylıkla bulunabilir. Doğrusal denklem sisteminin çözülmesi ile giriş hızlarıyla çıkış hızları arasındaki ilişkiyi veren Jacobian matrisi elde edilir.

## B. Dinamik Analiz

Bu analizde amaç dinamik ölçütü için gerekli kütle matrisini elde etmektir. Kütle matrisi Lagrange metodu kullanılarak kolaylıkla elde edilebilir. Lagrange metodu ile kütle matrisini oluşturmak için öncelikle sistemdeki elemanların kütle merkezlerinin hızları vasıtasıyla sistemin kinetik coenerjisi hesaplanır. Kinetik coenerjinin Lagrange denklemleri izlenerek alınan kısmi türevlerinde  $\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dot{s}_3$  ve  $\dot{\theta}$  deklemlerine ait çarpanlar ile kütle matrisi oluşturulur.

## C. Optimizasyon Modeli

Tasarım döngüsünde kullanılan optimizasyon modelleri aşağıda verilmiştir:

$$\max \vec{F}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma})$$

$$\vec{G}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \leq 0$$

$$\vec{\alpha}_a < \vec{\alpha} < \vec{\alpha}_u$$

Yukarıda verilen denklemlerde  $\vec{F}$  kriter fonksiyonlarını,  $\vec{G}$  fiziksel ve duruş kısıt denklemlerini,  $\vec{\alpha}$  tasarım değişkenlerini,  $\vec{\alpha}_a$  ve  $\vec{\alpha}_u$  sırasıyla alt ve üst limitleri,  $\vec{\beta}$  tasarımda sabit alınmış parametreleri ifade etmektedir.

Kinematik izotropi ölçütü olan kriter fonksiyonu

$$GII = \min_{\vec{\gamma}_0, \vec{\gamma}_1 \in W} \frac{\sigma(J(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}_0))}{\sigma(J(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}_1))}$$

şeklinde. Burada  $\sigma$  minimum tekil değeri,  $\bar{\sigma}$  maximum tekil değeri,  $\vec{\gamma}_0$  ve  $\vec{\gamma}_1$  çalışma alanı içerisindeki pozisyonları,  $W$  ise çalışma alanını ifade etmektedir.

Dinamik performans ölçütü olan kriter fonksiyonu ise

$$DP = \frac{1}{1 + \bar{\sigma}(M(\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}))}$$

şeklinde. Burada  $M$  kütle matrisini ifade etmektedir.

## Robot Manipülatörlerde Anfis ve Dalgacık Kullanarak Arıza Bulma ve İzolasyonu

Tolga YÜKSEL<sup>1</sup>, Abdullah SEZGİN<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Kurupelit Kampüsü-Samsun  
tyuksel@omu.edu.tr, asezgin@omu.edu.tr

### Özetçe

Gelişen teknoloji ile birlikte arıza bulma ve izolasyonu otomatik kontrolün ilginç ve önemli araştırma alanlarından biri haline gelmiştir. Nükleer reaktördeki atıkların temizlenmesi veya uzay yürüyüşü gibi özel görevlerde kullanılacak robotların güvenilir olması gerekir ve bu ihtiyaç araştırmacıları arıza teşhis yöntemlerini robotik alanına uyarlamaya itmiştir. Bu çalışmada robot manipülatörler için Anfis ve Dalgacık kullanarak model temelli bir arıza bulma ve izolasyon dizgesi önerilmiştir.

### 1. Giriş

Gelişen teknoloji ile birlikte dizgelerin daha güvenilir, daha dayanıklı ve daha az arızalanan olması isteği ortaya çıkmıştır. Bu isteğe bağlı olarak 1970'lerin başından itibaren bu konu ile ilgili çalışmalar ortaya çıkmıştır. 1991 yılında SAFEPROCESS kurulu kurulmuş ve 1993 yılında bu kurul tarafından arıza bulma ve izolasyonu (fault detection and isolation), arıza teşhisi (fault diagnosis) ve arızaya dayanıklı denetim (FTC) ile ilgili çeşitli tanımlamalar yapılmıştır [1].

Bozulma bulma ile ilgili ilk çalışmalar kimyasal süreçlerin izlenmesi için ortaya çıkmış iken daha sonra güvenilirliğin çok önemli olduğu hava ve uzay araçları, arabalar, nükleer reaktörler, robotlar gibi alanlara da yayılmıştır. Özellikle uçak kazaları ve nükleer reaktör sızıntıları gibi ölümcül tehlikeler araştırmacıları bu alana yöneltmiştir.

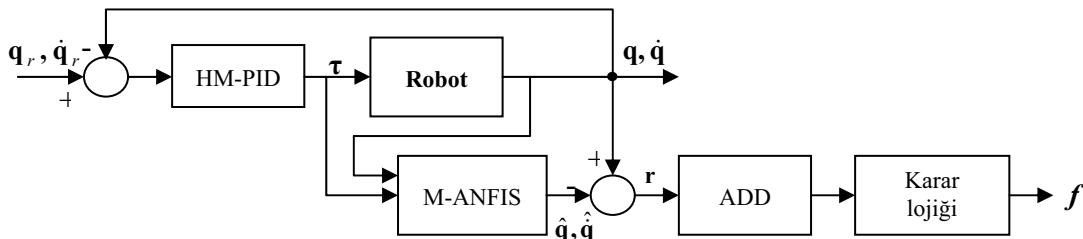
Robotlar çoğu uygulamada yardımcı öge olarak düşünülür. Seri üretim hatları gibi insanlardan daha hızlı çalışabilecekleri uygulamaların yanında nükleer santrallerde temizlik, denizaltı ve uzay yolculuklarında veri ve örnek toplama gibi insanlar için tehlikeli sayılabilecek birçok görevi yerine getirebilmektedirler. Bu görevlerin başarımı sırasında oluşabilecek bir arıza veya hata büyük maliyet kayıplarına yol açacak tüm görevin iptaline sebep olabilir, hatta insanlara zarar verebilir. Benzer şekilde bir durum seri üretim hattının tamamen durmasına ve üretim sürecinin aksamasına sebep olabilir. Anlatılan sebeplerden dolayı 1990'lardan itibaren robot güvenilirliği ve robotlarda arıza bulma ve teşhisi üzerine çalışmalar giderek artmış, yapılan çalışmalara ek olarak NASA ve Amerikan ordusu robotlar ve robotlarda kullanılan

parçaların güvenilirliği ve arıza olasılıkları üzerine belirli standartlar yayınlamışlardır [2].

Arıza bulma ve teşhisi üzerine çalışmalar ve yöntemler model temelli ve veri temelli olan çalışmalar olmak üzere ikiye ayrılmaktadır [3]. Model temelli yöntemler mevcut dizgenin modellenmesi üzerine, veri temelli yöntemler mevcut dizgeden alınan kaydedilmiş veriler üzerine kurulmaktadır. Model temelli arıza bulma için birçok yöntem bulunsun da mevcut yöntemlere ait temel ayırım uygulanacak dizgenin doğrusallık özelliğine göre (doğrusal, doğrusal olmayan ve bilineer) yapılmaktadır. Doğrusal olmayan dizgeler için önerilen yöntemler sınırlıdır ve çoğu, matematiksel olmayan modellemeye üstün özelliklere sahip yapay sinir ağı ve bulanık mantık gibi yapay zeka teknikleri üzerinde odaklanmıştır. Robotlar da yüksek seviye doğrusal olmamalar içeren dizgeler olmalarından dolayı çoğu çalışma yapay zeka teknikleri üzerine odaklanmıştır.

Robotlarda arıza bulma ve teşhisine dair literatüre bakıldığında çeşitli yaklaşımlar olduğu görülmektedir. Schneider ve Frank robotlarda arıza bulma için gürbüz gözlemcileri ve artık değerlendirme/arıza izolasyonu için bulanık mantığı kullanmıştır [4]. Vemuri ve Polycarpou arıza işlevine yakınsayabilmek böylece arıza sonrasında arızaya dayanıklı bir robot denetim dizgesi tasarlayabilmek için sinir ağlarından yararlanmışlardır [5]. Visinsky ve arkadaşları robotlardaki analitik fazlalıkları kullanmışlardır [6]. Terra ve Tinós artık türetimi ve değerlendirilmesi için RBF ve KSOM gibi çeşitli sinir ağı yapılarından yararlanmışlardır [7].

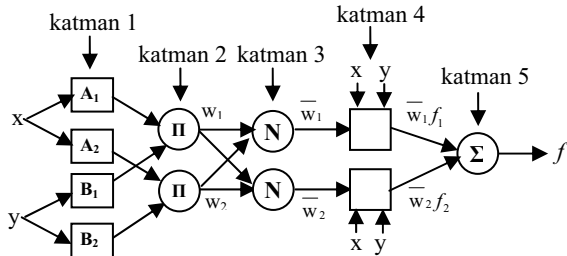
Bu çalışmada ise robot manipülatörler için sadece robot konum ve hız işaretlerini kullanan gürbüz yapıda bir arıza bulma ve izolasyon dizgesi önerilmiştir. Robotun gürbüz denetimi için Hesaplanmış Moment-PID (HM-PID) yöntemi kullanılmıştır. Robotun modellenmesi için Anfis yapısı kullanılmış ve gerçek dizgeyle model arasındaki farktan yararlanarak artık türetimi/arıza bulma aşamaları gerçekleştirilmiştir. Artıkların değerlendirilmesi/arıza izolasyonu için ise artıklara Ayrık Dalgacık Dönüşümü (ADD) uygulanmıştır. Kullanılan dalgacık dönüşümü ile elde edilen ayrıntı(detail) katsayıları bir karar lojik bloğuna verilerek arıza izolasyonu sağlanmıştır. Önerilen dizgeye ait blok diyagram Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1 Önerilen dizgenin blok diyagramı

## 2. Anfis/M-Anfis Kullanarak Artık Türetme/Arıza Bulma

Artıklar gerçek dizgeyle dizge modeli arasındaki fark olarak tanımlanır. Bu sebeple artıklara güvenmek için dizgenin modelinin çok kesin olması gerekmektedir. Robot dizgelerini modellemek için kullanılan yöntemlerden biri de Anfis'tir [8]. Anfis'e ait genel yapı Şekil 2'de verilmiştir.



*Şekil 2* Anfis'in genel yapısı

Verilen yapıda görüldüğü üzere Anfis 5 katmandan oluşmaktadır. Birinci katmanda girişler, üyelik fonksiyonları ile tanımlanmış kural dizisine uygulanır. Bu katmanda üyelik fonksiyonlarını tanımlamada kullanılan parametreler öncül(premise) parametreler olarak adlandırılır. İkinci katmanda her bir girişten gelen üyelik fonksiyon değeri birbirleri ile çarpılır ve bu çarpımlardaki her bir düğüm kurallara ait ateşleme gücünü tanımlar. Üçüncü katmanda ateşleme güçleri normalize edilir. Dördüncü katmanda ise giriş değerleri tekrar kullanılarak birinci dereceden bir fonksiyon (Şekil 2’de  $p.x+q.y+r$ ) türetilir ve normalize edilmiş ateşleme güçleriyle çarpılır. Burada birinci derece fonksiyona ait tanımlanan parametreler sonuç (consequent) parametreleri olarak adlandırılır. Beşinci katmanda ise gelen tüm sinyaller toplanarak çıkış sinyali elde edilir.

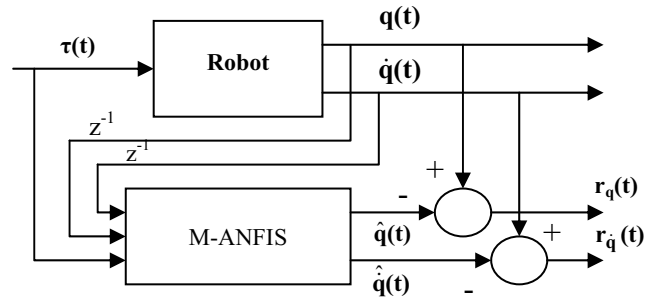
Anfis ile amaçlanan, giriş ve çıkış parametrelerinin uygun girişlere uygun çıkış sağlayacak şekilde güncellenmesidir. Bu durum ise iki yönlü geçiş (ileri ve geri yönlü) ile farklı öğrenme yöntemleri (hybrid learning) kullanılarak ile sağlanır. İleri yönlü geçişte girişler öncül parametreler sabit tutularak dördüncü katmana kadar ilerler ve en küçük kareler ile çıkış parametreleri belirlenir. Geri yönlü geçişte ise sonuç parametreleri sabit tutulur, hata sinyalleri geriye yayılır ve öncül parametreler eğim azalan yöntemi ile güncellenir.

Şekil 2 incelendiğinde Anfis yapısının çok giriş-tek çıkış (MISO) yapılı olduğu açıkça görülmektedir. Çoğu modellenmek istenen dizge ise çok girişçok çıkışlı (MIMO) yapılıdır. Bu tip dizgeler için birbirinden bağımsız parametrelere ve çıkışlara sahip multiple-Anfis (M-Anfis) yapısı kullanılır. MIMO yapılı dizgeler için ayrıca Canfis (Coactive Anfis) olarak adlandırılan çeşitli yapılar da bulunmaktadır. Bu çalışmada ise M-Anfis yapısı tercih edilmiştir. Robot modeli, giriş olarak o anki moment girişlerini ve bir önceki andaki konum, hız bilgilerini kullanmakta ve o andaki konum ve hız bilgilerini üretmektedir. Bahsedilen yapı Şekil 3'te verilmiştir.

Şekil 3'te verilen yapıda 3 eklemlili bir robot olduğu düşünülürse robotun her bir eklemine ait konum ve hız çıkışları için 2 ayrı Anfis'e ve sonuç olarak robot modelinde 6 ayrı Anfis'e ihtiyaç olacaktır.

Artık türetimi için robot modeli çıkışları ile gerçek çıkışlar arasındaki farkı almak yeterlidir. Model ile gerçek değer arasındaki değerin belirli bir eşik değerini aşması istenmeyen

bir durum oluştuğunun yani arızanın belirticidir ve arıza bulma olarak adlandırılır.



Şekil 3 M-Anfis ile artık türetimi

### 3. Dalgacıkları Kullanarak Artık Değerlendirme/Arıza İzolasyonu

Artık türetimi ile arıza bulma işleminden sonra arızaları birbirinden izole eden arıza izolasyon işlemi gelir. Bu işlem farklı tipte arızaların farklı tipte artık karakteristikleri göstermesi ilkesine dayanmaktadır. Bu manada bozulma ayırımı işlemi artıkların değerlendirilmesi işlemi olarak tanımlanır. Doğrusal olmayan dizekler için bu işlem yine çoğu zaman sınıflandırma ve örüntü tanıma için kullanılan yapay zeka yöntemleri tarafından yapılmaktadır.

Bu çalışmada ise arıza izolasyon işlemi için dalgacık dönüşümü kullanılmıştır. Fourier dönüşümünden farklı olarak dalgacık dönüşümü sinyalin zaman düzleminde frekans bileşenlerinin tanımlanmasını sağlamaktadır. Dalgacık dönüşümüne ait denklem Eş. 1’de verilmiştir.

$$W(a,b)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t).\psi\left(\frac{t-b}{a}\right).dt \quad (1)$$

Eş. 1 ile tanımlanan ve Sürekli Dalgacık Dönüşümü (SDD) olarak tanımlanan bu denklem mevcut sinyalin tüm zaman düzleminde seçilen  $\psi$  dalgacık fonksiyonunun ölçeklenmiş ( $a$ ) ve kaydırılmış ( $b$ ) halleriyle çarpımlarının toplamı olarak tanımlanır. Dalgacık dönüşümü için tanımlı haar, daubechies gibi birçok dalgacık fonksiyonu bulunmaktadır.

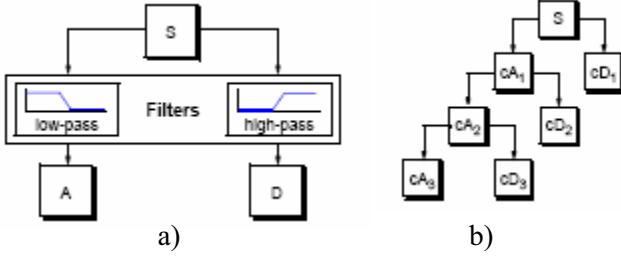
Eş. 1 ile tanımlı denklemlerden farklı olarak bilgisayarlarda ayrık işlemlerin yapıldığı varsayılarak Ayrık Dalgacık Dönüşümü (ADD) tanımlanmıştır. Tanımlanan bu dönüşüm ile sinyal alçak frekans bileşenlerini içeren yaklaşım (approximations-cA) ve yüksek frekans bileşenlerini içeren ayrıntı (details-cD) olarak adlandırılan iki bileşene ayrılmış olur. Bu ayrım tekrar alçak frekans bileşenine uygulanarak istenen seviyeye kadar devam eder. ADD ile elde edilen katsayıların hesaplanmasına dair denklemler Eş. (2) ve (3)'te, bu ayrıma dair 3 seviyeli bir görünüm Şekil 4'te verilmiştir.

$$\mathbf{cA}_j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \cdot \phi_{j,k}(n) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \cdot \frac{1}{\sqrt{2^j}} \cdot \phi\left(\frac{n - k2^j}{2^j}\right) \quad (2)$$

$$\mathbf{cD}_j = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \psi_{j,k}(n) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \cdot \frac{1}{\sqrt{2^j}} \cdot \psi\left(\frac{n - k2^j}{2^j}\right) \quad (3)$$

Eş. 2’de,  $j$  ayrımın derecesi ve  $\phi$  işlevi ölçekleme fonksiyonu olarak tanımlanır ve seçilen dalgacık fonksiyonuna bağlıdır.



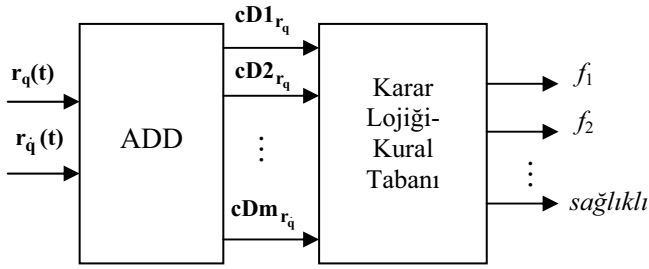


Şekil 4 a)ADD b) ADD ile 3 seviyeli ayırım

ADD ile elde edilen cA ve cD katsayıları zamanda yorumlanarak arıza izolasyonu sağlanır. Bu yorumlama sırasında karakteristiği daha çok yüksek frekans bileşenleri tayin ettiğinden sadece cD katsayıları göz önüne alınır. Bu yorumlama işlemi bir artığa ait katsayıların daha önceden yapılan gözlemlere dayanarak kaydedilmiş değerlerinin on-line işlem sırasında tanımlanmış kural kümeleriyle karşılaştırılması sonucu elde edilir. Bu karşılaştırmada gürbüzlüğü korumak amacıyla katsayıların belirli alt ve üst eşik değerleriyle karşılaştırılması uygun düşer. Tanımlanan kural kümesine dair genel gösterilim Eş. 4'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \text{Eğer } cD1 > Eşik-alt_{cD1} \& cD1 < Eşik-üst_{cD1} \& cD2 > Eşik-alt_{cD2} \dots \\ \text{İse arıza} &= f_1 \end{aligned} \quad (4)$$

Artıkları kullanarak ADD ile katsayıların türetilmesi ve arıza izolasyonuna dair blok diyagram Şekil 5'te verilmiştir.



Şekil 5 Arıza izolasyonunun yapısı

#### 4. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde robot manipulatorlar için önerilen arıza bulma/izolasyon dizgesi MATLAB altında benzetimle gerçekleştirilmiştir. Benzetimler için kullanılan robot manipulator iki eklemlili yer çekimi etkisi altında düzlemsel bir manipulatordür. Robota dair dinamik eşitlikler ve genelleştirilmiş gösterilimi ise şu şekilde tanımlanmıştır [10] :

$$\begin{bmatrix} (m_1 + m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + 2m_2a_1a_2 \cos(\theta_2) & m_2a_2^2 + m_2a_1a_2 \cos(\theta_2) \\ m_2a_2^2 + m_2a_1a_2 \cos(\theta_2) & m_2a_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$+ \begin{bmatrix} -m_2a_1a_2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2)\sin(\theta_2) \\ m_2a_1a_2\dot{\theta}_1^2\sin(\theta_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)ga_1 \cos(\theta_1) + m_2ga_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2ga_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \quad (6)$$

Burada  $M(q)$  eylemsizlik matrisi,  $V(q, \dot{q})$  coriolis/centripetal vektörü ve  $G(q)$  yerçekimi vektörüdür. Dinamikler robotun ağırlıklarının eklemlerin sonlarında olduğu, robotun yerçekimi etkisinde hareket ettiği varsayılarak hazırlanmış, uzuv ağırlıkları  $m_1 = m_2 = 1$  kg., uzuv uzunlukları  $a_1 = a_2 = 1$  m

olarak alınmış ve örnekleme frekansı 100 Hz. olarak kabul edilmiştir.

Robotta denetimi sağlamak amacıyla Hesaplanmış Moment-PID (HM-PID) denetimi kullanılmış ve şu şekilde tanımlanmıştır [10] :

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon} &= e \\ \tau &= M(q)(\ddot{q}_d + K_V\dot{e} + K_Pe + K_I\epsilon) + N(q, \dot{q}) \end{aligned} \quad (7)$$

Eş. 7 ile tanımlı denetleyicide  $K_V = 100I_{2 \times 2}$ ,  $K_P = 20I_{2 \times 2}$ ,  $K_I = 500I_{2 \times 2}$  olarak seçilmiştir.

Robot manipulatorlar için literatürde bileşen arızaları (kırık uzuv, çarpışma vb.), aktüatör arızaları (kilitlenmiş magnetik fren vb.) ve algılayıcı arızaları (öndeğerler vb.) tanımlıdır. Bu çalışmada ise aktüatör arızaları üzerinde durulmuştur. Robotlarda kilitlenmiş eklem (locked joint) ve serbest sallanan eklem (free swinging joint) gibi tanımlı arızalar üzerine birçok çalışma bulunsu da kısmi aktüatör arızaları üzerine sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmada bu kısmi aktüatör arızaları üzerinde durulmuştur.

Tasarlanan dizgenin ilk basamağı olarak robot modeli olarak kullanılacak olan Anfis yapıları oluşturulmuştur. Her iki ekleme ait konum ve hız bilgileri ile 4 ayrı Anfis oluşturulmuştur. Şekil 3 ile gösterilen yapı göz önüne alındığında giriş olarak her iki ekleme ait moment ve bir önceki örnekleme anına ait konum ve hız bilgileri ile 6 giriş sahip ve çıkış olarak ilgili ekleme ait anlık konum veya hız bilgisini veren Anfis yapıları olduğu açıkça görülmektedir. Eğitim amaçlı olarak bu yapıları 156 ayrı yörüngeye ait 76 örnekli veriler uygulanmıştır. Her bir giriş için gauss çanı şekilli iki üyelik fonksiyonu tanımlanmış ve hibrid öğrenme yöntemi kullanılmıştır. Tasarlanan modelin gürbüzliğini kanıtlamak amacıyla benzetim sırasında robot dinamiklerine zamanla değişen %5 belirsizlik eklenmiştir. Oluşturulan MANfis yapıları robot modeli ve modellenen robot dizgesinden yararlanılarak artıklar oluşturulmuştur.

İkinci olarak arıza izolasyonu için artıklara ADD uygulanmıştır. Her ADD işlemi için kullanılan örnek sayısı 100'dür ve örnekler kayan pencere tekniği ile alınmıştır. Dalgacık fonksiyonu olarak "Daubechies1" kullanılmış ve her bir artığa ait beşinci seviyeden cD katsayıları elde edilmiştir. Üçüncü olarak oluşturulan karar lojiği-kural tabanı elde edilen benzetim verilerinden yararlanılarak oluşturulmuştur. Bu noktada kural tabanındaki kural sayısını arttırmamak amacıyla 3 farklı yörünge için 3 farklı zaman anında her ekleme ait %30 ve %50 aktüatör arızalarının benzetimi yapılmış ve bu benzetimlerden elde edilen verilerle sadece hangi aktüatörde arıza olduğunu belirtecek şekilde kural tabanı oluşturulmuştur. Kural tabanının belirsizliklerin robot dizgesine eklenmiş halleriyle elde edilen verilerle oluşturulduğu unutulmamalıdır.

Tasarlanan dizgenin çalışmasını göstermek amacıyla aşağıdaki eklem yörüngeleri için birinci eklemden  $t = 20$  anında %30 arıza durumu oluşturulmuştur :

$$q_{d1}(t) = 1. \cos(t/2) \quad (8)$$

$$q_{d2}(t) = 1. \sin(t/2)$$

Örneğe ait şekiller robotun sürekli duruma geçtiği 3-40 sn. arasına aittir. 0-3 sn. arası başlangıç koşullarından dolayı geçici durumlar olarak kabul edilmiştir. Şekil 6'da eklemlerin izlediği yollar, hata, uygulanan momentler verilmiştir. Burada robotun arıza sonrasında çalışmasına kabul edilebilir hata değerleriyle çalışmasına devam ettiğine dikkat edilmelidir. Bu



durum kullanılan HM-PID denetim yönteminin arızaya dayanıklı tipte denetleyici olmasından kaynaklanmaktadır.

Şekil 7’de ise her bir eklemın konum ve hız bilgilerine ait artıklar gösterilmiştir. Arıza öncesi durumda artıklar yaklaşık olarak sıfırdır. Arıza bulma anı artıklardaki belirgin değişim anı olarak kabul edilir. Çoğu arıza teşhis yöntemi arıza bulma için sabit veya uyarlanabilir artık eşiğini kullanır. Şekil 7’de görüldüğü üzere tasarlanan dizge için artıklar arıza alarmı için yeterince büyüktür fakat geçici arızalar için artıkların periyodik davranış sergilemelerinden ve belirli anlarda sıfıra düşebildiklerinden (örn.  $r_1$  için  $t=22$  sn. anı) arıza zaman aralığını belirlemek zordur. Ayrıca küçük kısmi aktüatör arızaları için dizge bunun belirsizlik mi yoksa arıza mı olduğuna karar verememektedir. Tasarlanan dizge için yapılan benzetimler dizgenin %10’nun altındaki arızaları bulamadığını göstermiştir.

Şekil 8’de ise arıza izolasyonu anında artıkların dalgacık katsayıları gösterilmiştir ve karar lojigi-kural tabanına göre bulunan bozulma izolasyonu anı  $t = 20.36$  sn.’dir.

## 5. Sonuçlar ve Öneriler

Bu çalışmada robot manipulatörler için model temelli bir arıza bulma ve izolasyon dizgesi önerilmiştir. Dizge robot modelleme ve artık üretimi için M-Anfis’i ve arıza izolasyonu için dalgacık dönüşümünü kullanmaktadır. Çalışmada kısmi aktüatör arızaları göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmanın ileriki aşamalarında aktüatör arızalarının yanında bileşen ve algılayıcı arızalarının da izolasyonu hedeflenmektedir.

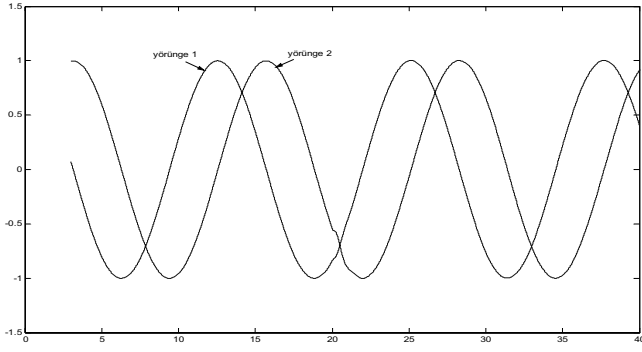
Tasarlanan dizge yeterli sonuçlar verse de kabiliyetleri eklenen kurallara bağlı olarak sınırlıdır. Göz önünde bulundurulacak yeni arıza tiplerine, istenen yeni yörüngelere göre kuralların sayısı artırılmalıdır. Ayrıca eklenen kurallar robotun içerdiği belirsizliklere göre kalibre edilmelidir.

## 6. Kaynaklar

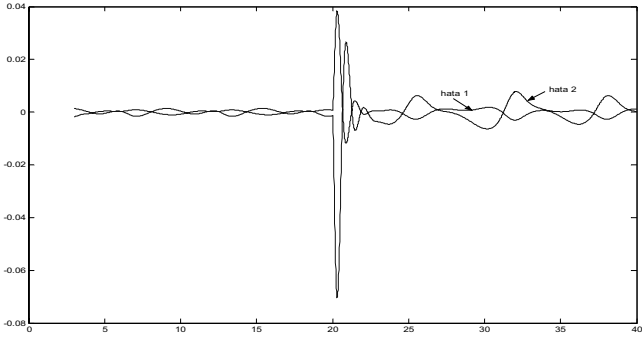
- [1] R. Isermann, P. Ballé, “Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes”, *Control Eng. Practice*, Cilt: 5, No: 5, s:709-719, 1997
- [2] J. R. Cavallaro, I. D. Walker, ” A survey of NASA and military standards on fault tolerance and reliability applied to robotics”, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 1994
- [3] R. Isermann, “Model-based fault-detection-status and applications”, *Annual Reviews in Control*, Cilt: 29, s:71-85, 2005
- [4] H. Schneider, P. M. Frank, “Observer-based supervision and fault detection in robots using nonlinear and fuzzy logic residual evaluation”, *IEEE Transactions on Control System Technology*, Cilt: 4, No: 3, s: 274-282, 1996
- [5] A. T. Vemuri, M.M. Polycarpou, “ Neural-network-based robust fault diagnosis in robotic systems”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Cilt: 8, No: 6, s:1410-1420, 1997
- [6] M.L. Visinsky, J.R. Cavallaro, I.D. Walker, “ A dynamic fault tolerance framework for remote robots”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Cilt: 11, No: 4, s:477-490, 1995
- [7] M. H. Terra, R. Tinós, “Fault detection and isolation in robotic manipulators via neural networks: a comparison

among three architectures for residual analysis”, *Journal of Robotic Systems*, Cilt: 18, No: 7, s:357-374, 2001

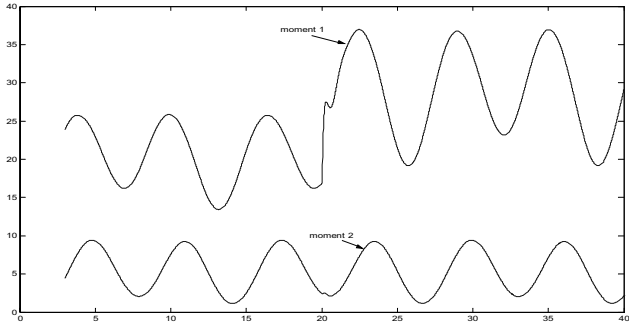
- [8] J.R. Jang, C.T. Sun., E. Mizutani, “ Neuro-Fuzzy and Soft Computing”, *Prentice-Hall Inc.*, 1997
- [9] B. Y. Lee, Y. S. Tarng, “Application of discrete wavelet transform to the monitoring of tool failure in end milling using the spindle motor current”, *Int. Journal of Adv. Manuf. Technology*, Vol:15, s:238-243, 1999
- [10] F.L. Lewis, C.T. Abdallah, D.M. Dawson, “Control of Robot Manipulators”, *MacMillan Publishing*, 1993



a)

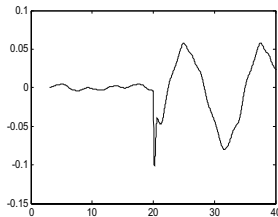


b)

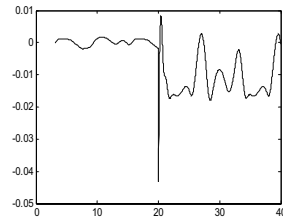


c)

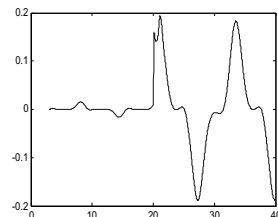
Şekil 6 Uzuv 1,2'nin zamanda değişimleri  
a) İzlenen yollar b) Hatalar c) Uygulanan momentler



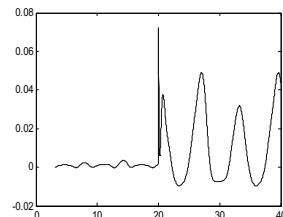
a)



b)

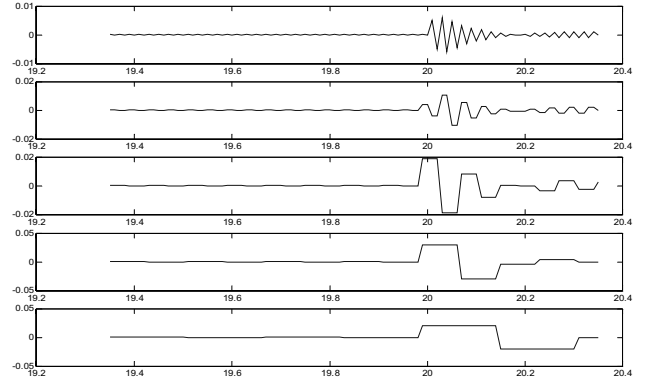


c)

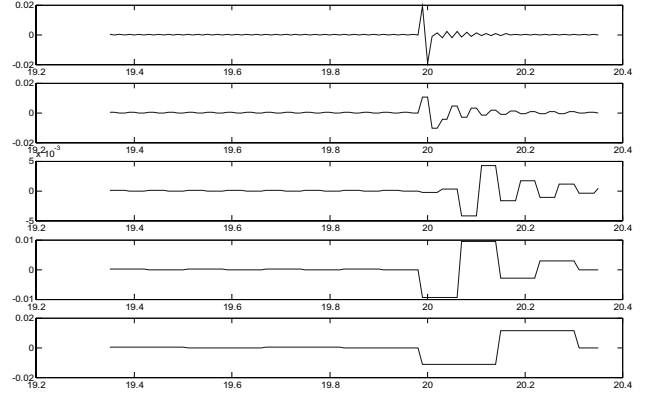


d)

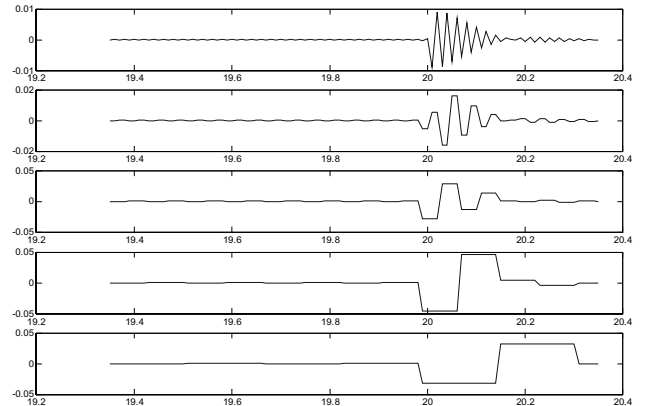
Şekil 7 Artıklar a) Uzuv 1'in konum artığı ( $r_1$ )  
b) Uzuv 1'in hız artığı ( $r_2$ )  
c) Uzuv 2'nin konum artığı ( $r_3$ )  
d) Uzuv 2'nin hız artığı ( $r_4$ )



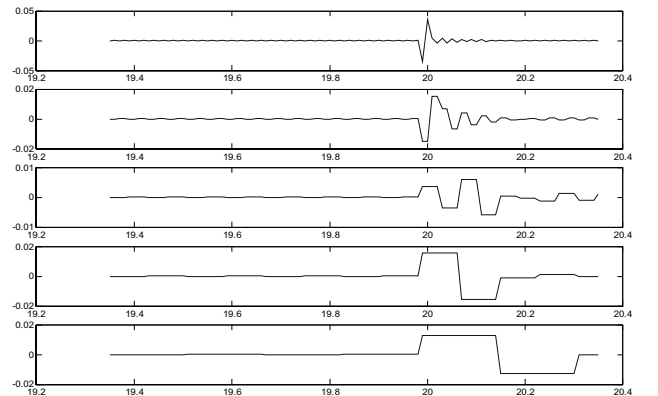
a)



b)



c)



d)

Şekil 8 Artıkların dalgacık katsayıları (d1-d5)  
a)  $r_1$ 'in katsayıları b)  $r_2$ 'nin katsayıları  
c)  $r_3$ 'ün katsayıları d)  $r_4$ 'ün katsayıları

# STAUBLI RX-60 ROBOT'unun Parametre Kestirimi

*Oğuzhan Karahan, Zafer Bingöl*

Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli Üniversitesi, İzmit

[sebnemkn@hotmail.com](mailto:sebnemkn@hotmail.com)

[zaferb@kou.edu.tr](mailto:zaferb@kou.edu.tr)

## Özetçe

Bu çalışmada, seri robotların atalet parametrelerini saptamada kullanılan en küçük kareler hata yöntemi ele alınmıştır. Robotların atalet parametrelerinin minimum bir takımının hesaplanması, atalet parametrelerinin tanımlanmasını basitleştirir ve dinamik modelin hesapsal yükünün azalmasına yardım eder. Minimum atalet parametreleri, dinamik model üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmayan parametreleri eleyerek klasik atalet parametrelerinden elde edilir ve robotun sistem tanısını ortaya koyar. Bu çalışmada, endüstriyel bir robot olan Staubli RX-60 Robot'unun atalet parametrelerinin bulunması, en küçük kareler hata yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Elde edilen deneysel sonuçlar, atalet parametrelerinin doğru bir şekilde kestiriminin yapılabildiğini göstermiştir.

## 1. Giriş

Robot manipülatörlerinin atalet parametrelerinin bilinmesi, gelişmiş kontrol algoritmaları için çoğu kez gereklidir. Minimum atalet parametrelerini deneysel olarak saptamak için atalet parametrelili formda ya da minimum atalet parametrelili formda yazılmış dinamik model kullanılır. Kısacası, robotun çeşitli yörüngeleri için karşılık gelen eklemlerin konumları, hızları, torkları ve ivmelerin değerleri ölçülür. Bu deneysel değerlere dayalı atalet parametrelerinin en iyi kestirimi için birçok yöntem kullanılır. Çoğu manipülatörler, eklem kuvvet sensörleri ile donanımlı değildir. Bu yüzden eklem, tork ve kuvvetlerin kestirimleri gerekmektedir. Bu kestirimler, motor akımından yapılabilir.

Bilinmeyen model parametrelerinin doğru değerlerini elde etmenin en etkili yolu, robot üzerinde deneysel parametre kestirimi yapmaktır. Deneysel kestirim aracılığı ile robotun dinamik model parametrelerinin elde edilmesi problemi birçok araştırmacı tarafından ele alınmıştır. Deneysel kestirim olarak robotun tanısı ortaya konulmalıdır. En küçük kareler hata tekniğini kullanarak deneysel robot tanısının genel bir özeti [1] ve [2] 'de mevcuttur.

Bu makalede, parametrelerin doğru bir kestirimini elde etmek için en küçük kareler hata (Least Squares) yöntemine başvurulmuştur. En küçük kareler hata yöntemi, ölçüm hatalarının ihmal edildiği varsayılan modelin karekök ortalama hesabı sonucu oluşan hataları optimize eder. Bununla birlikte, bu yöntemeye dayalı parametrelerin kestirimi ile alakalı problemlerin olduğu gözlenmektedir. Problemlerin birisi, ölçüm gürültüsü duyarlılığıdır. Bu problemin üstesinden gelmek için "tahrikli yörüngeler" ya da "veri filtreleme" yapılabilir. Giriş verisini kullanarak en küçük

kareler hata yönteminin kullanımı ile mükemmel parametre kestirimi elde edilebilmektedir[3-4].

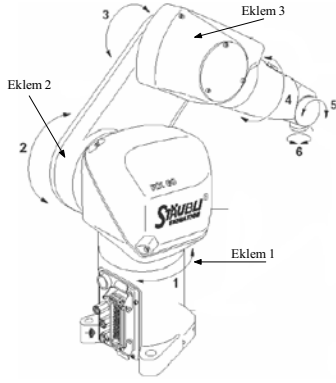
Minimum atalet parametreleri, robotun dinamik modelini hesaplamak için yeterli olan ve sıfır elemanı içermeyen sabit atalet parametrelerinin minimum bir takımı olarak tanımlanır. Bu minimum atalet parametreleri, dinamik model üzerinde etkiye sahip olmayanları eleyerek klasik atalet parametrelerinden elde edilir.

Bu parametreleri ortaya çıkarmak için modeli ortaya koymak gerekir. Robot model dinamiği, robot kol hareketindeki denklemlerin matematiksel çıkarımıyla uğraştığından dolayı bir manipülatör hareketinin dinamik denklemleri, manipülatörün dinamik davranışını tanımlayan bir dizi matematiksel denklemden oluşur. Bu dinamik denklem, doğrusal olmayan, son derece birbirleriyle bağlantılı ve ikinci dereceden bir diferansiyel denklemi gösterir. Bir kolun gerçek dinamik modeli, Newton ve Lagrangian mekanığı gibi bilinen fiziksel kanunlardan elde edilebilir[4-5]. Robot kolunun dinamik denklemlerini elde etmek için bilinen birçok yöntem vardır. Bunlar Lagrange-Euler (L-E), Recursive Lagrange (R-L), Newton-Euler (N-E), Genelleştirilmiş D'Alembert (G-D) prensibi gibi yaklaşımlardır[6]. Bu yöntemlerden en çok kullanılanlar L-E ve N-E yaklaşımlarıdır. Bu çalışmada, robot dinamik modelinin çıkarılmasında, iyi planlanmış bir yapıya sahip ve çıkarılması N-E yaklaşımındakinden daha basit ve sistematik olan L-E yaklaşımı kullanıldı.

Bu makalede, Staubli RX-60 Robot'unun ilk üç eklemi için robot modeli çıkarıldı. Bu model kullanılarak minimum atalet parametrelerine erişilmeye çalışıldı. Bunun için deneylere dayalı dinamik bir robot modelinin parametrelerini hesaplayacak en küçük kareler hata yöntemi kullanıldı. Bu yöntemi kullanarak parametre değerleri elde edildi. Deneysel sonuçlarla elde edilen parametre değerleri test edildi.

## 2. Robot Dinamik Modeli

Bir robot kolun dinamik modeli, robot kolun dinamik davranışlarını belirleyen hareket denklemlerinden oluşur. Robot kolunun dinamik analizi, eklemlere tahrik elemanları tarafından uygulanan moment veya kuvvet büyüklükleri ile robot kolunun zamana göre konumu, hızı ve ivmesi arasındaki ilişkilerin incelenmesi demektir.



Şekil 1: Robot eklemlerinin gösterimi.

StaUBLI RX-60 Robot'una ait eklemlerin yapısı Şekil 1'de yer almaktadır.

Tablo 1: StaUBLI RX-60 Robot'unun D-H Parametreleri

| i | $\alpha_{i-1}$ | $a_{i-1}$ | $d_i$ | $\theta_i$ |
|---|----------------|-----------|-------|------------|
| 1 | 0              | 0         | $d_1$ | $\theta_1$ |
| 2 | -90            | 0         | 0     | $\theta_2$ |
| 3 | 0              | $a_2$     | $d_3$ | $\theta_3$ |
| 4 | 90             | 0         | $d_4$ | $\theta_4$ |
| 5 | -90            | 0         | 0     | $\theta_5$ |
| 6 | 90             | 0         | 0     | $\theta_6$ |

RX-60 Robot'una ait D-H parametreleri Tablo 1'de gösterilmektedir Robot için sabit D-H parametreleri,

$\alpha_{i-1}$  :Eklemin bükülme açısını gösterir.

$a_{i-1}$  :Eklemin bağ uzunluğunu gösterir.

$d_i$  :Bir bağdan diğer bir bağa kadar olan genel eksen boyunca uzanan mesafedir. Bağ ofsetini gösterir.

$\theta_i$  :Bir bağla komşu bağ arasında genel eksenle alakalı dönme miktarıdır. Eklem açısını gösterir.

RX-60 Robot'unun eklem açısı takımının verilmesiyle, temel koordinat sistemine göre uç işlevcinin konum ve yönelmesini veren ileri kinematiği çıkartılır. Bağ transformasyonları, Denklem 1'de gösterildiği gibi homojen transformasyon matrisi kullanılarak elde edilir.

$${}^{i-1}T_i = \begin{pmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Yukarıda ifade edilen bağ transformasyon matrisine göre, RX-60 Robot'unun bağ transformasyon matrisleri aşağıdaki gibidir.

$${}^0T_1 = \begin{pmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}^1T_2 = \begin{pmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}^2T_3 = \begin{pmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^3T_4 = \begin{pmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}^4T_5 = \begin{pmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad {}^5T_6 = \begin{pmatrix} c\theta_6 & -s\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s\theta_6 & c\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Bu transformasyon matrislerinin çarpılmasıyla elde edilen transformasyon matrisi, temel konumundaki robotun, 0'ıncı koordinat sistemine göre bilekteki 6'ncı koordinat sisteminin konum ve yönelmesinin nasıl olacağını gösterir. Bu sonuç, RX-60 Robot'unun ileri kinematik denklemini gösterir.

Herhangi bir n-bağlı kola sahip bir manipülatörün dinamik modeli Denklem 2 ile tanımlanır.

$$\tau = D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (2)$$

Birinci terim ivme ile alakalı atalet simetrik matrisi, ikinci terim Coriolis ve Merkezkaç kuvvetleri, üçüncü terim ise yerçekimi ivmesini temsil eden terimdir. Denklem sağ tarafı ise her bir bağa uygulanan sürme tokudur. Bunlar diferansiyel denklemler olduğu için manipülatörün dinamik davranışını tanımlar. Bu denklemler, bilgisayar simülasyonunda, uygun kontrolör tasarımı ve de robot yapısını değerlendirmede kullanılabilir.

## 2.1. Ayırık parametre tork denklemleri

Denklem 2, genel ifadeli tork denklemdir. Bu denklem matris cinsinden ifade edilir ve üç eklemlilik değişkenler için yazıldığında denklem 3 elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1(\theta, \dot{\theta}) \\ C_2(\theta, \dot{\theta}) \\ C_3(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1(\theta) \\ G_2(\theta) \\ G_3(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Denklem 3, ayırık parametreler cinsinden yazıldığında Denklem 4 elde edilir[8].

$$Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\alpha = \tau \quad (4)$$

Buradaki denklemde  $\alpha$  vektör olup tork ifadesinin sabit terimlerinden oluşurken  $Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  ise matris cinsinde olup tork ifadesinin konum, hız ve ivme elemanlarını içerir. Aşağıda Y matrisi ve bu matris elemanlarına ait değerler verilmiştir. Denklem 4'de yer alan ifadelerde bulunan  $\theta$  değişkeni eklem açısı değişken büyüklüğünü göstermektedir. Diğerleri ise eklem açısı hız ve ivmeleridir.

$$\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{116} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{216} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{316} \end{pmatrix}_{3 \times 16} \quad (5)$$

Y matrisinin birinci satırındaki elemanlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y_{11} = \ddot{\theta}_1 c^2 \theta_2 - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 s(2\theta_2)$$

$$Y_{12} = \ddot{\theta}_1 s^2 \theta_2 + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 s(2\theta_2)$$

$$Y_{13} = \ddot{\theta}_1 c^2 (\theta_2 + \theta_3) - \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 s(2(\theta_2 + \theta_3)) - \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_1 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{14} = \ddot{\theta}_1 c \theta_2 s(\theta_2 + \theta_3) + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 c(\theta_2 + (\theta_2 + \theta_3)) + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_1 c \theta_2 c(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{15} = \ddot{\theta}_1 s(2\theta_2) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 c(2\theta_2)$$

$$Y_{16} = \ddot{\theta}_1 s(2(\theta_2 + \theta_3)) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 c(2(\theta_2 + \theta_3)) + 2\dot{\theta}_3 \dot{\theta}_1 c(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{17} = \ddot{\theta}_1 s^2 (\theta_2 + \theta_3) + \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 s(2(\theta_2 + \theta_3)) + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_1 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{18} = \ddot{\theta}_1$$

$$Y_{19} = \ddot{\theta}_2 c \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 s \theta_2$$

$$Y_{110} = \ddot{\theta}_2 s \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 c \theta_2$$

$$Y_{111} = \ddot{\theta}_2 c(\theta_2 + \theta_3) + \ddot{\theta}_3 c(\theta_2 + \theta_3) - \dot{\theta}_2^2 s(\theta_2 + \theta_3) - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 s(\theta_2 + \theta_3) - \dot{\theta}_3^2 s(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{112} = \ddot{\theta}_2 s(\theta_2 + \theta_3) + \ddot{\theta}_3 s(\theta_2 + \theta_3) + \dot{\theta}_2^2 c(\theta_2 + \theta_3) + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 c(\theta_2 + \theta_3) + \dot{\theta}_3^2 c(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{113} = 0$$

$$Y_{114} = 0$$

$$Y_{115} = 0$$

$$Y_{116} = 0$$

Y matrisinin ikinci satırındaki elemanlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y_{21} = \ddot{\theta}_2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 s(2\theta_2)$$

$$Y_{22} = -\frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 s(2\theta_2)$$

$$Y_{23} = \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{24} = \ddot{\theta}_2 s \theta_3 - \frac{1}{2} \ddot{\theta}_3 s \theta_3 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 c(\theta_2 + (\theta_2 + \theta_3)) + \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_2 c \theta_3$$

$$-\frac{1}{2} \dot{\theta}_3^2 c \theta_3$$

$$Y_{25} = 2\dot{\theta}_1^2 c(2\theta_2)$$

$$Y_{26} = 2\dot{\theta}_1^2 c(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{27} = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{28} = 0$$

$$Y_{29} = \ddot{\theta}_1 c \theta_2$$

$$Y_{210} = \ddot{\theta}_1 s \theta_2$$

$$Y_{211} = \ddot{\theta}_1 c(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{212} = \ddot{\theta}_1 s(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{213} = \ddot{\theta}_2$$

$$Y_{214} = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3$$

$$Y_{215} = c \theta_2$$

$$Y_{216} = s(\theta_2 + \theta_3)$$

Y matrisinin üçüncü satırındaki elemanlar aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$Y_{31} = 0$$

$$Y_{32} = 0$$

$$Y_{33} = \dot{\theta}_1^2 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{34} = -\frac{1}{2} \ddot{\theta}_2 s \theta_3 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 c \theta_2 c(\theta_2 + \theta_3) - \frac{1}{2} \dot{\theta}_2^2 c \theta_3$$

$$Y_{35} = 0$$

$$Y_{36} = \dot{\theta}_1^2 c(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{37} = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 - \frac{1}{2} \dot{\theta}_1^2 s(2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$Y_{38} = 0$$

$$Y_{39} = 0$$

$$Y_{310} = 0$$

$$Y_{311} = \ddot{\theta}_1 c(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{312} = \ddot{\theta}_1 s(\theta_2 + \theta_3)$$

$$Y_{313} = 0$$

$$Y_{314} = \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3$$

$$Y_{315} = 0$$

$$Y_{316} = s(\theta_2 + \theta_3)$$

Y matrisi elemanlarında bulunan  $\theta$  değişkeni eklemın açi değişken büyüklüğünü göstermektedir. Diğerleri ise eklemın açısıl hız ve ivmelerdir.

## 2.2. Ayrık Parametrelerin İfade edilmesi

RX-60 Robot'u için yukarıda ifade edilen ayrık parametreler denkleminde yer alan elemanları hesaplayalım. İlk önce sabit terimleri içeren  $\alpha$  vektörünü ifade edelim.

$$\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6 \ \alpha_7 \ \alpha_8 \ \alpha_9 \ \alpha_{10} \ \alpha_{11} \ \alpha_{12} \ \alpha_{13} \ \alpha_{14} \ \alpha_{15} \ \alpha_{16}]^T \quad (6)$$

Denklem 6'da yer alan elemanları tek tek ele alınırsa bu elemanların bazıları bilinen sabitler ya da bilinmeyen robot parametrelerini ifade etmektedir. Tablo 2'de gösterildiği gibi bilinen sabitler ve bilinmeyen parametreler verilecektir.

Tablo 2: Parametrelerin fiziksel anlamı

| Parametre     | İçeriği                               | Birimi         |
|---------------|---------------------------------------|----------------|
| $\alpha_1$    | $a_2^2 m_3 + m_2 a_{2c}^2 + B_{yy_2}$ | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_2$    | $A_{xx_2}$                            | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_3$    | $B_{yy_3}$                            | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_4$    | $2m_3 a_2 d_{4c}$                     | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_5$    | $-F_2$                                | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_6$    | $-F_3$                                | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_7$    | $m_3 d_{4c}^2 + A_{xx_3}$             | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_8$    | $m_3 d_3^2 + C_{zz_1}$                | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_9$    | $D_2$                                 | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{10}$ | $E_2 + a_2 d_3 m_3$                   | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{11}$ | $D_3 - d_3 m_3 d_{4c}$                | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{12}$ | $E_3$                                 | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{13}$ | $C_{zz_2} - B_{yy_2}$                 | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{14}$ | $C_{zz_3} - A_{xx_3}$                 | $Kg.m^2$       |
| $\alpha_{15}$ | $g_0 m_2 a_{2c} + g_0 m_3 a_2$        | $Kg.m^2 / s^2$ |
| $\alpha_{16}$ | $g_0 m_3 d_{4c}$                      | $Kg.m^2 / s^2$ |

Tabloda yer alan değişkeler sırasıyla  $m$  bağ kütleleridir.  $a$  ve  $d$  bağ uzunluğunu ve ofset uzunluğunu gösteren Denavit-Hartenberg parametreleridir.  $d_{4c}$  ve  $a_{2c}$  ise ilgili eklemlerde bulunan kütle merkezinin yerini göstermektedir. A, B, C elemanları atalet matrisinde bulunan ilgili bağın atalet momentleridir. E, F, D ise atalet matrisindeki ilgili bağın atalet çarpanlarıdır.  $g_0$  ise yerçekimi ivmesidir.

Sistem tanımlama, ölçülen veriye dayalı dinamik bir sistemin matematiksel modellerini oluşturmada yardımcı olduğuna göre robot modelini gösteren bir modelden bahsetmek mümkündür. Eğer modeldeki bu parametreler bulunursa robot daha iyi tanımlanır. Böylece, konum, hız ve ivmeye dayalı robot parametrelerini teşhis etmek mümkün olur[6-8].

## 2.3. Atalet Parametrelerin Bulunması

Robot dinamik model çıkarıldıktan sonra bu model içerisinde yer alan Denklem 4 'den  $Y(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  çekilerek Denklem 5 elde edilir. Böylece elde edilen denklemler üzerinde en küçük kareler hata kestirim (Least-squares estimation) yöntemi uygulanabilir[8]. Parametrelerin hesaplanacağı  $\alpha$  'yı Denklem 4'den çekildiğinde Denklem 7 elde edilir. Bunun için Denklem 4 tekrar düzenlenirse bu kestirim ifadesini veren denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\alpha = (Y^T Y)^{-1} Y^T \tau \quad (7)$$

Eğer  $Y^T Y$  matrisi tekil değilse (nonsingular) çözüm elde edilebilir. Denklemin sağ tarafındaki birinci terim  $\alpha$  'dan bağımsızdır. İkinci terim ise her zaman pozitifdir. Bu koşullar sağlandığında  $\alpha$  'ya ait parametreler bulunabilir.

## 3. Deneysel Sonuçlar

Deneysel parametre tanımlamada ilk adım olarak, verilen bir yörünge boyunca robotun hareketi sırasında eklem hareketini ve buna bağlı olarak tork verilerini topladık. Bu veriler 1 kHz'lik sabit örnekleme oranında veri toplama kartından elde edilir ve bununla birlikte eklem ölçülen sürme torklarında elde edilir.

Doğrusal parametre forumda olan hareket denklemi, doğrusal bağlanım (linear regression) tekniklerinin kullanımına izin verir[8-9]. Bu çalışmada kullanılan, en küçük kareler hata (Least Squares) tekniğidir. Robot modeli parametresi çıkarımında kullanacağımız bu teknik, ölçülen veri ile hesaplanan veri arasındaki farkı mümkün olduğunca en küçük yapmaya çalışan bir problem olarak tanımlanır[7-8].

### 3.1. Deneysel kurulum

Kullanılan atalet parametre kestirim yöntemi, Staubli RX-60 Robot'u üzerinde uygulandı ve test edildi. Burada yapılan deneylerde ilkönce model karmaşıklığını azaltmak için RX-60 Robot'unun ilk iki eklemi hareket ettirildi. Bunun için robota daire çizimini sağlayan farklı yörüngeler yaptırıldı.

Robot kontrolörü üzerinde var olan ASL (Advanced Servo Library) kütüphanesi ve V+ programlama dili kullanılarak data toplamak için servo programları oluşturuldu. Robot hareket ederken her bir eklem için konum, hız, ivme ve tork bilgileri oluşturulan bu servo programları sayesinde encoder'lardan alınarak data'lar haline getirildi. İvme ise hız datasının türevi alınarak elde edildi. Bu alınan verilerden belli bir katsayı ile çarpılarak sırasıyla eklem açısı, eklem hızı ve eklem ivmesi elde edildi. Tork datası ise kuvvet sensöründen alınan sinyal ile robottan alınan ve birimi DAC olan dijital tork sinyali arasında karşılaştırma yapılarak elde edildi. Yapılan deneylerle 1 DAC birimli dijital tork sinyalinin kaç Nm'ye karşılık geldiği hesaplandı. Bu hesaplama sayesinde elde edilen katsayı ile robot herhangi bir yörüngeyi izlerken sarf ettiği dijital torku çarparak Nm elde edildi. Böylece tüm dönüşümler yapılarak hareket sırasındaki istenilen datalar elde edilebildi.

### 3.2. Deneysel süreç

Parametre kestiriminde kullanılan Denklem 4 içerisinde yer alan denklemin sağ tarafındaki vektör, ölçülen torkları göstermektedir. Denklemin sol tarafında bulunan ilk ifade

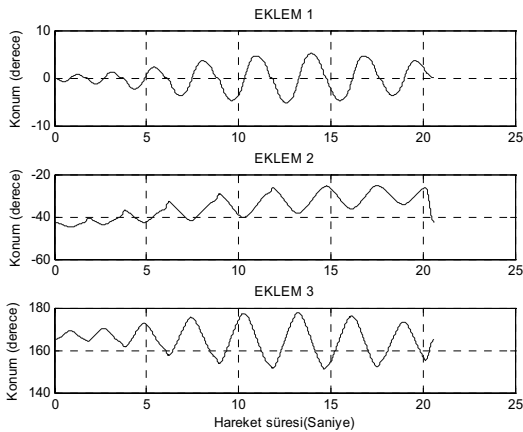
hareket sırasında ölçülen konum, hız ve ivme değerlerini içeren  $3 \times 16$ 'lık bir matris diğer ifade ise içerisinde eklemin bilinmeyen parametrelerini içeren  $\alpha$  vektördür. Vektör  $\alpha$ , eklemin kütlesi, ağırlık merkezinin yeri ve kol uzunluğu gibi bilinen sabit parametreleri de içermektedir. Bu parametrelerin değerlerini yazıp  $\alpha$  vektörü tekrar düzenlendiğinde aşağıdaki gibi olur.

$$\alpha = \begin{bmatrix} 0.5597 + B_{yy_2}, A_{xx_2}, B_{yy_3}, 0.1255, -F_2, -F_3, 0.0130 + A_{xx_3}, \\ 0.0087 + C_{zz_1}, D_2, 0.0512 + E_2, D_3 - 0.0106, E_3, \\ C_{zz_2} - B_{yy_2}, C_{zz_3} - A_{xx_3}, 24.7750, 2.1197 \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

Yukarıdaki  $\alpha$ , her bir eklemin atalet parametrelerini elde etmede kullanılır. Bunun için Denklem 7'yi kullanarak Matlab simülasyon programında kodlar yazılıp buna bağlı olarak elde edilen grafikler yorumlanarak parametreler hesaplanıp oradan asıl ulaşılmak istenilen bağın atalet değerleri elde edilebilir.

Burada sırasıyla Matlab ortamında daire çizimi, küre ve elips ve buna bağlı olarak elipsoid çizimleri, istenilen yörüngede hareket etmesi sağlanan yörünge denklemleri gibi kodlar yazıldı sonra yapılacak hareketlerin yörüngeleri robota verilip hareket sırasında robottan istenilen datalar alındı. Alınan bu datalar yine Matlab ortamında yorumlanarak parametreler elde edildi. Elde edilen bu parametrelerden her bir bağın atalet momenti ve atalet çarpanları çekilerek bilinmeyen parametrelere erişilmiş olundu. Bu parametreler, dinamik model üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmayan  $\alpha$  vektörü içerisinde bulunan parametrelerden çıkarılarak elde edildi.

Robot, yere doğru yarıçapları belli bir değere kadar artan ve sonra azalan dairelerden oluşan bir yörüngeyi takip etmesini sağlanan bir deney yapıldı. Bu deneyde ortaya çıkan her bir eklemin hareketi sırasında oluşan yörünge grafiği şekil 2'de görüldüğü gibidir. Aşağıdaki deneyde robot hareket ederken encoder'lardan gerçekleştirilen konum, hız ve tork bilgisi kaydediliyor. Deney için örnekleme oranı 0.001 saniye alınıyor. Matlab'da yazılan kod ile hızın türevi alınarak ivme hesaplanıyor. Robot'un bilinmeyen parametrelerini içeren Denklem 6 için Matlab'da yazılan algoritma ile bu denklemi işleyen kod parçası çalıştırılıyor. Gerekli dönüşümler yapıldıktan sonra en iyi kestirimi elde etmek için hızı filtreleniyor. Filtrelenilen hızın türevi ile de ivmeye hesaplanıyor. Çünkü  $\gamma(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  matrisi ile hesaplanan  $(Y^T Y)^{-1}$  matrisinin determinantı sıfırdan farklı olmalı aksi takdirde kestirim yapılamaz. Kısacası tekillik olmamalı (nonsingular). Bu sonuçlar sağlandığında artık iyi bir kestirim yapılabilir.



Şekil 2: Robot eklemlerin yörünge grafiği

Buradaki amaç eklemlere ait atalet parametrelerin değerlerinin bulunması olduğundan dolayı deneyler sonucunda elde edilen  $\alpha$  vektörü için değerler aşağıda verilmiştir.

$$\alpha = \begin{bmatrix} 2.9498 & 1.2271 & 1.2842 & 0.2909 & -0.0311 & -0.2175 \\ 0.2442 & 5.1066 & -0.0122 & 0.0034 & -0.0022 & -0.0028 \\ 2.4678 & 0.2738 & 24.8147 & 2.4654 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Dinamik model üzerinde herhangi bir etkiye sahip olmayan değerleri bu  $\alpha$  vektörü içerisinde çıkarılarak geriye, eklemin atalet moment ve çarpanlarını oluşturan atalet matrisi elemanlarının değerleri Tablo 3'de yer almaktadır.

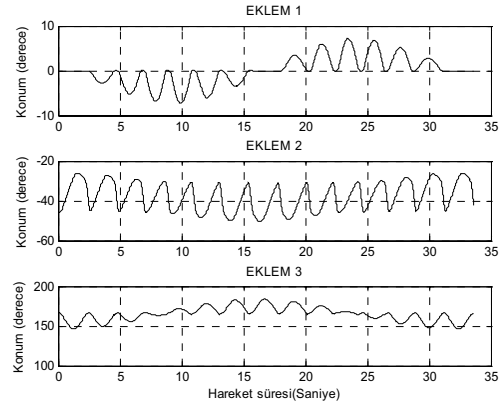
Tablo 3: Eklemlere ait atalet parametreleri

| Eklemler | $A_{xx}$ | $B_{yy}$ | $C_{zz}$ | D       | E       | F      |
|----------|----------|----------|----------|---------|---------|--------|
| 1        | 0        | 0        | 5.0979   | 0       | 0       | 0      |
| 2        | 1.2271   | 2.3901   | 4.8579   | -0.0122 | -0.0478 | 0.0311 |
| 3        | 0.2312   | 1.2842   | 0.505    | 0.0084  | -0.0028 | 0.2171 |

### 3.3. Kestirim Sonuçların Doğrulaması

Deneyssel robot tanımlamada, bilinmeyen model parametreleri, deney sırasında alınan datalardan kestirilmiştir. Kestirim sonuçlarını doğrulamak için robota tamamen farklı bir hareket yaptırarak hareket sırasında ölçülen torkları önceden tahmin etmek için kestirilen bu  $\alpha$  parametrelerini kullandık.

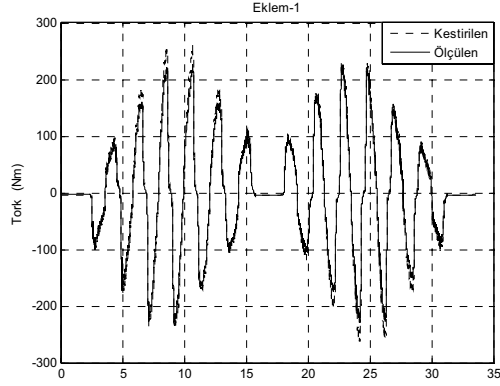
Artık Denklem 4'ü kullanarak kestirilmiş tork hesaplanabilir. Pürüzsüz bir hareketi garanti etmek ve geçişleri azaltmak için yörünge başlangıcı ve bitişi filtrelendi. Sonuçta elde edilen nihai  $\alpha$  vektörü kullanılarak gerekli filtrelemeler uygulanır ve böylece kestirilen tork ile ölçülen tork arasında iyi bir eşleşme ortaya çıkar.



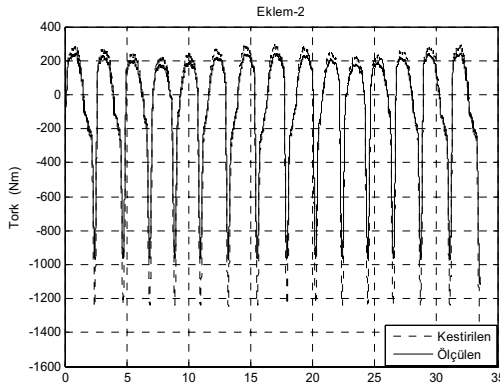
Şekil 3: Gerçekleştirilen yörüngeler grafiği

Şekil 3'de görüldüğü gibi eklemlerin bu yörüngelerine göre robot hareket eder. Hareket sırasında 1KHz'likte datalar encoder'lardan toplanır. Toplanan bu datalardan alınan gerekli değerler analiz edilerek gerçekleştirilen torkun hesaplanmasına geçilir. Denklem 4'de yer alan elemanların değerleri yazılarak hareket sırasında sarf edilen tork kestirilmeye çalışılır.

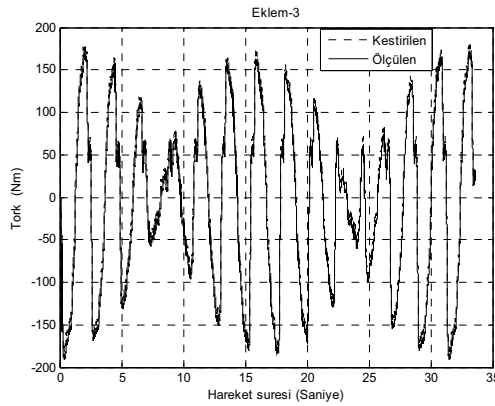
Sonuç olarak eklemlerin izlediği yörüngeye göre hesaplanan tork ile ölçülen tork arasındaki ilişki grafiği Şekil 4'de gösterilmiştir. Eklemlerin izledikleri bu yörüngelere göre gerekli analiz yapılarak sonuçta hesaplanan tork ile sensörden ölçülen değer arasındaki ilişki aşağıdaki Şekil 4.a, b ve c'de gösterildiği gibi olmaktadır.



(a)



(b)



(c)

Şekil 4: Torkların karşılaştırılması

Bu deney sonucunda hesaplanan tork ile ölçülen tork arasında yapılan karşılaştırma Şekil 4'de gösterilmiştir. Bu şekle göre daha önceden  $\alpha$  vektörünü hesaplamak için yapılan

deneyler sonucunda kabul edilen değerlere göre oluşturulan bu  $\alpha$  vektörü kullanılarak tork hesabı yapıldı.

Buradaki amaç, kabul edilen bu  $\alpha$  vektörü içerisinde bulunan atalet parametre değerlerinin doğruluğunu göstermektir. Grafiğe bakıldığında sensörden alınan ölçümlerle kestirilen tork arasında güzel bir ilişki olduğu gözlenmektedir.

$$e_k = \frac{1}{N} \sum (\tau_{\delta} - \tau_h)^2 \quad (10)$$

Denklem 10'da yer alan  $\tau_{\delta}$ , ölçülen torku,  $\tau_h$  hesaplanan torku,  $e_k$  ise hesaplanan hatayı gösterir. Deney sonucunda oluşan hata Tablo 4'de yer almaktadır.

Tablo 4: Eklemlerde oluşan kestirim hataları

|                        | Eklem 1 | Eklem 2 | Eklem 3 |
|------------------------|---------|---------|---------|
| <b>Kestirim Hatası</b> | 0.0043  | 0.1136  | 0.0036  |

## 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, RX-60 Robot'unun dinamik modeli için atalet parametre kestiriminde kullanılan en küçük kareler hata yöntemini uyguladık. Önerilen yöntem, deneylerle test edildi. Deneylerle yapılan karşılaştırma sonuçlarına bakılarak RX-60 Robot'unun dinamiğini 0.008 ile 0.112 hata payı ile tahmin edildiği görüldü.

Doğruluk, encoder'lerden alınan ölçüm doğruluğuna bağlıdır. Ayrıca bu iş, kestirim doğruluğunun sistematik analizi üzerinde gereklidir. Geriye kalan diğer önemli sorunlar ise atalet parametrelerinin tanımlanabilirliği ve etkili hareketli yörüngelerin seçimidir. İki veya daha fazla serbestlik derecesine sahip olan manipulatörler için bir parametre takımını analitik olarak çıkarmak sıradan bir iş değildir.

## 5. Kaynakça

- [1] Kozłowski, K., *Modelling and Identification in Robotics*. Springer-Verlag, London, 1998.
- [2] Khalil, W., and Dombre, E., *Modelling, Identification and Control of Robots*. Hermes Pelton Science, London, 2002.
- [3] B. Armstrong, "On finding exciting trajectories for identification experiments involving systems with nonlinear dynamics," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 8, no. 6, pp. 28-48, 1989..
- [4] M. Gautier and W. Khalil, "Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots," *Int. J. Robot. Res.*, vol. 11, no. 4, pp.362-375, 1992.
- [5] R. P. Paul, B. Shimano, and G. Mayer, "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators," *Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-11, No. 6, 1981
- [6] Lewis. F. L., Abdallah C. T., and Dawson: *Control Of Robot Manipulators*, pp.63-71(1993)
- [7] J. Craig, *Introduction to Robotics Mechanics Control*, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [8] P. K. Khosla and I. Kanade, "Parameter identification of robot dynamics," in *Proc.24th Conf. Decision Contr.*, 1985, pp. 1754-1760.



# İki Noktada Teğetler Kullanarak Görüntü Tabanlı Görsel Geri Beslemeli Kontrol ile Düzlemsel Şekil Hizalama

Erol Özgür, Mustafa Ünel

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul

erol@su.sabanciuniv.edu

munel@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu bildiride, düzlemsel şekilleri hizalamak için iki noktada teğetlerden (bitangent) faydalanan görsel geri beslemeli kontrol stratejileri sunulmuştur. Bitangentları elde etmek için bir eğrinin dışbükey zarfından (convex-hull) yararlanılmıştır. İmge nitelik vektörü bitangent noktalarından oluşturularak görsel kontrolde kullanılmıştır. 7 serbestlik dereceli Mitsubishi PA10 robotu üzerinde gerçekleştirilen deneyler önerilen metodun geçerliliğini göstermiştir.

## 1. Giriş

Eğri hizalama şu anki araştırma konuları içinde dikkati çeken bir problem olarak karşımıza çıkmakta ve nesne tanıma [1], [2], takip etme [3] gibi uygulamalarda önemli bir rol oynamaktadır. Görsel geri beslemeli kontrol uygulamalarında, şu anki hizalama sistemlerinin çoğu geometrik yapısı bilinen nesneler üzerinden gerçekleştirilmektedir. Bu nesneler genelde endüstriyel parçalardan oluşmakta veya köşe, düz kenar gibi gerçek zamanlı olarak çıkartılması mümkün olan güzel öznelikler içermektedir [4]. Bilinmeyen ortamlarda düzgün serbest şekilli nesneleri hizalama, görsel güdümlü montaj görevlerinde en önemli bölümü oluşturmaktadır.

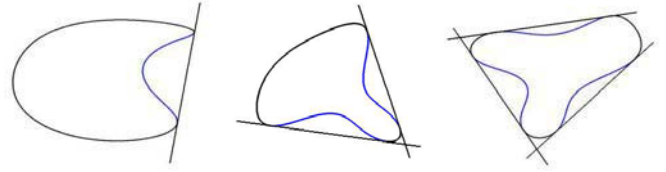
Bu bildiride eğrileri hizalamak için, kalibre edilmiş [5] ve kalibre edilmemiş [6] görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrol metodlarında bitangent noktalarını kullanmayı önermekteyiz. Literatürde düzlemsel objeleri tanımak amacıyla, bitangentların afin değişmez (invariant) olarak hizalamada kullanımı ilk kez [7]'de ortaya atılmıştır. Görsel geri beslemeli kontrol maksadıyla ise bitangent doğruları (üstüste konmuş sahne görüntülerinde birbirine karşılık gelen öznelikleri birleştiren doğrular) uzayda farklı konumlarda bulunan iki kamera arasındaki oryantasyonu hizalamak için kullanılmıştır [8]. Bitangent noktalarını elde etmek için, eğrinin (convex-hull) dan faydalanılmıştır [9]. Daha sonra bu noktalar görsel öznelik vektörünün oluşturulmasında kullanılmıştır.

Bu bildirinin geri kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2, eğriler için bitangentları tanıtmakta ve nasıl elde edilebileceklerini göstermektedir. Bölüm 3, model tabanlı ve modelden bağımsız görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrol sistemlerini kalibre edilmiş ve edilmemiş sistemler için incelemektedir. 4. bölüm ise eğri hizalama için deneysel sonuçları ve yapılan tartışmaları sunmaktadır. Son olarak ise bölüm 5

bildiriye bazı yorum ve öneriler ile sonuçlandırır.

## 2. Eğrilerin İki Noktada Teğetleri

Kendi şekli üzerinde en az bir içbükeye sahip eğri ile bu eğriye iki noktada teğet olacak şekilde geçen doğruya bitangent, kesişiminden elde edilen noktalara ise bitangent noktaları denilmektedir. Bakınız Şekil 1.



Şekil 1: Bazı eğriler ve iki noktada teğetleri.

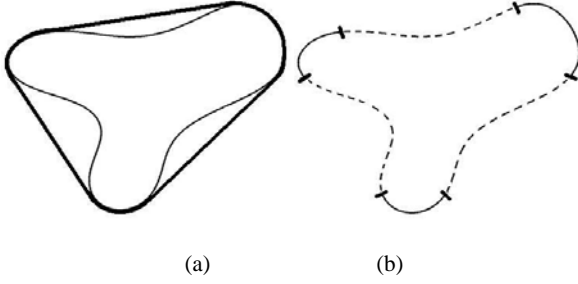
İki noktada teğetlerin değme noktalarının projektif dönüşümler altında değişmez (invariant) oldukları iyi bilinmektedir [10]. Bu noktalar kontak noktaları olarak da adlandırılır.

### 2.1. İki Noktada Teğetin Kontak Noktalarının Bulunması

Bir eğrinin iki noktada teğetinin kontak noktalarının hesaplanması Şekil 2'deki blok diyagramda gösterilmiştir. Blok-I kameradan gelen bir imge dizisini girdi olarak alır ve belirlenen bir pencere içindeki bölgeyi ESM algoritmasına [11] benzer bir takip algoritması yardımıyla izler. Blok-II, takip edilen bölgeye Canny kenar tespit algoritmasını uygular ve eğrinin sınır verilerini sıralı bir şekilde çıkartır. Son olarak, Blok-III Convex-hull algoritması [9] yardımıyla eğrinin dışbükey zarfını (convex hull) bulur. Şekil 3, üç içbükeyli bir eğriyi göstermektedir. Convex-hull algoritması orjinal veri kümesinin dışbükey parçalarını verir. Elde edilen herbir dışbükey parçasının ilk ve son noktaları eğrinin kontak noktalarıdır.



Şekil 2: Algoritmanın blok diyagram ile gösterimi.



Şekil 3: (a) bir eğri ve convex-hull'i, (b) eğrinin dışbükey parçaları ve kontak noktaları.

### 3. Görsel Geri Beslemeli Kontrol

#### 3.1. Temel Bilgi

$\theta \in \mathbb{R}^n$ ,  $s \in \mathbb{R}^m$  ve  $r \in \mathbb{R}^6$  sırasıyla eklem değişkenleri vektörünü, görüntü algılayıcılarından elde edilen görsel öznitelik vektörünü ve robot elinin duruşunu ifade etmektedir.  $\theta$  ve  $r$  arasındaki ilişki  $r = r(\theta)$  şeklindedir. Bu ilişki zamana göre türevlendiğinde şu ifade oluşmaktadır,

$$\dot{r} = J_R(\theta)\dot{\theta} \quad (1)$$

bu eşitlikte  $J_R(\theta) = \partial r / \partial \theta \in \mathbb{R}^{6 \times n}$  kartezyen uzayda robotun eklem hızları ile elinin hızı arasındaki ilişkiyi tanımlayan robot Jakobyan'ı ifade eder.  $s$  ve  $r$  arasındaki ilişki ise  $s = s(r)$  olarak verilmiş ve zamana göre türevlendiğinde aşağıdaki eşitlik elde edilmiştir,

$$\dot{s} = J_I(r)\dot{r} \quad (2)$$

bu denklemde  $J_I(r) = \partial s / \partial r \in \mathbb{R}^{m \times 6}$ , görsel özniteliklerle robot elinin duruşu (pose) arasındaki ilişkiyi tanımlayan imge Jakobyan'ı ifade eder.  $\dot{r}$  aynı zamanda kamera hız vektörü (camera velocity screw)  $V_c$ 'dir. Kompozit Jakobyan ise şöyle tanımlanmaktadır,

$$J = J_I J_R \quad (3)$$

burada  $J \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , imge ve robot Jakobyan'ların çarpımından oluşan bir matristir. Böylece, eklem koordinatları ile görsel öznitelikler arasındaki ilişki şu şekilde verilir,

$$\dot{s} = J\dot{\theta} \quad (4)$$

#### 3.2. Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol

$s^* \in \mathbb{R}^m$  sabit istek öznitelik vektörünü ve görüntü üzerinde  $e = s - s^*$  ifadesiyle tanımlanan  $e \in \mathbb{R}^m$ 'de hata vektörü gösteriyor olsun. Buradaki kontrol probleminin formülasyonu

şu şekilde verilmektedir: Robot eli için öyle bir hız vektörü  $u$  tasarlayın ki hata sıfıra ( $e \rightarrow 0$ ) gitsin. Sabit bir kamera kullanılan sistemlerde, tek bir noktadan oluşan öznitelik vektörü  $s = [x, y]^T$  için imge Jakobyan'ı şu şekilde verilir:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{Z} & 0 & \frac{-x}{Z} & -xy & (1+x^2) & -y \\ 0 & \frac{1}{Z} & \frac{-y}{Z} & -(1+y^2) & xy & x \end{pmatrix}}_{J_{xy}} V_c \quad (5)$$

bu eşitlikde

$$x = \frac{x_p - x_c}{f_x}, \quad y = \frac{y_p - y_c}{f_y} \quad (6)$$

burada sırasıyla,  $(x_p, y_p)$  görüntüdeki piksel koordinatlarını,  $(x_c, y_c)$  görüntünün merkez koordinatlarını ve  $(f_x, f_y)$  ise görme sensörünün efektif odak uzunluklarını belirtmektedir.

Eşitlik (6), yeniden düzenlenip türevlendiğinde ve matris formatında yazıldığında, aşağıdaki şu ifade elde edilir.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x & 0 \\ 0 & f_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \quad (7)$$

ve denklem (5)'i (7)'de yerine koyduğumuzda ise şu eşitlik ortaya çıkar

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} f_x & 0 \\ 0 & f_y \end{pmatrix}}_{J_I} J_{xy} V_c \quad (8)$$

$$\dot{s} = J_I V_c \quad (9)$$

bu denklemde  $J_I$  piksel-imge Jakobyan'dır. Gözden-ele (eye-to-hand) durumunda, imge Jakobyan'ı kamera çerçevesinden robotun kontrol çerçevesine olan dönüşümü içermelidir. Bu ilişki robottan-kameraya olan dönüşümle şu şekilde ifade edilir:

$$V_c = T V_R \quad (10)$$

bu ifadede  $V_R$  robot kontrol çerçevesinde elin (end-effector) hız vektörünü belirtir. Robottan-kameraya hız dönüşüm matrisi  $T \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır

$$T = \begin{pmatrix} R & [t]_x R \\ 0_3 & R \end{pmatrix} \quad (11)$$

bu tanımlamada  $[R, t]$ , kamera çerçevesini robotun kontrol çerçevesinin üzerine oturtan dönme matrisi ve öteleme vektörünü ifade eder.  $[t]_x$  ise  $t$  vektörüyle ilişkilendirilmiş ters bakışlı (skew symmetric) matristir.

Eşitlik (10)'u (9)'da yerine koyduğumuzda, görüntüdeki hareketi robot elinin hızıyla ilişkilendiren ifade elde edilir:

$$\dot{s} = \underbrace{J_I T}_{\triangleq \bar{J}_I} V_R = \bar{J}_I V_R \quad (12)$$

bu ifadede  $\bar{J}_I$ , robot kontrol çerçevesinde direkt olarak görsel özniteliklerdeki değişimi robot elinin hızıyla ilişkilendiren yeni imge Jakobyan'ı belirtmektedir.

$k$  tane öznitelik noktasının kullanıldığı durumlarda  $s = [x_1, y_1 \dots x_k, y_k]^T$ ,  $\bar{J}_I$  aşağıdaki gibi istiflenmiş (stacked) imge Jakobyan formatında verilir

$$\bar{J}_I = \begin{pmatrix} \bar{J}_I^1 \\ \vdots \\ \bar{J}_I^k \end{pmatrix} \quad (13)$$

Sistem  $\dot{e} = -\Lambda e$  olacak şekilde ayarlanarak hata fonksiyonunun üstel olarak azalması sağlanmıştır. Eşitlik (12) çözülerek, robot elinin hareketi için gerekli kontrol sinyali şu şekilde elde edilir:

$$V_R = -\bar{J}_I^T \Lambda (s - s^*) \quad (14)$$

bu kontrol sinyalinde  $\Lambda \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  pozitif kazanç matrisini,  $\bar{J}_I^T$  ise imge Jakobyan'ın genel tersini (pseudo-inverse) ifade eder ve  $V_R = (V_x \ V_y \ V_z \ \Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z)^T$  olarak tanımlanmıştır.

### 3.3. Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol

Bu bölümde kompozit Jakobyan'ın bilinmediği varsayılarak, dinamik olarak kestirilmeye çalışılmaktadır. Pozisyonu  $s^*(t)$  olan hareketli bir hedef ve  $s(\theta)$  konumundaki bir robot eli için görüntü üzerinde tanımlanan hata fonksiyonu şu şekilde tanımlanmıştır,

$$e(\theta, t) = s(\theta) - s^*(t) \quad (15)$$

bu fonksiyonda  $s^*(t)$  görüntü üzerinde  $t$  anındaki istek görsel öznitelikleri belirtmektedir. Buradaki kontrol probleminin formülasyonu şu şekilde verilmektedir: öyle bir kontrolör tasarlayın ki eklem hızlarını yönlendiren  $u$  kontrol sinyali hata sıfıra gidecek ( $e \rightarrow 0$ ) şekilde hesaplansın.

#### 3.3.1. Dinamik Jakobyan Tahmini

Sistemin modeli bilinmediği varsayıldığından beri, kompozit Jakobyan  $J^*$ 'yi kestirmek için bir özyineli en küçük kareler (RLS) algoritması [6] kullanılmıştır. Bu işlem, afin modeldeki zamana bağlı değişimlerin ağırlıklı toplamı olarak tanımlanan aşağıdaki enerji fonksiyonunun minimize edilmesiyle başarılmıştır,

$$\varepsilon_k = \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^{k-i-1} \|\Delta m_{ki}\|^2 \quad (16)$$

burada

$$\Delta m_{ki} = m_k(\theta_i, t_i) - m_i(\theta_i, t_i) \quad (17)$$

$m(\theta, t)$ 'nin  $k$ .ıncı nokta etrafında açılmış hali olan  $m_k(\theta, t)$ , aynı zamanda hata fonksiyonu  $e(\theta, t)$ 'nin afin modelidir:

$$m_k(\theta, t) = e(\theta_k, t_k) + \hat{J}_k(\theta - \theta_k) + \frac{\partial e_k}{\partial t}(t - t_k) \quad (18)$$

Eşitlik (18)'in ışığında, (17) aşağıdaki gibi olur,

$$\Delta m_{ki} = e(\theta_k, t_k) - e(\theta_i, t_i) - \frac{\partial e_k}{\partial t}(t_k - t_i) - \hat{J}_k h_{ki}, \quad (19)$$

bu ifadede  $h_{ki} = \theta_k - \theta_i$ ,  $\lambda$  ağırlık çarpanı ise  $0 < \lambda < 1$  sağlar, ve bilinmeyen değişkenler  $\hat{J}_k$ 'in elemanlarıdır.

Minimizasyon probleminin çözümü kompozit Jakobyan için aşağıdaki güncelleme kuralını verir:

$$\hat{J}_k = \hat{J}_{k-1} + (\Delta e - \hat{J}_{k-1} h_\theta - \frac{\partial e_k}{\partial t} h_t)(\lambda + h_\theta^T P_{k-1} h_\theta)^{-1} h_\theta^T P_{k-1} \quad (20)$$

bu denklemde

$$P_k = \frac{1}{\lambda} (P_{k-1} - P_{k-1} h_\theta (\lambda + h_\theta^T P_{k-1} h_\theta)^{-1} h_\theta^T P_{k-1}) \quad (21)$$

ve  $h_\theta = \theta_k - \theta_{k-1}$ ,  $h_t = t_k - t_{k-1}$ ,  $\Delta e = e_k - e_{k-1}$ , ve  $e_k = s_k - s_k^*$ ,  $k$ .ıncı adımdaki robot elinin pozisyonu ile hedefin pozisyonu arasındaki fark olarak tanımlanmıştır.  $\frac{\partial e_k}{\partial t}$  terimi hata fonksiyonunda bir sonraki adımda oluşacak değişimi tahmin eder ve sabit kamera kullanıldığı durumlarda bu değişim direkt olarak hedef grüntüdeki öznitelik vektöründen birinci dereceden fark yöntemiyle tahmin edilebilir:

$$\frac{\partial e_k}{\partial t} \cong -\frac{s_k^* - s_{k-1}^*}{h_t} \quad (22)$$

Ağırlık çarpanı  $0 < \lambda \leq 1$  arasında ve 1'e yakın değerler alındığında geçmişe ait daha fazla bilgi hesaba katılır. Görsel kontrolörlerde Jakobyan tahmini, hedefi takip etmeye yardımcı olacak eklem değişkenlerini  $\theta_k$  bulmakta kullanılacaktır.

#### 3.3.2. Dinamik Gauss-Newton Kontrolörü

Dinamik Gauss-Newton metodu [6] aşağıdaki zamanla değişen enerji fonksiyonu minimize eder,

$$E(\theta, t) = \frac{1}{2} e^T(\theta, t) e(\theta, t) \quad (23)$$

ve eklem değişkenlerini iteratif olarak hesaplar:

$$\theta_{k+1} = \theta_k - (\hat{J}_k^T \hat{J}_k)^{-1} \hat{J}_k^T (e_k + \frac{\partial e_k}{\partial t} h_t) \quad (24)$$

Kontrol yasası ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

$$u_{k+1} = \dot{\theta}_{k+1} = -K_p \hat{J}_k^T (e_k + \frac{\partial e_k}{\partial t} h_t) \quad (25)$$

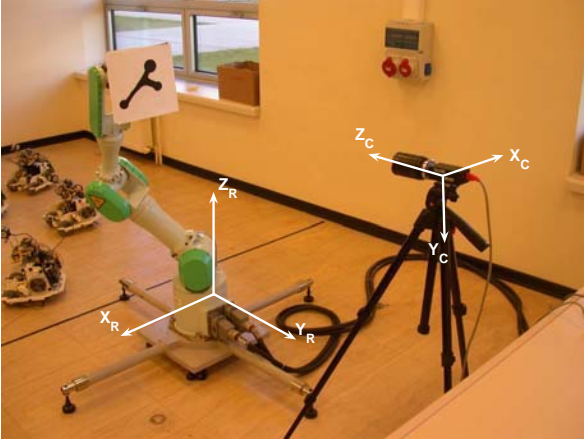
buradaki  $K_p$  ve  $\hat{J}_k^T$  sırası ile pozitif kazanç katsayısını ve  $k$ .ıncı adımdaki tahmini Jakobyan'ın genel tersini ifade eder.

## 4. Deney Sonuçları

Bu bölümde, hem kalibre edilmiş hemde kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrol için deneysel sonuçlar sunulurken önerilen metodun geçerliliği gösterilmiştir.

Deneyler, 7 serbestlik derecesine sahip Mitsubishi PA10 robot kolu ve bir Unibrain Fire-i400 dijital kamera ile gerçekleştirilmiştir. Kamera bir üç ayaklı sehpa (tripod) üzerine sabitlenerek robotun hareketlerini tam karşıdan izleyecek şekilde yerleştirilmiştir. Kameradan elde edilen görüntüler  $320 \times 240$  çözünürlüktedir. Çalışma düzeneği Şekil 4'de gösterilmiştir. Görsel kontrol ve görüntü işleme modülleri OpenCV kütüphanesi yardımıyla VC++ 6.0'da kodlanmış ve 1GB Ram'e sahip P4 2.26GHz bir masaüstü bilgisayarda çalıştırılmıştır.

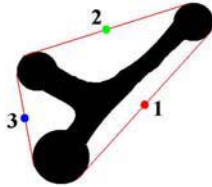
Şekil 5 deneylerde kullanılan test eğrisini gösterir. Bu eğri bir düzlem üzerinde robotun eline oynamaz (rigid) bir şekilde takılmıştır. Bu şeklin iki noktada teğetlerinin kontak noktaları bu bildiride önerilen algoritma ile elde edilmiştir. Görsel geri beslemeli kontrol için, iki noktada teğetlerin kontak noktaları yada onlardan hesaplanan orta noktaları kullanılabilir, Şekil 5'de 1, 2 ve 3 numaralarıyla gösterilen noktalara bakınız. Bu orta noktalar, projektif değişmez olan bitangent noktalarından



Şekil 4: Çalışma düzeneği.

farklı olarak afin değişmez özelliğe sahiptirler. Bakılan manzaranın derinliği kameraya olan uzaklığına göre çok küçük kalıyorsa zayıflatılmış perspektif izdüşüm (weak-perspective projection) varsayımı yapılabilir. Deneylerde zayıflatılmış perspektif izdüşüm varsayımı yapılmış ve görsel öznitelik vektörü  $s$  bitangent noktalarının orta noktalarından oluşacak şekilde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$s = [x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3]^T.$$



Şekil 5: Test eğrisi ve öznitelik noktaları.

Perspektif izdüşümün geçerli olduğu durumlarda yani zayıflatılmış perspektif izdüşüm sağlanmadığında, bitangent noktaları direkt olarak görsel öznitelik vektörünün oluşturulmasında kullanılabilir.

Hizalama görevi için eğrinin istek duruşu, çevrimdışı konumda iken robot kendi kontrol çerçevesinin  $xz$ -düzleminde belirli bir zaman aralığı için  $V_x$ ,  $V_z$  ve  $\Omega_y$  hızları ile hareket ettirilerek elde edilmiştir. Sonuç olarak, istek görsel öznitelik vektörü  $s^*$ , bu referans duruştan oluşturulmuştur.

#### 4.1. Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol Sonuçları

Kameranin kaba kalibrasyonu sonucunda  $f_x = 1000$ ,  $f_y = 1000$ ,  $x_c = 160$ ,  $y_c = 120$  olarak hesaplanmış ve  $Z = 2000$  mm olacak şekilde ayarlanmıştır. Robotun taban çerçevesi kameradan  $z$  ekseninde  $2000$  mm ve  $y$  ekseninde  $1000$  mm uzakta olacak şekilde konumlandırılmıştır. Böylece, aşağıdaki

tanımlamar elde edilmiştir,

$$R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad t = \begin{pmatrix} 0 \\ 1000 \\ 2000 \end{pmatrix}$$

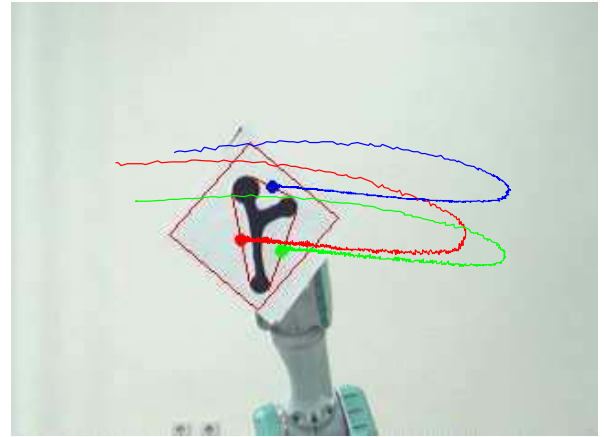
bu tanımlamalarda  $R$  dönme matrisini ve  $t$  öteleme vektörünü ifade eder.  $R$  ve  $t$  daha sonra robottan-kameraya olan dönüşüm matrisi  $T$ 'yi oluşturmak için kullanılmaktadır. Katsayı matrisi  $\Lambda$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$  için  $\Lambda_i = 0.3$  olacak şekilde düzenlenmiştir. Kontrol girdisi ise şu şekilde tanımlanmıştır,

$$u = (V_x \quad V_z \quad \Omega_y)^T$$

bu ifadede  $u$ ,  $xz$ -düzlemindeki öteleme ve  $y$ -ekseni etrafındaki dönme hareketi için sırasıyla  $V_R$ 'nin 1., 3. ve 5. elemanlarının birleşiminden oluşturulmuştur. Şekil 6 ilk ve bitiş görüntüleri gösterir. Şekil 7 görsel özniteliklerin görüntü üzerindeki yörüngelerini sunmaktadır. Hizalama hataları ve kontrol sinyalleri ise Şekil 8-9'de çizdirilmiştir. Sonuç olarak hizalama hatasının normunun 1 pikselden az olduğu gözlemlenmiştir.



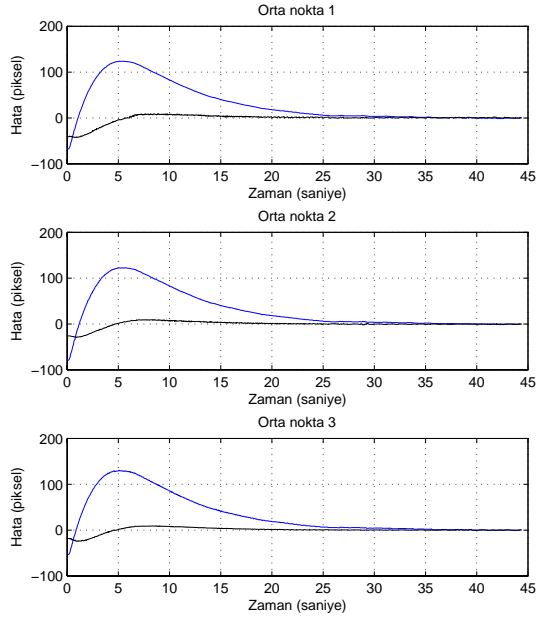
Şekil 6: Başlangıç ve bitiş görüntüleri



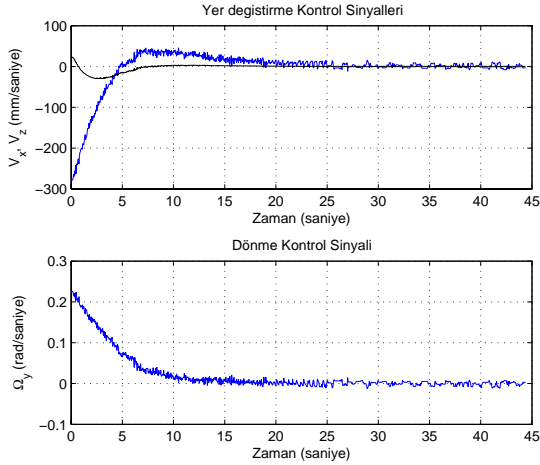
Şekil 7: Görüntü üzerinde özniteliklerin yörüngeleri

#### 4.2. Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol Sonuçları

Burada, kompozit Jakobyian  $J \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  özyineli olarak kestirilmesi sebebiyle, kalibrasyon parametrelerine ihtiyaç duyulmamaktadır. PA10 robot kolunun elini hareket ettirmek için



Şekil 8: Hizalama hataları



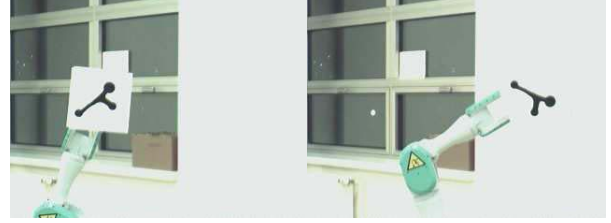
Şekil 9:  $V_x$ ,  $V_z$  ve  $\Omega_y$  kontrol sinyalleri

sadece 3 adet eklem (2., 4. ve 6.) kullanılmış geriye kalan 4 eklem kilitlenmiştir. Kontrol parametreleri  $\lambda = 0.96$  ve  $K_p = 0.6$  olarak ayarlanmıştır. Kontrol girdisi ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır,

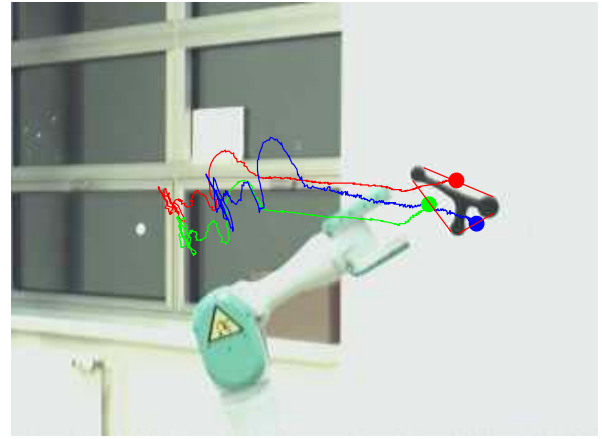
$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \Omega_2 & \Omega_4 & \Omega_6 \end{pmatrix}^T$$

bu eşitlikte  $\Omega_2$ ,  $\Omega_4$  ve  $\Omega_6$  eklem hızlarını ifade etmektedir. Şekil 10 ilk ve bitiş görüntüleri gösterirken, Şekil 11 görüntü

üzerindeki görsel öznitelik yörüngelerini göstermektedir. Hizalama hataları ve kontrol sinyalleri ise sırasıyla Şekil 12-13'de çizdirilmiştir. Sonuç olarak hizalama hatasının normunun 1.5 pikselden az olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 10: Başlangıç ve bitiş görüntüleri



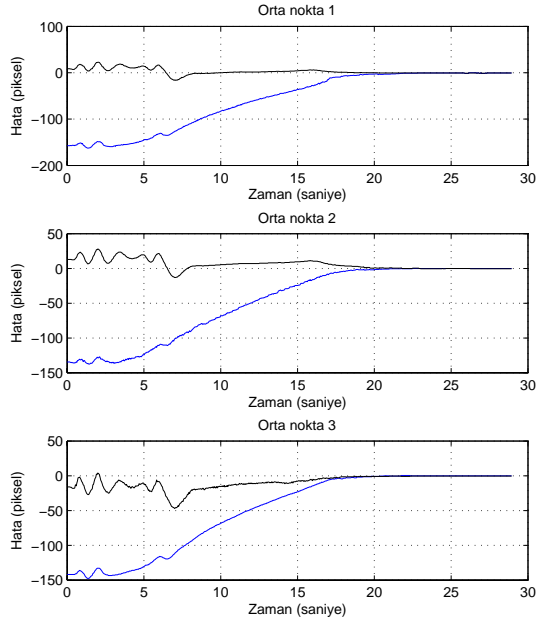
Şekil 11: Görüntü üzerinde özniteliklerin yörüngeleri

### 4.3. Tartışma

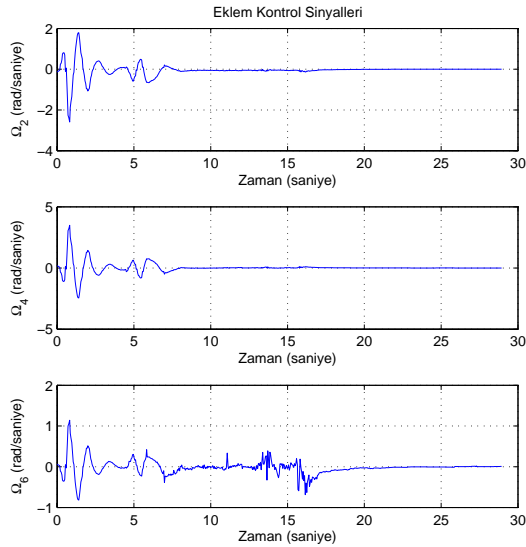
Her iki görsel geri beslemeli kontrol yaklaşımında hizalama görevleri 1.5 pikselden daha az bir hata ile gerçekleştirilmiştir ki, buda robotun çalışma uzayında 5 mm'lik bir hataya denktir. Robot istek duruşa (desired pose) ilerlerken görülebilirlik kalibre edilmiş metod daha yumuşak ve düzgün yörüngeler çizmektedir, kalibre edilmemiş olan ise Jakobyen'ı doğru değerine yakınsayana kadar belirsiz ve ani davranışlar göstermektedir. Bölge takibi, eğri tespiti ve kontak noktalarının çıkartılması modülleri hesaplama süresi olarak yaklaşık sırası ile 13 ms, 5 ms ve 4 ms zaman almaktadır.

## 5. Sonuçlar

Bu bildiriye, iki noktada teğetler, kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrol yöntemlerini dizayn etmek için kullanılmışlardır. Bu tasarlanan kontrol yöntemleri daha sonra sabit bir kamera vasıtasıyla düzlemsel nesneleri hizalamak için çalıştırılmıştır. Ne yazık ki, bu metodun geçerliliği hizalanacak eğrinin şekli en az bir tane içbükey içerdiği durumlarda geçerlidir. Deneyisel sonuçlar önerilen yöntemi geçerli kılmıştır. Hizalama görevleri yaklaşık olarak 5 mm doğrulukla gerçekleştirilmiştir.



Şekil 12: Hizlama hataları

Şekil 13:  $\Omega_2$ ,  $\Omega_4$  ve  $\Omega_6$  kontrol sinyalleri

## 6. Teşekkür

Bu çalışma 106E040 numaralı proje kapsamında Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] N.J. Ayache and O.D. Faugeras, HYPER: A new approach for the recognition and positioning of two-dimensional objects, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, no. 1, pp. 44-54, 1986.
- [2] C. A. Rothwell, A. Zisserman, D. A. Forsyth and J. L. Mundy, Planar Object Recognition using Projective Shape Representation, *International J. of Computer Vision*, vol. 16, pp. 57-59, 1995.
- [3] Hemant D. Tagare, Shape-based non-rigid correspondence with application to heart motion analysis, *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 18, no. 7, pp. 570-578, 1999.
- [4] G. D. Hager. A modular system for robust positioning using feedback from stereo vision. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 13, no. 4, pp. 582-595, 1997.
- [5] S. Hutchinson, G. D. Hager, and P. I. Corke, A tutorial on visual servo control, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 12, no. 5, pp. 651-670, 1996.
- [6] J. A. Piepmeyer, H. Lipkin, Uncalibrated Eye-in-Hand Visual Servoing, *The International Journal of Robotics Research*, 2003.
- [7] Y.Lamdan, J.T.Schwartz, and H.J. Wolfson. Object recognition by affine invariant matching. *In Proc. CVPR*, pages pp. 335-344, 1988.
- [8] Jacopo Piazzi, Domenico Prattichizzo, Noah J. Cowan, Auto-epipolar Visual Servoing, *International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2004.
- [9] J.Sklansky.Measuring concavity on a rectangular mosaic. *IEEE Trans Comput.* vol. 21, pp. 1355-1364, 1972.
- [10] J. L. Mundy, Andrew Zisserman, *Geometric invariance in computer vision*, The MIT Press, 1992.
- [11] S. Benhimane and E. Malis, Real-time image-based tracking of planes using efficient second-order minimization, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots Systems*, Sendai, Japan, October 2004.









# Hamiltonian Sistemlerin Ayırık-zamanlı Modellenmesi için Bir Yöntem

Yaprak Yalçın<sup>1</sup>, Leyla Gören Sümer<sup>2</sup>

Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak İstanbul

<sup>1</sup>yaprak@elk.itu.edu.tr, <sup>2</sup>goren@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, sürekli Hamiltonian sistemlerin, doğrudan sayısal kontrol tasarımına uygun, ayırık zaman modelinin elde edilmesi için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntem sonucunda elde edilen ayırık zamanlı model, bir “simplektik fark sistemi” tanımlamakta ve aynı zamanda enerji korunumlu olma özelliğine sahip olmakta yani sistemin Hamiltonian yapısı korunmaktadır. Önerilen yöntem kayıplı ve kayıpsız çeşitli Hamiltonian sistemlere uygulanmış ve benzetim sonuçları üzerinden doğruluğu sınanmıştır.

## 1. Giriş

Bilindiği gibi Hamiltonian sistemler, geniş bir sınıf fiziksel sistemin (mekanik, elektrik, elektromekanik, robotik vs.) davranışını betimlemeye uygun doğrusal olmayan bir sistem modelidir. Bu yapının önemli özellikleri şöyle özetlenebilir; kayıplı olma, pasif olma, kayıpsız olma ve enerji korunumlu olma gibi kavramların doğrudan karşılıklarının var olması ve doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizini için gerekli depo ve kayıp fonksiyonlarının doğrudan enerji fonksiyonları cinsinden ifade edilebilmesidir. Örneğin Hamiltonian fonksiyon sistemin toplam enerjisine yani depo fonksiyonuna karşı düşerken bu fonksiyonun bazı özellikleri kayıplı olma, enerji korunumlu olma vb. gibi kavramlara karşı düşecektir.

Diğer taraftan, günümüz teknolojisinde kontrolör gerçeklemeleri genellikle bilgisayarlarla (işlemcilerle) yapılmaktadır. Tasarlanan kontrolörün bu gerçeklemeye uygun olan biçimde ifade edilebilmesi gereklidir. Sayısal gerçeklemeye uygun kontrolör tasarımının yaygın kullanılan iki yolu bulunmaktadır. Bu yöntemlerden biri emülasyon yöntemi olarak adlandırılan yöntemdir. Bu yöntem, sürekli sistem modeli kullanılarak elde edilen kontrolörden, genellikle tustin dönüşümü kullanılarak, z-tanım bölgesindeki kontrolör transfer fonksiyonunun elde edilmesi şeklinde özetlenebilir. Diğer ise doğrudan sayısal tasarım yöntemi olarak bilinen yöntemdir. Bu yöntem ise, sürekli sistemin ayırık zaman modeli üzerinden doğrudan ayırık zamanlı kontrolör tasarlama yöntemidir. Emülasyon yönteminde, kullanılan ayırıklaştırma yöntemine ve seçilen örnekleme periyoduna bağlı olarak kapalı çevrimli sistemin kararlılık ve davranış özellikleri beklenenden farklı olabilir. Özellikle karmaşık kontrolör yapılarında, beklenen davranış ancak örnekleme periyodunun çok küçük değerleri için mümkün olabilir bu da sistemin maliyetin artmasına, hatta gerçeklemede aşılması mümkün olmayan bazı sorunlara neden olabilir. Doğrudan sayısal tasarım yönteminde ise kapalı çevrimli sistemden beklenen davranış sağlayan bir sayısal kontrolörün tasarlanması için, kontrol edilecek sistemin sürekli davranışına ilişkin temel

özellikleri taşıyan bir ayırık zamanlı modelinin elde edilmesi yeterlidir. Bu nedenle özellikle karmaşık, lineer olmayan sistemler için kontrol tasarımına uygun genel bir ayırık zaman model elde etme yöntemleri uygulama açısından önemlidir.

Kontrol literatüründe, Hamiltonian sistemler için ayırık zamanlı bir model kullanan tek çalışma Astolfi ve Laila (2005)’a aittir [1]. Bu çalışmada sistemin ayırık modelini elde etmek için Euler yöntemi kullanılmıştır. Aynı yazarların ait [2] ve [3] çalışmalarında da değinildiği gibi, bu yöntem sürekli sisteme ilişkin diferansiyel denklem yapısını koruyan, basit ancak çok yaklaşık bir modeldir. Bu yöntem kullanılarak elde edilen ayırık zamanlı model, Hamiltonian sistemlerin değişmezleri olan, “enerji korunumlu” olma ve “simplektik” olma özelliklerini taşımaktan uzaktır [2, 3]. Örneğin, ileri Euler yöntemi orjinal faz uzayı hacmini önemli ölçüde artırırken, geri Euler yöntemi bu hacmi önemli ölçüde azaltmaktadır yani ayırıklaştırma sistemin simplektik olma özelliğini bozmaktadır. Zaten, literatürde Euler yöntemi için sadece birinci dereceden doğruluğa sahiptir denir [4]. Astolfi ve Laila’nın [1] de kullandıkları ayırık zamanlı model, enerji korunumlu olmamakla beraber orjinal sistemin enerji yapısını koruyan bir modeldir.

İdeal olarak “bir sürekli Hamiltonian sistemin” ayırık zaman modelinin de “bir ayırık zaman Hamiltonian sistem” yapısında olması beklenir. Hamiltonian sistem yapısının belirleyici özellikleri ise, enerji korunumlu ve simplektik olmasıdır [5]. Matematik literatürde çeşitli amaçlar için ayırık Hamiltonian sistemler konusu ele alınmıştır. Bu çalışmaların bir bölümünde, ayırık Hamiltonian sistemler “simplektik fark sistemleri” veya “ayırık simplektik sistemler” başlıkları altında değerlendirilmiş ve çeşitli incelemeler yapılmıştır [6, 7, 8, 9]. Bu konu ile ilgili çalışmaların diğer bölümü ise, Hamiltonian dinamiklerinin sayısal hesaplanmasında kullanılan entegrasyon yöntemleri üzerinedir. Hamiltonian yapısının değişmezleri olan simplektik ve enerji korunumlu olma özelliğini aynı anda sağlanmasının güçlüğü ve var olan sayısal entegrasyon yöntemlerinin yetersiz kalması nedeni ile çalışmaların önemli bir bölümü bu konudur. Var olan entegrasyon yöntemlerinin incelemesinin de yapıldığı bu konudaki en kapsamlı çalışmalardan biri olarak [10] verilebilir.

Bu çalışmada, Hamiltonian sistemlerin, doğrudan sayısal kontrol tasarımına uygun, ayırık zaman modelinin elde edilmesi için bir yöntem önerilmiştir. Bu yöntem sonucunda elde edilen ayırık zamanlı model, bir “simplektik fark sistemi” tanımlamakta ve aynı zamanda enerji korunumlu olma özelliğine de sahip olmaktadır. Önerilen yöntem kayıplı

ve kayıpsız çeşitli Hamiltonian sistemlere uygulanmış ve benzetim sonuçları üzerinden de doğruluğu sınanmıştır.

## 2. Sürekli ve Ayrık Hamiltonian Sistemler

Daha önce de söz edildiği gibi bu çalışmanın amacı, sürekli Hamiltonian sistemlerin doğrudan sayısal kontrolünde kullanılabilecek bir ayrık zaman modelinin elde edilmesidir. Elde edilen ayrık zaman modelin, Hamiltonian olma özelliğini yani hem enerji korunumlu ve hem de simplektik olma özellikleri taşıması hedeflenmiştir. Bu nedenle bu bölümde kısaca sürekli ve ayrık Hamiltonian sistemler, ayrıca ayrık gradyan kavramı tanıtılacaktır.

### 2.1. Sürekli Hamiltonian Sistemler

Kapı kontrollü Hamiltonian (PCH) sistem yaklaşımı, geniş bir sınıf lineer olmayan sistemleri ortak çalışma zemininde hem modellemek ve hem de kontrol etmek için ortaya konmuştur. Literatürde, bu konu ile ilgili çok sayıda çalışma vardır, örnek olarak A. van der Schaft 2000, [11] R. Ortega *et al.* 2002 [12], R. Ortega *et al.* 2004 [13] verilebilir. Genel olarak, PCH yaklaşımının, çoğunlukla lineer olmayan, özellikle elektrik ve mekanik alt sistemlerin birleşiminden oluşan karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için kullanıldığı söylenebilir. Kapı kontrollü Hamiltonian sistemler genel olarak ;

$$\frac{dx(t)}{dt} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u(t)$$

$$y(t) = g^T(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \quad (1)$$

şeklinde tanımlanırlar, burada  $x(t) \in R^n$  yerel koordinatlarda tanımlanmış durum vektörü  $u(t) \in R^m$  giriş ve  $y(t) \in R^m$  çıkış vektörleridir.  $J(x) = -J^T(x)$  matrisi, sistemin iç bağlantı yapısını,  $R(x) = R^T(x)$  matrisi ise sistemin kayıp yapısını belirler. Son olarak,  $H(x)$ , sistemin toplam enerjisini göstermek üzere, sistemin enerji yapısını ve  $g(x)$  vektörü de kapı yapısını belirler.

Yukarıdaki modelde yerel koordinatlar yerine genelleştirilmiş koordinatlar kullanılıp, kayıpsız ve girişi olmayan bir sistem ele alınırsa;

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix} \nabla H(q, p) = J \nabla H(q, p) \quad (2)$$

şeklinde salt Hamiltonian sistem elde edilir. Burada  $H(q, p)$  sistemin toplam enerji fonksiyonu  $P(q)$  potansiyel enerji fonksiyonu olmak üzere;

$$H(q, p) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + P(q) \quad (3)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + P(q)$$

şeklinde tanımlanır. Bu çalışmada ayrık zaman modeli elde edilecek sistemler, matematik modeli (2) deki gibi verilen salt Hamiltonian sistemlerin kayıplı ve kayıpsız halleri olacaktır.

### 2.2. Ayrık Hamiltonian Sistemler

Ayrık Hamiltonian sistemler, “simplektik fark sistemleri” veya “ayrık simplektik sistemler” başlığı altında incelenirler

[7, 9]. Simplektik fark sistemi veya ayrık simplektik sistem olarak bilinen sistemler aşağıdaki gibi tanımlanır.

**Tanım 1:**  $(2n \times 2n)$  boyutlu simplektik fark sistemi;

$$z(k+1) = S_k z(k), \quad k \in I \quad (4)$$

şeklinde tanımlanır, burada  $S_k$  simplektik bir matristir yani tüm  $k$  değerleri için,

$$J = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

şeklinde  $J = -J^T$  özelliğinde bir matris olmak üzere,

$$S_k^T J S_k = J \quad \text{ya da eşdeğer olarak} \quad S_k J S_k^T = J \quad (6)$$

ilişkisini sağlar. □

### 2.3. Sürekli ve Ayrık Gradyan Tanımları

**Tanım 2 :**  $V(x)$  sürekli bir fonksiyon ise,  $V(x)$  'in gradyanı,

$$\nabla V(x) := \text{grad} V(x) = \left[ \frac{\partial V}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right]^T \quad (7)$$

biçiminde tanımlanır. □

**Tanım 3:**  $V(x)$ ,  $x \in R^n$  'in türevlenebilir bir fonksiyonu olsun.  $\bar{\nabla} V(x(k), x(k+1))$  sürekli ise ve

$$\begin{cases} \bar{\nabla} V(x(k), x(k+1))^T [x(k+1) - x(k)] \\ = V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ \bar{\nabla} V(x(k), x(k)) = \nabla V(x) \end{cases} \quad (8)$$

ilişkisini sağlıyorsa bir ayrık gradyandır [10]. □

## 3. Yöntem

Bu bölümde sürekli bir Hamiltonian sisteme ilişkin ayrık simplektik sistem yapısında ve enerji korunumlu ayrık zamanlı bir model türeten bir yöntem sunulacaktır. Bu amaç için, aşağıdaki Hamiltonian sistemi ele alalım;

$$\frac{dx}{dt} = J \nabla H(x) \quad (9)$$

Burada  $J$ , tanımı (5) de verilen antisimetrik bir matris,  $H(x)$  ve  $\nabla H(x)$  ise  $Q(x) = Q^T(x)$  ve  $P(x) = P^T(x)$  olmak üzere aşağıdaki biçimde tanımlanmış fonksiyonlar olsun.

$$H(x) = \frac{1}{2} x^T Q(x) x, \quad \nabla H(x) = P(x) x \quad (10)$$

Bu durumda, enerji fonksiyonunun zamana göre türevi,

$$\frac{dH}{dt} = \dot{x}^T \Delta H = \dot{x}^T P(x) x \quad (11)$$

şeklinde yazılabilir. Enerji fonksiyonunun, yörünge üzerindeki iki ayrı noktada aldığı değerler arasındaki fark ise aşağıda gösterildiği gibi iki ayrı biçimde yazılabilir;

$$H(x_2) - H(x_1) = \frac{1}{2} x_2^T Q(x_2) x_2 - \frac{1}{2} x_1^T Q(x_1) x_1 \quad (12)$$

$$H(x_2) - H(x_1) = (x_2^T - x_1^T) \hat{P}(x_1, x_2) (x_2 + x_1) / 2$$

$$= \frac{1}{2} x_2^T \hat{P}(x_1, x_2) x_2 - \frac{1}{2} x_1^T \hat{P}(x_1, x_2) x_1 \quad (13)$$

Birinci ilişkinin doğrudan enerji fonksiyonu ifadesi kullanılarak, diğerinin ise enerji fonksiyonunun gradyanından yararlanılarak elde edildiği kolaylıkla görülebilir. İkinci ilişkinin doğruluğu  $x_1, x_2$  noktalarının birbirine yakınlığı ve  $\hat{P}(x_1, x_2)$  matris değerli fonksiyonun uygun seçimi ile

ilişkilidir. Ancak, sonsuz küçük farklar için elbette iki ilişki birbirine tam olarak eşdeğerdir.

Sürekli Hamiltonian sistemin ayırık zamanlı bir modelinin elde edilmesi için bu çalışmada önerilen yöntemde kullanılan ayırık gradyan tanımı aşağıda verilmiştir.

**Tanım 4:** Skaler bir fonksiyon  $H(x)$  'in gradyanı  $\nabla H(x) = P(x)x$  biçiminde verilmiş olsun. Bu durumda ayırık gradyan olarak,

$$\bar{\nabla} H = \hat{P}(x(k+1), x(k)) \left[ \frac{x_{k+1} + x_k}{2} \right] \quad (14)$$

tanımlanmıştır, bu tanımda

$$\hat{P}(x(k+1), x(k)) = [P(x(k+1)) + P(x(k))]/2 \quad (15)$$

biçimindedir. □

**Önerme 1:** Tanım 4'de (14) ve (15) ilişkileri ile verilen ayırık gradyan tanımı, Tanım 3'de verilen koşulları sağlar.

**İspat:** Tanım 3'de (8) ilişkisi ile verilen koşullardan ilki Tanım 4' de verilen ayırık gradyan için yazıldığında,

$$\begin{aligned} H(x_{k+1}) - H(x_k) &= \\ &= [x_{k+1}^T - x_k^T] \bar{\nabla} H(x_{k+1}, x_k) = \\ &= [x_{k+1}^T - x_k^T] \hat{P}(x_{k+1}, x_k) \left[ \frac{x_{k+1} + x_k}{2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} x_{k+1}^T \hat{P}(x_{k+1}, x_k) x_{k+1} - \frac{1}{2} x_k^T \hat{P}(x_{k+1}, x_k) x_k \end{aligned} \quad (16)$$

elde edilir. Bu ilişkinin doğruluğu (13) eşitliği göz önüne alındığında kolayca görülmektedir. İlişki (8)'in ikinci koşulu (14) ve (15) ile verilen ayırık gradyan için yazılırsa,

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} H(x(k), x(k)) &= \hat{P}(x_k, x_k) \left[ \frac{x_k + x_k}{2} \right] = \\ &= \frac{[P(x_k) + P(x_k)]}{2} \left[ \frac{x_k + x_k}{2} \right] = \\ &= P(x_k) x_k = P(x) x|_{x=x_k} = \nabla H(x_k) \end{aligned} \quad (17)$$

şeklinde doğrulanmış olur. □

**Önerme 2:** Aşağıda verilmiş olan matris, simplektik bir matristir;

$$F = [I - JP]^{-1} [I + JP] \quad (18)$$

burada  $J$  matrisi (5) de tanımlanan matris,  $P$  ise  $P = P^T$  özelliğindedir.

**İspat:**  $F$  matrisinin simplektik olduğu, (6) da yani  $FJF^T = J$  ilişkisinde yerine yazılırsa kolaylıkla doğrulanır. □.

Sürekli Hamiltonian bir sistemin, Hamiltonian yapısını koruyan ayırık zamanlı modelini veren yönteme ilişkin Teorem aşağıda verilmiştir.

**Teorem:** Hamiltonian sistem  $\dot{x} = J \nabla H(x)$  'in

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= F_k x_k \\ x_{k+1} &= [I - J\Phi_k]^{-1} [I + J\Phi_k] x_k \end{aligned} \quad (19)$$

ilişkisi ile verilen ayırık zamanlı modeli ayırık simplektik bir sistem tanımlar ve bu sistem enerji korunumludur. Burada  $T$  örnekleme periyodu olmak üzere,

$$\Phi_k = \frac{T}{4} [P(x_{k+1}) + P(x_k)] \quad (20)$$

biçiminde tanımlanmıştır.

**İspat:** Önerme 2 ve Tanım 1, (19) ile verilen modelin bir ayırık simplektik sistem tanımladığını doğrular. Bu sistemin enerji korunumlu olduğunu göstermek için (19) ilişkisi,

$$\begin{aligned} [I - J\Phi_k] x_{k+1} &= [I + J\Phi_k] x_k \\ x_{k+1} - J\Phi_k x_{k+1} &= x_k + J\Phi_k x_k \end{aligned}$$

$$x_{k+1} - x_k = J\Phi_k [x_{k+1} + x_k]$$

şeklinde yazalım. Bu ilişki, (14) de verilen ayırık gradyan tanımı ve (20) ilişkisi ile beraber değerlendirildiğinde,

$$x_{k+1} - x_k = J \bar{\nabla} H$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlik soldan  $\bar{\nabla}^T H$  ile çarpılırsa,

$$\bar{\nabla}^T H (x_{k+1} - x_k) = (\bar{\nabla} H)^T J (\bar{\nabla} H)$$

elde edilir ve (13) ilişkisinden,

$$H(x_{k+1}) - H(x_k) = (\bar{\nabla} H)^T J (\bar{\nabla} H) = 0$$

elde edilir.  $J$  matrisinin antisimetrik özelliği iddiayı doğrular. □

**Uyarı 1:** Teorem ile verilen yöntem bir sürekli Hamiltonian sistemden elde edilen veriler kullanılarak bir ayırık zamanlı Hamiltonian sistem elde etmek için uygundur. Ancak, sürekli sistemin parametrelerinden yararlanarak bir ayırık model etmek için kullanılmasında nedensellik sorunu ile karşılaşılacağı açıktır. Bu sorunu aşmak için çeşitli çözümler üretilebilir. Bu çalışmada, elde edilen modelin doğrulanması için yapılan benzetimlerde, hesap karmaşıklığı olmayan bir yol izlenmiş;  $x(k+1)$  'in hesaplanmasında  $x(k+1) \approx F_{k-1} x(k)$  ilişkisi kullanılmıştır. □

#### 4. Simülasyon Sonuçları

Çalışmada önerilen yöntem kullanılarak elde edilen ayırık zamanlı modelin geçerliliğini sınamak için yapılan benzetim sonuçları, bu bölümde sunulmuştur.

Ayrık zamanlı modelin inşası için, sistemlerin sürekli modellerinin,

$$\dot{x} = J \nabla H(x) = J P(x) x, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix}$$

şeklinde verildiği veya elde edilmiş olduğu varsayılmıştır.

Ayrık zamanlı model, salt Hamiltonian sistemler için,

$$x_{k+1} = F_k x_k$$

$$x_{k+1} = [I - J\Phi_k]^{-1} [I + J\Phi_k] x_k$$

$$\Phi_k = \frac{T}{4} [P(x_{k+1}) + P(x_k)]$$

ardışık ilişkileri ve  $x(k+1) \approx F_{k-1} x(k)$  yaklaşıklığı kullanılarak elde edilmiş ve benzetimler de bu model üzerinde yapılmıştır. Kayıplı Hamiltonian sistemlerin ayırık modelleri  $J \rightarrow [J - R(x)]$  alınarak elde edilmiştir. Burada  $R(x)$  sistemin kayıp yapısını belirleyen matristir.

##### 4.1. Lineer Olmayan Osilatör

Ele alınan lineer olmayan sistemin,

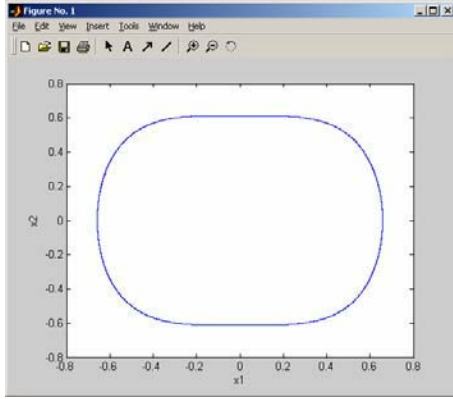
$$H = \frac{1}{2} x^T Q(x) x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2x_1^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

enerji fonksiyonuna göre Hamiltonian modeli

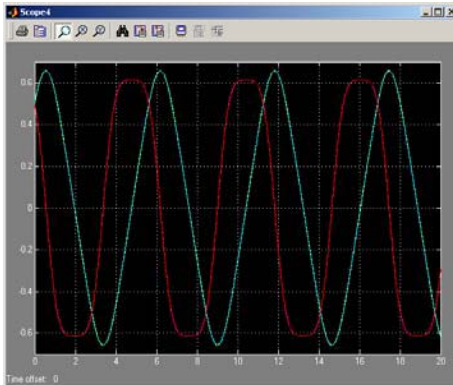
$$\dot{x} = J \nabla H = J \begin{bmatrix} 4x_1^3 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = J P(x) = J \begin{bmatrix} 4x_1^3 & 0 \\ 0 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

biçiminde elde edilmiştir. Ayırık zamanlı model  $T=0.01$  s için elde edilmiş ve benzetim sonuçları, faz portresi ve durum değişkenlerinin zamana göre değişimi karşılaştırmalı olarak, sırasıyla Şekil 1 ve Şekil 2 de verilmiştir.



Şekil 1 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri.



Şekil 2 Sürekli ve ayırık sistemin durum değişkenlerinin zamana göre değişimi.

#### 4.2. van Der Pol Ösilatörü

Bilindiği gibi van Der Pol ösilatörünün dinamik denklemleri

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1$$

şeklinde verilir. Sistemin,

$$H_0 = \frac{1}{2} x^T Q(x) x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

enerji fonksiyonuna göre Hamiltonian modeli,

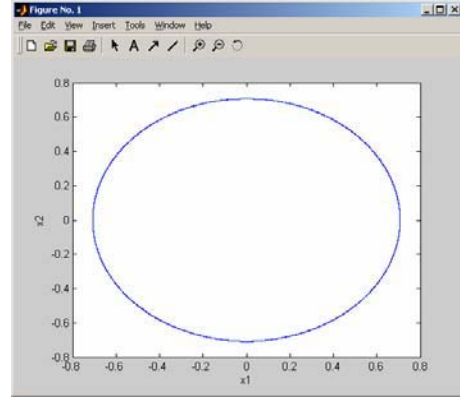
$$\dot{x} = [J - R(x)] \nabla H = [J - R(x)] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = [J - R(x)] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

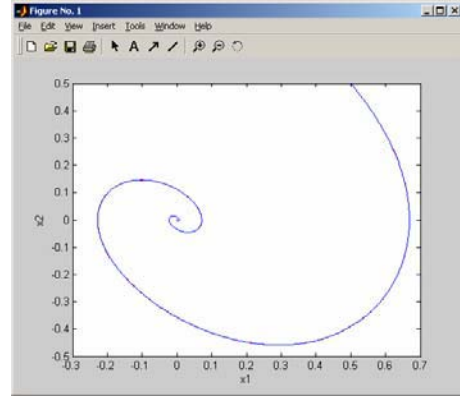
şeklinde elde edilir. Ayırık model elde edilmesinde kullanılan parametreler,

$$P = Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, R(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\mu(1 - x_1^2) \end{bmatrix}$$

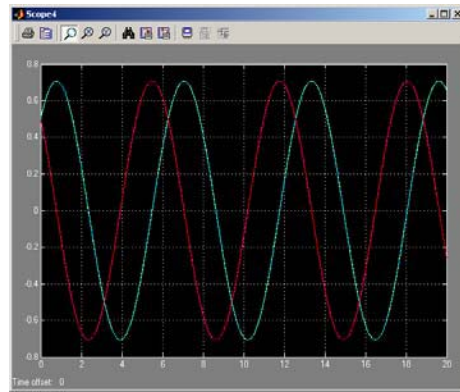
biçimindedir. Ayırık zamanlı model,  $T=0.01$  s için  $\mu=0$  ve,  $\mu=-0.7$  değerleri için elde edilmiş ve benzetim sonuçları, faz portresi ve durum değişkenlerinin zamana göre değişimi karşılaştırmalı olarak, sırasıyla Şekil 3, 4 ve Şekil 5, 6 de verilmiştir.



Şekil 3 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri (kayıpsız durum)



Şekil 4 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri (kayıplı durum)



Şekil 5 Sürekli ve ayırık sistemin durum değişkenlerinin zamana göre değişimi (kayıpsız durum)

#### 4.3. Matematiksel Sarkaç

Sistemin Hamiltonian Modeli ,

$$\dot{q} = \frac{1}{m l^2} p; \dot{p} = -m g l \sin q - K \frac{1}{m l^2}$$

ve enerji fonksiyonu

$$H_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{q^2} (1 - mgl \cos q) & 0 \\ 0 & \frac{1}{2ml^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}$$

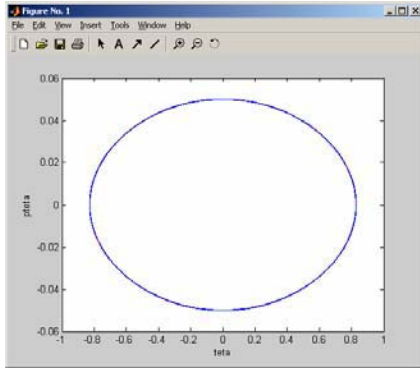
biçiminde verilmiştir. Hamiltonian model,

$$\begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = J \nabla H = J \begin{bmatrix} mgl \sin q \\ p \\ \frac{p}{ml^2} \end{bmatrix} = J P(q, p) \begin{bmatrix} q \\ p \end{bmatrix}$$

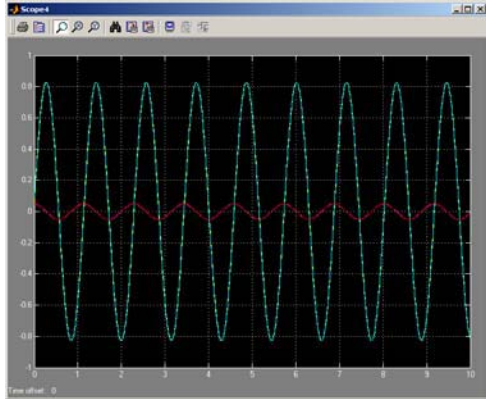
şeklinde yazılabilir. Burada,

$$P(q, p) = \begin{bmatrix} \frac{mgl \sin q}{q} & 0 \\ 0 & \frac{1}{ml^2} \end{bmatrix}$$

dır. Ayırık zamanlı model,  $m = 0.121 \text{ kg}$ ,  $l = 0.3 \text{ m}$  ve  $T = 0.01 \text{ s}$  için elde edilmiş ve benzetim sonuçları, faz portresi ve durum değişkenlerinin zamana göre değişimi karşılaştırmalı olarak, sırasıyla Şekil 7 ve Şekil 8 da verilmiştir.



Şekil 7 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri



Şekil 8 Sürekli ve ayırık sistemin durum değişkenlerinin zamana göre değişimi (kayıpsız durum)

#### 4.4. Çift Sarkaç

Çift sarkaç sisteminin Hamiltonian modeli,  $m_1$ ,  $m_2$  sırasıyla sarkaç kollarına bağlanmış ağırlıkların kütleleri,  $l_1$ ,  $l_2$  ise kol boylarını göstermek üzere;

$$p_1 = \frac{1}{\theta_1} [(m_1 + m_2)gl_1 \sin \theta_1 + C_1 - C_2]$$

$$p_2 = \frac{1}{\theta_2} [m_2 gl_2 \sin \theta_2 - C_1 + C_2]$$

$$p_3 = \frac{l_2 p_{\theta_1} - l_1 p_{\theta_2} \cos(\theta_1 - \theta_2)}{p_{\theta_1} l_1 l_2^2 [m_1 + m_2 \sin^2(\theta_1 - \theta_2)]}$$

$$p_4 = \frac{l_1 (m_1 + m_2) p_{\theta_2} - l_2 m_2 p_{\theta_1} \cos(\theta_1 - \theta_2)}{p_{\theta_2} l_1 l_2^2 m_2 [m_1 + m_2 \sin^2(\theta_1 - \theta_2)]}$$

$$C_1 = \frac{p_{\theta_1} p_{\theta_2} \sin(\theta_1 - \theta_2)}{l_2 l_1 [m_1 + m_2 \sin^2(\theta_1 - \theta_2)]}$$

$$C_2 = \frac{l_2^2 m_2 p_{\theta_1}^2 + l_1^2 (m_1 + m_2) p_{\theta_2}^2 - l_1 l_2 m_2 p_{\theta_1} p_{\theta_2} \cos(\theta_1 - \theta_2)}{2 l_1^2 l_2^2 [m_1 + m_2 \sin^2(\theta_1 - \theta_2)]^2} \times \sin[2(\theta_1 - \theta_2)]$$

olmak üzere hesaplanan  $P(x) = \text{diag}[p_i]$  kullanılarak,

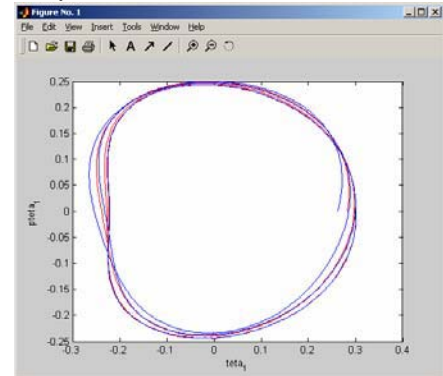
$$\dot{x} = [J - R(x)] \nabla H(x) = [J - R(x)] P(x) x$$

şeklinde yazılabilir. Ayırık zamanlı model  $m_1 = 1 \text{ kg}$ ,

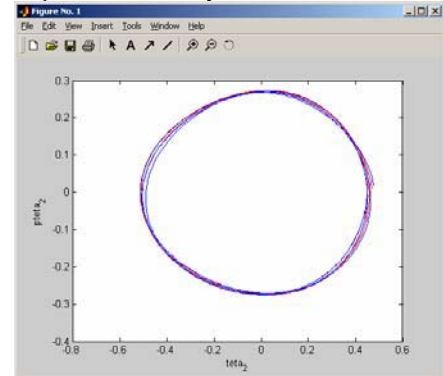
$m_2 = 1 \text{ kg}$ ,  $l_1 = 0.2 \text{ m}$ ,  $l_2 = 0.3 \text{ m}$  ve  $T = 0.005 \text{ s}$  için elde edilmiş ve benzetim sonuçları; kayıpsız durum yani  $R(x) = 0$  için faz portresi ve durum değişkenlerinin zamana göre değişimi karşılaştırmalı olarak, sırasıyla Şekil 9, 10 ve Şekil 11 de verilmiştir. Ayrıca kayıplı durum analizi için kayıp yapısı,

$$R(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.3 I_2 \end{bmatrix}$$

biçiminde alınarak benzetim tekrarlanmış ve benzetim sonuçları faz portresi ve durum değişkenlerinin zamana göre değişimi karşılaştırmalı olarak, sırasıyla Şekil 12, 13 ve Şekil 14'de verilmiştir.

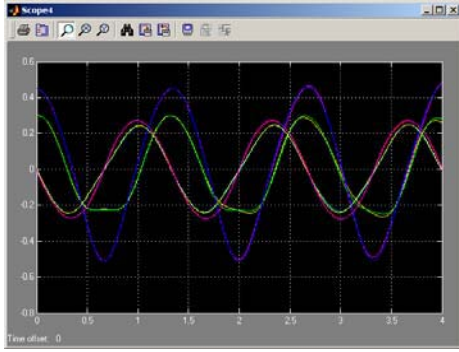


Şekil 9 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri

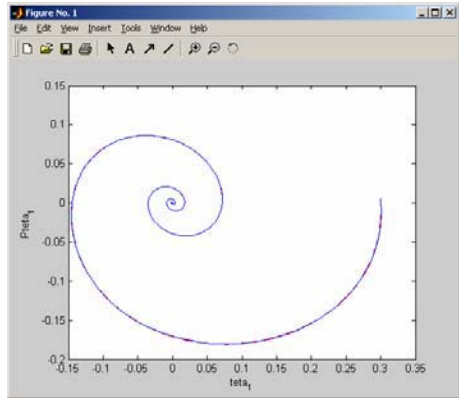


Şekil 10 Sürekli ve ayırık sistemin dinamikleri

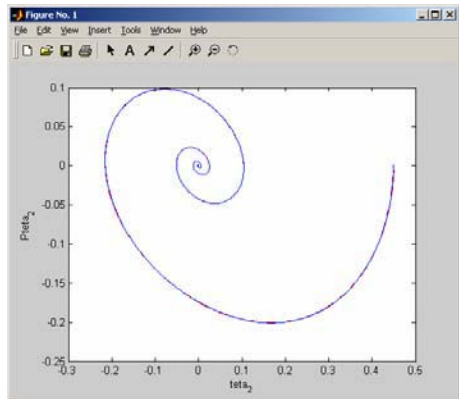




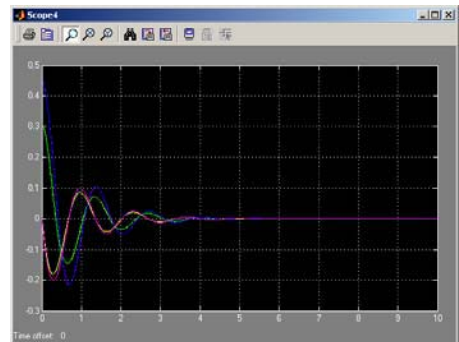
Şekil 11 Sürekli ve ayrık sistemin durum değişkenlerinin zamana göre değişimi (kayıpsız durum)



Şekil 12 Sürekli ve ayrık sistemin dinamikleri



Şekil 13 Sürekli ve ayrık sistemin dinamikleri



Şekil 14 Sürekli ve ayrık sistemin durum değişkenlerinin zamana göre değişimi (kayıplı durum)

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, Hamiltonian sistemlerin, ayrık zaman modelinin elde edilmesi için bir yöntem sunulmuştur. Önerilen yöntemin üstünlükleri; sonuçta elde edilen modelin bir “simplektik fark sistemi” tanımlaması ve aynı zamanda enerji korunumlu olma özelliğini taşıması olarak özetlenebilir. Yöntemin başarımının sınanması için, kayıplı ve kayıpsız çeşitli Hamiltonian sistemlerin ayrık modelleri bu yöntemle elde edilmiş ve karşılaştırmalı -sürekli ve ayrık model çıktıları üzerinden- benzetim işlemleri yapılmıştır. Elde edilen benzetim sonuçları, bu çalışmada yapılan kuramsal analizin sonuçlarına paralel olarak, ayrık zamanlı modelin Hamiltonian dinamikleri betimleme konusunda başarılı olduğunu doğrulamıştır.

## 6. Kaynakça

- [1] D. S. Laila, A. Astolfi, “Discrete-time IDA-PBC design for separable Hamiltonian systems”, Proc. 16th IFAC World Congress, Prague. 2005.
- [2] D. S. Laila, A. Astolfi, “Direct Discrete-time Design for Sampled-data Hamiltonian Control Systems”, 3rd IFAC Workshop on Lagrangian and Hamiltonian Methods for Nonlinear Control, Nogoya, pp.57-62, 2006.
- [3] D. S. Laila, “On discretization and discrete-time stabilization of Hamiltonian systems, ICM, IEEE-CAP, 16 December 2004.
- [4] U. M. Ascher, “Numerical Methods for Time-Dependent PDEs”, Chapter 6, Lecture Notes, 2006.
- [5] Y. Shibberu, “A Discrete-Time Formulation of Hamiltonian Dynamics”, 28, Physica D, June 1997.
- [6] W. Kratz, “Discrete Oscillation”, Journal of Difference Equations and Applications, Vol. 9 (1), pp. 135-147, 2003.
- [7] R. Hilscher, V. Zeidan, “Symplectic difference systems: variable stepsize discretization and discrete quadratic functionals”, Linear Algebra and Its Applications, 367 (2003) 67-104
- [8] Y. Shi, “Weyl-Titchmarsh theory for a class of discrete linear Hamiltonian systems”, Linear Algebra and Its Applications 416, 452-519, 2006.
- [9] M. Bohner, “Linear Hamiltonian Difference Systems: Disconjugacy and Jacobi-Type Conditions” Journal of mathematical analysis and applications, 199, 804-806, 1996.
- [10] R. I. McLachlan, G. R. W. Quispel, N. Robidoux, “Geometric integration using discrete gradients”, The Royal Society, 1998.
- [11] van der Schaft, “L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control, Springer, London, 2000.
- [12] R. Ortega, A.J. van der Schaft, B. Maschke, G. Escobar, “Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems”, Automatica, vol. 38, pp 585-596, 2002.
- [13] R.Ortega, E.Garcia-Canseco, “Interconnection and Damping, Assignment Passivity-Based Control, European Journal of Control, no.5, pp. 432-450, 2004.

## Destek Vektörü Makineleri ile Doğrusal Olmayan Ölü Zamanlı Dinamik Sistemlerin Modellenmesi

Rana Ortaç Kabaoğlu

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Üniversitesi, Avcılar  
rana@istanbul.edu.tr

### Özetçe

Mühendislik problemlerinde çok rastlanılan ölü zamanlı sistemlerin modellenmesinde Sinir Ağları ve Bulanık Sistemler gibi değişik teknikler yaygın olarak kullanılmaktadır. Yeni bir öğrenme yöntemi olan Destek Vektörü Makineleri (SVM), çekirdek tabanlı doğrusal olmayan bir öğrenme makinesidir. Bu yöntemin, modelleme, sistem tanıma, sınıflandırma, yazı karakterize etme, bağlanım, işlev kestirimi, en iyi kontrol alanlarındaki problemlerin çözümünde iyi sonuçlar verdiği bulunmuştur. Bu çalışmada, eğitimde kullanılan farklı girişlerin de uygulandığı test kümesinde iyi bir genelleştirme becerisi ortaya koyan *SVM ile bağlanım* kuramının temelleri ve bunun kullanımı ile ölü zamanlı sistemlerin modellenmesi problemi incelenmektedir.

### 1. Giriş

Sonlu sayıda eğitim verisine sahip, verilen bir öğrenme görevi için en iyi genelleştirme başarımı, özel eğitim kümesi üzerinde varılan kesinlik ile makinenin kapasitesi denen herhangi bir eğitim kümesini hatasız öğrenme yeteneği arasında doğru denge bulunursa gerçekleşecektir. Pratik uygulamalarda geleneksel Sinir Ağları yaklaşımları, genelleştirme ve verilere uyan modelleri üretmede (özellikle küçük veriler için) bazı zorluklarla karşılaşmıştır. Vapnik, 70'lerin sonlarında "Destek Vektörü Makineleri" (SVM) algoritmalarını sunmuştur [1,2]. Bu algoritma, istatistik, makine öğrenimi ve sinir ağlarından pek çok yöntemi birleştirmiştir. Fomülasyonu, Yapısal Riski En Aza İndirme ilkesini (Structural Risk Minimization Principle -SRM) dahil etmektedir. Çekirdek işlevi eşleme (mapping) yönteminin kullanımı ile SVM'ler, küçük veriler üzerinde de iyi bir sınıflandırma veya bağlanım genelleştirmesi sağlayabilir [3,4]. Ayrıca SVM'ler pek çok çekici özelliği ile teorik ve mühendislik uygulamalarında büyüyen bir ilgi görmektedir. Sinir Ağlarından farklı olarak SVM algoritmaları, sınıflandırma veya bağlanım problemini yerel minimumlara takılmadan bir Karesel Programlama problemine dönüştürerek çözebilir. Sinir Ağlarının bir başka olumsuz tarafı da saklı birimlerinin sayısının nasıl seçileceğidir. Doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde de kullanılabilen bir araç olan Destek Vektörü Makineleri, model tanıma, izole edilmiş el yazısı tanıma, nesne tanıma, ses tanıma, görüntüde yüz arama ve yazı karakterize etme gibi konularda ve ayrıca bağlanım (regresyon), işlev kestirimi ve en iyi kontrol alanlarında kullanılmaktadır [5,6].

Bu bildirinin amacı, SVM ile bağlanım yöntemini, ölü zamana sahip sistemlerin modellenmesinde uygulayarak sunmaktır. Bildiri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, SVM ile bağlanım probleminin çözümüne ilişkin yaklaşım anlatılmış, üçüncü bölümde benzetim örneği verilmiştir.

### 2. Destek Vektörü Makineleri ile Bağlanım

Destek Vektörü tekniklerinin bağlanım problemlerinin çözümünde başarı ile uygulanabileceği Vapnik tarafından 1997'de keşfedilmiştir [1]. Örüntü tanıma problemlerinin tersine burada *gerçek-değerli* işlevler söz konusudur.

Destek Vektörü Makineleri doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlerin modellenmesinde etkin bir yöntemdir.

#### 2.1. SVM ile Doğrusal Bağlanım

Giriş-çıkış ilişkisi olan  $f(x)$  işlevinin öğrenilmesi için kullanılacak eğitim verileri kümesi aşağıdaki gibi verilmiş olsun,

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n), \quad x \in R^N, \quad y \in R \quad (1)$$

Burada, giriş verileri  $x$ 'ler,  $N$  boyutlu vektörler ve genelde sistem cevabı olan  $y$ 'ler de skaler değerlerdir. Destek Vektörü Makineleri kestirilecek işlevi aşağıdaki biçimde ele alır; Giriş-çıkış ilişkisi nitelik uzayında,

$$f(x, w) = w^T x + b \quad (2)$$

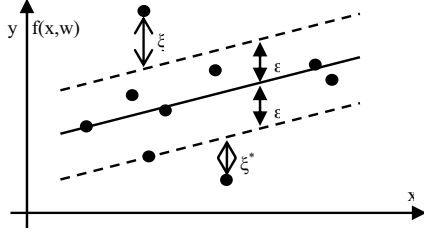
biçiminde doğrusal bir bağlanım modeliyle modellenebilir. Bağlanımda, sınıflandırmadan farklı olarak, 'optimal ayırıcı hiper-düzlem' ile destek vektörleri arasındaki pay (margin) yerine *yaklaşım yanılması* kullanılır. Uygulamada çeşitli kayıp işlevleri bulunmaktadır. Burada kullanılacak kayıp işlevi  $\epsilon$ -toleranslı kayıp işlevi;

$$Y_\epsilon = \begin{cases} 0 & \text{eger } |y - f(x, w)| < \epsilon \\ |y - f(x, w)| - \epsilon & \text{diğer hallerde} \end{cases} \quad (3)$$

SVM ile bağlanımın ana fikri şudur: Kestirim işlevi  $f$ 'nin etrafında  $\epsilon$  yarıçaplı bir tüp veya band tanımlanır (Şekil 1). Eğer  $f$  değeri  $\epsilon$  tüpünün içinde yer alırsa kayıp yok demektir. Bir diğer deyişle tahmin edilen  $f$  ile ölçülen değer  $y$  arasındaki fark  $\epsilon$ 'dan az ise kayıp sıfırdır. Tüpün dışında yer alan diğer tüm tahmin noktaları için kayıp, tahmin noktası ile  $\epsilon$



yarıçapının farkının mutlak değerine eşittir.  $\varepsilon=0$  için Vapnik'in kayıp işlevi, mutlak kayıp işlevine eşittir.



Şekil 1: Destek Vektörü ile doğrusal bağlanım parametreleri

Bağlanım için SVM algoritmasının formülasyonunda yanlış toplamını ifade eden görgül (deneysel ve gözlemsel) riskin ve  $\|w\|^2$  nin eşzamanlı enküçüklenmesi amaçtır. Dolayısıyla doğrusal bir  $f(x, w) = w^T x + b$  bağlanım hiperdüzlemi,

$$R(w, \xi, \xi^*) = \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi + \xi^*) \quad (4)$$

ifadesinin enküçüklenmesi ile  $\xi$  ve  $\xi^*$  esnek değişkenleri cinsinden bulunur. Kısıtlamalar,

$$\begin{aligned} y_i - w^T x_i - b &\leq \varepsilon + \xi \quad i = 1, \dots, n \\ w^T x_i + b - y_i &\leq \varepsilon + \xi^* \quad i = 1, \dots, n \\ \xi &\geq 0 \quad i = 1, \dots, n \\ \xi^* &\geq 0 \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

C, yanlış ile  $\|w\|$  ağırlık vektörü normu arasındaki ödünleşim (tradeoff) parametresidir ve kullanıcı tarafından seçilir. C gibi kullanıcının seçeceği diğer bir parametre olan  $\varepsilon$  değeri de  $\varepsilon$  tüpünün boyutunu belirler. Yukarıdaki kısıtlamalı eniyileme problemi birincil Lagrangian oluşturularak çözülür,

$$\begin{aligned} L := & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \left( \sum_{i=1}^n \xi_i + \sum_{i=1}^n \xi_i^* \right) \\ & - \sum_{i=1}^n \alpha_i (y_i - w^T x_i - b + \varepsilon + \xi_i) \\ & - \sum_{i=1}^n \alpha_i^* (y_i - w^T x_i - b + \varepsilon + \xi_i^*) \\ & - \sum_{i=1}^n (\beta_i^* \xi_i^* + \beta_i \xi_i) \end{aligned} \quad (6)$$

Birincil terimli Lagrangian  $L(w, b, \xi, \xi^*, \alpha_i, \alpha_i^*, \beta_i, \beta_i^*)$ , özgün değişkenlerine göre kısmi türevleri alınıp çözülür ve sonuçlar yerlerine konarak ikincil Lagrangian elde edilir. Karush-Kuhn-Tucker (KKT) koşulları uygulanarak ikincil Lagrangian enbüyüklenir. İkincil eniyileme problemi,

$$\begin{aligned} \max_{\alpha, \alpha^*} W(\alpha, \alpha^*) = & -\varepsilon \sum_{i=1}^n (\alpha_i^* + \alpha_i) + \sum_{i=1}^n (\alpha_i^* - \alpha_i) y_i \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n (\alpha_i^* - \alpha_i) (\alpha_j^* - \alpha_j) x_i^T x_j \end{aligned} \quad (7)$$

kısıtlamalar,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \alpha_i^* &= \sum_{i=1}^n \alpha_i \\ 0 &\leq \alpha_i^* \leq C \quad i = 1, \dots, n \\ 0 &\leq \alpha_i \leq C \quad i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

İkincil Lagrangian sadece  $\alpha$  ve  $\alpha^*$  lagrange çarpanları ile ifade edilmektedir. Öğrenme n adet lagrange çarpan çiftinin  $(\alpha, \alpha^*)$  bir karesel programlama (QP) problemi çözücüsü ile bulunmasıyla sonuçlanır. Sıfırdan farklı olan (serbest)  $\alpha_i$  veya  $\alpha_i^*$  parametrelerinin sayısı Destek Vektörü sayısına eşittir.  $\alpha_i$  ve  $\alpha_i^*$  lagrange çarpanlarının hesaplanmasından sonra bağlanım hiper-düzleminin istenen eniyi ağırlık vektörü aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$w_0 = \sum_{i=1}^n (\alpha_i^* - \alpha_i) x_i \quad (9)$$

w vektörü, sadece girilen eğitim verilerinin doğrusal bir kombinasyonu olarak ifade edilir. Eğitim verileri arasında  $(\alpha_i - \alpha_i^*)$  katsayısı sıfırdan farklı olan x vektörlerine Destek Vektörü denir. Bağlanım hiper-düzleminin eniyi yanlışlık (bias) terimi

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i^T w_0) \quad (10)$$

ile hesaplanır. Bulunanlar birleştirilerek eniyi bağlanım hiper-düzlemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$z = f(x, w) = w^T x + b = \sum_{i=1}^n (\alpha_i^* - \alpha_i) \langle x_i, x \rangle + b \quad (11)$$

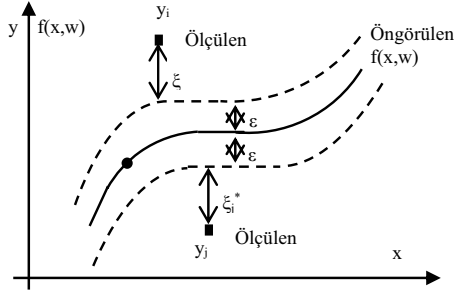
## 2.2. SVM ile Doğrusal Olmayan Bağlanım

Doğrusal olmayan SVM bağlanımında ise, Mercer koşullarını sağlayan ve simetrik kesin pozitif “Çekirdek İşlevleri” kullanılarak doğrusal olmayan giriş uzayından doğrusal bir nitelik uzayına geçilir. Yüksek derecede boyuta sahip olan bu uzayda yapılacak her iç çarpıma denk gelen bir çekirdek işlevi, mevcut uzayda tanımlıdır [7].

$$K(x_i, x_j) = \langle \phi(x_i), \phi(x_j) \rangle \quad (12)$$

Çekirdek işlevinin kullanımı ile (11)’deki çarpımların yapılmasına gerek kalmaz. Doğrusal olan nitelik uzayında SVM ile doğrusal bağlanım algoritması uygulanır. Böylece nitelik uzayında doğrusal olan  $f(x, w) = w^T x + b$  bağlanım hiper-düzlemi, özgün giriş uzayında doğrusal olmayan bağlanım hiper-düzlemi yaratacaktır (Şekil 2).

Pratikte en popüler olan çekirdek işlevleri, polinom çekirdek işlevi, Gauss radyal tabanlı çekirdek işlevi ve spline çekirdek işlevidir.



Şekil 2: Destek Vektörü ile doğrusal olmayan bağlantım parametreleri

SV ile doğrusal olmayan bağlantım formülasyonu aşağıdaki şekilde yazılır.

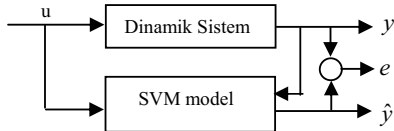
$$f(x, w) = \sum_{i=1}^n (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x) + b \quad (13)$$

$(\alpha_i - \alpha_i^*)$  katsayısı sıfırdan farklı olan  $x$  destek vektörleri ile formül tekrar yazılır.

$$f(x, w) = \sum_{i=1}^{SVs} (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x) + b \quad (14)$$

### 2.3. SVM ile Doğrusal Olmayan Modelleme

SVM bağlantım ile dinamik bir sistemin modelle yapısı Şekil 3 de gösterildiği gibidir.



Şekil 3: Destek Vektörü Makineleri ile modelleme yapısı

Burada  $y$ , dinamik sistemin gerçek çıkışı,  $\hat{y}$ , SVM modelinin çıkışı,  $e$ , gerçek sistem çıkışı ile SVM model çıkışı arasındaki yanılıdır. Bu yanılı modelleme hatasıdır ve SVM nin yaklaşıklık becerisine bağlıdır.  $u$  ise sistemin girişidir.

Gerçek dinamik sistemin bilinmediği varsayılmaktadır. SVM öbeği, sisteme ait giriş-çıkış veri kümesine göre tasarlanır. Genel olarak ayırık bir sistemin  $k+1$  anındaki çıkışı,  $n$  tane önceki çıkış örneğinin ve  $m$  tane önceki giriş örneğinin bir işlevi olarak ifade edilebilir (NARMAX model).

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n+1), u(k-d), \dots, u(k-d-m+1), \eta(k), \dots, \eta(k-l)) = f(x(k)) \quad (15)$$

Burada  $\eta(k)$  belirsizlikler (gürültü, modellenmemiş dinamikler, ...vs),  $n, m, l$  çıkışın, girişin ve gürültü

terimlerinin en büyük gecikmeleri,  $d$  örnek aralarında ölçülen gecikme adımı (eğer örnekleme periyodu  $T_s$  ise sistemin ölü zamanı  $d.T_s$  olacaktır),  $f(\cdot)$  doğrusal olmayan bir işlevdir. SVM ye giriş vektörü;

$$x(k) = [y(k), \dots, y(k-n+1), u(k-d), \dots, u(k-d-m+1), \eta(k), \dots, \eta(k-l)]^T \quad (16)$$

$x \in R^{n+m+l}$ ,  $k=d+1, \dots, d+N$ . Çıkışı ise  $k+1$  anındaki çıkış  $y(k+1)$ 'in kestirilmiş değeri olan  $\hat{y}(k+1)$  dir. Dolayısıyla doğrusal olmayan sistemin modeli (14)den aşağıdaki gibi yazılır;

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^{SVs} (\alpha_i^* - \alpha_i) K(x_i, x(k)) + b \quad (17)$$

#### 2.3.1. SVM ile Modelleme Algoritması

Adım1: Eğitim verileri kümesi  $\{(\tilde{x}_i, y_i), i=1, \dots, N\}$  oluşturulur (15,16). Bu küme  $N$  adet eğitim verisi çifti içerir.

Adım2: Kullanılacak çekirdek işlevi,  $C$  ve  $\varepsilon$  parametreleri seçilir.

Adım3: SVM eğitim verileri ile eğitilir.

Adım4: SVM'nin başarımı, test verileri ve eğitimde uygulanan farklı giriş işaretleri ile sınanır.

### 3. Benzetim Örneği

Bu bölümde modelleme yönteminin doğrusal olmayan bir sistem için uygulaması verilecektir. Ölü zamanı  $T=0.25$  saniye olan doğrusal olmayan ikinci dereceden bir sistem aşağıdaki gibidir [8].

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + y(t) + y^3(t) = u(t - T) \quad (18)$$

Benzetim işleminde tasarım parametreleri aşağıdaki gibi seçilmiş ve uygulanmıştır.

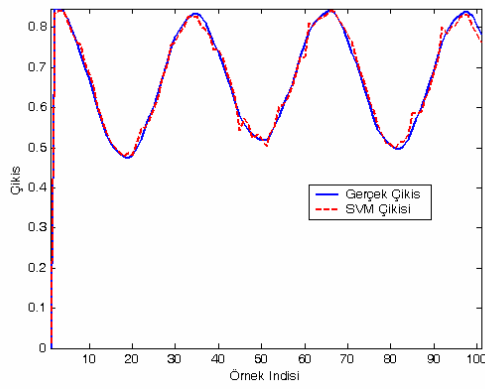
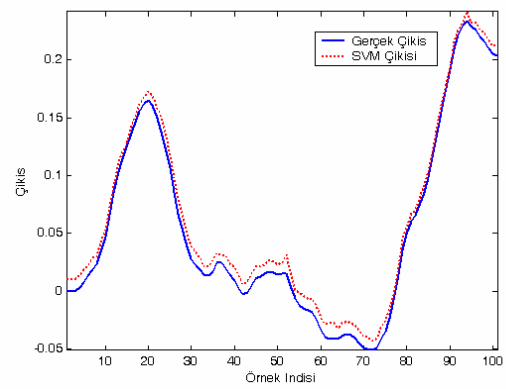
- 1) Giriş işareti  $u(t) = 1 + \sin(10t + 5) + \sin(2t + 1)$  alınmış, sistem bir süre koşturularak giriş-çıkış eğitim verileri toplanmıştır.
- 2) SVM' nin girişi ve çıkışı olarak sırasıyla,  $X(k) = [y(k) \ y(k-1) \ u(k) \ u(k-1)]^T$ ,  $Y(k) = y(k+1)$  alınmıştır.
- 3) SVM tasarım parametreleri  $C = 200$ ,  $\varepsilon = 0.01$  seçilmiş, her bir eğitim kümesi 100 elemanlı olarak alınmıştır.
- 4) Benzetimler hem Gauss radyal tabanlı çekirdek işlevi (RBF) hem de polinom çekirdek işlevi için yapılmıştır (Şekil 4,5,6,7). Radyal tabanlı çekirdek işlevi  $\sigma = 0.5, 2, 4$  alınarak, polinom çekirdek işlevi  $p = 1, 2, 3$  için denenmiştir. Ayrıca her bir modelin hataları 3 farklı test girişi için karşılaştırılmıştır (Tablo 1).

Polinom çekirdek işlevi:  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = (\langle \mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle + 1)^p$

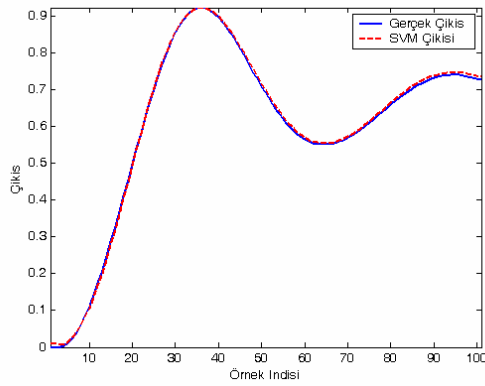
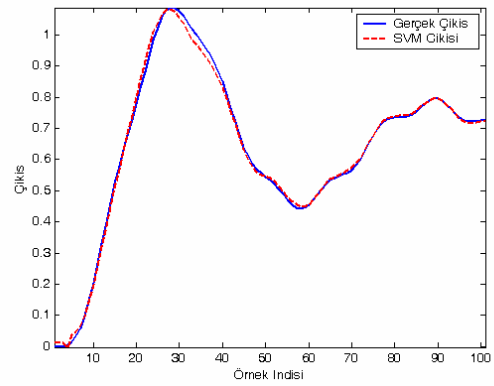
RBF :  $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{2\sigma^2}\right)$

Tablo 1 : Polinom ve RBF çekirdek işlevlerinin farklı parametreleri ve farklı girişler için eğitim ve test hataları

| Çekirdek işlevi | Çekirdek parametresi | Eğitim Hatası | Test Hatası | u=basamak işaret | u=rastgele işaret | u= $\exp(-t)+1+\sin(5t+5)$ |
|-----------------|----------------------|---------------|-------------|------------------|-------------------|----------------------------|
| Polinom         | p=1                  | 0.0048        | 0.0045      | 0.0032           | 0.0087            | 0.0045                     |
|                 | p=2                  | 0.0043        | 0.0031      | 0.0037           | 0.0170            | 0.0059                     |
|                 | p=3                  | 0.0057        | 0.0053      | 0.0056           | 0.0666            | 0.0092                     |
| RBF             | $\sigma = 0.5$       | 0.0087        | 0.0102      | 0.0154           | 0.0676            | 0.0575                     |
|                 | $\sigma = 2$         | 0.0061        | 0.0048      | 0.0049           | 0.0674            | 0.0066                     |
|                 | $\sigma = 4$         | 0.0060        | 0.0050      | 0.0033           | 0.0274            | 0.0058                     |

Şekil 4: RBF çekirdekli ( $\sigma=0.5$ ) SVM test hatası

Şekil 6: Polinom çekirdekli (p=1) SVM ve u=rastgele

Şekil 5: RBF çekirdekli ( $\sigma=2$ ) SVM ve u=basamakŞekil 7: Polinom çekirdekli (p=3) SVM ve u= $\exp(-t)+1+\sin(5t+5)$

#### 4. Sonuç

Bu çalışmada, SVM ile bağlantım algoritması kullanılarak ölü zamanlı bir sistemin modellenmesi gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemle, matematiksel modeli bilinmeyen bir sistem,  $\epsilon$ -toleranslı kayıp işlevi ile kurulan bir SVM bağlantım algoritmasıyla modellenmiştir. SVM ile bağlantım, yüksek genelleştirme potansiyeline sahiptir ve global minimumu garanti etmesi sebebiyle de oldukça güvenilir bir yaklaşımdır. Benzetim sonuçları,  $\epsilon$ -SVM bağlantımının çok değişik giriş işaretleri için bile oldukça iyi modelleme ve genelleştirme başarısı gösterdiğini ortaya koymaktadır. Diğer bir ifadeyle,  $\epsilon$ -SVM bağlantımı ile modellenen ölü zamanlı bir sistem, uygulanan değişik referans işaretlerini çok küçük bir hata ile izlemektedir. Öte yandan, SVM algoritmalarının en önemli sorununun çekirdek işlevinin ve parametrelerinin seçimi olduğu bilinmekte ve bu durum tablo 1'den görülmektedir. Bu, bazı çalışmalar olsa da hala açık bir problemdir. Ayrıca daha iyi bir modelleme başarımı için eğitim verisi sayısının artırılması, zaman problemini de beraberinde getirmektedir. Bunun üstesinden gelmek için çevrim-ici SVM bağlantım algoritması [9,10] kullanılabilir.

#### 5. Kaynakça

- [1] V. N. Vapnik. "Statistical Learning Theory", John Wiley and Sons, New York, 1998.
- [2] V. N. Vapnik. "The Nature of Statistical Learning Theory", Springer-Verlag, New York, 1995.
- [3] C. Junli, J. Licheng, "Classification Mechanism of Support Vector Machines", IEEE Proceedings of ICSP p:1556-1559, 2000.
- [4] A.Smola, B. Scholkopf, "A Tutorial on Support Vector Regression", NeuroCOLT2 Technical Report NC-TR-98-30, 1998.
- [5] N. Cristianini, J. Shawe-Taylor, "An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods", Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [6] V. Kecman, "Learning and Soft Computing : Support Vector Machines, Neural Networks, and Fuzzy Logic Models", Cambridge, Mass. : MIT Press, 2001.
- [7] C. Campbell, "Kernel Methods: A Survey of Current Techniques", Neurocomputing vol. 48, p:63-84, 2002.
- [8] H. Zhang, X. Wang, C. Zhang, X. Xu, "Modeling Nonlinear Dynamical Systems Using Support Vector Machine", Proceeding of 4. International Conf. On Machine Learning and Cybernetics, p:3204-3209, 2005.
- [9] J. Ma, J. Theiler, S. Perkins, "Accurate on-line support vector regression", Neural Computation, vol.15, p: 2683-2703, 2003.
- [10] S. İplikçi, "Destek Vektörlü Makineleri ile Doğrusal Olmayan Sistemlerin Çevrimiçi Modellenmesi", TOK'05, s: 149-153, 2005.

## Tekrarlamalı Gauss-Seidel Yardımcı Değişkenler Algoritması ile Sürekli-Zaman Sistem Parametrelerinin Tahmin Edilmesi

Metin Hatun<sup>1</sup>, Osman Hilmi Koçal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Uludağ Üniversitesi, Bursa  
metinh@uludag.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Uludağ Üniversitesi, Bursa  
kocal@uludag.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, doğrusal sürekli-zamanlı sistemlerin diferansiyel denklem modeli parametrelerini tahmin etmek için, Gauss-Seidel iterasyonlarının ve yardımcı değişkenlerin birlikte kullanıldığı tekrarlamalı bir algoritma önerilmiştir. Gürültülü işaretlerin türevinden kaçınmak için sistemin alçak geçiren durum değişkeni filtrelerini içeren bir modeli kullanılmıştır. Ayrıca, önerilen algoritmanın yakınsama analizi yapılmış ve yardımcı değişkenlerin kullanılması durumunda, ölçme gürültüsünün renkli gürültü olması durumunda bile normal denklemin optimum çözümünü veren bir yansız kestirici olduğu gösterilmiştir. Önerilen algoritma, yapılan bir benzetim çalışmasıyla bir doğru akım motoru ve yükten oluşan sistemin transfer fonksiyonu parametrelerinin tahmin edilmesinde kullanılmış ve benzer algoritmalarla karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

### 1. Giriş

Sayısal bilgisayarların ve mikroişlemcilerin gelişmesiyle birlikte, ayrık sistem modellerini deneysel verileri kullanarak gerçek zamanda tahmin etmek için bilim adamları tarafından birçok algoritma önerilmiş ve kullanılmıştır [1-9]. Ancak, sürekli zaman modellerin fiziksel yapıyı daha doğru temsil etmesinden dolayı sürekli sistem parametrelerinin tahmin edilmesi işlemi önem kazanmış ve ayrık verileri kullanan sürekli sistem tahmin yöntemleri son yirmi yıldır artan bir ilgi çekmiştir [10-17]. Bu yöntemlerde sistemin diferansiyel denklem modelinin parametreleri tahmin edilmektedir. Fakat yüksek geçiren filtre özelliği göstererek gürültü bileşenlerini kuvvetlendiren türev işleminden kaçınmak amacıyla sistemin diferansiyel denklemini değiştirilerek kullanılır. Bu yöntemler sistem modelinde doğrusal filtrelerin, modülasyon fonksiyonlarının ve dik fonksiyonların kullanımına göre üç temel gruba ayrılabilir [12,14,15,17]. Daha sonra elde edilen değiştirilmiş sistem modeli uygun şekilde ayrıştırılarak sayısal hale getirilmekte ve bilinen bir sistem tanıma algoritması kullanılarak sürekli zaman parametreleri tahmin edilebilmektedir.

Bu konuda yayınlanan bilimsel çalışmalara göre parametreleri güncellemek için çoğunlukla tekrarlamalı EKK

(En Küçük Kareler) tabanlı algoritmalar tercih edilmektedir [10-17]. Ölçme gürültüsünün olumsuz etkisinden kurtulmak ve yansız parametre tahminlerini elde etmek için ise yardımcı değişkenler, çıkış hatası ve maksimum benzerlik algoritmaları kullanılmaktadır [10-17]. Bu algoritmaların ortak özelliği, parametre tahmin iterasyonu ile birlikte, korelasyon matrisinin tersini almak için ayrıca bir matris tersi iterasyonu kullanmasıdır. Normal denklemin çözümünde kullanılan diğer iki yaklaşım çarpanlara ayırma yöntemleri ve hızlı algoritmalarıdır [1,4,8].

Son yıllarda, zaman ortalamalı normal denklemin GS (Gauss-Seidel) algoritmasıyla çözümü üzerine kurulu olan tekrarlamalı bir algoritma önerilmiştir [18]. Bu algoritma doğrusal denklem takımı çözüm yöntemleri üzerine kurulu olmasından dolayı matematiksel olarak yukarıdaki üç farklı yaklaşıma alternatif oluşturmaktadır. Aynı algoritma farklı bir bakış açısıyla, farklı bir isimle de önerilmiş ve bazı uyarlamalı işaret işleme uygulamalarında kullanılmıştır [19,20]. Bu çalışmalarda GS algoritması uyarlamalı FIR filtre katsayılarının ayarlanmasında kullanılmıştır. Önerilen bu algoritmaların işlem yükü tekrarlamalı EKK algoritmasından daha az olup, yakınsama hızı tekrarlamalı EKK algoritmasına yakındır ve korelasyon matrisinin özdeğer yayılımının küçük olması durumunda tekrarlamalı EKK algoritmasına çok yakın sonuçlar vermektedir [18,19].

Bu çalışmanın amacı, daha önce uyarlamalı işaret işleme uygulamalarında FIR filtre katsayılarını güncellemek için kullanılan tekrarlamalı GS algoritmasını sürekli model parametrelerini güncellemek için kullanarak algoritma bazında işlem yükünü azaltmaktır. Ayrıca, kullanılan sürekli sistem modelindeki filtreleme işlemi IIR formda gerçekleştirilerek filtreleme bazında da işlem yükünün en az olması amaçlanmıştır. Bu çalışmada önerilen tekrarlamalı GS algoritması sürekli model parametrelerinin çevrimiçi olarak tahmin edilmesinde kullanılmış ve elde edilen parametre tahminlerinin beklenen değerinin yakınsama analizi yapılmıştır. Sistemin çıkış işaretine karışan renkli ölçme gürültüsünün istenmeyen etkisinden kurtulmak ve yansız parametre tahminlerini elde etmek için yardımcı değişkenlerin kullanımı önerilmiştir. Bu durumda yansız parametre tahminlerinin elde edildiği yapılan yakınsama analiziyle analitik olarak gösterilmiştir. Elde edilen sonuçların doğruluğu, armatür gerilimiyle kontrol edilen bir doğru akım

motoruna bağlı bir yükün hız kontrol modeli kullanılarak yapılan bir benzetim çalışmasıyla gösterilmiştir ve bilinen eşdeğer algoritmalarla karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

## 2. Tekrarlamalı Gauss-Seidel Algoritması ile Sürekli Model Parametrelerinin Tahmini

Bu çalışmada Johansson [5,21] tarafından önerilen alçak geçiren durum değişkeni filtrelerine bağlı parametre tahmin modeli kullanılmıştır. Burada öncelikle kullanılan doğrusal tahmin modeli tanıtılacaktır, sonra kullanılan sürekli modelin parametrelerini tahmin etmek için önerilen tekrarlamalı GS algoritması tanıtılacaktır. Daha sonra renkli ölçme gürültüsünün olumsuz etkisinden kurtulmak için, yardımcı değişkenlerin tekrarlamalı GS algoritmasıyla birlikte kullanımı anlatılacaktır.

### 2.1. Doğrusal Tahmin Modeli

Bir tek girişli tek çıkışlı doğrusal zamanla değişmeyen  $n$ . derece sürekli-zamanlı sistemin diferansiyel denklem modeli

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x(t) = b_1 \frac{d^{n-1} u(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_n u(t) \quad (1)$$

olarak yazılabilir. Burada  $u(t)$  ve  $x(t)$  sistemin giriş ve çıkış işaretini göstermektedir. Parametre tahmin işlemini olumsuz etkileyen türev işleminden kaçınmak amacıyla, Johansson [5,21] tarafından (1) ile verilen diferansiyel denklem modeli türev operatörü yerine nedensel, kararlı ve gerçekleştirilebilir bir doğrusal operatöre bağlı olacak şekilde tekrar düzenlenmiştir. Bunun için alçak geçiren filtre operatörleri içeren bir doğrusal model ele alınmış ve sürekli model parametreleri ile seçilen filtre çıkışları arasında ilişki kuran doğrusal bir dönüşüm yapılmıştır. Burada kullanılan alçak geçiren filtre operatörü

$$\lambda = \frac{a}{s+a} = \frac{1}{1+s\tau} \quad , \quad \tau = 1/a \quad (2)$$

olarak tanımlandığında, bu tanımlama bize

$$\lambda = \frac{1}{1+s\tau} \quad \leftrightarrow \quad s = \frac{1-\lambda}{\lambda\tau} \quad (3)$$

dönüşümünü yapma imkanı verir, burada  $s = d/dt$  türev operatörüdür. Bu operatör dönüşümü (1) ile verilen diferansiyel denkleme uygulandığında

$$x(t) + \alpha_1 \lambda x(t) + \dots + \alpha_n \lambda^n x(t) = \beta_1 \lambda u(t) + \dots + \beta_n \lambda^n u(t) \quad (4)$$

denklemleri elde edilir. Burada  $\lambda^i u(t)$  ve  $\lambda^i x(t)$  sırasıyla  $i$  defa filtrelenmiş giriş ve çıkış işaretlerini göstermektedir. Kullanılan giriş-çıkış verileri ayrık olduğundan filtreleme işlemi de ayrık olarak yapılmalıdır. Durum değişkeni filtreleme işlemini gerçekleştirmenin en hızlı ve kolay yolu filtrenin IIR formdaki ayrık-zaman modelini kullanmaktır [12]. Bu amaçla (2) filtresinin tüstün eşdeğeri kullanıldığında tek katlı filtrenin fark denklemi

$$\lambda x(k) = p \lambda x(k-1) + q(x(k) - x(k-1)) \quad (5)$$

olarak elde edilir. Burada  $k$  ayrık zaman indisi olup,

$$p = \frac{2-aT}{2+aT} \quad , \quad q = \frac{aT}{2+aT} \quad (6)$$

filtrenin fark denkleminin katsayıları,  $T$  ise örnekleme periyodudur. Daha yüksek dereceli filtrelenmiş işaretler aynı fark denklemi kullanılarak  $i = 0,1,\dots,n$  için

$$\lambda^i x(k) = p \lambda^i x(k-1) + q(\lambda^{i-1} x(k) - \lambda^{i-1} x(k-1)) \quad (7)$$

şeklinde ardışık olarak hesaplanabilir. Aynı filtreleme işlemi giriş işaretine de benzer şekilde uygulandığında (4) denklemi filtrelenmiş ayrık işaretlere bağlı olarak

$$x(k) + \alpha_1 \lambda x(k) + \dots + \alpha_n \lambda^n x(k) = \beta_1 \lambda u(k) + \dots + \beta_n \lambda^n u(k) \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Çıkış işaretine ölçme gürültüsü karıştığını varsayarak aynı denklemi doğrusal bağlaşımlı biçimde

$$y(k) = \phi^T(k) \theta + v(k) \quad (9)$$

olarak yazdığımızda parametre vektörü

$$\theta = [\alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_n \quad \beta_1 \quad \dots \quad \beta_n]^T \quad (10)$$

ve filtrelenmiş verilerden oluşan durum vektörü

$$\phi(k) = [-\lambda y(k) \quad \dots \quad -\lambda^n y(k) \quad \lambda u(k) \quad \dots \quad \lambda^n u(k)]^T \quad (11)$$

biçiminde yazılabilir. Burada  $v(k)$  ölçme gürültüsünü,  $y(k)$  gürültülü çıkış işaretini göstermektedir. Sonra filtreleme işlemi gerçekleştirilerek hem (8) ile verilen sistem denklemi sayısal hale getirilmiş olur, hem de çıkış işaretindeki istenmeyen gürültü bileşenleri filtrelenmiş olur. Filtrelenen giriş-çıkış verileri bilinen herhangi bir sistem tanıma algoritması kullanılarak sürekli zaman parametreleri tahmin edilmesinde kullanılır.

Sistemin diferansiyel denklem modelinin katsayı vektörü

$$\theta_s = [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad \dots \quad b_n]^T \quad (12)$$

ile aynı sisteme ait değiştirilmiş modelinin katsayıları arasında

$$\theta_s = F^{-1}(\theta - G) \quad (13)$$

matris ilişkisi vardır. Bu eşitlikte

$$F = \begin{bmatrix} M & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & M \end{bmatrix} \quad (14)$$

biçimindedir ve buradaki  $M$  matrisi

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ m_{n1} & \dots & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \quad , \quad m_{ij} = (-1)^{i-j} \binom{n-j}{i-j} \tau^j \quad (15)$$

biçimindedir,  $2n \times 1$  boyutlu  $G$  matrisi ise

$$G = [g_1 \quad \dots \quad g_n \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad , \quad g_i = \binom{n}{i} (-1)^i \quad (16)$$

olarak en genel haliyle yazılabilir [5,21]. Bütün  $\tau > 0$  değerleri için  $M$  matrisinin tersinin alınabildiği durumlarda  $F$  matrisinin de tersi alınabilir ve diferansiyel denklem

katsayıları (13) ile verilen dönüşüm kullanılarak hesaplanabilir.

Sistemin çıkış işaretindeki sisteme ait frekans bileşenlerinin bastırılmaması için en yüksek dereceli filtrenin bant genişliğinin sistemin bant genişliğinden büyük olması gerekir. Pratik uygulamalarda en yüksek dereceli filtrenin bant genişliğinin sistemin bant genişliğine göre biraz daha geniş seçilmesi önerilmektedir [12,21,24]. Burada kullanılan  $n$ . derece filtrenin  $\tau$  zaman sabitine bağlı bant genişliğini bulmak için filtrenin genlik denklemi

$$|\mathcal{L}^n(j\omega)| = |\mathcal{L}^n(j0)| / \sqrt{2} \quad (17)$$

eşitliğinde kullanıldığında

$$\tau = \sqrt{n\sqrt{2} - 1} / \omega \quad (18)$$

sonucu elde edilir. Bu denklem yardımıyla, sistemin bant genişliği yaklaşık olarak bilindiğinde, sistem tanıma işleminde kullanılan filtrelerin  $\tau$  zaman sabiti hesaplanabilir veya herhangi bir  $\tau$  değeri için kullanılan filtrenin bant genişliği hesaplanabilir.

## 2.2. Tekrarlamalı Gauss-Seidel Algoritması

Sistemin alçak geçiren filtre operatörüne bağlı denklemini matrisel olarak (9) ile verilen biçimde yazıldığında parametre tahmin işlemindeki eşitlik hatası

$$e(k) = y(k) - \phi^T(k) \hat{\theta}(k-1) \quad (19)$$

olarak yazılabilir. Burada minimum yapılan fonksiyon

$$V_k(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} e^2(i) \quad (20)$$

olup bu fonksiyonu minimum yapan optimum parametreler

$$\theta_{opt} = R(k)^{-1} r(k) \quad (21)$$

olarak verilebilir. Burada  $R(k)$  ile  $2n \times 2n$  boyutlu korelasyon matrisi,  $r(k)$  ile  $2n \times 1$  boyutlu korelasyon vektörü gösterilmektedir,  $0 < \lambda \leq 1$  unutma faktörüdür. Pratik uygulamalarda  $R(k)$  matrisinin ve  $r(k)$  vektörünün değeri  $k$  adet veri kullanıldığında aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$R(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) \phi^T(i) \quad (22)$$

$$r(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) y(i) \quad (23)$$

veya  $1/k$  çarpanları göz önüne alınmadan giriş-çıkış verileri alındıkça ardışık olarak

$$R(k) = \lambda R(k-1) + \phi(k) \phi^T(k), \quad r(k) = \lambda r(k-1) + \phi(k) y(k) \quad (24)$$

şeklinde güncellenebilir [1-8].

GS algoritmasıyla tekrarlamalı parametre tahmin işleminin başlangıç noktası, zaman ortalamalı normal denklemin GS

iterasyonları ile çözümü üzerine kuruludur. Bu amaçla bir adımlik GS iterasyonu

$$R(k) \hat{\theta}(k) = r(k) \quad (25)$$

olarak yazılan zaman ortalamalı normal denklemin çözümünde

$$\hat{\theta}_i(k) = \left[ r_i(k) - \sum_{j=1}^{i-1} R_{ij}(k) \hat{\theta}_j(k) - \sum_{j=i+1}^{2n} R_{ij}(k) \hat{\theta}_j(k-1) \right] / R_{ii}(k) \quad (26)$$

şeklinde kullanılır, yani iterasyon indisi ayrık zaman indisi olarak alınmıştır. Burada  $R_{ij}(k)$  korelasyon matrisinin  $i$ . satırına ve  $j$ . sütununa denk düşen elemanını gösterir,  $r_i(k)$

korelasyon vektörünün  $i$ . elemanını gösterir ve  $\hat{\theta}_i(k)$  parametre vektörünün  $i$ . elemanını gösterir. Yukarıda (24) ve (26) ile verilen algoritma tekrarlamalı GS algoritması olarak adlandırılmıştır. Tekrarlamalı GS algoritmasının tekrarlamalı EKK algoritmasına göre en önemli farkı korelasyon matrisinin tersi yerine doğrudan kendisinin güncellenmesi, yani matris tersini güncellemek için kullanılan iterasyona gerek kalmaması ve parametre tahminlerini güncellemek için anlık hata bilgisini doğrudan kullanmamasıdır. Ayrıca parametrelerin skaler olarak güncellendiğini de göz önüne aldığımızda, tekrarlamalı EKK algoritmasına göre işlem yükünün önemli ölçüde azaldığı görülmektedir [18,19].

## 2.3. Tekrarlamalı Gauss-Seidel Algoritmasının Yakınsama Analizi

Parametre tahminlerini çevrimiçi olarak güncellemek için kullanılan tekrarlamalı GS algoritması

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) = & -(R_L(k) + R_D(k))^{-1} R_U(k) \hat{\theta}(k-1) \\ & + (R_L(k) + R_D(k))^{-1} r(k) \end{aligned} \quad (27)$$

olarak yazılabilir. Burada  $R_L(k)$ ,  $R_D(k)$  ve  $R_U(k)$  sırasıyla korelasyon matrisinin alt üçgen, köşegen ve üst üçgen kısımlarını içeren kare matrisleri göstermektedir. Sistemin (9) ile verilen doğrusal bağlaşımlı biçimde yazılmış çıkış işareti  $r(k)$  korelasyon vektörünün (23) ile verilen tahmini değerinde yerine yazıldığında

$$r(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) y(i) = R(k) \theta_{opt} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) v(i) \quad (28)$$

elde edilir. Bu ifade yukarıdaki (27) eşitliğinde kullanılırsa

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) = & -(R_L(k) + R_D(k))^{-1} R_U(k) \hat{\theta}(k-1) \\ & + (R_L(k) + R_D(k))^{-1} \left[ R(k) \theta_{opt} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) v(i) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikte korelasyon matrisi  $R(k) = R_L(k) + R_D(k) + R_U(k)$  şeklinde yerine yazılarak denklem düzenlendiğinde

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(k) = & -(R_L(k) + R_D(k))^{-1} R_U(k) \hat{\theta}(k-1) \\ & + [I + (R_L(k) + R_D(k))^{-1} R_U(k)] \theta_{opt} \\ & + (R_L(k) + R_D(k))^{-1} \left[ \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i) v(i) \right] \quad (30)\end{aligned}$$

elde edilir. Bu eşitliğin her iki tarafının beklenen değeri alınarak

$$\begin{aligned}E[\hat{\theta}(k)] &= E[\hat{\theta}(k-1)], \quad E[\phi(k)v(k)] = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \lambda^{k-i} \phi(i)v(i) \\ E[(R_L(k) + R_D(k))^{-1}] &= (R_L + R_D)^{-1} \\ E[I + (R_L(k) + R_D(k))^{-1} R_U(k)] &= I + (R_L + R_D)^{-1} R_U\end{aligned} \quad (31)$$

olarak verilen yaklaşıklıklar ve tanımlamalar kullanılırsa, ve parametre tahminlerinin beklenen değeri  $E[\hat{\theta}(k)]$  çekilerek denklem uygun şekilde düzenlenirse

$$\begin{aligned}E[\hat{\theta}(k)] &= \theta_{opt} + [I + (R_L + R_D)^{-1} R_U]^{-1} \\ & \cdot (R_L + R_D)^{-1} E[\phi(k)v(k)] \quad (32)\end{aligned}$$

eşitliği elde edilir, ve  $I + (R_L + R_D)^{-1} R_U = (R_L + R_D)^{-1} R$  matris eşitliği kullanıldığında

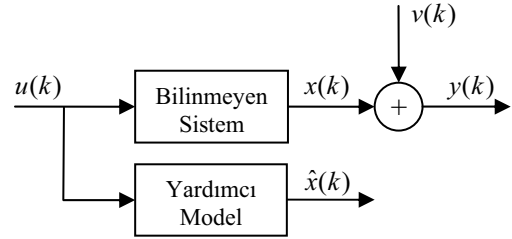
$$E[\hat{\theta}(k)] = \theta_{opt} + (R_L + R_D)^{-1} R^{-1} (R_L + R_D)^{-1} E[\phi(k)v(k)] \quad (33)$$

sonucu elde edilir. Elde edilen bu sonuç tekrarlamalı GS algoritması ile elde edilen parametre tahminlerinin optimum değerine yakınsaması için gerekli şartları göstermektedir. Bunun için öncelikle korelasyon matrisinin tersi alınabilmelidir. Bunun için korelasyon matrisi pozitif tanımlı olmalıdır. Sistemin sürekli olarak uyarılması durumunda bu şart sağlanmaktadır [4,8]. Çünkü kullanılan kare matrisinin pozitif tanımlı olması durumunda GS iterasyonlarının yakınsaması sağlanmış olmaktadır [22]. Pratik uygulamalarda başlangıçta korelasyon matrisinin pozitif tanımlılığını garantilemek amacıyla  $R(0) = \delta I$  olarak alınabilir, burada  $I$  uygun boyutlu birim matris olup  $\delta = 0.1, 0.01, 0.001$  gibi küçük pozitif değerler olabilir. Algoritmanın kararlılığı sağlandıktan sonra elde edilen parametre tahminlerinin optimum değerine yakınsaması için gerekli olan diğer şart ise sistemden giriş-çıkış örnekleri alındıkça  $E[\phi(k)v(k)]$  vektörünün sıfır vektöre yakınsamasıdır. Bu vektörün sıfır vektöre yakınsaması için  $v(k)$  işaretinin  $\phi(k)$  veri vektörünün elemanlarıyla ilişkisiz olması gerekir. Bu vektörün elemanları sistemin filtrelenmiş  $y(k)$  çıkış verilerini içerdiğinden dolayı,  $y(k)$  işaretinin önceki değerlerini, yani  $v(k)$  gürültü işaretinin de önceki değerlerini içerir. Buradan,  $E[\phi(k)v(k)]$  vektörünün sıfır vektöre yakınsaması için ölçme gürültüsünün beyaz gürültü olması gerektiği, yani önceki örnekleriyle ilişkisiz olması gerektiği sonucu ortaya çıkar. Sistemin çıkış işaretine karışan ölçme gürültüsünün renkli gürültü olması durumunda ise yanlış parametre tahminleri elde edilmektedir. Sistem tanıma işleminde eşitlik hatasının kullanılması durumunda ortaya çıkan bu sorunu aşmanın bir yolu yardımcı değişkenler olarak bilinen, gürültü

ile ilişkisiz olan işaretlerden yararlanmaktır [23,24]. Ölçme gürültüsünün sistem ile birlikte modellenmesi durumunda ise sistem parametrelerine ilave olarak gürültü modeli parametrelerinin de hesaplanması gerekmektedir [1-9]. Bu durumda tahmin edilen parametre sayısındaki artış algoritmadaki işlem yükünü arttırdığından dolayı burada sadece yardımcı değişkenlerin tekrarlamalı GS algoritmasıyla birlikte kullanımı önerilmiştir.

#### 2.4. Tekrarlamalı Gauss-Seidel Yardımcı Değişkenler Algoritması ile Sürekli Model Tahmini

Yardımcı değişkenlerin en yaygın kullanım biçimi Şekil 1'de görüldüğü gibi sistemle aynı yapıya sahip ve parametreleri sistem parametreleriyle güncellenen bir uyarlamalı yardımcı model kullanmaktır. Ayrıca sistemle aynı girişi kullanan sabit katsayılı, kararlı bir yardımcı modelin çıkış işareti, geciktirilmiş giriş işareti ve geciktirilmiş çıkış işareti de yardımcı değişken olarak kullanılabilir [1,4,8,23].



Şekil 1: Yardımcı değişkenlerin elde edilmesi.

Burada yardımcı değişkenleri elde etmek için sistemle aynı yapıda uyarlamalı bir yardımcı model kullanılmıştır. Sistemle aynı yapıya sahip olan bu yardımcı modelin denklemi

$$\hat{x}(k) + \hat{\alpha}_1 \lambda \hat{x}(k) + \dots + \hat{\alpha}_n \lambda^n \hat{x}(k) = \hat{\beta}_1 \lambda u(k) + \dots + \hat{\beta}_n \lambda^n u(k) \quad (34)$$

olarak yazılabilir. Yardımcı modelin girişi sistemin girişi ile aynı olup, parametreleri sistem parametreleri ile güncellenir ve çıkışında ise sistemin gürültüsüz çıkış işareti tahmin edilir. Yardımcı değişken olarak bilinen bu işaret (34) denkleminde hesaplanabilir. Bunun için (7) ile verilen fark denklemleri

$$\bar{\lambda}^i \hat{x}(k) = \lambda^i \hat{x}(k) - q^i \hat{x}(k) \quad , \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (35)$$

tanımlaması kullanılarak  $\hat{x}(k)$  içeren terimleri eksik olarak

$$\bar{\lambda}^i x(k) = p \lambda^i x(k-1) + q (\bar{\lambda}^{i-1} x(k) - \lambda^{i-1} x(k-1)) \quad (36)$$

şeklinde yazılabilir. Giriş işareti (7) ile verilen filtrenin fark denklemi kullanılarak filtrelenebilir. Burada son iki eşitlik kullanılarak (34) denkleminde tek bilinmeyen  $\hat{x}(k)$  değeri

$$\begin{aligned}\hat{x}(k) = & \left[ -\hat{\alpha}_1 \bar{\lambda} \hat{x}(k) - \dots - \hat{\alpha}_n \bar{\lambda}^n \hat{x}(k) + \hat{\beta}_1 \lambda u(k) + \dots + \hat{\beta}_n \lambda^n u(k) \right] \\ & / (1 + \hat{\alpha}_1 q + \hat{\alpha}_2 q^2 + \dots + \hat{\alpha}_n q^n) \quad (37)\end{aligned}$$

şeklinde önceki giriş ve çıkış verileri kullanılarak hesaplanabilir. Daha sonra elde edilen  $\hat{x}(k)$  bilgisi (35) denkleminde kullanılarak

$$\lambda^i \hat{x}(k) = \bar{\lambda}^i \hat{x}(k) + q^i \hat{x}(k) \quad , \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (38)$$



değerleri hesaplanır ve yardımcı modelin durum vektörü

$$z(k) = [-\lambda \hat{x}(k) \quad \cdots \quad -\lambda^n \hat{x}(k) \quad \lambda u(k) \quad \cdots \quad \lambda^n u(k)]^T \quad (39)$$

şeklinde oluşturulur.  $R(k)$  matrisi ile  $r(k)$  vektörü ise

$$R(k) = \lambda R(k-1) + z(k)z(k)^T, \quad r(k) = \lambda r(k-1) + z(k)y(k) \quad (40)$$

şeklinde ardışık olarak güncellenir. Daha sonra (26) ile verilen GS algoritması (25) ile verilen zaman ortalamalı normal denklemin çözümünde kullanılır. Burada (36)-(40) ve (26) eşitlikleriyle verilen çevrimiçi yöntem, tekrarlamalı GSYD (Gauss-Seidel Yardımcı Değişkenler) algoritması olarak adlandırılmıştır.

Tekrarlamalı GSYD algoritmasının yakınsama analizi GS algoritmasına benzer şekilde yapıldığında

$$E[\hat{\theta}(k)] = \theta_{opt} + (R_L + R_D)^{-1} (R_L + R_D) E[z(k)v(k)] \quad (41)$$

sonucuna ulaşılır. Bu sonuca göre  $z(k)$  yardımcı durum vektörü gürültü ile ilişkisiz  $\hat{x}(k)$  işaretini içerdiği için, sistemden giriş-çıkış örnekleri alındıkça  $E[z(k)v(k)]$  vektörü sıfır vektöre yakınsayacaktır. Bu durumda (41) denklemindeki ikinci terim sıfır vektöre yakınsayacak ve elde edilen parametre tahminlerinin beklenen değeri optimum değerine yakınsayacaktır.

### 3. Benzetim Sonuçları

Bu kısımda bir doğru akım motoruna sert bir mil ile bağlı bir yükten oluşan bir sistemin transfer fonksiyonu parametreleri tahmin edilmiştir. Benzetim çalışmasında kullanılan motorun armatür direnci  $R_a = 1 \Omega$ , armatür endüktansı  $L_a = 0.5$  H, motorun ve yükün eylemsizliği  $J = 0.01$  kgm<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>, motorun ve yükün sürtünme katsayısı  $B = 0.1$  Nms, motorun zıt elektromotor sabiti  $K_b = 0.01$  V/(rad/s) ve motor tork sabiti  $K_t = 0.01$  Nm/A olarak alınmıştır. Bu durumda motor ve yükten oluşan sistemde armatür geriliminden yükün açılma hızına kadar olan sürekli zaman transfer fonksiyonu

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b_1 s + b_2}{s^2 + a_1 s + a_2} = \frac{2}{s^2 + 12s + 20.02} \quad (42)$$

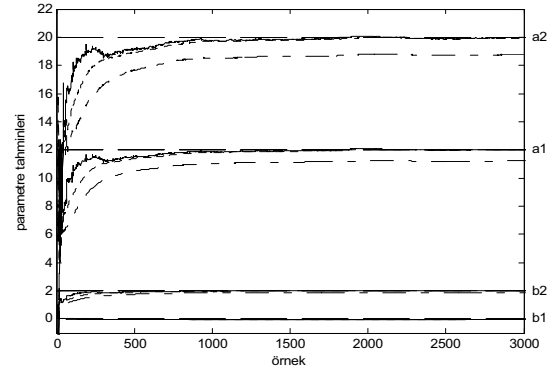
olarak yazılabilir. Burada optimum parametre vektörü

$$\theta_s = [a_1 \quad a_2 \quad b_1 \quad b_2]^T = [12 \quad 20.02 \quad 0 \quad 2]^T \quad (43)$$

olarak yazılabilir. Sisteme giriş işareti (armatür gerilimi) olarak, uyarım özelliklerinin iyi olmasından dolayı  $\pm 10$ V seviyeli yalancı rasgele ikili dizi uygulanmıştır. Çıkış işaretine  $v(k) = e(k) - e(k-1) + 0.2e(k-2)$  şeklinde elde edilen renkli gürültü eklenmiştir. Burada  $e(k)$  normal dağılıma sahip sıfır ortalamalı rasgele gürültü dizisidir. Çıkış işaretine eklenen  $v(k)$  ölçme gürültüsünün varyansı gürültü işaret oranı %30 olacak şekilde ayarlanmıştır. Örnekleme periyodu, Shannon maksimum örnekleme periyodu  $T_s = \pi / \omega_n$  ve  $\omega_n$  sistemin doğal frekansı olmak üzere,  $T_s / 150 < T < T_s / 10$  kriteri [24] göz önüne alınarak  $T = 0.05$  s. olarak seçilmiştir. Sistemin bant genişliği

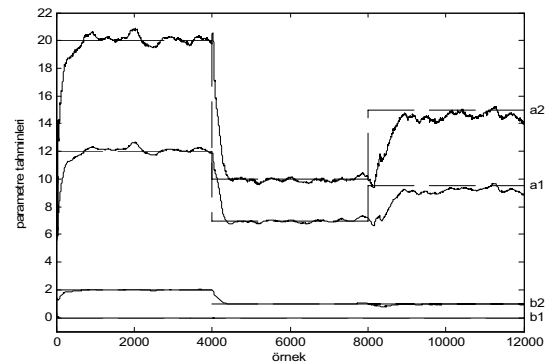
yaklaşık 1.929 rad/s olup  $\tau = 0.3$  ( $a = 1/\tau \cong 3.33$ ) alınarak kullanılan ikinci derece alçak geçiren filtrenin bant genişliğinin 2.145 rad/s olması sağlanmıştır. Yani kullanılan ikinci derece alçak geçiren filtrenin bant genişliği sistemin bant genişliğinden bir miktar fazla olacak şekilde seçilmiştir.

Parametre tahminlerinin başlangıç değerleri  $\hat{\theta}(0) = 0_{(4 \times 1)}$  şeklinde sıfır vektör alınmıştır. GS ve GSYD algoritmalarında  $R(0) = 0.01 I_{(4 \times 4)}$  ve  $r(0) = 0_{(4 \times 1)}$  alınmıştır, YD algoritmasında  $R^{-1}(0) = 100 I_{(4 \times 4)}$  olarak alınmıştır. Başlangıçta unutma faktörü kullanılmamıştır.



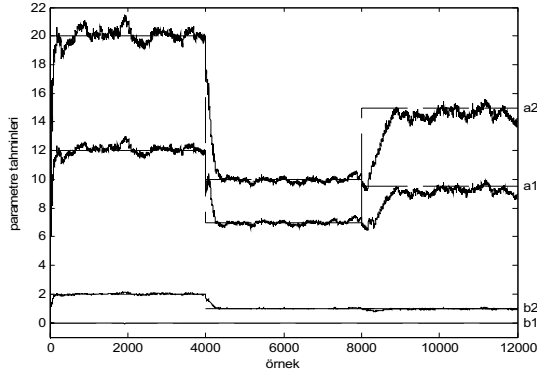
Şekil 2: Çevrimiçi GS (---), GSYD (···) ve YD (—) algoritması tahminleri. ( $\lambda = 1$ )

Sonra sisteme  $k = 4000$  anında eylemsizliği  $J = 0.01$  kgm<sup>2</sup>/s<sup>2</sup> olan bir yük ilave edilmiştir ve  $k = 8000$  anında sürtünme katsayısı  $B = 0.15$  Nms olarak değiştirilmiştir. Bu durumda  $k = 4000 \sim 8000$  adım aralığında  $\theta_s = [7 \quad 10.01 \quad 0 \quad 1]^T$  olarak,  $k = 8000 \sim 12000$  adım aralığında  $\theta_s = [9.5 \quad 15.01 \quad 0 \quad 1]^T$  olarak değişmiştir. Unutma faktörü  $\lambda = 0.995$  alınarak çevrimiçi GSYD algoritmasıyla Şekil 3'te görülen parametre tahminleri elde edilmiştir.



Şekil 3: Çevrimiçi GSYD algoritması tahminleri.

Daha sonra aynı şartlarda çevrimiçi YD algoritması [1,4,8,23] kullanılmış ve  $\lambda = 0.995$  alınarak Şekil 4'de görülen parametre tahminleri elde edilmiştir.



Şekil 4: Çevrimiçi YD algoritması tahminleri.

#### 4. Tartışma

Yapılan benzetim sonuçlarına göre, ölçme gürültüsünün renkli gürültü olması durumunda, önerilen tekerlamalı GS algoritmasıyla yanlış parametre tahminlerinin elde edildiği görülmüştür. Bu problemten kurtulmak için önerilen tekerlamalı GSYD algoritmasıyla ise yansız parametre tahminlerinin elde edilebildiği ve yakınsama hızının yaygın olarak kullanılan tekerlamalı YD algoritmasına yakın olduğu görülmüştür. Önerilen algoritmanın yakınsama hızının çevrimiçi YD algoritmasına göre yavaş olması korelasyon matrisinin özdeğer yayılımına bağlı olarak kaynaklanmaktadır. Buna rağmen, ayrık veriler ile sürekli-zamanlı uyarlamalı kontrol ve sürekli model tabanlı hata algılama sistemlerinde tekerlamalı EKK ve YD algoritmalarına alternatif olarak kullanılabilir.

#### 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, tekerlamalı GS algoritması sürekli-zamanlı doğrusal sistemlerin diferansiyel denklem modeli parametrelerinin çevrimiçi olarak güncellenmesinde kullanılmıştır ve hesaplanan parametre tahminlerinin beklenen değerinin yakınsama analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuca göre tekerlamalı GS algoritmasıyla birlikte eşitlik hatasının kullanılması durumunda doğru parametre tahminlerinin elde edilebilmesi için ölçme gürültüsünün beyaz gürültü olması gerekmektedir. Ayrıca tekerlamalı GS algoritmasının yardımcı değişkenlerle birlikte kullanılmasıyla elde edilen tekerlamalı GSYD algoritması önerilmiş ve yapılan yakınsama analizine göre algoritmanın kararlı olduğu sürece normal denklemin optimum çözümünü veren yansız bir kestirici olduğu analitik olarak gösterilmiştir. Elde edilen analiz sonuçları yapılan bir simülasyon çalışmasıyla doğrulanmış ve literatürde yaygın olarak kullanılan eşdeğer tekerlamalı YD algoritmasıyla yakınsama hızı açısından karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre önerilen tekerlamalı GSYD algoritmasının yakınsama hızı açısından tekerlamalı YD algoritmasına yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

#### 6. Kaynakça

[1] L. Ljung ve T. Söderström, *Theory and Practice of Recursive Identification*, The MIT Press, 1983.

[2] N.K. Sinha ve B. Kuszta, *Modeling and Identification of Dynamic Systems*, Van Nostrand and Reinhold, 1983.  
 [3] G.C. Goodwin ve K.S. Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Prentice Hall, 1984.  
 [4] T. Söderström ve P. Stoica, *System Identification*, Prentice Hall, 1989.  
 [5] R. Johansson, *System Modeling and Identification*, Prentice Hall, 1993.  
 [6] E. Walter ve R. Pronzato, *Identification of Parametric Models from Experimental Data*, Springer, 1998.  
 [7] R.J. Raol, G. Giriya, J. Singh, *Modelling and Parameter Estimation of Dynamic Systems*, IEE Books, 2004.  
 [8] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2<sup>nd</sup> Ed., Prentice Hall, 1999.  
 [9] L. Ljung, *System Identification Toolbox User's Guide: For Use with MATLAB*, Version. 7.0, The Mathworks Inc., 2007.  
 [10] H. Unbehauen ve G.P. Rao, *Identification of Continuous Systems*, North-Holland, Elsevier, 1987.  
 [11] P.J. Gawthrop, *Continuous-Time Self-Tuning Control, vol. I-II*, Research Study Press, Wiley, 1987.  
 [12] N.K. Sinha ve G.P. Rao (editors), *Identification of Continuous-Time Systems: Methodology and Computer Implementation*, Kluwer Academic Publishers, 1991.  
 [13] P. Young, "Parameter Estimation for Continuous-Time Models – A Survey," *Automatica*, Cilt: 17, No: 1, s:23-39, 1981.  
 [14] H. Unbehauen ve G.P. Rao, "Continuous-Time Approaches to System Identification – A Survey," *Automatica*, Cilt: 26, No: 1, s:23-35, 1990.  
 [15] H. Unbehauen ve G.P. Rao, "A Review of Identification in Continuous-Time Systems," *Annual Reviews in Control*, Cilt: 22, s:145-171, 1998.  
 [16] H. Garnier, M. Mensler, A. Richard, "Continuous-Time Model Identification from Sampled Data: Implementation Issues and Performance Evaluation," *International Journal of Control*, Cilt: 76, No: 10, s:1337-1357, 2003.  
 [17] G.P. Rao ve H. Unbehauen, "Identification of Continuous-Time Systems," *IEEE Proc.-Control Theory Appl.*, Cilt: 153, No: 2, s:185-220, 2006.  
 [18] O.H. Koçal, "A New Approach to Least Squares Adaptive Filtering," *Proc. of the International Symposium on Circuits and Systems*, Monterey, California, U.S.A., s:261-264, 1998.  
 [19] T. Bose, *Digital Signal and Image Processing*, John Wiley & Sons, 2004.  
 [20] T. Bose ve G.F. Xu, "The Euclidean Direction Search Algorithm for Adaptive Filtering," *IEICE Trans. on Fundamentals*, E85-A, s:532-539, 2002.  
 [21] R. Johansson, "Identification of Continuous-Time Models," *IEEE Trans. on Signal Processing*, Cilt: 42, No: 4, s:887-897, 1994.  
 [22] G.H. Golub ve C.F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3<sup>rd</sup> Ed., John Hopkins University Press, 1996.  
 [23] T. Söderström ve P. Stoica, *Instrumental Variable Methods for System Identification*, Springer-Verlag, 1983.  
 [24] S. Sagara ve Z.Y. Zhao, "Numerical Integration Approach to On-Line Identification of Continuous-Time Systems" *Automatica*, Cilt: 26, No: 1, s:63-74, 1990.

# Renklendirilmiş Petri Ağları için T Değişmezlerinin Bulunması

Volkan Mert Hanife Apaydın Özkan Aydın Aybar

Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Anadolu Üniversitesi,  
26555, Eskişehir

vmert@anadolu.edu.tr hapaydin1@anadolu.edu.tr aaybar@anadolu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, kesikli olay sistemlerin modelleme yöntemlerinden olan Petri ağlarında kullanılan T (geçiş) değişmezleri ele alınmıştır. Burada, renklendirilmiş Petri ağı modeli seçilmiş ve bu modelleme için, yapısal yaklaşımlarda kullanılmak üzere, T değişmezlerinin nasıl elde edilebileceği sunulmuştur.

## 1. Giriş

Olay etkileşimli sistemler, günümüz sistemlerinin modellenmesinde ve kontrolör tasarımıyla yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır [1]. Bu tür sistemler, kesikli olay sistemleri olarak adlandırılmakta ve en yaygın modelleme yöntemi de Petri ağları olarak bilinmektedir bkz, [2]). Petri ağlarının zamanlandırılmış Petri ağı, renklendirilmiş Petri ağı gibi birçok çeşidi geliştirilmiştir [3, 4].

Bir yerin ve / veya geçişin birden fazla durumu yada olayı aynı anda göstermesine olanak vermesi nedeniyle, renklendirilmiş Petri ağı (RPA) modeli özellikle büyük ölçekli üretim sistemlerinin modellemesinde kullanılmaktadır. Bir kesikli olay sisteminin RPA modeli aynı sistemin klasik Petri ağı modeline göre daha az yer ve geçiş içerdiğinden tercih edilen bir modelleme yöntemidir [5, 6, 7].

Petri ağlarının analizi ve uygulanacak kontrol tasarımları için çeşitli davranışsal ve yapısal yaklaşımlar sunulmuştur (örneğin, [7]–[11]). Davranışsal yaklaşımlar için ağına ulaşılabilirlik kümesi, yapısal yaklaşımlar için ise yerler ve geçişler arasındaki bağlantıları gösteren çıkışım (incidence) matrisi temel alınmaktadır [4].

Ulaşılabilirlik kümesinin oluşturulmasındaki hesaplama karmaşıklığı (computational complexity), ele alınan ağıın yerlerinin ve geçişlerinin sayısına bağlı olarak polinom olmayan (genellikle üstsel) olarak artmaktadır [12, 10]. Ancak, dışmerkezli kontrolör yaklaşımlarının geliştirilmesiyle, davranışsal yaklaşımlardaki hesaplama karmaşıklığının azaltılmasını sağlamıştır (bkz, [13, 10]).

Petri ağlarının analizi ve kontrolü için ağıın yerleri ve geçişleri arasındaki bağlantılara dayalı olarak yapısal yaklaşım ortaya konmuş ve bu yaklaşım bir çok çalışmaya temel oluşturmıştır [15, 9, 16, 17]. Bu yaklaşımda, Petri ağıının başlangıç işaretlemesine bağlı olmayan sadece bağlantı yapısıyla ilgili özellikleri yapısal özellikler olarak adlandırılmaktadır. Bu özelliklerin analizi ve kontrolünde

ulaşılabilirlik kümesinin oluşturulmasına gerek duyulmamaktadır. Dolayısıyla, geliştirilen çalışmalarda hesaplama karmaşıklığını büyük ölçüde azaltabilmektedir.

Bu çalışmada, Petri ağlarının yapısal analizi için kullanılan T değişmezleri, RPA için tanımlanmakta ve hesaplanması anlatılmaktadır. T değişmez(ler)i [geçiş değişmez(ler)i olarak da adlandırılmaktadır], çıkışım matrisinin boşluk uzayından yararlanılarak ifade edilmektedir [4]. Klasik Petri ağları için T değişmezleri kullanılarak temel özelliklerinden olan tersine dönüşebilirlik ve/veya sınırlılık için analiz ve kontrolör tasarımı çalışmaları sunulmaktadır (örneğin, [18]).

[19]'da RPA için T değişmezi olarak adlandırılan ve ateşlenmesiyle ağıın durumunda toplamda bir etki yaratmayan geçiş dizisi olarak tanımlanan bir yapı sunulmuştur. Ancak ilgili çalışmadaki modellemede, yerlerdeki belirtilerin renklere göre dağılımı o yerin özelliklerine bağlı olarak yapılmıştır. İşaretleme vektörlerindeki gösterim ise, renk bilgisi olmaksızın, klasik Petri ağıındaki gibi, yerlerdeki toplam belirti sayısı şeklinde ifade edilmiştir. Bu çalışmada ise, RPA modellemesi hem geçişlerdeki hem de yerlerdeki renk bilgisi kullanılarak yapılmakta, ve bu yapı için bir T değişmezi tanımı ve nasıl elde edilebileceği sunulmaktadır.

## 2. Renklendirilmiş Petri Ağı

RPA,  $G(P, T, N, O, C, \Omega, m_0)$  gösterimi ile ifade edilmektedir.  $P$  : yerlerin kümesini,  $T$  : geçişlerin kümesini,  $\Omega$  renklerin sıralı kümesini,  $C : T \cup P \rightarrow \Omega$ , renklendirme fonksiyonunu,  $C(P)$ , yerlere ait renklerin sıralı kümesini,  $C(T)$ , geçişlere ait renklerin sıralı kümesini,  $N(p, t) : C(T) \rightarrow \mathcal{N}^{1 \times |C(P)|}$ , yerlerden geçişlere doğru olan bağlantı ağırlıklarının verildiği girdi matrisini,  $O(p, t) : C(T) \rightarrow \mathcal{N}^{1 \times |C(P)|}$ , geçişlerden yerlere doğru olan bağlantı ağırlıklarının verildiği girdi matrisini,  $m_0$ , başlangıç işaretleme göstermektedir. Burada,  $\mathcal{N}$ , negatif olmayan tam sayıların oluşturduğu kümeyi ve  $|C(P)|$ ,  $C(P)$  kümesinin eleman sayısını ifade etmektedir.

Girdi ve çıktı matrisilerini ele aldığımızda,  $N(p, t)(\tau) / O(p, t)(\tau)$ ,  $t$  geçişi  $\tau$  rengi için ateşlendiğinde  $p$  yerinden ayrılan  $p$  yerine giren belirtilerin  $C(P)$  kümesinin tüm elemanlarına göre dağılımını gösteren vektörü ve  $N(p, t)(\tau, \rho) / O(p, t)(\tau, \rho)$ , ise  $N(p, t)(\tau) / O(p, t)(\tau)$  vektöründeki  $\rho$  rengine karşılık gelen sayıyı göstermektedir. Ayrıca,  $N(\tau, \rho) : P \times T \rightarrow \mathcal{N}$  geçişlerin  $\tau \in C(T)$  rengi için ateşlenmesiyle yerlerden ayrılan  $\rho \in C(P)$  renkli belirtileri gösteren matrisi,  $O(\tau, \rho) : P \times T \rightarrow \mathcal{N}$  geçişlerin  $\tau$  rengi için ateşlenmesiyle

yerlere giren yerlere giren  $\rho \in \mathcal{C}(P)$  renkli belirtileri gösteren matrisi ifade etmektedir. RPA'nda  $\tau$  geçiş rengine ve  $\rho$  yer rengine ait çakışım (incidence) matrisi  $A(\tau, \rho) := O(\tau, \rho) - N(\tau, \rho)$ ,  $p \in P$ ,  $t \in T$ ,  $\rho \in \mathcal{C}(P)$ ,  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  şeklinde elde edilmektedir.

$$A(\tau, \rho) = \begin{bmatrix} A(p_1, t_1)(\tau, \rho) & \dots & A(p_1, t_r)(\tau, \rho) \\ A(p_2, t_1)(\tau, \rho) & \dots & A(p_2, t_r)(\tau, \rho) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ A(p_n, t_1)(\tau, \rho) & \dots & A(p_n, t_r)(\tau, \rho) \end{bmatrix}$$

Burada,  $n = |P|$ ,  $r = |T|$  ve  $A(p, t)(\tau, \rho) = O(p, t)(\tau, \rho) - N(p, t)(\tau, \rho)$ ,  $p \in P$ ,  $t \in T$ ,  $\rho \in \mathcal{C}(P)$ ,  $\tau \in \mathcal{C}(T)$ .

$M(p, \rho)$ ,  $p \in P$  yerindeki,  $\rho \in \mathcal{C}(P)$  rengine ait belirti sayısını göstermek üzere,  $M : P \rightarrow \mathcal{N}^{1 \times |\mathcal{C}(P)|}$ , RPA'nda bir işaretleme matrisini göstermektedir.

$t$  geçişinin  $\tau$  rengi için gerekli ve yeterli ateşlenebilirlik şartı;  $N(p, t)(\tau, \rho) > 0$  olduğunda  $M(p, \rho) \geq N(p, t)(\tau, \rho)$ ,  $\forall p \in P$ ,  $\forall \rho \in \mathcal{C}(P)$ ,  $t \in T$  ve  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  şartının sağlanmasıdır.  $\tau$  rengi için  $t$  geçişi ateşlendikten sonra elde edilen yeni işaretleme,

$$M'(p, \rho) = M(p, \rho) - N(p, t)(\tau, \rho) + O(p, t)(\tau, \rho),$$

$\forall p \in P$ ,  $\forall \rho \in \mathcal{C}(P)$  şeklinde hesaplanmaktadır. Burada,  $M'$ ,  $M$  işaretlemesinde,  $\tau$  rengi için  $t$  geçişi ateşlendikten sonra elde edilen işaretlemeyi göstermektedir. Bu ifade vektörel olarak,

$$M'(p) = M(p) - N(p, t)(\tau) + O(p, t)(\tau), \quad \forall p \in P$$

ifade edilmektedir.

Bir geçiş ve onun bir renginden oluşan çiftlerden bir ateşleme dizisi oluşturulabilir.  $g := (t_i, \tau_j)(t_n, \tau_h) \dots$  bir ateşleme dizisini göstermek üzere,  $M$  işaretlemesinden sonra  $g$  ateşleme dizisi kullanılarak yeni bir işaretlemeye ulaşıyorsa, bu işlem  $\dot{M} = \gamma(M, g)$  şeklinde ifade edilebilir. Burada,  $\gamma$  iletim fonksiyonunu göstermektedir ve  $g$  dizisini oluşturan çiftlerin sırayla ateşlenebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca bu çalışmada,  $M$  işaretlemesinden ateşlenebilen geçişler ve bu geçişlerin renklerinden oluşan çiftlerin kümesi  $\mathcal{E}(G, M)$  ile ifade edilmektedir.

### 3. Renklendirilmiş Petri Ağları için T Değişmezleri

Bu bölümde RPA için T değişmezi ifadesi ve hesaplama yöntemi verilecektir.

**Tanım 1:** Klasik Petri ağları,  $\tilde{G}(\tilde{P}, \tilde{T}, \tilde{N}, \tilde{O}, \tilde{m}_0)$ , için  $\tilde{A} = \tilde{O} - \tilde{N}$  çakışım matrisini göstermek üzere  $Q := \{\tilde{X} \mid \tilde{A}\tilde{X} = 0, \tilde{X} \neq Z_{\tilde{T}}\}$ ,  $Q$  kümesinin tüm elemanları T değişmezi olarak adlandırılır [14] ( $Z$ ,  $|\tilde{T}| \times 1$  boyutlu sıfır vektörünü göstermektedir).

Petri ağının analizi ve kontrol tasarımları için  $Q$  kümesini oluşturmak yerine, minimal T değişmezlerini hesaplamak yeterlidir [16, 9]. Minimal T değişmezleri, birbirinden doğrusal bağımsız T değişmezleridir (bkz. [4]). Minimal T değişmezlerinin doğrusal kombinasyonları da yine ağın T değişmezleridir. Petri ağının minimal T değişmezlerinin bulunmasını sağlayan çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir (örneğin, [20]).

Petri ağları için yapılan T değişmezi tanımı kullanılarak RPA için T değişmezi tanımı şu şekilde verilebilir.

**Tanım 2:** Herhangi bir  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  için  $A(\tau, \rho)X_\tau = 0$ ,  $\forall \rho \in \mathcal{C}(P)$ ,  $X_\tau \neq Z_T$  şartını sağlayan  $X_\tau$  vektörüne RPA'nın  $\tau$  rengine ait T değişmezi denir.

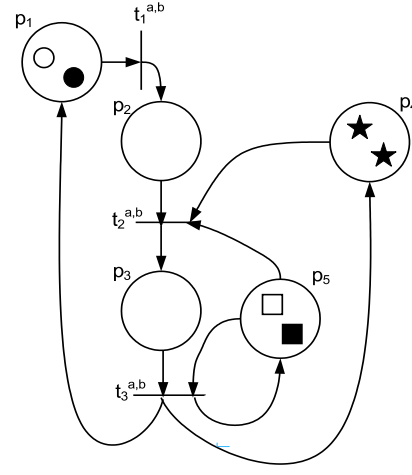
RPA için  $\tau$  rengine ait T değişmezlerini bulmak için aşağıdaki basamaklar uygulanabilir:

- RPA'nda  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  ve her bir  $\rho \in \mathcal{C}(P)$  için  $A(\tau, \rho)$  matrisi oluşturulur.
- $A(\tau, \rho)X_\tau = 0$ ,  $\forall \rho \in \mathcal{C}(P)$  şartını sağlayan sıfırdan farklı bir  $X_\tau$  vektörü varsa bu vektör RPA'nın T değişmezidir.

T değişmezlerini yukarıdaki yöntemi kullanarak bulmak için bir Matlab programı geliştirilmiştir. Bu programda, istenilen geçiş rengi  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  için  $A(\tau) : P \times T \times \mathcal{C}(P) \rightarrow \mathcal{N}$  matrisi girdi olarak kullanılmaktadır. Program,  $A(\tau, \rho)$ ,  $\forall \rho \in \mathcal{C}(P)$  matrislerini elde etmektedir. Son olarak, [20]'de ortaya konulan Martinez ve Silva algoritmasından (bkz. Bölüm 5) yararlanılarak, ele alınan RPA için T değişmezleri bulunur.

### 4. Uygulama

Bu bölümde, örnek bir RPA için T değişmezlerinin bulunması verilecektir.



Şekil 1: Örnek bir RPA

Şekil 1'deki ağa ait kümeler,  $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$ ,  $T = \{t_1, t_2, t_3\}$ ,  $\mathcal{C}(p_1) = \mathcal{C}(p_2) = \mathcal{C}(p_3) = \{\circ, \bullet\}$ ,  $\mathcal{C}(p_4) = \mathcal{C}(p_1) = \{\square, \blacksquare\}$ ,  $\mathcal{C}(t_1) = \mathcal{C}(t_2) = \mathcal{C}(t_3) = \{a, b\}$ , ve  $\mathcal{C}(P) = \{\circ, \bullet, \square, \blacksquare, \star\}$  olarak verilmiştir.

Bu ağ için,  $A(\tau, \rho)$ ,  $\rho \in \mathcal{C}(P)$  ve  $\tau \in \mathcal{C}(T)$  matrisleri şu şekilde elde edilmektedir.

$$A(a, \circ) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A(a, \bullet) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(a, \square) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A(a, \blacksquare) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A(a, \star) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$A(a, \circ)X_a = 0$ ,  $A(a, \bullet)X_a = 0$ ,  $A(a, \square)X_a = 0$ ,  $A(a, \blacksquare)X_a = 0$ ,  $A(a, \star)X_a = 0$  eşitliklerini sağlayan  $a$  rengine ait T-değişmezi  $X_a = [1 \ 1 \ 1]^T$  olarak bulunur. Örneğin bu vektörden yararlanılarak,  $m_0$ 'dan sonra  $t_1 t_2 t_3$  dizisindeki geçişler  $a$  rengi için ateşlenirse, tekrar  $m_0$ 'a ulaşılabilir (bkz, [18]).

$$A(b, \bullet) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A(b, \circ) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(b, \square) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad A(b, \blacksquare) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A(b, \star) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$A(b, \circ)X_b = 0$ ,  $A(b, \bullet)X_b = 0$ ,  $A(b, \square)X_b = 0$ ,  $A(b, \blacksquare)X_b = 0$ ,  $A(b, \star)X_b = 0$  eşitliklerini sağlayan  $b$  rengine ait T-değişmezi  $X_b = [1 \ 1 \ 1]^T$  olarak elde edilmektedir.

## 5. Martinez ve Silva Algoritması

Bu bölümde, Petri ağlarının minimal T-değişmezlerinin bulunması için Martinez ve Silva [20] tarafından geliştirilen algoritma verilecek ve algoritmanın işleyişi bir örnek üzerinde açıklanacaktır.

### Martinez ve Silva Algoritması

- 1-  $\tilde{A}^* = [I : \tilde{A}^T]$  şeklinde oluşturulur ( $I$  uygun boyutlu bir birim matrisi ifade etmektedir).
- 2-  $j = |\tilde{T}| + 1$
- 3-  $j$ . sütundaki elemanlardan 0'dan farklı olup toplamları 0'ı veren çiftler bulunur.
- 4- Bu elemanların bulundukları satırlar toplanır.
- 5- Her bir satır çiftinin toplamları  $\tilde{A}^*$  matrisinin altına eklenir.
- 6- Toplam için kullanılan tüm satırlar  $\tilde{A}^*$  matrisinden silinir.

7- Eğer  $j = |\tilde{P}| + |\tilde{T}|$  ise, 8. adıma geçilir; aksi durumda  $j = j + 1$  yapılarak 3'e dönlür.

8-  $\tilde{A}^*$  matrisinde  $|\tilde{P}| + 1$ . sütundan itibaren 0 olan satırların ilk  $n$  elemanı T değişmezinin transpozunu verir.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\tilde{A}$  çakışım matrisine sahip Petri ağı için T değişmezlerinin bulunması aşağıda verilmiştir:

$$\tilde{A}^T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

### 4. sütunun sıfırlanması

$$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 1+2 \\ 1+3 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1., 2. ve 3. satırlar toplam için kullanıldığından silinmelidir.

$$\tilde{A}^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 5. sütunun sıfırlanması

Bu sütun bir önceki adımda yapılan işlemlerle kendiliğinden sıfırlandı.

### 6. sütunun sıfırlanması

Bu sütunun sıfırlanması mümkün değil.

Bu durumda  $\tilde{A}$  matrisinin minimal T değişmezi  $[1 \ 1 \ 0]^T$  şeklinde bulunmaktadır.

## 6. Sonuç

Bu çalışmada, Petri ağlarının yapısal analizinde kullanılan T değişmezlerinin RPA için tanımlanması yapılmıştır. Ayrıca, RPA için T değişmezlerinin bulunması için bir yöntem geliştirilerek bu yöntem için bir Matlab programı oluşturulmuştur.

RPA için T değişmezleri klasik Petri ağlarında olduğu gibi ağın yapısal analizinde kullanılabilir. Klasik Petri ağlarında bir T değişmeze ait bir geçiş dizisinin başlangıç işaretlemesinden ateşlenmesiyle yeniden başlangıç işaretlemesine dönülebilmektedir[18]. Dolayısıyla, RPA'nın da yapısal olarak tersine dönüştürülebilir olması için bu çalışmada bulunan T değişmezleri kullanılabilir. Buna yönelik çalışmalar devam etmektedir.

Petri ağları için tasarlanan yapısal yaklaşımlarda yer (P) değişmezlerinden de yararlanılmaktadır [4, 9]. Dolayısıyla, gelecekteki çalışmalarda RPA'ları için P değişmezlerinin bulunması ve temel özellikler için kontrolör tasarımlarının geliştirilmesinde kullanılması üzerinde durulabilir.

## 7. Kaynakça

- [1] Y. Ho (Ed.), *Discrete Event Dynamic Systems: Analyzing Complexity and Performance in the Modern World*, A Selected Reprint Volume, The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1992.
- [2] M. Zhou ve F. DiCesare, *Petri Net Synthesis for Discrete Event Control of Manufacturing Systems*, Kluwer Academic, Norwell, MA, 1993.
- [3] C. G. Cassandras ve S. LaFortune, *Introduction to Discrete Event Systems*, Kluwer Academic, Norwell, MA, 1999.
- [4] A. A. Desrochers ve R. Y. Al-Jaar, *Applications of Petri Nets in Manufacturing Systems*, The Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., New York, 1995.
- [5] M. Çimen ve A. Aybar, "Renklendirilmiş Petri ağları için sistem çıkmazının meydana gelmesini önleyen kontrolör tasarımı," *Ulusal Otomatik Kontrol Konferansı Bildiri Kitapçığı*, İstanbul, Haziran 2005, s. 187–192.
- [6] H. A. Özkan ve A. Aybar, "Renklendirilmiş Petri ağları için bir yasaklanmış durum kontrolörü," *Ulusal Otomatik Kontrol Konferansı Bildiri Kitapçığı*, Ankara, Haziran 2006, s. 609–613.
- [7] A. Aybar ve M. Çimen, "Supervisory controller design to enforce reversibility and liveness in colored Petri nets," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2007, (basım aşamasında).
- [8] J.O. Moody ve P. J. Antsaklis, *Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri nets*, Kluwer Academic, Norwell, MA, 1998.
- [9] M. V. Iordache ve P. J. Antsaklis, "Design of  $T$ -liveness enforcing supervisors in Petri nets," *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 48, s. 1962–1974, 2003.
- [10] A. Aybar, A. İftar, ve H. Apaydın-Özkan, "Centralized and decentralized supervisory controller design to enforce boundedness, liveness, and reversibility in Petri nets," *International Journal of Control*, c. 78, s. 537–553, 2005.
- [11] A. Aybar, "Decentralized structural control approach for Petri nets," *Control and Cybernetics*, c. 36, s. 1–17, 2007.
- [12] J. Esparza ve M. Nielsen, "Decidability issues in petri nets," *BRICS Report Series, RS-94-8, Department of Computer Science, University of Aarhus, Aarhus, Denmark*, 1994.
- [13] A. Aybar ve A. İftar, "Decentralized supervisory controller design to avoid deadlock in Petri nets," *International Journal of Control*, c. 76, s. 1285–1295, 2003.
- [14] T. Murata, "Petri nets: Properties, analysis and applications," *Proceeding of the IEEE*, c. 77, s. 541–580, 1989.
- [15] J. Ezpeleta, J. M. Colom, ve J. Martínez, "A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, c. 11, s. 173–184, 1995.
- [16] Z. Li ve M. Zhou, "A novel siphon-based deadlock control method for fms," *Proc. of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Taipei, Taiwan, Eylül 2003, s. 1452–1457.
- [17] Z. Li ve M. Zhou, "Some results and open problems concerning elementary siphons of Petri nets," *Proc. of the 2004 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, The Hague, Hollanda, Kasım 2004, s. 1717–1722.
- [18] H. Apaydın ve A. Aybar, "Reversibility Enforcement for Unbounded Petri nets," *Proc. CD-ROM of Second International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, Barselona, İspanya, Temmuz 2005, s. 181–186.
- [19] K. Jensen, *Coloured Petri Nets*, Springer Verlag, Berlin, Hiedelberg, 1995.
- [20] J. Martinez ve M. Silva, "A simple and fast algorithm to obtain all invariants of a generalized Petri net," *In Applications and Theory of Petri Nets*, c. 52, s. 301–311, 1982.

# Farksal Evrim Algoritması Kullanılarak Sistem Kimliklendirme

Aytekin BAĞIŞ<sup>1</sup>, Yıldız ÖZÇELİK<sup>2</sup>

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Erciyes Üniversitesi, 38039, Kayseri, Türkiye

<sup>1</sup>bagis@erciyes.edu.tr

<sup>2</sup>yildiz@arkenerji.com.tr

## Özetçe

Kontrol sistemlerinin tasarlanmasındaki en önemli güçlüklerden biri, kontrol edilen sistemin modellenmesi sırasında ortaya çıkar. İyi bir sistem modelinin oluşturulabilmesi için modele ait parametrelerin en yüksek doğrulukla elde edilmesi gerekir. Parametre tahminine dayalı sistem kimliklendirme işleminde elde edilen modelin doğruluğu kullanılan yaklaşımla yakından ilgilidir. Bu çalışmada farksal evrim algoritmasına dayalı olarak yapılan sistem kimliklendirme işlemi ele alınmıştır. Farklı sistemlerin kimliklendirilmesi sırasında algoritmanın sergilediği performans farklı yöntemlerle karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Elde edilen sonuçlardan, sistem kimliklendirme işlemi için farksal evrime dayalı bir algoritma kullanımının oldukça etkileyici ve başarılı sonuçlar sağladığı görülmüştür.

## 1. Giriş

Bir sistemin davranışının tahmin edilebilmesi, sistemin girişleri ve çıkışları arasındaki ilişkinin açıklanabilmesi, sistem modeline dayalı bir denetleyicinin tasarlanabilmesi ya da kontrol altındaki sistemin bilgisayar benzetimlerinin doğru biçimde yapılabilmesi bakımından sistem kimliklendirmenin önemi büyüktür. Bir sistemin kimliklendirilmesinde izlenen genel yaklaşım, bu sisteme ait giriş ve çıkış değerlerini dikkate alarak ortaya uygun bir matematiksel yapı konulmasına ve bu yapıda yer alan parametrelerin en düşük hata ile elde edilmesine dayanır. Parametre değerlerinin belirlenmesinde kullanılan yöntem en uygun değerlerin hızlı biçimde elde edilmesinde doğrudan bir öneme sahiptir.

Sistemlerin kimliklendirilmesine yönelik olarak literatürde çeşitli çalışmalar mevcuttur [1-10]. Sistem kimliklendirme için parametrik ve parametrik olmayan çeşitli yaklaşımlar Ljung tarafından incelendi ve uygulandı [2]. Solbrand ve arkadaşları çevrimdışı kimliklendirme için rekürsif yöntemler önermişlerdir [1]. Frekans domeninde transfer fonksiyonunun parametrik tahminine yönelik bir çalışma Pintelon ve arkadaşları tarafından ele alınmıştır [5]. Açık ve kapalı çevrim basamak cevaplarından yararlanarak model parametrelerinin tahminini sağlayan yöntemler Ahmed ve arkadaşları tarafından geliştirilmiştir [10].

Sistem kimliklendirme problemlerine hızlı ve etkili bir çözüm sağlayabilmek için yararlanılan yöntemlerden biri de, genetik algoritmalar ve tabu araştırma algoritması gibi evrimsel gelişime dayalı yapay zekâ optimizasyon

algoritmalarının kullanımıdır [9, 11]. Amaç fonksiyonu optimizasyonu, sinir ağlarının eğitimi, bulanık sistemlerde üyelik fonksiyonlarının belirlenmesi, sistem kimliklendirme ya da sistem kontrolü gibi alanlarda bu algoritmalar başarılı şekilde kullanılabilir [11].

Bu çalışmada, parametre tahminine dayalı olarak yapılan sistem kimliklendirme işleminde farksal evrim algoritmasının (FEA) kullanımı incelenmiştir. Yapılan inceleme, literatürde yer alan model yapılarının kullanımına ve bu model yapılarında bulunan parametre değerlerinin algoritma yardımıyla tahmin edilmesine dayandırılmıştır. Parametre tahmin işlemi için yine literatürde yer alan farklı sistem yapıları ile bu sistemlerin birim basamak girişi karşılık zaman domeni yanıtları dikkate alınmıştır. Bölüm 2'de farksal evrim algoritması hakkında kısa bilgi sunulmuştur. Algoritmanın kimliklendirme işleminde uygulanması ve elde edilen sonuçlar Bölüm 3'de verilmiştir. Bölüm 4'de elde edilen bilgi ve bulgular değerlendirilmiştir. Sonuçlar Bölüm 5'de sunulmuştur.

## 2. Farksal Evrim Algoritması (FEA)

FEA gerçek değerli fonksiyonların minimizasyonu için son zamanlarda sıkça kullanılmaya başlanan popülasyona dayalı bir gelişim algoritmasıdır [12, 13]. Çaprazlama, mutasyon ve seçim gibi gelişim operatörlerini kullanan farksal evrim, genetik algoritmalarından farklı olarak çözümlerin iyileştirilmesi işlemini çaprazlama operatörünün aksine mutasyon operatörüne dayandırır. FEA'nın temel işlem adımları aşağıdaki gibidir [14]:

- (1) Başlangıç popülasyonu oluştur
- (2) Popülasyonu değerlendir
- (3) Sonlandırma kriteri sağlanıncaya kadar aşağıdaki işlemleri gerçekleştir
  - (3.1) Mutasyon uygula
  - (3.2) Çaprazlama uygula
  - (3.3) Değerlendirme
  - (3.4) Seçim

Olası çözümlerin gerçek değerli vektörlerle tanımlandığı FEA rasgele seçilmiş vektörlerin farkına dayalı bir mutasyon işlemi kullanır. Bunun için, popülasyondaki en kaliteli birey ya da rasgele belirlenmiş olan birey bir fark vektörü eklenerek değişikliğe uğratılır. Bu fark vektörü, popülasyonda yer alan başka iki birey arasındaki farkın bir ölçekleme değeri ile çarpılmasından elde edilir.

Matematiksel olarak bu durum  $X_a = X_b + \alpha \cdot (X_c - X_d)$  şeklinde ifade edilebilir. Buradaki  $\alpha$  tanımlaması algoritma tarafından kullanılan ve değeri [0,1] aralığında değişen bir ölçekleme parametresidir [14, 15].

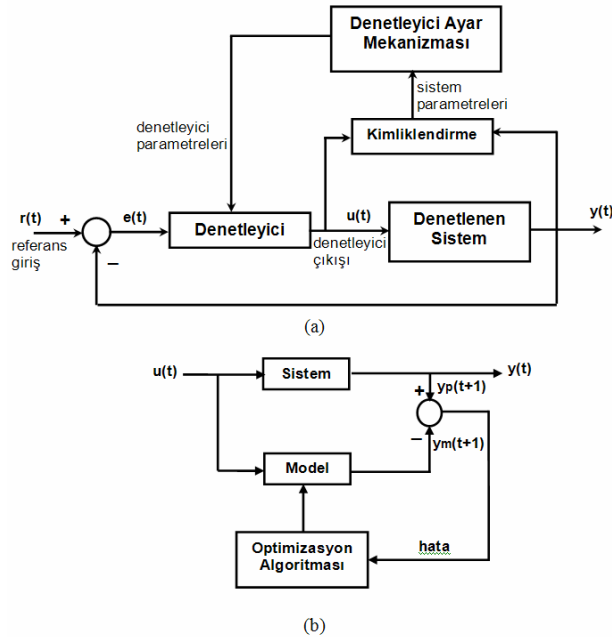
Çaprazlama işlemi, eski bireyden ya da mutasyon ile değişikliğe uğratılmış olan bireyden bazı parametrelerin seçilmesiyle yeni bireyin elde edilmesini sağlar. Parametrelerin hangi bireylerden seçileceği, ikili ya da üstel biçimli çaprazlama tiplerinden biriyle belirlenir [15]. Bunun için temel olarak, değeri [0,1] aralığında değişen elemanlardan oluşan bir çaprazlama vektörü belirlenir. Bu vektörde yer alan eleman değerinin algoritma çaprazlama katsayısından küçük ya da büyük olmasına göre yeni bireyde yer alacak parametreler de belirlenmiş olur.

FEA'nın çalışması, elde edilen daha iyi bireylerin yeni popülasyonu oluşturması yoluyla gelişimini sürdürür. İstenilen kalitede bir çözüm bulunduğunda ya da belirlenen iterasyon sayısı tamamlandığında algoritmanın işleyişi sona erer.

### 3. FEA Kullanılarak Sistem Kimliklendirme

Sistem kimliklendirme işleminde temelde iki yaklaşım söz konusudur: Yapının kimliklendirilmesi ve parametre kimliklendirme [16]. Parametre kimliklendirmede yapının bilindiği varsayılır. Bu çalışmada, farklı dinamik cevaplara sahip olan farklı derecelerdeki süreçlerin birinci ve ikinci dereceli modellerle nasıl tanımlanabileceği üzerinde durulmuş, bu amaca yönelik olarak iki farklı olası model yapısı önerilerek bu modellerdeki parametreler kimliklendirilmeye çalışılmıştır.

Zaman domenine bağlı bir denetleyici tasarımı, sistem kimliklendirme ve denetleyici ayar mekanizması olmak üzere iki temel yapıya sahiptir [9]. İyi bir denetim sisteminin elde edilmesinde kimliklendirme işleminin önemi büyüktür. Şekil 1 denetleyici ayarının ve sistem modelleme işlemlerinin temel blok gösterimini sunmaktadır.



Şekil 1: a) Denetleyici Parametrelerinin Ayarlanması  
b) Sistem Modelleme İşlemi

Modele ait parametreler optimizasyon algoritmaları tarafından belirlenir. Bu çalışmada ele alınan sistem kimliklendirmedeki amaç, kontrol edilmek istenen sisteme ait olarak verilen çeşitli giriş-çıkış değerlerini sağlayabilecek uygun transfer fonksiyonunun belirlenmesidir. Optimizasyon algoritmasının buradaki temel görevi, transfer fonksiyonunu oluşturan katsayı değerlerini belirlemektir. Yüksek dereceli süreçleri düşük dereceli modellere uygunlaştırmaya çalışmak çok yaygın ve bilinen bir kimliklendirme yöntemidir [9, 17]. Çalışmadaki kimliklendirme problemi Eşitlik 1-4'de gösterilen farklı derecelerdeki süreçlerin, Eşitlik 5 ve 6'da verilen modellerle tanımlanmasının hangi parametre değerleri ile mümkün olabileceğini araştırır.

$$G1(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)^2} \quad (1)$$

$$G2(s) = \frac{4.228}{(s+0.5)(s^2+1.64s+8.456)} \quad (2)$$

$$G3(s) = \frac{27}{(s+1)(s+3)^3} \quad (3)$$

$$G4(s) = \frac{2.1299}{0.356s^4 + 0.8116s^3 + 8.5057s^2 + 3.4020s + 2.1299} \quad (4)$$

$$Gm1(s) = \frac{e^{-Ls}}{as+b} \quad (5)$$

$$Gm2(s) = \frac{e^{-Ls}}{as^2+bs+c} \quad (6)$$

Eşitlik 5 ve 6'da verilen model yapıları sırasıyla 1. ve 2. derece modellerdir. Bu modellerde yer alan L, a, b ve c parametreleri algoritma tarafından kimliklendirilecek değerlerdir. İfadelerin pay kısımlarında bulunan  $e^{-Ls}$  terimi zaman domeninde L sn'lik bir gecikmeye karşılık gelmektedir. Eğer L=0 ise bu terim 1 değerine sahip olur ve sistemin dinamik cevabında herhangi bir gecikme meydana gelmez.

Parametrelerin tahmin edilebilmesi için süreçlerin açık çevrim basamak cevaplarından yararlanılır. Optimizasyon süresince gerçek model ile kimliklendirilen model arasındaki fark hesaplanır. Algoritmanın performansı ve elde edilen çözümlerin kalitesi bu farka göre değerlendirilir. Bu çalışmada Eşitlik 7'de verilen performans fonksiyonu kullanılmıştır.

$$J(L,a,b,c) = \int_0^{\infty} (y_p(t+1) - y_m(t+1))^2 \cdot dt \quad (7)$$

Burada  $y_p(t+1)$  sürecin basamak cevabı ve  $y_m(t+1)$  Gm1 ya da Gm2 tarafından kimliklendirilen modelin basamak cevabıdır. Bu performans fonksiyonuna integral kare hatası (Integral Square Error-ISE) adı da verilir. Kaliteli model parametrelerinin elde edilebilmesi için bu ISE hata değerinin minimum yapılması gerekir.

Bu çalışmada ele alınan sistem kimliklendirme probleminin çözümünde FEA kullanılmıştır. Bu amaçla, çözüm kümesini oluşturan parametre değerleri onluk sistemdeki gerçek nümerik değerlerle tanımlanmıştır. D, parametre sayısı ve NP, popülasyondaki olası çözüm sayısı olmak üzere toplam popülasyon büyüklüğü  $NP \times D$  boyutlu bir



parametre vektörü biçiminde oluşturulmuştur. FEA tarafından kullanılan tanımlamalar Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1: FEA kontrol parametre değerleri

| Farksal Evrim Algoritması (FEA)                                       |
|---|
| ♦ popülasyon büyüklüğü (NP) = 30                                      |
| ♦ çaprazlama oranı (CR) = 0.5   |
| ♦ ölçekleme faktörü (F) = 0.8   |
| ♦ jenerasyon sayısı = 100   |
| ♦ değişken sayısı (D) = 4 (L, a, b, c)                                |
| ♦ değişken sınırları= L ∈ [0,5], a ∈ [0,10]<br>b ∈ [0,10], c ∈ [0,10] |

Bu çalışmada, mutasyon işlemi için algoritma tarafından kullanılan fark vektörü Eşitlik 8’de verilen ifade yardımıyla oluşturulmuştur. Bu ifadede yer alan pm1, pm2 ve pm3, eski popülasyon kullanılarak elde edilen birbirinden farklı NP×D boyutlu popülasyonları ve F, ölçekleme ya da oranlama faktörünü ve pop\_new, eleman değerleri değişikliğe uğratılmış NP×D boyutlu yeni popülasyonu göstermektedir.

$$\text{pop\_new} = \text{pm3} + F \times (\text{pm1} - \text{pm2}) \quad (8)$$

Bu çalışmada binomial tip çaprazlamadan yararlanılmıştır. Bunun için öncelikle yine NP×D boyutlu ve elemanları 1 ve 0’lardan oluşan bir çaprazlama kriteri (cross\_cri) matrisi oluşturulmuştur. cross\_cri=rand(NP,D) < CR ifadesi ile oluşturulan bu matristeki elemanın 1 olması durumunda yeni birey mutasyona uğramış popülasyondan ve 0 olması durumunda ise yeni birey eski popülasyondan alınarak nihai popülasyon oluşturulmuştur (Şekil 2). Şekil 2 ve Şekil 3’de bu işlemi daha açık görmek mümkündür.

|  |                         |
|--|-------------------------|
| pop_old:   | eski popülasyon (NP×D)  |
| pop_new:   | yeni popülasyon (NP×D)  |
| pop_res:   | nihai popülasyon (NP×D) |
| $\text{pop\_res} = \begin{cases} \text{pop\_new,} & \text{cross\_cri}=1 \text{ ise} \\ \text{pop\_old,} & \text{cross\_cri}=0 \text{ ise} \end{cases}$ |                         |

Şekil 2: Çaprazlama işlemi

| ilk popülasyon   | mutasyona uğramış popülasyon   |
|--|--|
| $\text{pop\_old} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$   | $\text{pop\_new} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ |
| nihai popülasyon   |  |
| $\text{cross\_cri} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ | $\text{pop\_res} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ |

Şekil 3: Örnek çaprazlama işlemi

FEA ile yapılan kimliklendirme işlemine ait model parametrelerinin değerleri Tablo 2’de sunulmuştur. Aynı çalışmanın GA ve tabu araştırma algoritması (TAA) kullanıldığında elde edilen sonuçlarına ise Tablo 3 ve Tablo 4’de yer verilmiştir. GA için popülasyon büyüklüğü, çaprazlama ve mutasyon oranları ile iterasyon değerleri sırasıyla 30, 0.9, 0.1 ve 200 şeklindedir. Tek noktalı çaprazlamanın kullanıldığı çalışmada GA tarafından rulet tekerleği seçim operatöründen yararlanılmıştır.

Tablo 2: FEA ile elde edilen model parametre değerleri

| Süreç | Model | Başlangıç noktası | Zaman (sn.)    | L             | a             | b             | c             | J (ISE)                     |
|-------|-------|-------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------------------|
| G1    | Gm1   | minimum           | 90.3280        | 0.9442        | 1.6293        | 0.9974        | -             | 0.0034                      |
|       |       | ortalama          | 74.7660        | 0.9699        | 1.6139        | 0.9959        | -             | 0.0036                      |
|       |       | maksimum          | 71.9220        | 0.9375        | 1.6374        | 0.9963        | -             | 0.0034                      |
|       |       | rastgele          | 83.6100        | 0.9468        | 1.6340        | 0.9976        | -             | 0.0034                      |
|       | Gm2   | minimum           | 78.8280        | 0.5158        | 0.9488        | 1.9848        | 0.9999        | 1.89.10 <sup>-5</sup>       |
|       |       | ortalama          | 70.7660        | 0.5323        | 0.9784        | 1.9732        | 1.004         | 8.43.10 <sup>-5</sup>       |
|       |       | maksimum          | 66.7340        | 0.3970        | 1.3002        | 2.1290        | 0.9976        | 9.83.10 <sup>-4</sup>       |
|       |       | rastgele          | <b>82.7190</b> | <b>0.4993</b> | <b>0.9910</b> | <b>2.0001</b> | <b>1.0004</b> | <b>9.12.10<sup>-6</sup></b> |
| G2    | Gm1   | minimum           | 77.6870        | 0.3373        | 1.8125        | 1.0018        | -             | 0.0034                      |
|       |       | ortalama          | 65.3590        | 0.3325        | 1.8297        | 1.0015        | -             | 0.0034                      |
|       |       | maksimum          | <b>63.5940</b> | <b>0.3392</b> | <b>1.7923</b> | <b>1.0016</b> | -             | <b>0.0034</b>               |
|       |       | rastgele          | 76.4530        | 0.3388        | 1.8096        | 1.0018        | -             | 0.0034                      |
|       | Gm2   | minimum           | 71.7500        | 0.3328        | 0.0240        | 1.8117        | 1.0021        | 0.0034                      |
|       |       | ortalama          | 62.8120        | 0.1745        | 0.2933        | 2.0608        | 1.0052        | 0.0360                      |
|       |       | maksimum          | 63.3750        | 0.1583        | 0.3107        | 1.9705        | 0.9962        | 0.0046                      |
|       |       | rastgele          | 76.9530        | 0.2764        | 0.1128        | 1.8782        | 1.0012        | 0.0034                      |
| G3    | Gm1   | minimum           | 77.1880        | 0.7691        | 1.2977        | 0.9981        | -             | 0.0034                      |
|       |       | ortalama          | 67.6560        | 0.7718        | 1.2894        | 0.9977        | -             | 0.0034                      |
|       |       | maksimum          | 63.6090        | 0.8345        | 1.2055        | 0.9996        | -             | 0.0038                      |
|       |       | rastgele          | 78.0310        | 0.7696        | 0.7696        | 1.2952        | -             | 0.0034                      |
|       | Gm2   | minimum           | <b>84.5310</b> | <b>0.3515</b> | <b>0.7252</b> | <b>1.6424</b> | <b>1.0005</b> | <b>1.18.10<sup>-4</sup></b> |
|       |       | ortalama          | 73.6250        | 0.4050        | 0.7166        | 1.5992        | 0.9991        | 5.90.10 <sup>-4</sup>       |
|       |       | maksimum          | 67.7650        | 0.2490        | 1.0326        | 1.7689        | 1.0008        | 0.0018                      |
|       |       | rastgele          | 76.2340        | 0.3029        | 0.7689        | 1.6718        | 0.9988        | 3.68.10 <sup>-4</sup>       |
| G4    | Gm1   | minimum           | 77.1560        | 1.5405        | 1.0248        | 0.9684        | -             | 0.2738                      |
|       |       | ortalama          | 74.2970        | 1.5394        | 1.0310        | 0.9669        | -             | 0.2738                      |
|       |       | maksimum          | 72.6250        | 1.3696        | 1.1373        | 0.9626        | -             | 0.2796                      |
|       |       | rastgele          | 74.1250        | 1.5402        | 1.0248        | 0.9683        | -             | 0.2738                      |
|       | Gm2   | minimum           | <b>82.6250</b> | <b>0.1064</b> | <b>3.8024</b> | <b>1.4938</b> | <b>1.0001</b> | <b>1.07.10<sup>-4</sup></b> |
|       |       | ortalama          | 75.8750        | 0.2265        | 3.7198        | 1.4515        | 0.9997        | 0.0027                      |
|       |       | maksimum          | 74.7960        | 0.0921        | 4.2297        | 1.6823        | 1.0345        | 0.0500                      |
|       |       | rastgele          | 77.7500        | 0.1191        | 3.7526        | 1.4956        | 0.9993        | 1.40.10 <sup>-4</sup>       |

#### 4. Tartışma

Tablo 2–4’den görüleceği gibi, algoritma performansının test edilmesi amacıyla üç farklı başlangıç noktası dikkate alınmıştır. Bunlar minimum (L=0, a=b=c=1, FEA için a=b=c=0), ortalama (L=2.5, a=b=c=5) ve maksimum (L=5, a=b=c=10) başlangıç noktalarıdır. Bu noktalar, algoritmaların araştırmaya ilk olarak başladıkları parametre bölgelerini ifade eder. Algoritma performansının daha iyi gözlemlenebilmesi amacıyla, diğer iki algoritmadan farklı olarak FEA’da bir de rasgele başlangıç noktası için araştırma yapılmış ve sonuçları Tablo 2’de gösterilmiştir. Her bir algoritmanın farklı süreçler için elde ettiği en iyi parametre değerleri bu tablolarda koyu renkli olarak belirtilmiştir.

Modellerin kimliklendirilmesi sırasında farklı algoritmalar tarafından elde edilen en düşük ISE hata değerleri Tablo 5’de karşılaştırmalı olarak yeniden özetlenmiştir.

Tablo 3: GA ile elde edilen model parametre değerleri

| Süreç | Model | Başlangıç noktası | Zaman (sn.) | L      | a      | b      | c      | J (ISE) |
|-------|-------|-------------------|-------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| G1    | Gm1   | minimum           | 40.025      | 1.2549 | 1.2824 | 1.0000 | -      | 0.0117  |
|       |       | ortalama          | 39.53       | 1.0392 | 1.6353 | 1.0000 | -      | 0.0057  |
|       |       | maksimum          | 39.52       | 1.3333 | 1.3529 | 1.0000 | -      | 0.0188  |
|       | Gm2   | minimum           | 38.84       | 0.4706 | 1.0706 | 2.1294 | 1.0000 | 0.0017  |
|       |       | ortalama          | 39.02       | 0.4118 | 1.1765 | 2.4824 | 1.0000 | 0.0230  |
|       |       | maksimum          | 41.69       | 0.4314 | 2.7647 | 1.9882 | 1.0353 | 0.0822  |
| G2    | Gm1   | minimum           | 39.45       | 0.3137 | 1.8471 | 1.0000 | -      | 0.0035  |
|       |       | ortalama          | 41.31       | 0.3922 | 1.5647 | 1.0000 | -      | 0.0095  |
|       |       | maksimum          | 39.70       | 0.3922 | 1.8118 | 1.0000 | -      | 0.0043  |
|       | Gm2   | minimum           | 42.11       | 0      | 1.0000 | 2.1294 | 1.0000 | 0.0114  |
|       |       | ortalama          | 41.75       | 0.6275 | 2.2706 | 1.3882 | 1.1059 | 0.4716  |
|       |       | maksimum          | 41.74       | 0.0784 | 3.6471 | 2.4471 | 1.0353 | 0.2220  |
| G3    | Gm1   | minimum           | 44.09       | 0.7059 | 1.3529 | 1.0000 | -      | 0.0043  |
|       |       | ortalama          | 42.34       | 0.6275 | 1.4941 | 1.0353 | -      | 0.0446  |
|       |       | maksimum          | 42.84       | 0.6078 | 1.2824 | 1.0000 | -      | 0.0137  |
|       | Gm2   | minimum           | 40.08       | 0.0784 | 1.0000 | 1.8471 | 1.0000 | 0.0043  |
|       |       | ortalama          | 40.33       | 0.6078 | 2.0235 | 1.1412 | 1.0000 | 0.2698  |
|       |       | maksimum          | 40.13       | 0.6863 | 2.3412 | 2.5529 | 1.0353 | 0.3812  |
| G4    | Gm1   | minimum           | 42.64       | 0.4118 | 1.0000 | 1.0000 | -      | 0.3076  |
|       |       | ortalama          | 44.17       | 1.0980 | 1.0353 | 1.0000 | -      | 0.3468  |
|       |       | maksimum          | 42.80       | 1.3922 | 1.2471 | 1.0000 | -      | 0.3138  |
|       | Gm2   | minimum           | 42.08       | 0.0392 | 3.2588 | 1.6706 | 1.0000 | 0.0339  |
|       |       | ortalama          | 41.61       | 0.3529 | 3.7529 | 1.7765 | 1.0706 | 0.2016  |
|       |       | maksimum          | 41.45       | 0.3922 | 3.1176 | 1.7412 | 1.0000 | 0.0589  |

Tablo 4: TAA ile elde edilen model parametre değerleri [9]

| Süreç | Model | Başlangıç noktası | L      | a      | b      | c      | J (ISE) |
|-------|-------|-------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| G1    | Gm1   | minimum           | 1.2549 | 1.3176 | 1.0000 | -      | 0.0112  |
|       |       | ortalama          | 0.6078 | 2.1294 | 1.0000 | -      | 0.0224  |
|       |       | maksimum          | 0.6078 | 1.9529 | 1.0000 | -      | 0.0181  |
|       | Gm2   | minimum           | 0.3529 | 1.2824 | 2.1294 | 1.0000 | 0.0006  |
|       |       | ortalama          | 0.1569 | 2.1294 | 2.2706 | 1.0000 | 0.0071  |
|       |       | maksimum          | 0.2941 | 1.3882 | 2.0941 | 1.0000 | 0.0019  |
| G2    | Gm1   | minimum           | 0.1569 | 2.1294 | 1.0000 | -      | 0.0086  |
|       |       | ortalama          | 0.1569 | 2.1294 | 1.0000 | -      | 0.0086  |
|       |       | maksimum          | 0.4510 | 1.5294 | 1.0000 | -      | 0.0095  |
|       | Gm2   | minimum           | 0.0000 | 1.0000 | 2.1647 | 1.0000 | 0.0112  |
|       |       | ortalama          | 0.0000 | 1.0000 | 2.1647 | 1.0000 | 0.0112  |
|       |       | maksimum          | 0.0000 | 1.0000 | 2.0941 | 1.0000 | 0.0119  |
| G3    | Gm1   | minimum           | 1.2549 | 1.0000 | 1.0000 | -      | 0.0379  |
|       |       | ortalama          | 0.3137 | 2.1294 | 1.0000 | -      | 0.0515  |
|       |       | maksimum          | 0.6078 | 1.4588 | 1.0000 | -      | 0.0080  |
|       | Gm2   | minimum           | 0.0000 | 1.3176 | 2.1294 | 1.0000 | 0.0112  |
|       |       | ortalama          | 0.0000 | 1.5647 | 2.1294 | 1.0000 | 0.0132  |
|       |       | maksimum          | 0.1373 | 1.1059 | 1.8118 | 1.0000 | 0.0017  |
| G4    | Gm1   | minimum           | 1.5686 | 1.0000 | 1.0000 | -      | 0.3012  |
|       |       | ortalama          | 0.6275 | 2.1294 | 1.0000 | -      | 0.4423  |
|       |       | maksimum          | 1.2353 | 1.2118 | 1.0000 | -      | 0.3115  |
|       | Gm2   | minimum           | 0.0196 | 3.9647 | 1.5647 | 1.0000 | 0.0014  |
|       |       | ortalama          | 0.0392 | 3.8588 | 1.5647 | 1.0000 | 0.0014  |
|       |       | maksimum          | 0.2941 | 3.2235 | 1.4235 | 1.0000 | 0.0107  |

Tablo 5: Farklı algoritmalar kullanılarak elde edilen en düşük ISE hata değerleri

| ISE   |           |        |        |
|-------|-----------|--------|--------|
| Süreç | FEA       | GA     | TAA    |
| G1    | 9.12.e-06 | 0.0017 | 0.0006 |
| G2    | 0.0034    | 0.0035 | 0.0086 |
| G3    | 1.18.e-04 | 0.0043 | 0.0017 |
| G4    | 1.07.e-04 | 0.0339 | 0.0014 |

Tablo 2-4 incelendiğinde, yüksek dereceli sistemlerin modellenmesinde ikinci derece model yaklaşımının daha etkili sonuçlar verdiği görülebilir. G2 sürecinin modellenmesinde ise birinci dereceli model kullanılarak ikinci dereceli model kullanımına göre biraz daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Üstelik bu durum bu çalışmada dikkate alınan algoritmaların tamamında geçerliliğini korumuştur. FEA'da G2 sürecinin Gm2 modeli tarafından da yine benzer ISE değeri ile tanımlanabildiği görülmektedir. Tablodaki ayrımın temel nedeni Gm1 modelinin daha kısa sürede kimliklendirilmiş olmasından dolayıdır. G2 süreci için birinci dereceli model kullanıldığında FEA, GA ve TAA için sırasıyla 0.0034, 0.0035 ve 0.0086 minimum ISE değerlerine ulaşılmıştır (Tablo 5).

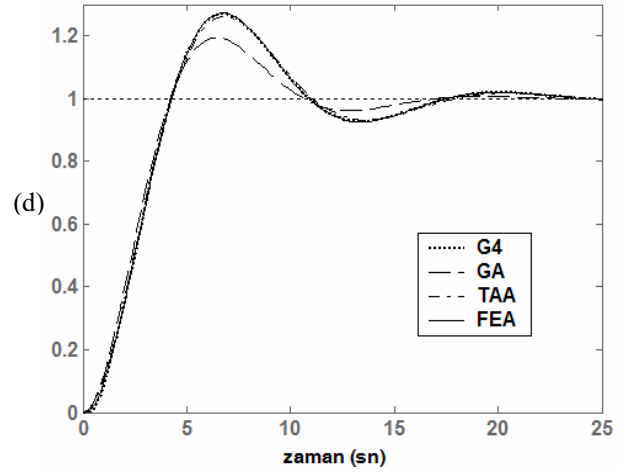
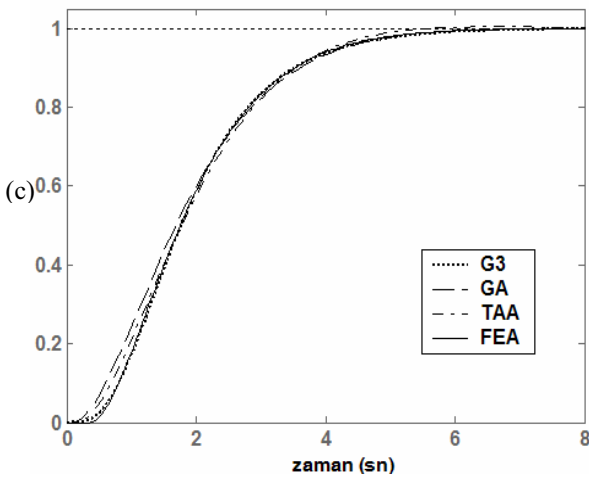
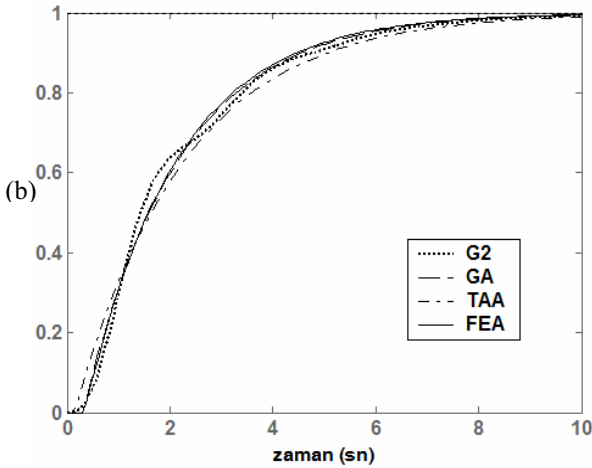
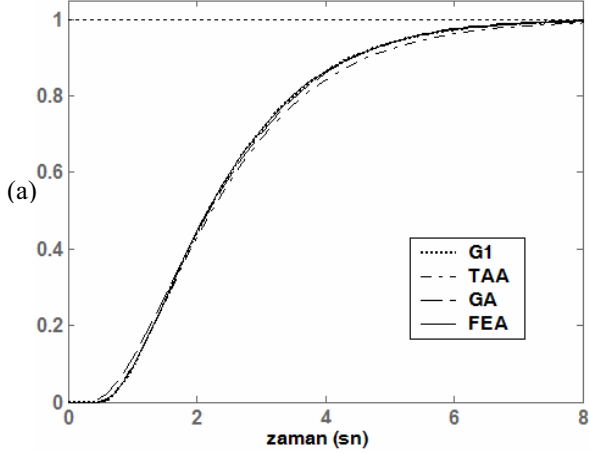
Tablolarda verilen sonuçlar incelendiğinde, özellikle G1, G3 ve G4 süreçleri için FEA kullanılarak elde edilen değerlerin oldukça etkileyici olduğu görülmektedir. Sözü edilen bu üç süreç için FEA'nın GA ve TAA'na göre minimum ISE hatası yönünden belirgin bir üstünlüğünün bulunduğu hemen göze çarpmaktadır (Tablo 2-5). Buna karşılık, FEA'nın en iyi model parametrelerinin bulunması için harcadığı sürelerin GA'ya göre daha yüksek olduğunu da belirtmek gerekir. TAA için farklı çözüm tanımlamaları ve iterasyon sayıları kullanıldığından, bu algoritmaya ait süre değerlerine ilgili tabloda yer verilmemiştir. Buna rağmen TAA'nın GA'ya nazaran daha hızlı çalıştığı literatürde yer bulmuştur. Bu çalışmada algoritmaların temel hedefinin ISE hata değerinin minimize edilmesi olduğu düşünülürse, elde edilen sonuçlardan FEA'nın görevini oldukça başarılı biçimde yerine getirdiği rahatlıkla söylenebilir.

Farklı algoritmalar tarafından optimize edilen modellerin birim basamak girişe karşılık zaman domenı yanıtları Şekil 4'de sunulmuştur. Bu şekilde yer alan grafik gösterimler, her bir süreç için Tablo 5'de verilen değerleri sağlayan model yapıları kullanılarak elde edilmiştir. Örneğin, G1 süreci için FEA kullanıldığında 9.12.e-06 ISE değerini sağlayan  $L=0.4993$ ,  $a=0.9910$ ,  $b=2.0001$  ve  $c=1.0004$  değerlerine sahip ikinci derece modelden yararlanılmıştır (Tablo 5).

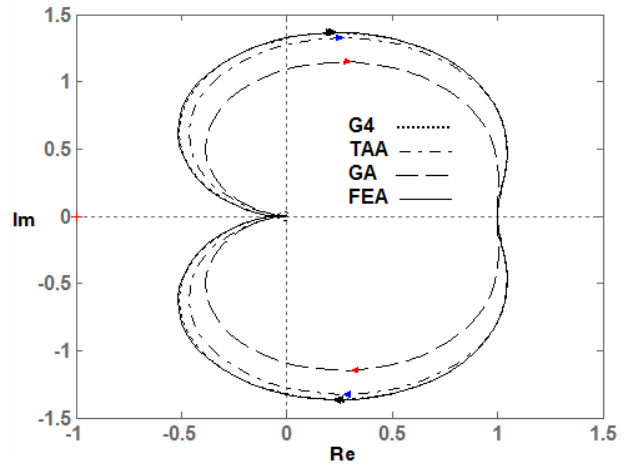
Şekil 4'de verilen zaman domenı yanıtları bir kez daha kanıtlamaktadır ki, farklı derecelerdeki doğrusal sistemlerin tanımlanmasında düşük dereceli modeller başarılı şekilde kullanılabilir. Kullanılan modelin başarısında model parametrelerinin kimliklendirilmesi için yararlanılan yöntem temel rol oynamaktadır. Gerçek sistemler ile kimliklendirilen modellere ait zaman domenı yanıtları arasında Şekil 4'de gözlenen dikkat çekici uyum, FEA'ların bu amaçla kullanılabilecek etkili yöntemlerden birisi olduğu gerçeğini açıkça ortaya koymaktadır.

Sistemlerin kimliklendirilmesinde dikkate alınması gereken en önemli faktörlerden birisi de, bu sisteme ait frekans cevabı özellikleridir. İyi yapılmış bir kimliklendirmede gerçek sistem ile model arasında kazanç payı ve faz payı gibi önemli frekans özellikleri bakımından da bir uyum bulunmalıdır. Yapılan bu çalışmada sistemlerin frekans özellikleri dikkate alınmamış ve model parametreleri zaman domenı yanıtlarına göre belirlenmeye çalışılmıştır. Buna karşılık, burada yer verilmemiş olmasına rağmen, elde edilen modellerin ve gerçek sistemlerin frekans yanıtları arasında da dikkate değer bir benzerlik ve uyum bulunmuştur. Şekil 5, G4 süreci için farklı algoritmalar tarafından elde edilen modellere ait frekans yanıtlarını göstermektedir. Bu eğrisel değişimler, zaman domenı yanıtı dikkate alınarak yapılan kimliklendirme işleminin kaliteli olması durumunda

sistemin ve modelinin frekans domeni yanıtlarının da uyumlu olacağını açıkça göstermektedir. İleri çalışmalarda sistemlerin bu özelliklerinin daha ayrıntılı incelenmesi ve ortaya konulması planlanmaktadır.



Şekil 4: (a) G1, (b) G2, (c) G3 ve (d) G4 süreçleri için farklı algoritmalar tarafından elde edilen modellere ait birim basamak yanıtları



Şekil 5: G4 süreci için en düşük ISE değerini sağlayan modellere ait frekans domeni yanıtları

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, doğrusal sistemlerin kimliklendirilmesi işleminde farksal evrim algoritması kullanımı incelenmiştir. Yapılan kimliklendirme işlemi için literatürde yer alan farklı derecelerdeki süreçler dikkate alınmış ve elde edilen bulgular karşılaştırmalı olarak ortaya konulmuştur. Edinilen bilgilerden, farksal evrim algoritması kullanımının sistem kimliklendirme problemleri başta olmak üzere parametre tahminine yönelik her türlü çalışmada etkili bir alternatif yöntem olarak kullanılabileceği sonucuna varılmıştır.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma; Erciyes Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından EÜBAP-FBT-06-58 proje kod numarası ile desteklenmiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] Solbrand, G., Ahlen, A., Ljung, L., "Recursive Methods for Off-Line Identification", *Int.Journal of Control*, 41(1):177-191, 1985.
- [2] Ljung, L., *System Identification*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ., 1987.
- [3] Söderström, T., Stoica, P., *System Identification*, Prentice-Hall Englewood Cliffs NJ., 1989.
- [4] Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Verbeyst, F., "Identification of Linear Systems Captured in a Feedback Loop", *IEEE Trans. on Inst. and Measurement*, 41(6):747-754, 1992.
- [5] Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J., VanHamme, H., "Parametric Identification of Transfer Functions in the Frequency Domain-A Survey", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 39(11):2245-2260, 1994.
- [6] Schoukens, J., Pintelon, R., VanHamme, H., "Identification of Linear Dynamic Systems using Piecewise Constant Excitations: Use, Misuse and Alternatives", *Automatica*, 30(7):1153-1169, 1994.
- [7] Schoukens, J., Pintelon, R., Vandersteen, G., Guillaume, P., "Frequency Domain System Identification using Nonparametric Noise Models Estimated from A Small Number of Data Sets", *Automatica*, 33(6):1073-1086, 1997.
- [8] Rolain, Y., Schoukens, J., Pintelon, R., "Order Estimation for Linear Time-Invariant Systems using Frequency Domain Identification Methods", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 42(10), 1997.
- [9] Bagis, A., "Performance comparison of genetic and tabu search algorithms for system identification", *Lecture Notes in Computer Science* (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 4251 LNAI - I, pp. 94-101, 2006.
- [10] Ahmed, S., Huang, B., Shah, S. L., "Novel Identification Method From Step Response", *Control Engineering Practice*, 15(5), 545-556, May 2007.
- [11] Pham, D.T., Karaboga, D., "Intelligent Optimisation Techniques: Genetic Algorithms, Tabu Search, Simulated Annealing and Neural Networks", Springer-Verlag, 2000.
- [12] Storn, R., Price, K., "Differential evolution-a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces", Tech.Rep. TR-95-012, International Computer Science Institute (ICSI), Berkeley, Calif., USA, 1995.
- [13] Price, K., Storn, R., "Differential evolution", *Dr. Dobbs J.*, 18-24, 1997.
- [14] Karaboga, N., "Digital IIR filter design using differential evolution algorithm", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing* 8, 1269-1276, 2005.
- [15] Cheong, F., Lai, R., "Designing a hierarchical fuzzy logic controller using the differential evolution approach", *Applied Soft Computing* 7, 481-491, 2007.
- [16] Khalik, M.A., Sherif, M., Saraya S., Areed F., "Parameter Identification Problem: Real-coded GA Aproach", *Applied Math. And Computation*, 2006.
- [17] Wang, Q.-G., "PID Tuning For Improved Performance", *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 7(4):457-465, 1999.

## Piezoelektrik Ara Malzemeli İnce Şeridin Dalga Hareketinin Simülasyon Tabanlı Analizi

Mehmet Emre Büyükçerçi<sup>1</sup>, Serhat Adilak<sup>2</sup>, Serhat Yeşilyurt<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
emreb@su.sabanciuniv.edu

<sup>2</sup>Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
sadirak@su.sabanciuniv.edu

<sup>3</sup>Mekatronik Mühendisliği Bölümü  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
syesilyurt@sabanciuniv.edu

### Özetçe

Elastik bir şerit ya da kuyruğun hareketli dalgalanması çeşitli alanlarda kullanılabilir. Mikro kanallarda istenilen akışı yaratmak üzere kullanılabileceği gibi mikroorganizmaların ilerlemesini sağlayan yapılardan biri de bu dalgalanma hareketidir. Kuyruğun bu hareketi organizmanın içinde bulunduğu akışkanda dalgalanma meydana getirerek hareketi sağlar. Bu çalışmada bükülen piezoelektrik (bending piezoelectric) malzemenin ince alüminyum plakalar arasına yerleştirilmesiyle elde edilen kuyruğun hareketli dalgalanmasının özellikleri simülasyonlarla incelenmiş, azami dalgalanma miktarı elde edilmeye çalışılmıştır. Simülasyonlar sonlu eleman analizi yöntemiyle yapılmış, dalga boyu, kuyruk uzunluğu ve kalınlığı, piezoelektrik malzeme sayısı gibi değişken değerler göz önünde bulundurularak incelenmiştir.

### 1. Giriş

Mikro akış elemanları tıbbi, biyoteknoloji ve uzay çalışmalarında kullanılması yaygınlaşmaktadır. Mikro pompaların kullanıldığı bu alanlarda istenilen akışı elde etmenin bir yolu da hareketli dalgalanmadır. Hareketli dalgalanmayı elde etmek için piezoelektrik malzemelerden yararlanılır. Piezoelektrik malzemeler üzerine uygulanan mekanik zorlamaya gerilim üreterek tepki verir, malzemenin bu özelliği tersinirdir. Bükülme/sapma özelliklerine göre değişik türleri bulunan piezoelektrik malzemeler eyleyici olarak kullanılabilmektedir. Örneğin bükülen piezoelektrik eyleyicilerin kullanımı özellikle pozisyon kontrolü gerektiren çeşitli alanlarda, hoparlörlerde, gürültü kontrolünde, basınç algılamasını gibi alanlarda gittikçe yaygınlaşmaktadır [1]. Bunun basit nedenlerinden biri ise piezoelektrik malzemelerin uygun yapısal özellikleri ve kontrol edilebilir sapma/saptırma/eğilme davranışlarıdır. Yapılan çalışmada bu özelliklerden yola çıkarak piezoelektrik malzemenin bükülmesi esas alınmış ve malzeme ince alüminyum tabakalar arasına eşit boşluklarla yerleştirilmiş ve kalan boşluklar da

köpükle doldurulmuştur. Üzerine potansiyel farkı uygulanan piezoseramikler yatay ekseninde sapmasına neden olmakta, bu sapmalar da ara dolgu malzemesi köpüklerin itilmesine ve saptırılmasını sağlamaktadır. Bu şekilde her piezoseramik ve köpük içine zincirleme meydana gelen olay alüminyum plakaların bükülmesine sebep olmuştur. Bükülmelerin sürekli olması esastır, kesikli veya yerel bükülmeler istenilen sonucu vermeyecektir. Şeridin bu sürekli bükülmeler sonucunda dalgalanması alçak ve yüksek basınç alanları oluşturur ve bu dalgalanma periyodik uygulanınca basınç alanları şeridin sapma yönünde değişerek dalgaların yayıldığı yönde net bir akış oluşturur [2]. Devamlı net akış sperm gibi mikroorganizmaların hareketini sağladığı gibi mikro kanallarda da kullanılabilir.



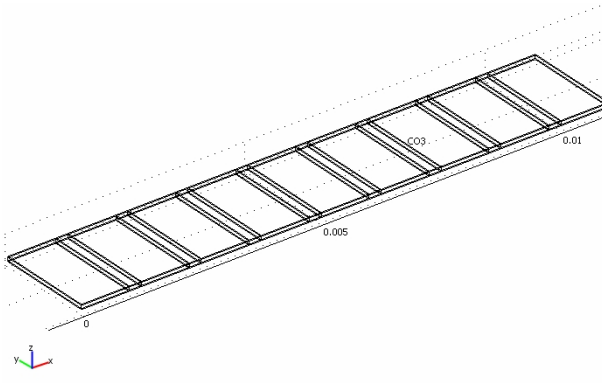
Şekil 1: 3 boyutlu sperm modeli

Belirtilen şekilde oluşturulan sistemin analizi bir dizi simülasyon üzerinden yapılmıştır. Çeşitli çözüm yöntemleri

kullanarak sonlu eleman analizi yapan COMSOL isimli bilgisayar programı kullanılarak çeşitli simülasyonlar elde edilmiş, şeridin boyutları, piezoelektrik malzemelerin sayısı, yeri ve arasındaki boşluk, voltaj, dalga boyu ve frekans gibi değişkenlerin farklı değerleri için sonuçlar bulunmuştur. Tüm çalışma boyunca üzerinde durulan konu azami kıvrılmayı/sapmayı, sürekli, düzgün ve tutarlı sinüzoidal dalga hareketini elde etmektir.

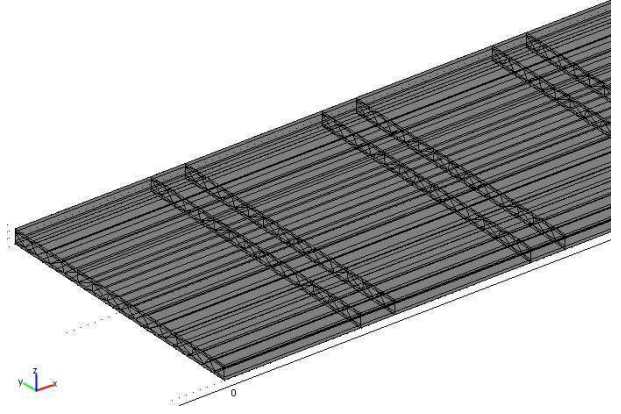
## 2. Metodoloji

Sistem fiziksel olarak piezoelektrik ve yapısal zorlama – gerinme özelliklerini barındırmaktadır. Piezoelektrik malzemelere uygulanan potansiyel farkı belirli bir oranda mekanik gerinmeye sebep olmaktadır. Bu sebepten dolayı COMSOL’da iki farklı model, *Piezo Solid* ve *Solid, Stres-Strain* modelleri birleştirildi. Üzerinde çalışılan sistemde piezoelektrik malzemenin yatay ekseninde en fazla miktarda şişmesi istenmiştir. Buna uygun seçilen piezoseramik PZT-5H’tır. Düşük yoğunluklu ve elastikiyet katsayısı yüksek bir metal olarak da alüminyum türevi 3003 H-18 kullanıldı. Her piezoseramiğe belirli faz farklı AA gerilimi şu şekilde uygulanmıştır: birinci seramiğin üst yüzeyi, ikinci seramiğin alt yüzeyi düzeninde olacak şekilde gerilime maruz bırakılmıştır. Gerilim verilmeyen diğer dikey yüzey –alt ya da üst topraklanıp yan yüzeyler elektrik alanından yalıtılmış, yükü sıfırlanmıştır. Anlaşılabacağı üzere ardı ardına gelen piezoseramiklere gerilimin zıt yönde uygulanması z ekseninde zıt yönlü burkulma/sapma oluşturmaktadır. Modelin şekli aşağıda gösterilmiştir:



Şekil 2: Şeridin COMSOL'daki modeli

Elde edilen modelin y ve z eksenine doğrultusundaki yüzeyleri COMSOL programının kare örgüleme (mesh) özelliğiyle örgülenmiş, x eksenine doğrultusundaki yüzeyler ise üçgen örgülenmiştir. Örgülemenin sonucunda yaklaşık 4500 örgü noktası ve 30000 serbestlik derecesine sahip bir model elde edilmiş ve modelin zamana bağlı simülasyonları PARDISO çözüm yöntemiyle çözülmüştür. Diğer çözüm yöntemleri de denenmiş, elde edilen sonuçlar arasında dikkate değer farklar görülmediği için en hızlı çözüm yöntemi olan PARDISO kullanılmıştır. Örgülenmiş modelin ekran görüntüsü aşağıda gösterilmiştir:



Şekil 3: Modelin örgülenmiş hali

### 2.1. Modelin Özellikleri

- Sınır koşulları:  $x=0$ 'da şerit sabitlenmiştir.
- Diğer tüm noktalarda serbest.
- Şeridin boyutları: 11x2x0.1 mm
- Piezoseramiklerin boyutu ve türü: PZT-5H, 0.25x2x0.996 mm
- Alüminyum plakaların boyutu ve türü: Alüminyum 3003 H-18, 11x2x0.02 mm
- Köpüklerin boyutları: 3.498x2x0.99 mm
- Uygulanan AA geriliminin büyüklüğü: 40V.

#### 2.1.1. Maddelerin Özellikleri

Sistemde kullanılan malzemelerin özellikleri verilmiştir:

Alüminyum 3003 H-18:

- Elastikiyet Katsayısı (Young's modulus): 69e9 Pa
- Poisson katsayısı: 0.33
- Yoğunluk: 2730 kg/m<sup>3</sup>

Köpük:

- Elastikiyet Katsayısı (Young's modulus): 35e6 Pa
- Poisson katsayısı: 0.383
- Yoğunluk: 32 kg/m<sup>3</sup>

PZT – 5H: Piezoelektrik malzemeler modelde kullanılırken yapısal özelliklerini belirten matrisler oluşturuldu, bu matrisler oluşturulurken Hooke Yasası ve elektrik yer değiştirme formülleri birleştirildi.

$$D = \epsilon E \quad (1)$$

Yukarıdaki formüle (1)  $D$  elektrik alana bağlı yer değiştirme,  $\epsilon$  dielektrik sabit olup  $E$  de elektrik alanı göstermektedir. Hooke Yasası ise:

$$S = sT \quad (2)$$

### 3. Sonuçlar

Formülüyle gösterilmiştir. Burada  $S$  gerinim (strain),  $s$  uyumluluk (compliance) ve  $T$  de zorlamadır (stres).

Bu iki formül birleştirilerek gerinim-yük ilişkisi kurulmuştur. Bu formüllere *bağlaşım formülleri* (coupled equations) denir.

$$\{S\} = [s^E] \{T\} + [d_i] \{E\} \quad (3)$$

$$\{D\} = [d] \{T\} + [\epsilon^T] \{E\} \quad (4)$$

Bu iki formülde  $d$  piezoelektrik sabitini,  $\epsilon$  elektrik alanını,  $\epsilon$   $T$  zorlama alanını,  $\epsilon$   $t$  de transpozunu gösterir.

Elastikiyet matrisi,  $S$ :

$$\begin{bmatrix} 1.26e11 & 7.95e10 & 8.41e10 & 0 & 0 & 0 \\ 7.95e10 & 1.26e11 & 8.41e10 & 0 & 0 & 0 \\ 8.41e10 & 8.41e10 & 1.17e11 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.33e10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.33e10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.33e10 \end{bmatrix}$$

Bağlaşım matrisi (coupling matrix),  $d$ :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 17 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 17 & 0 & 0 \\ -6.5 & -6.5 & 23.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dielektrik sabiti (relative permittivity),  $\epsilon$ :

$$\begin{bmatrix} 1698 & 0 & 0 \\ 0 & 1698 & 0 \\ 0 & 0 & 1468 \end{bmatrix}$$

#### 2.1.2. Değişkenler ve Formüller

- Frekans,  $f$
- Dalga boyu,  $\lambda$
- Dalga sayısı,  $k=2\pi/\lambda$
- Açısal frekans,  $\omega=2\pi f$
- Faz,  $k \cdot X_i$  ( $X_i$ =Piezoseramiklerin orta noktasının koordinatı)
- AA Gerilimi,  $V_i = V_0 \cdot \sin(\omega t - k \cdot X_i)$

Alternatif akım gerilimi aşağıdaki formülle uygulanmıştır:

$$V_i = V_0 \cdot \sin(\omega t - k \cdot X_i) \quad (5)$$

Yukarıdaki (5) denkleminde bakılırsa her gerilim değeri için  $k \cdot X_i$  oranında bir faz farkı konulduğu görülür.  $i$  piezoseramik sayısını belirtirken  $X_i$  seramiklerin orta noktalarının  $x$  koordinatıdır. Faz farkı her piezoseramiğe gerilimin aynı anda verilmesini engellemekte, seramiklerin mesafeleri oranında gecikme sağlayarak istenilen hareketli dalgalanmayı sağlamış, ayrıca dalga boyunu değiştirmeyi mümkün kılmıştır.

Sekiz piezoseramik içeren modelin simülasyonundan değişkenlere göre farklı sonuçlar elde edilmiştir. Değişkenlerin kullanılan değerleri ve modelin verilen boyutları yukarıda belirtilmişti, burada tablo olarak tekrar sunulmuştur.

Tablo 1: Boyutlar

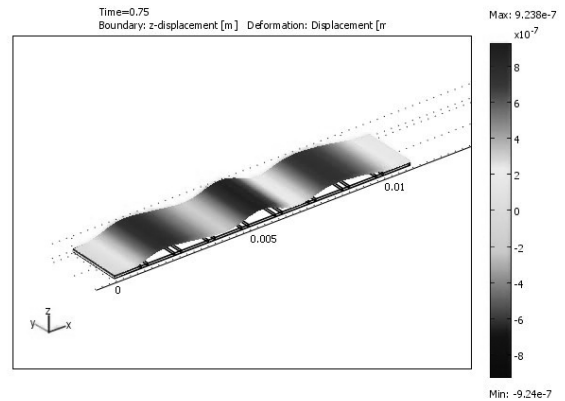
| Geometrik Birimler              | Değerler |
|---------------------------------|----------|
| Şeritin boyu                    | 11 mm    |
| Şeritin eni                     | 2 mm     |
| Şeritin yüksekliği              | 0.1 mm   |
| Piezoseramiklerin boyu          | 0.25 mm  |
| Piezoseramiklerin eni           | 2 mm     |
| Piezoseramiklerin yüksekliği    | 0.996 mm |
| Alüminyum plakaların boyu       | 11 mm    |
| Alüminyum plakaların eni        | 2 mm     |
| Alüminyum plakaların yüksekliği | 0.02 mm  |
| Köpüklerin boyu                 | 3.498 mm |
| Köpüklerin eni                  | 2 mm     |
| Köpüklerin yüksekliği           | 0.99 mm  |

Tablo 2: Piezoseramiklere uygulanan gerilimler

$$\begin{aligned} V_1 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.001125) \\ V_2 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.002375) \\ V_3 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.003625) \\ V_4 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.004875) \\ V_5 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.006125) \\ V_6 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.007375) \\ V_7 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.008625) \\ V_8 &= 40 \cdot \sin(\omega t - k \cdot 0.009875) \end{aligned}$$

Görüldüğü üzere uygulanan gerilim dalga boyu ve sayısına, açısal frekansa bağlıdır. Simülasyonlarda frekans, 100 Hz ile 1kHz arasında değişen değerler için yapılmıştır. Dalga boyu için ise  $L$ ,  $L/2$ ,  $L/4$  ( $L$ , şeridin boyu) değerleri verilmiştir.

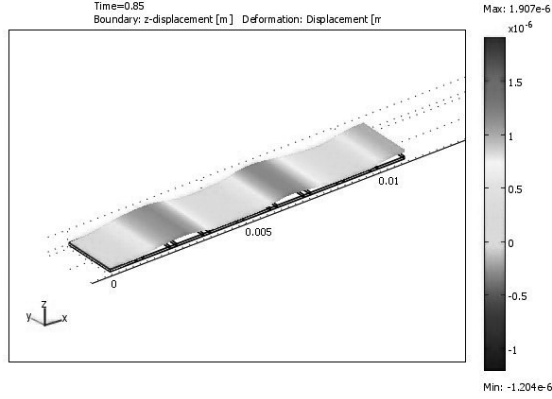
$\lambda = L$  için yapılan simülasyonun şekli ve sonucu aşağıda gösterilmiştir. Maksimum sapma  $9.143e-7$  m olarak ölçülmüştür ve bu miktar 0.75. saniyede elde edilmiştir.



Şekil 4:  $\lambda = L$  için şeridin sapması.

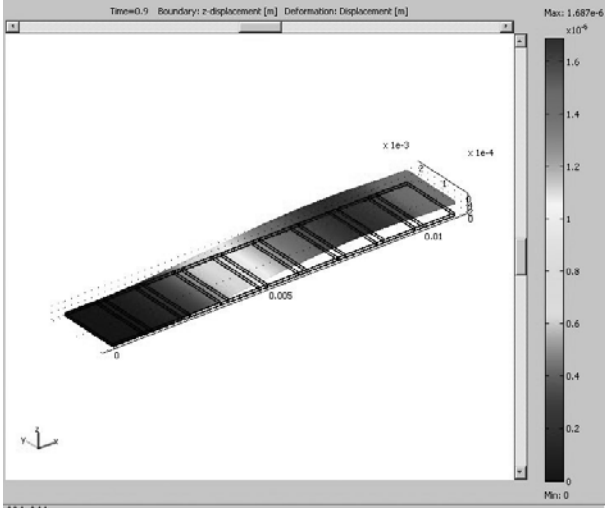


Bunun ardından  $\lambda = 0.5*L$  için yapılan simülasyonun şekli ve sonucu aşağıda gösterilmiştir. Maksimum sapma  $1.2e-6$  m civarında ölçülmüştür ve bu miktar 0.85. saniyede elde edilmiştir.



Şekil 5:  $\lambda = 0.5*L$  için şeridin sapması.

Bir sonraki adımda  $\lambda = 0.25*L$  olarak belirlenmiş ve yapılan simülasyonun şekli ve sonucu aşağıda gösterilmiştir. Maksimum sapma  $1.686e-6$  m civarında ölçülmüştür ve bu miktar 0.95. saniyede elde edilmiştir.



Şekil 6:  $\lambda = 0.25*L$  için şeridin sapması.

Bu denemelerin ardından görüldüğü üzere en iyi sapma  $\lambda = 0.25*L$  için gerçekleşti. Bir diğer adımda yapılacak olan frekans analizi dalga boyunun bu değeri için sabit tutuldu ve 100-1000 Hz aralığında yapıldı. Elde edilen sonuçlara göre kritik özfrekanslara (eigenfrequency) ulaşılmadığı sürece sapmanın miktarında ciddi bir artış gözlenmemekle beraber şeridin birim zamandaki dalgalanması artmıştır. Bu artış

şüphesiz ki şeridin içinde bulunduğu akışkanın davranışını etkileyecektir.

Tablo 3: Dalga boyuna göre maksimum sapma

| Dalga boyu      | Maksimum sapmanın büyüklüğü |
|-----------------|-----------------------------|
| $\lambda = L/4$ | $1.690E-06$ m               |
| $\lambda = L/2$ | $1,213E-06$ m               |
| $\lambda = L$   | $0,914E-06$ m               |

Sperm gibi mikro organizmaların hareketini sağlayan kuyruk dalgalanması bu çalışmada modellenerek hareketli dalgalanma elde edilmeye çalışıldı. İnce metal plakalar arasına piezoseramiklerin yerleştirilmesiyle elde edilen model boyut, uygulanan gerilim, kullanılan metal, dalga boyu ve sayısı ve de frekans gibi değerlere bakılarak incelendi ve genel sonuçlar elde edilmeye çalışıldı. Şeritteki sapmanın uygulanan gerilimle doğru orantılı arttığı gözlemlenip piezoseramik üreticilerinin kataloglarından elde edilen bilgiyle, seramiklerin kaldırabileceği miktardaki gerilimler uygulanmıştır. Hareketli dalgalanmanın elde edilebilmesi için gerilimin sinüzoidal davranışı ve her seramiğe gelen gerilimin arasında faz farkı esas rol oynamıştır. Bu aşamadan sonra değişen dalga boyları için sapmalar incelenmiş, dalga sayısı azaldıkça sapmanın arttığı gözlenmiştir. Şeridin boyu sapmayı arttıran bir etken olurken kalınlığın belli bir noktaya kadar sapmayı azalttığı sonucuna varılmıştır.

#### 4. Teşekkür

Bu çalışmanın yapılması için bizleri yönlendiren değerli hocamız Serhat Yeşilyurt'a ve yardım eden asistanımız Ahmet Fatih Tabak'a teşekkürlerimizi sunarız.

#### 5. Kaynakça

- [1] L. Q. Yao, J. G. Zhang, L. Lu ve M. O. Lai, "Nonlinear Dynamic Characteristics of Piezoelectric Bending Actuators Under Strong Applied Electric Field" *Journal of Microelectromechanical Systems*, Sayı:13, No. 4, 2004.
- [2] A. F. Tabak ve S. Yeşilyurt, *Simulation-Based Analysis of Flow Due to Traveling-Plane-Wave Deformations on Elastic Thin Film Actuators in Micropumps*. Sabancı Üniversitesi, 2007.
- [3] R. J. Schilling ve S. L. Haris, *Applied Numerical Methods for Engineers Using MATLAB and C*. Brooks/Cole, 2004.
- [4] V. Piefort, *Finite Element Modeling of Piezoelectric Active Structures*. Doktora tezi, Faculty of Applied Sciences, Université Libre de Bruxelles'e sunulmuştur, 2001.









# Doğrusal Hedef Takibi, Parabolik Hedef Takibi ve Oransal Seyrüsefer GÜDÜM Yöntemlerinin İki Parçalı Bir Füzeye Uygulanması

*Dr. Bülent ÖZKAN<sup>1</sup>, Prof. Dr. M. Kemal ÖZGÖREN<sup>2</sup> ve Dr. Gökmen MAHMUTYAZICIOĞLU<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü (TÜBİTAK-SAGE), ANKARA  
bozkan@sage.tubitak.gov.tr

<sup>2</sup>Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, ANKARA  
ozgoren@metu.edu.tr

<sup>3</sup>Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü (TÜBİTAK-SAGE), ANKARA  
gmahmut@sage.tubitak.gov.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, doğrusal hedef takibi, parabolik hedef takibi ve oransal seyrüsefer güdüm yöntemleri, durağan bir yer hedefini vurmak amacıyla bir hava platformundan fırlatılan iki parçalı güdümlü bir füzeye uygulanmıştır. İlk olarak füze ve yer hedefinin matematiksel modeli oluşturulmuş, ardından füze modeli üzerine uygulanacak güdüm ve kontrol algoritmaları kurulmuştur. Füzenin uçuşun her anındaki hızı, yüksekliği ve açısal yönelimine göre kontrol parametrelerinin güncellendiği uyarlamalı bir yapı olan güdüm kontrol algoritması ile, değişken uçuş şartlarına karşın füzenin kararlı kalması sağlanmaya çalışılmıştır. Oluşturulan modeller biraraya getirilerek, hazırlanan füze-hedef eşleşmesi senaryoları için bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** İki parçalı füze, güdüm ve kontrol, doğrusal hedef takibi, parabolik hedef takibi, oransal seyrüsefer, bilgisayarlı benzetim

## 1. Giriş

Güdümlü füzeler, önceden belirlenen hedefleri hassas bir şekilde vurma özelliğine sahip olmaları dolayısıyla, özellikle son yıllarda askeri alanda en çok ilgi gören mühimmatlardan biri olmuştur. Bu durum, füzelerin başarımlı özelliklerinin artırılması amacıyla çeşitli güdüm ve kontrol yöntemlerinin geliştirilmesi çalışmalarının önünü açmıştır [1]. Bu anlamda, hareketsiz hedeflere karşı, esaslı füzelerin takip edeceği bir referans yörüngesinin planlanmasına dayanan dolaylı güdüm yöntemleri önerilirken, hedefin hareketli olduğu durumlar için, doğrudan güdüm olarak adlandırılan yöntemler geliştirilmiştir [2], [3] ve [4]. Bu çalışma kapsamında ele alınan doğrusal ve parabolik hedef takibi yöntemleri, esas olarak dolaylı güdüm yöntemleri arasında yer almaktadır. Doğrudan güdüm yöntemlerinden biri olan oransal seyrüsefer güdüm kuralı ise,

basitliği ve uygulamadaki kolaylığı açısından en popüler doğrudan güdüm yöntemi olmuştur [2], [5] ve [6].

Güdümlü bir füzenin başarımını doğrudan etkileyen en önemli hata kaynakları; fırlatma anında füzelerin hedef görüş çizgisinden sapma açısı ve takip edilen hedefin füzeden kaçabilmek amacıyla yaptığı manevralardır. Bunlara ek olarak; güdüm ve kontrol sisteminin dinamiği, füzelerin dayanabileceği ivme limiti, kontrol kanatçıklarının mekanik sınırı ve diğer bozucu dış etkiler de, füzelerin hedeften sapmasına neden olmaktadır [2]. Bu çalışmada, ele alınan iki parçalı füze modeli için güdüm ve kontrol sistemi oluşturulmuş ve modele yukarıda bahsedilen etkiler de eklenerek, doğrusal hedef takibi, parabolik hedef takibi ve oransal seyrüsefer güdüm kuralları için füzelerin başarımı incelenmiştir.

## 2. Füze Dinamik Modeli

Bu çalışmada; birbirine rulmanla tutturulmuş iki gövdeden oluşan, kuyruk kısmındaki kanatçık eğim açıları sıfırdan farklı olan ve kontrolü burun kısmındaki kanatçıklar ile sağlanan aerodinamik kontrollü bir füze ele alınmıştır.

Şematik gösterimi Şekil 1'de verilen füzelerin hareket denklemleri, Newton-Euler kuvvet ve moment eşitlikleri kullanılarak, füze gövdesinin ön kısmına yapışık eksen takımına ( $F_b$ ) göre aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\dot{u} - r v + q w = \frac{1}{m}(X + X_T) + g_x \quad (1)$$

$$\dot{v} + r u - p w = \frac{1}{m}(Y + Y_T) + g_y \quad (2)$$

$$\dot{w} - q u + p v = \frac{1}{m}(Z + Z_T) + g_z \quad (3)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{I_{al}}(L_1 + b_t \dot{\phi}_s) \quad (4)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{1}{I_{a2}} (L_2 + L_T - b_t \dot{\phi}_s) \quad (5)$$

$$\dot{q} - p r \left( 1 - \frac{m_1}{m_2} \right) + p_2 r \frac{I_{a2}}{I_t} = \frac{1}{I_t} (M + M_T - \lambda Z_T) \quad (6)$$

$$\dot{r} + p q \left( 1 - \frac{m_1}{m_2} \right) - p_2 q \frac{I_{a2}}{I_t} = \frac{1}{I_t} (N + N_T + \lambda Y_T) \quad (7)$$

Çeşitli vektörlerin sırasıyla  $\vec{u}_1^{(b)}$ ,  $\vec{u}_2^{(b)}$  ve  $\vec{u}_3^{(b)}$  eksenleri ( $F_b$  eksenleri) üzerindeki bileşenlerini göstermek üzere, (1)'den (7)'ye kadar olan denklem takımında füze parametreleri için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$m$ : Toplam kütle  
 $m_1$  ve  $m_2$ : Ön ve arka kısmın kütlesi  
 $I_a$  ve  $I_t$ : Eksenel ve yanal eylemsizlik momenti bileşenleri  
 $b_t$ : Rulman viskoz sönümleme sabiti  
 $\lambda$ : Füze ağırlık merkezinden arka kısım ağırlık merkezine olan uzaklık  
 $\phi_s$ : Ön ve arka kısımların yuvarlanma açıları farkı  
 $p$ ,  $q$  ve  $r$ : Yuvarlanma, yunuslama ve yandönme yönündeki açısal hız bileşenleri  
 $u$ ,  $v$  ve  $w$ : Doğrusal hız vektörü bileşenleri  
 $X$ ,  $Y$  ve  $Z$ : Füzenin ağırlık merkezine (C noktası) etkiyen aerodinamik kuvvet bileşenleri  
 $L_1$  ve  $L_2$ : Ön ve arka kısımlara etkiyen aerodinamik momentin yuvarlanma yönündeki bileşenleri  
 $M$  ve  $N$ : Füze gövdesine etkiyen aerodinamik momentin yunuslama ve yandönme yönündeki bileşenleri  
 $X_T$ ,  $Y_T$  ve  $Z_T$ : Ağırlık merkezine etkiyen itki kuvveti bileşenleri  
 $L_T$ ,  $M_T$  ve  $N_T$ : Füze gövdesi üzerine etkiyen itki kaçıklığı momentini bileşenleri  
 $g_x$ ,  $g_y$  ve  $g_z$ : Ağırlık merkezine etkiyen yerçekimi ivmesi bileşenleri

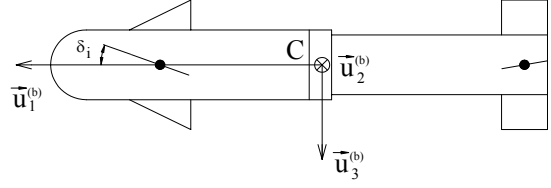
Yuvarlanma yönündeki açısal hareketinin yunuslama ve yandönme yönlerindeki hareketlerine başlamadan önce yuvarlanma otopilotu tarafından sıfırlandığı ( $p \approx 0$ ) kabul edilirse, itki etkisinin sona ermesinden sonraki durum için füzenin yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki hareket denklemleri, (2), (3), (6) ve (7) numaralı denklemler kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\dot{w} - q u = \frac{Z}{m} + g_z \quad (8)$$

$$\dot{q} = \frac{M}{I_t} \quad (9)$$

$$\dot{v} + r u = \frac{Y}{m} + g_y \quad (10)$$

$$\dot{r} = \frac{N}{I_t} \quad (11)$$



Şekil 1: Füze modeli.

### 3. Füze Aerodinamik Modeli

(8)'den (11)'e kadar olan denklemlerde yer alan aerodinamik kuvvet ve moment bileşenleri ( $Y$ ,  $Z$ ,  $M$  ve  $N$ ), aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Y = C_y q_\infty S_M \quad (12)$$

$$Z = C_z q_\infty S_M \quad (13)$$

$$M = C_m q_\infty S_M d_M \quad (14)$$

$$N = C_n q_\infty S_M d_M \quad (15)$$

(12)'den (15)'e kadar olan denklemlerde;  $q_\infty$ ,  $S_M$  ve  $d_M$  sırasıyla füze üzerine etkiyen dinamik basınç, füze kesit alanı ve füze çapını göstermektedir. Denklemlerdeki  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $C_m$  ve  $C_n$  katsayıları (aerodinamik katsayılar), TÜBİTAK-SAGE'de mevcut olan Missile Datcom yazılımı kullanılarak, ele alınan füze geometrisi ile Mach sayısı ( $M_\infty$ ) için 0.3...2.7, yükseliş dümeni açısı ( $\delta_e$ ) ve yandönme dümeni açısı ( $\delta_r$ ) için -10... 10°, hücum açısı ( $\alpha$ ) ve yana kayma açısı ( $\beta$ ) için de -17...19° aralıkları gözönüne alınarak hesaplanmıştır.

Burada  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $C_m$  ve  $C_n$  katsayıları,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta_e$ ,  $\delta_r$ ,  $q$  ve  $r$  parametrelerinin fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_y = C_{y_\beta} \beta + C_{y_\delta} \delta_r + C_{y_r} \frac{d_M}{2 v_M} r \quad (16)$$

$$C_z = C_{z_\alpha} \alpha + C_{z_\delta} \delta_e + C_{z_q} \frac{d_M}{2 v_M} q \quad (17)$$

$$C_m = C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_\delta} \delta_e + C_{m_q} \frac{d_M}{2 v_M} q \quad (18)$$

$$C_n = C_{n_\beta} \beta + C_{n_\delta} \delta_r + C_{n_r} \frac{d_M}{2 v_M} r \quad (19)$$

Bilgisayar benzetimleri sırasında,  $C_{y_\beta}$ ,  $C_{y_\delta}$ ,  $C_{y_r}$ ,  $C_{z_\alpha}$ ,  $C_{z_\delta}$ ,  $C_{z_q}$ ,  $C_{m_\alpha}$ ,  $C_{m_\delta}$ ,  $C_{m_q}$ ,  $C_{n_\beta}$ ,  $C_{n_\delta}$  ve  $C_{n_r}$  sembolleri ile gösterilen ve  $M_\infty$ 'nın fonksiyonu olarak ifade edilen kararlılık türevleri, uçuş parametrelerinin o anki değerlerine göre, oluşturulan tablolardan okunarak anlık olarak güncellenmektedir.

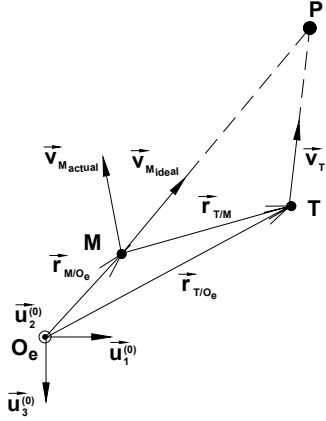
### 4. Güdüm Kuralları

Bu çalışmada, füze üzerinde bulunan arayıcının önceden belirlenen hedefi yakaladığı anda başlayan ve füze-hedef

eşleşmesinin bitimine kadar devam eden son güzüm aşaması ele alınmış ve füzenin hedefe yönlendirilmesi amacıyla, doğrusal hedef takibi, parabolik hedef takibi ve oransal seyrüsefer güzüm kuralları kullanılmıştır.

#### 4.1. Doğrusal Hedef Takibi Güzüm Kuralı

Füzenin; güzümün uygulandığı süre boyunca füze, hedef ve planlanan çarpışma noktasından oluşan çarpışma üçgeni üzerinde tutulması esasına dayanan doğrusal hedef takibi güzüm kuralında, Şekil 2’de de gösterildiği gibi füze hız vektörü sürekli olarak planlanan çarpışma noktasına doğru yönlendirilmektedir [1] ve [4].



Şekil 2: Doğrusal hedef takibi güzüm kuralı geometrisi.

Şekil 2’deki O<sub>e</sub>, M, T ve P harfleri, sırasıyla sabit eksen takımı orijini, füze, hedef ve planlanan çarpışma noktasını;  $\vec{v}_{M\_actual}$  ve  $\vec{v}_{M\_ideal}$  ise gerçek ve ideal (füzenin çarpışma üçgeni üzerinde tutulabilmesi için gereken) füze hız vektörünü temsil etmektedir.

Doğrusal hedef takibi güzüm kuralında füze kontrol sistemine gönderilecek referans sinyalleri, oransal seyrüsefer kuralından farklı olarak füzenin uçuş yörüngesi açıları cinsinden oluşturulmaktadır. Bu anlamda, füzenin yunuslama ve yandönme düzlemleri için komut açıları aşağıdaki gibi yazılabilir [1] ve [4]:

$$\gamma_m^c = \arctan \left[ \frac{\Delta z - v_{Tz} \Delta t}{\zeta_x \cos(\eta_m) + \zeta_y \sin(\eta_m)} \right] \quad (20)$$

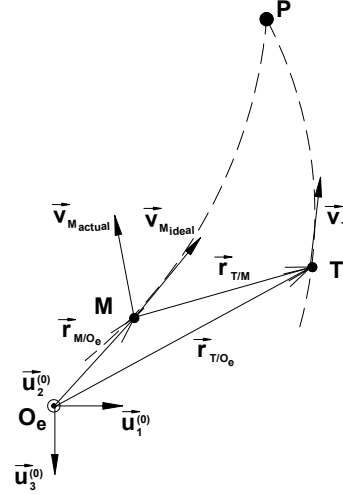
$$\eta_m^c = \arctan \left( \frac{v_{Ty} \Delta t - \Delta y}{v_{Tx} \Delta t - \Delta x} \right) \quad (21)$$

(20) ve (21) numaralı denklemlerde, i=x, y ve z ve j=M ve T olmak üzere ve x, y ve z sırasıyla sabit eksen takımı üzerindeki konum bileşenlerini gösterecek şekilde, aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$\zeta_x = v_{Tx} \Delta t - \Delta x, \quad \zeta_y = v_{Ty} \Delta t - \Delta y, \quad \Delta i = i_M - i_T.$$

Burada  $\Delta t$ , anlık olarak füzenin bulunduğu konumdan planlanan çarpışma noktasına ulaşması için gereken süreyi göstermekte olup, füze ve hedefin konum ve hız bileşenlerinin bir fonksiyonudur.

#### 4.2. Parabolik Hedef Takibi Güzüm Kuralı



Şekil 3: Parabolik hedef takibi güzüm kuralı geometrisi.

Şekil 3’ten de görüldüğü üzere, füzenin önceden planlanan hedefle çarpışma noktasına parabolik bir yörünge izleyerek götürülmesine dayanan parabolik hedef takibi güzüm kuralında, füzeyi parabolik yörünge üzerinde tutabilmek için gereken yanal ivme komutları aşağıdaki gibi oluşturulur [1]:

$$a_p^c = -d_1 \sin(\eta_m) + d_2 \cos(\eta_m) \quad (22)$$

$$a_y^c = (d_1 + d_2) \sin(\gamma_m) + d_3 \cos(\gamma_m) \quad (23)$$

Burada,  $a_{Ti}$  hedef ivmesinin i (i=x, y, z) eksenini üzerindeki bileşenini,  $\gamma_m$  ve  $\eta_m$  de sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki uçuş yörüngesi açılarını gösterecek şekilde, aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$d_1 = 2 \left[ \frac{v_{Tx} - v_M \cos(\eta_m) \cos(\gamma_m)}{\Delta t} - \frac{\Delta x}{\Delta t^2} \right] + a_{Tx}$$

$$d_2 = 2 \left[ \frac{v_{Ty} - v_M \sin(\eta_m) \cos(\gamma_m)}{\Delta t} - \frac{\Delta y}{\Delta t^2} \right] + a_{Ty}$$

$$d_3 = 2 \left[ \frac{v_{Tz} + v_M \sin(\gamma_m)}{\Delta t} - \frac{\Delta z}{\Delta t^2} \right] + a_{Tz}$$

Yukarıdaki ifadelerde  $\Delta t$ ; füze ve hedefin konum, hız ve ivme bileşenlerinin bir fonksiyonudur.

#### 4.3. Oransal Seyrüsefer Güzüm Kuralı

Oransal seyrüsefer güzüm kuralında füze kontrol sistemine referans sinyali olarak sağlanacak komut ivmesi, yunuslama ve yandönme düzlemleri için aşağıdaki gibi oluşturulur [1]:

$$a_p^c = -N_p v_M \dot{\lambda}_p \cos(\lambda_y - \eta_m) \quad (24)$$

$$a_y^c = N_y v_M \left[ \dot{\lambda}_y \cos(\gamma_m) - \dot{\lambda}_p \sin(\gamma_m) \sin(\lambda_y - \eta_m) \right] \quad (25)$$

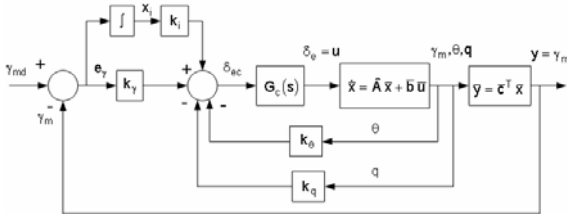
Yukarıdaki denklemlerde, p ve y sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemlerini göstermek üzere,  $a_p^c$  ve  $a_y^c$  füze

kontrol sistemi referans ivme sinyallerini,  $N_p$  ve  $N_y$  etkin seyrüsefer oranını ve  $\lambda_p$  ve  $\lambda_y$  de görüş çizgisi açısını göstermektedir.

## 5. Füze Kontrol Sistemi

Uygulanan güdüm kuralı tarafından oluşturulan komut sinyali gerçekleştirilecek şekilde tasarlanan füze kontrol sistemi, esas olarak kontrolcü, kanat tahrik sistemi, dönüölçerler, ivmeölçerler ve planttan (füze) oluşmaktadır. Benzetimlerde füzenin doğrusal olmayan dinamik davranışını gerçekçi bir şekilde modellemek amacıyla, plant; doğrusallaştırılmış modelinin transfer fonksiyonu yerine doğrudan füze hareket denklemleri ile tanımlanmıştır. Ayrıca, çalışma sıklıkları (frekansları) yaklaşık 110 Hz civarında olduğundan, kontrol sistemi bant genişliği gözönüne alınarak dönüölçer ve ivmeölçerlerin dinamiği ihmal edilmiştir. Kullanılan kanat tahrik sistemi; ikinci dereceden bir sistem olarak ve dinamiğinin kontrol sistemi dinamiğini etkilememesi amacıyla, 20 Hz bant genişliğinde modellenmiştir. Kanat tahrik sistemine bağlı kanatların açılal hareketinin de  $\pm 20^\circ$  aralığında değiştiği kabul edilmiştir.

### 5.1. Açık Otopilotu



Şekil 4: Yunuslama düzlemi açık otopilotu.

Doğrusal hedef takibi güdüm kuralı tarafından oluşturulan açık komutlarının füze tarafından yerine getirilebilmesi amacıyla, kontrol edilen durum değişkeninin (uçuş yörüngesi açıları) referans ve gerçek (ölçülen) değerleri arasındaki hatanın integralinin de ek durum değişkeni olarak tanımlandığı durum değişkenli kontrol algoritması esaslı bir kontrol sistemi oluşturulmuştur. Yunuslama düzlemi için tasarlanan kontrol sistemi Şekil 4'te verilmiştir.

Uygulamada açık otopilotunun katsayıları,  $M_\infty$ , füze hız vektörünün mutlak değeri, hızın eksenel bileşeni, yunuslama/yandönme hızı ve dinamik basınç değerine bağlı olarak füzenin hareketi boyunca sürekli olarak güncellenmektedir.

Otopilot katsayılarının bulunabilmesi amacıyla, doğrusallaştırılmış füze dinamiğinin kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sistemi transfer fonksiyonu, yunuslama ve yandönme düzlemleri için aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\frac{\gamma_m(s)}{\gamma_{md}(s)} = \frac{n_{\gamma 3} s^3 + n_{\gamma 2} s^2 + n_{\gamma 1} s + 1}{d_{\gamma 4} s^4 + d_{\gamma 3} s^3 + d_{\gamma 2} s^2 + d_{\gamma 1} s + 1} \quad (26)$$

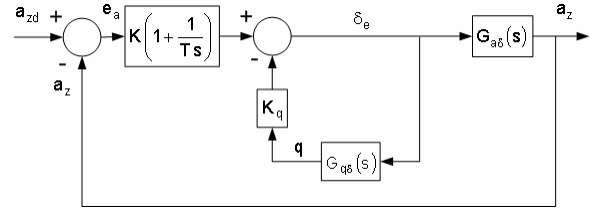
$$\frac{\eta_m(s)}{\eta_{md}(s)} = \frac{n_{\eta 3} s^3 + n_{\eta 2} s^2 + n_{\eta 1} s + 1}{d_{\eta 4} s^4 + d_{\eta 3} s^3 + d_{\eta 2} s^2 + d_{\eta 1} s + 1} \quad (27)$$

(26) ve (27) numaralı denklemlerde  $\gamma_{md} = \gamma_m^c$  ve  $\eta_{md} = \eta_m^c$  olup,  $n_{\gamma 3}, n_{\gamma 2}, n_{\gamma 1}, d_{\gamma 4}, d_{\gamma 3}, d_{\gamma 2}, d_{\gamma 1}, n_{\eta 3}, n_{\eta 2},$

$n_{\eta 1}, d_{\eta 4}, d_{\eta 3}, d_{\eta 2}$  ve  $d_{\eta 1}$  katsayıları; füzenin çapı, kütlesi, eylemsizlik momenti ve hız bileşenleri ile otopilot katsayıları, dinamik basınç ve aerodinamik katsayıların fonksiyonudur. Açık kontrol sistemini kararlı kılabacak ve bant genişliğinin istenen değerde (5 Hz) olmasını sağlayacak otopilot katsayıları, ivme kontrol sistemine benzer şekilde (26) ve (27) numaralı denklemlerde verilen transfer fonksiyonlarının karakteristik polinomuna dördüncü dereceden Butterworth polinomu eşitlenerek elde edilmiştir.

### 5.2. İvme Otopilotu

Parabolik hedef takibi ve oransal seyrüsefer güdüm kuralının kullanıldığı durumlarda güdüm kuralı tarafından oluşturulan referans ivme komutunu gerçekleştirmek amacıyla, yunuslama ve yandönme düzlemlerinde birbirinden bağımsız olarak çalışacak şekilde ivme otopilotları tasarlanmıştır. Yunuslama düzlemi için tasarlanan kontrol sistemi Şekil 5'teki gibidir.



Şekil 5: Yunuslama düzlemi ivme otopilotu.

Kontrol sisteminde kontrolcü olarak görev yapacak olan otopilot, yunuslama/yandönme hızı geribeslemesiyle oransal+integral (PI) kontrol kuralına göre düzeltme yapacak şekilde oluşturulmuştur. Sabit katsayılı bir kontrolcünden farklı olarak,  $M_\infty$ , füze hız vektörünün mutlak değeri, hızın eksenel bileşeni, yunuslama/yandönme hızı ve dinamik basınç değerine bağlı olarak, oransal, integral ve yunuslama/yandönme geri besleme katsayılarının (yunuslama otopilotu için  $K_p, T_p$  ve  $K_q$ , yandönme otopilotu için  $K_y, T_y$  ve  $K_r$ ) füzenin hareketi boyunca sürekli olarak güncellendiği bir otopilot modeli oluşturulmuş, böylelikle değişen uçuş koşullarına karşın kontrol sisteminin sürekli kararlı kalması sağlanmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, yukarıda verilen  $M_\infty$  aralığındaki her bir değer için aerodinamik kararlılık katsayılarını içeren bir tablo oluşturulmuş ve bu tablo kullanılarak katsayıların geçerli olan uçuş koşuluna göre güncellenmesi sağlanmıştır. Bununla birlikte, otopilotta yer alan integralcinin toplama özelliğinden dolayı, giren hata sinyaline karşılık otopilot çıkışı zamanla büyümekte ve kanat tahrik sistemi tarafından gerçekleştirilemeyecek şekilde  $\pm 20^\circ$  aralığının dışında kanat açısı komutları üretmektedir. Bu da, kanat tahrik sistemi çıkışında doymaya sebep olmaktadır. Doymanın uzun süre devam etmesi, füze kontrol sisteminin ivme emirlerini takip edememesi ve dolayısıyla hedeften olan sapmanın büyümesi sonucunu doğurmaktadır. Bu durumu önüne geçmek için, otopilot çıkışına, sinyalin büyümesini önleyici “anti-windup” yapısı yerleştirilmiştir [1] ve [2]. Temeli; otopilot tarafından kanat tahrik sistemine gönderilen komut sinyali ile kanat tahrik sistemi tarafından

gerçekleştirilen kanat açısı değeri farkının belirlenen bir zaman sabitine bölünerek hata sinyalinin integral alındıktan sonraki çıkışına beslenmesine dayanan bu yapıyla, kanat tahrik sistemi çıkışındaki doymanın çok daha kısa süreli olması sağlanmıştır. Yapılan benzetimlerde, yapının zaman sabiti integral zaman sabitine eşit olacak seçilmiştir.

Otopilot katsayılarının bulunabilmesi amacıyla, doğrusallaştırılmış füze dinamiğinin kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sistemi transfer fonksiyonu, yunuslama ve yandönme düzlemleri için aşağıdaki gibi çıkarılmıştır:

$$\frac{a_z(s)}{a_{zd}(s)} = \frac{(T_p s + 1)(n_{p2} s^2 + n_{p1} s + 1)}{a_{p3} s^3 + a_{p2} s^2 + a_{p1} s + 1} \quad (28)$$

$$\frac{a_y(s)}{a_{yd}(s)} = \frac{(T_y s + 1)(n_{y2} s^2 + n_{y1} s + 1)}{a_{y3} s^3 + a_{y2} s^2 + a_{y1} s + 1} \quad (29)$$

(28) ve (29) numaralı denklemlerde  $a_{zd} = a_p^c$  ve  $a_{yd} = a_y^c$

olup,  $T_p, n_{p2}, n_{p1}, a_{p3}, a_{p2}, a_{p1}, T_y, n_{y2}, n_{y1}, a_{y3}, a_{y2}$  ve  $a_{y1}$ , katsayıları; otopilot katsayıları, füze çapı, füze kütlesi, füze eylemsizlik momenti ve hız bileşenleri ile dinamik basınç ve aerodinamik katsayıların fonksiyonudur.

Kontrol sistemini kararlı kılabacak  $K_p(K_y)$ ,  $T_p(T_y)$  ve  $K_q(K_r)$  katsayıları, (28) ve (29) numaralı denklemlerde verilen transfer fonksiyonlarının karakteristik polinomunun (payda polinomunun), (30) numaralı denklemdeki gibi üçüncü dereceden Butterworth polinomuna eşitlenmesi ile elde edilebilir [1].

$$B(s) = (1/\omega_c^3)s^3 + (2/\omega_c^2)s^2 + (2/\omega_c)s + 1 \quad (30)$$

Böylece, kontrol sistemi için istenen bant genişliği olan 5 Hz değerine karşılık gelen  $\omega_c = 31.4$  rad/s değeri (30) numaralı polinomda yerine yazılarak, istenen bant genişliğini sağlayacak ve kontrol sistemini kararlı yapacak  $K_p(K_y)$ ,  $T_p(T_y)$  ve  $K_q(K_r)$  katsayıları bulunmuştur.

## 6. Hedef Kinematığı

Normal ve teğetsel ivme bileşenleri ( $a_T^n$  ve  $a_T^t$ ) ile doğrusal hız ve uçuş yörüngesi açısının başlangıç değerleri ( $v_{T0}$  ve  $\gamma_{t0}$ ) belirlendiğinde, hedef doğrusal hızı ve uçuş yörüngesi açısı ( $v_T$  ve  $\eta_t$ ), zamana bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$v_T(t) = v_{T0} + \int_{t_0}^t a_T^t(s) ds \quad (31)$$

$$\eta_t(t) = \eta_{t0} + \int_{t_0}^t \frac{a_T^n(s)}{v_T(s)} ds \quad (32)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $t_0$ , füze-hedef eşleşmesinin başlangıç anını göstermektedir.

(31) ve (32) numaralı denklemlerinin zamana göre integralleri alınarak, belirlenen yatay düzlemdeki başlangıç konumu ( $x_{T0}$  ve  $y_{T0}$ ) değerleri için hedef konumunun zamana göre değişimini veren eşitlikler, aşağıdaki gibi elde edilir:

$$x_T(t) = x_{T0} + \int_{t_0}^t v_T(s) \cos(\eta_t(s)) ds \quad (33)$$

$$y_T(t) = y_{T0} + \int_{t_0}^t v_T(s) \sin(\eta_t(s)) ds \quad (34)$$

Çalışmada gözönüne alınan hedef bir yer hedefi olduğu için, problemi basitleştirmek için hedefin yerden yüksekliği sabit olarak alınmıştır ( $z_T(t) = z_{T0}$ ).

## 7. Füze-Hedef Eşleşmesi Modeli

Füze ve hedef arasındaki uzaklık ( $r_{T/M}$ ) ve  $r_{T/M}$ 'nin yandönme ve yunuslama düzlemlerinde yatayla yaptığı ve görüş çizgisi açısı olarak tanımlanan açılar ( $\lambda_y$  ve  $\lambda_p$ ), aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r_{T/M} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (35)$$

$$\lambda_y = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \quad (36)$$

$$\lambda_p = \arctan\left(\frac{-\Delta z \cos(\lambda_y)}{\Delta x}\right) \quad (37)$$

Benzetimlerde, itki safhasının sonunda hedefi arayacak ve yakaladığı anda görüş alanı sınırları içerisinde takip edecek, böylelikle füzenin güzümü için gerekli görüş çizgisi açısı bilgisini sağlayacak olan arayıcı için, gövdeye yapışık ve görüş açısı aralığı  $\pm 50^\circ$  olan bir model kullanılmıştır [7].

Çalışmada yer hedefi gözönüne alındığı için,  $r_{T/M}$ 'nin düşey bileşeninin sıfıra eşit olduğu durumda, bir başka deyişle  $\Delta z = 0$  koşulu sağlandığında, eşleşme sonundaki ( $t = t_F$ ) toplam hedeften sapma miktarı ( $d_{miss}$ ) aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$d_{miss} = \sqrt{\Delta x^2(t_F) + \Delta y^2(t_F)} \quad (38)$$

## 8. Bilgisayar Benzetimleri

Oluşturulan güzüm ve kontrol modeli kullanılarak, füzenin fırlatma anındaki görüş çizgisinden sapma açısı ve hedef normal ivme bileşeninin farklı değerleri için, ele alınan güzüm yöntemlerinin başarımı Matlab Simulink ortamında incelenmiştir. İncelemede başarımlar kıstasları olarak; eşleşme sonrasında füzenin hedeften sapma miktarı, arayıcının hedefi yakalamasıyla başlayan eşleşme süresi, en yüksek ivme gereksinimi ve füzenin toplam enerji tüketimi değerleri gözönüne alınmıştır. Ayrıca, hedefin sabit hızla hareket ettiği; bir başka deyişle teğetsel ivme bileşeninin sıfıra eşit olduğu kabul edilmiş ve yalnızca hareket eksenine normal düzlemdeki manevrası gözönüne alınmıştır.

Etkin seyrüsefer oranları ( $N_p$  ve  $N_y$ ) için 3, füzenin fırlatma anında görüş çizgisinden sapma açısı için  $0$  ve  $-20^\circ$  ve hedef manevrası (yanal ivme bileşeni) için de  $0$  ve  $0.5g$  değerleri kullanılarak gerçekleştirilen bilgisayar benzetimlerinde, gözönüne alınan başlangıç koşulları için eşleşme sonrasında elde edilen sonuçlar Tablo 1'de sunulmuştur. Benzetimlerde, bileşenlerinin dayanımı gözönüne alınarak, füzenin dayanabileceği yanal ivme değerinin



$\pm 30g$  ( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ; yerçekimi ivmesi) aralığında olacağı varsayılmıştır.

## 9. Tartışma ve Sonuç

Gerçekleştirilen bilgisayar benzetimlerinden elde edilen ve Tablo 1’de topluca verilen sonuçlar incelendiğinde, ele alınan bütün durumlarda, doğrusal hedef takibi güdüm kuralı ile elde edilen hedeften sapma ve toplam enerji tüketimi değerlerinin diğer iki güdüm kuralı için elde edilenlerden daha düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca, toplam enerji tüketimi ve başlangıçta görüş çizgisinden sapmanın olmadığı durumlarda hedeften sapma açısından oransal seyrüsefer güdüm kuralının parabolik güdüm kuralına göre daha üstün olduğu anlaşılmaktadır. Öte yandan, füzenin başlangıçta görüş çizgisinden sapma açısının sıfırdan farklı olması halinde, parabolik hedef takibi güdüm kuralı oransal seyrüsefer kuralına göre daha iyi sonuçlar vermektedir. Bununla birlikte, füze hız vektörünü güdümün hemen başlangıç safhasında çarpışma üçgeni üzerine oturtmaya çalışmasından dolayı, doğrusal hız takibi yönteminin ivme gereksinimi diğer iki yöntemle nazaran oldukça yüksektir. Bu durumun üstesinden gelmenin bir yolu; füze kontrol sistemi bant genişliğini hedeften sapma açısı değeriyle orantılı olacak şekilde değişken yapmaktır [1]. En yüksek ivme gereksinimi açısından en iyi sonuçları, başlangıçta görüş çizgisinden sapmanın sıfır olduğu durumlarda oransal seyrüsefer, sıfırdan farklı olduğu durumlarda ise parabolik hedef takibi güdüm kuralı ortaya çıkarmıştır. Füze-hedef eşleşme süreleri ise, ele alınan bütün durumlar için aşağı yukarı aynıdır. Tablo 1’deki verilere göre dikkat çeken bir diğer husus da, hedeften sapma açısı ve hedef yanal ivme bileşeni değerlerinin sıfır olması durumunda elde edilen hedeften sapma ve eşleşme süresi değerlerinin, bahsedilen parametrelerin sıfırdan farklı olduğu durumlar için elde edilenlerden her zaman daha iyi olmadığıdır. Bir başka deyişle; belirtilen parametrelerin sıfırdan farklı olması, füze ve hedefin eşleşmenin başlangıcındaki durumuna göre hedeften sapma ve eşleşme

süresi değerlerini iyileştirici (azaltıcı) yönde de etki yapabilmektedir. Ayrıca, doğrusal hedef takibi güdüm kuralının sebep olduğu füze yörüngesi, diğer iki yöntemin gerektirdiği yörüngeye göre çok daha doğrusaldır [1]. Bu da, doğrusal hedef takibi kuralının uygulanması durumunda eşleşme süresince füzenin tükettiği enerjinin oldukça düşük olması sonucunu doğurur.

Sonuç olarak, belirtilen ivme gereksinimlerinin karşılanabilmesi halinde, doğrusal hedef takibi yöntemi oransal seyrüsefer yönteminden daha iyi sonuçlar vermektedir.

## 10. Kaynakça

- [1] B. Özkan, *Dynamic Modeling, Guidance, and Control of Homing Missiles*, Doktora Tezi, ODTÜ, Ankara, 2005.
- [2] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Second Edition, Progress in Astronautics and Aeronautics, ABD, 1994.
- [3] B. Özkan, M. K. Özgören ve G. Mahmutyazıcıoğlu, “Lazer Güdümlü Bir Füze Uygulanabilecek Belli Başlı Güdüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması”, 12. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Kayseri, 2005.
- [4] B. Özkan, M. K. Özgören ve G. Mahmutyazıcıoğlu, “Hedef İzleyen Füzeler için Doğrusal Hedef Takibi ve Oransal Seyrüsefer Güdüm Kurallarının Karşılaştırılması”, 13. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Sivas, 2007.
- [5] P. Gurfil, M. Jodorkovsky ve M. Guelman, “Neoclassical Guidance for Homing Missiles”, *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Cilt:24, Sayı: 3, Sayfa: 452-459, Mayıs-Haziran 2001.
- [6] Acar, Ş. U., *Trajectory Tracking by Means of Homing Guidance Methods*, Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara, 1996.
- [7] *Laser Seeker System Workshop*, Martin Marietta Eğitim Notları, 1993.

Tablo 1: Benzetim sonuçları

| Başlangıçta Görüş Çizgisinden Sapma Açısı (°) | Hedef Yanal İvme Bileşeni (g) | Güdüm Kuralı | Hedeften Sapma (m) | Füze-Hedef Eşleşme Süresi (s) | En Yüksek İvme Gereksinimi (g) | Toplam Enerji Tüketimi (kJ) |
|---|-------------------------------|--------------|--------------------|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| 0   | 0                             | DHT*         | 2.435              | 3.052                         | 57.154                         | 2.755                       |
|   |                               | PHT**        | 7.645              | 3.040                         | 12.928                         | 33.514                      |
|   |                               | OS***        | 4.840              | 3.047                         | 2.951                          | 12.257                      |
| 0   | 0.5                           | DHT          | 3.430              | 3.039                         | 57.154                         | 2.699                       |
|   |                               | PHT          | 7.171              | 3.031                         | 11.936                         | 29.677                      |
|   |                               | OS           | 4.632              | 3.038                         | 3.084                          | 13.415                      |
| -20   | 0                             | DHT          | 3.205              | 3.049                         | 942.950                        | 172.717                     |
|   |                               | PHT          | 3.473              | 3.299                         | 12.109                         | 228.143                     |
|   |                               | OS           | 5.578              | 3.288                         | 16.528                         | 217.395                     |
| -20   | 0.5                           | DHT          | 3.325              | 3.039                         | 942.950                        | 172.852                     |
|   |                               | PHT          | 3.387              | 3.325                         | 12.702                         | 263.109                     |
|   |                               | OS           | 5.597              | 3.306                         | 16.528                         | 239.068                     |

\*DHT: doğrusal hedef takibi, \*\*PHT: parabolik hedef takibi ve \*\*\*OS: oransal seyrüsefer

# Dört Motorlu Bir Dönerkanat Sisteminin Dinamik Modeli ve PD Kontrolör İle Yörünge Kontrolü

Mehmet Önder Efe

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara

onderefe@etu.edu.tr

## Özetçe

Bu bildiri DraganFly firmasının ürettiği *dört motorlu dönerkanat*<sup>1</sup> sisteminin tam dinamik modelini vererek bu model üzerinde uygulanan nonlinear bir kontrolörün performansı ve davranış testleri üzerinde durur. Özellikle kontrol teorisi ve uygulamaları konusunda çalışan araştırmacılar için modeli mümkün olduğunca tam sunulan bu dönerkanat sistemi, benzetimlerde kontrol girdilerine sınır koymaksızın çalışılmış, geribeslemeli nonlinear kontrolörün performansı gürültülü gözlemler için de tatmin edici bulunmuştur.

## 1. İnsansız Hava Araçları (İHA)

İnsansız hava aracı, kendi elektriksel güç sistemine sahip, insan taşımayan ve aerodinamik kaldırma mekanizmasıyla kendini havada tutan, otonom uçuş yapabilen ya da uzaktan kumanda edilebilen, benzer araçlarla eşgüdüm içinde olabilen, radardan gizlenebilen, gerekli görüldüğü hallerde gözden çıkarılabilecek derecede ucuz, çeşitli algılama sistemlerini ve/veya silahları taşıyabilen ve bir pilotun yorgunluk sınırlarını aşabilecek süreler boyunca uçabilen hava aracıdır. Genellikle bilgi toplama (görüntüleme, takip, arama, tarama, video edinimi, keşif), güvenlik, gözetim, denetim, hedef tespiti, meteorolojik ve zirai uygulamalar, havadan trafik kontrol ve yönlendirme (kaçakçılığı önleme), telemetri (uzaktan boyutlandırma) ve yangın söndürme, doğal afet sonrası hasar tespiti amaçları için kullanılır.

Uygulama alanları bu denli geniş olan insansız araçlar teknolojisinin araç davranışının, ve yukarıda verilen örnekler cinsinden üst düzey misyon tanımlarının yapılabilmesi alt düzey kontrol ve kumanda bileşenlerinin performansına doğrudan bağlılık gösterir. Bu nedenle otopilot sistemlerinin tasarımı ve uygulanması başlı başına bir araştırma konusudur. Bu bildiride ele alınan dönerkanat sistemi yukarıda zikredilen görevlerden bazılarının içinde yer alabilecek konfigürasyondadır ve geribeslemeli kontrolörün amacı araca istenen bir yörüngeyi izletebilmektir.

Literatürde bu bildiriye konu dönerkanat sistemi başka bazı yazarlarca da ele alınmıştır. Örneğin Castillo vd. [1, 2] dönerkanat sistemi için gerçek zamanlı deneyler yapmış, bir nonlinear kontrolörün performansını irdelemiştir. [3] kaynağında klasik oransal integral türevsel<sup>2</sup> kontrolörü üzerinde

durulmuş, model dayanaklı tasarım gerçek zamanlı deneylerle ele alınmıştır. Hanford vd. [4] ise PI tipi bir kontrolör ile dönerkanat sistemine PIC tabanlı işlem birimi ve MEMS<sup>3</sup> tabanlı açışal hız sensörleri kullanarak basit bir kontrol çevrimi içerisinde kumanda etmiştir. Hoffman vd. [5] kayma kipli denetim yöntemi ile dönerkanat sistemlerinde oluşum denetimi, çarpışma ve engel kaçınımı<sup>4</sup> konularını incelemiş, durum değişkenlerinin edinilmesinde Kalman filtresi kullanılmıştır. Dönerkanat sisteminin görsel geribesleme ile denetimine dair bir tasarım [6, 7] kaynaklarında bulunabilir. Tournier [6] Moiré örüntülerinden faydalanırken Altuğ [7] ise çift kamera sistemi kullanmaktadır. Çamlıca, [8] kaynağında doğrusal kuadratik kontrolör tasarımı üzerinde durmakta, [9] ise klasik kontrol yöntemlerinin başarısızlığına vurgu yaparak integral kayma kipli denetim ve pekiştirici öğrenme<sup>5</sup> yöntemi ile doğrusal olmayan bozucuların olumsuz etkilerinin bertaraf edilebildiğini ve çok erkinli denetimin başarılabildiğini rapor etmektedir. Hamel vd. [10] ise geriadım<sup>6</sup> tekniği ile benzer bir dönerkanat sisteminin stabilizasyonunu göstermektedir. Klauske vd. ise bir sayısal işaret işleyici ile kontrol sistemini incelemektedir, [11]. Bu bildiride ise doğrusal olan (PD tipinde) ve olmayan (doğrusallaştırıcı tipte) kontrol teknikleri birarada kullanılmakta, istenen dönerkanat davranışı elde edilmektedir.

Bu bildirinin temel motivasyonu giderek önem kazanan İHA sistemlerine örnek bir dönerkanat sisteminde yörünge kontrolünün yapılması, sistem dinamiğindeki doğrusal olmayan terimlere rağmen iyi bir izleme performansının elde edilmesidir. Sistem dinamiğinin çok değişkenli oluşu, değişkenlerin birbirleri ile sıkı biçimde kuple olmuş olmaları, sıfırdan farklı başlangıç koşulları ve gözlemlerdeki gürültü problemin çözümünü güçleştiren etmenlerdir. Bunlara rağmen önerilen kontrolör nispeten basit bir yapıya sahip olup bahsi geçen güçlükler bertaraf edilebilmiştir.

Bildiri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde dönerkanat sisteminin dinamik modeli, takip eden bölümde kartezyen uzayda pozisyonun ve oriyantasyonun kontrolü anlatılmakta, dördüncü bölümde benzetimler ve tartışma, son bölümde ise sonuçlar sunulmaktadır.

<sup>3</sup>İng. *Microelectromechanical Systems*

<sup>4</sup>İng. *Collision and Obstacle Avoidance*

<sup>5</sup>İng. *Reinforcement learning*

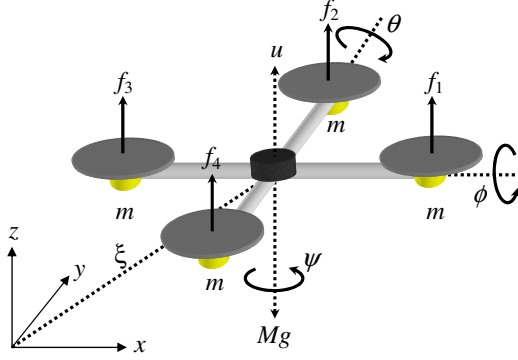
<sup>6</sup>İng. *Backstepping*

<sup>1</sup>İng. *Quadrotor Rotorcraft*

<sup>2</sup>İng. *Proportional Integral Derivative (PID)*

## 2. Dönerkanat Modeli

Bu çalışmada ele alınan dönerkanat sisteminin genel görünüşü ve sistem dinamiğine esas değişken seçimleri Şekil 1'de gösterilen biçimdedir. Sistemin davranışını betimleyen dinamik denklem kümesi (1)'de, denklemlerde görülen bazı büyüklüklerin değerleri ve tanımları ise Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 1: Dönerkanat sisteminin genel görünüşü

$$\begin{aligned} M\ddot{x} &= -us_\theta \\ M\ddot{y} &= uc_\theta s_\phi \\ M\ddot{z} &= uc_\theta c_\phi - Mg \\ \ddot{\psi} &= \tilde{\tau}_\psi \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta \\ \ddot{\phi} &= \tilde{\tau}_\phi \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tilde{\tau} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{pmatrix} = \mathbb{J}^{-1}(\tau - C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}) \quad (2)$$

Burada  $\eta = (\psi \quad \theta \quad \phi)^T$ ,  $\mathbb{J}(\eta) = T_\eta^T I T_\eta$  ve

$$T_\eta = \begin{pmatrix} -s_\theta & 0 & 1 \\ c_\theta s_\phi & c_\phi & 0 \\ c_\theta c_\phi & -s_\phi & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$I = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & 2I_{xx} \end{pmatrix} \quad (4)$$

ile verilmektedir.  $C(\eta, \dot{\eta})$  ile gösterilen Coriolis ve merkezkaç terimleri aşağıdaki gibi tanımlanmakta ve detayları (8) ile verilen biçimde hesaplanmaktadır.

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \mathbb{J} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbb{J}) \quad (5)$$

$$\mathbb{J} = I_{xx} \begin{pmatrix} 1 + c_\theta^2 c_\phi^2 & -c_\theta s_\phi c_\phi & -s_\theta \\ -c_\theta s_\phi c_\phi & 2 - c_\phi^2 & 0 \\ -s_\theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbb{J} = I_{xx} \begin{pmatrix} \dot{\theta} s_{2\theta} c_\phi^2 + \dot{\phi} s_{2\phi} c_\theta^2 & \dot{\theta} s_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\phi} c_{2\phi} c_\theta & \dot{\theta} c_\theta \\ \dot{\theta} s_\theta s_\phi c_\phi - \dot{\phi} c_{2\phi} c_\theta & \dot{\phi} s_{2\phi} & 0 \\ \dot{\theta} c_\theta & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} C_{1,1} &= C_{1,2} = C_{1,3} = 0 \\ C_{2,1} &= I_{xx}(\dot{\psi} c_\phi^2 s_{2\theta} + \dot{\theta} s_\theta c_\phi s_\theta - \dot{\phi} c_\theta) \\ C_{2,2} &= I_{xx} \dot{\psi} s_\theta c_\phi s_\theta \\ C_{2,3} &= -I_{xx} \dot{\psi} c_\theta \\ C_{3,1} &= -I_{xx}(\dot{\psi} c_\theta^2 s_{2\phi} + \dot{\theta} c_\theta c_{2\phi}) \\ C_{3,2} &= -I_{xx}(\dot{\psi} c_\theta c_{2\phi} - \dot{\theta} s_{2\phi}) \\ C_{3,3} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$I_{xx} = I_{yy} = m\ell^2$ ,  $I_{zz} = 2m\ell^2$ . Model değişkenleri ile her bir iticinin<sup>7</sup> sağladığı itme kuvveti arasında aşağıdaki ilişkiler mevcuttur.

$$\tau_\psi = \sum_{i=1}^4 \tau_{m_i} \quad (9a)$$

$$\tau_\theta = (f_3 - f_1)\ell \quad (9b)$$

$$\tau_\phi = (f_2 - f_4)\ell \quad (9c)$$

$$u = \sum_{i=1}^4 f_i \quad (9d)$$

Yukarıda  $f_i = k\omega_i^2$  ile verilir ve  $k > 0$  motor ile ilgili bir kazancı,  $\omega_i$  ise  $i$ . motorun açısal hızını gösterir, (Detaylı bilgi için bkz. [1, 2]).

Tablo 1: Dönerkanat Fiziksel Parametreleri

|        |                                       |                       |
|--------|---------------------------------------|-----------------------|
| $m$    | Motor ağırlığı                        | 0.08 kg               |
| $m_b$  | Batarya ağırlığı                      | 0.20 kg               |
| $M$    | Toplam dönerkanat ağırlığı            | 0.52 kg               |
| $\ell$ | Motorların ağırlık merkezine uzaklığı | 0.205 m               |
| $g$    | Yerçekimi ivmesi                      | 9.81 m/s <sup>2</sup> |

## 3. Araç Davranışının Kontrolü

Araç davranışının kontrolü üç alt başlık altında verilmiştir. Öncelikle aracı istenen yüksekliğe çıkararak sapma açısının<sup>8</sup> kontrolü sağlanacak, bunu takiben dönme açısı<sup>9</sup> ve  $y$  konumu istenen değerlere sürülecek, son olarak da yunuslama açısı<sup>10</sup> ve  $x$  konumu istenen değerlere yönlendirilecektir.

### 3.1. Sapma Açısının ( $\psi$ ) ve Yüksekliğin ( $z$ ) Kontrolü

İstenen yükseklik  $z_r$  ile gösterilsin. Buna göre, aşağıdaki kontrolör, aracı istenen yükseklikte tutacaktır.

<sup>7</sup>İng. Propeller

<sup>8</sup>İng. Yaw Angle

<sup>9</sup>İng. Roll Angle

<sup>10</sup>İng. Pitch Angle

$$u = M \frac{-4\dot{z} - 4(z - z_r) + g}{c_\theta c_\phi} \quad (10)$$

$$\frac{Z(s)}{Z_r(s)} := H(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 4} \quad (11)$$

Böylelikle  $s$  değişkeni Laplace değişkenini göstermek üzere araç yüksekliği değişkeninden ( $Z(s)$ ) referans yükseklik girişine ( $Z_r(s)$ ) kadar olan transfer fonksiyonu kritik sönümlü bir transfer fonksiyonuna dönüşmektedir. Sapma açısının sıfır olması, yani aracın  $z$  eksenli etrafındaki dönmelerinin asgari düzeyde olması istenmektedir. Bu nedenle  $\psi_r = 0$  referans sinyali ile aşağıdaki kontrolör de sapma açısından referans girişine kadar olan transfer fonksiyonu da yukarıda verilen  $H(s)$  gibi olacaktır.

$$\tilde{\tau}_\psi = -4\dot{\psi} - 4(\psi - \psi_r) \quad (12)$$

Bu iki kontrolör ile araç istenen yükseklikte seyredecek, sapma açısı da sıfır etrafında olacaktır.

### 3.2. Dönme Açısının ( $\phi$ ) ve $y$ -Konumunun Kontrolü

Denklem (10) ile verilen  $u$  değeri ile  $y$  konumunun davranışı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\ddot{y} = (-4\dot{z} - 4(z - z_r) + g) \tan \phi \quad (13)$$

Açıktır ki  $u$  girişi sistemin yerden yüksekliğini istenen değere getirirken kısa sürede  $z \rightarrow z_r$  ve  $\dot{z} \rightarrow 0$  davranışı gözlenecektir. Yukarıda verilen kapalı çevrim transfer fonksiyonunun kararlı olması buna açık bir delil teşkil eder. Geçici rejimin sona ermesi ve değişkenlerin kalıcı değerlerine ulaşmasıyla yukarıda verilen  $\ddot{y}$  ifadesi de (14) ile verilen ifadeye dönüşecektir.

$$\ddot{y} \approx g \tan \phi \quad (14)$$

Yukarıdaki ifadeye göre araca  $y$  yönünde kumanda edebilmek için  $\phi$  açısının istenen bazı değerleri alması gereklidir. Dönerkanat sisteminin  $y$  yönünde göstereceği davranış  $\phi$  açısındaki değişimlerden kaynaklandığı için istenen yörüngenin  $y$  bileşeni için gerekli  $\phi$  açısı hesap edilerek bu değere  $\phi_r$  denecek ve aşağıda görüldüğü gibi  $\tilde{\tau}_\phi$  ifadesi de  $\phi$  açısının istenen değeri takip etmesini sağlayacak şekilde düzenlenecektir.

$$\phi_r = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{y} + 0.25(y - y_r)}{g} \right) \quad (15)$$

$$\tilde{\tau}_\phi = -4\dot{\phi} - 4(\phi - \phi_r) \quad (16)$$

Böylelikle araç, istenen  $y$  konumuna yönelimi gerektiren dönme açısında ( $\phi \rightarrow \phi_r$ ) olacaktır. Unutulmamalıdır ki araç istenen yüksekliğe eriştikten sonra istenen  $y$  pozisyonunu alacaktır.

### 3.3. Yunuslama Açısının ( $\theta$ ) ve $x$ -Konumunun Kontrolü

Yukardaki tartışmaya benzer şekilde aracın yunuslama açısı da (10) ile verilen kontrol sinyali altında aşağıdaki ifadeye dönüşecektir. Aracın istenen yüksekliğe erişmesi ve istenen  $y$  pozisyonunu alması ile ifade daha da basitleşecek ve  $x$  yönünde (18) ile verilen rejime geçilecektir.

$$\ddot{x} = (-4\dot{z} - 4(z - z_r) + g) \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \quad (17)$$

$$\ddot{x} \approx g \tan \theta \quad (18)$$

Yunuslama açısının (19) ile verilen referans açısına yönlendirilmesi ile  $x$  yönünde istenen pozisyona erişilebilecektir. Bunun için  $\tilde{\tau}_\theta$  girdisini (20) ifadesinde görülen biçimde seçmek kafi olacaktır.

$$\theta_r = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{x} + 0.25(x - x_r)}{g} \right) \quad (19)$$

$$\tilde{\tau}_\theta = -4\dot{\theta} - 4(\theta - \theta_r) \quad (20)$$

Özetle ele alınırsa, sunulan kontrol yöntemi aracı kartezyen uzayda önce istenen yüksekliğe çıkaracak, ardından istenen  $y$  pozisyonuna ve bunu müteakip istenen  $x$  pozisyonuna getirecektir. Özünde bu işlem adımlarını başarabilmek için lüzumlu referans açılarının hesabı ve Euler açılarının bu değerlere yönlendirilmesi olan yaklaşım, benzetimlerde hem bu türde bir referans yörüngesi için hem de koordinatların tümünün birlikte değiştiği bir yörünge için ele alınacaktır.

## 4. Benzetim Çalışmaları

Benzetimlerde iki farklı durum üzerinde durulmuştur. Bunlardan ilki, sunulan kontrol hiyerarşisine uygun biçimde komut işaretini değiştiren türde, diğeri ise her üç kartezyen yönde de aynı anda değişimlerin gerçekleştiği bir yörüngedir.

Tablo 2: Benzetim Parametreleri

|            |                               |          |
|------------|-------------------------------|----------|
| $\Delta t$ | Benzetim adım aralığı         | 1 sn.    |
| $T$        | Benzetim süresi (Uçuş süresi) | 1300 sn. |
| $\sigma_p$ | Pozisyon gürültüsü varyansı   | 0.001    |
| $\sigma_v$ | Hız gürültüsü varyansı        | 0.001    |

Tablo 1’de benzetim parametreleri verilmiştir. İlk tipte referans işareti ve gürültülü gözlemler için elde edilen sonuçlar Şekil 2’de gösterilmiştir. Görüldüğü üzere dönerkanat sistemi referans yörüngeyi yakından takip etmektedir. Bu benzetimlerle ilgili kontrol sinyalleri de Şekil 3’te verilmiştir. Gürültü işaretinin yoğun biçimde görüldüğü bu kontrol girdilerine sınır konmamış, eyleyicilerin de yeterince hızlı olduğu varsayılmıştır.

Benzetimde başlangıç anında tüm durum değişkenlerinin türevleri (hızlar) ve kartezyen pozisyonlar sıfırdır. Açısal pozisyonlar ise  $\psi(0) = 0.1$  rad.,  $\theta(0) = 0.2$  rad. ve  $\phi(0) = -0.1$  rad. alınmış, sıfırdan farklı başlangıç koşullarının bertaraf edilmesindeki başarı tatmin edici bulunmuştur.

Aynı başlangıç koşulları ve benzetim parametreleri için referans yörünge aşağıdaki gibi seçilmiş ve Şekil 4’te gösterilen sonuçlar elde edilmiştir.

$$x_r(t) = 50 \cos\left(\frac{2\pi t}{750}\right) \tanh\left(\frac{t}{200}\right) \quad (21a)$$

$$y_r(t) = 50 \sin\left(\frac{2\pi t}{750}\right) \tanh\left(\frac{t}{200}\right) \quad (21b)$$

$$z_r(t) = 50 \tanh\left(\frac{t}{200}\right) \quad (21c)$$

Seçilen referans yörüngeye bakılırsa aracın yavaşça 50m yüksekliğe çıkması ve bu yükseklikte 50m yarıçapında dairesel bir yörüngeyi dönmesi istenmekte, araç da öngörülen şekilde bu yörüngeyi takip etmektedir. Şekil 5'te bu sonuca ilişkin kontrol sinyalleri gösterilmiştir.

## 5. Sonuçlar ve Tartışma

Bu bildiride dört motorlu bir dönerkanat sistemi için yükseklik kontrolü lineerleştiren bir denetleyici ile gerçekleştirilmiş, kartezyen uzaydaki konumlamayı sağlayan açılar istenen değerlerine getirilmesi ise PD tipinde kontrolörlerle gerçekleştirilmiştir. Ana fikir olarak araç önce istenen  $z$  yüksekliğine, ardından istenen  $y$  konumuna ve son olarak da istenen  $x$  konumuna verilen kontrol kuralları ile sürülebilmektedir. Kontrolörün her üç yönde de yörünge değişkenlerinin zamanla değişen değerler alması durumu için de yapılan denemeler benzetim ortamında umut verici bulunmuştur.

Bu çalışmanın literatüre katkısı basit bir kontrolör ile dönerkanat sisteminin davranış kontrolünün başarılması, diğer bir deyişle üst düzey misyonun yerine getirilmesidir. Kontrolörün gücünü bir gözlem ortamında bu sonuçları vermesi olumlu bir bulgu iken sonuçların benzetim ortamında elde edilmesi gerçek zamanda bu sistemin önerilen kontrolör ile nasıl davranacağı hakkında net bir fikir verememektedir. Bu nedenle bu çalışmanın gelecekteki amacı bulguları deneysel olarak doğrulamak olacaktır.

Öte yandan, dikkat edilmelidir ki kontrolörle birlikte kapalı çevrim sistemi için de kararlılık analizi sunulmamıştır. Açılar istenen değerlere hızla sürüldüğü, bunu müteakip istenen kartezyen pozisyona erişilebildiği gösterilmiştir. Bu konuda yazarın ileriye dönük diğer bir amacı da kararlılık analizine dayandırılarak kontrolörün kapalı çevrimde uygulanabilirliğinin garantisini verebilmektir.

## 6. Teşekkür

Bu çalışmanın hayata geçirilmesi esnasındaki yardım ve tavsiyelerinden ötürü Dr. Pedro Castillo'ya ve TOBB ETÜ kütüphanesi çalışanlarına teşekkür ederim.

Bu çalışma TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Bilimsel Araştırma Projeleri Fonu tarafından (Kontrat No ETÜ-BAP-2006/04) desteklenmiştir.

## 7. Kaynakça

[1] P. Castillo, R. Lozano ve A.E. Dzul, "Stabilization of a Mini Rotorcraft with Four Rotors", IEEE Control Systems Magazine, pp.45-55, Aralık 2005.

[2] P. Castillo, R. Lozano ve A.E. Dzul, Modelling and Control of Mini Flying Machines, Springer Verlag, 2005.

[3] S. Bouabdallah, A. Noth ve R. Siegwart, "PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor," Proc. of 2004 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, September 28 - October 2, Sendai, Japonya, 2004.

[4] S.D. Hanford, L.N. Long ve J.F. Horn, "A Small Semi-Autonomous Rotary-Wing Unmanned Air Vehicle (UAV)," AIAA2005-7077.

[5] G. Hoffmann, D.G. Rajnarayan, S.L. Waslander, D. Dostal, J.S. Jang, C.J. Tomlin, "The Stanford testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi Agent Control (STARMAC)," Proc. of The 23rd Digital Avionics Systems Conference (DASC'04), Ekim 24-28, Salt Lake City, Utah, ABD, 2004.

[6] G.P. Tournier, M. Valentiy ve J.P. Howz, "Estimation and Control of a Quadrotor Vehicle Using Monocular Vision and Moiré Patterns," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, Ağustos 21-24, Keystone, Colorado, ABD, AIAA2006-6711, 2006.

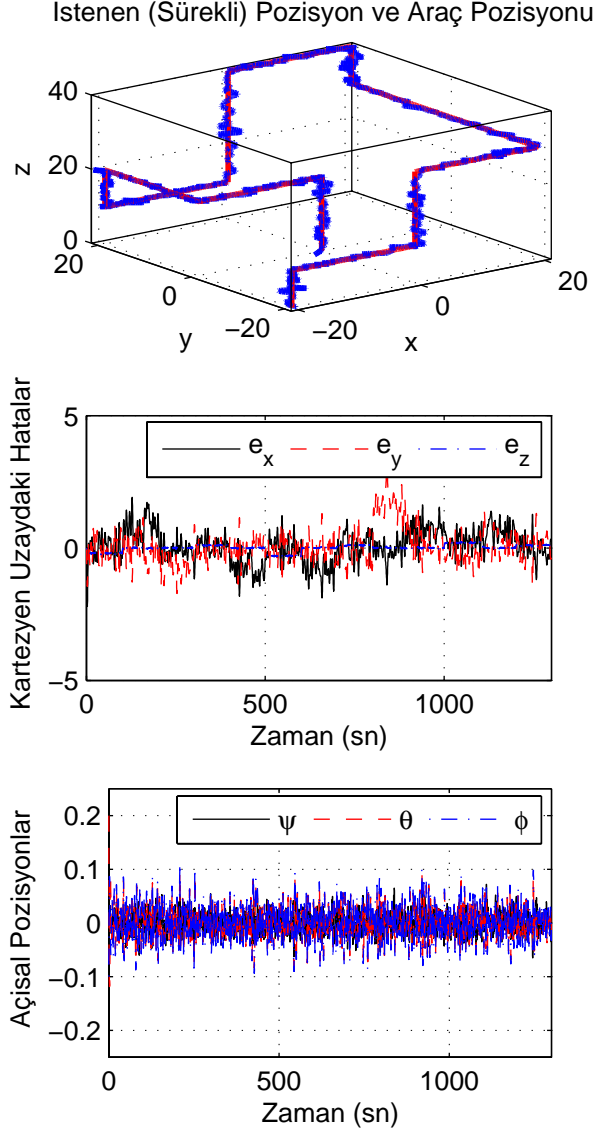
[7] E. Altuğ, J.P. Ostrowski, C.J. Taylor, "Quadrotor Control Using Dual Camera Visual Feedback," Proc. of the 2003 IEEE Int. Conf. on Robotics & Automation, September 14-19, Taipei, Tayvan, s.4294-4299, 2003.

[8] F.B. Çamlıca, "Demonstration of a Stabilized Hovering Platform for Undergraduate Laboratory," Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye, 2004.

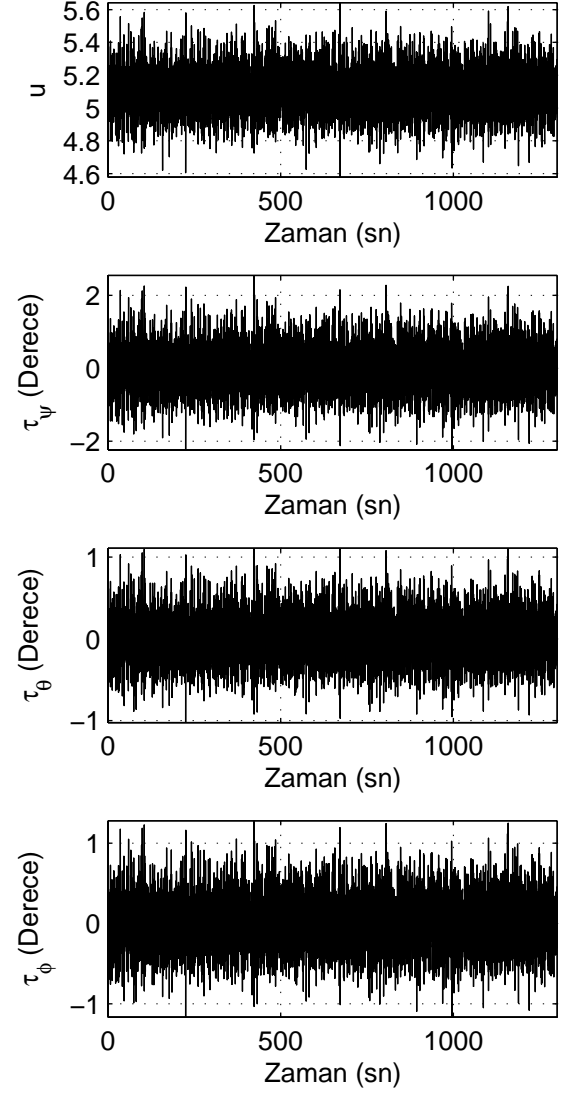
[9] S.L. Waslander, G.M. Hoffmann, J.S. Jang ve C.J. Tomlin, "Multi-Agent Quadrotor Testbed Control Design: Integral Sliding Mode vs. Reinforcement Learning," 2005 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, August 2-6, Edmonton, Alberta, Kanada, s.468-473, 2005.

[10] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano ve J. Ostrowski, "Dynamic Modelling and Configuration Stibilization for an X4-Flyer," 15th IFAC Triennial World Congress, Barcelona, İspanya, 2002.

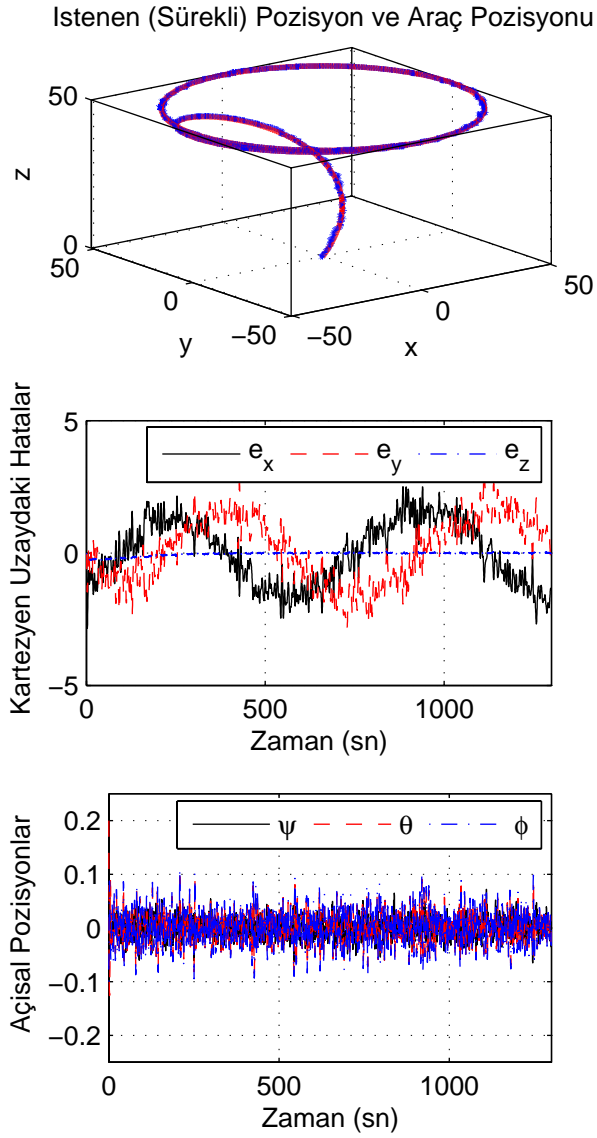
[11] L. Klauske, T. Lorenz, N. Colberg, M. Janke, U. Mönich, N. Nothing, L. Thiele, F. Venzke, T. Wernicke S. Zeiler ve R. Kusch, "DSP-Copter - A Quadrotor Helicopter Controlled by a Digital Signal Processor," ELITE Project Report, Berlin University of Technology, Almanya, 2004.



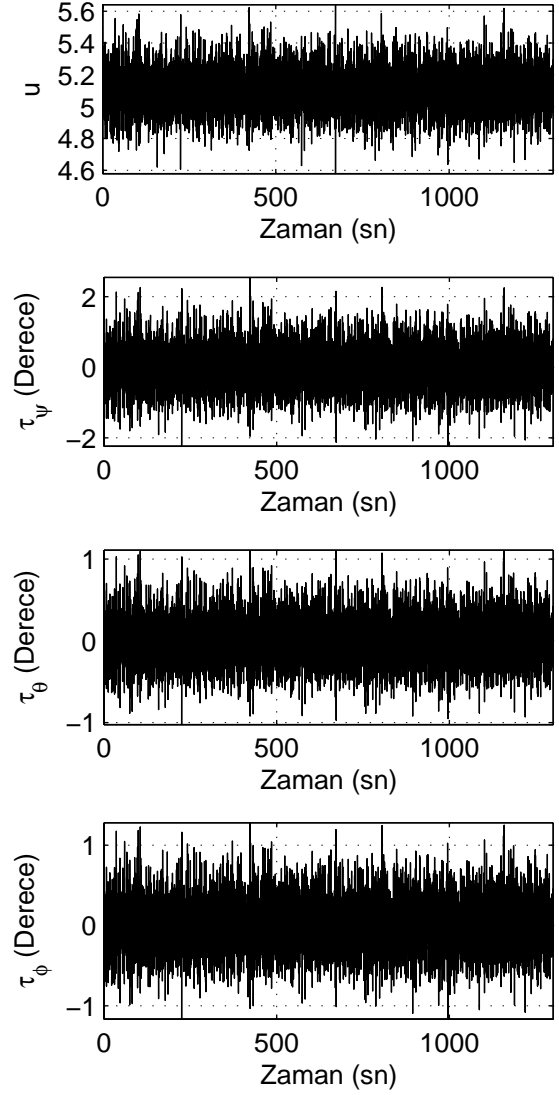
Şekil 2: Kesikli yörünge benzetimleri



Şekil 3: Kesikli yörünge benzetimlerinde giriş sinyalleri



Şekil 4: Sürekli yörünge benzetimleri



Şekil 5: Sürekli yörünge benzetimlerinde giriş sinyalleri

# Dayanıklı Evrik Dinamik Yönteminin bir İnsansız Hava Aracının Otomatik ve Pilotlu Denetiminde Uygulanması

Özgür Ateşoğlu<sup>1</sup>, M. Kemal Özgören<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aselsan A.Ş., MGEO, SGSTM  
Akyurt, 06750, Ankara  
oatesoglu@mgco.aselsan.com.tr

<sup>2</sup>Makina Mühendisliği Bölümü,  
ODTÜ, 06531, Ankara  
ozgoren@metu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, hava araçlarının dayanıklı evrik dinamik ilkesi ile denetimi için bir yöntem önerilerek denetim tasarımları incelenmiştir. Önerilen yöntem bir insansız hava aracının boylamasına hareketini ifade eden doğrusal dinamik denklemler üzerinde uygulanmıştır. Böylece insansız hava aracının ilerleme hızı ( $u$ ) ve yunuslama açısının ( $\theta$ ) otomatik ve pilotlu denetimi için tasarımlar yapılmıştır. Bu tasarımlar sonucunda elde edilen denetim yapıları kullanılarak benzetimler yapılmış ve sonuçları sunulmuştur.

## 1. Giriş

Hava araçlarında kullanılan denetim sistemlerinin, yüksek başarımlar seviyelerinde olmalarının yanı sıra, basit tasarım ve gerçek zamanda pratik uygulanabilirlik özelliklerine sahip olmaları tercih edilmektedir. Başarımlar seviyesi oldukça yüksek olan bir çok denetim yöntemi, araştırma ve geliştirme çalışmalarında oldukça rağbet görmektedir. Ancak bu tür yöntemler, gerçek zamanlı uygulamalarda ve sonuçtaki ürünlerde uygulama ve aksaklık tanısı karmaşıklığından dolayı genellikle tercih edilmezler.

Birçok askeri ve ticari hava aracının otomatik denetim sistemleri incelendiğinde klasik denetim yöntemi temellerine dayanan *kompansatör* destekli, *oransal*, *tümlevsel* ve *türevsel* denetim yapıları görülmektedir. Bu da tasarımcıları istenilen başarımları en iyi ölçüde sağlayacak ve aynı zamanda da kolay uygulanabilecek denetim yapıları tasarımına yöneltmiştir. Böylece, modern ve karmaşık tasarım yöntemleri kullanılarak tasarlanan denetim sistemlerinin basit ve kolay uygulanabilir eşlenikleri ile ifade edilebilmesi ayrıca bir araştırma konusu oluşturmıştır.

Bu çalışmada, göreceli olarak, karmaşık bir tasarım yöntemi olan evrik dinamik ilkesi kullanılmıştır. Denetlenecek sistemi ifade eden dinamik denklemler, bu yöntem ile evrilerek denetimde kullanılmaktadır. Bu durumda, sistemin değişkenleri üzerindeki belirsizlikler ve sistemdeki gürültü sinyalleri oldukça önem kazanmakta ve kapalı çevrimli denetim yapısının *kararlılık* ("stability") ve *dayanıklılık* ("robustness") seviyelerine büyük ölçüde etki etmektedir. Bu yüzden evrik dinamik ile denetlenmiş kapalı

çevrimli sistemlerin kararlılık ve dayanıklılık analizi kaçınılmaz olmaktadır.

Bu çalışmada evrik dinamik ilkesi, gerçek zamanda uygulaması kolay bir denetim yapısı ile birlikte kullanılmış ve kararlılık, dayanıklılık analizleri yapılarak tasarlanmıştır. Ayrıca, kapalı çevrimli sisteme pilot modeli de eklenerek hava aracı otomatik denetiminin yanı sıra, pilot ile tümleşik denetiminin de kararlı ve dayanıklı yapılabilmesi sağlanmıştır. İlerideki bölümlerde, hava aracının matematiksel modeli, evrik dinamik ilkesi, pilot modeli ve dayanıklılık analizleri ayrıntılı olarak anlatılmış, önerilen yöntemin bir insansız hava aracına yönelik teorik uygulaması yapılan benzetimlerle gösterilmiştir.

## 2. Hava Aracı Modeli

Hava araçları için yapılan denetim tasarımı çalışmalarında, hava aracının altı serbestlik dereceli bileşik dinamiği, geleneksel olarak boylamasına ve yanlamasına hareketlere ayrıştırılarak incelenir. Buna göre, ağırlık merkezi hız vektörünün dikey düzlem bileşenleri ( $u, w$ ), yunuslama açısall hızı ve yunuslama açısı ( $q, \theta$ ) boylamasına hareket kapsamına alınır. Öte yanda, ağırlık merkezi hız vektörünün yatay düzlemdeki bileşeni ( $v$ ), açısall hız vektörünün diğer bileşenleri ( $p, r$ ) ve yalpa ile baş açıları ( $\phi, \psi$ ) ise yanlamasına hareket kapsamına alınır. Bu çalışmada, sadece doğrusallaştırılmış boylamasına dinamik ele alınmış ve hava aracının yunuslama açısı ile ilerleme hızı ( $u$ ) için denetim tasarımı yapılmıştır.

Bir hava aracının istenilen denge değerleri ( $V_{T0}, h_0, \alpha_0, \theta_0, \delta_{\theta 0}$ ) etrafındaki boylamasına hareketini ifade eden doğrusal dinamiği aşağıdaki denklemlerle ifade edilir. [1]

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \\ 0 & Z_w & U_0 & 0 \\ 0 & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta h} & 0 \\ Z_{\delta h} & 0 \\ 0 & M_{\delta \theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_h \\ \delta_{\theta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Denklemler 1'de yer alan birimli aerodinamik katsayılar aşağıdaki eşitliklerde gösterilmiştir:



$$\begin{aligned} X_u &= QSC_{x_u}/(mV_T), \quad X_w = QSC_{x_w}/(mV_T), \\ X_{\dot{\alpha}h} &= QSC_{x_{\dot{\alpha}h}}/m, \quad Z_w = QSC_{z_w}/(mV_T), \\ Z_{\dot{\alpha}h} &= QSC_{z_{\dot{\alpha}h}}/m, \quad M_w = QSC_{m_w}/(J_y V_T), \\ M_q &= QSC^2_{m_q}/(J_y 2V_T), \quad M_{\dot{\delta}\theta} = QSC_{m_{\dot{\delta}\theta}}/J_y \end{aligned}$$

Buradaki  $C_{x_u}$ ,  $C_{x_w}$ ,  $C_{z_w}$ ,  $C_{m_w}$ ,  $C_{m_q}$ ,  $C_{x_{\dot{\alpha}h}}$ ,  $C_{z_{\dot{\alpha}h}}$ ,  $C_{m_{\dot{\delta}\theta}}$  birimsiz aerodinamik katsayılar olarak adlandırılır.

Ayrıca,  $Q = 1/2 \rho V_T^2$  dinamik basınç,  $\rho$  hava yoğunluğu,  $S$  hava aracı referans kesit alanı,  $c$  hava aracının kanat kord uzunluğu,  $m$  hava aracının kütlesi,  $J_y$  hava aracının yanal eksen etrafındaki eylemsizlik momenti ve  $g$  yerçekimi ivmesi değeridir.

Birimsiz aerodinamik katsayılar, yarı deneysel yöntemlerle desteklenen veri tabanları, rüzgar tüneli veya uçuş testleri, sistem tanıma uygulamaları gibi farklı yöntemler kullanılarak hesaplanabilir veya kestirilebilir. Ancak tüm bu yöntemler sonucunda elde edilen değerlerde, genellikle yüzde olarak ifade edilen, *belirsizlik* ("uncertainty") seviyeleri vardır. Tasarlanan denetleyicilerin, gerçek zamanlı uygulamalarda istenilen başarımlarını sağlayabilmesi için bu belirsizlik ve bozunumlara karşı dayanıklı olması gereklidir.

### 3. Doğrusal Olmayan Evrik Dinamik İlkesi

Doğrusal olmayan evrik dinamik ilkesi ("nonlinear dynamic inversion") mekanik sistem tasarımlarında, robot uygulamalarında ve araç denetim tasarımlarında sıklıkla kullanılan doğrusal olmayan bir denetim yöntemidir. Bu yöntem literatürde tork veya kuvvet hesabı yöntemi, geribesleme ile doğrusallaştırma gibi farklı isimlerle de anılır. Ancak, tümünde temel olarak aynı matematiksel yaklaşım kullanılmaktadır. [2,3]

Doğrusal olmayan hava aracı dinamiğine ait bilgileri kullanarak bu yöntem, uçuş kontrol sistemleri tasarımlarında da sıklıkla kullanılır. [4,5] Tasarlanan denetim sistemi hava aracının tüm uçuş zarfında geçerlidir ve böylece klasik denetim tasarımı yöntemlerinde olduğu gibi kazanç katsayısı cetvellerine ihtiyaç duyulmaz. Bu yöntemin bir diğer önemli özelliği de, yüksek hücum açılarında bile, hava aracının yanlamasına ve boylamasına hareketlerini birbirinden ayırabilme özelliğidir. Böylece, denetlenmek istenen her çıktı için istenen nitelikte, birbirinden farklı kapalı çevrimli dinamik sistemler kolaylıkla atanabilir. [6]

Evrik dinamik yöntemi doğrusal olmayan dinamik sistemler için geliştirilmiş bir yöntem olmasına rağmen doğrusal olan dinamik sistemlerde de kullanılabilir. Bu çalışmada evrik dinamik yöntemi, hava aracının boylamasına hareket dinamiğini ifade eden doğrusal durum uzayı denklemleri üzerinde uygulanmıştır.

Bir hava aracının yunuslama açısal hızı ( $q = \dot{\theta}$ ) ve ilerleme hızının ( $u$ ) zamana göre değişimi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g \theta + X_{\dot{\alpha}h} \delta_{th} \quad (2.a)$$

$$\dot{q} = M_w w + M_q q + M_{\dot{\delta}\theta} \delta_{\theta} \quad (2.b)$$

Yukarıdaki doğrusal denklemler üzerinde evrik dinamik ilkesi uygulanarak itki ayar kolu açısı ( $\delta_{th}$ ) ve elevatör açısı ( $\delta_{\theta}$ ) değerleri hesaplanabilir:

$$\delta_{th} = [\dot{u}_k - (X_u u + X_w w - g \theta)] / X_{\dot{\alpha}h} \quad (3.a)$$

$$\delta_{\theta} = [\dot{q}_k - (M_w w + M_q q)] / M_{\dot{\delta}\theta} \quad (3.b)$$

Burada  $\dot{u}_k$  ve  $\dot{q}_k$ , istenilen  $u_{ref}(t)$  ve  $q_{ref}(t)$  değerlerine ulaşabilmek için gereken ivme komutlarıdır. Denklem 3 sayesinde, Denklem 2, aşağıdaki basit ve doğrusal biçimlere dönüşür:

$$\dot{u} = \dot{u}_k, \quad \dot{q} = \dot{\theta} = \dot{q}_k \quad (4)$$

Buradaki ivme komutları ise şöyle belirlenebilir:

$$\dot{u}_k = \dot{u}_{ref} + K_u (u_{ref} - u) \quad (5.a)$$

$$\dot{q}_k = \ddot{\theta}_{ref} + K_{\theta l} (\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}) + K_{\theta p} (\theta_{ref} - \theta) \quad (5.b)$$

Bunun sonucunda,  $e_u = u_{ref} - u$  ve  $e_{\theta} = \theta_{ref} - \theta$  hataları için aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\dot{e}_u + K_u e_u = 0, \quad \ddot{e}_{\theta} + K_{\theta l} \dot{e}_{\theta} + K_{\theta p} e_{\theta} = 0 \quad (6)$$

Görüldüğü gibi, pozitif olmak üzere uygunca seçilen  $K_u$  ile  $K_{\theta p}$  ve  $K_{\theta l}$  kazanç katsayıları için  $e_u$  ve  $e_{\theta}$  asimptotik olarak sıfıra giderler. Bu işlemlerde  $X_{\dot{\alpha}h}$  ve  $M_{\dot{\delta}\theta}$  değişkenlerinin değerleri oldukça önemlidir. Bu değerlerin sıfır veya çok küçük olması  $\delta_{th}$  ve  $\delta_{\theta}$  kumanda komutlarının büyümesine ve doygunluğa ulaşmasına sebep olacaktır.

Yukarıda anlatılan denetim sistemi, ideal (nominal) koşullar için tasarlanmıştır. Ancak bu kontrolcü yapısı, içinde belirsizlikler ve gürültüler bulunan gerçek sisteme uygulandığında, evrilmiş durum uzayı denklemleri aşağıdaki şekile dönüşür:

$$\dot{\bar{x}} = \hat{A} \bar{x} + \hat{B} \bar{u} + \bar{n} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= [u \ w \ q \ \theta]^T, \quad \bar{u} = [\dot{u}_k \ \dot{q}_k]^T, \\ \bar{n} &= [n_u \ n_w \ n_q \ n_{\theta}]^T \end{aligned} \quad (8.a)$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \delta_{uu} & \delta_{uw} & 0 & -\delta_{u\theta} \\ \delta_{wu} & \delta_{ww} & U_0 & \delta_{w\theta} \\ 0 & \delta_{qw} & \delta_{qq} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.b)$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 1 + k_{th} & 0 \\ k'_{th} & 0 \\ 0 & 1 + k_{\theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8.c)$$

Yukarıdaki eşitliklerde yer alan değişkenlerin açık ifadeleri aşağıda tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned}
k_{th} &= \delta X_{\delta h} / X_{\delta h}, \quad k_{\theta} = \delta M_{\delta \theta} / M_{\delta \theta}, \\
k'_{th} &= (Z_{\delta h} + \delta Z_{\delta h}) / X_{\delta h}, \\
\delta_{uu} &= \delta X_u - k_{th} X_u, \quad \delta_{uw} = \delta X_w - k_{th} X_w, \quad \delta_{u\theta} = -k_{th} g, \\
\delta_{wu} &= -k'_{th} X_u, \quad \delta_{ww} = Z_w + \delta Z_w - k'_{th} X_w, \quad \delta_{w\theta} = k'_{th} g, \\
\delta_{qw} &= \delta M_w - k_{\theta} M_w, \quad \delta_{qq} = \delta M_q - k_{\theta} M_q,
\end{aligned}$$

Buradaki  $\delta$  ile başlayan tüm değişkenler ideal koşullardaki birimli aerodinamik katsayılar üzerindeki katma belirsizlik değerlerini göstermektedir.  $n_i$  ile ifade edilen değişkenler ise ölçüm cihazlarındaki hatalar ve çevresel şartlardan dolayı durum değişkenleri üzerine etkiyen rastgele gürültü sinyallerini ifade etmektedir. Bu durumda  $e_u$  ve  $e_{\theta}$  hatalarının denklemleri aşağıdaki şekilde ifade edilir:

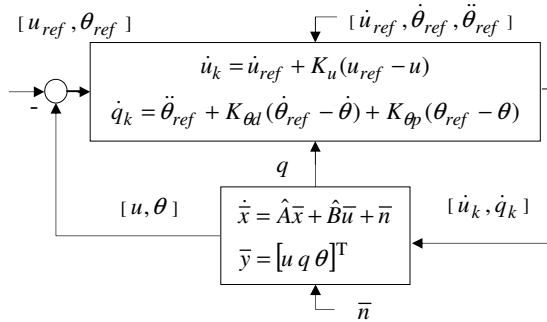
$$\dot{e}_u + ((1 + k_{th})K_u - \delta_{uu})e_u + \delta_{u\theta}e_{\theta} = d_u + n_u \quad (9.a)$$

$$\begin{aligned}
\ddot{e}_{\theta} + ((1 + k_{\theta})K_{\theta} - \delta_{qq})\dot{e}_{\theta} + (1 + k_{\theta})K_{\theta}e_{\theta} \\
= d_{\theta} + n_{\theta}
\end{aligned} \quad (9.b)$$

Buradaki  $d_u$  ve  $d_{\theta}$  aşağıda gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}
d_u &= -k_{th}\dot{u}_{ref} - \delta_{uu}u_{ref} + \delta_{u\theta}\theta_{ref} - \delta_{uw}w \\
d_{\theta} &= -k_{\theta}\ddot{\theta}_{ref} - \delta_{qq}\dot{\theta}_{ref} - \delta_{qw}w
\end{aligned}$$

Görüldüğü gibi, parametre belirsizlikleri nedeniyle,  $e_u$  ve  $e_{\theta}$  hataları artık birbirleriyle bağlaşıp hale gelmiş ve  $d_u$  ve  $d_{\theta}$  bozucu etmenlerinin etkisi altına girmişlerdir. Bu denklemlerde yer alan kontrol kazançları ( $K_u, K_{\theta}, K_{\theta l}$ ) uygun biçimlerde seçilerek sistemin belirsizliklere karşı dayanıklı olması sağlanabilir. Aşağıdaki şekilde, otomatik denetim için önerilen kapalı çevrimli sistem gösterilmiştir.



Şekil 1: Otomatik Denetim Kapalı Çevrimli Sistemi.

#### 4. Pilot Modeli

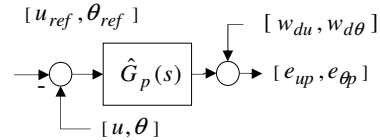
Denetim mühendisliği yöntemleri, operatör modelleme çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Bu yöntemler operatörün fizyolojik ve psikolojik yapısından çok, denetim davranışını modellemek için kullanılır. [7]

Bir hava aracının pilotajında temel amaç, uçağın yere göre izlediği yolu güvenli bir şekilde kontrol edebilmektir. Bunun için pilotlar *yönelim uçuşu* ("attitude flying") tekniğini uygularlar. Buna göre bir hava aracının yörüngesini kontrol

etmek için öncelikle yönelimi kontrol edilir. Bu yöntemle göre pilot hava aracının *yunuslama* ("pitch") ve *yalpa* ("bank") açıları ile itki gücünü kontrol ederek yörüngesini değiştirir. [8] İstenilen yön ve yörünge değişimine ulaşıncaya kadar yönelim ve itki gücü ayarlamasına devam edilir. [9]

Bu çalışmada hava aracının yunuslama yöneliminin ve ilerleme hızınının pilot tarafından istenilen referans değerlere getirildiği denetim yapısı incelenmiştir. Bu yapıda pilot dinamiği  $\hat{G}_p(s) = \text{diag}(G_{pu}(s), G_{p\theta}(s))$  ile ifade edilmiştir. Buradaki  $G_{pu}(s) = G_{p\theta}(s) = G_d(s)G_n(s)$  şeklinde tanımlanmıştır.  $G_d(s)$  pilotun merkezi sinir sisteminden,  $G_n(s)$  ise pilotun nöro-kas yapısından kaynaklanan zaman gecikmesini modellemek üzere kullanılmıştır.  $G_d(s)$  çoğunlukla  $1/(\tau_d s + 1)$  gibi birinci dereceden bir transfer fonksiyonu ile ifade edilir. Buradaki  $\tau_d$  pilotun merkezi sinir sisteminin toplam gecikme zamanını ifade etmektedir. Bu gecikme görsel algının işlenmesine, motor sinir sisteminin iletim zamanına ve genel merkezi işlem zamanına bağlıdır. [10]  $G_n(s)$  ise, çoğunlukla,  $e^{-\tau_n s}$  ile ifade edilir. Buradaki  $\tau_n$  pilotun nörolojik kas yapısından kaynaklanan reaksiyon verme gecikme zamanı olarak kullanılmıştır. [7]  $w_{du}, w_{d\theta}$  ise çevresel şartlardan dolayı pilotun komutlarına ve görsel algılaması üzerine etkiyen rastgele gürültü sinyalleridir.

Pilotlu denetim yapısında, Şekil 1'deki denetim yapısından farklı olarak ( $e_u, e_{\theta}$ ) hataları yerine, pilottan gelen kumanda sinyalleri ( $e_{up}, e_{\theta p}$ ) işlenir. Böylece hava aracının kontrol edilebilirlik ve kararlılık seviyeleri artırılır ve pilot kumandasına destek sağlanır.



Şekil 2: Pilot Modeli Blok Diyagramı.

#### 5. Dayanıklılık Analizi

Dayanıklılık analizleri çok sayıda benzetimlerle, istatistiki yöntemlerle ve metodik dayanıklılık incelemeleri ile yapılabilir. Bu çalışmada, sıklıkla kullanılan bir dayanıklı denetim tasarım ve analiz yöntemi olan,  $\mu$  ("structured singular value") analiz yöntemi kullanılmıştır. [11]

Denklemler 4'te verilen evrilmiş nominal durum uzayı, aynı zamanda,  $u = \dot{u}_k(s)/s$  ve  $\theta = \dot{\theta}_k(s)/s$  transfer fonksiyonları ile de ifade edilebilir. Evrilmiş gerçek sistemi (Denklemler 7) ifade eden transfer matrisi ise aşağıdaki denklemler kullanılarak elde edilebilir:

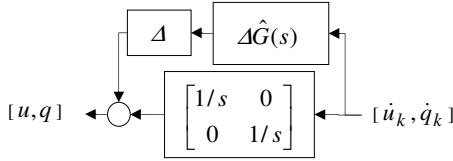
$$\hat{G}(s) = \hat{C}(s\hat{I} - \hat{A})^{-1}\hat{B}, \quad \hat{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10.a)$$

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{uu}(s) & G_{uq}(s) \\ G_{qu}(s) & G_{qq}(s) \end{bmatrix} \quad (10.b)$$

Nominal transfer matrisinden sapmalar ise aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\Delta \hat{G}(s) = \hat{G}(s) - \begin{bmatrix} 1/s & 0 \\ 0 & 1/s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta G_{uu}(s) & \Delta G_{uq}(s) \\ \Delta G_{qu}(s) & \Delta G_{qq}(s) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Buradaki  $\Delta \hat{G}(s)$  transfer matrisi,  $-1 \leq \Delta \leq 1$  olacak şekilde, ideal değerlerden sapmaları gösteren katma belirsizlikleri tanımlayan transfer matrisidir.



Şekil 3: Katma Belirsizlik Sistem Diyagramı.

## 6. Örnek Uygulama - İnsansız Hava Aracı

Örnek uygulama için, yaklaşık olarak 5-7 saat havada kalan, en çok 4500 m yüksekliğe ve 60 m/sn hıza çıkan, taktik kullanıma yönelik bir insansız hava aracı olan Shadow-200 seçilmiştir. [12] Bu hava aracının, yer düzlemine paralel uçtığında ( $\theta_0 = \phi_0 = 0$ ) ve  $h_0 = 914$  m yükseklik ve  $V_{T0} = 44$  m/sn gerçek hava hızı denge değerleri etrafında hesaplanan birimli aerodinamik katsayıları ve bunlara ait katma belirsizlikleri Tablo 1’de verilmiştir. [13]

Tablo 1: Birimli Aerodinamik Katsayılar ve Katma Belirsizlikleri

| Aerodinamik Katsayılar |          | Katma Belirsizlikler [%] |        |
|------------------------|----------|--------------------------|--------|
| $X_u$                  | 0.079    | $\Delta X_u$             | 18.20  |
| $X_w$                  | 0.173    | $\Delta X_w$             | 5.25   |
| $Z_w$                  | -1.882   | $\Delta Z_w$             | -4.28  |
| $M_w$                  | -0.461   | $\Delta M_w$             | -6.43  |
| $M_q$                  | -4.293   | $\Delta M_q$             | -11.02 |
| $X_{\delta h}$         | 61.548   | $\Delta X_{\delta h}$    | -3.59  |
| $Z_{\delta h}$         | -127.260 | $\Delta Z_{\delta h}$    | -4.83  |
| $M_{\delta e}$         | -37.855  | $\Delta M_{\delta e}$    | -7.25  |

Tablo 1’de verilen aerodinamik katsayılar ve katma belirsizlik yüzdeleri kullanılarak Denklem 7’de verilen evrik gerçek sistem durum uzayı elde edilir. Böylece, Denklem 10.a kullanılarak, aşağıda gösterilen katma belirsizlik transfer fonksiyonları (TF) hesaplanır:

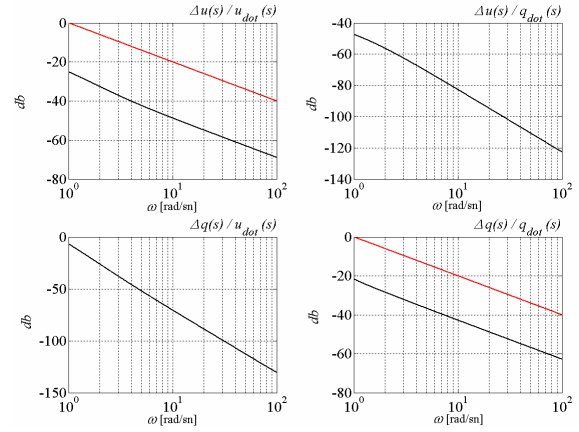
$$\Delta G_{uu}(s) = \frac{0.036s^4 + 0.094s^3 + 0.017s^2 + 0.002s + 0.001}{s(s^4 + 1.316s^3 + 0.047s^2 + 0.074s + 0.001)} \quad (12.a)$$

$$\Delta G_{uq}(s) = \frac{0.007s + 0.001}{s^4 + 1.316s^3 + 0.047s^2 + 0.074s + 0.001} \quad (12.b)$$

$$\Delta G_{qu}(s) = \frac{0.293s + 0.751}{s^4 + 1.316s^3 + 0.047s^2 + 0.074s + 0.001} \quad (12.c)$$

$$\Delta G_{qq}(s) = \frac{0.073s^4 + 0.055s^3 + 0.072s^2 + 0.075s + 0.001}{s(s^4 + 1.316s^3 + 0.047s^2 + 0.074s + 0.001)} \quad (12.d)$$

Hesaplanan katma belirsizlik transfer fonksiyonlarının ideal transfer fonksiyonundan ( $1/s$ ) farklarını göstermek için  $\omega = 1..100$  rad/sn frekans aralığında Bode diyagramı büyüklük grafikleri çizdirilmiştir. Şekil 4’te verilen grafiklerden de görüldüğü üzere katma belirsizlik transfer fonksiyonları nominal transfer fonksiyonundan ( $1/s$ ) oldukça küçüktür.



Şekil 4: Katma Belirsizlik TF için Bode Diyagramları.

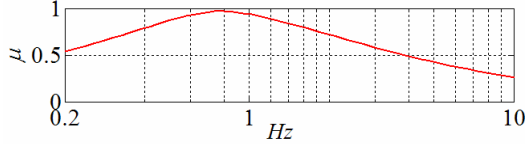
Katma belirsizlikleri ifade eden transfer fonksiyonlarının hesaplanmasından sonra otomatik ve pilotlu denetim tasarımına geçilmiştir. Bu tasarım kapalı çevrimli denetim sistemlerinin  $\mu$ -analizleri ile yapılmıştır. Analizler sırasında kapalı çevrimli denetim sistemlerine ait  $\mu$  değerlerinin, incelenen frekans aralığında ( $\omega = 0.2..10$  rad/sn), daima birden küçük olması şartı gözetilmiştir.

Pilotsuz analizlerde  $\hat{G}_p(s) = \hat{I}$  ve pilotlu analizlerde  $\tau_d = 0.22$  sn,  $\tau_n = 0.17$  sn alınmıştır.  $\mu$  değerleri, kapalı çevrimli sistem çıktıları ( $u, \theta$ ) ile, kapalı çevrimli sistem referans transfer matrisinin ( $\hat{G}_{ref}(s)$ ) çıktıları arasındaki fark gözetilerek hesaplanmıştır. Buradaki amaç bu farkların küçültülerek kapalı çevrimli sistemin istenilen referans modele benzetilmesidir. Yapılan denemeler sonucunda, kapalı çevrimli otomatik denetim sistemine ait  $\mu$  değerleri incelenen frekans aralığında daima birden küçük olacak şekilde, aşağıdaki kazanç katsayıları ve referans transfer matrisi seçilmiştir:

$$K_u = 2\pi, K_{\theta p} = (\pi)^2, K_{\theta l} = 2\pi \quad (13.a)$$

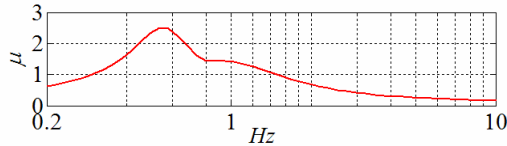
$$\hat{G}_{ref}(s) = \text{diag}\left(\frac{2\pi}{s+2\pi}, \frac{\pi}{s+\pi}\right) \quad (13.b)$$

Oluşturulan kapalı çevrimli denetim sistemine ait  $\mu$  değerlerinin grafiği aşağıda verilmiştir. Bu grafikten de görüldüğü gibi, önceden tanımlanan belirsizlik ve gürültü sinyalleri için, dayanıklı ve kararlı denetim yapısı elde edilmiştir.



Şekil 5: Otomatik Denetim Sistemi İçin  $\mu$  Değerleri.

Otomatik denetim sistemi için tasarlanan kontrolcunun pilotlu denetim sistemindeki başarımını görmek için, aynı katsayılar kullanılmış ve pilotlu denetim sisteminin  $\mu$ -analizi yapılmıştır. Ancak, otomatik denetimli sistemde dayanıklı ve kararlı denetim sağlayan kontrolcu kazanç katsayıları, pilotlu sistemde hiç değiştirilmeden aynı şekilde kullanıldıklarında, dayanıklılık ve kararlılık seviyeleri 0.5 Hz civarında yaklaşık olarak 1/2.5 oranında düşmektedir. Böylece, önceden tanımlanan belirsizlik ve gürültü sinyallerine karşı dayanıklı ve kararlı denetim yapısı elde edilememektedir. Oluşturulan kapalı çevrimli pilotlu denetim sistemine ait  $\mu$  değerlerinin grafiği aşağıda verilmiştir.



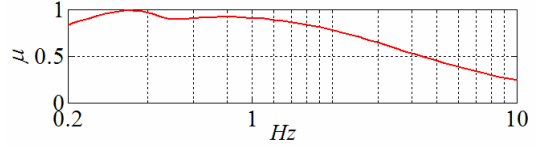
Şekil 6: Pilotlu Denetim Sistemi İçin  $\mu$  Değerleri.

Bu durumda kapalı çevrimli pilotlu denetim sistemi için yeni denemeler yapılmış ve  $\mu$  değerleri,  $\omega = 0.2..10$  rad/sn frekans aralığında, daima birden küçük olacak şekilde yeni kazanç katsayıları ve referans transfer matrisi seçilmiştir:

$$K_u = 0.5\pi, K_{\theta p} = (0.3\pi)^2, K_{\theta l} = 0.6\pi \quad (14.a)$$

$$\hat{G}_{ref}(s) = \text{diag}\left(\frac{0.5\pi}{s+0.5\pi}, \frac{0.3\pi}{s+0.3\pi}\right) \quad (14.b)$$

Oluşturulan kapalı çevrimli pilotlu yeni denetim sistemine ait  $\mu$  değerlerinin grafiği aşağıda verilmiştir. Böylece, önceden tanımlanan belirsizlik ve gürültü sinyalleri için, yeni kazanç katsayıları ve referans transfer matrisi ile dayanıklı ve kararlı denetim yapısı elde edilmektedir.



Şekil 7: Pilotlu Denetim Sistemi İçin Yeni  $\mu$  Değerleri.

## 7. Sonuçlar ve Değerlendirme

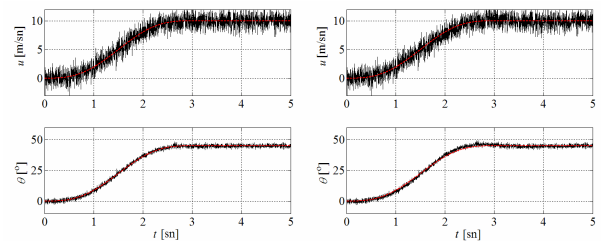
Tasarlanan otomatik ve pilotlu denetim sistemleri benzetimler ile denenmiştir. Belirsizlik etkisi için kontrolcu nominal birimli aerodinamik katsayılar kullanılarak oluşturulmuş, ancak, hava aracı dinamiğinde belirsizlik eklenmiş katsayılar kullanılmıştır. Gürültü sinyallerinin tümü Gauss dağılıma sahip sıfır ortalamalı beyaz gürültü sinyalleri olarak üretilmiştir. Benzetimlerde bu sinyallerin standart sapmaları için  $\sigma_{du} = \sigma_{nu} = 1$  m/sn,  $\sigma_{nq} = 3^\circ$  /sn,  $\sigma_{d\theta} = 3^\circ$  ve  $\sigma_{n\theta} = 1^\circ$  değerleri kullanılmıştır. Referans sinyalleri,  $u_{ref}$ ,  $\theta_{ref}$ , ise aşağıdaki şekilde zamana bağlı fonksiyonlar olarak tanımlanmıştır:

$$u_{ref}(t) = u_f(t/t_f - 1/(2\pi)\sin(2\pi t/t_f)) \quad (15.a)$$

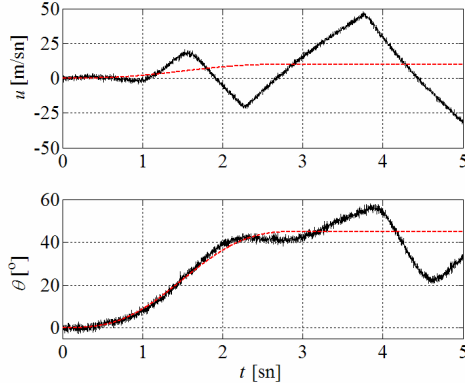
$$\theta_{ref}(t) = \theta_f(t/t_f - 1/(2\pi)\sin(2\pi t/t_f)) \quad (15.b)$$

Buradaki  $u_f = 10$  m/sn ve  $\theta_f = 45^\circ$ ,  $t_f = 3$  sn sonunda ulaşılmak istenen referans değerleridir.

Yapılan çalışma sonucunda, otomatik ve pilotlu kapalı çevrimli sistemlerin denetim transfer fonksiyonlarının her iki durum için ayrı ayrı tasarlanmasının ve analiz edilmesinin oldukça önemli olduğu gözlenmiştir. Otomatik sistem için tasarlanan denetim yapısı, aynı şekilde hiç değiştirilmeden pilot ile birlikte kullanıldığında, kapalı çevrimli sistem kararsız bir yapıya ulaşmaktadır. Normal şartlarda otomatik sistem için uygun olan kazanç katsayıları pilotlu sistem için çok yüksek gelmektedir. Bu da pilotlu sistemlerde sıklıkla karşılabilen pilot kaynaklı salınmalara ("pilot induced oscillations") neden olmaktadır. Zamanla artan salınımlar eyletici sinyallerini de doygunluğa ulaştırmaktadır. Pilotlu sistemde kazanç katsayılarının düşürülmesi ve yenilenmesi sonucunda bu sorun giderilmiş ve pilotun hava aracını istediği gibi denetleyebilmesi sağlanmıştır. Benzetimlerden elde edilen ve referans değerlerini takip edebilme başarımını gösteren grafikler aşağıda gösterilmiştir.

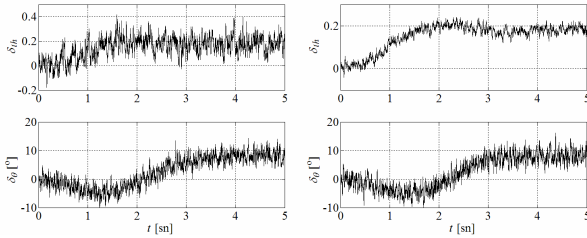


Şekil 8: Otomatik (sol) ve Pilotlu (sağ) Döngü Sonuçları.

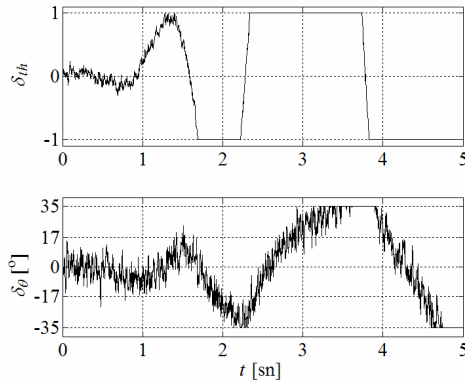


Şekil 9: Otomatik Denetim Kazanç Katsayıları ile Pilotlu Sistem Sonuçları.

Ayrıca, benzetimler sonucunda elde edilen eyletici sinyalleri ( $\delta_{th}$ ,  $\delta_{\theta}$ ) de aşağıdaki grafiklerde gösterilmiştir.



Şekil 10: Otomatik (sol) ve Pilotlu (sağ) Sistem Eyletici Sinyalleri.



Şekil 11: Otomatik Denetim Kazanç Katsayıları ile Pilotlu Sistem Eyletici Sinyalleri.

Gelecek çalışmalarda önerilen denetim tasarım ve analiz yönteminin, doğrusal olmayan bir hava aracı modeli üzerinde denenecek denetim başarımının incelenmesi düşünülebilir. Ayrıca, bu çalışmada önerilen denetim yapısı daha da geliştirilebilir ve göreceli olarak daha yüksek başarımlar

sağlayabilecek dayanıklı sistemler üzerinde çalışmalar yapılabilir.

## 8. Kaynakça

- [1] Nelson, R., "Flight Stability and Automatic Control", 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill, ISBN 9780070462731, October 1997.
- [2] Slotine, J.J.E., Weiping Li, "Applied Nonlinear Control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 07632., ISBN 0-13-040890-5.
- [3] Isidori, A., Nonlinear Control Systems, 2<sup>nd</sup> ed., Springer-Verlag, New York, 1995.
- [4] Bugajski, J. D., and Enns, F. D., "Nonlinear Control Law with Application to High Angle of Attack Flight," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 3, 1992, pp. 761–767.
- [5] Enns, D., Bugajski, D., Hendrick, R., and Stein, G., "Dynamic Inversion: an Evolving Methodology for Flight Control Design," International Journal of Control, Vol. 59, No. 1, 1992, pp. 71–91.
- [6] Snell, A., "Decoupling Control with Applications to Flight," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 21, No. 4, 1998, pp. 647–655.
- [7] Phillips, M., "Variable Strategy Model of the Human Operator", PhD Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, July, 2000.
- [8] FAA, "Instrument Flying Handbook", Department of Transportation, Federal Aviation Administration, AC 61-27C, 1980.
- [9] Department of the Air Force, "Flying Operations: Instrument Flight Procedures", AFMAN 11-217, Vol. 1, April, 1996.
- [10] Hess, R.A. "Structural Model of the Adaptive Human Pilot", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 3, No. 5, 1980, pp. 416-423.
- [11] Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P., Francis, B., "State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-34, no. 8, pp. 831-847, August 1989.
- [12] [http://www.aaicorp.com/New/UAS/Shadow\\_200\\_07-07-06.pdf](http://www.aaicorp.com/New/UAS/Shadow_200_07-07-06.pdf)
- [13] Tischler, M., Remple, R., "Aircraft and Rotorcraft System Identification", AIAA Education Series, ISBN-13: 978-1-56347-837-6, 2006.

## Tek ve İki Parçalı Füzelere Hareketli Yer Hedefleri Üzerindeki Başarımlarının İncelenmesi

*Dr. Bülent ÖZKAN<sup>1</sup>, Prof. Dr. M. Kemal ÖZGÖREN<sup>2</sup> ve Dr. Gökmen MAHMUTYAZICIOĞLU<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü (TÜBİTAK-SAGE), ANKARA  
bozkan@sage.tubitak.gov.tr

<sup>2</sup>Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, ANKARA  
ozgoren@metu.edu.tr

<sup>3</sup>Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü (TÜBİTAK-SAGE), ANKARA  
gmahmut@sage.tubitak.gov.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, geleneksel tek parçalı füzelerle itki ve güdüm-kontrol kısımlarının mekanik olarak birbirinden ayrıldığı iki parçalı füzelerin, sabit ve değişken hızlı yer hedefleri üzerindeki başarımları ele alınmıştır. Öncelikle her iki tip füzenin dinamik modeli oluşturulmuş ve belirlenen uçuş koşulları için aerodinamik katsayıları hesaplanmıştır. Ardından, hareket denklemlerinden çıkarılan transfer fonksiyonları kullanılarak, her bir füze için kontrol değişkeni olarak füze yanal ivme bileşeninin kullanıldığı füze kontrol sistemi tasarlanmıştır. Uyarlamalı bir yapı olan kontrol sistemine ivme komutunu oluşturacak güdüm kuralı olarak oransal seyrüsefer kuralının kullanıldığı güdüm algoritması ile hareketli yer hedefinin modellenmesinin ardından, oluşturulan genel güdüm-kontrol modeli kullanılarak, hazırlanan füze-hedef eşleşmesi senaryoları için bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Tek parçalı füze, iki parçalı füze, güdüm ve kontrol, hareketli yer hedefi, oransal seyrüsefer, bilgisayarlı benzetim

### 1. Giriş

Hedef takibi yapan güdümlü füzelerden bahsedildiğinde, genellikle gövdesi tek parçadan oluşan füzeler anlaşılır. Öte yandan, son yıllarda güdüm-kontrol alanında oldukça ilgi gören iki parçalı füzeler, özellikle hedeflerin hassas bir şekilde vurulmasının gerekli olduğu senaryolarda önem kazanmıştır. Tasarım ve üretim açısından tek parçalı olanlara göre daha karmaşık olmalarına karşın kontrol açısından sağladıkları üstünlük, iki parçalı füzelerin popüleritesini artırmıştır [1]. Güdümlü bir füzenin kontrol kararlılığını etkileyen önemli etmenlerden biri, füzenin bağlı bulunduğu hava platformundan fırlatılmasıyla başlayan fırlatma aşamasında roket motorunun sağladığı itki dolayısıyla kazandığı yuvarlanma hareketidir. Bilhassa, orta ve uzun menzilli füzelere nazaran hedefe ulaşmaya kadar katetmesi gereken mesafe oldukça kısa olan

kısa menzilli füzelerde, yunuslama ve yalpalama düzlemlerindeki kontrolün sağlanarak füzenin hedeften sapmasının en aza indirilebilmesi; mümkünse sıfırlanabilmesi için, yuvarlanma yönündeki açısal hareketin çok kısa bir süre içerisinde sonlandırılması gerekir. Bu durumun üstesinden gelmek, roket motoru ile güdüm-kontrol birimlerinin aynı gövde içerisinde bulunduğu tek parçalı füzeler için oldukça zordur. Roket motoru ile güdüm-kontrol birimleri içeren kısımların mekanik olarak birbirinden ayrıldığı iki parçalı yapılarda ise, itki kaçıklığından kaynaklanan yuvarlanma hareketinin güdüm-kontrol biriminin bulunduğu kısma iletilmesi engellenmekte; böylelikle, füzenin yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki kontrolü kolaylıkla sağlanabilmektedir.

Bu çalışma kapsamında, tek ve iki parçalı füzelerin sabit hızlı yer hedefleri üzerindeki başarımları değerlendirilmiştir. Güdüm kuralı olarak oransal seyrüsefer kuralının kullanıldığı güdüm-kontrol modelleri kullanılarak yapılan bilgisayar benzetimleri ile, füzenin hedeften nihai sapması, füze-hedef eşleşme süresi, azamî ivme gereksinimi ve toplam enerji tüketimi kıstaslarına göre her iki tip füze için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Benzetimlerde, hava platformundan fırlatılma anında füzenin hedef görüş çizgisinden sapma açısının sıfırdan farklı olduğu durumlar da gözönüne alınmıştır.

### 2. Füzelere Dinamik Modellemesi

Bu çalışmada, kuyruk kanatçıkları eğim açıları sıfırdan farklı olan aerodinamik kontrollü tek parçalı bir füze ile kuyruk kanatçıkları eğim açıları sıfır ve sıfırdan farklı olan iki parçalı füzeler ele alınmıştır. İki parçalı füzeyi oluşturan ön ve arka parçalar birbirine rulman aracılığıyla tutturulmuş olup, şematik görünüşü Şekil 1'de verildiği gibidir. Newton-Euler kuvvet ve moment eşitlikleri kullanılarak, iki parçalı bir füzenin hareket denklemleri aşağıdaki gibi çıkartılabilir:

$$\dot{u} - r v + q w = (X + X_T)/m + g_x \quad (1)$$

$$\dot{v} + r u - p w = (Y + Y_T)/m + g_y \quad (2)$$

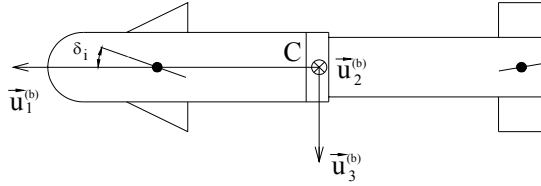
$$\dot{w} - q u + p v = (Z + Z_T)/m + g_z \quad (3)$$

$$\dot{p} = (L_1 + b_t \dot{\phi}_s)/I_{a1} \quad (4)$$

$$\dot{p}_2 = (L_2 + L_T - b_t \dot{\phi}_s)/I_{a2} \quad (5)$$

$$\dot{q} - p r (1 - (m_1/m_2)) + p_2 r (I_{a2}/I_t) = (M + M_T - \lambda Z_T)/I_t \quad (6)$$

$$\dot{r} + p q (1 - (m_1/m_2)) - p_2 q (I_{a2}/I_t) = (N + N_T + \lambda Y_T)/I_t \quad (7)$$



Şekil 1: İki parçalı füze modeli.

Çeşitli vektörlerin sırasıyla  $\vec{u}_1^{(b)}$ ,  $\vec{u}_2^{(b)}$  ve  $\vec{u}_3^{(b)}$  eksenleri ( $F_b$  eksenleri) üzerindeki bileşenlerini göstermek üzere, (1)'den (7)'ye kadar olan denklem takımında füze parametreleri için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$m$ : Toplam kütle

$m_1$  ve  $m_2$ : Ön ve arka kısmın kütlesi

$I_a$  ve  $I_t$ : Eksenel ve yanal eylemsizlik momenti bileşenleri

$b_t$ : Rulman viskoz sönümleme sabiti

$\lambda$ : Füze ağırlık merkezinden arka kısım ağırlık merkezine olan uzaklık

$\phi_s$ : Ön ve arka kısımların yuvarlanma açıları farkı

$p$ ,  $q$  ve  $r$ : Yuvarlanma, yunuslama ve yandönme yönündeki açısal hız bileşenleri

$u$ ,  $v$  ve  $w$ : Doğrusal hız vektörü bileşenleri

$X$ ,  $Y$  ve  $Z$ : Füzenin ağırlık merkezine ( $C$  noktası) etkiyen aerodinamik kuvvet bileşenleri

$L_1$  ve  $L_2$ : Ön ve arka kısımlara etkiyen aerodinamik momentin yuvarlanma yönündeki bileşenleri

$M$  ve  $N$ : Füze gövdesine etkiyen aerodinamik momentin yunuslama ve yandönme yönündeki bileşenleri

$X_T$ ,  $Y_T$  ve  $Z_T$ : Ağırlık merkezine etkiyen itki kuvveti bileşenleri

$L_T$ ,  $M_T$  ve  $N_T$ : Füze gövdesi üzerine etkiyen itki kaçıklığı momenti bileşenleri

$g_x$ ,  $g_y$  ve  $g_z$ : Ağırlık merkezine etkiyen yerçekimi ivmesi bileşenleri

(1)'den (3)'e kadar olan ve füzenin üç boyutlu uzaydaki doğrusal hareketini tanımlayan denklemler, genel anlamda tek parçalı füzeler için de kullanılabilir. Diğer taraftan, füzeyi oluşturan kısımların birbirine göre bağıl hareketini de içeren ve (4)'ten (7)'ye kadar numaralanmış olan açısal hareket denklemleri, tek parçalı füzeler için aşağıdaki gibi basitleştirilebilir [2]:

$$\dot{p} = L/I_a \quad (8)$$

$$\dot{q} - p r = (M + M_T)/I_t \quad (9)$$

$$\dot{r} + p q = (N + N_T)/I_t \quad (10)$$

Her iki füze tipi için yuvarlanma yönündeki açısal hareketinin yunuslama ve yandönme yönlerindeki hareketlerine başlamadan önce yuvarlanma otopilotu tarafından sıfırlandığı ( $p \approx 0$ ) kabul edilirse, itki etkisinin sona ermesinden sonraki durum için füzenin yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\dot{w} - q u = (Z/m) + g_z \quad (11)$$

$$\dot{q} = M/I_t \quad (12)$$

$$\dot{v} + r u = (Y/m) + g_y \quad (13)$$

$$\dot{r} = N/I_t \quad (14)$$

### 3. Füzelerin Aerodinamik Modellemesi

(11)'den (14)'e kadar olan denklemlerde yer alan aerodinamik kuvvet ve moment bileşenleri ( $Y$ ,  $Z$ ,  $M$  ve  $N$ ), aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$Y = C_y q_\infty S_M \quad (15)$$

$$Z = C_z q_\infty S_M \quad (16)$$

$$M = C_m q_\infty S_M d_M \quad (17)$$

$$N = C_n q_\infty S_M d_M \quad (18)$$

(15)'ten (18)'e kadar olan denklemlerde;  $q_\infty$ ,  $S_M$  ve  $d_M$  sırasıyla füze üzerine etkiyen dinamik basınç, füze kesit alanı ve füze çapını göstermektedir. Denklemlerdeki  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $C_m$  ve  $C_n$  katsayıları (aerodinamik katsayılar), TÜBİTAK-SAGE'de mevcut olan Missile Datcom yazılımı kullanılarak, ele alınan füze geometrisi ile Mach sayısı ( $M_\infty$ ) için 0.3...2.7, yükseliş dümeni açısı ( $\delta_e$ ) ve yandönme dümeni açısı ( $\delta_r$ ) için -10... 10°, hücum açısı ( $\alpha$ ) ve yana kayma açısı ( $\beta$ ) için de -17...19° aralıkları gözönüne alınarak hesaplanmıştır.

Burada  $C_y$ ,  $C_z$ ,  $C_m$  ve  $C_n$  katsayıları,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta_e$ ,  $\delta_r$ ,  $q$  ve  $r$  parametrelerinin fonksiyonu olarak,  $\tau_M = d_M/(2v_M)$  olacak şekilde, aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$C_y = C_{y_\beta} \beta + C_{y_\delta} \delta_r + C_{y_r} \tau_M r \quad (19)$$

$$C_z = C_{z_\alpha} \alpha + C_{z_\delta} \delta_e + C_{z_q} \tau_M q \quad (20)$$

$$C_m = C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_\delta} \delta_e + C_{m_q} \tau_M q \quad (21)$$

$$C_n = C_{n_\beta} \beta + C_{n_\delta} \delta_r + C_{n_r} \tau_M r \quad (22)$$

Her iki füze tipi için gerçekleştirilen bilgisayar benzetimleri sırasında,  $C_{y_\beta}$ ,  $C_{y_\delta}$ ,  $C_{y_r}$ ,  $C_{z_\alpha}$ ,  $C_{z_\delta}$ ,  $C_{z_q}$ ,  $C_{m_\alpha}$ ,  $C_{m_\delta}$ ,  $C_{m_q}$ ,  $C_{n_\beta}$ ,  $C_{n_\delta}$  ve  $C_{n_r}$  sembolleri ile gösterilen ve  $M_\infty$ 'nın fonksiyonu olarak ifade edilen kararlılık türevleri, uçuş

parametrelerinin o anki değerlerine göre, oluşturulan tablolardan okunarak anlık olarak güncellenmektedir.

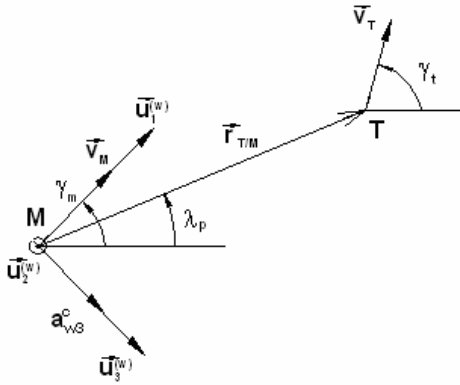
#### 4. Güdüm Yöntemi

En genel anlamıyla güdüm, “ele alınan füzenin önceden belirlenen hedefe doğru gitmesini sağlayan strateji” olarak tanımlanabilir. Bahsedilen amacı gerçekleştirmek amacıyla geliştirilen güdüm yöntemleri, hedefe gidiş şekline göre ikiye ayrılır: doğrudan güdüm ve dolaylı güdüm. Doğrudan güdüm olarak sınıflandırılan güdüm yöntemlerinde, füze; üzerinde bulunan arayıcı tarafından alınan hedef durum bilgisini kullanarak hedefe doğru gider. Bu tip yöntemler, özellikle hareketli hedeflere karşı oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Dolaylı güdüm yöntemleri ise, hedef durum bilgisi içermeksizin füzenin önceden belirlenen bir yörünge boyunca hareket etmesi esasına dayanır. Arayıcı gibi hedef bilgisini sağlayacak cihazlara ihtiyaç duymaması nedeniyle uygulama maliyeti doğrudan güdüm yöntemlerine göre daha düşük olan dolaylı güdüm yöntemleri, hareketsiz veya düşük hızla hareket eden hedefler söz konusu olduğunda tercih edilir [2], [3], [4] ve [5].

Bu çalışmada hareketli yer hedefleri gözönüne alındığından, basitliği ve uygulamadaki kolaylığı dolayısıyla doğrudan güdüm yöntemleri arasında en fazla tercih edilen oransal seyrüsefer yöntemi ele alınmıştır. Arayıcının hedefi tespitiyle başlayan ve füze-hedef eşleşmesinin sonuna kadar devam eden son güdüm aşamasında uygulanacak olan oransal seyrüsefer kuralında füze kontrol sistemine gönderilecek referans sinyalleri, füzenin yanal ivme bileşenleri cinsinden türetilmektedir. Buna göre komut ivmeleri, yunuslama ve yandönme düzlemleri için aşağıdaki gibi oluşturulur [1]:

$$a_p^c = -N_p v_M \dot{\lambda}_p \cos(\lambda_y - \eta_m) \quad (23)$$

$$a_y^c = N_y v_M [\dot{\lambda}_y \cos(\gamma_m) - \dot{\lambda}_p \sin(\gamma_m) \sin(\lambda_y - \eta_m)] \quad (24)$$

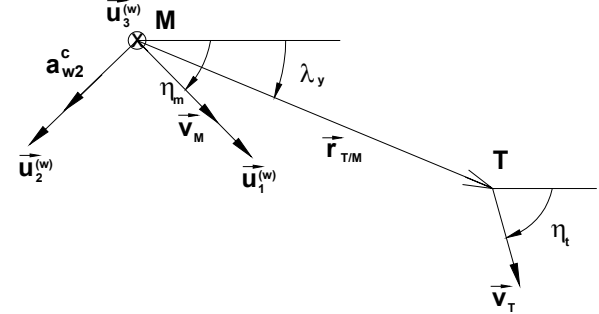


*Şekil 2: Yunuslama düzlemi oransal seyrüsefer güdüm kuralı geometrisi*

(23) ve (24) numaralı denklemlerde,  $p$  ve  $y$  sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemlerini göstermek üzere,  $a_p^c$  ve  $a_y^c$  füze kontrol sistemi referans ivme sinyallerini,  $N_p$  ve  $N_y$  etkin seyrüsefer oranını,  $\lambda_p$  ve  $\lambda_y$  görüş çizgisi açısını;  $\gamma_m$  ve  $\eta_m$  de füzenin

yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki uçuş yörüngesi açılarını göstermektedir.

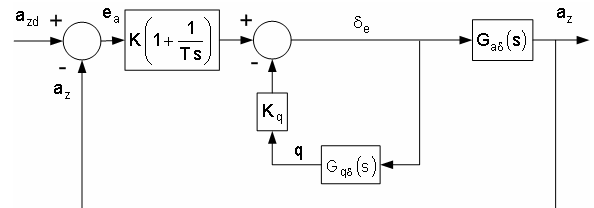
$a_{w2}^c = a_y^c$  ve  $a_{w3}^c = a_p^c$  olacak şekilde, oransal seyrüsefer güdüm kuralının yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki uygulanışını gösteren eşleşme geometrileri, sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3'te verilmiştir.



*Şekil 3: Yandönme düzlemi oransal seyrüsefer güdüm kuralı geometrisi*

## 5. Füzeler İçin Kontrol Sistemi Tasarımı

Uygulanan güdüm kuralı tarafından oluşturulan komut sinyalinin gerçekleştirilecek şekilde tasarlanan füze kontrol sistemi, esas olarak kontrolcü, kanat tahrik sistemi, dönüölçerler, ivmeölçerler ve planttan (füze) oluşmaktadır. Benzetimlerde, ele alınan füzenin doğrusal olmayan dinamik davranışını gerçekçi bir şekilde modellemek amacıyla, plant; doğrusallaştırılmış modelinin transfer fonksiyonu yerine doğrudan füze hareket denklemleri ile tanımlanmıştır. Ayrıca, çalışma sıklıkları (frekansları) yaklaşık 110 Hz civarında olduğundan, kontrol sistemi bant genişliği gözönüne alınarak dönüölçer ve ivmeölçerlerin dinamiği ihmal edilmiştir. Kullanılan kanat tahrik sistemi; ikinci dereceden bir sistem olarak ve dinamiğinin kontrol sistemi dinamiğini etkilememesi amacıyla, 20 Hz bant genişliğinde modellenmiştir. Kanat tahrik sistemine bağlı kanatların açılmal hareketinin de  $\pm 20^\circ$  aralığında değiştiği kabul edilmiştir.



Şekil 4: Yunuslama düzlemi ivme otopilotu.

Buna göre, oransal seyrüsefer güdüm kuralı tarafından oluşturulan referans ivme komutunu gerçekleştirmek amacıyla, yunuslama ve yandönme düzlemlerinde birbirinden bağımsız olarak çalışacak şekilde ivme otopilotları tasarlanmıştır. Yunuslama düzlemi için tasarlanan kontrol sistemi Şekil 4’teki gibidir.

Kontrol sisteminde kontrolcü olarak görev yapacak olan otopilot, yunuslama/yandönme hızı geribeslemesiyle oransal+integral (PI) kontrol kuralına göre düzeltme yapacak şekilde oluşturulmuştur. Sabit katsayılı bir kontrolcüdən farklı olarak,  $M_{\infty}$  füze vektörünün mutlak değeri, hızın eksenel



bileşeni, yunuslama/yandönme hızı ve dinamik basınç değerine bağlı olarak, oransal, integral ve yunuslama/yandönme geri besleme katsayılarının (yunuslama otopilotu için  $K_p, T_p$  ve  $K_q$ , yandönme otopilotu için  $K_y, T_y$  ve  $K_r$ ) füzenin hareketi boyunca sürekli olarak güncellendiği bir otopilot modeli oluşturulmuş, böylelikle değişen uçuş koşullarına karşın kontrol sisteminin sürekli kararlı kalması sağlanmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, yukarıda verilen  $M_\infty$  aralığındaki her bir değer için aerodinamik kararlılık katsayılarını içeren bir tablo oluşturulmuş ve bu tablo kullanılarak katsayıların geçerli olan uçuş koşuluna göre güncellenmesi sağlanmıştır. Bununla birlikte, otopilotta yer alan integralcinin toplama özelliğinden dolayı, giren hata sinyali karşılık otopilot çıkışı zamanla büyümekte ve kanat tahrik sistemi tarafından gerçekleştirilemeyecek şekilde  $\pm 20^\circ$  aralığının dışında kanat açısı komutları üretmektedir. Bu da, kanat tahrik sistemi çıkışında doymaya sebep olmaktadır. Doymanın uzun süre devam etmesi, füze kontrol sisteminin ivme emirlerini takip edememesi ve dolayısıyla hedeften olan sapmanın büyümesi sonucunu doğurmaktadır. Bu durumun önüne geçmek için, otopilot çıkışına, sinyalin büyümesini önleyici “anti-windup” yapısı yerleştirilmiştir [1] ve [2]. Temeli; otopilot tarafından kanat tahrik sistemine gönderilen komut sinyali ile kanat tahrik sistemi tarafından gerçekleştirilen kanat açısı değeri farkının belirlenen bir zaman sabitine bölünerek hata sinyalinin integral alındıktan sonraki çıkışına beslenmesine dayanan bu yapıyla, kanat tahrik sistemi çıkışındaki doymanın çok daha kısa süreli olması sağlanmıştır. Yapılan benzetimlerde, yapının zaman sabiti integral zaman sabitine eşit olacak seçilmiştir. Otopilot katsayılarının bulunabilmesi amacıyla, doğrusallaştırılmış füze dinamiğinin kullanıldığı kapalı çevrim kontrol sistemi transfer fonksiyonu, yunuslama ve yandönme düzlemleri için aşağıdaki gibi çıkarılmıştır:

$$\frac{a_z(s)}{a_{zd}(s)} = \frac{(T_p s + 1)(n_{p2} s^2 + n_{p1} s + 1)}{a_{p3} s^3 + a_{p2} s^2 + a_{p1} s + 1} \quad (25)$$

$$\frac{a_y(s)}{a_{yd}(s)} = \frac{(T_y s + 1)(n_{y2} s^2 + n_{y1} s + 1)}{a_{y3} s^3 + a_{y2} s^2 + a_{y1} s + 1} \quad (26)$$

(25) ve (26) numaralı denklemlerde  $a_{zd} = a_p^c$  ve  $a_{yd} = a_y^c$  olup,  $T_p, n_{p2}, n_{p1}, a_{p3}, a_{p2}, a_{p1}, T_y, n_{y2}, n_{y1}, a_{y3}, a_{y2}$  ve  $a_{y1}$ , katsayıları; otopilot katsayıları, füze çapı, füze kütlesi, füze eylemsizlik momenti ve hız bileşenleri ile dinamik basınç ve aerodinamik katsayıların fonksiyonudur.

Kontrol sistemini kararlı kılacak  $K_p(K_y)$ ,  $T_p(T_y)$  ve  $K_q(K_r)$  katsayıları, (25) ve (26) numaralı denklemlerde verilen transfer fonksiyonlarının karakteristik polinomunun (payda polinomunun), (27) numaralı denklemdeki gibi üçüncü dereceden Butterworth polinomuna eşitlenmesi ile elde edilebilir [1].

$$B(s) = \left(1/\omega_c^3\right)s^3 + \left(2/\omega_c^2\right)s^2 + (2/\omega_c)s + 1 \quad (27)$$

Böylece, kontrol sistemi için istenen bant genişliği olan 5 Hz değerine karşılık gelen  $\omega_c = 31.4$  rad/s değeri (27) numaralı polinomda yerine yazılarak, istenen bant genişliğini

sağlayacak ve kontrol sistemini kararlı yapacak  $K_p(K_y)$ ,  $T_p(T_y)$  ve  $K_q(K_r)$  katsayıları bulunmuştur.

## 6. Hedef Kinematığı

Normal ve teğetsel ivme bileşenleri ( $a_T^n$  ve  $a_T^t$ ) ile doğrusal hız ve uçuş yörüngesi açısının başlangıç değerleri ( $v_{T0}$  ve  $\gamma_{T0}$ ) belirlendiğinde, hedef doğrusal hızı ve uçuş yörüngesi açısı ( $v_T$  ve  $\eta_t$ ), zamana bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$v_T(t) = v_{T0} + \int_{t_0}^t a_T^t(s) ds \quad (28)$$

$$\eta_t(t) = \eta_{t0} + \int_{t_0}^t \frac{a_T^n(s)}{v_T(s)} ds \quad (29)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $t_0$ , füze-hedef eşleşmesinin başlangıç anını göstermektedir.

(28) ve (29) numaralı denklemlerinin zamana göre integralleri alınarak, belirlenen yatay düzlemdeki başlangıç konumu ( $x_{T0}$  ve  $y_{T0}$ ) değerleri için hedef konumunun zamana göre değişimini veren eşitlikler, aşağıdaki gibi elde edilir:

$$x_T(t) = x_{T0} + \int_{t_0}^t v_T(s) \cos(\eta_t(s)) ds \quad (30)$$

$$y_T(t) = y_{T0} + \int_{t_0}^t v_T(s) \sin(\eta_t(s)) ds \quad (31)$$

Çalışmada gözönüne alınan hedef bir yer hedefi olduğu için, problemi basitleştirmek için hedefin yerden yüksekliği sabit olarak alınmıştır ( $z_T(t) = z_{T0}$ ).

## 7. Füze-Hedef Eşleşmesi Modeli

Füze ve hedef arasındaki uzaklık ( $r_{T/M}$ ) ve  $r_{T/M}$ ’nin yandönme ve yunuslama düzlemlerinde yatayla yaptığı ve görüş çizgisi açısı olarak tanımlanan açılar ( $\lambda_y$  ve  $\lambda_p$ ), aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$r_{T/M} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} \quad (32)$$

$$\lambda_y = \arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \quad (33)$$

$$\lambda_p = \arctan\left(\frac{-\Delta z \cos(\lambda_y)}{\Delta x}\right) \quad (34)$$

Benzetimlerde, itki safhasının sonunda hedefi arayacak ve yakaladığı anda görüş alanı sınırları içerisinde takip edecek, böylelikle füzenin güdümü için gerekli görüş çizgisi açısı bilgisini sağlayacak olan arayıcı için, gövdeye yapışık ve görüş açısı aralığı  $\pm 50^\circ$  olan bir model kullanılmıştır [1].

Çalışmada yer hedefi gözönüne alındığı için,  $r_{T/M}$ ’nin düşey bileşeninin sıfıra eşit olduğu durumda, bir başka deyişle  $\Delta z = 0$  koşulu sağlandığında, eşleşme sonundaki ( $t = t_F$ ) toplam hedeften sapma miktarı ( $d_{miss}$ ) aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$d_{\text{miss}} = \sqrt{\Delta x^2(t_F) + \Delta y^2(t_F)} \quad (35)$$

## 8. Bilgisayar Benzetimleri

Yukarıda bahsedilen füze kontrol sistemi, arayıcı, güdüm ve eşleşme modellerinin biraraya getirilmesi ile oluşturulan genel güdüm-kontrol algoritması kullanılarak, ilgili parametreleri her bir füze tipi için ayrıca hesaplanacak şekilde, aşağıdaki füze konfigürasyonları için bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir:

- Kuyruk kanatçığı eğim açısı sıfırdan farklı olan tek parçalı füze (kanatçık eğim açısı:  $1^\circ$ )
- Kuyruk kanatçığı eğim açısı sıfır olan iki parçalı füze
- Kuyruk kanatçığı eğim açısı sıfırdan farklı olan iki parçalı füze (kanatçık eğim açısı:  $1^\circ$ )

Yukarıda bahsedilen konfigürasyonlar için oluşturulan ve şematik gösterimi Şekil 5'te verilen güdüm ve kontrol modelleri kullanılarak, füzenin fırlatma anındaki görüş çizgisinden sapma açısı ve hedef normal ivme bileşeninin farklı değerleri için, tek ve iki parçalı füze modellerinin oransal seyrüsefer güdüm kuralı kullanıldığında başarımları Matlab Simulink ortamında incelenmiştir. İncelemeye başarımlar kısıtları olarak; eşleşme sonrasında füzelerin hedeften sapma miktarı, arayıcının hedefi yakalamasıyla başlayan eşleşme süresi, en yüksek ivme gereksinimi ve füzelerin toplam enerji tüketimi değerleri gözönüne alınmıştır. Burada tüketilen enerji miktarı, her bir füze konfigürasyonu için oluşturulan genel güdüm-kontrol modeli içerisinde füze kontrol sisteminin bir alt bütünü olarak yer alan kanat tahrik sistemi modelinde kullanılan eyleyicilerin (elektrik motorlarının) sağladığı tork ile bu eyleyicilerin döndürdüğü kontrol kanatçıklarının anlık açısal konum değeri çarpılarak elde edilmiştir. Ayrıca, hedefin sabit hızla hareket ettiği; bir başka deyişle teğetsel ivme bileşeninin sıfıra eşit olduğu kabul edilmiş ve yalnızca hareket eksenine normal düzlemdeki manevrası gözönüne alınmıştır.

Etkin seyrüsefer oranları ( $N_p$  ve  $N_y$ ) için 3, füzelerin fırlatma anında görüş çizgisinden sapma açısı için  $0$  ve  $-20^\circ$  ve hedef manevrası (yanal ivme bileşeni) için de  $0$  ve  $0.5g$  değerleri kullanılarak gerçekleştirilen bilgisayar benzetimlerinde, gözönüne alınan başlangıç koşulları için ilgili eşleşmeler sonrasında her iki tip füze için elde edilen sonuçlar Tablo 1'de sunulmuştur. Benzetimlerde, bileşenlerinin dayanımı gözönüne alınarak, füzelerin dayanabileceği yanal ivme değerinin  $\pm 30g$  ( $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ; yerçekimi ivmesi) aralığında olacağı varsayılmıştır.

## 9. Tartışma ve Sonuç

Gerçekleştirilen bilgisayar benzetimlerinden elde edilen ve Tablo 1'de topluca verilen sonuçlar incelendiğinde, en düşük

hedeften nihaî sapma değerleri iki parçalı-eğim açılı füze konfigürasyonu için elde edilmiş; tek parçalı füzenin hedeften sapması ise gözönüne alınan eşleşme senaryolarının tamamında diğer iki konfigürasyondan daha büyük çıkmıştır. Genel olarak, füzenin başlangıçta görüş çizgisinden sapma açısının sıfırdan farklı olduğu bütün durumlarda hedeften sapma miktarının arttığı görülmektedir.

Sonuçlar füze-hedef eşleşme süresi açısından incelendiğinde, iki parçalı-eğim açısız konfigürasyonun en iyi olduğu anlaşılmaktadır. En uzun eşleşme süreleri ise, tek parçalı füzenin kullanıldığı eşleşmelerde ortaya çıkmaktadır.

Azamî ivme gereksinimi değerlerinin, aynı hedeften sapma ve hedef yanal ivmesi değerlerinin kullanıldığı senaryolar için, her üç füze konfigürasyonu için de aşağı yukarı aynı olduğu gözlenmektedir. Yine de, göreceli olarak tek parçalı füzenin ivme ihtiyacının iki parçalı füzelerle göre daha düşük olduğu gibi bir sonuca varılabilir. Çalışma sonuçları açısından dikkat çeken bir değer husus da, füzenin başlangıçta görüş çizgisinden sapma açısının sıfırdan farklı olduğu her iki senaryo için de, her üç füzenin azamî ivme gereksiniminin birbirine eşit çıkmasıdır.

Ayrıca, en düşük toplam enerji tüketimi iki parçalı-eğim açısız, en yüksek enerji tüketimini değeri ise tek parçalı füze konfigürasyonu için elde edilmiştir.

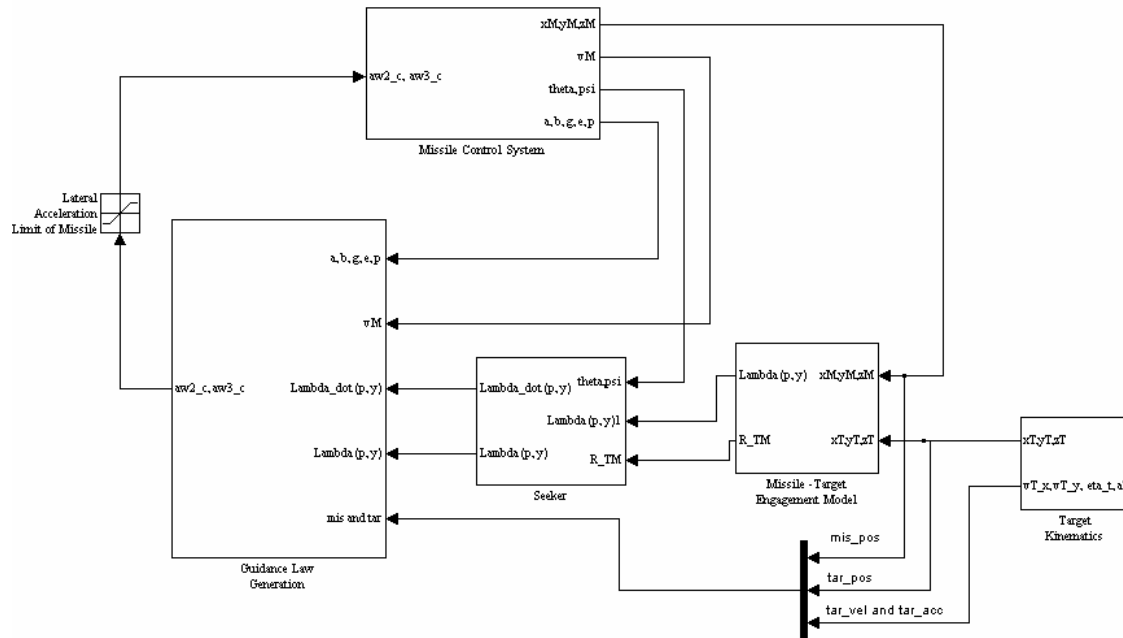
Genel olarak, ele alınan başarımlar kısıtları açısından, iki parçalı füzelerin tek parçalı füzelerle göre daha üstün olduğu söylenebilir. Ayrıca, tabloda verilen sonuçlardan da görüldüğü üzere, başlangıçta hedeften sapma açısı ve/veya hedef yanal ivme bileşeninin sıfırdan farklı olması nın sonuçları kötüleştirmediği; kimi durumlarda başarımlar parametrelerini iyileştirici yönde etki yaptığı gözlenmektedir.

## 10. Kaynakça

- [1] B. Özkan, *Dynamic Modeling, Guidance, and Control of Homing Missiles*, Doktora Tezi, ODTÜ, Ankara, 2005.
- [2] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, Second Edition, Progress in Astronautics and Aeronautics, ABD, 1994.
- [3] B. Özkan, M. K. Özgören ve G. Mahmutyazıcıoğlu, "Lazer Güdümlü Bir Füzeye Uygulanabilecek Belli Başlı Güdüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması", 12. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Kayseri, 2005.
- [4] B. Özkan, M. K. Özgören ve G. Mahmutyazıcıoğlu, "Hedef İzleyen Füzeler için Doğrusal Hedef Takibi ve Oransal Seyrüsefer Güdüm Kurallarının Karşılaştırılması", 13. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Sivas, 2007.
- [5] Acar, Ş. U., *Trajectory Tracking by Means of Homing Guidance Methods*, Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara, 1996.

*Tablo 1: Benzetim sonuçları*

| Başlangıçta Görüş Çizgisinden Sapma Açısı (°) | Hedef Yanal İvme Bileşeni (g) | Füze Tipi                | Hedeften Nihai Sapma (m) | Füze-Hedef Eşleşme Süresi (s) | Azami İvme Gereksinimi (g) | Toplam Enerji Tüketimi (kJ) |
|---|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 0   | 0                             | Tek Parçalı              | 6.979                    | 3.794                         | 2.844                      | 34.113                      |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açısız | 5.054                    | 3.045                         | 2.950                      | 12.798                      |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açılı  | 4.815                    | 3.049                         | 2.955                      | 12.882                      |
| 0   | 0.5                           | Tek Parçalı              | 6.623                    | 3.772                         | 2.927                      | 35.269                      |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açısız | 4.872                    | 3.036                         | 3.084                      | 14.017                      |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açılı  | 4.646                    | 3.041                         | 3.087                      | 14.104                      |
| -20   | 0                             | Tek Parçalı              | 8.355                    | 4.100                         | 16.528                     | 224.161                     |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açısız | 4.882                    | 3.286                         | 16.528                     | 212.604                     |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açılı  | 5.218                    | 3.289                         | 16.528                     | 212.816                     |
| -20   | 0.5                           | Tek Parçalı              | 8.691                    | 4.136                         | 16.528                     | 261.961                     |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açısız | 5.441                    | 3.302                         | 16.528                     | 233.716                     |
|   |                               | İki Parçalı, Eğim Açılı  | 5.151                    | 3.308                         | 16.528                     | 233.679                     |



Şekil 5: Genel güdüm ve kontrol modeli





# Veri-İletişim Ağlarında Adil Kapasite Paylaşımını Sağlayan Gürbüz Akış Denetleyicisi Tasarımı

*Hakkı Ulaş Ünal ve Altuğ İftar*

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Anadolu Üniversitesi, 26470 Eskişehir  
{huunal, aiftar}@anadolu.edu.tr

## Özetçe

Gürbüz denetleyici tasarımı, zaman bölgesi kısıtlarını sağlamak amacıyla, tanımlanan karma hassasiyet minimizasyonu (KHM) probleminde her bir kısıt için ayrı bir çıktı tanımlanabilir. Ancak, genelde, KHM probleminde ek çıktılar tanımlayarak daha fazla değişkeni minimize etmeğe çalışmak, hem problemin çözümünü zorlaştırmakta, hem de gürbüzlükte ve ilk tanımlanan performans kriterlerinde taviz verilmesine yol açmaktadır. Bu çalışmada, belirsiz ve zamanla değişen birden fazla zaman gecikmesine sahip veri-iletişim ağlarında gürbüz akış denetimi problemi ele alınmıştır. Denetleyicinin hem gürbüz kararlılığı, hem kuyruk uzunluğunun istenen değerleri izlemesini, hem de adil kapasite paylaşımını sağlaması istenmektedir. Tanımlanan KHM probleminde gürbüzlüğü ve izleme şartını sağlamak amacıyla çıktılar tanımlanırken, daha önceki çalışmaların aksine, adil kapasite paylaşımı şartını sağlamak amacıyla herhangi bir çıktı tanımlanmamıştır. Bu şart, denetleyicinin serbest parametresi üzerine kısıtlar getirilerek sağlanmıştır.

## 1. Giriş

Veri-iletişim ağlarında, servis sağlayıcıları tüm kullanıcılarına iyi bir servis kalitesi sağlamalıdır. İyi bir servis kalitesi sağlamada karşılaşılan en önemli problem ise trafik tıkanıklığıdır. Bu problemin üstesinden gelmek için, debi-tabanlı veya pencere-tabanlı akış denetim yöntemleri kullanılmaktadır. Debi-tabanlı akış denetim yönteminde, darboğaz nodunda gerçekleşen denetleyici, kaynaklardan noda gelen veri debisini ayarlayarak trafik tıkanıklığını önlemektedir. Ancak, ağda bulunan ve zamanla değişen belirsiz zaman gecikmeleri, böyle bir denetleyicinin tasarımını zorlaştırmaktadır. Zaman gecikmeli sistemler için geliştirilen çeşitli denetleyici tasarım yöntemleri [1]'de verilmektedir. Toker ve Özbay, tek-girdili tek-çıkıtlı zaman gecikmeli sistemler için,  $\mathcal{H}^\infty$  optimal denetleyici tasarımını Hankel+Toeplitz operatör yöntemi ile elde etmiştir [2]. Durum-uzay yöntemleri kullanarak da, Meinsma ve Zwart, [3]'de

$J$ -spektral ayrıştırma yöntemini kullanarak tek zaman gecikmeli sistemler için bir  $\mathcal{H}^\infty$  denetleyici tasarımı yöntemi önermiştir. Çok zaman gecikmeli sistemler için ise, Meinsma ve Mirkin, [4]'de sistemi bir dizi alt sisteme ayrıştırıp, optimal bir çözüm yöntemi geliştirmiştir.

Veri-iletişim ağlarında debi-tabanlı gürbüz denetleyici tasarımı, [5] ve [6]'da, sistemdeki zaman gecikmelerinin belirsiz ama zamanla değişmediği kabul edilerek, [2]'deki yöntem ile yapılmıştır. Zaman gecikmelerinin belirsiz olduğu ve zamanla değiştiği durum için ise gürbüz denetleyici tasarımı [7]'de verilmiştir. Ancak, [7]'deki denetleyici, her bir kanal için ayrık birer  $\mathcal{H}^\infty$  denetim probleminin çözülmesi, ardından da bulunan çözümlerin belirli ağırlıklarla birleştirilmesi ile elde edilmektedir. Bu ise alt-optimal bir denetleyici vermektedir. Veri-iletişim ağları için gürbüz ve optimal bir denetleyici, [4]'deki yöntemler ile ilk olarak [8]'de, ardından da [9]'da verilmiştir. [8]'de, belirsizlik modelinin nedenselliğini sağlayabilmek için, nominal zaman gecikmeleri yerine minimum zaman gecikmeleri kullanılarak, negatif olmayan belirsizlikler için denetleyici tasarlanmıştır. [9]'da ise, [10]'da elde edilen sonuç kullanılarak, bu kısıt kaldırılmıştır. [8] ve [9]'da kaynaklar arasında adil kapasite paylaşımını sağlayabilmek için, tanımlanan KHM probleminde gürbüzlüğün ve izleme probleminin sağlanması için tanımlanan çıktılar yanında, ilk kez [11]'de önerildiği şekilde, kaynak sayısı eksi bir boyutlu ayrı bir çıktı daha tanımlanmıştır. Ancak, genelde, KHM probleminde ek çıktılar tanımlayarak daha fazla değişkeni minimize etmeğe çalışmak, hem problemin çözümünü zorlaştırmakta, hem de gürbüzlükte ve ilk tanımlanan performans kriterlerinde taviz verilmesine yol açmaktadır. Bu sakıncaları ortadan kaldırmak için, bu çalışmada tanımlanan KHM probleminde yalnızca gürbüzlük ve izleme problemi için çıktılar tanımlanmıştır. Adil kapasite paylaşımı ise denetleyicinin serbest parametresi üzerine getirilen kısıtlar ile sağlanmıştır.

$$\left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] := C(sI - A)^{-1}B + D \text{ şeklinde}$$

tanımlanmıştır.  $\mathbf{1}_k$ ,  $1 \times k$  boyutlu ve tüm elemanları 1 olan matrisi,  $I_k$ ,  $k \times k$  boyutlu birim matrisi,  $I$  ve 0, sırasıyla, uygun boyutlu birim ve sıfır matrislerini,  $\text{bdiag}(\dots)$ , blok köşegen bir matrisi,  $M'$ ,  $M$  matrisinin transpozunu,  $\|\cdot\|_\infty$ ,  $\mathcal{H}^\infty$  normunu,  $\bar{\sigma}(\cdot)$  en büyük tekil değeri,  $HM(\cdot, \cdot)$  eşgrafik dönüşümü (homographic transformation) [12] göstermektedir.

## 2. Problem Tanımı

Akış denetim probleminin modelini, veri-iletişim ağının darboğaz nodundaki kuyruk uzunluğunun dinamiğinden elde edebiliriz. Akışkan dinamiği yaklaşımı kullanılarak, darboğaz nodundaki kuyruk uzunluğunun dinamiği,

$$\dot{q}(t) = \sum_{i=1}^n r_i^b(t) - c(t) \quad (1)$$

olarak yazılır [7]. Burada,

$q(t)$ :  $t$  anında darboğaz nodundaki kuyruk uzunluğunu,

$r_i^b(t)$ :  $t$  anında  $i$ 'nci kaynaktan darboğaz noduna gelen veri debisini,

$c(t)$ :  $t$  anında darboğazdan çıkan veri debisini

göstermektedir. Ayrıca,  $r_i(t)$ ,  $t$  anında darboğaz nodundaki denetleyici tarafından  $i$ 'nci kaynak için belirlenen veri debisi komutu olmak üzere,

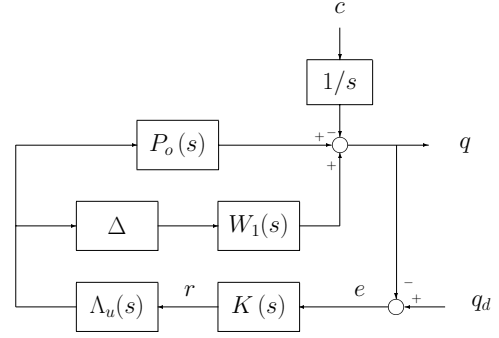
$$r_i^b(t) = \begin{cases} (1 - \tau_i^f(t))r_i(t - \tau_i(t)), & t - \tau_i^f(t) \geq 0 \\ 0, & t - \tau_i^f(t) < 0 \end{cases}$$

olduğu gösterilmiştir [7]. Burada,  $\tau_i(t) := \tau_i^b(t) + \tau_i^f(t)$   $i$ 'nci kanaldaki toplam gecikme olmak üzere,

$\tau_i^b(t)$ :  $t$  anında darboğaz noduna  $i$ 'nci kaynaktan ulaşan veri için denetleyici tarafından hesaplanan veri debisi komutunun  $i$ 'nci kaynağa ulaşması için geçen süre (geri yöndeki gecikme),

$\tau_i^f(t)$ :  $t$  anında darboğaz noduna  $i$ 'nci kaynaktan ulaşan verinin  $i$ 'nci kaynaktan darboğaz noduna erişmesi için geçen süredir (ileri yöndeki gecikme).

Zaman gecikmelerinin her ikisi de zamanla değişen belirsizlikler içerdiğinden, hem ileri hem de geri yöndeki zaman gecikmelerini, zamanla değişmeyen nominal kısmı ve zamanla değişen belirsiz kısım olarak ayrıştırabiliriz. Bu durumda,  $i$ 'nci kaynaktaki geri yöndeki zaman gecikmesi  $\tau_i^b(t) = h_i^b + \delta_i^b(t)$ , ileri yöndeki zaman gecikmesi  $\tau_i^f(t) = h_i^f + \delta_i^f(t)$  olarak ayrıştırılabilir. Buradaki  $h_i^b$  ve  $h_i^f$ , sırasıyla, geri ve ileri yöndeki nominal zaman gecikmeleri,  $\delta_i^b(t)$  ve  $\delta_i^f(t)$  ise, sırasıyla, geri ve ileri yöndeki zamanla değişen zaman gecikmesi belirsizlikleri olarak tanımlanır. Bu durumda,  $i$ 'nci kanaldaki toplam nominal zaman gecikmesi  $h_i = h_i^b + h_i^f$ ,



Şekil 1: Akış Denetim Probleminin Modeli [9].

toplam zaman gecikmesi belirsizliği ise,  $\delta_i(t) = \delta_i^b(t) + \delta_i^f(t)$  olur. Burada,  $\delta_i^+ > 0$  ve  $0 \leq \beta_i^f \leq \beta_i < 1$  olmak üzere, belirsiz kısımların

$$|\delta_i(t)| < \delta_i^+, \quad |\dot{\delta}_i(t)| < \beta_i, \quad |\dot{\delta}_i^f(t)| < \beta_i^f$$

şeklinde sınırlı olduğu kabul edilmiştir.

Ağda bulunan nominal zaman gecikmelerinin  $h_1 \geq h_2 \geq \dots \geq h_n \geq 0$  olacak şekilde sıralandığı ve ağdaki farklı zaman gecikmelerinin sayısının  $N$  olduğu kabul edilmiştir. Bu farklı zaman gecikmeleri de  $\bar{h}_1 > \bar{h}_2 > \dots > \bar{h}_N \geq 0$  olarak sıralansın. Bu durum için,  $\bar{h}_1 = h_1$  ve  $\bar{h}_2 = h_{i_2}$  olarak tanımlıyalım, öyleki  $i_2$ ,  $h_{i_2} < \bar{h}_1$ 'ı sağlayan en küçük indis olsun. Benzer şekilde,  $\bar{h}_3 = h_{i_3}$  olarak tanımlıyalım, öyleki  $i_3$ ,  $h_{i_3} < \bar{h}_2$ 'ı sağlayan en küçük indis. Bu şekilde devam ederek, ağdaki  $N$  tane farklı zaman gecikmesi,  $\bar{h}_i$ 'lar biçiminde ifade edilmiş olur. Bunun yanı sıra,  $l_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) nominal zaman gecikmesi  $\bar{h}_i$  olan kanalların sayısını belirtsin ( $\sum_{i=1}^N l_i = n$ ).

Yukarıdaki tanımlar altında, akış denetim probleminin modeli Şekil 1'de gösterildiği gibidir [9]. Burada,

$P_o(s) := \frac{1}{s} \mathbf{1}_n$  nominal sistemin zaman gecikmeleri çıkartılmış durumuna ait transfer matrisini,

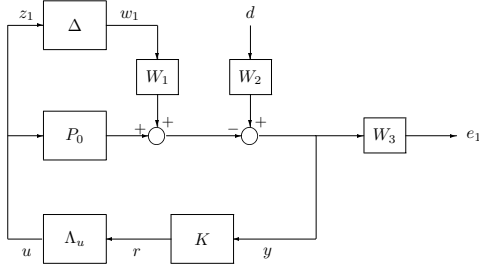
$\Delta$ , zaman gecikmelerindeki belirsizliği ifade eden ve  $\mathcal{L}^2$ -çıkarsanmış normu 1'den kesin küçük olan yapıyı,

$W_1(s) := \begin{bmatrix} \bar{W}_1(s) & \dots & \bar{W}_n(s) \end{bmatrix}$ ,  $\bar{W}_i(s) := \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{\beta_i + \beta_i^f}{s\sqrt{1-\beta_i}} & 2\delta_i^+ \end{bmatrix}$  olmak üzere, zaman gecikmelerindeki belirsizlik için kullanılan ağırlık matrisini,

$\Lambda_u(s) := \text{bdiag} \left( e^{-\bar{h}_1 s} I_{l_1}, \dots, e^{-\bar{h}_N s} I_{l_N} \right)$ , sistemdeki nominal zaman gecikmelerini,

$K(s)$  ise tasarlanacak olan denetleyiciyi

göstermektedir. Belirsizlik bloğu  $\Delta$ 'nın yapısı ve ağırlık matrisi  $W_1$ 'in elde edilmesi ayrıntılı olarak [9]'da verilmiştir.



Şekil 2: Karma Hassasiyet Minimizasyonu Problemi.

Tasarlanacak denetleyicinin sistemi gürbüz kararlı kılması ve nominal sistem için  $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = c_\infty$  olduğu durumda,  $q_d$  istenen kuyruk uzunluğu olmak üzere,  $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = q_d$  izlemesini sağlaması ve

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_j(t) = \alpha_j c_\infty, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

olarak tanımlanan adil kapasite paylaşımını sağlaması istenmektedir. Burada,  $\alpha_j > 0$  parametreleri,  $\sum_{j=1}^n \alpha_j = 1$  şartını sağlayan kapasite paylaşım parametreleridir.

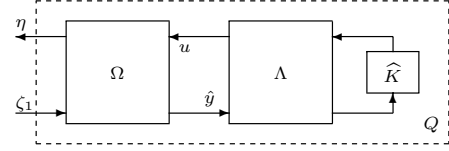
### 3. Denetleyici Tasarımı

Bir önceki bölümde tanımlanan problemi çözmek için Şekil 2'de gösterilen KHM problemini tanımlayabiliriz. Burada,  $d := \dot{q}_d - c$ ,  $W_2(s) := \frac{1}{s}$ ,  $y := q_d - q$ ,  $e_1$  izleme şartını sağlamak amacıyla tanımlanan çıktı ve,  $\sigma$  bir tasarım parametresi olmak üzere,  $W_3(s) := \frac{\sigma}{s}$  şeklindedir. Problem,  $w := [w_1' d']$  ve  $z := [z_1' e_1']$  olmak üzere,  $\Delta$  bloğu çıkartıldıktan sonra,  $w$ 'dan  $z$ 'e olan transfer matrisinin  $\mathcal{H}^\infty$  normunu minimize eden  $K$  denetleyicisinin bulunmasıdır. Bu problem, [9]'da tanımlanan problemden farklı olarak, (2) ile gösterilen adil kapasite paylaşımını sağlamak amacıyla tanımlanan bir çıktı içermemektedir.

Bu problemi çözmek için, [9]'da yapıldığı gibi, öncelikle  $P_o(s) = \tilde{M}^{-1}(s)\tilde{N}(s)$  biçiminde  $\mathcal{H}^\infty$  anlamda bir asal ayrıştırma gerekir. Burada,  $\epsilon > 0$  olmak üzere,  $\tilde{N}(s) = \frac{1}{s+\epsilon} \mathbf{1}_n$  ve  $\tilde{M}(s) = \frac{s}{s+\epsilon}$  olarak alınabilir. Yapılan bu ayrıştırma ile,  $\hat{K} = K\tilde{M}$  ve  $\hat{y} = \tilde{M}^{-1}y$  olarak tanımlanır. Bu durumda, KHM problemine denk gelen 4-blok problemini ifade eden genelleştirilmiş sistem

$$\begin{bmatrix} z \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $(C_2, A, B_2)$  sezinlenebilir (detectable) ve kararlılaştırılabilir (stabilizable),  $D_{12}$  tam sütun rank,  $D_{21}$  ise tam satır rank'dır. Bu 4-blok problemi, genelleştirilmiş sistemin seçilen  $\gamma$  hassasiyet seviyesine göre normalizasyonunun ardından, [12]'de verilen yöntemler ile, Şekil 3'de gösterilen 1-blok problemine dönüştürülebilir (detaylar için bkz. [9]). Burada,



Şekil 3: 1-Blok Problemi.

$\Omega$ , [12]'de gösterildiği şekilde elde edilen rasyonel bir transfer matrisi,  $\Lambda := \text{bdiag}(\Lambda_u, 1)$  ise zaman gecikmelerini içeren bir yapıdır. Bu durumda, yukarıda tanımlanan KHM problemini çözen denetleyiciyi bulmak, Şekil 3'deki  $Q = HM(\Omega\Lambda, \hat{K})$  için  $\|Q\|_\infty < 1$  yapacak  $\hat{K}$  denetleyicisinin bulunmasına denktir.  $\Omega_\infty := \lim_{s \rightarrow \infty} \Omega(s)$  olmak üzere,  $Q = HM(\Omega\Lambda, \hat{K}) = HM(\Omega\Omega_\infty^{-1}\Lambda, HM(\Lambda^{-1}\Omega_\infty\Lambda, \hat{K}))$  olarak yazılabilir. Bu durumda,  $K_\gamma := HM(\Lambda^{-1}\Omega_\infty\Lambda, \hat{K})$  ve  $G := \Omega\Omega_\infty^{-1}$  olarak tanımlanırsa, 1-blok problemi,  $\|HM(G\Lambda, K_\gamma)\|_\infty < 1$  koşulunu sağlayan  $K_\gamma$  denetleyicisinin bulunması problemi olur ve  $BBP(G, \Lambda)$  olarak tanımlanır [4]. Bu problemin çözümü ise, [4]'de verilen yöntem kullanılarak, [9]'da tanımlanan probleme benzer şekilde,  $N$  adımda ( $\bar{h}_N = 0$  ise,  $N - 1$  adımda) çözülebilir.

**1. Adım:**  $\bar{h}_N > 0$  ise (eğer  $\bar{h}_N = 0$  ise,  $\tilde{G}_1 = G$  ve  $\tilde{\Lambda}_1 = \Lambda$  alınarak doğrudan ikinci adımdan başlanır),  $\rho_1 = 1$ ,  $\mu_1 = \sum_{i=1}^N l_i$  ve  $\Lambda_1 = \text{bdiag}(e^{-\bar{h}_N s} I_{\mu_1}, I_{\rho_1})$  olmak üzere,  $\Lambda = \Lambda_1 \tilde{\Lambda}_1$  olarak ayrıştırılsın. Ayrıca,  $G_1 := G$  olarak tanımlansın. Eşgrafik dönüşümün özelliğinden,  $Q = HM(G_1\Lambda, K_\gamma) = HM(G_1\Lambda_1, HM(\tilde{\Lambda}_1, K_\gamma))$  olarak yazılabilir. Bu durumda,  $BBP(G, \Lambda)$ 'nın çözülebilirliği için  $BBP(G_1, \Lambda_1)$ 'in çözülebilir olması gerekir.  $BBP(G_1, \Lambda_1)$ ,  $\|HM(G_1\Lambda_1, K_1)\|_\infty < 1$  yapan  $K_1 := HM(\tilde{\Lambda}_1, K_\gamma)$  denetleyicisinin bulunmasıdır.  $K_1 = HM\left(\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_1 & I \end{bmatrix} \tilde{G}_1^{-1}, Q_1\right)$  biçiminde elde edilir. Burada,  $\tilde{G}_1^{-1}$  çifte kararlı (bistable) bir transfer matrisi,  $Q_1$ ,  $\|Q_1\|_\infty < 1$  olan herhangi bir transfer matrisi,  $\Pi_1$  ise,  $\Pi_1 = [\Pi_{11}^1 \ \Pi_{12}^1 \ \dots \ \Pi_{1N}^1]$  biçiminde olan ve sonlu darbe yanıtına (FIR) sahip  $\Pi_{1j}^1$  filtrelerinden oluşan bir yapıdır [9].

**2. Adım:**  $\rho_2 = 1 + l_N$ ,  $\mu_2 = \sum_{i=1}^{N-1} l_i$  ve  $\Lambda_2 = \text{bdiag}(e^{-(\bar{h}_{N-1} - \bar{h}_N)s} I_{\mu_2}, I_{\rho_2})$  olmak üzere,  $\tilde{\Lambda}_1 = \Lambda_2 \tilde{\Lambda}_2$  olarak ayrıştırılsın. Ayrıca,  $G_2 := \tilde{G}_1$  olarak tanımlansın.  $BBP(G_2, \Lambda_2)$ ,  $\|HM(G_2\Lambda_2, K_2)\|_\infty < 1$  yapan  $K_2 := HM(\tilde{\Lambda}_2, \tilde{K}_1)$  denetleyicisinin bulunmasıdır. Burada  $\tilde{K}_1 := HM\left(\tilde{\Lambda}_1^{-1} \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\Pi_1 & I \end{bmatrix} \tilde{\Lambda}_1, K_\gamma\right)$  şeklindedir.  $K_2 = HM\left(\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Pi_2 & I \end{bmatrix} \tilde{G}_2^{-1}, Q_2\right)$  biçiminde elde edilir. Burada,  $\tilde{G}_2^{-1}$  çifte kararlı bir transfer matrisi,  $Q_2$ ,



$\|Q_2\|_\infty < 1$  olan herhangi bir transfer matrisi,  $\Pi_2$  ise,  $\Pi_2 = \begin{bmatrix} \Pi_{11}^2 & \Pi_{12}^2 & \cdots & \Pi_{1(N-1)}^2 \\ \Pi_{21}^2 & \Pi_{22}^2 & \cdots & \Pi_{2(N-1)}^2 \end{bmatrix}$  biçiminde olan ve  $\Pi_{ij}^2$  FIR filtrelerinden oluşan bir yapıdır [9].

Bu şekilde devam ederek,  $N$ 'ninci adım sonunda denetleyici

$$K(s) = R(s)H(s)[1 + D(s)H(s)]^{-1} \kappa \frac{s + \epsilon}{s} \quad (4)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $R$ , köşegeninde 1'ler, köşegeninin altında gecikmeler ve FIR filtreler içeren  $n \times n$  boyutlu bir alt-köşegen matrisi,  $D$  gecikmeler ve FIR filtreler içeren  $1 \times n$  boyutlu bir matrisi,  $\kappa := \frac{\gamma}{2\sqrt{2\sum_{i=1}^n (\delta_i^+)^2}}$  biçiminde bir sabiti göstermektedir.

Ayrıca,  $G_\Lambda := \tilde{G}_N$ ,  $N$ 'ninci adımda elde edilen çifte kararlı transfer matrisini ve  $Q_\Lambda$ ,  $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$  olan herhangi bir transfer matrisini göstermek üzere,  $H := HM(G_\Lambda^{-1}, Q_\Lambda)$  şeklindedir (detaylar için bkz. [9]).

Elde edilen denetleyici,  $\gamma$  hassasiyet seviyesi için sistemi gürbüz kararlı kılmakta ve izleme şartını sağlamaktadır. İteratif bir çözümle bu hassasiyet seviyesi minimize edilerek (4) denetleyicisinin tanımlanan KHM probleminin optimal denetleyicisi olması da sağlanabilir. Ancak, adil kapasite paylaşımı şartı sağlanmayabilir. Bu bölümün geri kalan kısmında, serbest parametre olan  $Q_\Lambda$  transfer matrisini adil kapasite paylaşımı şartının sağlanmasını garanti edecek şekilde seçmeye çalışacağız.

$K_j$ ,  $K$  denetleyicisinin  $j$ 'ninci elemanını göstermek üzere, Şekil 1'den nominal sistem için ( $\Delta = 0$  olduğunda)  $r_j(s) = K_j(s)(1 + P_o(s)\Lambda_u(s)K(s))^{-1} \frac{1}{s}(q_d + c(s))$  olarak yazılabilir (notasyon biraz istismar edilerek, bir zaman sinyaliyle Laplace dönüşümü aynı değişkenle gösterilmiştir). Ayrıca, elde edilen denetleyici izleme şartını sağladığından,  $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = c_\infty$  olduğu durumda,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n r_j(t) = c_\infty$  olacaktır. Dolayısıyla, (2) şartı,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{K_j(s)}{K_1(s) + \cdots + K_n(s)} = \alpha_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (5)$$

şartına denktir.

$G_{11}$   $n \times n$  boyutlu olmak üzere,  $(n+1) \times (n+1)$  boyutlu  $G_\Lambda^{-1}$  transfer matrisini,  $G_\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$  olarak ayrıştırılabilir. Bu durumda,

$$H_n := G_{11}Q_\Lambda + G_{12} \quad (6)$$

ve  $H_d := G_{21}Q_\Lambda + G_{22}$  olarak tanımlarsak,  $H := HM(G_\Lambda^{-1}, Q_\Lambda) = H_n H_d^{-1}$  olarak yazılabilir. Böylece,  $R_j$ ,  $R$  transfer matrisinin  $j$ 'ninci satırını göstermek üzere,

$$K_j(s) = R_j(s)H_n(s) \frac{\kappa(s + \epsilon)}{s(H_d(s) + D(s)H_n(s))}$$

olur. Burada  $Q_\Lambda$ 'ya bağlı terimler yalnızca  $H_n$  ve  $H_d$ 'dir. Bu durumda,  $\alpha := [\alpha_1 \cdots \alpha_n]'$  olmak üzere, (5) ifadesi

$$R(0)H_n(0) = \alpha \mathbf{1}_n R(0)H_n(0) \quad (7)$$

ifadesine denktir.  $Z := R(0) - \alpha \mathbf{1}_n R(0)$  olarak tanımlarsak, (7) ifadesi  $ZH_n(0) = 0$  anlamına gelir.  $R(0)$  tam ranklı ve  $\mathbf{1}_n \alpha = 1$  olduğundan,  $Z$  matrisi  $n-1$  ranklıdır. Dolayısıyla,  $Zx = 0$  ifadesini sağlayan doğrusal bağımsız  $x$  vektörlerinin sayısı birdir.  $x \neq 0$  böyle bir vektör olsun. Bu durumda,  $\rho$  skalar bir parametre olmak üzere, adil kapasite paylaşımı şartının sağlanabilmesi için  $H_n(0) = \rho x$  şeklinde olmalıdır. Dolayısıyla, (6) ifadesinden,  $Q_\Lambda$ ,

$$G_{11}(0)Q_\Lambda(0) = \rho x - G_{12}(0) \quad (8)$$

şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir.  $G_{11}(0)$  tam ranksa, bu

$$Q_\Lambda(0) = G_{11}^{-1}(0)(\rho x - G_{12}(0)) \quad (9)$$

olması gerektiği anlamına gelir. Ayrıca,  $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$  olması da gerektiğinden ve  $\|Q_\Lambda\|_\infty \geq \bar{\sigma}(Q_\Lambda(0))$  olduğundan,  $Q_\Lambda(0)$ 'ın  $\bar{\sigma}(Q_\Lambda(0)) < 1$  olacak şekilde seçilmesi gerekmektedir. Herhangi bir  $\rho$  için  $Q_\Lambda(0)$  bu şekilde seçilebiliyorsa, (8) veya (9) ifadesini ve  $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$  şartını sağlayacak bir  $Q_\Lambda$  bulmak her zaman mümkündür (örneğin  $Q_\Lambda(s) = Q_\Lambda(0)$ ). Bu durumda elde edilen denetleyici hem gürbüz kararlılığı, hem izleme koşulunu, hem de adil kapasite paylaşımını sağlayacaktır.

Eğer, hiçbir  $\rho$  için  $\bar{\sigma}(Q_\Lambda(0)) < 1$  olacak şekilde (8) veya (9) ifadesi sağlanamıyorsa, bu  $\gamma$  hassasiyet seviyesinde gürbüz kararlılığı, izleme koşulunu ve istenen  $\alpha$  değerleri için adil kapasite paylaşımını sağlayan bir denetleyicinin bulunmadığı anlamına gelir. Bu durumda,  $\alpha$  parametreleri değiştirilerek kabul edilebilir başka  $\alpha$  parametreleri için gerekli koşulları sağlayan  $Q_\Lambda(0)$  aranabilir ya da hassasiyet seviyesinden feragat edilerek, daha yüksek hassasiyet seviyesinde sistemi gürbüz kararlı kılan ve istenen  $\alpha$  değerleri için adil kapasite paylaşımını sağlayan bir denetleyici aranabilir.

#### 4. Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde, iki kanallı ve kanallarındaki zaman gecikmeleri belirsiz ve zamanla değişen tek darboğazlı bir veri iletişim ağı ele alınmış ve farklı durumlar için benzetim çalışmalarının sonuçları sunulmuştur. Kanallardaki nominal zaman gecikmeleri, sırasıyla,  $h_1 = 3$  sn ve  $h_2 = 1$  sn olarak alınmıştır. İki kanalda da  $h_i^f = h_i^b = \frac{1}{2}h_i$ ,  $i = 1, 2$ , olduğu kabul edilmiştir. Tüm durumlar için istenen kuyruk uzunluğu  $q_d = 30$  paket ve darboğaz nodundan ayrılan veri debisi  $c(t) = 90$  paket/sn olarak alınmıştır. Denetleyici tasarım parametreleri  $\delta_1^+ = 0.5$ ,

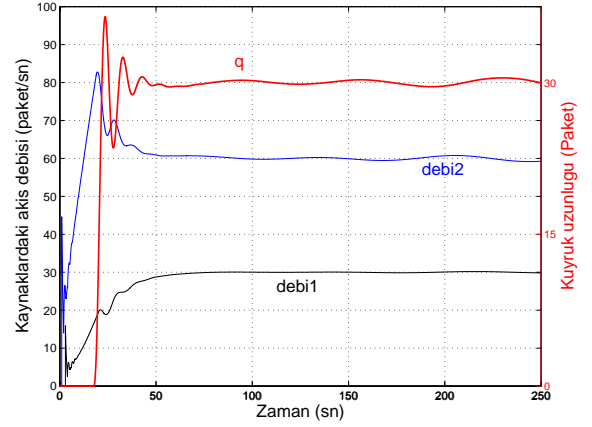
Tablo 1: Zaman Gecikmelerinin Belirsiz Kısmı.

| $i$ | $\delta_i^b(t)$                 | $\delta_i^f(t)$                  |
|-----|---------------------------------|----------------------------------|
| 1   | $1.2+0.3\sin(\frac{2\pi}{30}t)$ | $0.1+0.2\sin(\frac{2\pi}{70}t)$  |
| 2   | $0.4+0.3\sin(\frac{2\pi}{50}t)$ | $0.1+0.1\sin(\frac{2\pi}{100}t)$ |

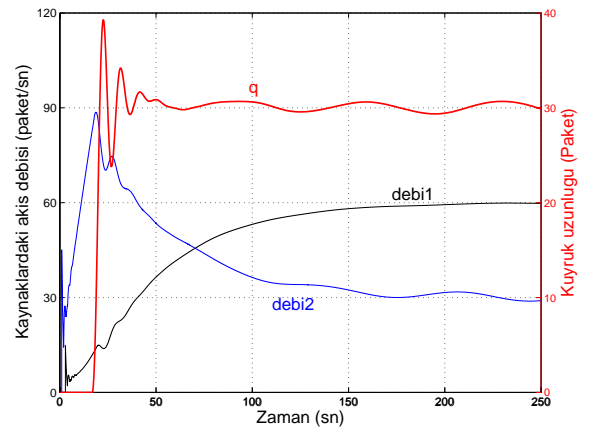
$\delta_2^+ = 1, \beta_1 = 0.6, \beta_2 = 0.5, \beta_1^f = 0.3, \beta_2^f = 0.2$  ve  $\sigma = 0.25$  olarak alınmıştır ( $\alpha$  parametreleri her bir durum için aşağıda verilmiştir). Durum 1 ve Durum 2 için benzetimlerde kullanılan zaman gecikmelerinin belirsiz kısmı sn cinsinden Tablo 1’de gösterildiği gibidir. Benzetim sonuçlarının gösterildiği şekillerde “debi1” ve “debi2” sırasıyla birinci ve ikinci kaynaktan  $t$  anında ayrılan veri debisini (değerleri grafiğin solunda verilmiştir), “q” ise  $t$  anındaki kuyruk uzunluğunu (değeri grafiğin sağında verilmiştir) göstermektedir.

**Durum 1:**  $\alpha_1 = \frac{1}{3}, \alpha_2 = \frac{2}{3}$  alınmıştır. Denetleyicinin serbest parametresi, (9) ifadesini ve  $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$  koşulunu sağlayacak şekilde  $Q_\Lambda(s) = [0.4389 \ 0.8880]'$  olarak seçilmiştir. Benzetim sonuçları Şekil 4’de verilmiştir. Denetleyicinin birinci kanalda daha tutucu davrandığı görülmektedir (birinci kanal için debi komutları geçici yanıtta daha yavaş yükselmekte, bunun sonucu olarak da bir aşma (overshoot) görülmemektedir; ikinci kanalda ise veri debileri geçici yanıtta çok daha çabuk yükselmekte ve %30’a yakın bir aşma oluşmaktadır). Bunun nedeni birinci kanaldaki nominal zaman gecikmesinin ikinci kanaldakine göre daha büyük olmasıdır. Hem kuyruk uzunluğunun hem de veri debilerinin 50 sn’lik bir süre içinde yatışkın duruma eriştiği görülmektedir. Ancak, yatışkın durumda kuyruk uzunluğu değeri istenen kuyruk uzunluğu değeri olan 30 paket değerinin etrafında, debi değerleri ise, (2) ifadesi ile verilen değerler etrafında salınmaktadır. Sonuç olarak, salınımlar ihmal edildiği takdirde, hem izleme hem de adil kapasite paylaşımı koşulları sağlanmaktadır. Yatışkın durumdaki salınımların nedeni, ileri yöndeki gecikmelerin zamanla değişmesidir. İleri yöndeki gecikmeler zamanla değişmediği durumda bu salınımlar ortadan kalkmaktadır (bkz. Durum 3 ve 4).

**Durum 2:**  $\alpha_1 = \frac{2}{3}, \alpha_2 = \frac{1}{3}$  alınmıştır. Denetleyicinin serbest parametresi, (9) ifadesini ve  $\|Q_\Lambda\|_\infty < 1$  koşulunu sağlayacak şekilde  $Q_\Lambda(s) = [0.3109 \ 0.9500]'$  olarak seçilmiştir. Benzetim sonuçları Şekil 5’de verilmiştir. Durum 1’de olduğu gibi, denetleyicinin birinci kanalda daha tutucu davrandığı görülmektedir. Yatışkın duruma erişme süresi Durum 1’e göre daha uzundur. Bunun nedeni nominal zaman gecikmeleri daha fazla olan kanala kapasite paylaşımında daha fazla ağırlık verilmesidir. Aynı nedenle, yatışkın durumdaki salınımların genliği de Durum 1’e göre daha büyüktür. Salınımlar ihmal edildiği takdirde, hem izleme



Şekil 4: Durum 1 için Benzetim Sonuçları.



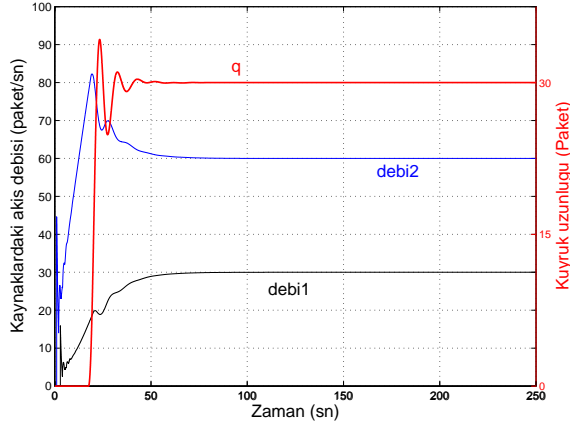
Şekil 5: Durum 2 için Benzetim Sonuçları.

hem de adil kapasite paylaşımı koşulları bu durumda da sağlanmaktadır.

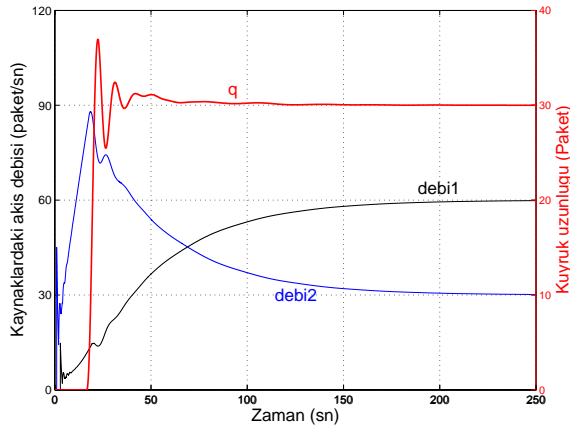
**Durum 3 ve 4:** İleri yöndeki zaman gecikmelerinin belirsiz kısımları,  $\delta_1^f(t) = \delta_2^f(t) = 0.1$  sn olarak alınmıştır. Geri yöndeki gecikmelerin belirsiz kısımları, Tablo 1’de gösterildiği gibi zamanla değişmektedir.  $\alpha$  parametreleri ve  $Q_\Lambda$  transfer matrisi, Durum 3 için Durum 1’de, Durum 4 için Durum 2’de olduğu gibi alınmıştır. Benzetim sonuçları, sırasıyla, Şekil 6 ve Şekil 7’de verilmiştir. Şekillerde görüldüğü gibi, hem kuyruk uzunluğu hem de debi değerleri istenen sabit değerlerine asimtotik olarak yakınsamaktadır. Bu durumda denetleyici, hem geri yöndeki zamanla değişen, hem de ileri yöndeki sabit zaman gecikmesi belirsizliklerine rağmen hem izleme hem de adil kapasite paylaşımı koşullarını tam olarak sağlamaktadır.

## 5. Sonuç

Bu çalışmada, [9]’da verilen problem ele alınmıştır. Ancak, tanımlanan KHM probleminde, [9]’dakinden farklı olarak, adil kapasite paylaşımı şartını sağlamak amacıyla



Şekil 6: Durum 3 için Benzetim Sonuçları.



Şekil 7: Durum 4 için Benzetim Sonuçları.

ek bir çıktı tanımlanmamıştır. Bunun yerine, adil kapasite paylaşımı denetleyicinin serbest parametresi uygun bir şekilde seçilerek sağlanmıştır. Denetleyici bu yöntemle tasarlandığında, [9]'da elde edilen optimal seviyelerden daha düşük hassasiyet seviyelerinde denetleyici tasarlamak mümkün olmaktadır. Örneğin, bir önceki bölümde ele alınan örnekte,  $e_2 := \frac{0.25}{s} \left[ \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - 1 \right] u$  çıktısı tanımlanarak [9]'da önerilen yöntemle denetleyici tasarlandığında, optimal hassasiyet seviyeleri, Durum 1 ve Durum 3 için 5.3577, Durum 2 ve Durum 4 için 5.7098 olarak bulunmaktadır. Bu denetleyiciler kullanıldığında,  $w$ 'dan  $z$ 'e olan transfer matrisinin  $\mathcal{H}^\infty$  normu, Durum 1 ve Durum 3 için 5.3516, Durum 2 ve Durum 4 için 5.7088 olarak elde edilmektedir. Oysa, bu çalışmada tüm durumlar için elde edilen optimal hassasiyet seviyesi ( $w$ 'dan  $z$ 'e olan transfer matrisinin  $\mathcal{H}^\infty$  normu) 5.0488'dir.

## 6. Kaynakça

[1] Niculescu, S.-I., *Delay Effects on Stability: A Robust Control Approach*, LNCIS, c. 269, Springer-Verlag, 2001.

- [2] Toker, O. ve Özbay, H., “ $\mathcal{H}^\infty$  optimal and sub-optimal controllers for infinite dimensional SISO plants,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 40, ss. 751–755, 1995.
- [3] Meinsma, G. ve Zwart, H., “On  $\mathcal{H}^\infty$  control for dead-time systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 45, ss. 272–285, 2000.
- [4] Meinsma, G. ve Mirkin, L., “ $\mathcal{H}^\infty$  control of systems with multiple I/O delays via decomposition to adobe problems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, c. 50, ss. 199–211, 2005.
- [5] Özbay, H., Kalyanaraman, S. ve İftar, A., “On rate-based congestion control in high-speed networks: Design of an  $\mathcal{H}^\infty$  based flow controller for a single bottleneck,” *Proceedings of the American Control Conference*, Philadelphia, PA, ABD, ss. 2376–2380, Haziran 1998.
- [6] Özbay, H., Kang, T., Kalyanaraman, S. ve İftar, A., “Performance and robustness analysis of an  $\mathcal{H}^\infty$  based flow controller,” *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, Phoenix, AZ, ABD, ss. 2691–2696, Aralık 1999.
- [7] Quet, P.-F., Ataşlar, B., İftar, A., Özbay, H., Kalyanaraman, S. ve Kang, T., “Rate-based flow controllers for communication networks in the presence of uncertain time-varying multiple time delays,” *Automatica*, c. 38, ss. 917–928, 2002.
- [8] Ünal, H. U., Ataşlar-Ayyıldız, B., İftar, A. ve Özbay, H., “Robust Controller Design for Multiple Time-Delay Systems: The Case of Data Communication Networks,” *Proceedings of the MTNS*, Kyoto, Japonya, ss. 63–70, Temmuz 2006.
- [9] Ünal, H. U., Ataşlar-Ayyıldız, B., İftar, A. ve Özbay, H., “Robust Flow Control in Data-Communication Networks with Multiple Time-Delays.” Yayınlanmak üzere gönderildi.
- [10] Ünal, H. U. ve İftar, A., “A small gain theorem for systems with non-causal subsystems.” Yayınlanmak üzere gönderildi.
- [11] Ataşlar, B., “Veri iletişim ağlarında gürbüz akış kontrolü,” Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 2004.
- [12] Kimura, H., *Chain-Scattering Approach to  $H_\infty$  Control*, Birkhauser, 1996.

# Adaptive Synchronization of an Uncertain Time-Delay Complex Dynamical Network

Tao Liu<sup>1</sup>, Jun Zhao<sup>2</sup>, and Georgi M. Dimirovski<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Key Laboratory of Integrated Automation for Process Industry, Ministry of Education  
Northeastern University, Shenyang, Liaoning, P. R. of China  
neuliutao@163.com

<sup>2</sup> Northeastern University of Shenyang, School of Information Science and Engineering  
Shenyang 110004, Liaoning, P.R. of China  
zhaojun@ise.neu.edu.cn

<sup>3</sup> Dogus University of Istanbul, Department of Computer Engineering  
Acibadem, Zeamet Sk. 21, Kadikoy, 34722 Istanbul, Rep. of Turkey

<sup>4</sup> SS Cyril and Methodius University, 1000 Skopje, Rep. of Macedonia  
gdimirovski@dogus.edu.tr

## Abstract

For complex dynamical networks, it is often difficult to get exact estimation of coupling coefficients, and due to the finite speeds of transmission and spreading as well as traffic congestion, a signal or influence travelling through a complex network is often associated with time delays. In this paper we deal with the problems of local and global adaptive synchronization of an uncertain complex dynamical network with coupling delays. For delayed complex networks with unknown but bounded nonlinear coupling functions, based on the Lyapunov stability theorem, delay-independent adaptive controllers are designed, which can ensure that the state of a delayed dynamical network locally or globally asymptotically synchronize. Moreover, numerical examples are also given to show the effectiveness of the proposed controllers design methods.

**Keywords:** Adaptive synchronization; complex networks; Lyapunov functional; time delay; uncertain systems.

## 1. Introduction

For decades, complex networks have been focused on by scientists from various fields, for instance, sociology, biology, mathematics and physics [1] – [4]. A complex network is a large set of interconnected nodes, in which a node is a fundamental unit with specific contents. Many systems in nature can be described by models of complex networks, detailed examples are the Internet, the World Wide Web, food webs, electric power grids, cellular, metabolic networks and so.

Recently, synchronization of complex networks has received a great deal of research attention. In fact, synchronization is a long-lasting fundamental concept and is a kind of typical collective behaviours and basic motions in nature. There are many interesting synchronization

phenomena seen in our daily life, for example, fireflies flashing in unison, crickets chirping in synchrony and heart cells beating in rhythm [5]. And some synchronization phenomena are very useful for us, such as the synchronous transfer of digital or analogue signals in communication networks.

During the past decade, special attention has been focused on the synchronization of chaotic dynamical systems, and of large-scale and complex networks of chaotic oscillators in particular [6] – [9]. Since the discovery of the small-world effect and scale-free feature of most complex networks, numerous works have investigated the synchronization in small-world networks and scale-free networks [10] – [16]. Synchronous phenomena in complex networks with time delay [17], time varying coupling [18] and weighted coupling [19] have also been investigated. Li reported the recent progresses in the literature of synchronization of complex networks in [5]. In these investigations, an essential requirement is that structure of networks and the coupling functions are known prior. In reality, it is often difficult to get exact estimation of coupling coefficients. Therefore, it is preferable if the coupling functions in a dynamical network are not restricted to be completely known. To overcome the aforementioned constraints for uncertain dynamical networks with unknown but bounded nonlinear coupling functions Zhou et al. [20] and Li, Z and Chen [21] investigated adaptive mechanisms in synchronization.

On the other hand, a signal or influence traveling through a complex network is often associated with time delays because of the finite transmission speed and speeding-up as well as traffic congestion. Up to now, there are few results about the synchronization of delayed uncertain networks. In this paper we introduce a delayed complex dynamical network with unknown but bounded nonlinear coupling functions and investigate its synchronization. By using the adaptive synchronization

method, proposed in [20], both problems of local and global of adaptive synchronization of delayed networks are explored via Lyapunov stability theory.

## 2. Model Description and Preliminaries

Recently, Li and Chen [17] proposed an uncertain diffusively nonlinear coupled complex dynamical network model, which is described by

$$\dot{x}_i = f(x_i, t) + h_i(x_1, x_2, \dots, x_N) + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

where  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}) \in R^n$  are the state variables of the  $i$  th node,  $f: R^n \rightarrow R^n$  is a smooth nonlinear vector field,  $h_i: R^m \rightarrow R^n$  are smooth unknown nonlinear coupling functions with  $m = nN$ , and  $u_i \in R^n$  are the control inputs.

However, time delay in systems is a ubiquitous phenomenon in nature and due to the limited speed of signals travelling through the networks, there often exist coupling delays in complex networks. In view of this, we introduce a diffusively nonlinear coupled uncertain complex dynamical networks model with coupling delays

$$\dot{x}_i = f(x_i, t) + h_i(x_1(t-\tau), x_2(t-\tau), \dots, x_N(t-\tau)) + u_i, \quad (2)$$

where  $x_i, u_i, f$ , are defined as above,  $\tau \geq 0$  is arbitrary but bounded constant represented the time delay,  $h_i: \Omega \times \dots \times \Omega \rightarrow R^n$  are unknown nonlinear smooth diffusive delayed coupling functions.

When the delayed dynamical network (2) achieves synchronization, namely, the states  $x_1 \rightarrow x_2 \rightarrow \dots \rightarrow x_N \rightarrow s(t)$ , as  $t \rightarrow \infty$ , the coupling-control terms should vanish:  $h_i(s, \dots, s) + u_i \rightarrow 0$ , where  $s(t) \in R^n$  is a solution of an isolate node, namely,

$$\dot{s}(t) = f(s(t)). \quad (3)$$

It is assumed that  $s(t)$  can be an equilibrium point, a nontrivial periodic orbit, or even a chaotic orbit. Then the object is to synchronize the dynamical network (2) by designing controllers  $u_i$ . That is, the trajectory of the closed-loop systems satisfies

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - s(t)\| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Let now define the error vector by

$$e_i(t) = x_i(t) - s(t), \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Subtracting (3) from (2) gives the error dynamical system

$$\dot{e}_i(t) = f(x_i(t)) - f(s(t)) + \tilde{h}_i + u_i, \quad (5)$$

where

$$\tilde{h}_i = \tilde{h}_i(x_1(t-\tau), x_2(t-\tau), \dots, x_N(t-\tau), s) =$$

$$h_i(x_1(t-\tau), x_2(t-\tau), \dots, x_N(t-\tau)) - h_i(s, \dots, s).$$

Then the synchronization problem of the dynamical network (2) is equivalent to the problem of stabilization of the error dynamical system (5).

To achieve the objective (4), the following assumptions are adopted.

**Assumption 1:** [20] Assume that there exists a nonnegative constant  $\alpha$  satisfying  $\|Df(s, t)\| = \|A(t)\| \leq \alpha$ , where  $A(t)$  is the Jacobian matrix of  $f$  on  $s(t)$ , i.e.,  $A(t) = \frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x=s}$ .

Apparently, Assumption 1 does imply  $\left\| \frac{A(t) + A^T(t)}{2} \right\| \leq \alpha$ .

**Assumption 2:** Assume that there exist nonnegative constants  $\gamma_{ij} (1 \leq i, j \leq N)$  satisfying

$$\|\tilde{h}_i\| \leq \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_j(t-\tau)\|, \quad (6)$$

where  $i = 1, 2, \dots, N$ .

## 3. Main Results

In this section, we will apply the Lyapunov stability theorem to problems of local and global synchronization of the delayed uncertain complex dynamical network (2).

### 3.1. Local Results

Upon linearization of the error system (5) around the origin, the dynamics is given by

$$\dot{e}_i = A(t)e_i(t) + \tilde{h}_i + u_i. \quad (7)$$

Based on Assumption 1, Assumption 2, we have the following synchronization criterion of delayed dynamical network (2).

**Theorem 1:** Suppose Assumption 1 and Assumption 2 hold. Then the synchronous solution of delayed dynamical network (2) is locally asymptotically stable under the adaptive controllers

$$u_i = -d_i e_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

and updating laws

$$\dot{d}_i = k_i \|e_i\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

where  $k_i, i = 1, 2, \dots, N$  are positive constants.

**Proof:** Select the following Lyapunov functional candidate,

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau}^t e_i^T(\eta) Q e_i(\eta) d\eta + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i)^2}{k_i}, \quad (10)$$

where  $\hat{d}_i, i = 1, 2, \dots, N$  are positive constants,

$Q \in R^{n \times n}$  is a positive definite matrix to be determined later. The time derivative of  $V$  along the solution of the equation of system (7) is

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\dot{e}_i^T(t) e_i(t) + e_i^T(t) \dot{e}_i(t)) - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i} \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N (e_i^T(t) Q e_i(t) - e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau)) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (A(t) e_i(t) + \tilde{h}_i + u_i)^T e_i(t) + e_i^T(t) (A(t) e_i(t) \\
 &\quad + \tilde{h}_i + u_i) + \sum_{i=1}^N (e_i^T(t) Q e_i(t) - e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau)) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (A(t) + A(t)^T + 2Q) e_i(t) + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \tilde{h}_i \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) u_i - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i}
 \end{aligned}$$

By substituting the adaptive controllers (8) and the update laws (9) into the previous equation, one may derive

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A(t) + A(t)^T}{2} + Q \right) e_i(t) + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \tilde{h}_i \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N d_i e_i^T(t) e_i(t) - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i) e_i^T(t) e_i(t) \\
 &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A(t) + A(t)^T}{2} + Q - \hat{d}_i I_{n \times n} \right) e_i(t) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \tilde{h}_i - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \\
 &\quad - \sum_{i=1}^N (d_i - \hat{d}_i) e_i^T(t) e_i(t).
 \end{aligned}$$

From Assumption 1 and Assumption 2, and by choosing  $Q = \beta I_{n \times n}$ , with constant  $\beta > 0$ , one gets

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A(t) + A(t)^T}{2} + (\beta - \hat{d}_i) I_{n \times n} \right) e_i(t) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_i(t)\| \cdot \|e_j(t - \tau)\| - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \\
 &\leq \sum_{i=1}^N (\alpha + \beta - \hat{d}_i) \|e_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_i(t)\| \cdot \|e_j(t - \tau)\| \\
 &\quad - \sum_{i=1}^N \beta \|e_i(t - \tau)\|^2 \\
 &= e^T (\text{diag}\{\alpha + \beta - \hat{d}_1, \dots, \alpha + \beta - \hat{d}_N, -\beta, \dots, -\beta\} + P) e,
 \end{aligned}$$

where  $e = (\|e_1(t)\|, \|e_2(t)\|, \dots, \|e_N(t)\|, \|e_1(t - \tau)\|, \|e_2(t - \tau)\|, \dots, \|e_N(t - \tau)\|)^T \in R^{2N}$ ,  $P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Gamma}{2} \\ \frac{\Gamma^T}{2} & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\Gamma = (\gamma_{ij})_{N \times N}$ .

$$\dots, \|e_N(t - \tau)\|)^T \in R^{2N}, P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Gamma}{2} \\ \frac{\Gamma^T}{2} & 0 \end{pmatrix}, \Gamma = (\gamma_{ij})_{N \times N}.$$

So one can select suitable constants  $\hat{d}_i, i = 1, 2, \dots, N$  and  $\beta > 0$  to make  $\text{diag}\{\alpha + \beta - \hat{d}_1, \dots, \alpha + \beta - \hat{d}_N, -\beta, \dots, -\beta\} + P$  be a negative definite matrix. This implies that  $d_i, i = 1, 2, \dots, N$ , are uniformly bounded, and the error dynamical system (5) is locally asymptotically stabilized by the controllers (8) and update laws (9), i.e.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i(t)\| = 0, i = 1, 2, \dots, N$ . Consequently the synchronous solution of delayed dynamical network (2) is locally asymptotically stable. The proof is thus completed.

When  $s(t)$  is an equilibrium point, due to the stabilization criteria is delay-independent, it is easy to see that the adaptive controllers (8) and update laws (9) can also synchronize the following network with different time delays

$$\dot{x}_i = f(x_i, t) + h_i(x_1(t - \tau_1), x_2(t - \tau_2), \dots, x_N(t - \tau_N)) + u_i \quad (1)$$

where  $\tau_i > 0, i = 1, 2, \dots, N$  are coupling delays. So we have the following corollary.

**Corollary 1:** Suppose Assumption 1 and Assumption 2 hold. Then the equilibrium of delayed dynamical network (11) is locally asymptotically stable under the adaptive controllers (8) and updating laws (9).

**Proof:** The proof is quite similar to that of theorem 1, and thus omitted here.

### 3.2. Global Results

We consider global synchronization problem in this subsection, we only focus on a particular form of network models:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_i &= A x_i(t) + g(x_i, t) \\
 &\quad + h_i(x_1(t - \tau), x_2(t - \tau), \dots, x_N(t - \tau)) + u_i,
 \end{aligned} \quad (2)$$

where  $g: R^n \times R^+ \rightarrow R^n$  is an unknown smooth nonlinear function, and  $A \in R^{n \times n}$  is a constant matrix and can be zero. The error system associated with (12) is

$$\dot{e}_i(t) = A e_i(t) + \tilde{g}(x_i, s, t) + \tilde{h}_i + u_i, \quad (13)$$

with  $\tilde{g}(x_i, s, t) = g(x_i, t) - g(s, t)$ .

**Assumption 3:** [17] Suppose that there exist unknown but nonnegative constants  $\mu_i, i = 1, 2, \dots, N$ , such that  $\|\tilde{g}(x_i, s, t)\| \leq \mu_i \|e_i\|$ .

The following theorem gives a global synchronization criterion of the delayed network (12).

**Theorem 2:** Suppose that Assumption 2 and Assumption 3 hold. Then the adaptive controllers

$$u_i = -d_i e_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (14)$$

and update laws

$$\dot{d}_i = k_i \|e_i\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

globally synchronize the network (12).

**Proof:** Construct the Lyapunov functional candidate,

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) e_i(t) + \sum_{i=1}^N \int_{t-\tau}^t e_i^T(\eta) Q e_i(\eta) d\eta + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i)^2}{k_i}, \quad (16)$$

where  $\hat{d}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  are positive constants, and

$Q \in R^{n \times n}$  is a positive definite matrix to be determined later. The time derivative of  $V$  along the solution of the error system (13) is

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\dot{e}_i^T(t) e_i(t) + e_i^T(t) \dot{e}_i(t)) - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i} \\ &\quad + \sum_{i=1}^N (e_i^T(t) Q e_i(t) + e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau)) = \end{aligned}$$

By Assumption 2 and Assumption 3, one can get

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A + A^T}{2} + Q \right) e_i(t) + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) u_i \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \mu_i \|e_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_i(t)\| \|e_j(t - \tau)\| \\ &\quad - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i} \\ &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A + A^T}{2} + Q \right) e_i(t) + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \tilde{g}(x_i, s, t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \tilde{h}_i + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) u_i - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \frac{(d_i - \hat{d}_i) \dot{d}_i}{k_i} \end{aligned}$$

Substituting (14) and (15) into the inequality above, yields

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left( \frac{A + A^T}{2} + Q + (\mu_i - \hat{d}_i) I_{n \times n} \right) e_i(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_i(t)\| \|e_j(t - \tau)\| - \sum_{i=1}^N e_i^T(t - \tau) Q e_i(t - \tau) \end{aligned}$$

Let  $\delta$  be a constant such that  $\|A\| \leq \delta$ . Thus

$$\left\| \frac{A + A^T}{2} \right\| \leq \delta. \text{ Choose } Q = \beta I_{n \times n}, \text{ which yields}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N (\alpha + \mu_i + \beta - \hat{d}_i) \|e_i(t)\|^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \gamma_{ij} \|e_i(t)\| \|e_j(t - \tau)\| \\ &\quad - \sum_{i=1}^N \beta \|e_i(t - \tau)\|^2 \\ &= e^T (\text{diag}\{\alpha + \mu_1 + \beta - \hat{d}_1, \dots, \alpha + \mu_N + \beta - \hat{d}_N, -\beta, \dots, \\ &\quad -\beta\} + P) e. \end{aligned}$$

where  $e$ ,  $P$  are defined as in Theorem 1.

One can select suitable constants  $\hat{d}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  and  $\beta > 0$  to make  $\text{diag}\{\alpha + \mu_1 + \beta - \hat{d}_1, \dots, \alpha + \mu_N + \beta - \hat{d}_N, -\beta, \dots, -\beta\} + P$  a negative definite matrix. This implies that  $d_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , are uniformly bounded, and the error dynamical system (13) is globally asymptotically stabilized by the adaptive controllers (14) and update laws (15), i.e.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i(t)\| = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Thus the proof is complete. Corresponding to Corollary 1, because of the stabilization criteria is delay-independent, the adaptive controllers (14) and update laws (15) can also stabilize the network (12) with different time delays when  $s(t)$  is an equilibrium point.

#### 4. Illustrative Example

To show the proposed synchronization criteria, we consider an uncertain dynamical network with coupling delay of 50 identical chaotic Chen's oscillators. A single Chen's oscillators is described by

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix},$$

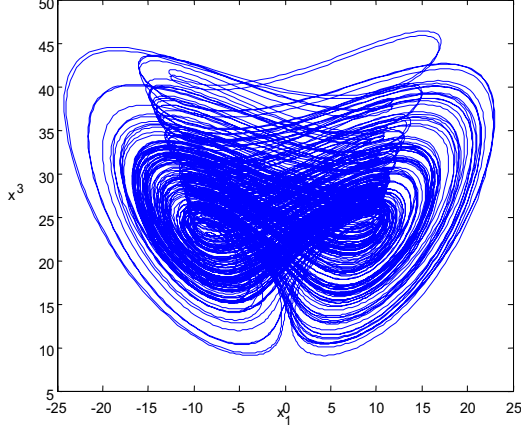
where

$$A = \begin{pmatrix} -p_1 & p_1 & 0 \\ p_3 - p_1 & p_3 & 0 \\ 0 & 0 & -p_2 \end{pmatrix}.$$

It is known [22] that with the parameters  $p_1 = 35$ ,  $p_2 = 3$ ,  $p_3 = 28$ , the solution of the trajectory of a single Chen's oscillators approaches a chaotic attractor, as shown in Figure 1.

Here we consider a nearest-neighbour coupled ring lattices as an example. The entire dynamical network is described by the following state equations:

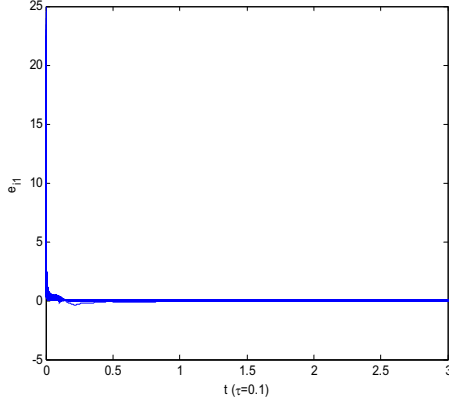
$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{x}_{i1} \\ \dot{x}_{i2} \\ \dot{x}_{i3} \end{pmatrix} &= A \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ x_{i2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -x_{i1} x_{i3} \\ x_{i1} x_{i2} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} f_1(x_i(t - \tau)) - 2f_1(x_{i+1}(t - \tau)) + f_1(x_{i+2}(t - \tau)) \\ 0 \\ f_2(x_i(t - \tau)) - 2f_2(x_{i+1}(t - \tau)) + f_2(x_{i+2}(t - \tau)) \end{pmatrix} + u_i \end{aligned} \quad (17)$$


 Figure 1: The  $x_1$ - $x_3$  plot of single Chen's oscillators.

where  $x_{51} := x_1$ ,  $x_{52} := x_2$ ,

$$f_1(x_i(t-\tau)) = x_{i2}(t-\tau) - x_{i1}(t-\tau),$$

$$f_2(x_i(t-\tau)) = x_{i1}(t-\tau)x_{i2}(t-\tau) - 3x_{i3}(t-\tau)$$


 Figure 2: Synchronization error  $e_{i1}$  of the delayed network with  $\tau=0.1$ .

It is well known that such networks are very hard to synchronize. Now, we synchronize the network (17) by design of the adaptive controller as proposed in the previous section. Similarly to [20], Assumption 2 and Assumption 3 are hold. Let

$$u_i = -d_i e_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

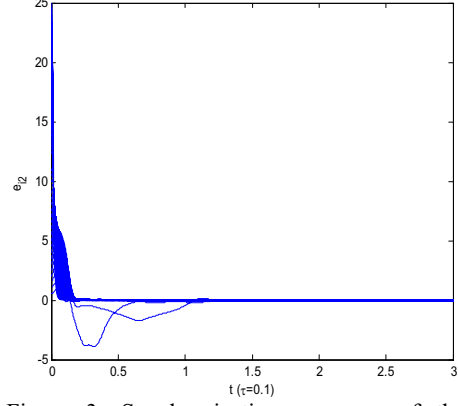
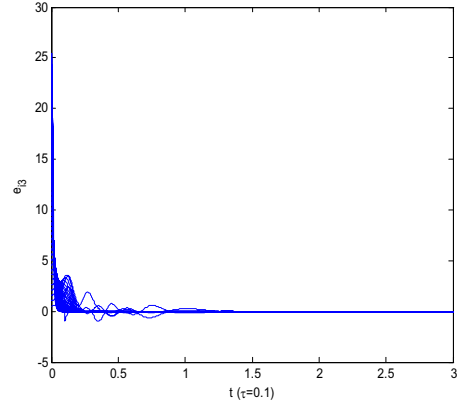
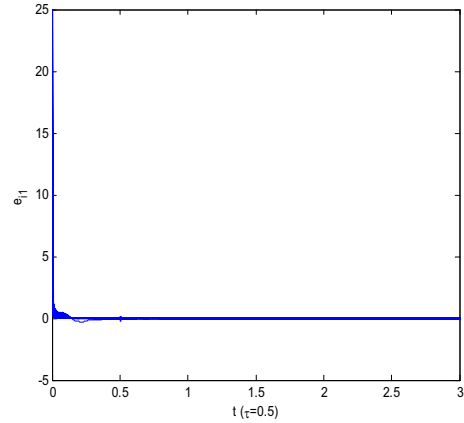
and

$$\dot{d}_i = k_i \|e_i\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$

where  $k_i = 10$ ,  $d_i(0) = 1$ , and let  $s(0) = (4, 5, 6)$ .

According to Theorem 2, the synchronous solution of delayed dynamical network (17)-(19) is globally asymptotically stable.

Figures 2 through Figure 7 show the synchronization error  $e_{i1}, e_{i2}, e_{i3}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 50$ , for  $\tau = 0.1$  and  $\tau = 0.5$  with the same controller, respectively.


 Figure 3: Synchronization error  $e_{i2}$  of the delayed network with  $\tau=0.1$ .

 Figure 4: Synchronization error  $e_{i3}$  of the delayed network with  $\tau=0.1$ .

 Figure 5: Synchronization error  $e_{i1}$  of the delayed network with  $\tau=0.5$ .

Apparently, the zero error is asymptotically stable for delayed dynamical network (17)-(19). These simulation results indicate that the coupling delays make some obstacle to the synchronization of the complex networks. Indeed the response performance is degraded as the time delays increase larger and larger. However, asymptotic stability remains preserved.



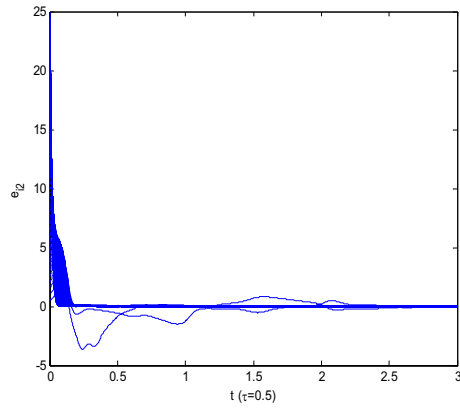


Figure 6: Synchronization error  $e_{i2}$  of the delayed network with  $\tau=0.5$ .

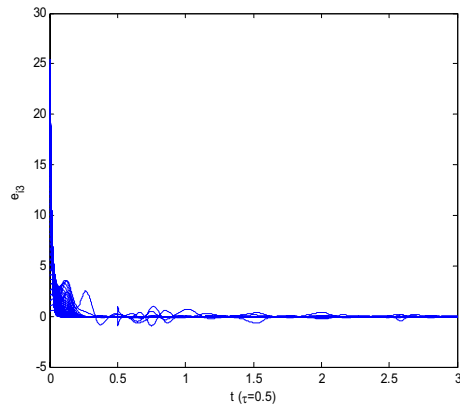


Figure 7: Synchronization error  $e_{i3}$  of the delayed network with  $\tau=0.5$ .

## 5. Conclusion

This paper has studied the locally and globally adaptive synchronization of delayed complex dynamical networks with unknown nonlinear coupling functions. Several network synchronization criteria have been proposed by using Lyapunov stability theory. Because the controller proposed in Section 3 is delay-independent, there is no compensation to the delay coupling. To overcome the influence caused by the delay coupling, we should increase the adaptive gain  $k_i$ , which may lead to very large control signal and constrain the application of the controller. It is a challenge for the future the issue on how to find certain delay-dependent synchronization criteria.

## 6. Acknowledgement

Supported in part by the NSF of China, under the Grant No. 60574013, and by Dogus University Fund for Science.

## 7. References

- [1] Albert, R. and A.L. Barabasi (2002). Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.*, 74, 47–91.
- [2] Wang, X.F. (2002). Complex networks: topology, dynamics and synchronization. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 12, 885–916.
- [3] Wang, X.F. and G. Chen (2003) Complex networks: small-world, scale-free, and beyond. *IEEE Trans. Circuits Sys. Mag.*, 3, 6–20.
- [4] Strogatz S.H. (2001) Exploring complex networks, *Nature*, 410, 268–276.
- [5] Li, X. (2005). Sync in complex dynamical networks: stability, evolution, control, and application. *Int. J. Computational Cognition*, 3, 16–26.
- [6] Kaneko, K. (1992). *Coupled Map Lattices*. World Scientific, Singapore.
- [7] Chua, L.O. (1998). *CNN: A Paradigm for Complexity*, Singapore. World Scientific, Singapore.
- [8] Wu, C.W. and L. O. Chua (1995). Synchronization in an array of linearly coupled dynamical systems. *IEEE Trans. Circuits & Syst.-I*, 42, 430–447.
- [9] Wu, C.W. (2002). *Synchronization in Coupled Chaotic Circuits and Systems*. World Scientific, Singapore.
- [10] Wang, X.F. and G. Chen (2002a). Synchronization in small-world dynamical networks. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 12, 187–192.
- [11] Wang, X.F. and G. Chen (2002b). Synchronization in scale-free dynamical networks: Robustness and fragility. *IEEE Trans. Circuits & Syst.-I*, 49, 54–62.
- [12] Gade, P.M. and C.K. Hu (2000) Synchronous chaos in coupled map with small-world interactions. *Phys. Rev. E*, 62, 6409–6413.
- [13] Hong, H. Choi, M.Y. and B.J. Kim (2002). Synchronization on small-world networks. *Phys. Rev. E*, 65, 026139.
- [14] Jost, J. and M.P. Joy (2002). Spectral properties and synchronization in coupled map lattices. *Phys. Rev. E*, 65, 060–201.
- [15] Barahona, M. and L.M. Pecora (2002). Synchronization in small-world systems. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 054–101.
- [16] Rangarajan, G. and M. Ding (2002). Stability of synchronized chaos in coupled dynamical systems. *Phys. Lett. A*, 296, 204–209.
- [17] Li, C. and G. Chen (2004). Synchronization in general complex dynamical networks with coupling delays. *Phys. A*, 343, 263–278.
- [18] Lv, J. and G. Chen (2005). A time-varying complex dynamical network model and its controlled synchronization criteria. *IEEE Trans. Automatic control*, 50, 841–846.
- [19] Chavez, M., D.U. Hwang, A. Amann, H. Hentschel, and S. Boccaletti (2005). Synchronization is enhanced in weighted complex networks. *Phys. Rev. Lett.*, 94, 218–701.
- [20] Zhou, J., J. Lu and J. Lv (2006). Adaptive synchronization of an uncertain complex dynamical network. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 51, 652–656.
- [21] Li, Z. and G. Chen (2004). Robust adaptive synchronization of uncertain dynamical networks. *Phys. Lett. A*, 324, 166–178.
- [22] Chen, G. and T. Ueta (1999). Yet another chaotic attractor. *International journal of Bifurcation and Chaos*, 9, 1465–1466.

# Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi

A. Teoman Naskalı<sup>1</sup>, Ahmet Onat<sup>2</sup>, Ozan Mutluer<sup>3</sup>

Sabancı Üniversitesi Mekatronik  
MDBF Orhanlı Tuzla 34956, İstanbul

<sup>1</sup>teoman@su.sabanciuniv.edu

<sup>2</sup>onat@sabanciuniv.edu

<sup>3</sup>ozanmutluer@su.sabanciuniv.edu

## Özetçe

Ağ bağlantılı kontrol sistemlerinin endüstriyel alandaki ihtiyaçları karşılayan çeşitli avantajları vardır. Uygulamalar karmaşılaştıkça ağ bağlantılı kontrol sistemlerinin kullanımının kaçınılmaz hale gelmesi beklenmektedir. Ancak haberleşme ağının neden olduğu belirsiz gecikmeler ve veri kayıpları, çevrim dinamiklerini olumsuz etkilemekte ve kararsızlıklara sebep olabilmektedir.

Bu çalışmada veri gecikmesi ve kaybı ile algılayıcı güdültüsü gibi ideal olmayan durumlarda da çalışabilen bir ağ bağlantılı kontrol sistem mimarisi tanıtılacaktır. Yapı olarak, kontrol edilen sistemin bir modelinin, kontrolörün de içinde bulundurulması sayesinde haberleşme ağının neden olduğu kayıplar ve gecikmelerin kompanse edilmesi sağlanmaktadır. Model sayesinde, öngörölmüş kontrol çıktıları hesaplanıp haberleşme gerçekleşemediği durumlarda sistemin bunlarla kontrolü sayesinde yüksek derecede veri kayıplarında bile kararsızlığın önlenmesi amaçlanmaktadır. Önerilen yöntemde kontrol edilen sistemin durumu ile kontrolör içindeki modelin durumunun eşleştirilmesi önemli bir problem haline gelmektedir. Bu yapı bilgisayar, kontrol ve haberleşme dallarının özelliklerini kullanarak her birinin eksikliğini tamamlamaya yönelik olup, çeşitli kontrol metodlarıyla kullanılmaya açıktır.

Önerilen Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi (MODOKOS) benzetim yolu ile bir doğru akım motorunun kontrolüne uygulanmıştır. Normal ağ bağlantılı kontrol sistemin kararlılığını bozucu gecikme ve kayıplar varken bile önerilen sistem altında kontrol uygulandığında kararlı çalışma bozulmamış ancak referans girişine olan cevabın geciktiği gözlenmiştir.

## 1. Giriş

Son yıllarda sayısal kontrol sistemlerinin önemi artmış ve sıradan uygulamalarda bile kullanılmaya başlanmıştır. Sayısal yaklaşım sayesinde kontrolörün karar verme yetisi artıp sistemde değişiklikler yapılması da kolayca mümkün olur. Aynı zamanda standart parçaların değişik işlere uygulanması sayesinde maliyetin düşmesi ve uygulamaların daha kolay yapılabilmesi mümkün olur.

Ağ bağlantılı kontrol sistemlerinde (ABKS) kontrol çevrimi bir haberleşme ağı üzerinden kapatılır. Kontrolör ve kontrol edilen sistem fiziksel olarak birbirinden ayrıdır. Bu sistemlerde

algılayıcı ve eyleyiciler de aynı ağa bağlı ve bir miktar hesap kapasitesi olan birer bilgisayar düğümleridir.

Bir ABKSde algılayıcı bilgisayar düğümleri kontrol edilen sistemin çıkışlarını sabit aralıklarla ölçüp ağ üzerinden kontrolöre göndermekle yükümlüdürler. Eyleyici düğümler de kontrolörden alınan kontrol sinyallerini uygun eyleyicilerle kontrol edilen sisteme uygularlar. Kontrolör düğümleri ise algılayıcı düğümlerden aldıkları bilgiye ve bir kontrol algoritmasına dayanarak hesapladıkları kontrol çıktısını, kontrol edilen sisteme uygulanmak üzere eyleyici düğüme gönderirler.

Ancak tasarımın karmaşıklığı ve haberleşmedeki gecikmeler ABKSnin dezavantajlarıdır. Belirsiz gecikme ve kayıplara neden olan haberleşme ağının kontrol çevrimine dahil edilmesiyle ABKSnin analiz ve tasarım karmaşıklığı artar; bunların kontrol üzerindeki etkilerinin bulunması gereklidir.

Bir ABKSde, haberleşme protokolüne bağlı olan ve genelde sabit ve hatta sınırlı olmayan üç temel gecikme düşünülebilir: Algılayıcı ve kontrolör düğümleri arasında örnekleme anı  $t_k$  sırasında olan haberleşme gecikmesi:  $\tau_{sc}(t_k)$ , aynı örnekleme anı sırasında kontrolör düğümündeki hesaplama gecikmesi:  $\tau_c(t_k)$  ve de kontrolör ve eyleyici birimleri arasında oluşan haberleşme gecikmesi:  $\tau_{ca}(t_k)$ . Bu gecikmeler ağıdaki haberleşme yükü, mesajların öncelikleri ve elektriksel güdültü gibi etkilere bağlıdır.

Algılayıcı ve eyleyicinin içindeki işlemlerden dolayı olan gecikmeler de  $\tau_s(t_k)$  ve  $\tau_a(t_k)$  şeklinde gösterilebilir, ancak bunlar  $\tau_{sc}(t_k)$  ve  $\tau_{ca}(t_k)$  içine katılmış olarak düşünülebilirler.

Algılamadan eyleyici çıkışına kadarki gecikmeler de yukarıdaki gecikmelerin toplamı olarak gösterilebilir:

$$\tau(t_k) = \tau_{sc}(t_k) + \tau_c(t_k) + \tau_{ca}(t_k) \quad (1)$$

## 2. Genel Bilgi

Ağ bağlantılı kontrol sistemleri konusunda yapılan çalışmaların bir kısmı kararlılığı iyileştirmeye yöneliktir [1, 2, 3]. Dead-band alanında yapılan çalışmalar [4], tekrarlanan bilgilerin gönderilmesini sınırlayarak yapılması gereken haberleşmenin miktarını azaltmaya yöneliktir [5]. Ancak bu çalışmalarda haberleşmenin kayıpsız olduğu varsayılmaktadır. Ohnishi tarafından önerilen kazanç adaptasyonu [6] ve ağ izleyicileri [7] yöntemleri haberleşme ağının durumunu takip edip gecikmenin kontrol algoritması üzerindeki etkisini karşılayacak şekilde kazanç değerini değiştirecek şekilde çalışmaktadır.

Ancak ağdaki gecikmelerin simetrik ve değişimlerinin yavaş olduğunu varsaymaktadır. Gecikme hakkında bir ön bilgi olduğu varsayılmaktadır.

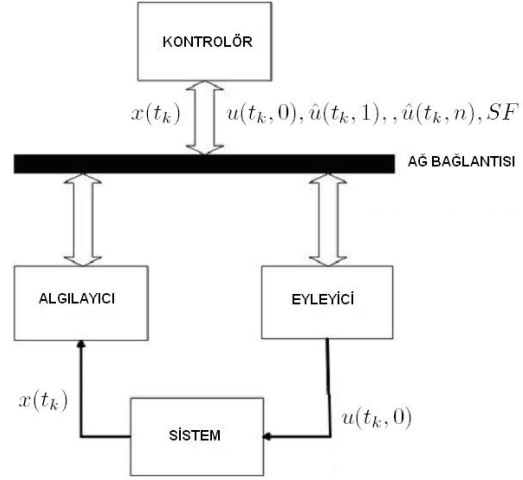
Benzer durumlarda model öngörülü kontrol (model predictive control, MPC) da kullanılabilir [8, 9] ama bunlar kontrolör ve eyleyici arasında doğrudan bağlantı olduğunu varsaydıklarından tam anlamıyla ABKS oldukları söylenemez. Bunun nedeni algılayıcıdan kontrolöre olan bağlantıda bir aksaklık olursa, öngörülere temel olacak bilginin ortadan kalkmasıdır. Aynı zamanda referans sinyali için bir ön bilgi olduğu da varsayılmaktadır.

Bu problemleri çözebilmek için bu çalışmada basit bir ABKS'nin performansını değişen gecikmeler ve kayıplar altında iyileştiren bir yöntem önerilmektedir. Mimarinin temel ABKS mimarisi olduğu ve doğrudan bağlantıların bulunmadığı varsayıldığından bu yöntem var olan ABKS'lere de uygulanabilir. Gerçek uygulamalarda mümkün olmayacağından, referans sinyalinin önceden bilindiği varsayımı burada da yapılmamıştır.

### 3. Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi

Bu çalışmada ağ bağlantılı kontrol sisteminin veri kayıpları altında kararlılığının bozulmasını geciktirmek için yeni bir mimari önerilmiştir. Bunu başarabilmek için kontrol edilen sistemin bir modeli kontrolörün içinde bulundurulmakta ve sisteme olan kontrol çıkışının şimdiki ve gelecekteki birkaç örnekleme zamanı için öngörülen değerleri hesaplanmaktadır. Daha sonra tüm bu değerler eyleyici düğüme her örnekleme anında bir kere olmak üzere yollanır ve bunların ilki sisteme uygulanır. Kontrolör düğümünden eyleyici düğüme bilgi ulaşmadığı takdirde, daha önceden yollanan tahmini değerler eyleyici düğüm tarafından kontrol edilen sisteme uygulanır. Sistemin adı da buradan gelmektedir: Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi(MODOAKOS). Genel mimarisi BAKOS ile aynı olan MODOAKOS Şekil 1'de görülmektedir.

Önerilen kontrol sistemi beş kısımdan oluşmaktadır: *Haberleşme ağı*: Bu kısımda paket kaybı ve gecikme tamamen rastlantısal oluşmaktadır; ağlardaki kayıpların korelasyonlu olmalarına karşın benzetim için tamamen rastlantısal bir davranış benimsenmiştir. *Algılayıcı düğüm*: Bu kısmın temel amacı algılama ve sistemin  $x(t_k)$  durumlarını kontrolöre yollamaktır. *Kontrolör düğümü*: Bu kısım kontrol çıkışları olan  $u(t_k, i)$  veya  $\hat{u}(t_k, i)$ 'yi içeren kontrol paketi  $Pt(t_k)$ 'yi oluşturup eyleyiciye gönderir. Burada  $u(t_k, i)$  algılayıcıdan gelen veri üzerine hesaplanan kontrol çıkışını,  $\hat{u}(t_k, i)$  ise algılayıcıdan veri gelmemesi durumunda veya ileriye yönelik öngörülen kontrol çıkışını gösterir;  $t_k$  paketin oluşturulduğu örnekleme zamanı ve  $i$ ,  $t_k$  anında ileriye yönelik olarak öngörülen kontrol çıkışının sıra numarasıdır;  $u(t_k, i)$ ,  $t_k$  anından sonraki  $i$ nci örnekleme anında uygulanması öngörülen çıkıştır. *Kontrol edilen sistemin modeli*: Bu model algılayıcı düğümünden kontrolör düğümüne kontrol edilen sistemin durum değişkenleri  $x(t_k)$  ulaştığı zaman ilklendirilir. Bunun nedeni model durumları ile gerçek sistem arasında eşlik sağlamaktır. *Haberleşme geçekleşemediğinde ise*, var olan durumda bir sonraki örnekleme zamanına iterasyon yapılarak yeni durum bulunur. *Eyleyici düğüm*: Bu düğüm kontrolör düğümü



Şekil 1: Modele dayalı öngörülü ağ bağlantılı kontrol sistemi yapısı

tarafından üretilip gönderilmiş olan kontrol çıkışı  $u$  veya öngörülen kontrol çıkışını  $\hat{u}$  her örnekleme zamanında sisteme uygular. Her bilgisayar düğümünde periyodik işler çalışır. Geç paketler kayıp varsayılır.

Algılayıcı ve eyleyici arasındaki paket kaybı kontrolör düğümündeki öngörü ile telafi edilirken, kontrolör düğümü ve eyleyici düğümü arasındaki paket kaybı da eyleyici düğümünde bir seçme algoritması ve öngörülmuş kontrol çıkışlarının uygulanması ile telafi edilir.

Kontrol algoritmasının sistem durumunun  $x(t_k)$  türev değerlerini ilgilendiren kısımları algılayıcı düğümünde hesaplanır çünkü ağdaki paket kaybı nedeniyle türev değerlerinin kontrolör düğümündeki sürekliliği garantilenemez. Daha sonra sistem durumu ve türev değerleri bir veri paketi içine yerleştirilir ve kontrolör düğümüne yollanır.

Kontrolör düğümü, algılayıcı düğümünden bu verileri alıp modelin başlangıç şartları olarak kullanır. Eğer bir veri kaybı olmuşsa kontrolör düğümü sistem modeli  $\hat{P}$  ve  $x(t_{k-1})$  terimlerini kullanarak  $t_k$  zamanı için öngörülmuş sistem durumu  $\hat{x}_{t_k-1}(t_k)$  terimini oluşturur. Bu öngörüler yapılırken kontrolör düğümünden eyleyici düğümüne olan bağlantının bir önceki zaman aralığında kırılmadığı varsayılır. Kırılmış ise, ölçüm değerleri yerine öngörü değerleri kullanılır.

Kontrol çıkışlarının hesaplanmasında ölçülen durum mu yoksa öngörülen durum mu kullanıldığı önemlidir. Çünkü eğer öngörülen durum kullanılıyorsa kontrolör eyleyici arasında veri kaybı olması ihtimali nedeniyle kontrol edilen sisteme uygulanmış olan son kontrol çıkışının ne olduğu belirsizdir. Örneğin eğer bir kontrol paketi kaybolursa, kontrolör düğümü  $u(t_k, 0)$ 'ın sisteme uygulandığını varsayar ve hesaplamalarını buna göre yapabilir, ama aslında  $\hat{u}(t_{k-1}, 1)$  uygulanmış olabilir. Bu, sistem ve modeli arasındaki uyumluluğun kaybolmasına yol açar. Bu nedenle kontrol çıkışının hesabında hangi verinin kullanıldığı algılayıcı bayrağı  $SF$  adı altında kontrol paketine eklenir. Kontrol çıktıları algılayıcıdan gelen sistem du-

rumu kullanıldıysa bire tersi durumda  $SF$  sıfıra çekilir.

Kontrolörde  $x(t_k)$  veya  $\hat{x}_{t_{k-1}(t_k)}$ ye bir kontrol yöntemi uygulanır ve kontrol çıkışı  $u(t_k, 0)$  elde edilir. Takiben  $u(t_k, 0)$ ,  $\hat{P}$  ve  $x(t_k)$ a uygulanır ve  $t_{k+1}$  için öngörülen durumlar  $\hat{x}_{t_k}(t_{k+1})$  bulunur ve bununla tahmin edilen bir sonraki kontrol çıkışı  $\hat{u}(t_k, 1)$  hesaplanır. Bu işlem  $n$  defa  $\hat{u}(t_k, n)$  elde edilene dek tekrarlanır.  $Pt(t_k)$  paketi  $t_k$  zamanında hazırlanır ve  $n + 1$  kontrol çıkışı ile bir algılayıcı bayrağından oluşur:  $u(t_k, 0), \hat{u}(t_k, 1), \dots, \hat{u}(t_k, n), SF$ . Paket ağ bağlantısı üzerinden eyleyici düğüme yollar. Şekil 1 ağ paketlerinin içeriğini ve AKOS içindeki ilişkilerini anlatır. Tahmin sayısı  $n$ , şu özelliklere göre seçilir: Modelin doğruluğu, paket boyutunun ağ bağlantısını fazla yüklememesi ve eldeki işlem gücü.

Eyleyici düğüm kontrol düğümünden gelen sinyalleri sisteme uygular. Ama verilen bir örnekleme zamanı için elde birden fazla kontrol çıkışı olduğundan bir seçim yapılması gerekmektedir ve bu seçim sistem ve modelin durumları arasındaki uyumluluk baz alınarak yapılır. Bu uyumluluk eyleyici tarafından paketin zamanında ulaşması ve paketin içindeki  $SF$  bayrağı kullanılarak algılanır. Eyleyici düğümünün iki durumu vardır, uyumlu kip ve kesilmiş kip.

**Uyumlu Kip:** Uyumlu kip, model durumunun sistem durumu ile eş olduğunun varsayıldığını belirtir. Eyleyici düğümü uyumlu kipteyken kontrolör düğümünden  $t_k$  zamanında bir kontrol paketi alırsa bu paketten gelen kontrol çıkışı sisteme uygulanır. Algılayıcı bayrağı bir ise bu değer  $u(t_k, 0)$ , sıfır ise  $\hat{u}(t_k, 0)$ dir. Algılayıcı bayrağının sıfır seviyesi uyumlu kipteyken dikkate alınmaz. Ancak uyumlu kipteyken paket kaybı olmuşsa sisteme  $\hat{u}(t_{k-1}, 1)$  uygulanır ve eyleyicinin durumu kesilmiş kipe çevrilir. Eyleyici senkronize moda sadece bir seviyesinde  $SF$  içeren paket ulaştığı zaman döner.

**Kesilmiş kip:** Eğer eyleyici kesilmiş kipte iken sıfır seviyesinde  $SF$  içeren bir kontrol paketi gelirse, paket değerlendirilmez; eyleyici kesilmiş kipe girmeden önce gelen en son paketteki öngörülüş kontrol çıkışları birbiri ardına kullanılır. Paketlerin reddedilmesinin nedeni ise kontrol çıkışları üretilirken kontrolör eyleyici bağlantısında paket kaybı olmadığının varsayılmasıdır. Ama bir önceki paket kesinlikle kaybolduğundan en son ulaşan sıfır  $SF$ li paketteki kontrol çıkışları doğru olmayabilir. Bir  $SF$ li paket gelince uyumlu kipe geçilir.

## 4. Sonuçlar

Teklif edilen yöntem, ağ bağlantılı gerçek zamanlı sistemleri test etmek için hazırlanmış bir Matlab eki olan TrueTime [10, 11] kullanılarak bilgisayar benzetimleri ile sınanmıştır. TrueTime, bilgisayar sistemlerinin benzetimini komut seviyesinde, haberleşme ağlarının benzetimini ise veri aktarım seviyesinde yapar. Bu nedenle benzetimlerin gerçek hayata yakın olduğu söylenebilir.

Kontrol edilen sistem olarak, aşağıdaki transfer fonksiyonu ile tanımlanan DC motor kullanılmıştır.

$$G(s) = \frac{1000}{s(s+1)} \quad (2)$$

Aşağıdaki denklemler kullanılarak bir PD kontrolör yapılmıştır:

$$KP(t_k) = K(r(t_k) - y(t_k)) \quad (3)$$

$$KD(t_k) = \alpha_d KD(t_k - 1) + \beta_d (y(t_k - 1) - y(t_k)) \quad (4)$$

$$\alpha_d = \frac{T_d}{N_h + T_d} \quad (5)$$

$$\beta_d = \frac{NKT_d}{N_h + T_d} \quad (6)$$

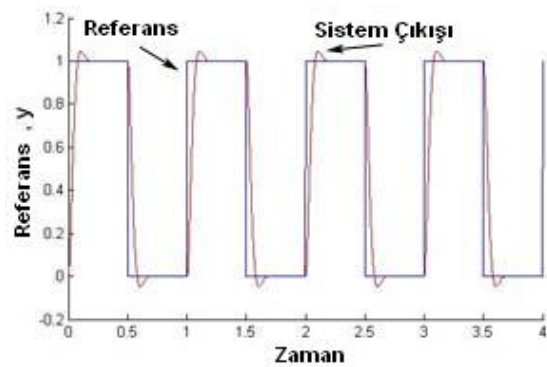
$$u(t_k) = KP(t_k) + KD(t_k) \quad (7)$$

Burada,  $r(t_k)$ ,  $y(t_k)$ ,  $u(t_k)$  sırasıyla referans, sistem çıkışı ve kontrol çıkışı;  $KP(t_k)$ ,  $KD(t_k)$  ise kontrolün orantısız ve türev bileşenleri,  $K$  orantısız kazanç ve  $t_k$ , örnekleme zamanıdır. Ayrıca  $N$ ,  $N_h$ ,  $\alpha_d$  ve  $\beta_d$  sabit katsayılarıdır. Sistem çıkışı  $y(t_k)$ nın değeri  $Hx(t_k)$  ile bulunur. Burada  $H$  sistem çıkış matrisi ve  $x(t_k)$  sistemin  $t_k$  durumudur.

Önerilen kontrol sistemi bir basit Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi(bAKOS) ile karşılaştırılmıştır. Basit AKOSda sadece algılayıcı düğüm periyodik olarak girişi örnekler. Kontrolör ve eyleyici düğümleri ise olay güdümlü çalışır ve sadece ağdan kontrol çıkışını hesaplamak ve bunu sisteme uygulama amaçlı bir mesaj geldiği zaman işlerler. Performans ölçütü olarak referans ve sistem çıkışı arasındaki ortalama karesel hata (RMS; OKH)kullanılır.

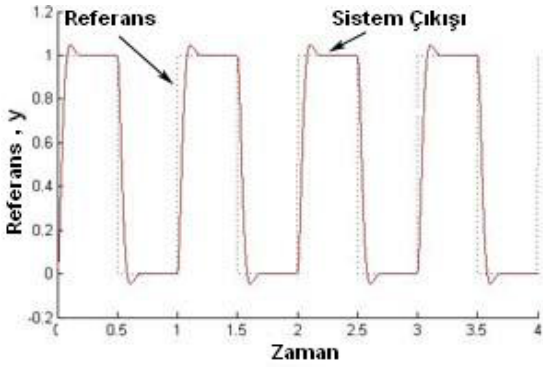
### 4.1. Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Uygulanması

Denklem 2deki sürekli zaman sistem modelinin durum uzayı betimlemesi 0.01 saniyelik bir örnekleme zamanı ile ayrıştırılır. Ağ bağlantısının düğümler arasında veri paketlerini göndermek için yeterli zamanının olması için kontrolör düğümü algılayıcı düğümünden 0.001 saniye sonra ve eyleyici düğümü kontrolör düğümünden 0.001 saniye sonra işlemeye başlar. Tezin doğruluğunu görebilmemiz için benzetimler mükemmel bir model ile yapılmıştır. Daha ileride mükemmel olmayan modellerin etkisi de incelenecektir. İdeal koşullar ve paket kaybı olmadığı durumlarda MODOAKOS ve bAKOS yaklaşık aynı sonuçları vermektedirler: Şekiller 2 ve 3.



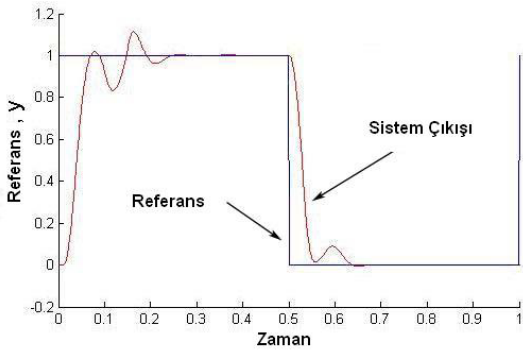
Şekil 2: Basit AKOS, ideal koşullar OKH: 0.2324

Paket kaybı arttıkça performanstaki bozulmanın arttığı da gözlemlenmektedir. Ancak kontrol kalitesindeki düşmenin nedeni iki sistem için farklıdır. Basit AKOStaki OKH artışının sebebi Şekil 6da görüldüğü gibi kararlılık kaybıdır ve nedeni paket gecikmelerinin yarattığı çevrim gecikmesidir. Diğer taraftan MODOAKOSdaki OKH artışının nedeni paketler



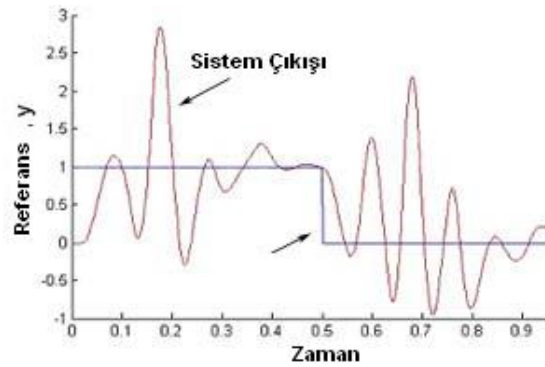
Şekil 3: MODOAKOS, ideal koşullar OKH: 0.23252

ulaşmasa bile önceden hesaplanmış bir kontrol çıkışının sisteme uygulanmasıdır. Bu durumda referans değeri değişse bile sistem eski bir referansa doğru kontrol edilebilmektedir. Referanstaki bu bozulma Şekil 9da açıkça görülebilir. Bu Şekilde referans sinyal ve sistem çıkışı ile kontrol paketinden kullanılan öngörülen kontrol çıkış değeri sıra numarası  $i$  birlikte gösterilmiştir. Daha iyi görülmesi için öngörü değeri -4 kadar kaydırılmıştır. Eyleyici senkronize moda tekrar girdiğinde sistemin referansı yakaladığı ve eyleyici düğümünün referansa gitmek için senkronize moda kalmasına gerek olmadığı görülebilir. Sistemimizin benzer araştırmalarda olduğu gibi [9] önceden bilinen bir referans sinyaline sahip olmadığına dikkat edilmelidir. Basit AKOSun performansı MODOAKOSdan daha hızlı bir şekilde bozulur. Aşırı paket kaybında bile bAKOSda kararlılık bozulurken MODOAKOSda kararlılığın bozulmadığı görülmektedir(Şekil 9). Performanstaki düşüş şu şekillerde görülebilir: 4- 6.

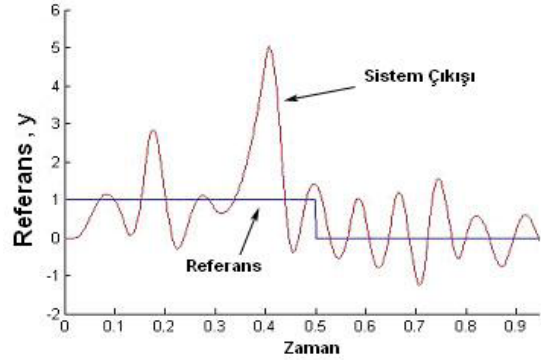


Şekil 4: Basit AKOS %10 paket kaybı OKH: 0.23876

Sistemin performansını gürültü altında incelemek için, eyleyici düğümün sisteme uyguladığı kontrol çıkışına sınırlı bant genişlikli beyaz gürültü eklenir. Bunun sistemde kararlılığı bozucu başka bir etkisi daha vardır: Sisteme koyulan gerçek kontrol sinyali hesaplanandan farklı olduğu için, sistem ve model durumlarının uyumluluğu tehlikeye girer. Sinyale eklenen gürültünün gücü sinyalin dinamik erimi ile orantılıdır. Gürültünün gücü ve sinyal arasında bir bağlantı sağlamak için, gürültünün gücü ideal ağ bağlantısı ile üretilen kontrol çıkışının



Şekil 5: Basit AKOS %20 paket kaybı OKH:0.66509



Şekil 6: Basit AKOS %30 paket kaybı OKH:1.023

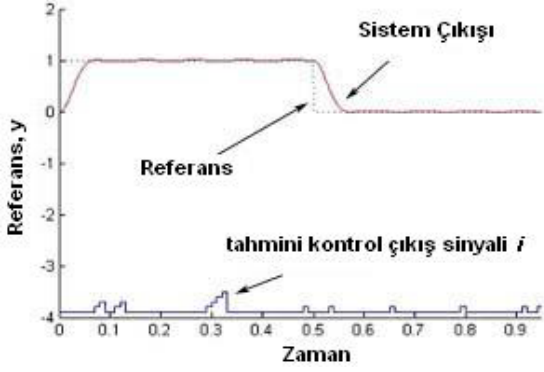
OKH değerinin bir oranı olarak belirtilmiştir.

$$u_n(t_k) = u(t_k) + n(t_k) \quad (8)$$

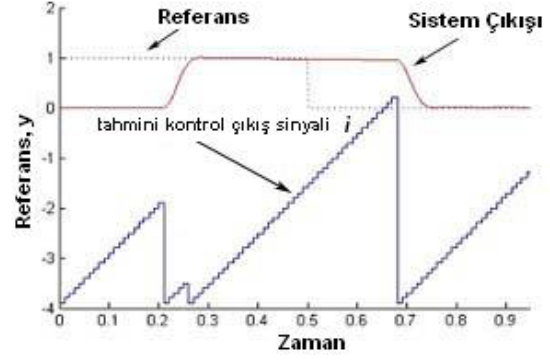
Burada  $u(t_k)$  kontrol çıkışı,  $n(t_k)$  gürültü terimi,  $u_n(t_k)$  gürültü eklenmiş kontrol çıkışı terimidir. Gürültü fonksiyonu  $n(t_k) = f(u_{RMS} * C_n)$  sınırlı bant genişlikli beyaz gürültü üretir. Gürültünün gücü bir parametredir. Sabit katsayı  $C_n$  gürültüyü gösterir ve  $u_{RMS}$  ise istatistiksel olarak belirlenen unun OKH değeridir. Bu gürültü yarı rastlantısal olsa da değişik sistemlerin aynı koşullarda benzetim yapılabilmesini sağlamak için bu çalışmada aynı başlangıç değeri kullanılmıştır. Şekil 10da gürültü, hesaplanmış kontrol çıkışı ve kontrol çıkışı görülebilir.

Kayıpsız ideal koşullarda bAKOSun performansı MODAKOS ile neredeyse aynıdır. Ancak paket kaybı yüzünden oluşan hatanın gürültü yüzünden oluşan hatayı aştığı ve sistemin kararlılığını yitirdiği görülür.

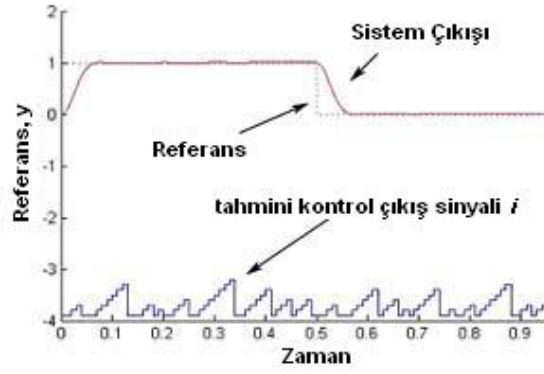
Düşük seviyeli gürültünün %60 paket kaybına kadar kararlılığı bozmadığı görülür. Şekil 11de MODOAKOSun paket kaybı olmayan bir ağıdaki performansı ve Şekil 12da % 60 paket kaybı altındaki performansı karşılaştırılabilir. Yüzde 70 paket kaybindan sonra gürültünün kontrol kalitesi üzerindeki etkisi görülmeye başlar. Geri besleme gürültünün etkisini azaltsa da, yüksek oranda paket kaybı geri besleme çevriminin kapatılmasını engeller. Bu nedenle paket kaybının artışı sis-



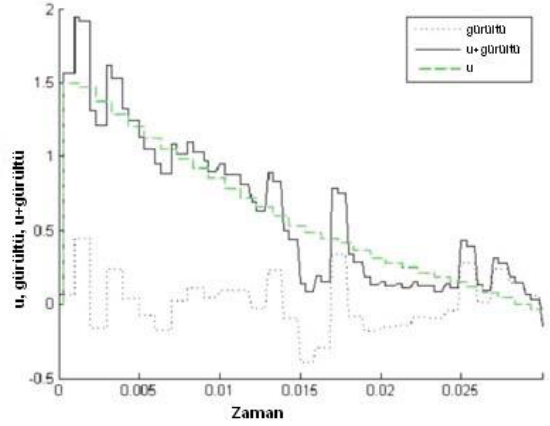
Şekil 7: MODOAKOS %10 paket kaybı OKH: 0.22644



Şekil 9: MODOAKOS %90 paket kaybı OKH: 0.65153



Şekil 8: MODOAKOS %50 paket kaybı OKH: 0.22644



Şekil 10: Gürültü ve  $u$  üzerindeki etkisi

temin gürültüye karşı koyma yetisini azaltır.

Şekil 13de MODOAKOSın 0.001 gürültü ve %70 paket kaybı altındaki performansı ile birlikte en son ulaşan paketin sinyal numarası görülmektedir. Burada kontrol kalitesinin en kötü olduğu zamanda(benzetimin 0,8nci saniyesinde) kontrolör düğümünden eyleyici düğümüne olan uyum 0,06 saniye için kırılır. Bu nedenle sistem 0,06 saniye boyunca açık sistem gibi çalışır. Bunun anlamı eyleyici düğümü kontrolör düğümünden 60 paket karşılamadığıdır. Sistem gürültüye rağmen kararlılığını yitirmemiştir. Bu nedenle tanıttığımız metodun gürültülü ortamda veri kaybına karşı iyileşme sağladığını söyleyebiliriz. Basit AKOS burada böyle bir iyileşme gösteremediği için gösterilmemiştir.

Seğirmenin etkisi ise [12]de incelenmiştir.

## 5. Vargı

Bu çalışmada yeni bir ağ Bağlantılı kontrol sistemi olan Modele Dayalı Öngörülü Ağ Bağlantılı Kontrol Sistemi (MODOAKOS) tanıtılmıştır. Modern bilgisayarların hızlı işlem yeteneklerini kullanarak gerçek zamanlı olmayan haberleşme ağları üzerinden kontrolü mümkün kılmıştır. Metot algılayıcı ve eyleyici düğümler üzerindeki hesap kapasitesinden yararlanarak kontrol edilen sistem ile kontrolör üzerindeki modelinin durum değişkenlerinin eş tutulabilmesini sağlamaktadır. Kontrolör durumlarının bir kısmı algılayıcı üzerinde işlenerek

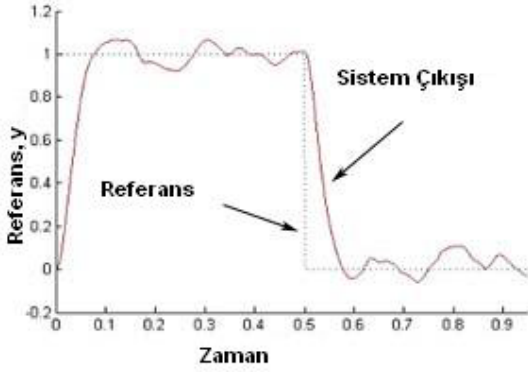
veri kaybının ardından normal bağlantıya geçiş sırasında da eşleşmenin sorunsuz olması sağlanmaktadır.

MODOAKOS metodu kontrol edilen sisteme uygulanacak çıktılarının öngörülmesinde bir modelden yararlanmakta ve ileriye yönelik belirli sayıda bir dizi kontrol sinyali oluşturulmaktadır. Bu sinyaller eyleyici düğüme gönderilerek orada koşturmakta olan bir durum makinesi sayesinde (kontrol edilen sistem ve modelinin durumları arasındaki eşlik bozulmayacak şekilde) uygulanacak kontrol sinyali seçilir. Kontrolör ve eyleyici düğümleri arasındaki haberleşme bağlantısı koparsa eyleyici düğüm en son ulaşan veri paketindeki öngörülüş kontrol çıktılarını kullanarak paket kaybının etkileri azaltılır. Bu koşullarda eyleyici düğüme veri ulaşmadığından referanstaki değişiklikler de takip edilemez.

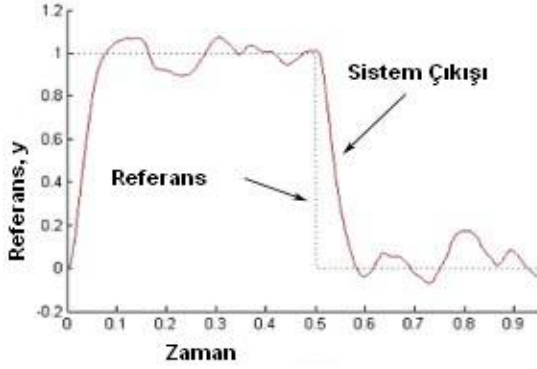
Önerilen metodun çeşitli özellikleri bir DC motor üzerinde yapılan benzeşimlerle incelenmiştir. Veri gecikmesi ve kaybının kararlılık üzerindeki etkilerinin BAKOSa göre daha az olduğu ve referansı takipte yaşanan bir gecikme olarak ortaya çıktığı görülmüştür. Her ne kadar uygulanan adımsal referans sinyalinde önemsiz gibi görünse de sürekli değişen referans sinyallerinde bu etki önemli hale gelebilir. Gürültünün etkisi ise paket kayıpları ve gecikmenin da az olduğu durumlarda düşük olmakta ancak kayıplar arttığında geri besleme çevrimi kesildiğinden, daha etkili hale gelmektedir.

Burada yapılan çalışmada kullanılan sistemden farklı





Şekil 11: MODOAKOS 0.001 gürültü altında %0 paket kaybı OKH:0.22726



Şekil 12: MODOAKOS 0.001 gürültü altında %60 paket kaybı OKH:0.2421

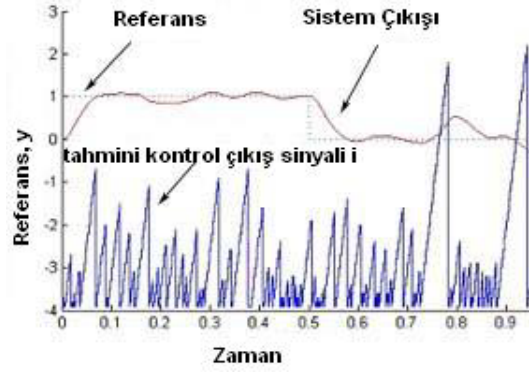
olarak açık çevrim kararsız sistemlerin de incelenmesi planlanmaktadır.

Halihazırda MODOAKOSun endüstriyel bilgisayarlar ve gerçek zamanlı Linux kullanılarak gerçek bir DC motorun kontrolü için uygulanması çalışmaları sürmektedir.

Bu araştırma, TÜBİTAK tarafından 106E155 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] M.S. Branicky, S.M. Phillips, and Wei Zhang. Scheduling and feedback co-design for networked control systems. *IEEE Conference On Decision and Control*, 2(41):1211–1217, December 2002.
- [2] M. S. Branicky, V. Liberatore, and S. M. Phillips. Networked control system co-simulation for co-design. *American Control Conference*, 4:3341–3346, June 2003.
- [3] Q Ling and M. Lemmon. Robust performance of soft real-time networked control systems with data dropouts. *IEEE Conference On Decision and Control*, December 2002.
- [4] P Otanez, J. Moyne, and D. Tilbury. Using deadbands to reduce communication in networked control systems. *American Control Conference*, 2000.
- [5] J. Yook, D. Tilbury, and N. Soparkar. Performance evaluation of distributed control systems with reduced communications. *IEEE Control Systems Magazine*, 21(1):84–99, 2001.
- [6] C. Mo-Yuen and Y. Tipsuwan. Gain adaptation of networked dc motor controllers based on qos variations. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(5):936–943, October 2003.
- [7] K. Natori and K. Onishi. Time delay compensation by communication disturbance observer in bilateral teleoperation systems. *Advanced Motion Control 2006*, pages 218 – 223, March 2006.
- [8] J.B. Rawlings. Tutorial overview of model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(3):38–52, June 2000.
- [9] G. P. Liu, J. X. Mu, and D. Rees D. Networked predictive control of systems with random communication delay. *UKACC International Conference on Control*, September 2004.
- [10] D. Henriksson, A. Cervin, and K. Årzén. Truetime: Real-time control system simulation with matlab/simulink. *Proceedings of the Nordic MATLAB Conference*, October 2003.
- [11] D. Henriksson, A.Cervin, and K. Arzen. Simulation of control loops under shared computer resources. *Proceedings of the 15th IFAC World Congress on Automatic Control*, July 2002.
- [12] A. Teoman Naskali and A. Onat. Jitter analysis of model based predictive networked control system. *6th WSEAS International Conference on APPLIED COMPUTER SCIENCE*, December 2006.
- [13] J. K. Yook, D. M. Tilbury, H. S. Wong, and N. R. Soparkar. Trading computation for bandwidth: State estimators for reduced communication in distributed control systems. *Proceedings of 2000JUSFA 2000 Japan-USA Symposium on Flexible Automation*, July 2000.
- [14] J. Yook, D. Tilbury, K. Chervela, and N. Soparkar. Decentralized, modular real-time control for machining applications. *American Control Conference*, pages 844–849, 1998.



Şekil 13: MODOAKOS 0.001 gürültü altında %70 paket kaybı OKH:0.27542

# Networked Control System Architectures: Switching $H_\infty$ Controllers

*Dan Ma<sup>1</sup>, Jun Zhao<sup>1</sup>, Mile J. Stankovski<sup>2</sup>, and Georgi M. Dimirovski<sup>2,3</sup>*

<sup>1</sup>Northeastern University of Shenyang, School of Information Science and Engineering  
Shenyang 110004, Liaoning, P.R. of China  
madan1900@126.com, zhaojun@ise.neu.edu.cn

<sup>2</sup>SS Cyril and Methodius University, Faculty of Electrical Eng. & Information Technology  
1000 Skopje, Rep. of Macedonia  
milestsk@mt.net.mk

<sup>3</sup>Dogus University of Istanbul, Department of Computer Engineering  
Acibadem, Zeamet Sk. 21, Kadikoy, 34722 Istanbul, Rep. of Turkey  
gdimirovski@dogus.edu.tr

## Abstract

This paper deals with the problem of stabilization and disturbance attenuation for a class of networked control systems under the disturbance and packet dropout in the transmission channel. A condition for exponential stabilization of networked control systems under a given switching rule is presented by multiple Lyapunov-like functions. A switching  $H_\infty$  controller for compensating packet dropout and attenuating disturbance is designed by means of linear matrix inequalities. Switching impulse is considered in order to reduce the error between theory and application. Simulation results shown demonstrate the feasibility and efficiency of the proposed method.

Keywords: Communication networks; control system architectures;  $H_\infty$  control; Lyapunov design; networked control; robustness; switching control

## 1. Introduction

By a commonly accepted definition, Networked Control Systems (NCS) are feedback control systems whose feedback paths are implemented via a real-time communication network. That is, the word is about the synergy composition of the technologies of feedback control systems and communication networks. This type of systems, in comparison with traditional control system engineering solutions, possesses the advantages of higher technological adjustability and flexibility in practical implementation schemes. In addition, NCSs allow for reduced wiring and lower installation costs as well as a ready environment for implementing computer process control systems and embedded controls.

Examples of such systems appear in remote survey [1], telerobotics [2], unmanned aerial vehicles [3], remote control laboratory [4-5]. Also in comparison with traditional control system engineering solutions, in NCSs inevitably the packet dropouts occasionally occur because of node failure or buffer

overflows due to congestion. For instance, the UDP/IP socket does not guarantee the delivery of data packets. In addition, disturbance and noise occur in the transmission channels always. In real-time systems such as control systems, data transmission failure and disturbance will degrade the performance of the control, and moreover can even make the overall system unstable.

Thus an appealing and interesting problem in NCS is to design a suitable controller under constraints imposed by the communication network. The study of NCS so far has been mainly focused on stability analysis with network induced delay, and the design of compensators for delays so as to stabilize systems [2], [8]-[10]. However, results for NCS with the case of packet dropouts [3], [6], [11] comparably less in the existing literature.

Generally, packet dropouts can be modelled from either stochastic or deterministic point of view. A simplest stochastic model is assuming that dropouts are realizations of Bernoulli process in [3]. A Poisson process to model stochastic dropouts is used in continuous time [6] control systems. In the deterministic respect, the available data in the past is often used, which simplifies the description of systems. However, in real time systems, it may degrade the stability of systems. Various disturbances, including additive noise and multiplicative noise make transmission process fail and even brings packet dropout.

As far as the disturbance attenuation is concerned, an analysis of  $L_2$ -gain property for a discrete-time switched system using average dwell time method is given in [12], but the design of  $H_\infty$  controllers is not even mentioned. In [7], a systematic method for networked control system design specifically for handling constraints of the networked realization for linear time-invariant control has been proposed. The results mainly focus on the stability of observers under various transmission situations in the discrete time domain. The design of controllers and the consideration of disturbance in the transmission channel, however, are not covered.



In this paper, we present a general framework of continuous-time switched systems for networked control systems with disturbance and packet dropouts in the transmission channel for  $H_\infty$  control design. All components, including sensors, actuators, and controllers, are assumed to be connected through a network transmission channel. We assume that the transmission channel may serve multiple users hence there may be time periods during which some sensor data is unavailable to the controller. The case where the transmission delay is compensated via relevant methods [8, 9] is considered, and where the controller receives no data whenever the channel is busy. In this study, in the presence of disturbance and packet dropouts, switching  $H_\infty$  controllers under which the system is globally exponentially stabilized with  $H_\infty$  disturbance attenuation are derived. The switching impulse is also considered, which reduces the conservativeness of the derived results.

## 2. Problem Formulation

We consider the networked feedback control system the architecture of which is depicted in Figure 1. The networked control system comprises a closed loop control system via a network transmission channel that is part of a communication network..

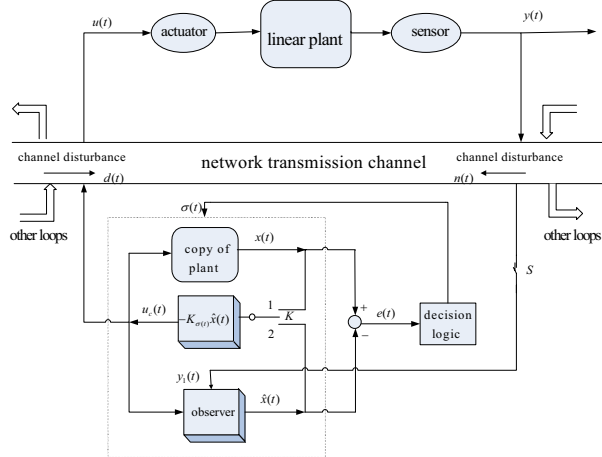


Figure 1: Architecture of networked control systems with switching controllers.

The plant process to be controlled can be modelled as a continuous-time linear time-invariant system

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

where  $x(t) \in R^n$  is the state variable,  $u(t) \in R^m$  is control input,  $y(t) \in R^p$  is observed output. System matrices  $A, B, C$  have compatible dimensions.

It should be noted that the controllers' configuration, as depicted in Figure1, is fed in either by the output of the copy of the controlled process (called open-loop estimator) or by the state observer (called close-loop estimator) depending on

the position of the key  $K$ . Thus, if  $K$  is switched to 1, we use the following open-loop estimator:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu_c(t) \\ u_c(t) = -K_1\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

Otherwise, we use the following close-loop estimator:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu_c(t) + J(y_1(t) - C\hat{x}(t)) \\ u_c(t) = -K_0\hat{x}(t) \end{cases} \quad (3)$$

Symbols  $K_0, K_1$  denote controller gains while  $J$  denotes observer gain. In addition, the controller is complemented with a state resetting mechanism as follows.

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{cases} A\hat{x}(t) + Bu_c(t), & \text{if } K=1, \\ A\hat{x}(t) + Bu_c(t) + J(y_1(t) - C\hat{x}(t)), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

This resetting mechanism can be realized by introducing signal  $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow \{0, 1\} = P$ , which is generated by a decision logic device in the controlling equipment. If  $S$  is open, it means the controller receives no data from network; if otherwise, the controller receives data from transmission channel, and then the decision logic equipment gives a logic signal depending on the error size. This is to be discussed in the subsequent section.

In turn, systems (2) and (3) can be lumped into a general framework model represented as follows:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu_c(t) + J(1 - \sigma(t))(y_1(t) - C\hat{x}(t)) \\ u_c(t) = -K_{\sigma(t)}\hat{x}(t) \end{cases} \quad (5)$$

As seen from Figure 1, transmission of the signals suggests the following representations:

$$y_1(t) = y(t) + n(t), \quad (6)$$

$$u(t) = u_c(t) + d(t), \quad (7)$$

where  $n(t), d(t) \in L_2[0, +\infty)$  represent the respective additive noise that occur in the transmission channel. Notice that here we also assume  $u_c(t)$  and  $y(t)$  are transmission delay compensated input and output to the plant process. The transmission error of the system is given by means of:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t). \quad (8)$$

Transmission error  $e(t)$  may be brought in by packet dropouts or disturbance. Its characteristic depends on network..

Further, we assume further the packet dropouts probability  $0 \leq p \leq 1$  is given. Set  $\sigma(t) = 1$  ( $K$  is closed to 1), if  $e(t) \geq -1 + 2p$ , and  $\sigma(t) = 0$  ( $K$  is closed to 2) if otherwise. In this case, we may assume equipment with a threshold  $e(t) = -1 + 2p$  that can generate logic switching signal  $\sigma(t)$ . If  $e(t) < -1 + 2p$ , it implies no packet dropouts, and if otherwise  $\sigma(t) = 1$  ( $K$  is closed to 1).

In what follows the resetting state of the copy of the plant representation is used. Thus, let define  $z(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix}$  as the augmented state vector. Then the close-loop control system is represented by

$$\dot{z}(t) = A_\sigma z(t) + B_\sigma w(t), \quad (9-a)$$

where the system matrices are given as follows:

$$A_\sigma = \begin{pmatrix} A - BK_{\sigma(t)} & BK_{\sigma(t)} \\ 0 & A - JC(1 - \sigma(t)) \end{pmatrix}, \quad (9-b)$$

$$B_\sigma = \begin{pmatrix} B & 0 \\ B & -J(1 - \sigma(t)) \end{pmatrix}. \quad (9-c)$$

Notice that these are matrices with piecewise constant functions.

In there above,  $w(t) = \begin{pmatrix} d(t) \\ n(t) \end{pmatrix}$  denotes the existing

disturbances. The controlled output of the closed-loop system is thus described by means of

$$y(t) = C_\sigma z(t), \quad (10)$$

where  $C_\sigma = (C \ 0)$ .

It should be noted that system (9) cannot determine what happens to  $\hat{x}(t)$  at the switching time instants. A rule must therefore be specified to determine the value of  $\hat{x}(t)$  immediately after a switching takes place. Such a rule may take on the general form

$$\hat{x}(t) = R_c(\sigma(t), \sigma(t^-))\hat{x}(t^-) \quad (11)$$

where  $R_c(p, q) : P \times P \rightarrow \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$  is called a *reset map matrix*. Therefore the close-loop system can be represented by means of the switched system

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = A_\sigma z(t) + B_\sigma w(t) \\ y(t) = C_\sigma z(t) \end{cases} \quad (12)$$

with switching impulse at the switching time

$$z(t) = R(\sigma(t), \sigma(t^-))z(t^-), \quad (13-a)$$

where

$$R(p, q) = \begin{pmatrix} I_{n_p} & 0 \\ 0 & R_c(p, q) \end{pmatrix}, \quad p, q \in P. \quad (13-b).$$

In the next section, the conditions that guarantee the exponential stability of switched system will be found by determining the reset map matrix and designing the controller for the switching signal as discussed in above and for every bounded piecewise continuous exogenous input  $d(t)$  and  $n(t)$ . Also  $z(t)$  to decay to zero whenever  $d = n = 0$  is the imposed requirement.

### 3. A Study of Disturbance Attenuation

For this purpose, first the following two definitions are needed.

**Definition 1.** When  $w = 0$ , the system (12) is said to be globally exponentially stable (with an exponential decay rate  $\lambda$ ) if  $\|z(t)\| \leq ce^{-\lambda(t-t_0)}\|z(t_0)\|$  holds for some constants  $c, \lambda > 0$  and  $t \geq t_0 \geq 0, x_0 \in B_h$  ( $B_h$  is a ball centred at the origin with radius  $h$ ).

**Definition 2.** If the inequality

$$\int_0^t y^T(s)y(s)ds \leq \gamma^2 \int_0^t w^T(s)w(s)ds, t \in [0, \infty)$$

holds for  $\gamma > 0$  and for all  $w(t) \in L_2[0, +\infty)$  when  $z(0) = 0$ , then the system (11) is said to be stabilizable with  $H_\infty$  disturbance attenuation  $\gamma$ .

The main new theoretical result is given below.

**Theorem 1.** When  $w = 0$ , the system (12)–(13) is exponentially stable (with an exponential decay rate  $\lambda$ ) and stabilizable with  $H_\infty$  disturbance attenuation  $\gamma$  if and only if

$$A_i^T Q_i + Q_i A_i + \gamma_i^{-2} Q_i B_i B_i^T Q_i + C_i^T C_i + 2\lambda_i Q_i \leq 0 \quad (14)$$

and

$$R^T(i, j)Q_i R(i, j) \leq Q_j, \quad i, j \in P, \quad (15)$$

hold for some constants  $\lambda_i > 0$ , some given constants

$\gamma_i > 0$ , and positive definite matrices  $Q_i \in \mathbb{R}^{n \times n} : i \in P$  for every switching signal  $\sigma(t)$  that is discussed in Section 2 with  $\lambda = \min_{i \in P} \{\lambda_i\}$  and  $\gamma = \max_{i \in P} \{\gamma_i\}$ .  $\square$

**Proof:**

Firstly, we will show that the closed-loop system is exponentially stable with  $w = 0$  under the given switching rule. We defined the following Lyapunov-like functions

$$V_i(z(t)) = z^T(t)Q_i z(t), \quad i = 0, 1, \quad (16)$$

each of which decreases when the corresponding subsystem is active, and may increase when the corresponding subsystem is inactive.

When the  $i$ -th subsystem is active, (14) gives

$$A_i^T Q_i + Q_i A_i + 2\lambda_i Q_i \leq -\gamma_i^{-2} Q_i B_i B_i^T Q_i - C_i^T C_i \leq 0. \quad (17)$$

It should be noted, for the system (11), this is equivalent to

$$\dot{V}_i(z(t)) = z^T(t)(A_i^T Q_i + Q_i A_i)z(t) \leq -2\lambda_i V_i(z(t)). \quad (18)$$

We now examine the jump of the adjacent Lyapunov-like functions at the switching instant:

$$\begin{aligned} V_p(z(t)) &= z^T(t)Q_p z(t) = z^T(t^-)R^T(p, q)Q_p R(p, q)z(t^-) \\ &\leq z^T(t^-)Q_q z(t^-) = V_q(z(t^-)). \end{aligned}$$

(19)

From (18) and (19), we can conclude that

$$V_{\sigma(t)}(z(t)) \leq e^{-2\lambda(t-t_0)} V_{\sigma(t_0)}(z(t_0)), t \geq t_0. \quad (20)$$

Since the Lyapunov-like functions are quadratic and  $Q_i \in \mathbb{R}^{n \times n} : i \in P$  are positive definite, it is easy to know that

$$\|z(t)\| \leq ce^{-\lambda(t-t_0)} \|z(t_0)\| \quad (21-a)$$

with

$$c = \max_{p,q \in P} \left\| Q_p \right\| \left\| Q_q^{-1} \right\|. \quad (21-b)$$

Hence system (12)–(13) is exponentially stable for every given  $\sigma(t)$ , whenever  $w = 0$ .

Secondly, we assume  $z(0) = 0$  and define the following functions

$$W_{\sigma(t)}(z(t)) = V_{\sigma(t)}(z(t)) + \int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds, \quad (22)$$

where  $V_{\sigma(t)}(z(t))$  is Lyapunov-like function defined as (16). Differentiating it along the trajectories of (12) and (13) gives

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\sigma(t)}(z(t)) &= \dot{V}_{\sigma(t)}(z(t)) + \frac{d}{dt} \int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds \\ &= \dot{z}^T Q_i z + z^T Q_i \dot{z} + \frac{d}{dt} \int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds \\ &= (A_i z + B_i w)^T Q_i z + z^T Q_i (A_i z + B_i w) \\ &\quad + \frac{d}{dt} \int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds \\ &= z^T (A_i^T Q_i + Q_i A_i) z + 2z^T Q_i B_i w + z^T C_i^T C_i z - \gamma^2 w^T w \end{aligned} \quad (23)$$

Also, note that

$$2z^T Q_i B_i w \leq \gamma^{-2} z^T Q_i B_i^T B_i Q_i z + \gamma^2 w^T w. \quad (24)$$

From (14) and (23), we know that  $\dot{W}_{\sigma(t)}(z(t)) \leq 0$ , and this can be found equivalent to:

$$\begin{aligned} \int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds &\leq -z^T(t) Q_{\sigma(t)} z(t) = -\sum_{j=0}^t \int_j^{j+1} \dot{W}_{\sigma(t)}(z(t)) dt \\ &= -(V_{i_0}(z(t_1^-)) - V_{i_0}(z(t_0)) + \\ &\quad + V_{i_1}(z(t_2^-)) - V_{i_1}(z(t_1)) + \\ &\quad + V_{i_2}(z(t_3^-)) - V_{i_2}(z(t_2)) + \dots) \\ &= -(z^T(t_1^-) Q_0 z(t_1^-) - z^T(t_1^-) R^T(1,0) Q_0 R(1,0) z(t_1^-) + \\ &\quad + z^T(t_1) Q_1 z(t_1) - z^T(t_2^-) R^T(0,1) Q_1 R(0,1) z(t_2^-) + \dots - V_{i_0}(z(t_0))) \end{aligned} \quad (25)$$

In there,  $t_i (i = 0, 1, 2, \dots)$  denote the switching time instants. Without loss of generality, here we assume the system with closed-loop estimator is active at initial time  $t_0$ . Upon combining with (15), we have

$$\int_0^t (y^T(s)y(s) - \gamma^2 w^T(s)w(s)) ds \leq -V_{i_0}(z(t_0)) = 0, \quad (26)$$

which means that the systems (12)–(13) can be stabilizable with  $H_\infty$  disturbance attenuation  $\gamma$ .

**Remark 1:** The switching impulse is unavoidable when switch  $K$  switches between 1 and 2, which makes the jump of system states. Therefore, it is practical to consider the

switched systems with switching impulse, while this has rarely been addressed in the literature.

**Remark 2:** In practice, switch  $K$  is switched depending on whether the controller has received data from the network. Therefore, switching is not arbitrary but depending on the packet dropout probability and the transmission error size. In general, the packet dropout probability can be statistical by detecting equipment.

#### 4. Design of Switching $H_\infty$ Controller

By making use of Schur complement formula [14], we can change inequalities (14) into the following matrix inequalities

$$\begin{pmatrix} A_i^T Q_i + Q_i A_i + C_i^T C_i + 2\lambda_i Q_i & Q_i B_i \\ B_i^T Q_i & -\gamma_i^2 I \end{pmatrix} \leq 0, \quad (27)$$

where matrices  $Q_i$  are defined as follows:

$$Q_i = \begin{pmatrix} Q_i^i & 0 \\ 0 & Q_i^i \end{pmatrix} \quad (28)$$

Now observe that if  $\sigma(t) = 0$ , which means  $i = 0$ , we use close-loop estimator and this results in

$$A_0 = \begin{pmatrix} A - BK_0 & BK_0 \\ 0 & A - JC \end{pmatrix}, B_0 = \begin{pmatrix} B & 0 \\ B & -J \end{pmatrix}.$$

Then, we obtain the following matrix inequalities:

$$\begin{pmatrix} (A - BK_0)^T Q_0^i + Q_0^i (A - BK_0) & Q_0^i BK_0 & Q_0^i B & 0 \\ + 2\lambda_0 Q_0^i + C^T C & (A - JC)^T Q_0^i + Q_0^i (A - JC) & Q_0^i B & Q_0^i J \\ * & + 2\lambda_0 Q_0^i & * & * \\ * & * & -\gamma_0^2 I & 0 \\ * & * & 0 & -\gamma_0^2 I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (29)$$

Let define  $K_0 Q_1^0 = X_1, Q_2^0 = Y_1, \gamma_0^2 = m_1$ , and in turn obtain the LMI

$$\begin{pmatrix} A^T Q_1^0 - X_1^T B^T + Q_1^0 A - BX_1 & BX_1 & Q_1^0 B & 0 \\ + 2\lambda_0 Q_1^0 + C^T C & * & * & * \\ * & A Q_2^0 + Q_2^0 A - Y_1 C - C^T Y_1^T & Q_2^0 B & Y_1 \\ * & + 2\lambda_0 Q_2^0 & * & * \\ * & * & -m_1 I & 0 \\ * & * & 0 & -m_1 I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (30)$$

Solving the LMI (30) gives  $Q_1^0, Q_2^0$ , the controller gain  $K_0 = X_1 (Q_1^0)^{-1}$ , the observer gain  $J = (Q_2^0)^{-1} Y_1$ , and the disturbance attenuation  $\gamma_0 = \sqrt{m_1}$ .

Next observe that if  $\sigma(t) = 1$ , which is equivalent to  $i = 1$ , we can use the open-loop estimator which results in

$$A_1 = \begin{pmatrix} A - BK_1 & BK_1 \\ 0 & A \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} B & 0 \\ B & 0 \end{pmatrix}.$$

A similar discussion to the above gives rise to the following matrix inequalities:

$$\begin{pmatrix} (A-BK_1)^T Q_1^1 + Q_1^1 (A-BK_1) & Q_1^1 B K_1 & Q_1^1 B & 0 \\ +2\lambda_1 Q_1^1 + C^T C & & & \\ * & A^T Q_2^1 + Q_2^1 A + 2\lambda_1 Q_2^1 & Q_2^1 B & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 \\ * & * & 0 & -\gamma_1^2 I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (31)$$

Define  $K_1 Q_1^1 = X_2$ ,  $\gamma_1^2 = m_2$ , and in turn we get the following linear matrix inequality:

$$\begin{pmatrix} A^T Q_1^1 - X_2^T B^T + Q_1^1 A - B X_2 & B X_2 & Q_1^1 B & 0 \\ +2\lambda_1 Q_1^1 + C^T C & & & \\ * & A Q_2^1 + Q_2^1 A + 2\lambda_1 Q_2^1 & Q_2^1 B & 0 \\ * & * & -m_2 I & 0 \\ * & * & 0 & -m_2 I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (32)$$

The LMI problem (32) can be readily solved by Matlab, and we obtain  $Q_1^1, Q_2^1$ , the controller gain  $K_1 = X_2 (Q_1^1)^{-1}$ , and the disturbance attenuation  $\gamma_1 = \sqrt{m_2}$ . Notice that the symbol (\*) in the above derivations has been used as an ellipsis for the terms that are induced by symmetry.

When  $\sigma(t)$  switches from  $\sigma(t) = 0$  to  $\sigma(t) = 1$ , from inequality (21) and Schur complement formula [14], we obtain the following inequality:

$$\begin{pmatrix} -Q^0 & R(1,0) \\ R^T(1,0) & -(Q^1)^{-1} \end{pmatrix} \leq 0. \quad (33)$$

It is readily shown that (33) is equivalent to

$$\begin{pmatrix} -Q_1^0 & 0 & I & 0 \\ 0 & -Q_2^0 & 0 & R_c(1,0) \\ I & 0 & -(Q_1^1)^{-1} & 0 \\ 0 & R_c^T(1,0) & 0 & -(Q_2^1)^{-1} \end{pmatrix} \leq 0. \quad (34)$$

And similarly, when  $\sigma(t)$  switches from  $\sigma(t) = 1$  to  $\sigma(t) = 0$ , we get the following inequality:

$$\begin{pmatrix} -Q_1^1 & 0 & I & 0 \\ 0 & -Q_2^1 & 0 & R_c(0,1) \\ I & 0 & -(Q_1^0)^{-1} & 0 \\ 0 & R_c^T(0,1) & 0 & -(Q_2^0)^{-1} \end{pmatrix} \leq 0. \quad (35)$$

Upon applying the solutions of LMIs (30) and (32), we can proceed further by solving these LMIs (34) and (35), and obtain the reset map matrices  $R(1,0)$  and  $R(0,1)$ .

## 5. Illustrative Example

We consider a system of the class of linear plants (1). Consequently, as discussed in Section II, the controller is described by (5) where:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.3 \end{pmatrix}, C = (1 \quad 4), \\ d(t) = n(t) = \sin x(t).$$

Upon choosing  $\lambda_0 = 0.9, \gamma_0 = 2$ , we can solve the inequality (30) to obtain:

$$Q^0 = \begin{pmatrix} 6.4508 & -3.4943 & 0 & 0 \\ -3.4943 & 11.3561 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.2410 & -2.2599 \\ 0 & 0 & -2.2599 & 9.1160 \end{pmatrix}.$$

In turn, the controller and the observer gains are

$$K_0 = (1.4083 \quad 9.8803), J = (0.9500 \quad 1.5114)^T.$$

Upon choosing  $\lambda_1 = 0.4, \gamma_1 = 5$ , we can solve the inequality (32) to obtain:

$$Q^1 = \begin{pmatrix} 53.1184 & -15.8255 & 0 & 0 \\ -15.8255 & 22.5715 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 74.9676 & -15.7077 \\ 0 & 0 & -15.7077 & 19.4373 \end{pmatrix}.$$

Then the controller gain is found

$$K_0 = (11.4627 \quad 5.9295).$$

Thereafter, by using (34) and (35), the reset map matrices are found as follows:

$$R(1,0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.4367 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.4367 \end{pmatrix} = R(0,1)$$

From the above results, we find  $c = 5.7177$  and  $\lambda = 0.4$  in the expression (21). Thus define the obtained dropout rate  $0 \leq p \leq 1$ . If transmission error is satisfied with  $e(t) \geq -1 + 2p$ , then we make use of  $\sigma(t) = 1$ ; if otherwise  $\sigma(t) = 0$  is used.

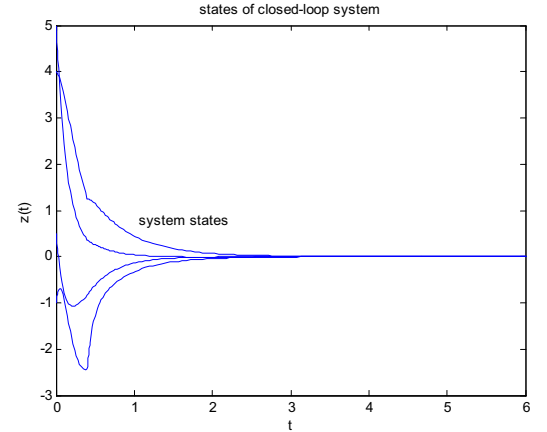


Figure 2: Plant system states for the case  $p = 0.05$

Finally, computer simulation investigation was also carried out using Matlab-Simulink. In Figure 2, there are depicted the time histories, i.e. the evolutions, of the controlled system states for the case  $p = 0.05$  in the closed loop.

## 6. Conclusion

The exponentially stabilizable case with  $H_\infty$  disturbance attenuation for networked control system in the presence of packet dropouts and disturbance in the transmission channel has been thoroughly studied. We have used multiple Lyapunov-like functions to derive sufficient conditions for exponentially stabilizable continuous-time plant case in the closed-loop employing switching and possessing  $H_\infty$  disturbance attenuation in the presence of dropouts. The actual solution to the control design has been found via appropriate transformation into LMI solvable problems. The impact of switching impulse was also taken into consideration, which is believed to narrow the gap between theory and application. The presented illustrative example and the respective simulation results clearly demonstrated both the feasibility and efficiency of the proposed design.

## 7. Acknowledgement

Supported in part by the NSF of P.R. China (grants 60574013 and 60274009), the SRFDP (grant 20020145007), and NSF of Liaoning Province (grant 20032020), by Ministry of Education & Science of R. Macedonia (grant ), and by Dogus University Fund for Science.

## 8. References

- [1] C. Meng, T. Wang, W. Chou, S. Luan, Y. Zhang, and Z. Tian, "Remote surgery case: Robot-assisted teleneurosurgery", in *Proceedings of the 2004 IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation - ICRA '04*, vol. 1, pp. 819-823. Piscataway, NJ: The IEEE, 2004.
- [2] X. J. Jing, Y. C. Wang and D. L. Tang, "Control of time-delayed tele-robotic systems: review and analysis", *Acta Automatica Sinica*. vol. 30, no. 2, pp. 214-223, 2004.
- [3] P. Seiler and R. S. Engupta, "Analysis of communication losses in vehicle control problems", in *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, pp. 1491-1496. Piscataway, NJ: The IEEE, 2001.
- [4] V. Angel, L. D. Jose, V. Marina and A. Pedro, "Virtual and remote control laboratory development", *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 35-39, Feb. 2005
- [5] H. V. Dimitrios and S. L. William, "An undergraduate laboratory for networked digital control systems", *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 60-62, Feb. 2005.
- [6] Y. Xu and J. P. Hespanha, "Estimation under uncontrolled and controlled communications in networked control systems", *IEEE Conference on Decision and Control*, Sevilla, ES. Piscataway, NJ: The IEEE, Dec. 2005.
- [7] V. Z. Peter and H. M. Richard, "Networked control design for linear systems", *Automatica*, vol. 39, pp. 734-750, 2003.
- [8] D. Yue, Q. L. Han and C. Peng, "State feedback controller design of networked control systems", *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, pp. 1-5, Jan. 2004.
- [9] Y. S. Xiong, L. Yu and S. M. Yu, "Sliding mode multiple steps predictive control for networked control systems", *Control Theory & Applications*, vol. 22, no. 2, pp. 301-306, Feb. 2005.
- [10] Y. Z. Liu and H. B. Yu, "Analysis of stability for networked control systems with large delays", *Control & Decision*, vol. 19, no. 10, pp. 1133-1136, Oct. 2004.
- [11] Q. Ling and M. D. Lemmon, "Optimal dropout compensation in networked control systems", *IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii, US, pp. 670-675. Piscataway, NJ: The IEEE, 2003.
- [12] H. Lin, G. Zhai, and P. Antsaklis, "Robust stability and disturbance attenuation analysis of a class of networked control systems", in *Proceeding of the 42<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii USA, pp. 1182-1187. Piscataway, NJ: The IEEE, 2003.
- [13] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*. New York: Birkhauser, 2003.
- [14] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia, PA: The SIAM, 1994.
- [15] G. Zhai, B. Hu, K. Yasuda and A. N. Michel, "Qualitative analysis of discrete-time switched systems", *Proceeding of the American Control Conference*, Anchorage, AK May 8-10, pp. 1880-1885, The IEEE, Piscataway, NJ, 2002:
- [16] G. Zhai, B. Hu, K. Yasuda and A. N. Michel, "Disturbance attenuation properties of time-controlled switched systems", *Journal of Franklin Institute*, vol. 338, pp. 765-779, 2001.
- [17] J. P. Hespanha, and A. Stephen Morse, "Switching between stabilizing controllers", *Automatica*, vol. 38, pp. 1905-1917, 2002.

**ÖZEL OTURUM**  
**ÇOK ROBOTLU SİSTEMLER – I**

---



# Otonom Gezgin Robotların Bağlantılı Grup Halinde Gezinimi

Ahmet Cezayirli<sup>1</sup>, Feza Kerestecioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Boğaziçi Üniversitesi, Bebek, İstanbul  
ahmet.cezayirli@boun.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Kadir Has Üniversitesi, Cibali, İstanbul  
kerestec@khas.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada hareketli otonom robot gruplarının gezinimi konu edilmiştir. Çizge kuramından alınan tanımlar robot gruplarını betimlemede kullanılmıştır. Bir yerel idare stratejisi önerilmiş ve bu strateji grup içindeki her robot tarafından uygulandığında genel sonucun tüm grubun bir noktadan başka bir noktaya bağlantılılık özelliğini kaybetmeden hareket edebildiği gösterilmiştir. Bu sonuç, robotlar arasında herhangi bir haberleşme gerektirmeden, yalnızca sınırlı-mesafeli konum algılayıcıları kullanılarak elde edilmiştir.

## 1. Giriş

Bazı işlerin tek bir robot tarafından yapılması mümkün olmayabilir, veya mümkün olsa bile verimli olmayabilir. Bu gibi durumlarda, tek bir robot yerine bir robot grubunun böyle işleri başarabileceği düşünülür. Gerçekten de, doğadaki bir takım canlı türlerinde buna benzer kolektif çalışmanın yapıldığı örnekler görmek mümkündür. Balık ve kuş sürüleri, arı ve karınca kolonileri kolektif davranışın sergilendiği örneklerin başında gelmektedir [1][2][3].

Literatürde otonom robotların işbirliğine dayalı birçok çalışma bulunmaktadır. Kolektif çalışma yapan canlı türlerini modelleyen ilk çalışmalardan birisi 1987 yılında kuş sürüleri hakkında yapılmıştır [4]. Bu çalışmada, büyük grup davranışlarının aslında her grup üyesince uygulanan basit hareket ilkeleri sonucu oluştuğu öne sürülmüştür. Bu fikrin ayrık-zaman için önemli bir uygulaması 1995'te yapılmıştır [5]. Sonraki yıllarda kolektif hareket kavramı önemli bir gelişim göstermiştir. Robot gruplarının dizilim oluşturmaları [6][7][8] ve grup davranışını sağlamak için potansiyel fonksiyon ve yapay kuvvetlerden yararlanılmasına dayalı çalışmalar mevcuttur [3][9][10]. Bazı yöntemler grup içindeki robotlar arasında sınırlı ölçüde haberleşmeye dayalıdır [11][12]. Bu kavramların gelişimi ve geçmiş çalışmaların özeti ile ilgili daha geniş bilgi [13] ve onun içinde belirtilen kaynaklarda bulunabilir.

Bu makalede, çizge kuramını kullanarak, otonom robotların bağlantılı gruplar halinde gezinimini sağlayan bir yöntem geliştirilmektedir. Önce robot gruplarının bağlantılılık tanımlanmış ve sonra yerel bir idare stratejisi geliştirilmiştir.

Bu yerel idare stratejisi grubun bağlantılılığını garanti etmektedir. Robotların haberleşme yeteneğine sahip olmadığı ve konum algılayıcılarının da sınırlı mesafeyi algılayabildiği varsayılmıştır. Gezgin robotlar ile doğadaki kümeleşen hayvan grupları arasında benzerlik kurduğumuz düşünüldüğünde, bu varsayımlar çalışmamızı daha gerçekçi kılmaktadır. Literatürde çizge kuramını kullanan başka çalışmalar da mevcuttur [14][15][16][17], ancak bildiğimiz kadarıyla, haberleşmesiz robot gruplarının bağlantılılığını garanti eden bir yöntem mevcut değildir. [15] ve [16]'da konum ve hız bilgisinden oluşan durum vektörünün ölçülebildiği ve tüm robotların birbirini algılayabildiği varsayılmıştır. Bu kaynaklardaki çalışmalar ve [18]'deki çalışma tüm hareket boyunca grup bağlantılılığını da kendi yöntemlerinin başarısı için ayrıca bir ön koşul olarak kabul etmektedir. Burada anlatılan makalede ise yalnızca sınırlı uzaklıktan konum ölçümü yapılabildiği varsayılarak değişken topolojiye sahip bir robot grubunun bağlantılı hareketi için gerekli hareket mekanizması geliştirilmiştir.

Bu makale şu şekilde düzenlenmiştir: Bölüm 2'de temel çizge kuramına dayalı problem tanımı verilmektedir. Bölüm 3'te, robotların otonom hareketleri için bir yerel idare stratejisi önermekteyiz. Bu stratejinin hesaplama maliyeti Bölüm 4'te incelenmiş ve hesaplama yükünü azaltmak için bir yöntem sunulmuştur. Önerilen yöntemin çeşitli robot grupları için sınanması Bölüm 5'te, sonuçlar ve tartışma ise Bölüm 6'da bulunmaktadır.

## 2. Problem Tanımı

Bu çalışmadaki robotların fiziksel özellikler bakımından özdeş oldukları varsayılmıştır. Robotlar arasında haberleşme bulunmamaktadır.  $R$  ile gösterilmekte olan her bir robot tüm yönlerde hareket edebilmektedir ve sınırlı-mesafeli konum algılayıcılarıyla donatılmıştır. Konum algılayıcıları, algılama uzaklığı içindeki diğer robotları yüksek doğrulukla algılayabilmektedir. Bu konum algılama işlevi, algılayan robot ile onun algılama alanı içindeki her robot arasında bir *bağlantı* oluşturur. Algılama yeteneğinin tüm yönlerde ve sürekli olduğunu varsaymaktayız. Diğer robotları algılamak, o robotları tanımak anlamında olmayıp, yalnızca onların konumlarını



belirleyebilmeyi kasetmektedir. Robotlar herhangi bir kimlik taşımadıkları gibi, bir robot kendi kimliğini (veya numarasını) dahi bilmemektedir.

Bu tür robotlardan iki ya da daha fazlası, bu çalışmada bahsedilen bir robot grubunu oluşturur. Çalışmanın devamında, böyle bir grubun gezinimini inceleyeceğiz. Aşağıdaki tanımlar çizge kuramından uyarlanmış olup, bu konuda detaylı bilgi [19] ve [20] içinde bulunabilir.

**Tanım 1** Bir **grup**  $\mathcal{G}$ , bağlantılarla birleştirilebilen  $N$  adet otonom gezgin robottan oluşan bir kümedir  $\{R_i, i = 1, \dots, N\}$ .

**Tanım 2** Grup  $\mathcal{G}$  içindeki her bir robottan diğer tüm robotlara bağlantılarla oluşturulmuş bir yol çizilebiliyorsa grup  $\mathcal{G}$  **bağlantılıdır**. Aralarında bu tür bir yol oluşturulamayan en az bir robot çifti içeren grup ise **bağlantısız** bir gruptur.

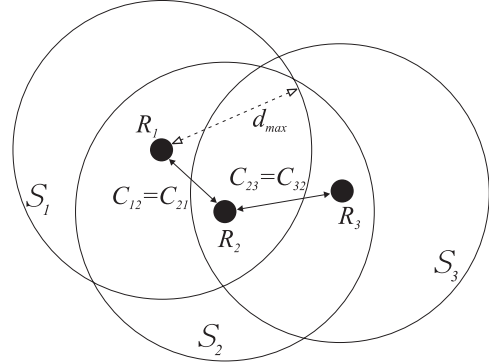
Robotlardaki konum algılayıcıları,  $d_{max}$  ile gösterilen uzaklıktan küçük bölge içindeki tüm yönlerde kesintisiz ve doğru konum bilgisi sağlamaktadır. Algılama uzaklığının sınırlı olduğunu varsaydığımızdan ve grup içindeki robot sayısı çok fazla olabileceğinden, her robot diğer tüm robotları algılayamayabilir. Bu düşünce ile, alt-grupları şöyle tanımlamaktayız:

**Tanım 3** Bir **alt-grup**  $S_i$ , robot  $R_i$  tarafından algılanan robotlar grubudur.

Grup içinde  $N$  tane robot bulunduğuna göre, tanım gereği, her robot için bir tane olmak üzere  $N$  tane alt-grup vardır.  $S_i$ , merkezinde  $R_i$  bulunan küresel bir şekle sahiptir. Şekil 1 üç robottan oluşan bir grubu göstermektedir. Şekilde,  $R_2 \in S_1$  ve  $R_1 \in S_2$  olduğu görülebilir. Bu durum,  $C_{12}$  ve  $C_{21}$  bağlantılarını oluşturur.  $R_2$  ve  $R_3$  arasındaki bağlantılar da benzer biçimde oluşturulur.  $R_2$  robotu hem  $R_1$  hem de  $R_3$  robotlarının konum bilgilerini ölçebilmekte iken,  $R_1$  ve  $R_3$  robotları, aralarındaki uzaklık  $d_{max}$ 'tan büyük olduğu için birbirlerini algılayamamaktadır.

Robot grubunun bir başlangıç konumundan bir hedef konuma doğru hareket etmesi gerekmektedir. Grup üyelerinden yalnızca bir tanesinin hedef konumu bildiğini varsaymaktayız. Hedefin konum bilgisine sahip bu robotu **grup lideri** olarak adlandıracakız ve  $R_L$  ile göstereceğiz. Lider, gruptaki diğer robotlarla tümüyle eşit fiziksel özelliklere ve yeteneklere sahiptir. Liderle diğer robotlar arasındaki tek fark, hedefin bulunduğu yön bilgisinin lidere verilmiş olması ve liderin kendi hareketini belirlerken bu bilgiyi kullanmasıdır. Bununla birlikte, bu çalışmada liderlik gizlidir. Gruptaki hiç bir robot lideri farklı bir üye gibi tanımaz. Diğer bir deyişle,  $R_L$  robotu  $R_j$  tarafından algılanabiliyorsa, yani  $R_L \in S_j$ ,  $R_j$  onu yalnızca komşularından birisi gibi görür ve  $R_L$ 'nin liderliği  $R_j$ 'nin yerel idare stratejisinde bir farklılık yaratmaz. Makalenin bundan sonraki kısmında  $N$  robotluk bir grubu, bir lider robot  $R_L$  ve  $N - 1$  adet *takipçi* robot  $R_j$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$ , olarak düşüneceğiz.

İzleyen bölümde bu tanımları kullanarak ve bir robot kümesinin bağlantılı bir grup olarak harekete başladığını varsayarak, hareketin her anında Tanım 2'ye göre grup bağlantılılığının korunacağını garanti eden ve etkili bir grup gezinimi sağlayan bir dağıtılmış idare yöntemi geliştireceğiz.



Şekil 1: Üç robottan oluşan bir grup ve alt-gruplar.

### 3. Otonom Hareket

Robotların otonom hareketini iki durumda inceleyeceğiz. Birinci durumda tüm robotlar eşzamanlı saatlere sahiptir. Her robot yalnızca kendisine ayrılmış zaman diliminde hareket edebilir. Böylece robotların hareketleri sıralı bir şekilde olur. Her bir zaman diliminde yalnızca tek bir robot hareket edebilir. Eğer bir robotun yerel idare stratejisi o robotun belli bir zaman diliminde sabit kalmasını gerektirirse, o zaman bu robota ayrılmış zaman diliminde herhangi bir hareket gerçekleşmez. İkinci durumda ise robotlar arasında bir senkronizasyona gerek yoktur. Her bir robot düzenli aralıklarla komşu robotların, yani algılayabildiği tüm robotların, konumlarını belirler ve yerel idare stratejisini uygular. Robotların eşzamanlı hareketi mümkündür.

Her iki durumda, herhangi bir  $t$  anında  $t + \Delta t$  ile bir sonraki örnekleme zamanını göstereceğiz. Burada  $\Delta t > 0$  bir robotun kendi algılama sınırları içinde kalan diğer robotların konumlarını algıladığı küçük bir zaman dilimidir. Bir  $t$  anında  $R_i$  robotunun konumunu  $X_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , ile belirleteğiz. Tüm robotlar otonom hareket ettiği için her bir robot için yerel hareket kuralları oluşturacağız. Bu çalışmada, Reynolds tarafından yapılan ön çalışmadan [4] esinlenerek bir yerel idare stratejisi önermekteyiz. Her  $t$  anında, lider  $R_L$  verilen hedef konuma doğru giderken, her takipçi robot  $R_j$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$ , kendi alt-grubundaki robotların konumlarını algılayarak kendisine yerel bir hedef konum belirler.  $R_j$  orijinde olmak üzere bunu  $R_j$ 'nin yerel koordinatlarında tanımlamak daha uygundur. Yerel koordinatlardaki konum vektörünü  $x(t)$  ile gösterelim. Kullanacağımız notasyonda  $x$  vektöründeki alt-simgesi hangi robotun koordinat çerçevesinin kullanıldığını belirtirken, üst-simgesi hangi robotun konumu olduğunu belirtecektir. Örneğin,  $R_k$  robotunun konumunu  $R_j$ 'nin koordinat çerçevesinde  $x_k^j$  ile göstereceğiz. Tanım gereği,  $R_j$ 'nin kendi koordinat çerçevesindeki yerel konum vektörü  $x_j^j$  sıfıra eşittir. Alt-grup  $S_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , içindeki robotlar için,

$$x_k^i(t) \stackrel{def}{=} X_k(t) - X_i(t), \quad k = 1, \dots, M \quad (1)$$

Burada  $M$  alt-grup  $S_i$  içindeki robotların sayısını göstermektedir. Şimdi aşağıdaki yerel idare stratejisini tanımlayabiliriz.

**Yerel İdare Stratejisi:** Her örnekleme zamanı  $t$  anında, gruptaki her robot  $t + \Delta t$  zamanı için bir hedef konum hesaplar ve bu konuma doğru hareket eder. Öyle ki,

1. her takipçi  $R_j$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$ , için hedef konum  $x_j^j(t + \Delta t)$ ,  $S_j$  içindeki robotların konumlarından hesaplanan bir maliyet fonksiyonu ( $J(x_j^j(t + \Delta t))$ ) minimize eder,
2. lider robot  $R_L$  için hareket yönü daima grubun verilen hedefi yönündedir,

ve hem  $R_L$  hem de her  $R_j$  için hareket şu kısıta tabidir:

$$\|x_i^i(t + \Delta t)\| \leq K(d_{max} - \max_k \|x_k^k(t)\|), \quad K \in \{\frac{1}{2}, 1\} \quad (2)$$

Burada  $i = 1, \dots, N$  ve  $x_k^k(t)$  (1)'te tanımlandığı gibidir. Tüm robotlar sıralı hareket ettiğinde  $K = 1$ , tüm robotlar eş zamanlı hareket etme özelliğine sahip olduğunda ise  $K = \frac{1}{2}$  alınır.

$x_k^k(t)$  ve  $x_i^i(t + \Delta t)$ ,  $R_i$ 'nin  $t$  anındaki koordinat çerçevesinde yazılmış konum vektörleridir.  $R_i$ 'nin hedeflediği konum  $x_i^i(t + \Delta t)$  (2)'te bir üst sınır tarafından kısıtlanmıştır. Bu üst sınır grubun bağlantılılığını garanti etmek için kullanılmaktadır.

Yerel idare stratejisinin uygulanması için çeşitli maliyet fonksiyonları kullanılabilir. Örneğin her takipçi robot  $R_j$  için

$$J(x_j^j(t + \Delta t)) = \max_k \|x_j^j(t + \Delta t) - x_k^k(t)\|$$

şeklinde bir maliyet fonksiyonu kullanıldığında her robot algıladığı en uzak robota olan uzaklığını azaltacak şekilde hareket eder. Bir başka olası yaklaşım ise, her robotun algıladığı tüm robotlara istenilen bir sabit uzaklık kadar yakında olmaya çalışması olabilir. Bu istenilen sabit uzaklığı  $d_0$  ( $d_0 \leq d_{max}$ ) ile gösterelim. Bu durumda her takipçi robot  $R_j$ ,  $j = 1, \dots, N - 1$ , için kullanılan maliyet fonksiyonu şöyledir:

$$J(x_j^j(t + \Delta t)) = \sum_{k=1}^M \left( \|x_j^j(t + \Delta t) - x_k^k(t)\| - d_0 \right)^2. \quad (3)$$

Grubun bağlantılılık özelliğini korumayı amaçlayarak aşağıdaki iki teoremi vereceğiz.

**Teorem 1** *N otonom gezgin robottan oluşan ve  $t = 0$  anında Tanım 2'ye göre bağlantılı olan bir  $\mathcal{G}$  grubunu düşünelim. Eğer bu gruptaki robotlar yukarıda verilen Yerel İdare Stratejisi'ne göre sıralı olarak hareket ederlerse, grup  $\mathcal{G}$   $\forall t > 0$  için bağlantılılığını korur.*

**Kanıt** Sıralı hareket nedeniyle (2) içinde  $K = 1$ 'dir. Buna göre,

$$\|x_i^i(t + \Delta t)\| + \max_k \|x_k^k(t)\| \leq d_{max}, \quad \forall i \quad (4)$$

Buradan,

$$\|x_i^i(t + \Delta t)\| + \|x_k^k(t)\| \leq d_{max}, \quad \forall i, \forall k \quad (5)$$

Üçgen eşitsizliğini kullanarak,

$$\|x_i^i(t + \Delta t) - x_k^k(t)\| \leq d_{max}, \quad \forall i, \forall k \quad (6)$$

$S_i$  içindeki robotlar  $[t, t + \Delta t]$  periyodunda hareket etmediği için,

$$\|x_i^i(t + \Delta t) - x_k^k(t + \Delta t)\| \leq d_{max}, \quad \forall i, \forall k \quad (7)$$

Denklem (7)'nin sol tarafı,  $R_i$ 'nin  $t$  anındaki koordinat ekseninde,  $R_k \in S_i$  robotlarının  $t + \Delta t$  anında  $R_i$  robotuna olan uzaklıklarını gösterir. (7)'den  $t + \Delta t$  anı için  $R_k \in S_i$  olduğunu elde ederiz. Bu bütün robotlar  $R_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , ve onların alt-grupları  $S_i$ , için geçerli olduğundan,  $t$  anında bağlantılı olan bir grup  $t + \Delta t$  anında da bağlantılı kalacaktır. Böylece, Yerel İdare Stratejisi altında bağlantılılık tüm  $t > 0$  boyunca korunur.  $\square$

**Teorem 2** *N otonom gezgin robottan oluşan ve  $t = 0$  anında Tanım 2'ye göre bağlantılı olan bir  $\mathcal{G}$  grubunu düşünelim. Eğer bu gruptaki robotların yukarıda verilen Yerel İdare Stratejisi'ne göre eşzamanlı olarak hareket etmelerine izin verilmişse, grup  $\mathcal{G}$   $\forall t > 0$  için bağlantılılığını korur.*

**Kanıt** Robotlar eşzamanlı hareket edebildiği için (2)'yi  $K = \frac{1}{2}$  ile kullanacağız.  $R_a$  ve  $R_b$   $t$  anında birbirlerini algılayabilen iki robot olsun, yani,  $R_a \in S_b$  ve  $R_b \in S_a$ .  $M_a$  ve  $M_b$  ise  $S_a$  ve  $S_b$  içindeki robotların sayısı olsun. Böylece (2)'yi kullanarak,

$$2\|x_a^a(t + \Delta t)\| + \max_k \|x_k^k(t)\| \leq d_{max}, \quad k = 1, \dots, M_a \quad (8)$$

ve

$$2\|x_b^b(t + \Delta t)\| + \max_l \|x_l^l(t)\| \leq d_{max}, \quad l = 1, \dots, M_b \quad (9)$$

yazabiliriz.  $\max_k \|x_k^k(t)\| \geq \|x_b^b(t)\|$ ,  $\max_l \|x_l^l(t)\| \geq \|x_a^a(t)\|$ , ve  $\|x_a^a(t)\| = \|x_b^b(t)\|$  olduğundan, (8) ve (9)'dan

$$\|x_a^a(t + \Delta t)\| + \|x_b^b(t + \Delta t)\| \leq d_{max} \quad (10)$$

Üçgen eşitsizliğini kullanarak,

$$\|x_a^a(t + \Delta t) - (x_b^b(t) + x_b^b(t + \Delta t))\| \leq d_{max} \quad (11)$$

Burada  $x_b^b(t) + x_b^b(t + \Delta t)$  terimi  $R_b$ 'nin  $t + \Delta t$  anındaki konum vektörüdür ve  $R_a$ 'nın  $t$  anındaki koordinat çerçevesinde ifade edilmiştir. Bu nedenle, (11)  $R_a$  ve  $R_b$  robotları arasındaki uzaklığın  $d_{max}$ 'tan daha fazla olamayacağını gösterir. Teorem 1'in ispatındakilere benzer argümanlarla, eğer grup  $t = 0$  anında bağlantılı ise, tüm  $t > 0$  için de bağlantılı kalır sonucunu elde ederiz.  $\square$

Her iki hareket yönteminde de (sıralı veya eşzamanlı), her alt-grup  $S_i$  başlangıçta  $S_i$  içinde bulunan robotları içermeye devam edecektir. Böylece  $S_i$  içindeki robotların sayısı asla azalmayacak, hatta yeni robotlar  $R_i$ 'nin algılama bölgesine girip  $S_i$ 'nin elemanı oldukça bu sayı artabilecektir.

Yerel İdare Stratejisi içindeki (2) ile verilen hareket kısıtı özel bir durumda tüm robotların hareketsiz kalmasına neden olabilir. Bu *patolojik* başlangıç durumları tüm robotların birbirinden  $d_{max}$  kadar uzakta bulunduğu durumlardır. Bu halde (2)'nin sağ tarafı tüm robotlar için sıfır olacağından grup hareketsiz kalacak ancak Teorem 1 ve Teorem 2 grubun bağlantılılığı ile ilgili olduğu için bu patolojik durumlarda da geçerliliğini koruyacaktır.

## 4. Hesaplamaya İlişkin Notlar

Bu çalışmadaki robotların oldukça basit ve özellikle hesaplama yetenekleri bakımından sınırlı cihazlar oldukları varsayılmıştır. Amacımız, böyle basit robotlara bile uygulanabilen ve tatmin

edici grup gezinimi sağlayan bir dağıtık denetim mekanizması geliştirmektedir. Bu bölümde, önceki bölümde önerilen Yerel İdare Stratejisi'nin minimizasyon koşulunu inceleyeceğiz ve hesaplama yükünü ciddi şekilde azaltarak bu stratejiyi geliştireceğiz.

Denklem (3)'te verilen maliyet fonksiyonunun minimum noktaları, her örnekleme anında her bir takipçi robotun ulaşmak istediği konumlardır.  $S_j$  içindeki robotların sayısı arttıkça (3)'ün minimizasyonu daha fazla hesaplama gücü gerektirir.

Bir alt-grup  $S_j$ 'de yalnızca tek bir robot bulunduğunda, bu robot  $R_m$  olsun, minimizasyonun çözümü  $\mathbb{R}^2$ 'de bir çember ve  $\mathbb{R}^3$ 'te bir küredir. Bu durumda  $J$ 'yi minimize eden sonsuz sayıda nokta vardır, ancak robot  $R_j$  bunlardan kendisine en yakın olanı seçer. Bu da  $R_j$ 'nin  $R_j$  ile  $R_m$ 'yi birleştiren doğru üzerinde hareket etmesine neden olur. Eğer  $R_j$  ile  $R_m$  arasındaki uzaklık  $d_0$ 'dan büyükse hareketin yönü  $R_m$ 'ye doğru, aksi takdirde ters yöndedir. Kolayca tahmin edileceği gibi, eğer  $R_j$  o an için zaten en iyi konumda bulunuyorsa hareketsiz kalır.

Bir  $S_j$  içinde yalnızca iki robot varsa, bunlar  $R_m$  ve  $R_n$  olsun, en iyi konumu gösteren noktaların sayısı duruma göre farklılık gösterir. Eğer  $R_m$  ve  $R_n$  arasındaki uzaklık  $2d_0$ 'dan büyük ya da buna eşitse, çözüm kümesi  $\mathbb{R}^2$  ve  $\mathbb{R}^3$ 'te tek bir noktadan oluşur bu nokta  $R_m$  ile  $R_n$ 'yi birleştiren doğru parçasının merkezidir. Aksi takdirde,  $\mathbb{R}^2$ 'de  $R_m$  ile  $R_n$ 'yi birleştiren doğrunun her iki yanında simetrik olarak bulunan iki tane en iyi nokta vardır. Bu durumda  $R_j$  kendisine yakın olan noktayı yerel hedef olarak seçer.  $\mathbb{R}^3$ 'te ise, en iyi noktaların sayısı sonsuzdur ve bunlar merkezi  $R_m$  ile  $R_n$ 'yi birleştiren doğru parçasının merkezi olan bir çember oluştururlar. Bu doğru parçası çözüm noktalarının oluşturduğu çemberin normalidir. Bu durumda  $R_j$  yine bu çember üzerinde kendisine en yakın noktayı hedef olarak seçer.

Görüldüğü gibi, yalnızca bir veya iki robot algılandığında hesaplama işlevi kolaydır. Ancak üç ya da daha fazla robot  $S_j$  içinde olduğunda (3)'te tanımlanan  $J$ 'nin minimizasyonu doğrusal olmayan eşitlik sisteminin çözümünü gerektirir. Minimum ve maksimum noktalarda

$$\frac{\partial J}{\partial x_j^j} = \sum_{k=1}^M \frac{\partial}{\partial x_j^j} \left( \|x_j^j(t + \Delta t) - x_k^j(t)\| - d_0 \right)^2 = 0 \quad (12)$$

Denklem (12)'deki sistemin çözümü tek olmayabilir. Bu sistemi çözdükten sonra çözüm noktalarının minimum, maksimum veya eğer noktalarından hangisi olduğu sınanmalıdır. Çözümün yerel veya genel minimum olması için maliyet fonksiyonunun Hessian matrisi pozitif-tanımlı olmalıdır. Eğer birden fazla minimum nokta varsa, global minimum(lar) (3)'te verilen maliyet fonksiyonunun bu noktalarda değerlendirilmesiyle bulunur.

Şunu belirtmek gerekir ki, her takipçi robot  $R_j$  için her  $t$  anında en iyi noktalar hesaplanmaktadır. En iyi noktaların konumu,  $S_j$  içindeki robotların konumuna bağlıdır.  $S_j$  içindeki robotlar da otonom biçimde hareket ettiklerinden, hesaplanan en iyi noktaların konumu her an değişecektir. Çok büyük bir olasılıkla  $R_j$  henüz belirlediği en iyi noktaya ulaşmadan bu noktanın konumu değişecek ve  $R_j$  yeni bir nokta hesaplayacaktır. Bir bakıma çözüm aslında yalnızca en iyi noktaların yönünü vermektedir.

Bu gerçek bize yerel idare stratesisindeki hesaplama yükünü azaltma şansı verir. Maliyet fonksiyonunun minimum

noktalarını çözmek yerine, her bir takipçi robot  $R_j$  maliyet fonksiyonunun  $R_j$ 'nin pozisyonunda değerlendirilen negatif gradyanı yönünde hareket eder. Diğer bir ifadeyle,

$$x_j^j(t + \Delta t) = x_j^j(t) - \gamma \frac{\partial J(x_j^j(t + \Delta t))}{\partial x_j^j(t + \Delta t)} \Big|_{x_j^j(t + \Delta t) = x_j^j(t)} \quad (13)$$

Burada  $\gamma > 0$  bir pozitif kazanç ve  $x_j^j$   $R_j$ 'nin yerel koordinatlardaki konum vektörüdür. (3)'den

$$\frac{\partial J(x_j^j(t + \Delta t))}{\partial x_j^j(t + \Delta t)} = 2 \sum_{k=1}^M \left( \|x_j^j(t + \Delta t) - x_k^j(t)\| - d_0 \right) \times \frac{x_j^j(t + \Delta t) - x_k^j(t)}{\|x_j^j(t + \Delta t) - x_k^j(t)\|} \quad (14)$$

yazabiliriz.  $x_j^j(t) = 0$  olduğundan, (13) ve (14)'ten

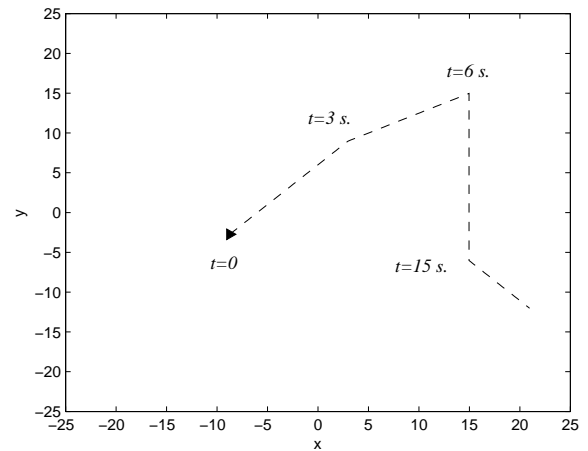
$$x_j^j(t + \Delta t) = 2\gamma \sum_{k=1}^M \left( \|x_k^j(t)\| - d_0 \right) \frac{x_k^j(t)}{\|x_k^j(t)\|}. \quad (15)$$

elde ederiz.

Denklem (15) hareketin yönünü göstermesi bakımından anlamlıdır ve bu yöndeki hareket (2)'deki eşitsizliği sağladığı takdirde uygulanır. Görüldüğü gibi, (15)'in uygulanması (12)'deki sistemi çözmekten çok daha kolaydır. Takip eden bölümde önerdiğimiz yöntemi (15)'te elde ettiğimiz gradyan hesaplaması ile uygulayarak performansını sinayacağız.

## 5. Benzetim Sonuçları

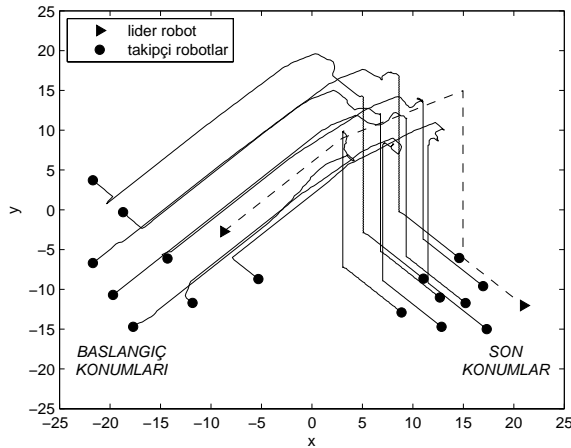
Önceki bölümlerde anlatılan teorem ve teorik sonuçları bilgisayar benzetimleri ile sinayacağız. Benzetimler MATLAB'de gerçekleştirilmiştir ve çalışma uzayı  $\mathbb{R}^2$ 'deki  $xy$ -düzleminin bir parçasıdır. Konum algılama mesafesi ( $d_{max}$ ) 8 birim ve istenen uzaklık ( $d_0$ ) 5 birimdir. Benzetim senaryosu şöyledir: Bir robot grubu Yerel İdare Stratejisi altında gezinime başlar. Yerel idare (15)'in  $\gamma = 0.01$  ile kullanımı sonucu gerçekleşir. Lider Şekil 2'de görülen gezinge üzerinde ilerlerken, takipçi robotlar da lideri izlerler.



Şekil 2: Liderin gezingesi.

İlk benzetim çalışmasında bir lider ve sekiz takipçi olmak üzere dokuz robot vardır. Bu grup sıralı hareket yöntemi uyguladığında elde edilen sonuç Şekil 3'te görülmektedir. Robotlar hedef konuma ulaştıklarında grubun bağlantılılığı artmıştır. Başlangıçta ve liderin  $t = 6$  s.'deki keskin dönüşü sırasında bazı takipçi robotların en iyi uzaklığı korumak için hafifçe geri doğru hareket ettiği göze çarpmaktadır. Aynı grubun eşzamanlı hareketi Şekil 4'te verilmiştir. Grubun bağlantılılığı bu durumda da artarak korunmaktadır.

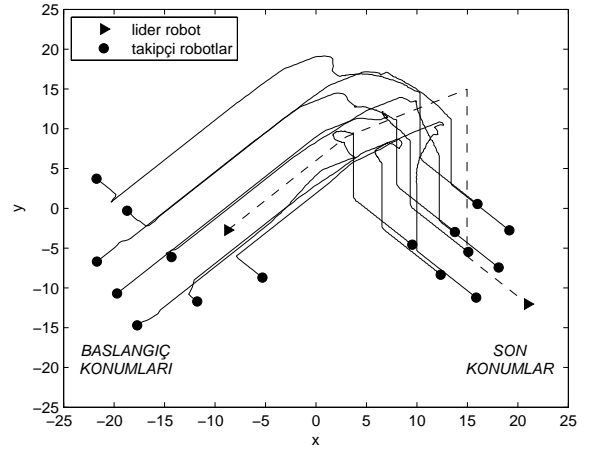
Önerdiğimiz yöntemin büyük gruplar için de etkinliğini göstermek için benzetimlerin ikinci bölümü 17 robottan oluşan bir grup ile yapılmıştır. Konum algılama sınırı ( $d_{max}$ ) ve istenen uzaklık ( $d_0$ ) sırasıyla 12 ve 6 birim olarak alınmıştır. Robotların gezinimi Şekil 5'de görülmektedir. Bu benzetimde robot sayısı fazla olduğu için, gezinimi iki kısımda inceleyeceğiz. Şekil 5a benzetimin ilk altı saniyelik kısmını gösterir. Robotlar başlangıçta oldukça dağınık bir durumda olmalarına rağmen, önerilen yöntem gezinim başlar başlamaz robotların bir araya toplanmasını sağlamaktadır. Bununla birlikte liderin gruptan biraz daha uzak durduğu göze çarpmaktadır. Algılama sınırı yüksek olduğunda algılanan robotların sayısı da fazladır. Eğer lider ve grubun diğer üyeleri sanal bir düzlemin aynı taraflarında ise, liderin hemen arkasındaki takipçi robot kendi alt-grubundaki çok sayıda robottan öyle etkilenmektedir ki, maliyet fonksiyonunun negatif gradyanının yönü lidere doğru değil grubun diğer elemanlarına doğru çıkmaktadır. Bu nedenle lider hareketini kendisini izleyen gruba göre ayarlar. Eğer grup liderin arkasında kalırsa lider bağlantılılığı korumak için grubun kendine yaklaşmasını bekler. Şekil 5b grubun hedef konuma ulaştığı andaki durumu göstermektedir. Şekillerde karmaşıklığa yol açmamak için takipçi robotların izlediği yollar çizilmemiş, yalnızca liderin izlediği yol belirtilmiştir.



Şekil 3: 9 robotun gezinimi (sıralı hareket).

## 6. Sonuçlar

Bu makalede gezgin robot gruplarının bağlantılılığı incelenmiştir. Robotlar arasında merkezi bir denetim mekanizması ya da haberleşme yeteneği bulunmadığında, robotların otonom hareketleri grubun bağlantılılığını bozabilir.



Şekil 4: 9 robotun gezinimi (eşzamanlı hareket).

Burada, balık ve kuş sürüleri gibi bazı canlı gruplarından esinlenerek, gezinim boyunca grup bağlantılılığını koruyacak bir yerel idare stratejisi önerdik. Önerilen bu yöntemde her robot algıladığı robotlara olan uzaklığını istenen belirli bir düzeyde tutmaya çalışmaktadır. Grubun bağlantılılığını garanti etmek için robotların hareketleri sabit sınırlarla kısıtlandırılmıştır.

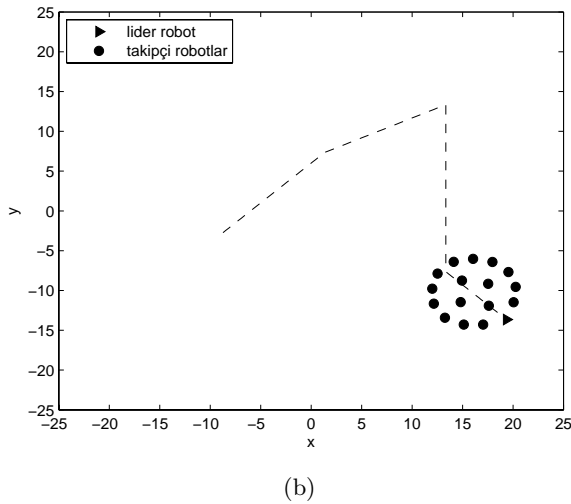
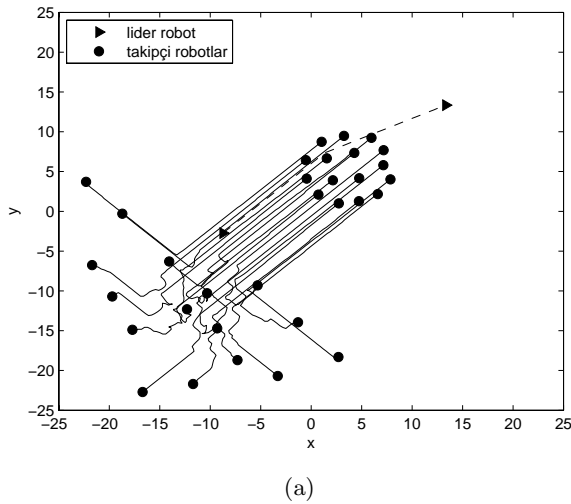
Benzetim sonuçları yöntemimizin başarısını doğrulamaktadır. Hem sıralı, hem de eşzamanlı hareket durumları için gruplar tüm gezinim boyunca bağlantılılık özelliklerini korumaktadırlar. Benzetimlerdeki örnekleme aralığı oldukça küçük olduğundan, sıralı ve eşzamanlı hareket yöntemlerinin birbirine çok yakın sonuçlar verdiği anlaşılmıştır.

Robotlar arasında istenen ideal uzaklık  $d_0$ 'ın  $d_{max}$  ile olan ilişkisi de belirtmeye değerdir.  $d_{max} \gg d_0$  olduğunda, her alt-gruptaki algılanan robot sayısı çok artmakta ve bu durum takipçi robotların liderden çok gruba yönelme eğilimini artırmaktadır. Önerdiğimiz yerel idare stratejisi  $0.5 d_{max} \leq d_0 \leq 0.9 d_{max}$  olduğunda en iyi sonuçları vermektedir.

Bu çalışma gezgin robotların bağlantılı grup halinde gezinimine olanak veren basit ve güvenli bir yöntem sağlamaktadır. Robotlar arasında haberleşme ya da hiyerarşi bulunmadığı için yeni robotlar gruba kolayca eklenebilir. Aynı şekilde, grup bağlantılılığını bozmadığı sürece bazı robotların gruptan ayrılması da herhangi bir sorun yaratmaz. Bu sayede modellenen robot grubu değişken topolojiye sahiptir ve doğadaki geniş canlı sürülerinin modellenmesinde oldukça başarılıdır. Bu konuda bundan sonraki çalışmalar yerel idare stratejisindeki kısıtların gevşetilmesi ve robotların gezinimi sırasında engel oluşturan nesnelerin varlığının düşünülmesi olabilir. Bu yöntem ayrıca hedef konumda bir dizilim oluşturma yöntemleri ile de birleştirilebilir.

## 7. Teşekkür

Yazarlar, bu makaleyi inceleyip düzeltme ve yorumlarını bildirerek katkıda bulunan anonim hakemlere teşekkür ederler.



Şekil 5: 17 robotun gezinimi (eşzamanlı hareket).

## 8. Kaynakça

- [1] A. Okubo, "Dynamical aspects of animal grouping: Swarms, schools, flocks, and herds", *Advanced Biophysics*, vol. 22, pp. 1-94, 1986.
- [2] K. Warburton ve J. Lazarus, "Tendency-distance models of social cohesion in animal groups", *J. Theoretical Biology*, vol. 150, pp. 473-488, 1991.
- [3] V. Gazi ve K. M. Passino, "Stability analysis of swarms", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 48, pp. 692-697, 2003.
- [4] C. Reynolds, "Flocks, birds, and schools: A distributed behavioral model", *Computer Graphics*, vol. 21, pp. 25-34, 1987.
- [5] T. Vicsek, A. Czirok, E. Ben-Jacob, I. Cohen ve O. Shochet, "Novel type of phase transition in a system of self-driven particles", *Phys. Rev. Letters*, vol. 75, pp. 1226-1229, 1995.
- [6] T. Balch ve R. C. Arkin, "Behavior-based formation con-

trol for multirobot teams", *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 14, pp. 926-939, 1998.

- [7] H. Yamaguchi, "A cooperative hunting behavior by mobile-robot troops", *Int. J. Robotics Research*, vol. 18, pp. 931-940, 1999.
- [8] M. Egerstedt ve X. Hu, "Formation constrained multi-agent control", *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 17, pp. 947-951, 2001.
- [9] J. H. Reif ve H. Wang, "Social potential fields: A distributed behavioral control for autonomous robots", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 27, pp. 171-194, 1999.
- [10] N. E. Leonard ve E. Fiorelli, "Virtual leaders, artificial potentials and coordinated control of groups", in *Proc. Conf. Decision and Control*, Orlando, FL, Dec. 2001, pp. 2968-2973.
- [11] D. J. Stilwell ve B. E. Bishop, "Platoons of underwater vehicles", *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 20, pp. 45-52, 2000.
- [12] A. V. Savkin, "The problem of coordination and consensus achievement in groups of autonomous mobile robots with limited communication", *Nonlinear Analysis*, vol. 65, pp. 1094-1102, 2006.
- [13] L. Bayındır ve E. Şahin, "A review of studies in swarm robotics", *TÜBİTAK Turkish J. Electrical Eng. & Computer Sciences*, vol. 15, pp. 115-147, 2007.
- [14] J. P. Desai, J. Ostrowski ve V. Kumar, "Modeling and control of formations of nonholonomic mobile robots", *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 17, pp. 905-908, 2001.
- [15] H. G. Tanner, A. Jadbabaie ve G. J. Pappas, "Stable flocking of mobile agents, Part I: Fixed Topology", in *Proc. Conf. Decision and Control*, Maui, Hawaii USA, Dec. 2003, pp. 2010-2015.
- [16] H. G. Tanner, A. Jadbabaie ve G. J. Pappas, "Stable flocking of mobile agents, Part II: Dynamic Topology", in *Proc. Conf. Decision and Control*, Maui, Hawaii USA, Dec. 2003, pp. 2010-2015.
- [17] Z. Lin, M. Broucke ve B. Francis, "Local control strategies for groups of mobile autonomous agents", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 49, pp. 622-629, 2004.
- [18] A. Jadbabaie, J. Lin ve A. S. Morse, "Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 48, pp. 988-1001, 2003.
- [19] W. Mayeda, *Graph Theory*, New-York: John Wiley & Sons, 1972.
- [20] W. Kocay ve D. L. Kreher, *Graphs, Algorithms and Optimization*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2005.

## Sürü Halinde Uçan Mikro Hava Araçları için Akışkanlar Mekaniği Tabanlı Güzergah Belirleme Yöntemi

Oğuz Uzol, İlkay Yavrucuk  
[uzol@metu.edu.tr](mailto:uzol@metu.edu.tr), [yavrucuk@metu.edu.tr](mailto:yavrucuk@metu.edu.tr)

Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi

### Özetçe

Bu bildiride, karmaşık şehir yapıları arasında sürü halinde uçan mikro hava araçları için, akışkanlar mekaniği tabanlı bir güzergah belirleme yöntemi anlatılmaktadır. Yöntemin temelini, akışkanlar mekaniğinde ve aerodinamik analizlerde sıklıkla kullanılan ve potansiyel akış teorisine dayalı nümerik bir teknik olan potansiyel panel metodu tekniği oluşturur. Bu yöntem kullanılarak elde edilen akış çizgileri, araç güzergahları olarak kullanılır, ve akışın doğası gereği otomatik olarak araçların birbirleri ile ve etraftaki engeller ile çarpışmaları önlenmiş olur. Buna ek olarak, panel metodu hesabı sonucu elde edilen akış çizgileri boyunca olan hız değişimleri ve merkezci ivmelenmeler de araç hızları ve performansları ile ilişkilendirilmiştir. Böylece sadece güzergahlar değil, bu güzergahlar boyunca araçların, kendi performans sınırlamaları çerçevesinde hangi hızlarla gidecekleri de belirlenmiştir. Bu yöntem ile, karmaşık şehir yapıları ve/veya karmaşık dağlık bölge topolojilerindeki güzergahlar kolaylıkla hesaplanabilmekte, ve gerektiği üzere istenilen güzergahlar değişik bölgeler üzerinde üniform veya olasılıksal olarak yoğunlaştırılabilmektedir. Bir yapay ve bir gerçek şehir geometrisi üzerinde yapılan iki örnek hesaplama bildiride sunulmaktadır.

### 1. Tanımlamalar

|                 |   |
|-----------------|---|
| $dq_{mn}$       | $n$ noktasındaki girdap tarafından $m$ noktasında indüklenen hız. |
| $K_{mn}$        | Girdap şiddetleri katsayı matrisi                                 |
| $r_{mn}$        | Girdap elemanı ile indüklenme noktası arası uzaklık               |
| $s_n$           | Yüzey elemanı uzunluğu  |
| $U_\infty$      | Yüzeyden uzakta serbest akış hızı $x$ bileşeni                    |
| $V_\infty$      | Yüzeyden uzakta serbest akış hızı $y$ bileşeni                    |
| $W_\infty$      | Yüzeyden uzakta serbest akış hız vektörü                          |
| $x$             | $x$ koordinatı  |
| $y$             | $y$ koordinatı  |
| $\alpha_\infty$ | Hücum açısı   |
| $\beta$         | Yüzey elemanının yatay ile yaptığı açı                            |
| $\gamma$        | Bir yüzey elemanı üzerindeki girdap şiddeti                       |

### 2. Giriş

Birden fazla insansız aracın navigasyon ve koordinasyon problemi son yıllarda birçok araştırmacının konusu olmaktadır. Özellikle birçok aracın karmaşık şehir yapıları arasında sürü halinde hareket etmesi gerektiğinde problem daha da zorlaşmaktadır. Mikro Hava Araçları (Micro Air Vehicles-MAVs) gibi küçük ve üzerlerinde ancak sınırlı sayıda algılayıcı taşıyabilen sistemlerin sürü halindeki hareketlerinde ise, araçların birbirlerine ve diğer engellere çarpışmalarını önlemek ve koordineli hareket etmelerini sağlamak için gereken güzergah hesaplamaları, oldukça büyük bir eniyileme (optimizasyon) problemine dönüşebilmektedir. Bu çalışmalara örnek olarak Zhu et al. [1,2] ve Dorgan et al. [3] verilebilir.

Çok araçlı sistemlerin hareket hesaplarında, potansiyel alan tabanlı yöntemler birçok araştırmacı tarafından kullanılmaktadır, ve ilk olarak 1986 yılında Khatib [4] tarafından önerilmiştir. Bu çalışmada ulaşılmaması gereken hedefler bir potansiyel alan içerisindeki “çekiciler”, engeller ise “iticiler” olarak tanımlanmışlardır. Bu yöntem geçtiğimiz yıllarda hem sürü robot hem de İnsansız Hava Aracı (İHA) sistemlerine uygulanmıştır [5,6,7,8,9]. Bu uygulamalarda güzergah belirleme amacı ile her ne kadar akışkanlar mekaniği tabanlı yöntemler kullanılmış olsa da, MAV’lerin performanslarından hiç bahsedilmemiş ve araçların gerçekten bu güzergahları takip edip edemeyeceği tartışılmamıştır.

Akışkanlar mekaniğinde, hız alanları bir potansiyel fonksiyonun gradyanı olarak tanımlanabilen çevrimsiz ideal akışkanların akışına “potansiyel akışlar” denir [10,11]. Potansiyel alanın çözümü ile elde edilebilecek akış çizgileri, engel önleme amacı ile güzergah olarak kullanılmışlardır [6,7,8]. Bu çözümler ya analitik ya da nümerik olarak elde edilebilir. Analitik çözümlerde genel olarak birim akışların kompleks potansiyellerinin birleştirilmesi ile sonuçlar elde edilir. Dolayısı ile bu yöntemle karmaşık geometriler ve şekiller etrafındaki akışları çözebilmek mümkün değildir. Nümerik “panel” yöntemleri ise bu amaç için daha uygundur ve daha önce robot hareket planlaması [12] ve gerçek zamanlı engel önleme [13] amaçları ile kullanılmışlardır.

Bu bildiride, sürü halinde uçan Mikro Hava Araçlarının karmaşık geometri yapılarından oluşan şehir ortamlarında, birbirlerine ve engellere çarpmadan hareket edebilmelerini sağlayan, iki-boyutlu panel yöntemi tabanlı bir güzergah belirleme yöntemi sunulmaktadır. Bu yöntem kullanılarak elde edilen akış çizgileri, araç güzergahları olarak kullanılır, ve akışın doğası gereği otomatik olarak araçların birbirleri ile ve etraftaki engeller ile çarpışmaları önlenmiş olur. Buna ek olarak, panel metodu hesabı sonucu elde edilen akış çizgileri

boyunca olan hız değişimleri ve merkezci ivmelenmeler de araç hızları ve performansları ile ilişkilendirilmiştir. Böylece sadece güzergahlar değil, bu güzergahlar boyunca araçların, kendi performans sınırlamaları çerçevesinde hangi hızlarla gidecekleri de belirlenmiştir. Bu yöntem ile, karmaşık şehir yapıları ve/veya karmaşık dağlık bölge topolojilerindeki güzergahlar kolaylıkla hesaplanabilmekte, ve gerektiği üzere istenilen güzergahlar değişik bölgeler üzerinde üniform veya olasılıksal olarak yoğunlaştırılabilmektedir. Bu çalışma kapsamında, biri yapay bir şehir geometrisi üzerinde diğeri ise gerçek bir ortam üzerinde olmak üzere iki örnek uygulama sunulacaktır. Gerçek ortam olarak Sabancı Üniversitesi Kampüsü seçilmiştir. Gerçek bir şehir üzerinde olan uygulama da Ref. [14] de sunulmaktadır.

### 3. Potansiyel Akış Girdap-Panel Yöntemi

Şekli ardışık düz çizgiler kullanılarak yaklaşık olarak temsil edilebilen, herhangi bir geometri etrafındaki ideal ve çevrimsiz bir akış, bu geometri üzerine gücü başta bilinmeyen bir girdap şiddeti dağılımı yerleştirilerek bulunabilir (Şekil 1). Herhangi bir  $m$  noktasında, herhangi bir  $n$  noktasındaki girdap tarafından indüklenen hız, Biot-Savart kanunu

$$dq_{mn} = \frac{\gamma(s_n) ds_n}{2\pi r_{mn}} \quad (1)$$

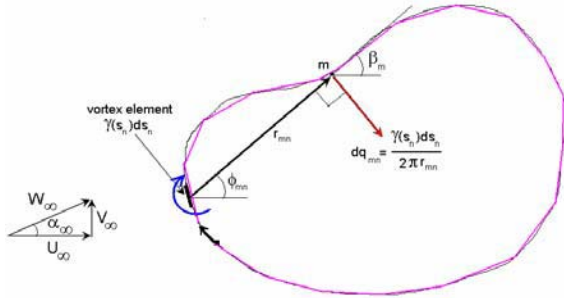
kullanılarak bulunur. Bu  $m$  noktasındaki toplam hız ise, bütün girdap panellerinin bu noktadaki etkilerinin toplanması sonucu ortaya çıkar. Bu hesaplamaların bütün yüzey panelleri için tekrar edilmesi ve yüzeylerde yüzeye dik hız bileşeninin sıfır olması sınırı koşulu uygulanması sonucu bir doğrusal denklemler sistemi elde edilir.

$$[K_{mn}][\gamma_n] = [RHS_m] \quad (2)$$

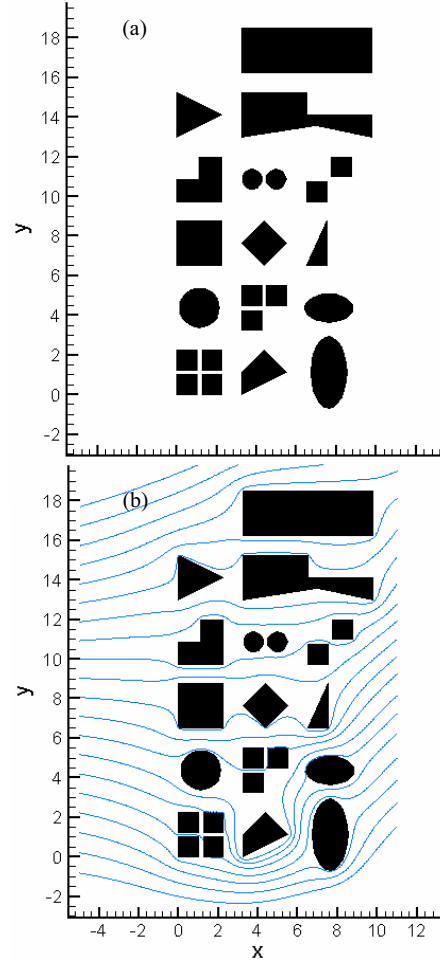
$$K_{mn} = \frac{\Delta s_n}{2\pi} \left\{ \frac{(y_m - y_n) \cos \beta_m - (x_m - x_n) \sin \beta_m}{(x_m - x_n)^2 + (y_m - y_n)^2} \right\} \quad (3)$$

$$RHS_m = -U_\infty \cos \beta_m - V_\infty \sin \beta_m \quad (4)$$

Burda çözülmesi gereken, bilinmeyen girdap şiddetleri olan  $\gamma_n$  lerdir. Bu denklem sistemi çözülüp girdap şiddetleri elde edildikten sonra, akış çizgileri ve bunlar boyunca olan akış hızları hesaplanabilmektedir. Bu matris sisteminin çözümü için Gauss-Jordan yöntemi gibi direk çözümler kullanılabileceği gibi, Gauss-Seidel gibi iteratif çözümler de kullanılabilir. Hangi çözücünün seçileceği problemin büyüklüğüne göre belirlenir.



Şekil 1: Herhangi bir geometrinin ardışık düz çizgilerle gösterimi ve  $n$  noktasındaki bir girdap tarafından  $m$  noktasında indüklenen hız.



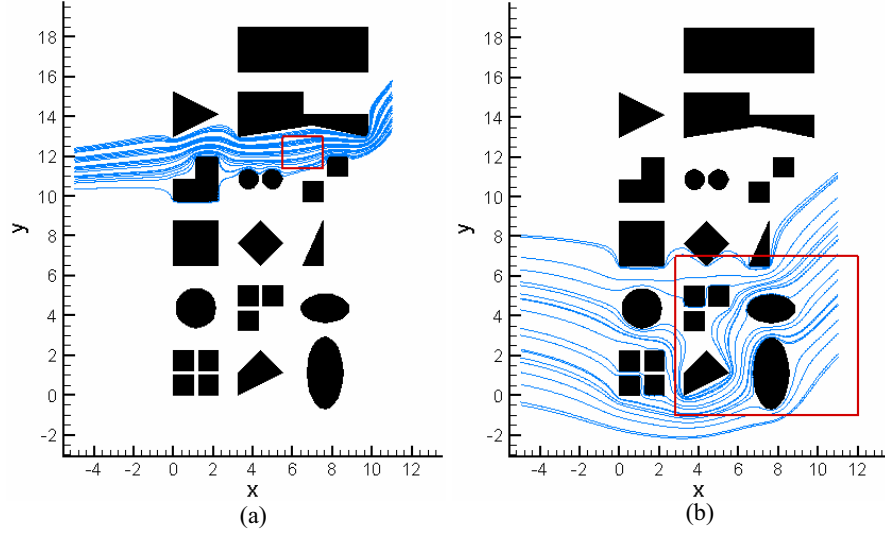
Şekil 2: (a) Yapay şehir geometrisi ve (b) Potansiyel akış girdap-panel yöntemi ile hesaplanan ve MAV güzergahları olarak kullanılabilecek akış çizgileri

### 4. Sonuçlar

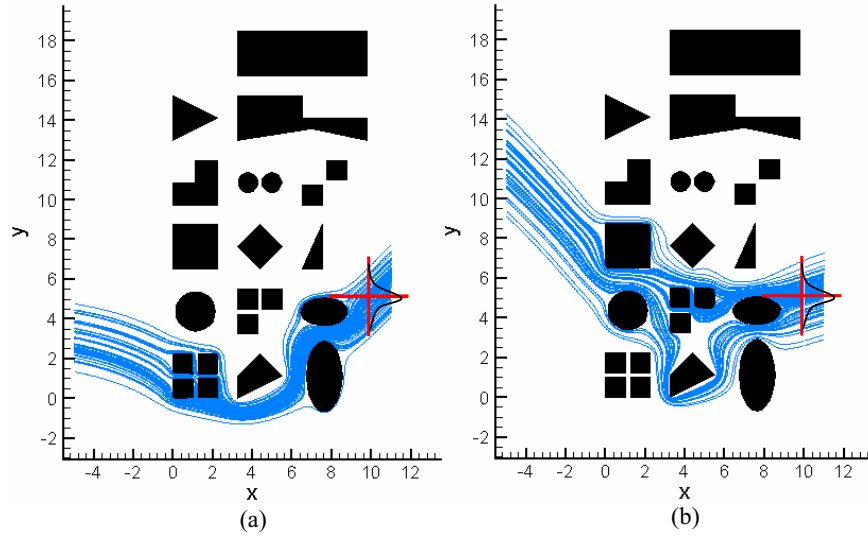
Yöntemin gösterilmesi amacı ile öncelikle, Şekil 2a da gösterilen, yapay bir iki-boyutlu şehir geometrisi oluşturulmuştur. Bu geometri, modern şehir yapılarında bulunabilecek değişik kesitlerden oluşmaktadır. Yapılar, ardışık düz çizgiler ile temsil edildikleri için esas olarak herhangi bir karmaşık şekilde olabilmektedirler.

Şekil 2b'de, yukarıda açıklanan girdap-panel metodu kullanılarak bu yapay şehir geometrisi üzerinde elde edilen akış çizgileri gösterilmektedir. Bu akış çizgileri, belli bir  $x$  ve değişen  $y$  koordinatlarından salınmış MAV lerin güzergahları olarak kullanılabilir. Şekil 2'de 20 adet güzergah gösterilmiştir. Akışkanın doğası gereği, akış çizgileri (güzergahlar) birbirlerini kesmemekte ve engellere çarpma otomatik olarak önlenmektedir. Bir şehir bölgesindeki yapıların geometrik dağılımı bilindiği takdirde, bu güzergahlar kolaylıkla önceden hesaplanabilir. Dolayısı ile MAV ların yapacağı tek iş, engellerin yerlerini bulmak için gerekli olan karmaşık algılayıcı sistemlerine gerek duymadan, sadece herhangi bir akış çizgisi seçerek onu takip





Şekil 3: MAV güzergahları muhtemel hedef yerlerini kapsayacak şekilde ihtiyaca göre yönlendirilebilir. (a) Şehrin üst bölgesinde dar bir bölgeye yoğunlaşma ve (b) Şehrin alt bölgesinde daha geniş bir bölgeye yoğunlaşma. Dağılımlar üniform dağılımlardır.



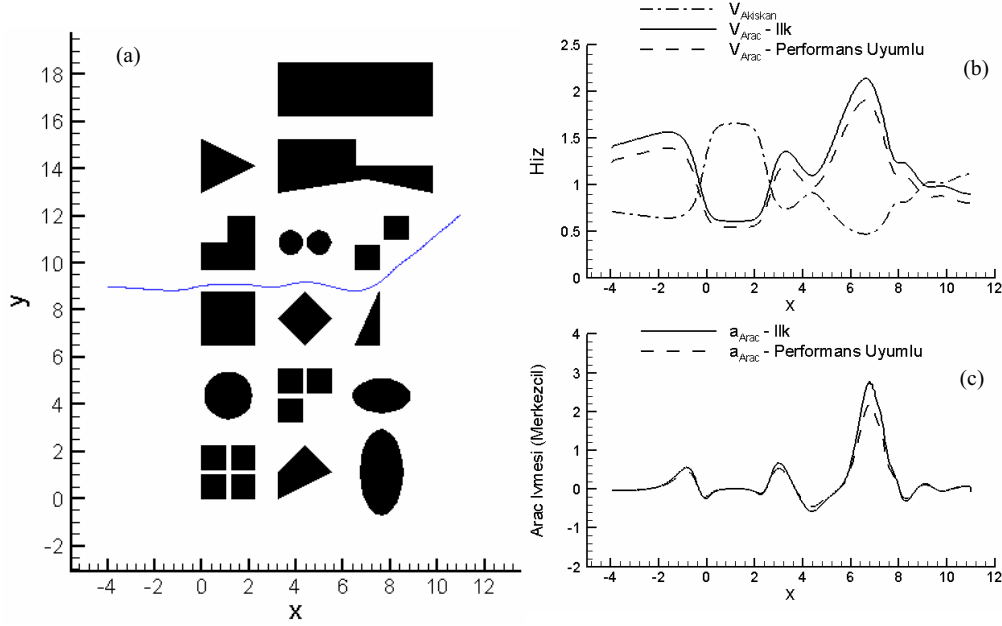
Şekil 4: Muhtemel hedef yerleri değişik olasılık dağılımları olarak verilebilir ve MAV güzergahları bu bölgelerde yoğunlaştırılabilir. Yukarıda  $x=10$  da ve ortalaması  $y=5$  standard sapması 0.75 olan bölgede verilen Gauss dağılımına göre yoğunlaşan 100 adet güzergah görülmektedir. (a) ve (b) farklı salınma yerlerini göstermektedir.

etmektedir. Bu özellikle, en büyük uzunluğu 15 cm den büyük olmayan ve dolayısı ile sınırlı sayıda algılayıcı taşıyabilme kabiliyeti olan MAV sistemleri için önemlidir.

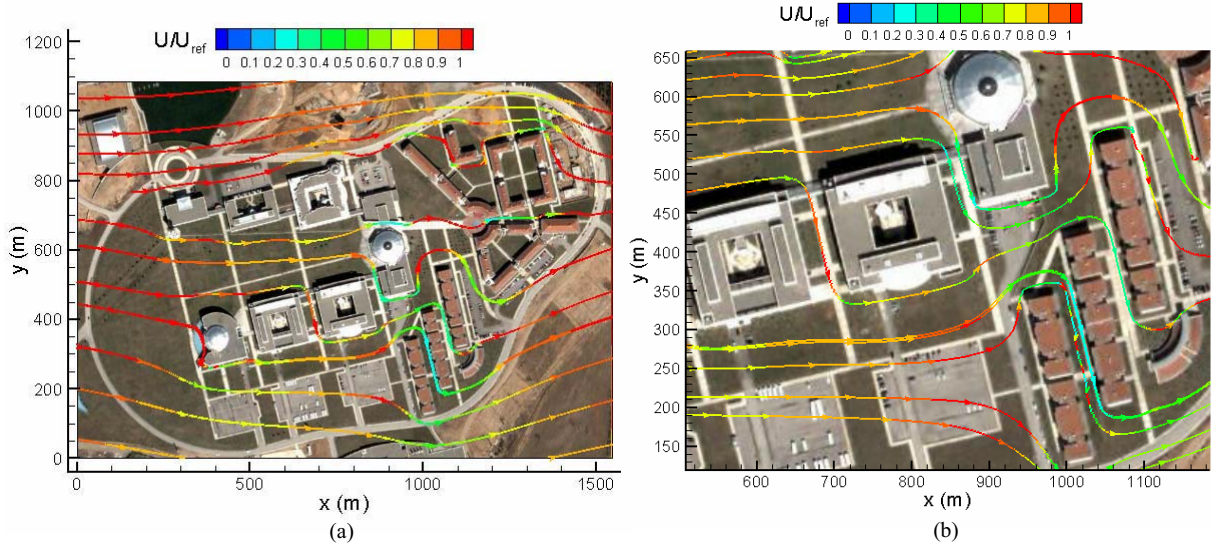
Hesaplanan MAV güzergahları, hedef yeri belirleme ve takip etme amaçları doğrultusunda şehrin istenilen yerlerinde yoğunlaştırılabilir. Hedefin yeri ise, şehrin üzerinde seçilecek istenilen büyüklükteki bölgeler üzerinde, değişik olasılıksal dağılımlar olarak verilebilir. Örneğin şekil 3'te üniform bir dağılım kullanılarak hesaplanmış güzergahlar gösterilmektedir. Şekil 3a'da dar, 3b'de ise daha geniş bir

bölge seçilmiş ve güzergahlar bu bölgeler üzerinde yoğunlaştırılmıştır. Bunları elde ederken, şekilde gösterilen kırmızı ile işaretli bölgeler içerisinde başlayacak şekilde akış çizgileri ileriye ve geriye doğru oluşturulmuştur. Şekil 4'te ise muhtemel hedefin yeri,  $x=10$  boyunca, ortalaması  $y=5$  te ve standart sapması 0.75 olan bir Gauss dağılımı şeklinde verilmiş (kırmızı artı ile işaretlenmiş yer), ve bu dağılım çerçevesinde 100 adet rasgele güzergah oluşturulmuştur. Dikkat edilirse oluşturulan güzergahların büyük çoğunluğunun muhtemel hedef yeri üzerinde yoğunlaştığı görülebilir. Böylece MAV sürüsünün





Şekil 5: (a) Örnek bir MAV güzergahı ve (b) bu güzergah boyunca olan akışkan, ilk hesaplanan araç ve performans uyumlu araç hızları, (c) ilk ve performans uyumlu araç ivmeleri.



Şekil 6: (a) Google Earth programından alınan Sabancı Üniversitesi Kampüsü etrafında girdap-panel metodu kullanılarak hesaplanan MAV güzergahları (akış çizgileri) (b)  $x=500$  ile  $x=1180$  m arası bölgenin ve bu bölgedeki güzergahların yakın görüntüsü. Güzergahlar üzerindeki renkler araç hız değişimlerini göstermektedir.

çoğunluğunun bu bölgeden geçmesi sağlanarak, hedef yerinin bulunma olasılığı yükseltilmiş olur. MAV lerin salınma yerleri de ihtiyaca veya gerekliliklere göre istenildiği gibi ayarlanabilmekte, ve MAV ler yine de istenilen muhtemel hedef bölgesi üzerinde yoğunlaştırılabilmektedir (Şekil 4b).

Potansiyel akış panel yöntemi sonucu elde edilen çıktılar sadece güzergahlar değildir. Aynı zamanda akışın bu güzergahlar boyunca olan hız değişimleri de elde

edilmektedir. Bu çalışma kapsamında, elde edilen bu hız değişimleri, MAV lerin performansları ile ilişkilendirilmiş, ve güzergah boyuncaki eğriliklerden dolayı oluşan ençok merkezci ivme, araç performansları açısından bir sınırlandırma olarak kullanılmıştır. Böylece araç seçeceği güzergah boyunca, hep gidebileceği maksimum hızda gidecek, ve aynı zamanda bu hızlar akışkan hızları ile ölçeklendirildikleri için de aynı güzergah üzerinde giden araçlar birbirleri ile çarpışmayacaklardır.

Yukarıda bahsi geçen bu “performans uyuşturma” tekniği, Şekil 5 kullanılarak şöyle örneklenebilir. Şekil 5a’da yapay şehir üzerindeki örnek bir güzergah gösterilmiştir. Şekil 5b’deki tire-nokta çizgi ise, bu güzergah boyunca olan ve panel yöntemi çözümü sonucu elde edilen akışkan hızı değişimini göstermektedir. Görüleceği üzere, akışkan fiziğinin gereği olarak, dar bölgelerde akışkanın hızı artmakta ve geniş bölgelerde düşmektedir. Bu güzergah boyunca olacak araç hızlarını belirlemede ilk adım olarak akışkan hızının tersini kullanma fikrini benimsedik, yani  $V_{araç}=1/V_{akışkan}$  (Şekil 5b, sürekli çizgi). Bunun sebebi ise MAV ların dar yerlerden, akışkanın tersine hızlı değil yavaş olarak ve dolayısı ile daha güvenli geçebilmelerini sağlayabilmek içindir. Bundan sonraki adımda ise, aracın performansı (yani dönüşlerde dayanabileceği maksimum merkezci ivme) açısından bu güzergahı bu hızla takip edip edemeyeceği kontrol edilir, ve bu güzergah boyunca olan maksimum merkezci ivme aracın dayanım sınırındaki maksimum ivme olacak şekilde, güzergah boyunca olan hız değişimi ölçeklendirilir. Örneğin, Şekil 5a’da gösterilen güzergah boyunca oluşan merkezci ivme değişimi Şekil 5c de verilmiştir. Maksimum merkezci ivme yaklaşık  $x=7$  de 2.8 olarak oluşmaktadır. Eğer aracın en çok dayanım ivmesi bunun altında ise bütün ivme değişimi ve dolayısı ile bütün hız değişimi, maksimum dayanım ivmesini aşmayacak şekilde düşürülür. Dayanımı 2.2 yi aşmaması gereken örnek bir aracın ölçeklendirilmiş (performans uyuşturulmuş) ivme değişimi Şekil 5c de, buna denk gelen yeni hız değişimi ise Şekil 5b deki tire-çizgiler ile gösterilmiştir.

Potansiyel akış girdap-panel yöntemi, yukarıda açıklanan yapay şehir geometrisinin yansıra bir de gerçek bir ortam üzerinde de uygulanmıştır. Ortam olarak Sabancı Üniversitesi Kampüsü seçilmiş, ve kampüsün uydu görüntüleri, Google Earth programı kullanılarak elde edilmiştir. Bu görüntüler elde edildikten sonra, kampüs binaları ve yapıları etraflarına, çözüm için gerekli olan paneller oturtulmuş ve kampüs binaları etrafında MAV güzergahları olarak kullanılacak akış çizgileri hesaplanmıştır, ve bu güzergahlar Şekil 6 da gösterilmektedir. Görülen renk değişimleri ise, güzergahlar boyunca olan araç hız değişimlerini göstermektedir.

## 5. Neticeler

Bu bildiride, karmaşık geometri çevrelerde sürü halinde uçan MAV ların güzergah ve uçuş hızı belirlemede kullanılacak, aerodinamik analizlerde sıklıkla kullanılan girdap-panel yöntemi tabanlı bir güzergah planlama ve belirleme yöntemi sunulmuştur. Bu yöntemde güzergahlar olarak akış çizgileri kullanıldığından dolayı, araçların birbirleri ve diğer engeller ile çarpışmaları kendiliğinden önlenmiş olmaktadır. Ayrıca, akış çizgileri boyunca hesaplanan akış hızları da araçların uçuş hızları ve performansları ile ilişkilendirilmiştir. Bu metod kullanılarak, algılayıcı taşıma kabiliyeti sınırlı olan sürü MAV ların karmaşık bölgeler içerisindeki güzergahları, uydu görüntülerinden alınacak imajlar kullanılarak hızlı bir şekilde hesaplanarak MAV lara yüklenebilir. Hatta, takip edilmesi gereken veya bulunması gereken muhtemel hedef bölgelerine MAV sürüleri kolaylıkla yoğunlaştırılabilir. Sunulan yöntemin sadece iki-boyutlu olması ve çok karmaşık geometriler etrafında doğru güzergah hesaplamak için çok sayıda yüzey elemanı gerektiğinde yavaş çalışması,

yöntemin şu aşamadaki eksiklikleri olarak söylenebilir. İleride bu yöntemin üç boyutlu hale getirilmesi ve hızlı matris çözme teknikleri kullanılarak gerçek zamanlı çözümler elde edilmesi planlanmaktadır. Ayrıca bahsi geçen ivme sınırlama yönteminin uçuş dinamiğine uygunluğu da simülasyon ortamlarında denenecektir.

## 6. Kaynakça

- [1] Zhu, R., Guan, X., Zhou, Z., Sun, D., 2006, “Collision-free path planning and trajectory generation for MAVs flying in Urban terrain,” IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS 2006.
- [2] Zhu, R., Sun, D., Zhou, Z., 2007, “Integrated design of trajectory planning and control for micro air vehicles,” *Mechatronics*, v 17, n 4-5, May/June, 2007, p 245-253.
- [3] Dorgan, A. J., Loth, E., Frazzoli, E., 2004, “Autonomous control of a micro-aircraft network in an atmospheric boundary layer” AIAA Paper, 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2004, p 5253-5264.
- [4] O. Khatib, “Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots,” *The International Journal of Robotics Research*, 5(1):90-98, 1986.
- [5] Waydo, S., and R.M. Murray, “Vehicle Motion Planning Using Stream Functions”, in *IEEE International Conference on Robotics and Automation* 2003.
- [6] Sullivan, J., S. Waydo and M. Campbell, “Using Stream Functions for Complex Behavior and Path Generation”, *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference* 2003.
- [7] Ye, G., Wang, H. O., Tanaka, K., “Coordinated Motion Control of Swarms With Dynamic Connectivity in Potential Flows.” [www.rc.mce.uec.ac.jp/wangh.pdf](http://www.rc.mce.uec.ac.jp/wangh.pdf)
- [8] Karin Sigurd and Jonathan How, “UAV Trajectory Design Using Total Field Collision Avoidance” AIAA Guidance, Control and Navigation Conference, 2003 Austin, TX
- [9] Eun, Y., Bang, H., 2006, "Cooperative Control of Multiple Unmanned Air Vehicles Using the Potential Field Theory," *Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 6, pp. 1805-1814.
- [10] Katz, J., Plotkin, A., 2001, *Low Speed Aerodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, Anderson, J.D., 2001, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill
- [11] Lewis, R.I., 1991, *Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK
- [12] Zhang, Y., Valavanis, K.P., 1997, "A 3-D Potential Panel Method for Robot Motion Planning," *Robotica*, Vol. 15, pp. 421-434.
- [13] Kim, J.O., Khosla, P., 1991, "Real-Time Obstacle Avoidance Using Harmonic Potential Functions," *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, California.
- [14] Yavrucuk, I., Uzol, O., 2007, “Panel Method Based Motion Planning for Swarming MAVs with Probabilistic Target Tracking,” *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 20-23 Aug 2007, Hilton Head, South Carolina.

# Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Ortak Yön Bulma Stratejisi: Bölüm 1 - Eş-Zamanlı Model \*

Andaç Töre Şamiloğlu<sup>1,2,3</sup>, Veysel Gazi<sup>2</sup>, A. Buğra Koku<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Başkent Üniversitesi, Ankara

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara

<sup>3</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

{andacsam@baskent.edu.tr, vgazi@etu.edu.tr, kbugra@metu.edu.tr}

## Özetçe

Bu çalışmada, çok-erkinli/parçacık sistemlerinde ortak yön belirlemek için kullanılan üç farklı strateji değişik koşullar altında kıyaslanmıştır. Çok-erkinli sistemlerin davranışları eş-zamanlı modellerle (i) sınırlı veya sınırsız çevreler, (ii) dönme kısıtlı veya kısıtsız özelliklerinin tüm kombinasyonlarında incelenmiştir. Bütün parçacıkların -erkinlerin- eşit ve sabit hızlarda hareket ettikleri ve yönlerini belirtilen üç stratejiden birine göre güncelledikleri varsayılmıştır. Bu stratejilerde benzetimler yapılmış ve gruplanma performanslarına olan etkileri incelenmiştir.

## 1. Giriş

Son yıllarda, balık, koyun, kuş, bakteri, termit, karınca gibi hayvan sürüleri ve yayalar gibi kolektif hareket sergileyen organizmalar birçok biyolog, fizikçi ve hatta mühendis tarafından incelenmektedir. Göreceli olarak basit olan bireylerin sadece kendi çevreleriyle etkileşerek koordine davranışlar sergilemeleri ortaya karmaşık, modellenmesi ve incelemesi zor davranışlar çıkarmaktadır. Doğa ilimlerinden bazıları ve teorik biyoloji bu karmaşık davranışlardan elde edilebilecek bazı ilkelerden faydalanabilirler.

Kuşlardaki toplanma davranışlarının benzetimlerini yapan ilk çalışma olarak Reynolds'un 1987'de yaptığı [1], BOIDS olarak isimlendirilen program gösterilebilir. Kendinden itmeli parçacıkların sabit hızlarla hareket ettiği Reynolds'un modeline benzer bir model üzerine çalışmayı da Vicsek ve arkadaşları yapmıştır [2]. Czirok ve arkadaşları [3] klasik kritik olağanüstülük iskeleti kullanarak kendinden itmeli parçacıkların dengeden çok uzak sistemini açıklayabileceklerini göstermişlerdir. Yazarların analizleri bu sistemlerin benzer denge sistemlerine kıyasla yeni özelliklerini ortaya koymaktadır. Diğer bir çalışmada [4] ise bu sistemlerin ölçeklenme davranışlarına gürültü ve büyüklüklerin etkisini açıklayan bazı teorik yaklaşımları ve büyük boyuttaki benzetim sonuçlarını göstermişlerdir. [5]'daki çalışmada da yazarlar bakterilerin kolektif hareketlerine genel bir görüngüsel model oturtmuşlardır. Yazarların yaptığı bir diğer çalışmada da [6] kendinden itmeli parçacıkların tek boyutta spontane simetri kırışları ve kendiliğinden organize oluşlarından bahsedilmektedir. Simetri kırma durumları üzerine yeni bir süreklilik teorisi üretmişlerdir. [7], dalgalanmalar altında organizmaların kolektif hareketi üzerine bir çalışmadır. Sınırlı bir gürültü se-

viyesinde parçacıkların düzensiz hareketten düzenli harekete geçiş yaptıklarını ve yayaların modelinde şeritlere ayrılarak bir çeşit kristal yapı oluşturduklarını göstermişlerdir. Basit etkileşim kurallarını kullanan kendinden itmeli parçacıkların ayrık zaman modellemesi [8]'de yapılmıştır. Yazarlar, modelin tek ve iki boyutta kendiliğinden örgütlendiği ve tutarlı yerel çözümler sergileyebildiğini göstermişlerdir.

Vicsek'in modelinden ([10]) hareketle sadece basit yerel komşuluk kurallarını kullanarak koordine olan hareketli robotlardan oluşan sistemlerin dinamikleri üzerine analizlerin yapıldığı bir çalışma da Savkin'in 2004'deki çalışmasıdır [9]. Yazar, bazı varsayımlar altında bütün robotların yönlerinin sonunda aynı olacağını göstermiştir. Benzer analizleri Jadbabaie ve arkadaşları hem ayrık hem sürekli zamanda modeller ve liderli ve lidersiz durumlar üzerine çalışmışlardır [11]. Yazarlar, belli bağlantı durumlarında erkinlerin aynı yönde buluştuklarını göstermişler ve bir anlamda Vicsek'in modelinin gürültü katılmamış ve pozisyon dinamikleri göz önüne alınmamış hali için teorik bir açıklama getirmişlerdir. Daha sonra bu çalışmalarda sonuçlar Moreau [12] ve ayrı olarak Ren ve Beard [13] tarafından genel sistemler için genişletilmiştir.

Kontrol teorileri kullanarak toplanma davranışlarının incelendiği ilk çalışmalar Tanner ve arkadaşları tarafından yapılmıştır [14, 15, 16]. Bu çalışmalarda erkinler noktasal kütleli varsayılmış ve [16]'da dönme kısıtlı erkinlerin sürekli zaman dinamikleri incelenmiştir. Bunun yanı sıra, son zamanlarda yapılan çalışmalardan biri olan [17]'de Olfati-Saber, noktasal kütleli erkinlerin kümelenmesinin analiz ve tasarımına Reynolds'un kurallarını da dahil ederek teorik bir çatı oluşturmuştur.

Doğada ve robot uygulamalarında otonom erkinler çoğunlukla eş-olmayan zamanlamayla çalışırlar. Bu nedenle eş-zamansız modeller daha gerçekçi ve uygulanabilir. Eş-zamansız modeller üzerine yapılan iki çalışmaya [18, 19]dan ulaşılabilmektedir.

Bu makalede Vicsek'in modelini [10] -gürültü eklenmemiş olarak- temel aldık. Erkinlerin ortak yönde toplanması için gerekli 3 farklı yön belirleme kuralı üzerine çalıştık ve elde ettiğimiz benzetim sonuçlarını kıyasladık. Dahası, erkinlerdeki maksimum dönme kısıtlarının ve sürünün hareket ettiği alanın sınırlı olduğu ve olmadığı durumları kıyasladık. Erkinlerdeki rasgele ilk pozisyon ve yön özelliklerinin özel durumlar ortaya çıkarmaması için çok sayıda farklı ilk durum özellikleri olan benzetimler yaptık.

## 2. Üst Seviye Dinamikler

Vicsek'in modeline [10] benzer olarak kendinden itmeli  $n$  tane parçacığın oluşturduğu çok-erkinli sistemde parçacıklar

\* Bu çalışma TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 104E170 sayılı proje kapsamında ve Avrupa Komisyonu tarafından 045269 sözleşme numaralı 6. Çerçeve Programı özel amaçlı araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir.

aşağıdaki dinamiklere uymaktadır

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v \cos(\theta_i(t+1)) \quad (1)$$

$$y_i(t+1) = y_i(t) + v \sin(\theta_i(t+1)) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

burada  $x_i(t), y_i(t) \in \mathbb{R}$  erkin  $i$ 'nin,  $t$  anında kartezyen koordinatlarda pozisyonlarını ve  $\theta_i(t) \in \mathbb{R}$  yönünü belirtmektedir. Erkinlerin hızlarının  $v$ , sabit ve eşit olduğu varsayılmıştır. Bir başka deyişle bütün erkinler aynı sabit hızda muhtemelen farklı yönlerde hareket etmektedirler. Erkinlerin görme/algılama kapasitelerinin sınırlı olduğu varsayılmıştır. Yani her erkin aynı sabit  $\delta$  uzaklığını görebilmekte ve sonuç olarak merkezleri kendi pozisyonları olan  $\delta$  yarıçaplı çember içindeki diğer erkinlerin -komşularının- bilgilerine ulaşabilmektedir. Eş-zamanlı modelde erkinlerin bir sonraki yönlerini, kendi ve komşularının şimdiki yönlerine göre belirledikleri varsayılmıştır. Bu bilgileri kullanarak 3 farklı yön belirleme stratejisi uygulanacaktır.

Dikkat edilirse bu çalışmadaki eş-zamanlı modellerde bütün erkinler komşularının kusursuz ve doğru zamanlı yön bilgisine sahiptir ve yön güncellemelerini düzenli olarak diğer bütün erkinlerle aynı anda yapmaktadır.

Diyelim ki

$$N_i(t) = \{j : |j \neq i, (x_i(t) - x_j(t))^2 + (y_i(t) - y_j(t))^2 \leq \delta^2\}$$

$i$ 'nci erkinin,  $t$  anındaki komşularının kümesi olsun ve  $|N_i(t)|$  bu kümenin eleman sayısını ifade ediyor olsun. İlerleyen bölümde farklı yön belirleme stratejileri anlatılacaktır.

### 3. Yön Belirleme Stratejileri

#### 3.1. Strateji 1 (Ortalama)

Bu yöntem komşu erkinlerin yönlerinin ortalamasını alma üzerine kuruludur. Erkin  $i$ 'nin  $t+1$ 'deki yönü aşağıdaki eşitlikle bulunabilir

$$\theta_i(t+1) = \frac{1}{1 + |N_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t) \right) \quad (3)$$

Erkin  $i$ ,  $t$  anında erkin  $j$ 'nin yön bilgisi olarak  $\theta_j(t)$ 'yi almaktadır. Bu stratejinin en önemli eksiği bazı özel durumlarda mantıklı olmayan sonuçlar verebilmesidir. Örneğin, iki erkinin bu stratejiyi kullandıklarını düşünelim. Birisinin yönü  $+5^\circ$  iken diğerinki  $+355^\circ$  olsun. Eşitlik (3)'ü kullandıklarında bir sonraki basamakta elde edecekleri yön  $180^\circ$ 'dir. Oysa ikisi de  $0^\circ$ 'ye dönmelidir (tam tersi yöne dönmektedirler). Bu çalışmada açılar  $0^\circ - 360^\circ$  arasında kullanılmaktadır. Eğer açı ölçülerini  $-180^\circ$  ve  $+180^\circ$  aralığında kullanmaya kalkarsak yukarıdaki sapma  $0^\circ$  etrafında değil de  $180^\circ$  etrafında tekrar edecektir.

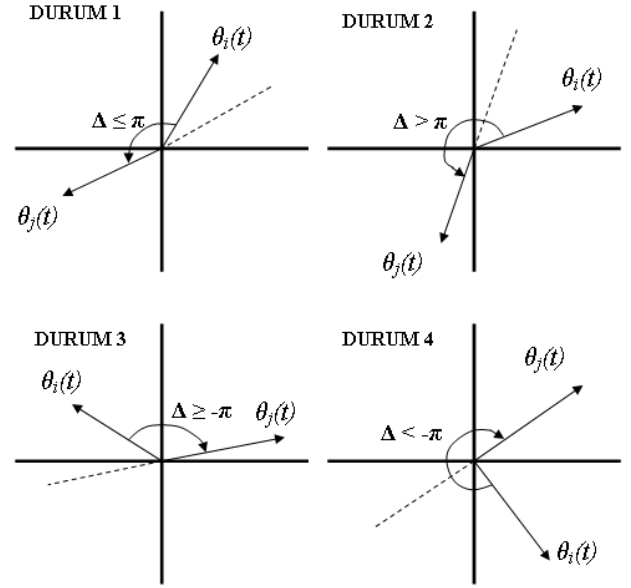
#### 3.2. Strateji 2 (Göreceli Yönler)

Bu yöntemde erkinler komşularının ve kendi yönlerinin aralarındaki açı farkını yani göreceli yönleri kullanmaktadır. Aşağıdaki eşitlik bu yön farkını bir sonraki basamakta yönlerini belirlemek için nasıl kullandıklarını göstermektedir.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \frac{\Theta}{1 + |N_i(t)|} \quad (4)$$

Burada  $\Theta$   $i$ 'nci erkinin komşularıyla arasındaki yön farklarının toplamını ifade etmektedir. Bir erkinin komşusuyla arasındaki açı farkı 4 farklı şekilde oluşabilir (Şekil 1). Bu nedenle açı farklarının hesabı bu 4 farklı durum için ayrı eşitliklerle yapılmaktadır.

Aşağıdaki pseudo kod  $\Theta$ 'nın hesaplanmasını göstermektedir.



Şekil 1: Bir erkinin komşusuyla arasındaki açı farkı 4 farklı şekilde oluşabilir.

$\Theta = 0$

FOR  $j \in N_i(t)$

$$\Delta = \theta_j(t) - \theta_i(t)$$

IF  $\Delta \leq \pi$  OR  $\Delta \geq -\pi$  (DURUM 1 OR 3)

$$\Theta = \Theta + \Delta$$

ELSE IF  $\Delta > \pi$  (DURUM 2)

$$\Theta = \Theta + \Delta - 2\pi$$

ELSE IF  $\Delta < -\pi$  (DURUM 4)

$$\Theta = \Theta + \Delta + 2\pi$$

END

END

burada  $\theta_i(t) \in [0, 2\pi) \forall i, t$ .

Eşitlik (4)'teki yöntem ilk yöntem (Eşitlik (3)) göre daha mantıklıdır çünkü bu yöntem göreceli yönler göre hesap yapmakta (bu bilgi global yön bilgisine göre elde edilmesi daha kolay bir bilgidir) ve yukarıdaki algoritma sayesinde her zaman dönme açısı olarak dar olanı seçmektedir. Fakat bu kuralda da ilk yöntemde olduğu gibi bazı simetrik durumlar oluşması halinde kararsızlık yaşanan durumlar ortaya çıkabilir. Örneğin, 3 erkinin birbirlerine tam olarak  $120^\circ$  açıyla durdukları durumda hangi yönde karar kılacakları belirlenememektedir. Ancak bu tür simetrik durumların ortaya çıkma olasılığı oldukça düşüktür.

#### 3.3. Strateji 3 (Vektörel Toplama)

Bu yöntem erkinlerin yönlerini gösteren birim vektörlerin toplamı üzerine kuruludur. Eğer  $r_i$   $i$ 'nci erkinin yönünü gösteren birim vektör olarak adlandırılırsa, aşağıdaki ifadeyle erkinlerin bir sonraki basamaktaki yönlerini belirleyebiliriz.

$$\theta_i(t+1) = a\phi \left( r_i(t) + \sum_{j \in N_i(\tau_j(t))} r_j(t) \right) \quad (5)$$

Burada  $a\phi(v)$ ,  $v$  vektörünün açısını veren fonksiyondur. Uygulama sırasında  $Px$  ve  $Py$ 'nin eşitlik (5) ile hesaplanan vektörün

sırasıyla  $x$  ve  $y$  yönlerindeki parçaları olduğunu varsayarsak yeni açığı  $atan2(Py, Px)$  fonksiyonuyla hesaplayabiliriz.

Bu kuralda da önceki iki kuralda olduğu gibi bazı simetrik durumların ortaya çıkması halinde kararsızlık yaşanacaktır. Ancak, yine de ilk kurala göre daha mantıklı yönler belirleyebilmektedir. Uygulama sırasında oluşması düşük bir olasılığa sahip olsa bile simetrik durumlar için erkinler kendilerine rasgele bir yön belirleyebilecek şekilde programlanabilir.

#### 4. Kısıtlı Dönme Açıları

Yukarıda anlatıldığı üzere erkinler yeni yönlerini kendi ve komşularının açılarını kullanarak hesaplamaktadır. Erkinlerin hesaplanan yönlere anlık dönüşler yapabilmeleri pratikte zor uygulanan bir olaydır ancak bir çok çalışmada bu varsayım kullanılmaktadır. Bu nedenle bu bölümde erkinlerin fiziksel ya da mekanik kısıtlar yüzünden dönme açılarının sınırlı olduğu bir model geliştirilecektir. Aşağıdaki eşitlikte bu kısıtlar kullanılarak erkin dinamiği tekrar oluşturulmuştur.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \min(abs(\phi_i(t)), \alpha) \times \text{sign}(\phi_i(t)), \quad (6)$$

Burada  $\alpha$  bir erkinin her bir zaman basamağında dönebileceği maksimum açıdır.  $\phi_i(t)$  ise erkinin dönmesi istenen/hesaplanan açıdır. Eşitlik (6)'ya göre  $i$ 'nci erkin en fazla  $\alpha$  kadar  $\phi_i(t)$  yönünde (saat ya da saatın tersi yönde) dönebilir. Dönme açısı kısıdını kullanmak için gerekli olan  $\phi_i(t)$  açısını hesaplamak için daha önce belirttiğimiz 3 stratejinin yön belirleme kurallarını aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.

Strateji 1 için

$$\phi_i(t) = \frac{1}{1 + |N_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t) \right) - \theta_i(t) \quad (7)$$

Strateji 2 için

$$\phi_i(t) = \frac{\Theta}{1 + |N_i(t)|} \quad (8)$$

Burada  $\Theta$  bölüm 3.2'de verilen pseudo kod ile hesaplanacaktır.

Strateji 3 için

$$\phi_i(t) = \text{angle} \left( r_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} r_j(t) \right) - \theta_i(t) \quad (9)$$

#### 5. Benzetim Sonuçları ve Tartışmalar

Bu bölümde yukarıda oluşturduğumuz modellerin benzetimleri yapılarak sonuçları kıyaslanmaktadır. Benzetimlerde  $n = 50$  tane erkin kullanılmıştır. Başlangıçta bütün erkinler  $100 \times 100$ 'lük bir alanda rasgele konumlandırılmıştır. Bütün erkinlerin hızları eşit ve 1 birim/basamak olarak sabittir. Simülasyonlar sınırsız arenalar için  $T = 500$  basamak boyunca, sınırlı arenalar için  $T = 1000$  basamak kadar sürdürülmüştür. Erkinlerin ilk pozisyonları ve yönleri rastgele belirlenmiş ve bütün stratejiler için aynı ilk durumlar kullanılmıştır. Benzetim sonuçları incelenirken 20 tane farklı rasgele belirlenmiş ilk durum için yapılan benzetim sonuçlarının ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır.

Sistemlerin performanslarını ölçmek için  $e_d(t) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \|z_i(t) - z_j(t)\|, t \geq 1$ ;  $e_\theta(t) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \|\theta_i(t) - \theta_j(t)\|, t \geq 1$ ;  $\dot{e}_\theta(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \|\theta_i(t) - \theta_i(t-1)\|, t \geq 2$  kriterleri kullanılmıştır.

Burada  $z_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]^T$ ,  $i$ 'nci erkinin pozisyon vektörüdür.  $e_d(t)$ , erkinler arasındaki ortalama uzaklık,  $e_\theta(t)$ , erkinler arasındaki yön farklarının ortalaması,  $\dot{e}_\theta(t)$ , erkinlerin yönlerinin zamana göre değişim oranlarının ortalaması'dır. Dördüncü performans kriteri ise toplam grup (cluster) sayısıdır. Burada grup ile anlatılmak istenen birbirlerine doğrudan ya da dolaylı olarak komşu olan erkinler topluluğudur. (Dikkat ederseniz erkinler  $i$  ve  $j$ ,  $\|z_i(t) - z_j(t)\| \leq \delta$  sağlandığı müddetçe komşudurlar).  $e_d(t)$  azaldığı sürece erkinlerin birbirlerine yaklaştıkları ve dolayısıyla grup oluşturmada daha iyi performans gösterdikleri anlaşılabılır. Grup sayısı kriteri erkin sürüsünün grup oluşturmada nasıl bir başarı gösterdiğini ifade eder. Grup sayısı azaldıkça ya da gruplardaki erkin sayısı arttıkça bu aynı yönde hareket eden erkin sayısının arttığını göstermektedir. Bu nedenle grup sayısındaki performans iyileştikçe ortak yön belirlemedeki performans da iyileşir. Bunların dışında  $e_\theta(t)$  kriteri küçüldükçe erkinlerin birbirine yakın yönlerde hareket ettiklerini ve sonuç olarak ortak yön belirlemede daha iyi olduklarını anlıyoruz. Erkinlerin yönlerinin kararlı bir hal aldığını ise  $\dot{e}_\theta(t)$  performans ölçüsündeki azalmadan anlayabiliriz.

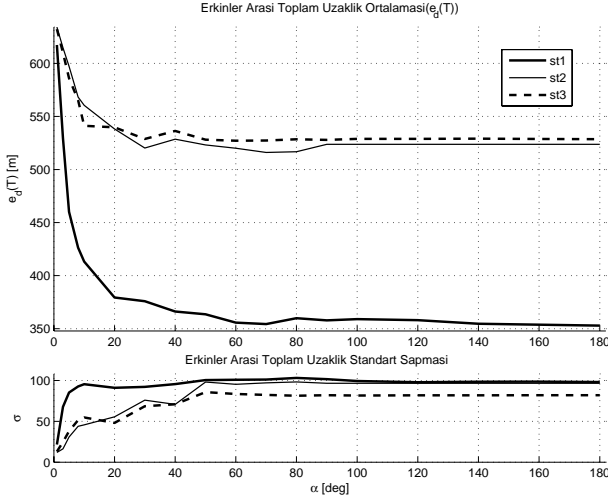
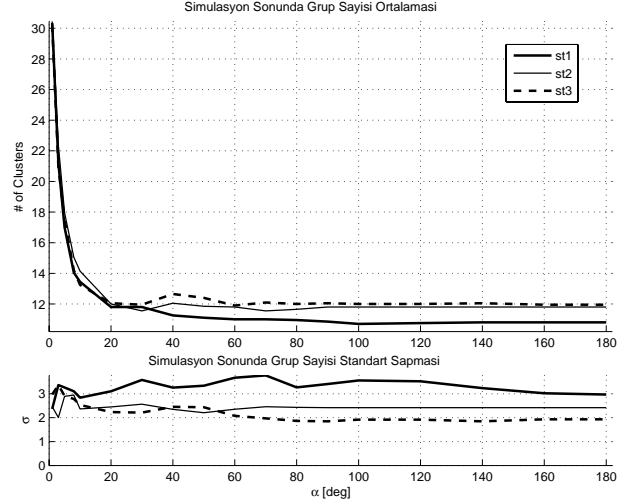
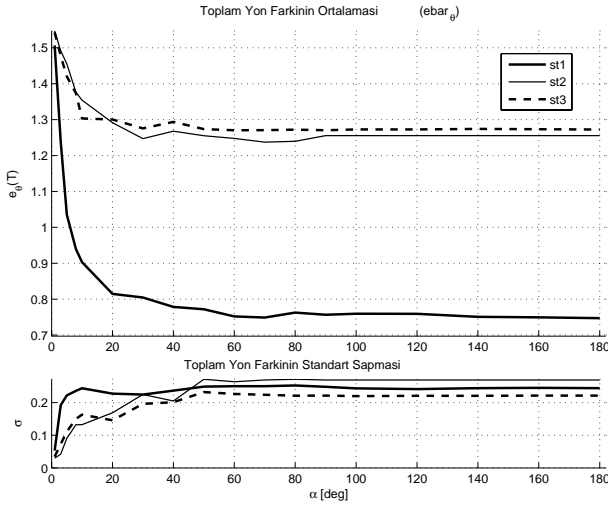
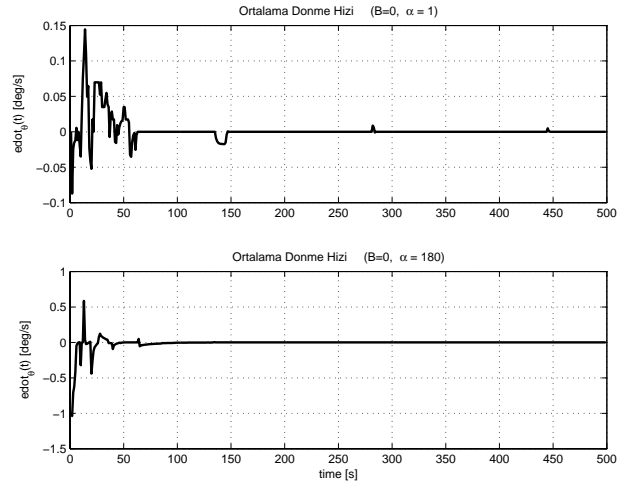
##### 5.1. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırsız arena)

Burada erkinlerdeki dönme açısı kısıtlarının ( $\alpha$ ) ve 3 farklı yön belirleme stratejinin ortak yön belirleme üzerine etkilerini inceleyeceğiz. Bu benzetimler sırasında komşuluk yarıçapı  $\delta = 20$  birim alınmıştır.

Şekil 2 ve 3'de  $e_d(t)$  ve  $e_\theta(t)$ 'nin benzetim süreleri sonunda ( $t = T = 500$ ) erkin dönme açısı kısıtlarının farklı değerlerine göre aldıkları değerler çizdirilmiştir. Şekillerden görüldüğü gibi  $\alpha$  değeri arttıkça (yani dönme kısıtları azaldıkça) her iki  $e_d(T)$  ve  $e_\theta(T)$  değerleri her 3 strateji için azalmaktadır. Erkinler arasındaki toplam uzaklık yüksek  $\alpha$  değerleri için azalmaktadır. Bu, erkinlerdeki dönme kısıtlarının azalmasının onların daha rahat dönmesine ve doğal olarak istenilen yöne daha çabuk ulaşabilmelerine yol açtığı için beklenen bir sonuçtur. Toplam yön farkları  $e_\theta(T)$ 'nin azalması ise farklı yönlerde hareket eden erkin sayısının azaldığını ve doğal olarak aynı yönde hareket eden erkin gruplarının sayısının arttığını ifade etmektedir. Şekil 4'de grup oluşturma performansını görmekteyiz. Bütün stratejilerde dönme açısı kısıtı azaldıkça performans artmaktadır.

Şekiller 2, 3 ve 4'de ilk strateji bütün  $\alpha$  değerleri için hep en iyi performansı göstermiştir. 2. ve 3. stratejiler birbirlerine yakın performanslara sahiptir. (Bu makaledeki bütün simülasyon sonuçları grafiklerinde strateji 1 için kalın düz çizgi, strateji 2 için düz çizgi ve strateji 3 için tireli çizgi kullanılmıştır.)

Tüm erkinlerin yönlerindeki değişimlerin toplamı olan  $\dot{e}_\theta(t)$  Şekil 5, 6 ve 7'de sırasıyla 1. 2. ve 3. stratejiler için görülmektedir. Bu şekillerin üçünde de değerler  $\alpha = 1^\circ$ 'de  $\alpha = 180^\circ$ 'de olduğundan daha düşüktür çünkü dönme açısındaki kısıt arttıkça ( $\alpha$  azaldıkça) dönme açısı hızı da (yönlerdeki değişim miktarı) azalmaktadır. Daha önce söylediğimiz gibi düşük  $\alpha$  değerlerinde büyük grupların oluşması olasılığı düşüktür. Bu nedenle, erkinler birbirinden uzaklaşmaya devam eden daha küçük gruplarda (bu gruplardan çok sayıda var) hareketlerine devam etmektedir. Zaten bu gruplar birbirlerinin komşuluklarından çıktuktan sonra aynı yönlerde ilerledikleri için tekrar karşılaşmaları ve ortak bir grup oluşturma olasılıkları çok düşüktür (sınırsız arena). Bu nedenle bütün şekillerde bir süre geçtikten sonra  $\dot{e}_\theta(t)$  sıfıra yakınsamakta ve bir daha değişmemektedir ki bu herhangi bir erkinin yönünü değiştirmedikçe göstermektedir. Dikkat ederseniz Şekil 5'da

Şekil 2: Sınırsız arenada  $e_d(T)$  sonuçları.Şekil 4: Sınırsız arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.Şekil 3: Sınırsız arenada  $e_\theta(T)$  sonuçları.

Şekil 5: Strateji 1

$\alpha = 1^\circ$  olduğu durumda 140, 270 ve 440'ıncı zaman basamakları etrafında bazı zirveler görülmektedir. Bu zirveler bazı grupların karşılaştıklarını ve ortak bir yön belirlediklerini göstermektedir.

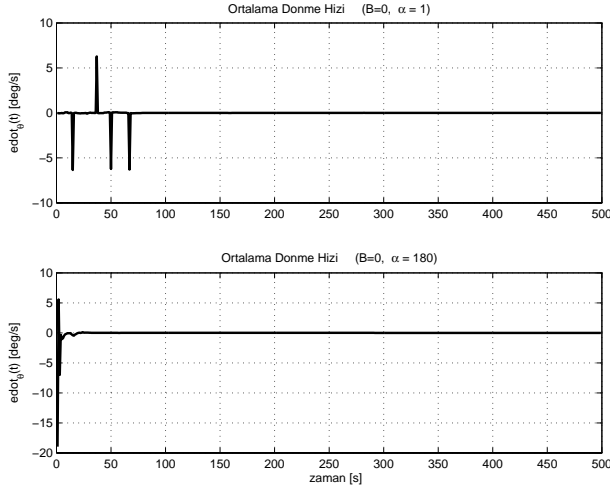
## 5.2. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırlı arena)

Sınırsız arena için kullandığımız bütün parametre değerleri ve ilk durumlar buradaki benzetimler için aynen kullanılmıştır. Tek fark buradaki benzetimlerde arenanın sınırlı olmasıdır. Erkinler  $100 \times 100$ 'lük bir kare alanda hareket etmektedirler. Sınırla karşılaşan erkin tıpkı ışık ışınlarının aynadan yansıması gibi sınırdan yansıyan yeni yönde hareketine devam etmektedir. İlerleyen bölümlerde eş-zamanlı ve eş-zamansız durumlar için elde edilen benzetim sonuçları sunulmaktadır.

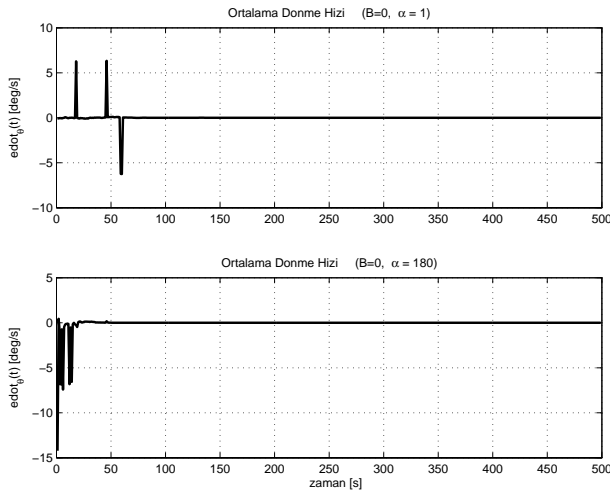
Şekil 8 ve 9'de sırasıyla  $e_d(t)$  ve  $e_\theta(t)$  performans kriterlerinin sonuçları çizdirilmiştir. Daha önceki sonuçlarımıza benzer olarak  $\alpha$  değeri arttıkça  $e_d(T)$  ve  $e_\theta(T)$  değerleri azalmaktadır. Grup oluşturma performanslarının çizdirildiği 10'inci şekilde yine dönme kısıtlarındaki azalmaların sonuçları

iyi yönde etkilendiği görülmektedir. Birinci strateji önceki sonuçlarımıza benzer şekilde yine diğer stratejilerden daha iyi sonuçlar vermiştir (Şekil 8, 9 ve 10) ve yine 2. ve 3. stratejilerin sonuçları birbirine çok yakındır. Beklenildiği gibi, arena sınırlı olduğu için gruplar birbirlerinde uzaklaşamamakta ve sık sık karşılaşabilmektedir. Bu nedenle bu bölümdeki sonuçlar önceki bölüme (sınırsız arena) göre daha iyidir.

$\dot{e}_\theta(t)$ 'nin 3 ayrı strateji için çizdirildiği grafikler Şekil 11, 12 ve 13'dür. Bu sonuçlar sınırlı arenadaki yön değiştirme kriterinin sınırsız arenaya göre daha yüksek değerler aldığını göstermiştir. Sınırsız arenada gruplar bir yön belirleyip o yönde sabit hareket etmektedirler. Bu grupları birbirinden uzaklaştırmakta ve karşılaşma olasılıklarını azaltmaktadır. Fakat sınırlı arenada tüm gruplar aynı alan içerisinde sınırlardan dönerek hareket ettikleri için karşılaşma ve dolayısıyla ortak yön belirleme olasılıkları yükselmektedir. Grafiklerdeki dik dalgalarda grupların sınırlardan döndüğü (doğal olarak yönlerini büyük oranda değiştirdiği) anlarda gerçekleşmektedir. Dönme kısıtlarının yüksek olduğu benzetimlerde grupların tekrar ortak bir yön belirleme süreçleri uzayabilmektedir çünkü sınırla ilk karşılaşan erkin yansıdıktan sonra



Şekil 6: Strateji 2

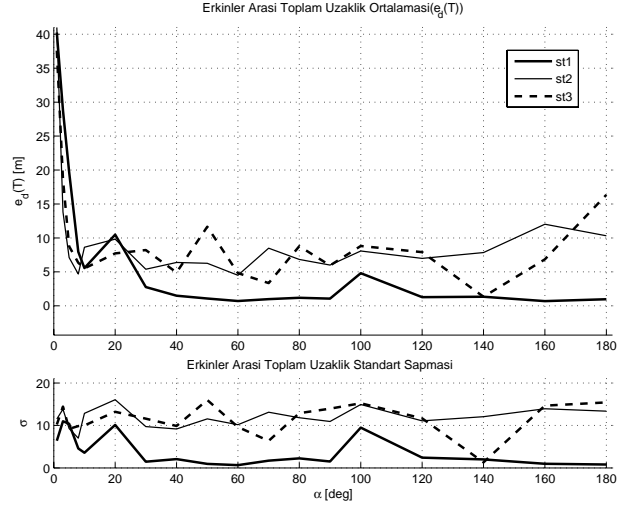


Şekil 7: Strateji 3

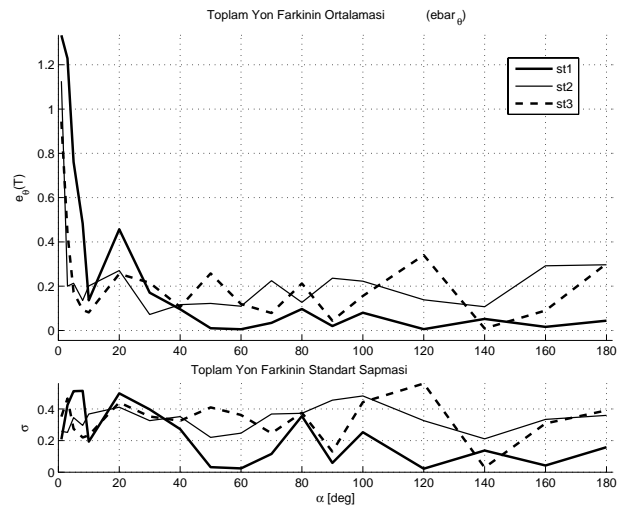
komşusu olan erkinler yeni yön hesaplarına yansıma yönü katmakta ancak yeni hesaplanan yöne tek seferde dönememektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] Reynolds, C. W., *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*, Comp. Graph., 1987, Cilt 21, Sayı 4, sf. 25-34
- [2] Vicsek, T., Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Shochet, I., *Novel type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles*, Physical Review Letters, Cilt 75, Sayı 6, sf. 1226-1229, Ağustos 1995
- [3] Czirok, A. ve Stanley, H. E. ve Vicsek, T., *Spontaneously ordered motion of self-propelled particles*, Journal of Physics A Mathematical General, Cilt 30, sf. 1375-1385, Mart 1997
- [4] Czirok, A. ve Vicsek, T., *Collective behavior of interacting self-propelled particles*, Physica A Statistical Mechanics and its Applications, Cilt 281, sf. 17-29, Haz. 2000
- [5] Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Vicsek, T., *Formation of complex bacterial colonies via self-generated vor-*



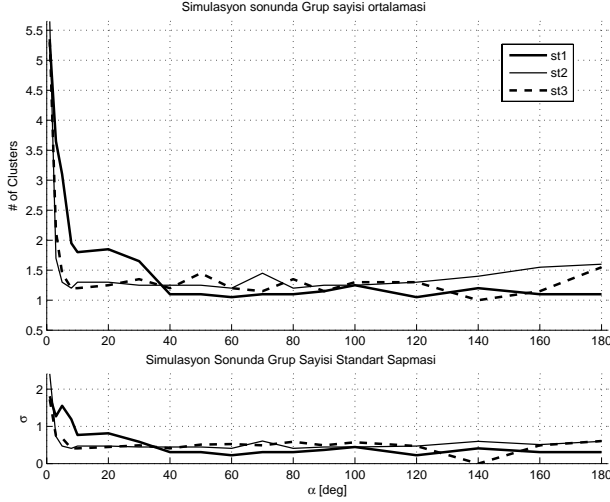
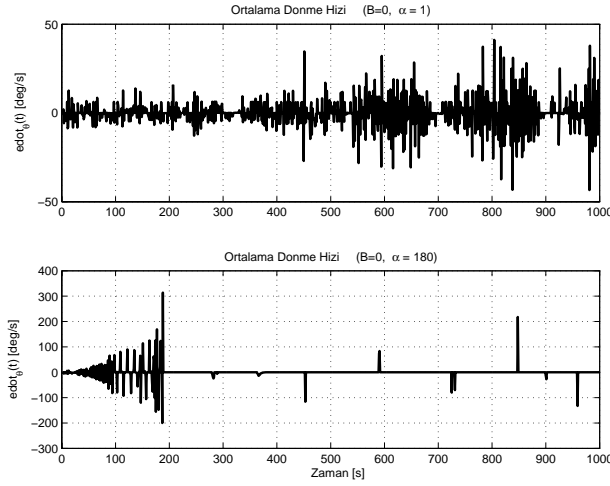
Şekil 8: Sınırlı arenada  $e_d(T)$  sonuçları.



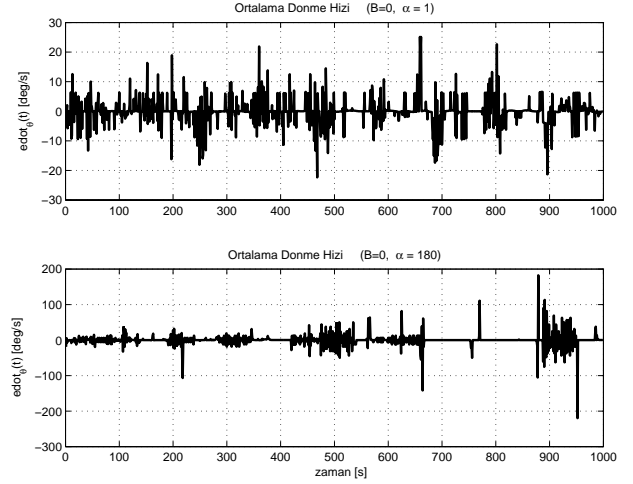
Şekil 9: Sınırlı arenada  $e_\theta(T)$  sonuçları.

tices, Physical Review E, Cilt 54, sf. 1791-1801, Ağustos 1996

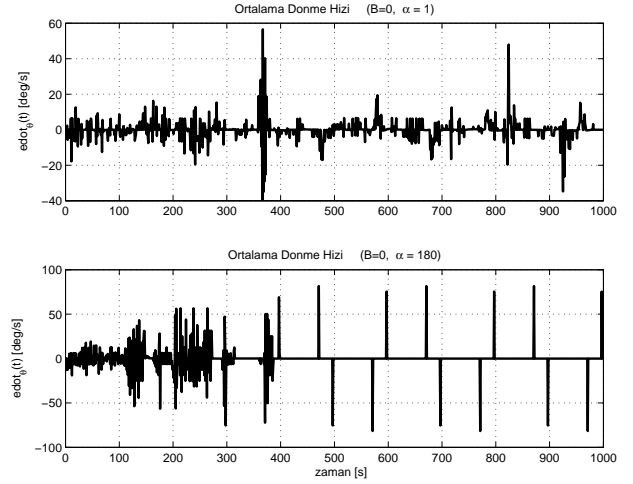
- [6] Czirok, A. ve Barabasi, A. ve Vicsek, T. *Collective Motion of Self-Propelled Particles: Kinetic Phase Transition in One Dimension*, Physical Review Letters, Cilt 82, Sayı 1, sf. 209-212, Ocak 1999
- [7] Vicsek, T., *Application of statistical mechanics to collective motion in biology*, Physica A Statistical Mechanics and its Applications, Cilt 274, sf. 182-189, Aralık 1999
- [8] Levine, H. ve Rappel, W. J. ve Cohen, I. *Self-Organization in Systems of Self-Propelled Particles*, Physical Review E, Cilt 63, Sayı 17101, sf. 1-4, Aralık 2000
- [9] Savkin, A. V., *Coordinated Collective Motion of Groups of Autonomous Mobile Robots: Analysis of Vicsek's Model*, IEEE Transactions on Automatic Control, Cilt 49, Sayı 6, sf. 981-983, Haziran 2004
- [10] Vicsek, T. ve Czirok, A. ve Ben-Jacob, E. ve Cohen, I. ve Shochet, O., *Novel Type of Phase Transition in a System of*

Şekil 10: Sınırlı arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.

Şekil 11: Strateji 1



Şekil 12: Strateji 2



Şekil 13: Strateji 3

*Self-Driven Particles*, Physical Review Letters, Cilt 75, Sayı 6, sf. 1226-1229, Ağustos 1995

- [11] Jadbabaie, A. ve Lin, J. ve Morse, A. S., *Coordination of Groups of Mobile Autonomous Agents Using Nearest Neighbor Rules*, IEEE Transactions on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 6, sf. 988-1001, Haziran 2003
- [12] Moreau, L., *Stability of Multiagent Systems With Time-Dependent Communication Links*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 2, sf. 169-182, Şubat 2005
- [13] Ren, W., ve Beard, R. W., *Consensus Seeking in Multi-agent Systems Under Dynamically Changing Interaction Topologies*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 5, sf. 655-661, Mayıs 2005
- [14] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Stable Flocking of Mobile Agents, Part I: Fixed Topology*, Proc. Conf. Decision Contr., sf. 2010-2015, Maui, Hawaii, Aralık 2003
- [15] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Stable Flocking of Mobile Agents, Part II: Dynamic Topology*, Proc.

Conf. Decision Contr., sf. 2016-2021, Maui, Hawaii, Aralık 2003

- [16] Tanner, H. G., ve Jadbabaie, A., ve Pappas, G. J., *Flocking in Teams of Nonholonomic Agents*, S. Morse, N. Leonard ve V. Kumar (eds.), Cooperative Control, LNCIS, Springer, Cilt 309, sf. 229-239, Ağustos 2002
- [17] Olfati-Saber, R., *Flocking for Multi-Agent Dynamic Systems: Algorithms and Theory*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 51, Sayı 3, sf. 401-420, Mart 2006
- [18] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B. , *Effects of Asynchronism and Neighborhood Size on Clustering in Self-Propelled Particle Systems*, A. Levi and et al. (Edt.), IS-CIS06, LNCS 4263, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 665-676, Kasım 2006
- [19] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B. , *Asynchronous Cyclic Pursuit*, S. Nolfi et al. (Edt), SAB06, LNAI 4095, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 667-678, Eylül 2006



# Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Ortak Yön Bulma Stratejisi: Bölüm 2 - Eş-Zamansız Model \*

Andaç Töre Şamiloğlu<sup>1,2,3</sup>, Veysel Gazi<sup>2</sup>, A. Buğra Koku<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Başkent Üniversitesi, Ankara

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara

<sup>3</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

{andacsam@baskent.edu.tr, vgazi@etu.edu.tr, kbugra@metu.edu.tr}

## Özetçe

Bu çalışmada, çok-erkinli/parçacık sistemlerinde ortak yön belirlemek için kullanılan üç farklı strateji değişik koşullar altında kıyaslanmıştır. Çok-erkinli sistemlerin davranışları eş-zamansız, (i) sınırlı veya sınırsız çevreler, (ii) dönme kısıtlı veya kısıtsız özelliklerinin tüm kombinasyonlarında incelenmiştir. Bütün parçacıkların -erkinlerin- eşit ve sabit hızlarda hareket ettikleri ve yönlerini belirtilen üç stratejiden birine göre güncelledikleri varsayılmıştır. Bu stratejilerde benzetimler yapılmış ve gruplanma performanslarına olan etkileri incelenmiştir.

## 1. Giriş

Erkinlerin kümelenme davranışları birçok çalışmada eş-zamanlı çalışacak şekilde modellenmiştir. Bunların dışında kimi çalışmalar eş-zamanlı olmayan modeller üzerine yapılmıştır [1, 2, 3, 4, 5]. Beni'nin 1996'daki çalışması eş-zamansız modellerin eş-zamanlı olan modellerdeki yapılanmaya yakınsaması üzerinedir. Bu çalışmada eş-zamansız modelin eş-zamanlı olan modeldeki sonuçlara yakınsaması için yeter şartların varlığı ispatlanmıştır. [2, 3, 4] çalışmalarında tek boyutta ve  $M$  boyutta eş-zamansız modellerin kararlılığı incelenmiştir. 2005'de Beni [5] eş-zamansız sürülerin eş-zamanlı olan sürülere göre yakınsama özelliğinin daha iyi olabileceğini göstermektedir ve sürülerin düzensiz halden bir düzene geçmelerinin onların temel bir karakteristiği olduğunu ve sürülerin parçalı eş-zamanlı durumlarındaki azalmanın yakınsak olmayan özelliklerini yakınsak hale getirdiğini göstermektedir. Erkinlerin anonim, homojen, hafızasız ve iletişim özürü oldukları durumlarda toplanma davranışları [6]'da incelenmiştir. Benzer bir çalışmada [7], yazarlar, eş-zamansız, sınırlı görme kabiliyetleri olan erkinlerin pusulaları olduğu müddetçe aynı yerde toplanabildiklerini göstermiştir.

Doğada ve robot uygulamalarında otonom erkinler çoğunlukla eş-zamansız çalışırlar. Bu nedenle eş-zamansız modeller daha gerçekçi ve uygulanabilir. Bu makalede Vicsek'in modelinin [8] -gürültü eklenmemiş olarak- eş-zamansız gerçekleşmesi üzerine çalıştık ve eş-zamansız modelin erkinlerin ortak yönde hareket koordinasyonu üzerine etkilerini inceledik. Erkinlerin ortak yönde toplanması için gerekli 3 farklı yön belirleme kuralı üzerine çalıştık ve elde ettiğimiz benzetim sonuçlarını kıyasladık. Dahası, erkinlerdeki maksimum dönme kısıtlarının ve sürünün hareket ettiği alanın sınırlı olduğu ve olmadıği durumları kıyasladık. Erkinlerdeki rasgele ilk pozisyon

ve yön özelliklerinin özel durumlar ortaya çıkarmaması için çok sayıda farklı ilk durum özellikleri olan benzetimler yaptık.

## 2. Üst Seviye Dinamikler

Vicsek'in modeline [8] benzer olarak kendinden itmeli  $n$  tane parçacığın oluşturduğu çok-erkinli sistemde parçacıklar aşağıdaki dinamiklere uymaktadır

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v \cos(\theta_i(t+1)) \quad (1)$$

$$y_i(t+1) = y_i(t) + v \sin(\theta_i(t+1)) \quad i = 1, \dots, n \quad (2)$$

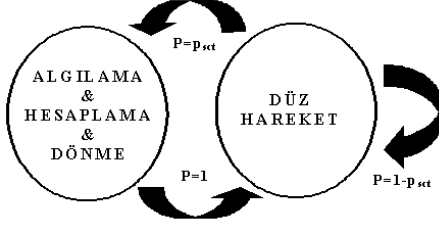
burada  $x_i(t), y_i(t) \in \mathbb{R}$  erkin  $i$ 'nin,  $t$  anında kartezyen koordinatlarda pozisyonlarını ve  $\theta_i(t) \in \mathbb{R}$  yönünü belirtmektedir. Erkinlerin hızlarının  $v$ , sabit ve eşit olduğu varsayılmıştır. Erkinlerin görme kapasitelerinin sınırlı olduğu varsayılmıştır. Yani her erkin aynı sabit  $\delta$  uzaklığını görebilmekte ve sonuç olarak merkezleri kendi pozisyonları olan  $\delta$  yarıçaplı çember içindeki diğer erkinlerin -komşularının- bilgilerine ulaşabilmektedir. Eş-zamanlı modelde erkinlerin bir sonraki yönlerini, kendi ve komşularının şimdiki yönlerine göre belirledikleri varsayılmıştır. Bu bilgileri kullanarak 3 farklı yön belirleme stratejisi uygulanacaktır.

Literatürdeki birçok çalışmada erkinler komşularının bilgilerine (pozisyon ve/veya yön bilgileri) kusursuz şekilde ulaşabilmekte ve eş-zamanlı olarak hareket etmektedirler. Ancak, gerçek sürülerde bu oluşması zor bir olaydır. Bu eş-zamanlı dinamikleri uygulayabilmek için bütün erkinlerin ortak olarak kullandıkları global bir saate ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle her erkinin kendi saatini kullandığı ve bağımsız olarak hareketlerini gerçekleştirdiği eş-zamansız modeller daha gerçekçidir. Dahası, komşuların bilgilerini toplamakta iletişimden ya da algılamadan kaynaklanan bazı gecikmeler yaşanabilir. Bu gecikmeleri eklemek daha gerçekçi modeller elde etmemizi sağlar. Böyle gerçekçi modelleri kurgulamak için [9] çalışmamızdakine benzer yüksek-seviye bir model oluşturacağız.

Eş-zamansız yüksek-seviye kontrol için döngüsel takip üzerine çalıştığımız [10] makalemizdeki yöntemle benzer bir yöntem kullanacağız. O çalışmamızda yüksek seviye kontrol için sonlu-durum makinesi kullanmıştık. Yapı 3 temel davranış içermekteydi: *bekleme*, *algılama* ve *hesaplama*, ve *hareket*. Bu çalışmamızdaki modelimizde erkinler sabit hızlarla en son güncelledikleri yönde sürekli hareket etmekte ve sonlu-durum makinesi yön dinamikleri için çalışmaya devam etmektedir. Bu nedenle sonlu-durum makinesinde kullanacağımız durumlar: *algılama* - *hesaplama* - *dönme* ve *düz hareket* olarak belirlenebilir (Şekil 1).

*algılama* - *hesaplama* - *dönme* durumunda  $i$ 'ninci erkin komşu erkinlerin yönlerini almakta (ölçerek ya da başka bir

\* Bu çalışma TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 104E170 sayılı proje kapsamında ve Avrupa Komisyonu tarafından 045269 sözleşme numaralı 6. Çerçeve Programı özel amaçlı araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir.



Şekil 1: Sonlu Durum Makinesi

şekilde) ve kendi yeni yönünü hesaplayarak o yöne dönmektedir. *düz hareket* durumunda ise erkin yönünü değiştirmemekte ve en son güncellenen yönde hareketine devam etmektedir. Bu davranışlar, sonlu-durum makinesi tarafından sonsuz bir döngüde kontrol edilmektedir. *algılama - hesaplama - dönme* durumundan çıkan erkin doğrudan *düz hareket* durumuna geçmektedir (1 - tam olasılıkla). Ancak *düz hareket* durumunu bitiren erkin hem *algılama - hesaplama - dönme* durumuna hem de tekrar *düz hareket* durumuna geçebilir. Bu iki olaydan birinin gerçekleşmesi birleşit olasılık hesabına bağlı olarak modellenmiştir. Örneğin, *düz hareket* durumundan *algılama - hesaplama - dönme* durumuna geçme olasılığı  $p_{sct}$  ise tekrar *düz hareket* durumuna dönme olasılığı  $1 - p_{sct}$ 'dir.

Erkinlerin hesaplanan yöne belli açısal hızlarla dönmelerini garantileyen düşük-seviye kontrollerinin var olduğu kabul edilmiştir. Biz bu çalışmamızda düşük-seviye kontrolleriyle ilgilenmiyoruz. Bu nedenle gösterilen analizler değişik düşük seviye dinamiklere sahip birçok sisteme ve kendi içinde değişik dinamiklere sahip erkinlerden oluşan sistemlere uygulanabilirlerdir. Ek olarak bu çalışmada erkinlerin çarpışma olayları dikkate alınmadı. Bu nedenle geriye kalan davranış sırası şöyledir: hesaplanan yöne dön; belirlenen süre boyunca yön güncellemesi yapma; sonra tekrar komşuların yönlerini algıla ve döneceğin yönü hesapla.

*algılama - hesaplama - dönme* durumunda  $i$ 'ninci erkin komşularının yönlerini algılıyor ve yeni yönünü belirliyor olacaktır. Ancak bu sırada komşu erkinler kendi *algılama - hesaplama - dönme* durumunda olabilirler ve bu yüzden  $i$ 'ninci erkinin algıladığı yönler yanlış/eski olabilir. Aslında, algılama işleminin kendisi gecikmeler içerebilir. Bu nedenle erkinlerin modellemesinde mutlaka bu gecikmeler göz önünde bulundurulmalıdır. Bu gecikmeleri modelleyebilmek için  $\tau_j^i(t)$  zaman değişkenini kullanacağız. Bu değişken  $0 \leq \tau_j^i(t) \leq t$  eşitsizliğini sağlamaktadır. Yani başlangıçtan  $-t = 0$ - şimdiki zamana kadar herhangi bir zaman anını ifade eden bu değişken gecikmeleri ifade etmek için kullanılacak. Örneğin,  $\theta_j(\tau_j^i(t))$ ,  $t$  anında  $i$ 'ninci erkinin,  $j$ 'ninci erkin hakkında sahip olduğu yön bilgisidir. Eğer  $\tau_j^i(t) = t$  ise  $i$ 'ninci erkin,  $j$ 'ninci erkinin güncel yön bilgisine sahiptir. Eğer,  $\tau_j^i(t) < t$  ise  $i$ 'ninci erkin,  $j$ 'ninci erkinin  $t - \tau_j^i(t)$  kadar zaman öncesindeki yön bilgisine sahiptir. Her bir erkin Şekil 1'deki sonlu-durum makinesine göre çalışarak diğer erkinlerden bağımsız olarak kendi yerel saatine göre hareket ettiği için her bir erkin için  $T^i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  şeklinde bir zaman kümesi tanımlayacağız. Bu zaman kümesindeki anlarda erkinler yönlerini güncellemekte, geriye kalan tüm zamanlarda son kullandıkları yönlerde hareketlerine devam edeceklerdir. Dikkat edilirse eş-zamanlı modellerde her zaman ( $t > 0$ ) bütün erkinler için ( $i = 1, 2, \dots, n$ )  $\tau_j^i(t) = t$  ve  $T^i = \{0, 1, 2, \dots\}$ 'dir. Bir başka deyişle eş-zamanlı mod-

elde bütün erkinler komşularının kusursuz ve doğru zamanlı yön bilgisine sahiptir ve yön güncellemelerini düzenli olarak diğer bütün erkinlerle aynı anda yapmaktadır. Bu model üzerine çalışmaya [12]'dan ulaşabilirsiniz.

Eş-zamansız sürü modellerinin daha gerçekçi olduğuna inanıyoruz. Gerçek robot uygulamalarında ya da hayvan sürülerinde erkinlerin eş-zamanlı hareket etmedikleri ve bazı gecikmelerin gerçekleştiği durumlar daha sık rastlanan durumlardır. Bu makalede Bertsekas'ın [11] daha önce kullandığı eş-zamanlı ve eş-zamansız modeller arasındaki ilişkilerden faydalanılacak ve [10]'te de sunulan aşağıdaki varsayım kullanılacaktır.

**Varsayım 1:** Öyle bir  $B$  pozitif tam sayısı vardır ki

(a) Her  $i$  ve her  $t \geq 0$  değeri için  $\{t, t+1, \dots, t+B-1\}$  kümesinin elemanlarından birisi  $T^i$  kümesine aittir  
(b)  $t - B < \tau_j^i(t) \leq t$  eşitsizliği  $\forall i, t \geq 0, t \in T^i$  için sağlanır.

Bu varsayım temel olarak şunları ifade eder: (i) bütün erkinler en fazla  $B$  tane zaman basamağı içinde yönlerini güncellerler; (ii) erkinlerin komşularının yön bilgilerindeki gecikme en fazla  $B$  tane zaman basamağı içinde gerçekleşir. Bu varsayım bir anlamda eş-zamanlı olmama durumunu sınırlamaktadır. Bu varsayım paralel ve dağıntık hesaplama yöntemleri üzerine yapılan ([11]) çalışmadan esinlenerek oluşturulmuştur. Paralel ve dağıntık hesaplama literatüründe bu varsayımın (Varsayım 1) kullanılması sistemin parçalı eş-zamansız sistem olduğunu gösterir.

Diyelim ki

$$N_i(t) = \{j : |j \neq i, (x_i(t) - x_j(t))^2 + (y_i(t) - y_j(t))^2 \leq \delta^2\}$$

$i$ 'ninci erkinin,  $t$  anındaki komşularının kümesi olsun ve  $|N_i(t)|$  bu kümenin eleman sayısını ifade ediyor olsun.

Algılama ve hesaplama gecikmeleri de içeren eş-zamansız sistem için bu komşular kümesi aşağıdaki gibi olur

$$N_i(t) = \{j : |j \neq i, (x_i(t) - x_j(\tau_j^i(t)))^2 + (y_i(t) - y_j(\tau_j^i(t)))^2 \leq \delta^2\} \quad (3)$$

Burada  $\tau_j^i(t)$  erkin  $i$ 'nin en son yaptığı *algılama - hesaplama - dönme* durumunda  $j$ 'ninci erkinin yön bilgisini algıladığı andır. Dikkat ederseniz  $i$ 'ninci erkinin en son yön bilgisi topladığı andaki gecikmeler yüzünden bazı komşu erkinler komşulukları terk edebilir ya da bazı erkinler komşuluk içine girebilir. Aşağıda 3 farklı yön belirleme stratejisi anlatılacaktır.

### 3. Yön Belirleme Stratejileri

#### 3.1. Strateji 1 (Ortalama)

Bu yöntem komşu erkinlerin yönlerinin ortalamasını alma üzerine kuruludur. Erkin  $i$ 'nin  $t+1$ 'deki yönü aşağıdaki eşitlikle bulunabilir

$$\theta_i(t+1) = \frac{1}{1 + |N_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(\tau_j^i(t)) \right), \quad t \in T^i, \quad (4a)$$

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t), \quad t \notin T^i, \quad (4b)$$

Erkin  $i$ 'nin  $t$  anında erkin  $j$ 'nin yön bilgisi olarak  $\theta_j(t)$  yerine  $\theta_j(\tau_j^i(t))$ 'yi aldığını varsayılıyor. Eğer  $i$ 'ninci erkin  $j$ 'ninci erkinin yön bilgisine henüz ulaşamamışsa  $\tau_j^i(t) = 0$  olarak, eğer şimdiki yön bilgisine sahipse  $\tau_j^i(t) = t$  olarak belirlenecektir.  $(t - \tau_j^i(t))$  farkı algılama, hesaplama ya da iletişim olayları sırasında gerçekleşen gecikme miktarıdır.

Bu stratejinin en önemli eksiği ([12]'de de belirtildiği gibi) bazı özel durumlarda mantıklı olmayan sonuçlar verebilmesidir.

### 3.2. Strateji 2 (Göreceli Yönler)

Bu yöntemde erkinler komşularının ve kendi yönlerinin aralarındaki açı farkını yani göreceli yönleri kullanmaktadır. Aşağıdaki eşitlik bu yön farkını bir sonraki basamakta yönlerini belirlemek için nasıl kullandıklarını göstermektedir.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \frac{\Theta}{1 + |\mathbb{N}_i(t)|} \quad t \in T^i \quad (5a)$$

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t), \quad t \notin T^i, \quad (5b)$$

Burada  $\Theta$   $i$ 'nci erkinin komşularıyla arasındaki yön farklarının toplamını ifade etmektedir. Bir erkinin komşusuyla arasındaki açı farkı 4 farklı şekilde oluşabilir. Bu nedenle açı farklarının hesabı bu 4 farklı durum için ayrı eşitliklerle yapılmaktadır. Bu 4 farklı durumun şekille anlatımına ve çözümü için kullanılan pseudo koda Bölüm 1'den [12] ulaşılabilir.

Bu yöntemin (eşitlik (5a)) ilk yõteme (Eşitlik (4a)) göre kıyaslaması ve simetrik durumlarda oluşabilecek hatalara Bölüm 1'den [12] ulaşılabilir.

### 3.3. Strateji 3 (Vektörel Toplama)

Bu yöntem erkinlerin yönlerini gösteren birim vektörlerin toplamı üzerine kuruludur. Eğer  $r_i$   $i$ 'nci erkinin yönünü gösteren birim vektör olarak adlandırılırsa, aşağıdaki ifadeyle erkinlerin bir sonraki basamaktaki yönlerini belirleyebiliriz.

$$\theta_i(t+1) = a_{\text{çı}} \left( r_i(t) + \sum_{j \in \mathbb{N}_i(\tau_j(t))} r_j(\tau_j^i(t)) \right), \quad t \in T^i \quad (6a)$$

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t), \quad t \notin T^i, \quad (6b)$$

Burada  $a_{\text{çı}}(v)$ ,  $v$  vektörünün açısını veren fonksiyondur. Uygulama sırasında  $Px$  ve  $Py$ 'nin eşitlik (6a) ile hesaplanan vektörün sırasıyla  $x$  ve  $y$  yönlerindeki parçaları olduğunu varsayarsak yeni açığı  $\text{atan2}(Py, Px)$  fonksiyonuyla hesaplayabiliriz.

Bu kuralda da önceki iki kuralda olduğu gibi bazı simetrik durumların ortaya çıkması halinde karasızlık yaşanacaktır. Ancak, yine de ilk kurala göre daha mantıklı yönler belirleyebilmektedir. Uygulama sırasında oluşması düşük bir olasılığa sahip olsa bile simetrik durumlar için erkinler kendilerine rasgele bir yön belirleyebilecek şekilde programlanabilir.

## 4. Kısıtlı Dönme Açıları

Yukarıda anlatıldığı üzere erkinler yeni yönlerini kendi ve komşularının açılarını kullanarak hesaplamaktadır. Erkinlerin hesaplanan yönlere anlık dönüşler yapabilmeleri pratikte zor uygulanan bir olaydır. Bu nedenle bu bölümde erkinlerin fiziksel ya da mekanik kısıtlar yüzünden dönme açılarının sınırlı olduğu bir model geliştirilecek. Aşağıdaki eşitlikte bu kısıtlar kullanılarak erkin dinamiği tekrar oluşturulmuştur.

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t) + \min(\text{abs}(\phi_i(t)), \alpha) \times \text{sign}(\phi_i(t)), \quad t \in T^i, \quad (7a)$$

$$\theta_i(t+1) = \theta_i(t), \quad t \notin T^i \quad (7b)$$

Burada  $\alpha$  bir erkinin her bir zaman basamağında dönebileceği maksimum açıdır.  $\phi_i(t)$  ise erkinin dönmesi istenen (önceki bolumdeki 3 stratejiden birini kullanarak hesaplanan) açıdır.

Eşitlik (7a)'e göre  $i$ 'nci erkin en fazla  $\alpha$  kadar  $\phi_i(t)$  yönünde (saat ya da saatin tersi yönde) dönebilir.

Dönme açısı kısıdını kullanmak için gerekli olan  $\phi_i(t)$  açısını hesaplamak için daha önce belirttiğimiz 3 stratejinin yön belirleme kurallarını aşağıdaki gibi düzenleyebiliriz.

Strateji 1 için

$$\phi_i(t) = \frac{1}{1 + |\mathbb{N}_i(t)|} \left( \theta_i(t) + \sum_{j \in \mathbb{N}_i(t)} \theta_j(\tau_j^i(t)) \right) - \theta_i(t), \quad t \in T^i \quad (8)$$

Strateji 2 için

$$\phi_i(t) = \frac{\Theta}{1 + |\mathbb{N}_i(t)|} \quad t \in T^i \quad (9)$$

(Burada  $\Theta$  Bölüm 1 [12]'de verilen pseudo kod ile hesaplanacaktır.)

Strateji 3 için

$$\phi_i(t) = \text{angle} \left( r_i(t) + \sum_{j \in \mathbb{N}_i(\tau_j(t))} r_j(\tau_j^i(t)) \right) - \theta_i(t), \quad t \in T^i \quad (10)$$

şeklinde.

## 5. Benzetim Sonuçları ve Tartışmalar

Bu bölümde yukarıda oluşturduğumuz modellerin benzetimleri yapılarak sonuçları kıyaslanmaktadır. Burda elde edilen sonuçlar eş-zamanlı modeldeki sonuçlarla [12] kıyaslanarak sistemlerin eş-zamanlı ve eş-zamansız oldukları durumlarda nasıl performans farklılıkları gösterdikleri anlaşılabilecektir.

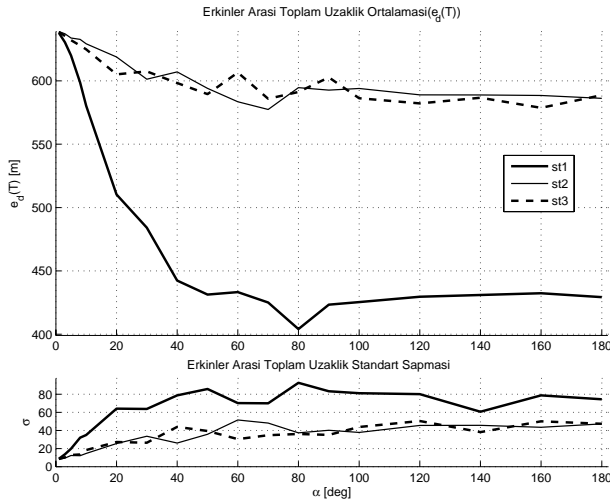
Benzetimlerde  $n = 50$  tane erkin kullanılmıştır. Başlangıçta bütün erkinler  $100 \times 100$ 'lık bir alanda rasgele konumlandırılmıştır. Bütün erkinlerin hızları eşit ve 1 birim/basamak'de sabittir. Simülasyonlar sınırsız arenalar için  $T = 500$  basamak sayısı boyunca, sınırlı arenalar için  $T = 1000$  basamak sayısı kadar sürdürülmüştür. Erkinler yön güncellemelerini  $B$ 'ye bağımlı bir istatistiksel fonksiyonla yapmaktadırlar. Erkinlerin güncelleme olasılığı  $t \in (t - B, t]$  aralığı boyunca düzgün dağıtılmıştır. Böylece  $1/(B - \Omega + 1)$  bir erkinin güncelleme yapma olasılığıdır. Burada  $\Omega$  o erkinin son yön güncellemesinden bu yana geçen güncelleme yapmadığı basamak sayısını verir. Örneğin, bir erkin bir önceki basamakta güncelleme yaptıysa şimdiki basamakta güncelleme yapma olasılığı  $1/B$ 'dir. Eğer erkin  $3 < B$  basamak boyunca güncelleme yapmamışsa şimdiki güncelleme yapma olasılığı  $1/(B - 2)$ 'dir. Aynı şekilde eğer erkin  $B$  basamak boyunca güncelleme yapmadıysa şimdi güncelleme yapma olasılığı 1'dir veya bir başka deyişle kesindir. Erkinin her güncelleme yapmadığı basamakta  $\Omega$  1 arttırılmakta ve güncelleme yapıldığı zaman 0'a eşitlenmektedir. Erkinlerin ilk pozisyonları ve yönleri rastgele belirlenmiş ve bütün stratejiler için aynı ilk durumlar kullanılmıştır. Benzetim sonuçları incelenirken 20 tane farklı rasgele belirlenmiş ilk durum için yapılan benzetim sonuçlarının ortalamaları ve standart sapmaları kullanılmıştır.

Sistemlerin performanslarını ölçmek için bölüm 1'de kullanılan kriterlerin aynıları kullanılmıştır. Bu kriterlere [12] ulaşılabilir.  $\alpha$ 'nın ve sınırlı ve sınırsız arenaların performans üzerine etkilerini anlayabilmek için aşağıdaki benzetim sonuçlarını kullanacağız.

### 5.1. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırsız arena)

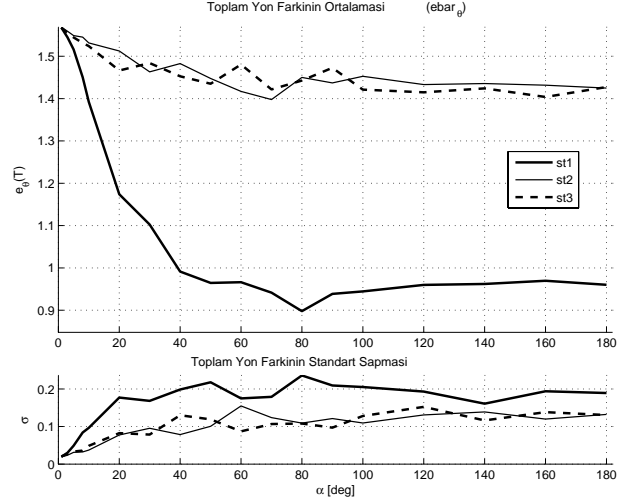
Burada erkinlerdeki dönme açısı kısıtlarının ( $\alpha$ ) ve eş-zamansız durumunun ve 3 farklı yön belirleme stratejisinin ortak yön belirleme üzerine etkilerini inceleyeceğiz. Bu benzetimler sırasında komşuluk yarıçapı  $\delta = 20$  birim alınmıştır. Dikkat ederseniz buradaki ve sonraki bütün benzetimlerde  $B = 10$  eş-zamansız olmayı ifade etmektedir.

Bu bölümde eş-zamansız durumda 3 stratejinin benzetim sonuçları sunulmuştur. Şekil 2 ve 3'te  $e_d(t)$  ve  $e_\theta(t)$  nin benzetim sonunda ( $t = T = 500$ ) aldığı değerlerin  $\alpha$ 'ya göre değişimi görülmektedir. Eş-zamanlı olan modelin sonuçlarına benzer olarak (Bölüm 1)  $\alpha$  değeri arttıkça  $e_d(T)$  ve  $e_\theta(T)$  değerleri azalmaktadır. Eş-zamanlı durumdakiyle kıyaslırsak eş-zamansız durumdaki performansların daha kötü olduğunu söyleyebiliriz. Bu beklenen bir sonuçtur çünkü algılama ve hesaplama işlemleri sırasında gerçekleşen gecikmeler doğru yön bilgisinin eksikliğine yol açar ki bu erkinlerin ortak yön bulmada performanslarını kötü yönde etkiler. Şekil 4'de 3 strateji için eş-zamansız erkinlerin grup oluşturma performansları sunulmaktadır. Görüldüğü gibi dönme açısı kısıdındaki azalma bütün stratejilerin daha iyi performans sergilemelerine yol açmaktadır. Fakat eş-zamanlı durumdakiyle kıyasladığımızda yine eş-zamansız durumdaki sonuçların daha kötü (daha yüksek grup sayısı) olduğunu görüyoruz. Eş-zamanlı durumdaki gibi Şekil 2, 3 ve 4'da 1. stratejinin daha iyi sonuçlar çıkardığını görebiliyoruz. Yine, 2. ve 3. stratejideki sonuçlar birbirine yakındır. (Bu makaledeki bütün simülasyon sonuçları grafiklerinde strateji 1 için kalın düz çizgi, strateji 2 için düz çizgi ve strateji 3 için tireli çizgi kullanılmıştır.)

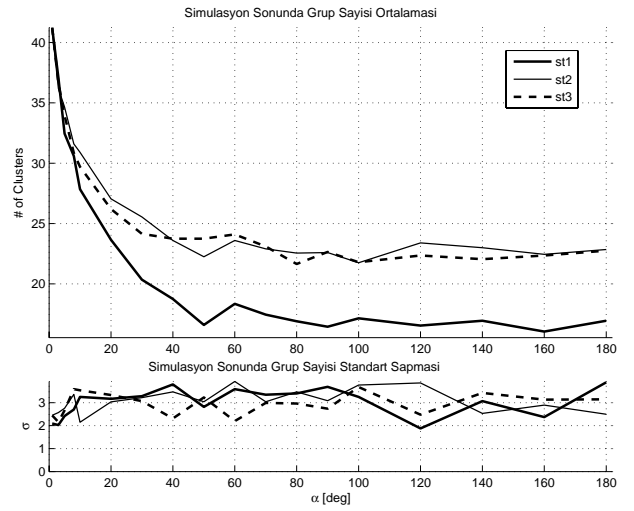


Şekil 2: Sınırsız arenada  $e_d(T)$  sonuçları .

Yönlerdeki zamana göre değişimlerin ifade edildiği  $\dot{e}_\theta(t)$  kriteri 5, 6 ve 7'inci şekillerde sırasıyla 1., 2. ve 3. stratejiler için eş-zamansız durumda çizdirilmiştir. Eş-zamanlı durumdakine benzer şekilde  $\alpha = 1^\circ$  olduğu durumda yön değişimleri toplamı  $\alpha = 180^\circ$  olduğu durumdakinden daha azdır. Bütün şekillerde  $\dot{e}_\theta(t)$ 'nin sıfıra yakınsaması için geçen süre eş-zamanlı modeldeki sürelerden daha fazladır. Bu durumda da gruplar zaman geçtikçe birbirlerinden uzaklaşmakta ve karşılaşılarak ortak yön belirleme olasılıkları düşmektedir. Bu nedenle yön değişimlerinin toplamındaki dalgalanmalar giderek azalmaktadır. Eş-zamanlı durumdakine benzer şekilde burada da değişik zaman aralıklarında dalgalanmalar olmuştur. Bunların sebebi ya



Şekil 3: Sınırsız arenada  $e_\theta(T)$  sonuçları.



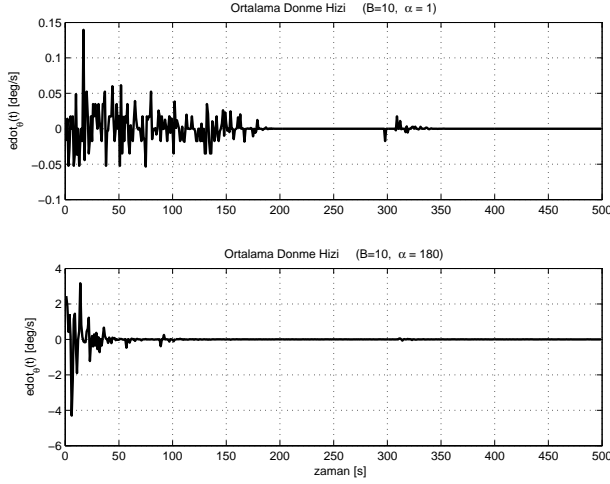
Şekil 4: Sınırsız arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.

karşılaşan gruplardır ya da eş-zamansız durumdaki erkinlerin gecikmeler yüzünden yanlış yön hesabından kaynaklanmaktadır.

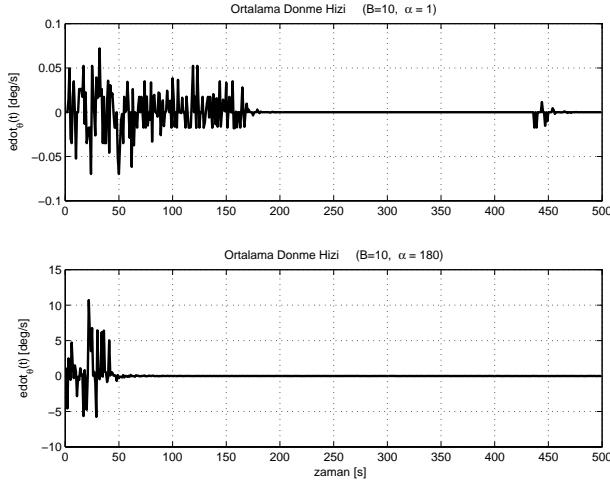
### 5.2. $\alpha$ 'nın etkisi (sınırlı arena)

Sınırsız arena için kullandığımız bütün parametre değerleri ve ilk durumlar buradaki benzetimler için aynen kullanılmıştır. Tek fark buradaki benzetimlerde arenanın sınırlı olmasıdır. Erkinler  $100 \times 100$  lık bir kare alanda hareket etmektedirler. Sınırla karşılaşan erkin tıpkı ışık ışınlarının aynadan yansımaları gibi sınırdan yansıyan yeni yönde hareketine devam etmektedir.

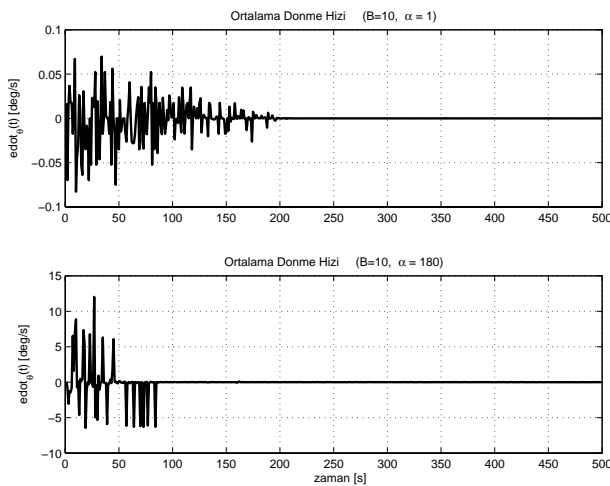
Şekil 8, 9 ve 10'de önceki benzetimlerin sınırlı arena ve eş-zamansız durumdaki sonuçlarını görmekteyiz. Yine dönme kısıtları azaldıkça performanslar artmaktadır. Eş-zamanlı ve eş-zamansız sonuçları kıyaslırsak eş-zamanlı olmama durumunun yine sistemi kötü yönde etkilediği görürüz. 2. ve 3. stratejiler yine birbirlerine yakın sonuçlar verirken 1. strateji diğerlerine göre daha iyi sonuçlar vermiştir. Sınırsız arena sonuçlarıyla karşılaştırsak, buradaki -sınırlı arena- sonuçlarının daha iyi olduğu açıktır.



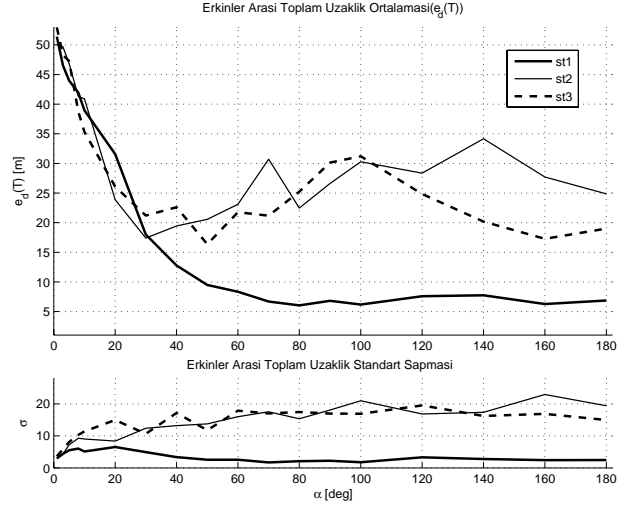
Şekil 5: Strateji 1, sınırsız arena.



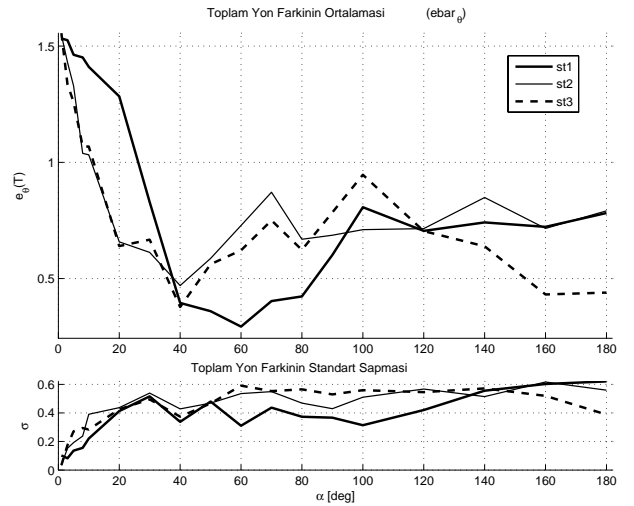
Şekil 6: Strateji 2, sınırsız arena.



Şekil 7: Strateji 3, sınırsız arena.



Şekil 8: Sınırlı arenada  $e_d(T)$  sonuçları .

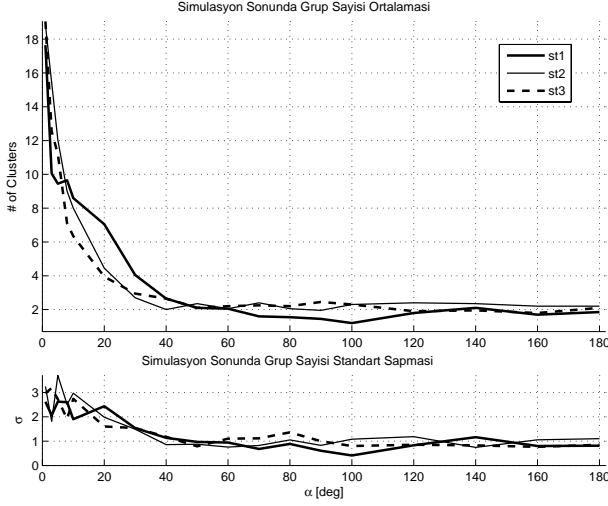
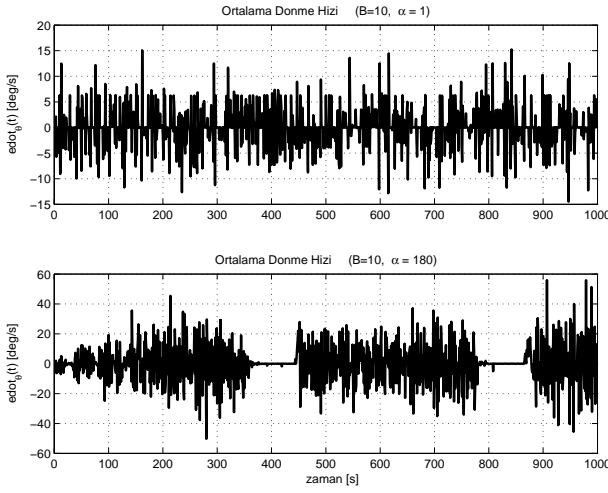


Şekil 9: Sınırlı arenada  $e_θ(T)$  sonuçları.

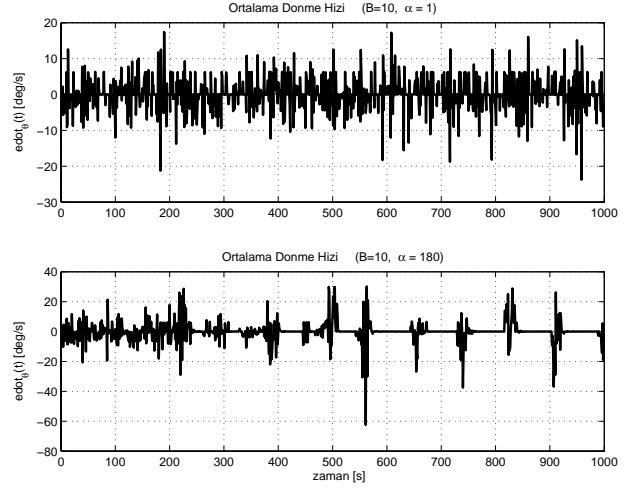
$\dot{e}_θ(t)$ 'nin çizdirildiği şekiller stratejilere göre 11, 12 ve 13'dür. Şekillerden görüldüğü gibi  $α = 1^\circ$  için erkinlerin ortak bir yönde tam olarak karar kılamadıkları görülmektedir.  $α = 180^\circ$  olduğu durumda  $α = 1^\circ$  olan duruma göre sonuçlar daha iyidir ama gene de eş-zamanlı benzerlerine göre daha kötü sonuçlar elde edilmiştir.

## 6. Kaynakça

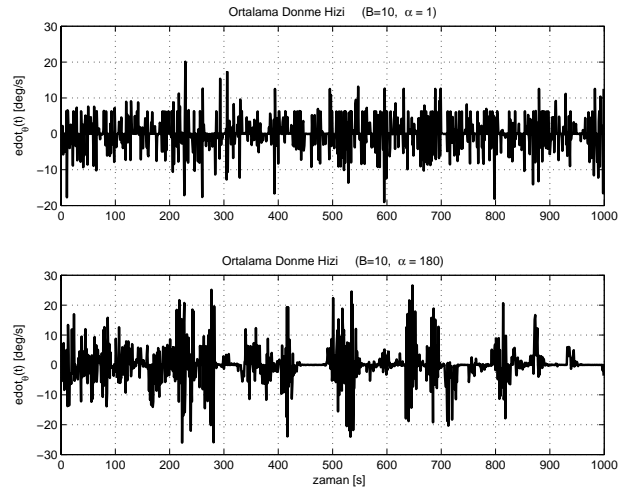
- [1] Beni, G. ve Liang, P. *Pattern Reconfiguration in Swarms—Convergence of a Distributed Asynchronous and Bounded Iterative Algorithm*, IEEE Trans. on Robotics and Automation, Cilt 12, Sayı 3, sayfa 485-490, Haz. 1996
- [2] Liu, Y. ve Passino, K. M. ve Polycarpou, M. M. *Stability Analysis of One-Dimensional Asynchronous Swarms*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 10, sayfa 1848-1854, Ekim 2003
- [3] Liu, Y. ve Passino, K. M. ve Polycarpou, M. M. *Stability Analysis of M-Dimensional Asynchronous Swarms with a*

Şekil 10: Sınırlı arenada  $t = T$  anında grup sayısı sonuçları.

Şekil 11: Strateji 1, sınırlı arena.



Şekil 12: Strateji 2, sınırlı arena.



Şekil 13: Strateji 3, sınırlı arena.

*Fixed Communication Topology*, IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 1, sayfa 76-95, Ocak 2003

- [4] Gazi, V. and Passino, K. M. *Stability of a One-Dimensional Discrete-Time Asynchronous Swarm*, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, Cilt 35, Sayı 4, sayfa 834-841, Ağustos 2005
- [5] Beni, G., *Order by Disordered Action in Swarms*, Proc. SAB 2004 International Workshop on Swarm Robotics, Springer Verlag, Editor: "Erol Sahin and William M. Spears", Lecture Notes in Computer Science (LNCS 3342), sayfa 153-171, Temmuz 2004
- [6] Gordon, N. and Wagner, I. A. and Bruckstein, A. M. *Gathering Multiple Robotic A(ge)nts with Limited Sensing Capabilities*, Lecture Notes in Computer Science, Cilt 3172, sayfa 142-153, Ocak 2004
- [7] Flocchini, P. ve Prencipe, G. ve Santoro, N. ve Widmayer, P. *Gathering of Asynchronous Oblivious Robots with Limited Visibility*, Lecture Notes in Computer Science, Cilt 2010, sayfa 247-258, Ocak 2001

- [8] Vicsek, T. and Czirok, A. and Ben-Jacob, E. and Cohen, I. and Shochet, O., *Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles*, Physical Review Letters, Cilt 75, Sayı 6, sf. 1226-1229, Ağustos 1995
- [9] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B., *Effects of Asynchronism and Neighborhood Size on Clustering in Self-Propelled Particle Systems*, A. Levi and et al. (Edt.), IS-CIS06, LNCS 4263, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 665-676, Kasım 2006
- [10] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B., *Asynchronous Cyclic Pursuit*, S. Nolfi et al. (Edt), SAB06, LNAI 4095, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, sf. 667-678, Eylül 2006
- [11] Bertsekas, D. P. and Tsitsiklis, J. N., *Parallel and Distributed Computation: Numerical Methods*, Athena Scientific, 1997, Belmont, MA
- [12] Şamiloğlu, A. T. ve Gazi, V. ve Koku, A. B., *Kendinden İtmeli Parçacık Sistemlerinde Üç Farklı Ortak Yön Bulma Stratejisi - Bölüm 1: Eş-Zamanlı Model*, TOK07, yayına kabul edildi.

# Kobot: Sürü robot çalışmaları için tasarlanmış gezgin robot platformu

Ali E. Turgut<sup>1</sup>, Fatih Gökçe<sup>2</sup>, Hande Çelikkana<sup>1</sup>, Levent Bayındır<sup>1</sup>, Erol Şahin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>KOVAN Araştırma Laboratuvarı, Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye

{aturgut,hande,levent,erol}@ceng.metu.edu.tr

<sup>2</sup>Makina Mühendisliği Bölümü, Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta, Türkiye  
{fgokce}@ceng.metu.edu.tr

## Özetçe

Bu bildiride, sürü robot sistemleri için ideal bir robotun özellikleri tartışılmış ve bunları mümkün olduğunca karşılayabilmek amacıyla geliştirdiğimiz Kobot platformu incelenmiştir. Ortam ışığından ve diğer robotlardan az etkilenmesi için tasarlanan bir kızılötesi kısa mesafe algılama sistemi anlatılarak, başarımlı sistematiik deneylerle değerlendirilmiştir. IEEE802.15.4/ZigBee tabanlı haberleşme sistemi ve robotları teker teker ya da paralel programlayabilen kablosuz programlama sistemi anlatılmıştır. Kobotlarla sürü şeklinde hareket etme davranışı gerçekleştirilmiştir. Son olarak, sürü robot sistemleri için geliştirilmiş, ya da bu amaçla kullanılmakta olan robot platformları incelenerek aranan özellikler bakımından Kobot platformuyla karşılaştırılmıştır.

## 1. Giriş

Sürü robot sistemleri [1], çok sayıda robotun denetim ve eşgüdümü için, sosyal böceklerin milyonlarca senedir uyguladığı yöntemlerden ilham alan bir yaklaşımdır. Hedefi, çok sayıda robotun, merkezi bir kontrole ihtiyaç duymadan birlikte çalışarak, sürü seviyesinde gürbüzlük, esneklik ve ölçeklenebilirlik özelliklerine ulaşmalarıdır.

Sürü robot sistemlerinin gerçek dünyada yer almasının önünde iki temel engel vardır. Birincisi, bakış açısının temeli olan, çok sayıda robotun aynı anda çalışması gerekliliğidir. Bunun için oturmuş bir seri üretim sistemine ihtiyaç duyulduğu açıktır. İkincisi ise, araştırmalarda kullanılacak robotların, çalışmaların özel gereksinimlerine uygun şekilde tasarlanmış olmasıdır. *Sürü* kavramı, ideal bir robotun nasıl olması gerektiğine dair, yeni kısıtlamalar getirmektedir. Bu nedenle, tek başına yeterli robotların, bir araya geldiklerinde birlikte çalışmalarını beklemek anlamlı olmayacaktır.

2. Bölümde, ideal bir sürü robotundan beklenecek özellikler anlatılmaktadır. Ardından, bu özelliklerden mümkün olduğunca fazlasını, bir bütün halinde sağlayabilmek için tasarladığımız Kobot platformu incelenmektedir. 4. Bölümde, platform için geliştirdiğimiz kızılötesi kısa mesafe algılama

sistemi anlatılmaktadır. Bu bölümü, kablosuz paralel programlama için kullanılmakta olan iletişim sistemi izlemektedir. Bölüm 6'da, kısa mesafe algılama sisteminin, Kobotların sürü halinde hareket etmesi (İng. flocking) için, benzetim ortamında ve gerçek dünyada kullanıldığı bir çalışma anlatılmaktadır. Bölüm 7'de, halihazırda var olan sürü robot platformları, beklentiler bakımından incelenip, Kobot platformuyla karşılaştırılmaktadır.

## 2. Sürü Robot Sistemlerinde Beklentiler

Sürü robot sistemlerinin parçası olacak robotlardan beklenecek özellikler, tek başına çalışacak bir robotunkilerden farklı olacaktır. Bu bölümde, bir sürü robotundan ideal durumda bekleyeceğimiz özellikler incelenmektedir.

**Algılama ve Sinyalleşme:** Bu sistemlerdeki ana prensip, robotların birbirleriyle ve çevreleriyle etkileşim içinde bulunmalarıdır. Kısıtlamaların önemli bir kısmı bu durumdan kaynaklanmaktadır.

- **Robotlararası Girişim:** Robotların algılama sistemlerinin birbirleriyle olan girişimi en düşük seviyede olmalıdır. Oysa özerk çalışan robotların yakınlık algılayıcıları, çoğu zaman, etrafta bulunabilecek diğer robotların etkisi düşünülmeden tasarlanmaktadır.
- **Çevresel Unsurlardan Kaynaklanan Girişim:** Var olan platformların algılayıcılarında çevresel faktörlerin etkisi, örneğin gün ışığının kızılötesi yakınlık algılayıcılarını olumsuz etkilemesi, dünya koşullarının bir parçası olarak kabul edilmekte ve önemsenmemektedir. Oysa, kendi kendine örgütlenmenin (İng. self-organization) kararlı olması için, bu etkiler kontrol altında tutulmalıdır.
- **Ortamdaki Diğer Robotların Algılanması:** Diğer bir temel beceri, sürüye ait diğer robotları ortamdan ayırt edebilmektir. Çoğu özerk robotta bu üst seviyeli bir beceri olarak görülmektedir. Sürü robot sistemlerinde ise, yakınlık algılaması gibi, alt seviyelerde gerçekleştirilmesi, hem hız hem de basitlik açısından doğal sistemlerle paralellik gösterecektir.

Bu çalışma TÜBİTAK'ın 104E066 nolu projesi çerçevesinde desteklenmektedir.

- **Ortam Aracılığıyla Haberleşme:** Robotlar, ortamda izler bırakarak birbirleriyle haberleşebilmelidirler. Özerk bir sistem için alışlagelenin dışında diyebileceğimiz bu yetenek, sürü robot sistemleri için oldukça temeldir ve doğada sıkça kullanılmaktadır.
- **Genel Amaçlı Algı Mekanizmaları:** Robotlarda donanımsal olarak tek bir kullanım şekliyle kısıtlanmayan algılayıcıların bulunması, araştırmacının kendisine hazır olarak sunulanların dışında, sadece yazılım değişiklikleriyle yeni algılama yöntemleri deneyebilmesini sağlayacaktır.

**İletişim:** Çok sayıda robot söz konusu olduğunda, robotlarda kablosuz iletişim desteğinin bulunması önemli bir özelliktir. Robotların uzak bir konsolla kablosuz iletişim kurabilmeleri, gerçek zamanlı olarak izlenebilmelerini sağlarken, birbirleriyle kablosuz iletişim kurmaları kendi aralarında tasarsız ağlarla bilgi aktarabilmelerini mümkün kılacaktır. Kablosuz ve paralel programlanabilmeleri ise geliştirme sürecini hızlandıracaktır, çünkü çok sayıda robot üzerinde aynı kontrol programı çalışmaktadır.

**Fiziksel Etkileşim:** Robotların birbirleriyle ve çevreyle fiziksel bir etkileşim içinde olmaları, sürünün kendi kendine örgütlenmesi ve kendi formasyonunu değiştirerek büyük ölçekli yapılar oluşturabilmesi açısından önemlidir.

**Güç Tüketimi:** Robotların uzun bir pil ömrüne sahip olması, çok önemli bir kriterdir. Sürü robot sistemlerinde, istenilen davranış ortaya çıkana kadar, robotların uzun bir süre çevreyle ve birbirleriyle etkileşim kurması gerekebilmektedir. Pil ömrünün kısa olması, sürüye sürekli dışarıdan müdahale edilmesini gerektirecektir.

**Boyut:** Robotların kullanılacağı ortama, geliştirilebilirlik ve maliyet hedeflerine bağlı bir unsurdur.

**Maliyet:** Robotların uygun maliyetli olması çok sayıda robotun kullanılabilmesine imkan sağlayacaktır.

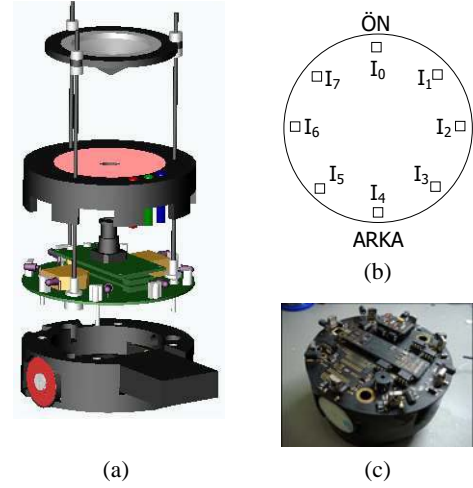
**Benzetim Ortamı:** Sürü robot sistemlerinde geliştirimin verimli bir şekilde yürütülebilmesi için, robotların kendi aralarındaki ve çevreyle olan etkileşimlerinin gerçeğe uygun bir şekilde modellendiği bir benzetim ortamının sağlanması önemlidir.

Bütün bu özelliklerin tek bir tasarımda sağlanması, imkansız olmasa bile zor bir hedeftir. Nitekim, bu özelliklerden bazıları, kendi başlarına, diğerleri için engel oluşturmaktadır. Örneğin ideal büyüklükteki bir robotta ideal güç tüketimi hedefine ulaşmak mümkün olmayabilir. Bu nedenle, tasarım esnasında bütün kısıtlamaların bir arada değerlendirilmesi şarttır.

### 3. Kobot Robot Sistemi

Kobot robot sistemi, dairesel olarak tasarlanmış, diferansiyel sürüş sistemine sahip bir platformdur, Şekil 1(a), (c). 120mm (CD büyüklüğü) çapında olup, pillerle beraber ağırlığı 350gr'dır. Platform tasarlanırken, önceki bölümde belirtilmiş olan beklentiler mümkün olduğunca sağlanmaya çalışılmıştır. Kobotların en temel özellikleri hafiflik, küçüklük, genişletilebilirlik, verimlilik ve düşük maliyettir.

Kobot'un gövdesi poliüretan malzemeden imal edilmiş iki parçadan oluşmaktadır, bunlar: (1) motorları, pilleri ve kısa mesafe algılama kartını barındıran silindirik taban



Şekil 1: (a) Kobot'un isteğe bağlı olarak takılabilen tüm-yönlü görüntüleme sistemi ile birlikte açılmış görünüşü, (b) Kızılötesi algılayıcıların yerleşimi ve numaraları (c) Kobot'un basit sürümü. Kobot'un üst parçası çıkartılmış ve kısa-mesafe algı sistemi, ana denetimci kartı görülmekte.

ve (2) gövdeyi kapatan silindirik üst-parçadır. Poliüretan düşük yoğunluğa sahip olmasına karşın oldukça dayanıklı bir malzemedir. Kobotların üst-parçalarına, kızılötesi algılayıcıların algılama mesafesini artırmak için beyaz bir kaplama uygulanmıştır. Sürüş sisteminde, FTB firması tarafından üretilmiş, küçük boyutlu, yüksek verimliliğe ve döndürme momentine sahip, dişli kutulu motorlar kullanılmıştır. Motorlar tekerleklerle doğrudan-sürüş tekniği kullanılarak bağlanmıştır. Motorları verimli bir şekilde sürebilmek için, Vishay firması tarafından üretilmiş olan yüksek anahtarlama hızına sahip Si9988 motor sürücüler kullanılmıştır.

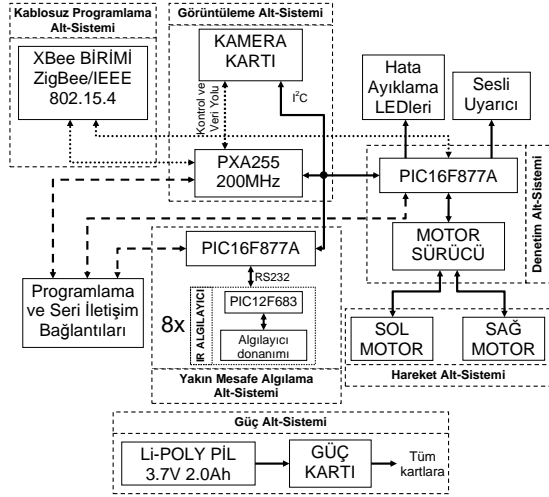
Kobotların tasarımı genel hatlarıyla Şekil 2'de görülmektedir. Kobot'un merkezinde denetim alt-sistemi bulunmaktadır. Bu sistem kısa mesafe algı, iletişim, görüntüleme ve güç alt-sistemlerinden gelen verileri 20MHz'lik PIC16F877A mikro denetleyici üzerinde işlemektedir.

Kobot'un basit sürümü, örneklerinden çok farklı bir kızılötesi (IR) kısa mesafe algılama sistemine sahiptir, Şekil 1(c). Bu sistem, daha önceki bölümde anlatılan, sürü robotların algılama ihtiyaçlarından ilk üçünü sağlamak üzere tasarlanmıştır. Sistem, çevredeki diğer robotların IR ışınımından mümkün olduğunca az etkilenmekte, modüleli IR ışınım kullanılması sayesinde çevrenin olumsuz etkilerini en aza indirmekte ve çevrede bulunan diğer robotları algılayabilmektedir.

Kobotların üzerinde, IEEE802.15.4/ZigBee iletişim protokollerini destekleyen kablosuz iletişim birimi bulunmaktadır. Bu sayede hem Kobotların bir konsol ile ve birbirleriyle iletişimi sağlanmış hem de paralel olarak aynı anda programlanmalarını sağlayan bir sistem geliştirilmiştir.

Kobot robot sistemi, tüm yönlü bir kamera sistemi takılarak genişletilebilmektedir. Şekil 1(a)'da görülen bu sistem; kamera, görüntü işleme kartı ve çizgisel aynadan oluşmaktadır. Kam-





Şekil 2: Kobot sisteminin blok diyagramı

eranın optik eksen robotun tabanına dik olarak yerleştirilmiş ve çizgisel aynanın optik merkeziyle çakıştırılmıştır. Bu sayede görüntüleme sistemi 360°'lik bir görüş açısına ve 90cm'lik bir menzile sahip olmuştur. Aynanın çizgisel olması sayesinde, alınan görüntülerin küçülme oranı mesafeden bağımsızdır. Bu sayede, görüntü yakalama kartında karmaşık ters-trigonometrik dönüşümler yapılmasına gerek kalmamıştır. Görüntü işleme, 32MB FLASH belleğe ve 32MB RAM'e sahip olan 200MHz'lik PXA255 mikroişlemcisinde Linux işletim sistemi çalıştırarak bir kart üzerinde, gerçek zamanlı olarak gerçekleştirilmektedir. PXA255 mikroişlemcisi çok düşük güç tüketimiyle dikkat çekmektedir. Görüntüleme sistemi henüz test aşamasında olduğu için tam olarak entegre edilmemiştir.

Güç tüketimi, Kobot'un tasarımındaki en belirleyici unsur olmuştur. Robotun gövde malzemesinin seçiminde, elektronik kartların tasarımında ve motorların seçiminde düşük güç tüketimi hep göz önünde bulundurulmuştur. Yapılan deneylerde, 3 adet AA-boyutlarındaki NiMH piller (2700mAh kapasite) ile 7.5 saat, tek hücreli Li-Poli pil (2000mAh kapasite) ile de 10 saat çalışma süresine ulaşılmıştır. Deneyler sırasında engellerden sakınma algoritması çalıştırılmış ve kablosuz iletişim birimi alma moduna sokulmuştur.

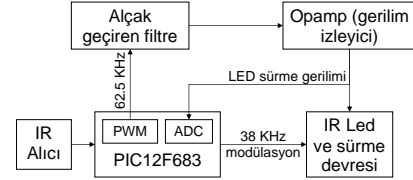
#### 4. Kızılötesi Kısa Mesafe Algılama Sistemi

Şekil 1(c)'de görülen sistem, güç tüketimi ve girişim gibi problemler düşünülerek tasarlanmış olup, dairesel bir kart üzerine 45° aralıklarla yerleştirilmiş 8 algılayıcıdan ve bu algılayıcıların eşgüdümünü sağlayan 20MHz'lik bir PIC16F877A ana algılayıcı denetleyicisinden oluşmaktadır.

##### 4.1. Algılama

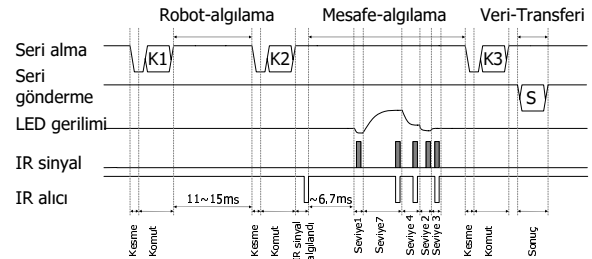
Algılayıcıların temel yapısı Şekil 3'teki blok diyagramında görülmektedir. IR ışık kaynağı olarak Vishay firmasından TSAL7400 ürünü; IR alıcı olarak 38KHz modüleli alıcı kullanılmıştır. Modüleli IR ışınımı sayesinde ortamdaki ışık kaynaklarından ve gün ışığından kaynaklanabilecek girişimler

en aza indirilmeye çalışılmıştır. Algılayıcının çalışması, Microchip firmasının analog-sayısal çevirici (ADC) ve darbe genişlik kiplenimi (PWM) modüllerini içeren PIC12F683 mikro denetleyicisi ile sağlanmaktadır. Alçak geçiren bir filtre ve gerilim izleyici olarak kullanılan bir işlemci kuvvetlendirici, PWM ile IR LED'in sürme gerilimini değişken olarak elde etmek amacıyla kullanılmaktadır. LED gerilimi aynı zamanda ADC modülü ile izlenebilmekte ve geri beslemeli bir kontrol sağlanmaktadır.



Şekil 3: Bir algılayıcıya ait blok diyagramı

Bir algılayıcının çalışması tekrarlanan 3 mod üzerinden gerçekleştirilmektedir: *robot-algılama*, *mesafe-algılama*, *veri-transferi*. Modlar arasındaki geçişler, algılayıcılara ait hata ayıklama LEDlerinin de kontrolünü sağlayan ana algılayıcı denetleyicisi tarafından kontrol edilmektedir. Bu LED'ler, ilgili algılayıcının ölçme mesafesi içerisinde bir cisim olup olmadığını gösterir.



Şekil 4: 3. seviyedeki bir cismin algılanması sırasında çeşitli sinyallerdeki değişimler gösterilmiştir.

*Robot-algılama* modunda algılayıcı, IR ışık yaymaz ve sadece başka bir algılayıcıdan yayınlanan IR sinyal olup olmadığını anlamak amacıyla çevresini tarar. Bir sinyal algılanırsa etrafta başka bir robot var demektir. Aynı robot üzerindeki algılayıcıların *çapraz girişim* sebebiyle hatalı robot bilgisi vermeleri ihtimali, Bölüm 4.2'de anlatılacağı gibi, 8 algılayıcının da aynı anda bu moda alınmalarıyla engellenmiştir. *Mesafe-algılama* modunda algılayıcı, önce etrafındaki başka bir algılayıcının ölçümünü olumsuz etkilememek için, güvenli bir şekilde ölçümüne başlayabileceği bir an yakalamaya çalışır. Bu işlem yine IR ışın yaymadan çevre taramarak gerçekleştirilir. Eğer algılayıcı 6.7ms'lik bir süre boyunca başka bir kaynaktan yayınlanan bir sinyal almazsa ölçümüne başlar. Bu bekleme süresi ardışıl iki ışınım arasındaki olası en uzun süredir ve ölçme algoritmasına ait zamanlamalar incelenerek hesaplanmıştır. Ölçümüne başlayan algılayıcı, LED sürme gerilimini 7 değişik seviyeden birine ayarlayarak ve her kademede IR sinyal yayınlayarak, yayınlanan sinyalin bir

cisimden yansırarak geri döndüğü minimum kademeyi tespit eder. Bu kademe cismin uzaklık bilgisini verir. 7 gerilim kademesi olduğu için olduğu için algılayıcı, cismin uzaklığını 7 ayrı kademedan biri olarak verir. *Veri-gönderimi* modunda algılayıcı robot algılama ve mesafe bilgilerini seri iletişim ile ana algılayıcı denetleyicisine gönderir.

Şekil 4, bir algılayıcının 3. seviyedeki bir cismi algılamakten dalga şekillerini göstermektedir.

#### 4.2. Eşgüdüm

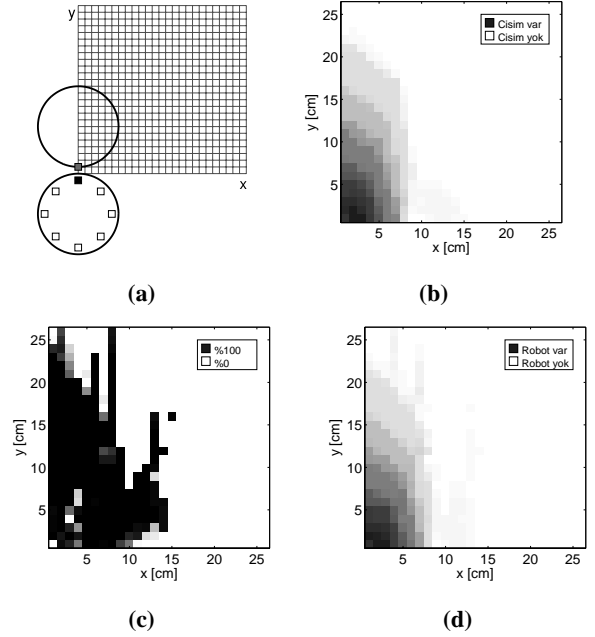
Aynı robota ait algılayıcılar arasındaki *çapraz girişimi* en aza indirmek için, algılayıcılar merkezi bir eşgüdüm mekanizmasıyla kontrol edilmelidir. Bu görev ana algılayıcı denetleyicisi tarafından yapılmakta ve algılayıcıların modlar arasındaki geçişleri belli bir düzen içerisinde yürütülmektedir. Denetleyici öncelikle tüm algılayıcıların *robot-algılama* moduna girmelerini sağlar. Bu modun süresi robotlar arasında oluşabilecek senkronizasyonları engellemek amacıyla 11ms ile 15ms arasında rastgele değişecek şekilde belirlenir. Çünkü olası bir senkronizasyon, iki robotun algılayıcılarının aynı anda aynı modlara girmesine yol açarak birbirlerini algılamalarını güçleştirecektir. Rastgele belirlenen sürenin sonunda denetleyici önce 0, 2, 4 ve 6 numaralı algılayıcıları (Şekil 1(b)); 2ms sonra da diğer algılayıcıları mesafe-algılama moduna sokar. 2ms'lik bu gecikme, komşu iki algılayıcının, çevrede başka bir algılayıcının olmadığı bir durumda, 6.7ms'lik sürenin ardından hemen ölçüme başlayarak *çapraz girişim* sebebiyle birbirlerinin ölçümlemlerini bozmalarını önlemek için kullanılmıştır. Bu gecikmeyle çift numaralı algılayıcılar ölçümlerine başlayacak, diğerleri de uygun bir an yakaladıktan sonra ölçümlemlerini gerçekleştirecektir. Ana algılayıcı denetleyicisi ölçümlerin bitmesi için sabit bir süre(33ms) bekledikten sonra tüm algılayıcıları sırayla veri-gönderme moduna sokarak sonuçları toplar ve hata ayıklama LEDlerini sonuçlara göre günceller. 3 modun tamamlanması yaklaşık 55ms sürmektedir. Böylece yaklaşık 18Hz'lik bir yenileme süresi elde edilmiştir. Sonuçlar ana algılayıcı denetleyicisi tarafından ana denetleyiciye I<sup>2</sup>C protokolüyle 400KHz'de gönderilmektedir.

#### 4.3. Algılayıcı Özellikleri

Sistemin başarımı yapılan iki deney ile değerlendirilmiştir. Deneylerde tüm algılayıcıları açık tutulan bir robot koordinat sisteminin merkezine yerleştirilmiş ve değer okumak için kullanılmıştır. Algılayıcıları, yapılan deneye göre kapatılan veya açılan diğer robot da  $x - y$  düzleminin birinci bölgesinde 1cm aralıklarla hareket ettirilmiştir (Şekil 5(a)).

İlk deneyde, hareket ettirilen robotun algılayıcıları kapalı tutulmuş ve robot sıradan bir cisim olarak kullanılarak ölçülen mesafe değerleri kaydedilmiştir. Her bir pozisyon için 200 ölçüm alınarak ortalamalarından Şekil 5(b)'deki gri tonlu imge çizilmiştir. Gri düzeyi, ilgili noktada ölçülen ortalama cisim uzaklığını göstermektedir. Algılayıcının maksimum algılama mesafesi dikeyde ~21cm ve yatayda ~10cm, değişinti ise ~1cm'dir. Bu sonuçlara göre sistemin bu deneydeki performansı yeterli görülmüştür.

İkinci deneyde algılayıcının robot algılamadaki başarımı hem sıradan cisimlerden ayırt edebilme açısından hem de ölçülen mesafe değerlerinin 1. deneydeki sonuçlarla tu-



Şekil 5: (a) Deney düzeneği. Altta ki daire ölçümlerin yapıldığı robotu; üstteki ise 1. deney için cismi, 2. deney için algılanması istenen robotu simgelemektedir. (b) Cisim algılama deneyinden elde edilen ortalama mesafe değerleriyle çizilmiş gri tonlu imge. (c) Robot algılama deneyindeki ortalama başarımı gösteren gri tonlu imge. (d) Robot algılama deneyinden elde edilen ortalama mesafe değerleriyle çizilmiş gri tonlu imge.

tarlılığı açısından test edilmiştir. Bu deneyde hareket ettirilen robotun algılayıcıları da açılmış, fakat  $x - y$  düzlemindeki yönelimi değiştirilmemiştir. Şekil 5(d), algılayıcının robotu tanımadaki ortalama başarısını göstermektedir. Başarım uzak mesafeler (3-25cm) için yeterli olsa da yakın mesafelerde bir düşüş gözlenmektedir. Robotların bu yakınlıkta çalışmayacakları düşünülürse bu durum problem yaratmayacaktır. 3-25cm aralığındaki bazı noktalarda görülen düşüşler algılanan robotun algılayıcılarının, değerlerin alındığı algılayıcıya göre yöneliminden kaynaklanmaktadır. Elde edilen mesafe değerlerinin ortalamaları Şekil 5(d)'deki imgede verilmiştir. Bu değerler Şekil 5(b)'de verilen 1. deney sonuçlarıyla karşılaştırıldığında, tasarlanan algılayıcının ortamdaki diğer algılayıcılardan çok az etkilendiği görülmektedir.

### 5. İletişim Sistemi

İletişim sisteminde, Maxstream firması tarafından üretilmiş olan XBee kablosuz iletişim birimleri kullanılmıştır. XBee birimleri IEEE802.15.4/ZigBee iletişim protokollerini desteklemektedir. IEEE802.15.4 iletişim protokolü güç tüketimi açısından 802.11b/g protokolüne göre daha verimlidir. Bunun yanında bu protokolden 65536 aygıt adreslenebilmektedir. Bu özellik, en fazla 7 aygıt destekleyebilen Bluetooth iletişim protokolünün yerine tercih edilmesini sağlamıştır. Bu iletişim protokolleri sayesinde; noktadan noktaya, noktadan çok noktaya ve eşten eşe iletişim mümkün kılınmıştır[4]. Ayrıca, protokolün adres kullanmadan yayınlama özelliği sayesinde, Kobotların

aynı anda kablosuz paralel programlanması sağlanmıştır. XBee, bağlandığı işlemciyle seri kapı üzerinden 115.2kbps hızında iletişim kurabilmekte ve kablosuz veri iletişim hızı 250kbps hızına ulaşmaktadır. Kobotlarda XBee birimleri 57.6kbps hızında kullanılmıştır.

#### Algoritma 1 Paralel Programlama Algoritması

```

1: İşaretlenen Kobotları AdayListesine aktar.
2: her AdayListesi içindeki Kobot için yap
3:   Kobota ENQ gönder
4:   eğer zamanaşımı olmamış ve cevap ACK ise
5:     Kobotun etiketini var yap
6:   değilse
7:     Kobotun etiketini yok yap
8:   eğer sonu
9: her sonu
10: her program bloğu için yap
11:   her AdayListesi içindeki Kobot için yap
12:     eğer Tekrar etiketli Kobot varsa ise
13:       bütün tekrar etiketli Kobotları ProgramListesine
        koy
14:       program bloğunu bir öncekine getir
15:     değilse
16:       bütün var etiketli Kobotları ProgramListesine koy
17:     eğer sonu
18:   her sonu
19: her ProgramListesi içerisindeki Kobot için yap
20:   Sağlama toplamını sormak için ENQ gönder
21:   Kobottan ACK gelmesini bekle
22:   eğer cevap yok veya beklenmeyen karakter ise
23:     Kobotun etiketini yok yap
24:   değilse
25:     eğer cevap YANLIS ve deneme sayısı < 3 ise
26:       etiketi tekrar yap
27:     değilse
28:       etiketi var yap
29:     eğer sonu
30:   eğer sonu
31: her sonu
32: Başlangıç karakterini, Blok uzunluğunu, Başlangıç
   adresini, Sağlama toplamını ve Program bloğunu yayınl
33: her sonu
34: Bitirme karakterini yayınl

```

Kablosuz programlama sistemi iki parçadan oluşmaktadır; bunlar konsol üzerinde çalışan, kullanıcı ile iletişim halinde bulunan ve yükleme prosedürünü denetleyen ana-program ve Kobotların ana mikro denetleyicileri üzerinde çalışan ön-yükleyicidir. Ön-yükleyici, ana-programdan gelen istek üzerine Kobotları programlama kipine sokar ve ana-programdan gelen verileri ana mikro denetleyicinin program belleğine yazar. Programlama işi tamamlandığında yüklenen yeni programı çalıştırır. Mikro denetleyicinin sahip olması gereken bir özellik, çalışma zamanında program hafızasına veri yazabilmesidir. Ana denetimci olarak PIC16F877A mikro denetleyicisinin seçilmesinin bir nedeni de bu özelliği desteklemesidir.

PIC16F877A mikro denetleyicisi için birçok açık kaynak kodlu ön-yükleyici/ana-program bulunmaktadır.

En çok kullanılanlardan bir tanesi Sparkfun firmasına ait Screamer'dır [5]. Kobot'un paralel programlama sisteminde Screamer kullanılmıştır. Screamer, bir tane mikro denetleyiciyi seri iletişim protokolüyle kablolu bir şekilde programlayabilmektedir. Öncelikle, ön-yükleyici, CCS C derleyicisine aktarılmış ve yapılan değişikliklerle gözcü-saati ve kesmelerin kullanılabilmesi sağlanmıştır. Ana-programa Kobotların hepsini çalıştırmak ve durdurmak için kontroller eklenmiştir. Ayrıca ön-yükleyici ve ana-program kablosuz paralel programlamaya uygun hale getirilmiştir.

Ana-programın algoritması, Algoritma 1'de görülmektedir. Kullanıcı programlamak istediği Kobotları ve yüklenecek programı seçer. Seçilen program 4/8 kelime uzunluğunda bloklara ayrılır. Daha sonra bu bloklar, uzunlukları, başlangıç adresleri ve sağlama toplamaları, bütün Kobotlara aynı anda yayınlanır. Verilerin iletilip iletilmediği veya iletilebilen verilerin sağlama toplamaları, Kobotlarla tek tek iletişim kurularak denetlenir.

Bu sırada Kobotlar bekleme durumundadırlar. Veriler gönderilmeye başlandığında Kobotlar son sekizliyi alana kadar veri alışı devam eder. Daha sonra sağlama toplamı hesaplanır. Toplam doğru ise alınan veriler program belleğine yazılır ve sağlama toplamı sorulduğunda DOĞRU cevabı verilir. Değilse yazma işlemi yapılmaz, ana-programa YANLIŞ cevabı iletilir ve ana-program aynı bloğu tekrar gönderir. Bu işlem bütün bloklar tamamlanana kadar devam eder.

## 6. Kobot Simülâtörü ve Kobotlarda Sürü Halinde Hareket Etme Davranışı

Kobot sistemi, ODE (Open Dynamics Engine) üzerinde geliştirilmiş fizik tabanlı bir simülâtörle modellenmiştir. Bu sayede, sürtünme ve çarpışma gibi fiziksel olgular da modellenabilmektedir. Simülâtördeki algılayıcılar ve motorlar, gerçek dünyada yapılan sistematik deneylerle kalibre edilmiştir. Örnek bir çalışma olarak, yedi Kobotta sürü halinde hareket etme davranışı gerçekleştirilmiştir. Bireylerin kendi göreceli konumlarını ve komşularının yönelimlerini bilmeden, anonim yakınlık ölçümlerine dayandıkları bu durum, kızılötesi algılama sisteminin başarımını değerlendirmek için uygun bir test-tir. Şekil 6, Kobot simülâtöründe ve gerçek dünyada gerçekleştirilen davranışın görüntülerini sunmaktadır.

## 7. Sürü Robot Çalışmalarında Kullanılan Robot Platformlarının İncelenmesi

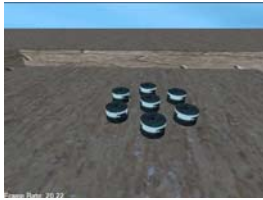
Bu bölümde, sürü robot araştırmaları için tasarlanmış veya bu araştırmalarda kullanılan robotlar incelenmiş, ve sürü robotlardan beklenen özellikler, Bölüm 2 ışığında karşılaştırılmıştır.

Halihazırdaki robot sistemleri ile karşılaştırıldığında Kobot robot sistemi üç avantaja sahiptir. Bunlardan ilki, Kobot'un diğer Kobotlardan ve çevreden az miktarda etkilenen ve robotları cisimlerden ayırt edebilen, düşük güç tüketimli bir kızılötesi kısa mesafe algılama sistemine sahip olmasıdır. Kobot'un ikinci farkı, kablosuz paralel programlama yeteneğine sahip ilk robot olmasıdır. Bu sistem sayesinde robotlara program aynı anda ve çok hızlı bir şekilde yüklenebilmektedir. Son olarak Kobot, kendi boyutundaki robotlar içerisinde en uzun çalışma süresine sahiptir. Kobot'un çalışma süresi yaklaşık olarak 10 saattir ve bu konuda Kobot, mikro-robot platformu olan AI-

Tablo 1: Literaturdeki robotların karşılaştırılması. - işaretli alanlar, ilgili bilginin açıklanmamış olduğunu belirtmektedir.

|                       | e-puck             | Alice       | Jasmine     | s-bot                    | Swarmbot  | Pherobot        | Khepera                | Flockbot        | Kobot                   |
|-----------------------|--------------------|-------------|-------------|--------------------------|-----------|-----------------|------------------------|-----------------|-------------------------|
| Robotlararası girişim | -                  | var         | var         | -                        | yok       | yok             | var                    | var             | yok                     |
| Çevresel girişim      | yok                | yok         | yok         | var                      | yok       | yok             | yok                    | yok             | yok                     |
| Robot algılama        | var                | var         | var         | var                      | var       | var             | var                    | yok             | var                     |
| Genel algı mek.       | görünt.            | görünt.     | yok         | görünt.                  | görünt.   | yok             | görünt.                | görünt.         | görünt.+IR              |
| Kablosuz iletişim     | BT 802.15.4 ZigBee | RF mo-dem   | IR          | Wi-Fi                    | RF modem  | yok             | RF modem               | BT              | 802.15.4 ZigBee         |
| Kablosuz prog.        | var                | yok         | yok         | var                      | var       | yok             | var                    | var             | var                     |
| Paralel prog.         | yok                | yok         | yok         | yok                      | yok       | yok             | yok                    | yok             | var                     |
| Robot-robot           | var                | var         | var         | var                      | var       | var             | var                    | var             | var                     |
| Fiziksel etk.         | yok                | tutucu      | tutucu      | tutucu                   | yok       | yok             | tutucu                 | tutucu          | yok                     |
| Pil ömrü              | orta               | yüksek      | orta        | -                        | -         | -               | kısa                   | orta            | yüksek                  |
| Boyut (cm)            | dia.= $\phi 7$     | 2.1*2.1*2.1 | 2.6*2.6*2.6 | dia.= $\phi 12$ hei.= 15 | 13*13*13  | dia.= $\phi 11$ | dia.= $\phi 7$ hei.= 3 | dia.= $\phi 18$ | dia.= $\phi 12$ hei.= 7 |
| Maliyet               | düşük              | düşük       | düşük       | -                        | -         | -               | yüksek                 | orta            | düşük                   |
| Simulator             | Webots             | Webots      | Breeve      | Swarmbot 3D              | -         | -               | Webots                 | MASON ve Breeve | CoSS                    |
| Denetim donanım       | 30F6014A           | 16F877      | ATMEGA 18   | XScale                   | 40MHz ARM | PALM V          | 25MHz Motorola 68331   | PXA255          | 16F877A                 |

ice'den sonra ikinci sırada gelmektedir. Robotların daha detaylı karşılaştırması için Tablo 1 incelenebilir.



(a)



(b)

Şekil 6: Sürü halinde hareket etme davranışı: (a) Benzetim ortamında (b) Gerçek Kobotlarda

## 8. Sonuçlar

Bu bildiride, ideal bir sürü robotunun sahip olması gereken özellikleri tartıştık ve bunları mümkün olduğunca karşılayacak şekilde geliştirdiğimiz Kobot platformunu tanıttık. Çevresel unsurlardan ve diğer robotlardan en az düzeyde etkilenecek, diğer robotları sıradan engellerden ayırt edebilen bir IR algılama sistemini sunduk. Kobot'un kablosuz iletişim sistemini inceleyerek, üzerinde çalışan kablosuz paralel programlama sistemini anlattık. Yapılan ilk deneylerle, Kobot'un ucuz maliyetli, ama yüksek başarılı bir platform olduğunu gösterdik.

Kobot'a ilişkin kısa dönemli hedefler arasında, görüntüleme sisteminin entegrasyonunun tamamlanması, algılama sisteminin hızlandırılıp modülerleştirilerek yakın Kobotlar arasında kısa mesafeli iletişim kurabilecek şekilde geliştirilmesi ve ZigBee protokolü ile Kobotlar arasında kablosuz iletişimin sağlanması sayılabilir.

## 9. Kaynakça

- [1] E. Şahin, "Swarm Robotics: From Sources of Inspiration to Domains of Application", *Swarm Robotics*

*Workshop: State-of-the-art Survey*, Erol Sahin and William Spears, editors, 3342, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp.10-20, 2005.

- [2] *Open-source Microrobotic Project*. University of Stuttgart. 19 March 2007. <http://www.swarmrobot.org>
- [3] C. M. Cianci, X. Raemy, J. Pugh and A. Martinoli, "Communication in a Swarm of Miniature Robots: The e-puck as an Educational Tool for Swarm Robotics." *Proceedings of the Swarm Robotics Workshop*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2006.
- [4] 25 July 2007. <http://www.maxstream.net/support/knowledgebase/files/XST-AN021a-ZigBee%20and%20802154.pdf>
- [5] 25 July 2007. <http://www.sparkfun.com/commerce/present.php?p= PIC%20Boot%20Loader>
- [6] G. Caprari and R. Siegwart, "Mobile Micro-Robots Ready to Use: Alice." *In Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Canada, in press. 2005.
- [7] F. Mondada, G. C. Pettinaro, A. Guignard, I. V. Kwee, D. Floreano, J.-L. Deneubourg, S. Nolfi, L. M. Gambardella and M. Dorigo, "SWARM-BOT: a new distributed robotic concept." *Autonomous Robots*, Special Issue on Swarm Robotics, 2003.
- [8] J. McLurkin and J. Smith, "Distributed Algorithms for Dispersion in Indoor Environments using a Swarm of Autonomous Mobile Robots." *7th International Symposium on Distributed Autonomous Robotic Systems*. France, 2004.
- [9] D. Payton, M. Dally, R. Estkowski, M. Howard, and C. Lee, "Pheromone robotics." *Autonomous Robots*, 11(3), 2001.
- [10] *Flockbots*. 19 March 2007. <http://cs1.gmu.edu/eclab/projects/robots/flockbots/>



# **DOĞRUSAL OLMAYAN KONTROL SİSTEMLERİ**

---



## Bir Manyetik Askı Sisteminin Kontrolünde Dört Yöntemin Karşılaştırılması

*Salih Burak Akat ve Mehmet Önder Efe*

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Söğütözü, 06560, Ankara, Türkiye  
{sbakat, onderefe}@etu.edu.tr

### Özetçe

Manyetik askı sistemleri doğrusal olmayan dinamik davranışları nedeniyle kontrol sistemleri konusunda çalışan araştırmacıların ilgi odağında olmuşlardır. Bu çalışmada bir manyetik askı sistemi ele alınmış ve sistem üzerinde dört farklı kontrol yöntemi denenerek bu yöntemlerin farklı karşılaştırma ölçütlerinin hangilerinde daha başarılı olduklarının cevabı aranmıştır. Kayan Kipli Denetim (KKD), Geribeslemeli Doğrusallaştırmaya (GD) dayalı denetim, doğrusallaştırma sonucu elde edilen modelle tasarlanan bir PI kontrolörü ve nümerik verilere dayanarak geliştirilen Nörokontrol (NK) yaklaşımı bildiriye konu olan dört yöntemdir. Geribeslemeli sistemin performansını irdeleyebilmek için sinüzoidal ve trapezoid tipte referans konum işaretleri öngörülmüştür. Yöntemler basitlik,  $i(t)$  akımının varyansı (uygulanabilirlik) ve izleme hatasının sifıra yakınsama zamanı ölçütleri göz önüne alınarak karşılaştırılmıştır.

### 1. Giriş

Manyetik askı sistemleri sürtünmesiz dişli yatağı tasarımı, titreşim izolasyonlu masa tasarımı ve hızlı tren tasarımı gibi bir çok endüstriyel uygulamada başarıyla uygulanmaktadır. Manyetik askı sistemleri açık çevrimde kararsız sistemler olduğu için kararlılığı ve istenen performansı sağlamak için geribeslemeli denetim mekanizmalarının kullanılması kaçınılmazdır. Ancak sistemdeki doğrusal olmayan dinamikler yüzünden sistemi betimleyen karmaşık diferansiyel denklemler çeşitli çalışma noktalarında doğrusal hale getirilip geribeslemeli kontrolörlerin bu modellere dayanarak gerçekleştirilmesi de uygulanagelen bir yaklaşım olmuştur. Bu anlamda en çok PID veya PID türevi denetleyiciler kullanılmıştır. PID denetleyiciler farklı çalışma koşullarındaki iyi performansları ve uygulamaya yönelik kolaylıları nedeniyle birçok tasarımda kullanılmışlardır [1]. Doğrusallaştırılmış modelin sadece belirli çalışma noktalarının etrafındaki dar bir bölgede geçerli olduğu göz önüne alınırsa, kontrolörün sadece bu bölgelerde iyi çalışması beklenen bir neticedir ve doğrusallaştırmaya dayalı denetim sistemlerinin de uygulamadaki temel dezavantajını bu gerçek teşkil eder. Manyetik askı sistemi için bir doğrusal kontrolör tasarımı Shiao [2] tarafından

verilmiştir. Shiao [2], sistemin doğrulaştırılması sonucu elde edilen model ile faz-ilerletici tipte bir kontrolör tasarlamış ve kontrolörün performansını doğrusal olmayan sistem üzerinde göstermiştir. Bir başka çalışmada Famo vd., [3], sistemin davranışını ve sistemde kullanılan algılayıcıların dinamik modellerini çalışma noktalarında doğrusallaştırıp öngörülü denetim yöntemini kullanmıştır.

Son zamanlarda yapılan çalışmalarda sistem modelinde doğrusal olmayan dinamiklerin de ele alınan örneklerle rastlamak mümkündür. KKD yöntemi doğrusal olmayan sistemlerin gürbüz kontrolü için etkili bir yaklaşımdır. Literatürde, füze güdüm kontrolü [4], doğrusal olmayan kimyasal süreçlerin kontrolü [5] ve robotlarda yörünge kontrolü [6] gibi geniş bir uygulama alanı bulan KKD yaklaşımı bu çalışmada da ele alınan yöntemlerden biridir. Cho vd. [7] manyetik askı sisteminde KKD ve klasik faz ilerletici kontrol yöntemlerini kullanmıştır ve KKD yöntemiyle elde edilen kontrol sisteminin farklı frekanslardaki referans işaretlerini, klasik faz ilerletici kontrolörlü sisteme göre daha az hatayla takip ettiğini gözlemlemiştir. Bir başka çalışmada ise Lee vd. [8] doğrusal olmayan manyetik askı sistemini kaskat bağlı bir sistem olarak kabul etmiş ve geleneksel KKD yönteminden yola çıkarak tümleyici değişken yapılı denetim yöntemini kullanmıştır. Bu yöntem ile sistem çıkışının referans işaretini daha az hatayla izlediği de gözlemlenmiştir. Doğrusal olmayan sistemlerin gürbüz kontrolü için bir başka etkili yöntem de nörokontrol yaklaşımıdır. Yapay sinir ağları ile gerçekleştirilen bu kontrol sistemlerinin kullanımını teşvik eden temel neden nümerik verilerden yola çıkılarak bir kontrolörün sentezlenebilmesidir. Mühendislik pratiği açısından bu yaklaşımın değeri, zamanla değişen parametreler gibi dinamik modeli oluşturan ayrıntıların tam ve kesin olarak bilinmediği durumlarda dolaylı olarak sayısal gözlemlerle yansıyan kapalı bilginin bir kontrolöre dönüştürülebilmesidir. Uyarlanabilir özelliği sayesinde literatürde çokça bahsi geçen nörokontrol sistemleri robotik ve mekatronikte sıkça kullanılan yöntemlerden biri olmuştur.

Bu çalışmada amaç, davranışı doğrusal olmayan bir diferansiyel denklemlerle ifade edilen ve Şekil 1'de temsili resmi verilen bir manyetik askı sistemi üzerinde dört kontrol yöntemini sınamak ve yöntemleri basitlik, yerleşme zamanı ve kontrol sinyali uygulanabilirliği açısından karşılaştırmaktır. Çalışmanın içeriği şu şekilde

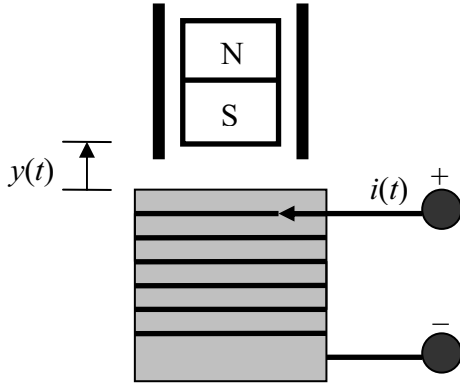


düzenlenmiştir: 2. bölümde çalışmaya konu olan manyetik askı sisteminin dinamik modeli verilmektedir. 3. bölümde sistemin kayan kipli denetim yöntemiyle denetimi, 4. bölümde sistemin giriş doğrusalsızlığının giderilmesini takiben gerçekleştirilen geribeslemeli doğrusallaştırmaya dayalı denetim, 5. bölümde sistemin doğrusallaştırılması neticesinde elde edilen modele dayalı geliştirilen PI tipi denetim, 6. bölümde sayısal gözlemlere dayanarak geliştirilen ve yapay sinir ağlarına dayalı denetim sistemi ele alınmıştır. Sonuçlar çalışmanın son kısmında özetlenmiştir.

## 2. Manyetik askı sistemi

Manyetik askı mekanizmasının amacı sadece düşey pozisyonda hareketine izin verilen bir mıknatısın pozisyonunun kontrollü bir elektromıknatıs tarafından belirlenmesidir. Manyetik askı sisteminin modeli elektromıknatısa uygulanan akım ( $i$ ) ve mıknatısın dikey konumdaki pozisyonu ( $y$ ) kullanılarak oluşturulabilir. Bu çalışmada ele alınan sistemin matematiksel modeli Hagan vd. [9] tarafından aşağıdaki gibi verilmiştir;

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -g + \frac{\alpha}{M} \frac{i^2(t) \operatorname{sgn}(i(t))}{y(t)} - \frac{\beta}{M} \frac{dy(t)}{dt} \quad (1)$$

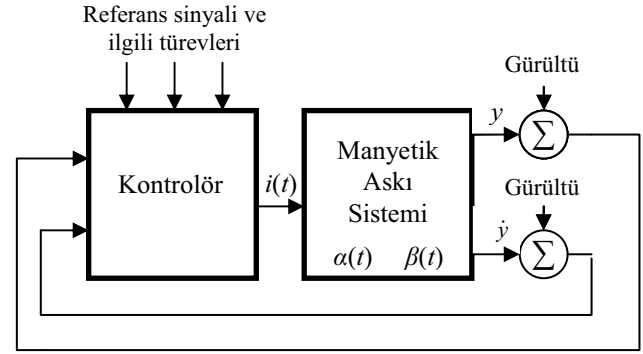


Şekil 1. Manyetik askı sistemi

Modelde mıknatısın hareket ettiği ortamdaki viskoz sürtünme katsayısının ( $\beta$ ) nominal değeri 12, manyetik alan kuvvet sabitinin ( $\alpha$ ) nominal değeri 15, yerçekimi sabiti ( $g$ )  $9.8 \text{ m/s}^2$  ve mıknatısın kütlesi ( $M$ ) 3gr olarak alınmıştır. Sistemde  $0 < i(t) < 4\text{A}$  kısıtı vardır ve mıknatıs azami 6cm yüksekliğe kadar kaldırılabilir. Sistemden mıknatısın pozisyonu ve hızı okunmaktadır. Amaç ise mıknatısı istenen hız ve pozisyon profilinde tutacak akımın kontrolör tarafından üretilmesidir.

Simülasyon çalışmalarında referans pozisyon olarak iki farklı sinyal ele alınmıştır. Bunlardan ilki  $r(t)=3+2.5\sin(2\pi 0.05t)$  ile verilen sinüzoidal yörüngedir. Diğeri ise ortalaması 3, genişliği 0.5, yükselme ve düşme zamanları 5sn olan bir trapezoid profildir. Parametrelerdeki değişimlere karşı gürbüzlüğü sınamak için sistem dinamiğinde görülen  $\alpha$  ve  $\beta$  parametrelerinin

nominal değer etrafında değişkenlik gösterdiği varsayılmaktadır ve bu değişimler  $\alpha(t) = 15 + 1.5\sin(2\pi 0.09t) + h_\alpha$  ve  $\beta(t) = 12 + 2\sin(2\pi 0.07t) + h_\beta$  alınmıştır. Burada  $h_\alpha$  ve  $h_\beta$  verilen deterministik değişimlerin ötesinde parametrelere eklenen rassal Gauss gürültüleridir. Bunların haricinde sistemin durum vektörünü teşkil eden pozisyon ve hız değişkenlerine Şekil 2’de de gösterildiği üzere sıfır ortalamalı Gauss gözlem gürültüsü de eklenmiş, olabildiğince gerçekçi bir denetim senaryosu elde edilmiştir. Sunulan çalışmalarda mıknatısın başlangıç pozisyonu 5cm, başlangıç hızı ise 0 cm/s alınmıştır.



Şekil 2. Kontrol sisteminin blok diyagramı

## 3. Kayan kipli denetim (KKD)

Kayan Kipli Denetim yönteminin amacı doğrusal olmayan sistemin durum yörüngesini, durum uzayında kullanıcı tarafından tanımlanmış bir yüzeye, diğer bir deyişle kayma yüzeyine yaklaştırmak ve sistemin durum yörüngesinin sonraki zamanlarda bu yüzeyin üstünde bulunmasını sağlamaktır. Buradaki en önemli nokta sistemin durumunu kullanıcı tarafından tanımlanan yüzeye yönlendirecek ve sonraki zamanlarda yüzeyin üstünde bulunmasını sağlayacak bir giriş sinyalinin belirlenmesidir. Erişme kuralı (İng. *reaching law*) yaklaşımı faz uzayında kayma yüzeyine erişmeyi zorlayan bir yaklaşımdır ve bu bildiride benimsenen tasarım yöntemidir. Erişim kuralının uygun seçilmesi denetimin sürekli olmasını ve kayma yüzeyindeki salınımların, çatırtıların, en aza indirilmesi açısından önemlidir. Tasarımı gösterebilmek için sistemin davranışını betimleyen dinamik ifadeyi aşağıdaki gibi durum uzayı biçiminde düzenleyelim.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -g + \frac{\alpha}{M} \frac{i^2 \operatorname{sgn}(i)}{x_1} - \frac{\beta}{M} x_2 \end{aligned} \quad (2)$$

$x_1$  durumunun (pozisyon) istenen yörüngesi  $r_1$  ve bu işaretin zamana göre türevi olan  $r_2$  de  $x_2$  durumunun (hız) istenen yörüngesidir.  $x_1$  durumu için hata  $e_1$  ve  $x_2$

durumu için hata  $e_2$  değişkenleri ile gösterilmekte ve bu değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır

$$\begin{aligned} e_1 &= r_1 - x_1 \\ e_2 &= r_2 - x_2 \end{aligned} \quad (3)$$

Tanım gereği şu durumda  $e_1$  işaretinin zamana göre türevi de  $e_2$  işaretine eşittir. Ele alınan sistem ikinci dereceden bir sistem olduğu için literatürde kayma yüzeyi olarak isimlendirilen ve bir doğruya dönüşen bu büyüklük (4) denklemindeki gibi tanımlanabilir. Erişim kuralı ise (5) denklemindeki gibi seçilmiştir. Bu seçim çatırdama etkisini olabildiğince bertaraf edebilmek amacıyla işaret fonksiyonunun yumuşatılması neticesinde elde edilmiştir.

$$s = e_2 + \lambda e_1 \quad (4)$$

$$\dot{s} = -\xi \frac{s}{|s| + \sigma} - \eta s \quad (5)$$

(4) ile verilen  $s$  ifadesinin zamana göre türevini alır  $\dot{s}$  ifadesinin yerine yazarsak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\dot{s} = \dot{r}_2 - \dot{x}_2 + \lambda e_2 \quad (6)$$

İfadelerin biraraya getirilmesi aşağıdaki eşitliğin elde edilmesini sağlayacaktır.

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{\alpha} M \left( \xi \frac{s}{|s| + \sigma} + \eta s + g + \frac{\beta}{M} x_2 + \dot{r}_2 + \lambda e_2 \right) \\ = i^2 \operatorname{sgn}(i) \end{aligned} \quad (7)$$

(7) ifadesinden uygulanacak akım değeri ( $i$ ) bulunur. Simülasyonlarda  $\lambda$  değeri 1 olarak kabul edilmiş, kayma doğrusunun eğimi böylelikle 1 olmuştur.

Şekil 3'te referans sinyali  $r(t) = 3 + 2.5 \sin(2\pi 0.05t)$  seçilmiş, mıknatis pozisyonun ve hızının referans işaretini nasıl takip ettiği ve bu durumu sağlayan kontrol işareti gösterilmiştir. Şekil 4'te ise durum izleme hatalarının zamana göre değişimi verilmiştir. Pozisyonun ve hızın referans işaretini oldukça yakın takip ettiği gözlemlenmiştir.

Şekil 5'te ise aynı denetim sistemi trapezoid referans sinyali için test edilmiş ve sistem durumlarıyla kontrol işareti gösterilmiştir. Şekil 6'da ise durum izleme hataları verilmiştir.

Tüm olumsuzluklara rağmen her iki deneyde de, sistem durumlarının istenen değerlere hızlı bir şekilde yakınsadığı gözlemlenmiştir.

#### 4. Geribeslemeli doğrusallaştırmaya (GD) dayalı denetim

Yukarıda (1) denklemine verilen modelde  $u$  ile tanımlanan ve (8) denklemdeki gibi tanımlanan fiktif bir giriş değişkeni kullanılarak sistem modeli doğrusallaştırılır, bu değişkeni girdi kabul eden ve (9) denklemine verilen doğrusal sistem ifadesi elde edilir.

$$u = -g + \frac{\beta}{M} i^2 \operatorname{sgn}(i) \quad (8)$$

$$\ddot{y} = \frac{\beta}{M} \dot{y} + u \quad (9)$$

$u$  değişkenini mıknatisin pozisyonunu ( $y$ ) istenen yörünge ( $r$ ) cinsinden aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$u = \ddot{r} + \frac{\beta}{M} \dot{r} - k(y - r) \quad (10)$$

(10) denkleminin (9) denklemine yerine yazılmasıyla (11) ifadesine ulaşılır.

$$(\ddot{y} - \ddot{r}) = -\frac{\beta}{M} (\dot{y} - \dot{r}) - k(y - r) \quad (11)$$

veya

$$\ddot{e}_1 + \frac{\beta}{M} \dot{e}_1 + k e_1 = 0 \quad (12)$$

doğrusal ifadesine ulaşılabilecektir. Burada tasarımcının seçeceği büyüklük  $k$  değeridir. Bu değişken hatanın sifıra nasıl yaklaşacağını belirleyecektir ve simülasyonlarda  $k = 4$  seçilerek yakınsamanın aşırıya sebep olmayacak biçimde (kritik sönümlü) olması sağlanmıştır.

Bu yaklaşımla (9) denkleminden  $u$  değişkeninin değeri, (8) denklemdeki nonlineer ilişkinin aşağıdaki gibi tersinmesinden de  $i$  akımı elde edilecektir.

$$i = \sqrt{\left| \frac{M(u + g)}{\alpha} \right|} \operatorname{sgn} \left( \frac{M(u + g)}{\alpha} \right) \quad (13)$$

Vurgulanmalıdır ki (10) denklemine referans işaretinin zamana göre ikinci türevi işlemlere katılmaktadır. Bu tespit, seçilecek referans yörüngeleri üzerine bir kısıt olarak görülmelidir.

#### 5. Doğrusallaştırmaya dayalı PI denetimi

Oransal Türevsel İntegral (İng. *Proportional Integral Derivative, PID*) denetleyiciler hatanın mevcut değeri, hatanın birikmiş değeri ve hatanın eğilim

değerinin ağırlıklı birleşimi esasına göre çalışır. (1) ile verilen sistem dinamiği, mıknatısın pozisyonu,  $y = 3\text{cm}$  ve mıknatısın hızının sıfır olduğu çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılırsa (14) denkleminde verilen doğrusal model elde edilecektir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{3}x_1 - \frac{\beta}{M}x_2 + \frac{\alpha}{3M}v\end{aligned}\quad (14)$$

Burada  $v = i^2 \text{sgn}(i)$  ile tanımlanmaktadır. Doğrusallaştırılmış sistemin transfer fonksiyonu (15) ifadesiyle, seçilen kontrolör ise (16) ifadesiyle verilmiştir. Kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu (17) ifadesiyle verilmiştir.

$$P(s) = \frac{X_1(s)}{V(s)} = \frac{\frac{\alpha}{3M}}{s^2 + \frac{\beta}{M}s + \frac{g}{3}}\quad (15)$$

$$C(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = 8 + \frac{16}{s}\quad (16)$$

$$T(s) = \frac{13.33s + 26.66}{s^3 + 4s^2 + 16.59s + 26.66}\quad (17)$$

Geribeslemeli sistemde  $\alpha$  ve  $\beta$  parametrelerindeki rassal Gauss gürültüsü ve sistemin çıktılarındaki, mıknatısın pozisyonu ( $y$ ) ve mıknatısın hızı ( $\dot{y}$ ), Gauss gözlem gürültüsü yüzünden türev terimi ( $K_d$ ) 0 alınmış, böylelikle çalışılan kontrolör PI tipi bir kontrolör olmuştur. Geribeslemeli sistemdeki sürekli hal hatasını azaltmak amacıyla integral kazancı ( $K_i$ ) uygun seçilmelidir. Simülasyonlarda hatanın mevcut değerini gösteren terim ( $K_p$ ) 8, integral terimi de ( $K_i$ ) 16 seçilmiştir. Bu değerler artırılarak daha iyi bir cevap elde edilebilir; ancak terimlerin değerindeki artış kontrol işaretinin varyansında da artışa sebep olmaktadır. Bu durumun yarattığı pratik güçlük ise bobinden geçirilecek akıma kumanda edecek elektronik ekipmanda zamanla hızlı değişimler gösteren kumanda girişlerini gerçekleşmesinin zorluğudur. Bu nedenledir ki kontrol sinyalinin mutedil bir seyir sergilemesi tercih edilen bir karşılaştırma ölçütüdür.

## 6. Yapay sinir ağı tabanlı denetleyici

Manyetik askı sisteminin zamanla değişen parametrelerinin durum değişkenleri üzerindeki dolaylı etkileri sistemden toplanacak sayısal verilerde mevcuttur. Yapay sinir ağları, bu dolaylı etkileri bir geribeslemeli kontrolörün sentezinde kullanabilmesinden dolayı kontrol mühendisliğinde

önemli bir yer edinmişlerdir. Sistem dinamiğinde yer alan türev terimlerine birinci dereceden Euler yaklaştırmasının uygulanmasıyla elde edilecek ayrık modelden üretilecek verilerle, durum geçişine sebep olan giriş akımını sentezleyen bir nörokontrolör yapısına ulaşılabilir. Diğer bir deyişle, nörokontrolör, belli bir anda okunan pozisyon ve hız durumundan verilen bir referans pozisyon ve hız durumuna geçişi sağlayacak  $i(t)$  akımını üretir.

Bu çalışmada nörokontrolörün eğitiminde Levenberg-Marquardt (LM) algoritması kullanılmıştır. Bu algoritma, klasik hatayı geriye yayma (İng. *error backpropagation*) algoritmasının aksine çabuk yakınsar ve bu nedenle yapay sinir ağlarının eğitiminde sıkça tercih edilir. LM algoritması ikinci dereceden bir arama yöntemi olup, her iterasyonda hata yüzeyine parabolik yaklaşımla yaklaşır ve parabolün minimumu o adım için çözümü oluşturur.

Tek katmanlı ağ yapıları için yapılan tüm denemelerde istenen performans elde edilememiş, bu nedenle simülasyonlarda ilk katmada 20, ikinci katmada ise 15 gizli nöron içeren iki katmanlı bir ağ yapısı kullanılmıştır. Gizli katmanlardaki nöronların aktivasyon fonksiyonları hiperbolik tanjant tipinde, çıkış katmanı ise doğrusal tek nöron içerir. Eğitim rastgele üretilmiş 20000 eğitim verisi çifti, 800 adet de kontrol verisi çifti kullanılarak yapılmış, ortalama karesel eğitim hatasının 20000 çift üzerinden yapılan eğitim ile 0.018251 seviyesine kadar düştüğü gözlemlenmiştir.

Elde edilen kontrolör, daha önce verilen sinüzoidal ve trapezoid referans işaretleri için test edilmiş ve Tablo 1 ve 2 de özetlenen performans bulguları elde edilmiştir.

## 7. Sonuçlar ve tartışma

Bu çalışmada doğrusal olmayan ve dinamik bir yapıya sahip manyetik askı sistemi ele alınarak, bu sistemin kayan kipli denetimi, geribeslemeli doğrusallaştırmaya dayalı denetimi, doğrulaştırmaya dayalı PI denetimi ve yapay sinir ağları ile denetimi ele alınmıştır. Bu yöntemler basitlik,  $i(t)$  akımının varyansı (uygulanabilirlik) ve izleme hatasının sıfıra yakınsama zamanı (yerleşme zamanı) olarak belirlenmiştir. Tablo 1 ve Tablo 2 de dört yöntem bu kriterlere göre karşılaştırılmış ve elde edilen sayısal sonuçlar verilmiştir. Tablolardan görülebileceği üzere klasik bir kontrol yöntemi olan PI denetleyicinin yakınsama zamanının diğer denetleyicilerden daha fazladır. Ayrıca kontrol işaretinin ( $i(t)$ ) varyansının da diğer denetleyicilerle elde edilen değerlerden çok daha fazla olduğu gözlemlenmektedir. Bu sonuç, kontrol işaretinde yüksek frekanslı bileşenlerin görece fazlalığına işaret etmekte ve fiziksel uygulanabilirlik açısından bilgi vermektedir. Sürekli hal hatasını bertaraf etmek için kullanılan integral terimi içeren PI denetleyicinin  $K_i$  kazancının artırılması sistemin sürekli rejime daha hızlı kavuşmasını sağlarken kontrol işaretinin varyansı artmasına sebep olur. Bu ise fiziksel uygulanabilirlik açısından olumsuz bir neticedir. Bir başka klasik kontrol

yöntemi olan GD dayalı denetleyici ile elde edilen bulguların da bu ölçütlere göre PI denetleyiciden daha iyi olduğu görülmektedir. Simülasyonlar sırasında referans sinyalinin trapezoid tipte olduğu durumda, kontrol sinyalinde ikinci türevden kaynaklanan ani yükselmeler ve düşmeler olmakta, genel anlamda düzgün bir seyir içeren kontrol sinyali bu anlarda arzu edilmeyen ani değişimler göstermektedir. Bunun haricinde GD dayalı denetleyiciyle elde edilen akım profili oldukça makuldür. Yapay sinir ağı denetleyici ile referans işareti sinüzoidal profili olduğu durumda yakınsama zamanının en iyi olduğu görülmektedir. Ayrıca kontrol işaretinin varyansının PI denetleyiciden daha düşük olması da kontrol işaretinin fiziksel açıdan daha kolay uygulanabileceğini göstermektedir. Giriş işareti trapezoid profili olduğu durumda ise yakınsama zamanı biraz daha artmıştır.

Gerçekleme basitliği açısından ele alındığında PI denetleyicinin diğer denetim yöntemleri arasında en sade yapıya sahip olduğu göze çarpmaktadır. PI denetleyiciyle benzer karmaşıklık gösteren GD dayalı denetleyicisini KKD ve NK yöntemleri izlemektedir. Özellikle NK yaklaşımında iki gizli katmanlı sinir ağının gerçekleşmesi sistemin gömülü bir kontrol birimi tarafından gerçekleştirilmesini zorunlu kılmaktadır.

Tüm sonuçların birlikte değerlendirilmesi neticesinde en hızlı yakınsamanın ve en düşük akım varyansının GD dayalı denetim yaklaşımıyla elde edildiği görülmektedir.

Tablo.1 Sinüzoidal profili referans işaret olduğu durumda yerleşme zamanı ve kontrol sinyalinin varyansı

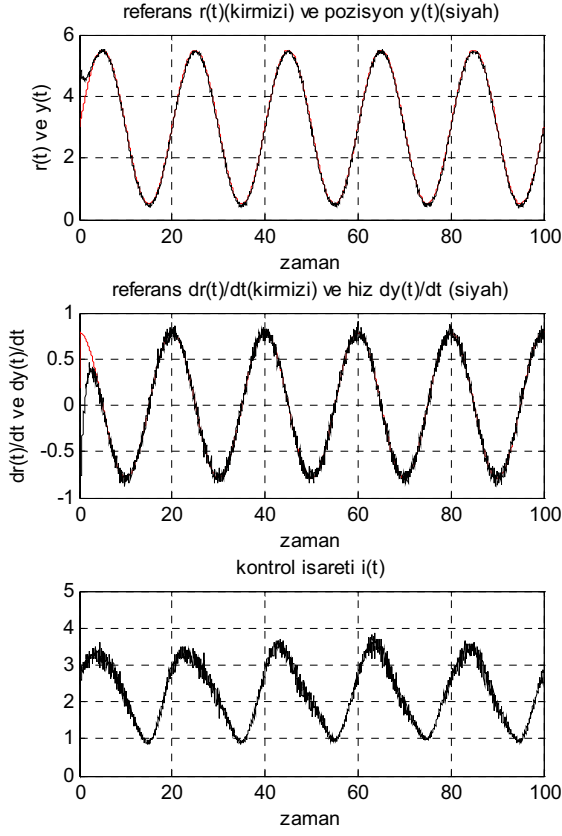
| Yöntem                    | Yakınsama Zamanı (sn) | $i(t)$ Akımının Varyansı |
|---------------------------|-----------------------|--------------------------|
| Kayan Kipli Denetim       | 3.43 sn               | 0.7595                   |
| GD Denetleyici            | 3.38 sn               | 0.6672                   |
| PI Denetleyici            | 5.24 sn               | 0.9054                   |
| Nörokontrolör ile Denetim | 2.05 sn               | 0.7012                   |

Tablo.2 Yamuk profili referans işaret olduğu durumda yerleşme zamanı ve kontrol sinyalinin varyansı

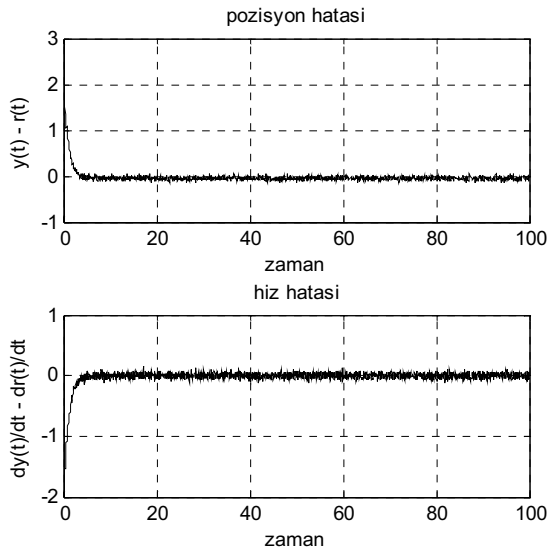
| Yöntem                    | Yakınsama Zamanı (sn) | $i(t)$ Akımının Varyansı |
|---------------------------|-----------------------|--------------------------|
| Kayan Kipli Denetim       | 3.45 sn               | 0.1017                   |
| GD Denetleyici            | 3.12 sn               | 0.0421                   |
| PI Denetleyici            | 5.42 sn               | 0.8854                   |
| Nörokontrolör ile Denetim | 4.05 sn               | 0.0759                   |

## 8. REFERANSLAR

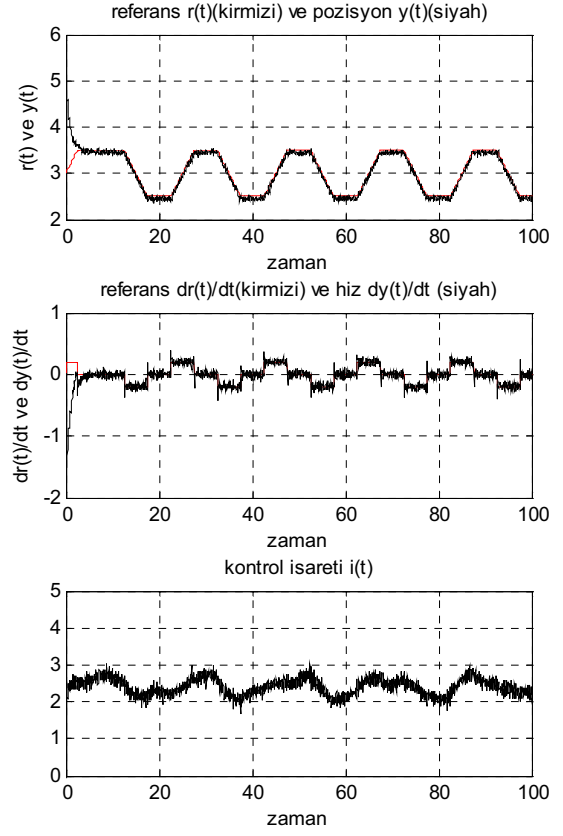
- [1] K.J. Astrom, T. Hagglund, (1995) "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning", *International Society for Measurement and Control*.
- [2] Y. Shiao, "Design and Implementation of a Controller for a Magnetic Levitation System," *Proc. of Natl. Sci. Counc.*, Cilt: 11, No: 2, s:88-94, 2001.
- [3] R. C. Fama, R. V. Lopes, A. de. P. Milhan, R. K. H. Galvao, B. A. D. Lastra, "Predictive Control of a Magnetic Levitation System with Explicit Treatment of Operational Constraints," *ABCm Symposium Series in Mechatronics*, No: 2, s:01-08, 2006.
- [4] I. A. Shkolnikov, Y. B. Shtessel, D. P. Lianos, A.T Thies, "Robust missile autopilot design via high-order sliding mode control," *Proc. of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Denver, CO, U.S.A, AIAA Paper 2000-3968, 2000.
- [5] O. Camacho, C.A. Smith, "Sliding Mode Control: An Approach to Regulate Nonlinear Chemical Process," *ISA Trans.*, Cilt: 39, No: 14, s:205-218, 2000.
- [6] J. Guldner, V.I. Utkin, "Sliding Mode Control for Gradient Tracking and Robot Navigation Using Artificial Potential Fields," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Cilt: 11, No: 2, s:247-254, 1995.
- [7] D. Cho, Y. Kato, D. Spilman, "Sliding Mode and Classical Control Magnetic Levitation System," *IEEE Control Systems Magazine February 1993*, No: 1, s:42-48, 1993.
- [8] T.E Lee, J.P. Su, K.W. Yu, "Nonlinear Robust Control of a Magnetic Levitation System," *Proc. of the first International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, Cilt: 1, No: 42, s:517-521, 2006.
- [9] M. Hagan, H. Demuth, O. De Jesus, "An Introduction to the Use of Neural Networks in Control Systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Cilt: 12, No: 11, s:959-985, 2002.



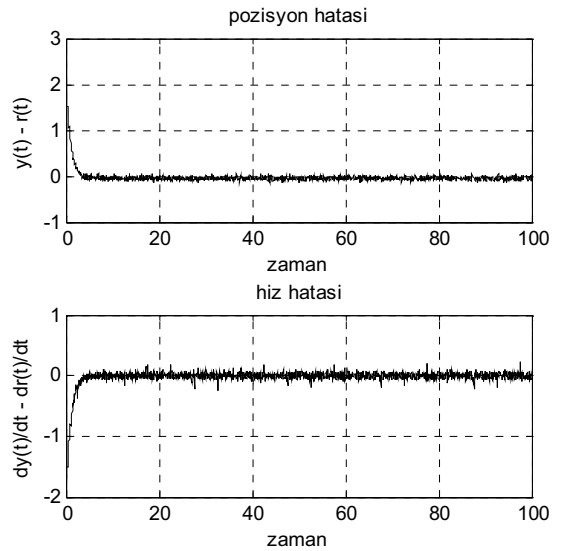
Şekil 3. Kayan Kipli Denetim yöntemi için referans işaretinin sinüzoidal profili olduğu durumda mıknatıs pozisyonunun ve hızının referans işaretini takibi, kontrol işareti



Şekil 4. Kayan Kipli Denetim yöntemi için referans işaretinin sinüzoidal profili olduğu durumda gözlemlenen durum izleme hataları



Şekil 5. Kayan Kipli Denetim yöntemi için referans işaretinin trapezoid profili olduğu durumda mıknatıs pozisyonunun ve hızının referans işaretini takibi, kontrol işareti



Şekil 6. Kayan Kipli Denetim yöntemi için referans işaretinin trapezoid profili olduğu durumda gözlemlenen durum izleme hataları

# Destek Vektör Makineleriyle Çevrimiçi Denetim

Serdar İplikçi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, Kınıklı Kampüsü, 20040, Denizli

iplikci@pau.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, destek vektör makinelerinin (SVM) çevrimiçi eğitimi için önerilmiş bir yöntem olan AOSVR (Accurate Online Support Vector Regression) algoritmasıyla [1], destek vektörleri yapılarına dayalı bir denetim yöntemi olan daha önceden önerilmiş Destek Vektör Makineleri Tabanlı Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim (SVM-Tabanlı GPC) yöntemini [2] birleştiren çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yönteminin [3] doğrusal olmayan bir sistemin denetimi uygulaması sunulmuştur. Bu yöntem, denetimi yapılacak sistemin boş bir modeliyle başlayarak modelleme ve denetim süreçlerini paralel olarak yapmaktadır. SVM modeli, AOSVR algoritmasındaki artımlı- ve azalımlı-öğrenme ile sistem ve/veya ortamdaki değişimlere uyum sağlayabilir. Benzetim sonuçları, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yönteminin doğrusal-olmayan bir sistemin denetiminde hem gürültülü hem de gürültüsüz durumda oldukça iyi bir başarıyı olduğunu göstermiştir.

## 1. Giriş

Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim GPC [4, 5, 6] yöntemi, Model Tabanlı Öngörülü Denetim (Model-Based Predictive Control - MPC) teknikleri sınıfına dahildir. MPC teknikleri yaklaşık 30 yıldır açık-çevrim kararsız sistemlerin ve parametreleri ve/veya ölü-zamanları zamanla-değişen [7, 8] sistemlerin denetiminde dayanıklı bir yöntem olduklarını ispat ederek endüstriyel süreçlerin [9] yanısıra değişik alanlarda da kullanılmışlardır [10].

Literatürdeki ilk MPC tekniğini [11] takiben önerilen pek çok MPC yöntemlerinin [12, 13] içerisinde en yaygın olanı GPC'dir [4, 5, 6]. Yine de, tüm MPC teknikleri aynı fikre dayanır: denetimi yapılacak sistemin modelini kullanarak elde edilen ileri yönelik tahmine dayanarak, her bir örnekleme anında, sonlu-ufuklu açık-çevrimli bir en iyileme problemi çözülerek bir dizi denetim işareti elde edilir ve dizinin ilk elemanı sisteme uygulanır. Model tabanlı tekniklerde denetimi yapılacak sistemin modeli çok önemli bir rol oynadığından, pek çok doğrusal ve doğrusal-olmayan modelleme yöntemleri uzunca zamandır kullanılmaktadır. Son zamanlarda, işlemsel zeka alanındaki hızlı gelişmelere paralel olarak, GPC döngüsünde kullanılacak modelin elde edilmesinde yapay sinir ağları [14, 15], bulanık sistemler [16], hibrid sistemler [17] ve genetik algoritmalar [18] gibi esnek bilgi işlem araçlarından yararlanılmıştır. Ancak bu yaklaşımlarda elde edilen modeller sistemin dinamiğindeki ve/veya ortamdaki değişimlere uyum sağlayamamaktadır ki bu değişimler gözardı edilemez

olduğunda bu durum bir dezavantaja dönüşebilmektedir.

Bağlanım problemini çözerek doğrusal-olmayan sistemlerin modellenmesinde kullanılabilen diğer bir araç ise Destek Vektör Makineleridir (SVM) [19, 20, 21]. İstatistiksel Öğrenme Kuramı (Statistical Learning Theory) ve Yapısal Riski En Aza İndirme İlkesi'ne (Structural Risk Minimization Principle) dayanan SVM algoritmaları herhangi bir sınıflandırma veya bağlanım problemini yerel minimumlara takılmadan çözebilir. Global minimumun bulunması, sınıflandırma veya bağlanım probleminin bir Karesel Programlama (Quadratic Programming - QP) problemine dönüştürülerek çözülmesiyle sağlanır. Son on yılda, SVM tabanlı algoritmalar çok hızlı bir şekilde gelişmiş ve pek çok alana uygulanmıştır [22, 23].

Bu bildirinin amacı, önceki çalışmada [3] önerilen çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yöntemini farklı bir sisteme uygulayarak sunmaktır. Bildiri şu şekilde organize edilmiştir: İkinci bölümde, GPC yapısının bileşenleri olan sistem modeli ve Bedel Fonksiyonunu Enküçültme (Cost Function Minimization - CFM) bloğu ele alınmıştır. Daha sonraki bölümde ise, çevrimiçi-bağlanım problemi için geliştirilen SVM yaklaşımı gözden geçirilmiştir. Bölüm 4'te, SVM-Tabanlı GPC yapısı RBF çekirdeği için formülize edilerek bölüm sonunda çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC algoritması verilmiştir. Son olarak, incelenen doğrusal-olmayan sistem ve benzetim sonuçları beşinci bölüm sonunda verilmiştir.

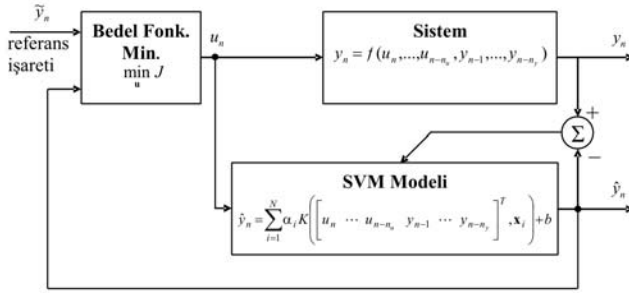
## 2. Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim

Dinamik davranışı denklem (1)'deki gibi bir NARX (Nonlinear Auto-Regressive eXogenous) modeliyle temsil edilebilen doğrusal-olmayan sistemi ele alalım.

$$y_n = f(u_n, \dots, u_{n-n_u}, y_{n-1}, \dots, y_{n-n_y}), \quad (1)$$

burada  $u_n$   $n$  zaman indeksi anında sisteme uygulanan denetim işareti,  $y_n$  ise sistemin buna karşı düşen çıkışıdır,  $n_u$  ve  $n_y$  ise sırasıyla modelde yer alan geçmiş denetim işareti ve çıkış işareti sayılarıdır. Bu arada, doğrusal-olmayan  $f$ 'in bilinmediği varsayılmaktadır.

Şekil 1 GPC yapısının denetim döngüsünü göstermektedir, burada  $\hat{y}_n$  model çıkışının  $n$  zaman indeksi anındaki değeri ve  $\tilde{y}$  ise sistem tarafından takip edilmesi istenen referans işaretidir. GPC yapısı iki temel elemandan oluşmaktadır. İlki, daha sonradan tanımlanacak olan  $\mathbf{u}$  aday denetim vektörüne karşı sistemin üreteceği cevabı tahmin etmede kullanılan sistem modelidir. Ayrıca, sistem modeli, GPC'nin diğer bileşeni olan CFM bloğu için gerekli eğim bilgisinin elde edilmesinde de kul-



Şekil 1: GPC döngüsü.

lanılır. CFM bloğunun işlevi ise (2)'deki gibi verilen başarımların göstergesi  $J$ 'nin aday denetim vektörü  $\mathbf{u}$ 'ya göre en aza indirilmesidir.

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} (\tilde{y}_{n+j} - \hat{y}_{n+j})^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_j (\Delta u_{n+j})^2, \quad (2)$$

burada  $N_1$  en kısa bedel ufku,  $N_2$  en uzun bedel ufku,  $N_u$  denetim ufku,  $\lambda$  ağırlık faktörüdür ve  $\Delta u_{n+j}$  ise  $\Delta u_{n+j} = u_{n+j} - u_{n+j-1}$  şeklinde verilmiştir [14].

CFM algoritmasında, aday denetim vektörü  $\mathbf{u}$ 'nun elemanları,

$$\mathbf{u} = [u_{n+1} \quad u_{n+2} \quad \dots \quad u_{n+N_u}]^T, \quad (3)$$

izin verilen aralık içerisinde (4)'de verilen kuralla güncellenir.

$$\mathbf{u} \leftarrow \mathbf{u} + s\mathbf{p}, \quad (4)$$

burada  $\mathbf{p}$  arama yönü ve  $s$  ise adım aralığıdır. Her bir örnekleme anında, denetim işaretleri ve sistem çıkışları üzerindeki kısıtlamalar gözönüne alınarak en uygun arama yönü belirlendikten sonra, bu arama yönüne dayanarak en uygun adım aralığı belirlenir. Ardından, denetim vektörü  $\mathbf{u}$  güncellenerek vektörün ilk elemanı sisteme uygulanır.

En uygun arama yönünü bulmak için, optimizasyon kuramı literatüründe mevcut yöntemler [24, 25] kullanılır. CFM algoritmasında kullanılan optimizasyon tekniğine bağlı olarak, Taylor açılımında ikinci dereceye kadar olan eğim bilgisine ihtiyaç duyulabilir. Dik İniş (Gradient Descent ( $\mathbf{p} = -\mathbf{g}$ )) gibi birinci dereceden arama algoritmaları (5)'de verilen eğim vektörünün hesabını gerektirirken,

$$\mathbf{g} = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{u}} = \left[ \frac{\partial J}{\partial u_{n+1}} \quad \frac{\partial J}{\partial u_{n+2}} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial u_{n+N_u}} \right]^T, \quad (5)$$

Değiştirilmiş Newton Yöntemi (Modified Newton's Method ( $\mathbf{p} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g}$ )) gibi ikinci dereceden arama algoritmaları ilave olarak (6)'de verilen Hessian matrisinin hesabını gerektirir.

$$\mathbf{H} = \frac{\partial^2 J}{\partial \mathbf{u}^2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+1}^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+1} \partial u_{n+2}} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+1} \partial u_{n+N_u}} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+2} \partial u_{n+1}} & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+2}^2} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+2} \partial u_{n+N_u}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+N_u} \partial u_{n+1}} & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+N_u} \partial u_{n+2}} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+N_u}^2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Eğim vektörü  $\mathbf{g}$ 'de,  $h^{inci}$  eleman (7) ile verilmektedir.

$$\frac{\partial J}{\partial u_{n+h}} = -2 \sum_{j=N_1}^{N_2} (\tilde{y}_{n+j} - \hat{y}_{n+j}) \frac{\partial \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+h}} + 2 \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_j \Delta u_{n+j} (\delta_{h,j} - \delta_{h,j-1}), \quad h = 1, \dots, N_u \quad (7)$$

burada  $\delta_{i,j}$  Kronecker Delta fonksiyonudur. Benzer şekilde, Hessian matrisi  $\mathbf{H}$ 'nin  $m^{inci}, h^{inci}$  elemanı da (8)'deki gibidir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J}{\partial u_{n+m} \partial u_{n+h}} &= 2 \sum_{j=N_1}^{N_2} \frac{\partial \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+m}} \frac{\partial \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+h}} \\ &- 2 \sum_{j=N_1}^{N_2} \frac{\partial^2 \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+m} \partial u_{n+h}} (\tilde{y}_{n+j} - \hat{y}_{n+j}) \\ &+ \sum_{j=1}^{N_u} \lambda_j (\delta_{m,j} - \delta_{m,j-1})(\delta_{h,j} - \delta_{h,j-1}), \quad m, h = 1, \dots, N_u. \end{aligned} \quad (8)$$

Denklem (7) ve (8)'den görüleceği gibi, birinci dereceden terimler  $\left( \frac{\partial \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+h}} \right)$  ve ikinci dereceden terimler  $\left( \frac{\partial^2 \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+m} \partial u_{n+h}} \right)$  her bir adımda pek çok kez hesaplanmaktadır. Elde edilen modele dayalı olarak bu terimlerin hesabının işlemsel yoğunluk anlamında GPC'nin uygulanabilirliği üzerinde doğrudan etkisi vardır.

### 3. Destek Vektörleriyle Çevrimiçi Bağlanım

Bu bölümde, ilk olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmış bağlanım problemini çözen  $\varepsilon$ -SVR algoritması tanıtıldıktan sonra, bu problemi çevrimiçi çözen AOSVR algoritması ele alınacaktır:  $T = \{\mathbf{x}_k, y_k\}_{k=1}^{k=N}$  şeklinde verilen veri kümesini ele alalım, burada  $\mathbf{x}_k \in X \subseteq R^n$  vektörü giriş uzayındaki  $k^{inci}$  giriş veri noktasını,  $y_k \in Y \subseteq R$  ise buna karşı düşen çıkış değerini göstermektedir. Verilen bu veri kümesinin girişi ile çıkışı arasındaki ilişkinin, (9)'deki gibi  $F$  öznitelik uzayında doğrusal olan bir modelle modellenmesi istenmektedir.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}) \rangle + b, \quad (9)$$

burada  $\mathbf{w}$  öznitelik uzayı  $F$ 'de bir vektör,  $\Phi(\mathbf{x})$  ise giriş uzayından öznitelik uzayına bir dönüşüm,  $b$  öngerilim terimi ve  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  ise  $F$  öznitelik uzayında bir iç çarpımı göstermektedir. SVM algoritmaları verilen bu bağlanım problemini ikincil uzayda (10)'deki gibi bir optimizasyon problemini olarak ele almaktadır.

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b, \quad (10)$$

burada  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$  fonksiyonu,  $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_j) = K_{ij}$  şeklinde verilen bir çekirdek (kernel) fonksiyonudur. Çekirdek fonksiyonu öznitelik uzayında iç çarpım işlemini gerçekleştirdiğinden  $\Phi(\mathbf{x})$ 'nin analitik formunun bilinmesi gerekmez. SVM modelinde (10), sıfırdan farklı bir  $\alpha_i$  değerine karşı gelen  $\mathbf{x}_i$  vektörü noktaya destek vektörü denir.

$\varepsilon$ -SVR algoritması Vapnik  $\varepsilon$ -toleranslı kayıp fonksiyonunu  $L(\varepsilon, y, \hat{y})$  kullanarak optimizasyon problemini birincil uzayda şu şekilde tanımlar:

$$\min_{\mathbf{w}, b, \xi, \xi^*} P_\varepsilon = \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^N (\xi_i + \xi_i^*) \quad (11)$$

kısıtlamalar,

$$y_i - \langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \quad (12)$$

$$\langle \mathbf{w}, \Phi(\mathbf{x}_i) \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \quad (13)$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

burada  $\varepsilon$  her bir veri noktası için tolare edilebilen en büyük hata miktarıdır,  $\xi_i$ 'ler ve  $\xi_i^*$ 'lar ise gevşek değişkenlerdir,  $\|\cdot\|$  sembolü Öklit normunu göstermektedir ve  $C$  de modelin karmaşıklığı ile  $\varepsilon$ 'dan büyük hatalar arasında bir ayar yapmayı sağlayan bir ayar parametresidir. Bağlanım probleminin ikincil biçimi aşağıdaki gibi bir Karesel Programlama (Quadratic Programming - QP) problemine dönüştürülebilir:

$$\min_{\beta, \beta^*} D_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) \quad (15)$$

$$+ \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i - \beta_i^*)$$

kısıtlamalar,

$$0 \leq \beta_i, \beta_i^* \leq C, \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) = 0, i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

(15 ve 16)'de verilen QP probleminin çözümü  $\beta_i$ 'lar ve  $\beta_i^*$ 'ların en iyi değerlerini verir. Modeldeki  $b$  değeri,  $\hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = -\varepsilon$  koşulu  $0 < \beta_i - \beta_i^* < C$  koşulunu sağlayan her bir destek vektörü  $\mathbf{x}_i$  için sağlanacak şekilde bulunur. Diğer taraftan,  $j = 1, 2, \dots, N$  olmak üzere  $\alpha_j = \beta_j - \beta_j^*$  gibi yeni bir katsayı tanımlanırsa, (10)'deki SVM modeli elde edilir veya sadece destek vektörleri dikkate alınırsa model,

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\#SV} \alpha_j K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) + b, \quad (17)$$

haline gelir ki burada  $\#SV$  modeldeki destek vektörü sayısını göstermektedir [22, 23, 26]. Elde edilen SVM modeli (17) tüm eğitim verisinin sadece destek vektörleriyle temsil edilmesi anlamında *seyrek* bir modeldir.  $\varepsilon$ -SVR'nin parametreleri  $\varepsilon$ ,  $C$ ,  $N$  ve çekirdek fonksiyonu parametreleridir. Bu parametrelerin uygun değerlerini belirlemenin sistematik bir yolu olmasa da literatürde bazı pratik öneriler bulunabilir [27].

Bu kısımda ise [1]'de önerilen AOSVR algoritması gözden geçirilecektir. (15) dual biçiminin Lagrangian formülasyonu şu

şekildedir:

$$L_D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( K_{ij} (\beta_i - \beta_i^*) (\beta_j - \beta_j^*) \right) + \varepsilon \sum_{i=1}^N (\beta_i + \beta_i^*) \quad (18)$$

$$- \sum_{i=1}^N y_i (\beta_i + \beta_i^*) - \sum_{i=1}^N (\delta_i \beta_i + \delta_i^* \beta_i^*)$$

$$+ \zeta \sum_{i=1}^N (\beta_i - \beta_i^*) + \sum_{i=1}^N \left( u_i (\beta_i - C) + u_i^* (\beta_i^* - C) \right)$$

burada  $\delta_i, \delta_i^*, u_i, u_i^*$  ve  $\zeta$  büyüklükleri Lagrange çarpanlarıdır.  $L_D$ 'nin optimizasyonu aşağıdaki KKT koşullarını verir:

$$\frac{\partial L_D}{\partial \beta_i} = 0 \rightarrow \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_j - \beta_j^*) + \varepsilon - y_i + \zeta - \delta_i + u_i = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial L_D}{\partial \beta_i^*} = 0 \rightarrow \sum_{j=1}^N K_{ij} (\beta_j - \beta_j^*) - \varepsilon - y_i + \zeta + \delta_i^* - u_i^* = 0, \quad (20)$$

$$\delta_i, \delta_i^* \geq 0 \quad \delta_i \beta_i = 0 \quad \delta_i^* \beta_i^* = 0 \quad (21)$$

$$u_i, u_i^* \geq 0 \quad u_i (\beta_i - C) = 0 \quad u_i^* (\beta_i^* - C) = 0$$

Eğer  $h(\mathbf{x}_i)$  gibi bir destek vektörü için hata fonksiyonu şu şekilde tanımlanırsa,

$$h(\mathbf{x}_i) \equiv \hat{y}(\mathbf{x}_i) - y_i = \sum_{j=1}^N \alpha_j K_{ij} + b - y_i, \quad (22)$$

ki burada  $\alpha_j = \beta_j - \beta_j^*$  büyüklüğü  $j = 1, 2, \dots, \#SV$  için  $\mathbf{x}_j$ 'e karşı düşen yeni katsayıdır, o zaman KKT koşulları aşağıdaki biçimde yeniden yazılabilir:

$$h(\mathbf{x}_i) \geq \varepsilon, \quad \alpha_i = -C, \quad (23)$$

$$h(\mathbf{x}_i) = \varepsilon, \quad -C < \alpha_i < 0, \quad (24)$$

$$-\varepsilon \leq h(\mathbf{x}_i) \leq \varepsilon, \quad \alpha_i = 0, \quad (25)$$

$$h(\mathbf{x}_i) = -\varepsilon, \quad 0 < \alpha_i < C, \quad (26)$$

$$h(\mathbf{x}_i) \leq -\varepsilon, \quad \alpha_i = C, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

Eğitim kümesindeki herhangi bir eğitim verisi  $\mathbf{x}_i$ , sahip olduğu  $\alpha_i$  değerine göre aşağıdaki üç kümeden birine aittir:

$$\mathbf{x}_i \in \mathbf{E}, \text{ eğer } |\alpha_i| = C \text{ ise} \quad (28)$$

$$\mathbf{x}_i \in \mathbf{S}, \text{ eğer } 0 < |\alpha_i| < C \text{ ise} \quad (29)$$

$$\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}, \text{ eğer } |\alpha_i| = 0 \text{ ise} \quad (30)$$

Artımlı algoritmada,  $\mathbf{x}_c$  gibi yeni bir eğitim verisi geldiğinde, ona karşı düşen  $\alpha_c$  değeri, daha sonradan  $\Delta \alpha_c$  değerine ayarlanmak üzere, başlangıçta sıfır yapılır. Ardından, sistem KKT koşullarına göre dengede kalacak şekilde mümkün olan en büyük değişim olan  $\Delta \alpha_c$  hesaplanır. Bu işlem esnasında, bazı veri noktaları bir kümeden diğerine geçerken bazıları da yerinde kalır. Yeni gelen veri noktası da dahil olmak üzere tüm veriler KKT koşullarını sağlayan kadar bu



işlem tekrarlanır. Önceden eğitimde kullanılmış  $\mathbf{x}_c$  gibi bir eğitim verisi eğitim kümesinden çıkarılmak istendiğinde ise artımlı algoritmanın tamamen tersi olan azalımlı algoritma benzer şekilde kullanılabilir. Daha fazla ayrıntı için [1]'e başvurulabilir.

## 4. SVM-Tabanlı GPC

### 4.1. SVM Modelinden Eğitim Bilgisinin Elde Edilmesi

Aday denetim vektörünün güncellenmesi için gerekli eğitim bilgisi, birinci dereceden terimler  $\left(\frac{\partial \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+h}}\right)$  ve ikinci dereceden terimlerin  $\left(\frac{\partial^2 \hat{y}_{n+j}}{\partial u_{n+m} \partial u_{n+h}}\right)$  SVM modelinden elde edilmesiyle oluşturulur. Eğitim bilgisinin SVM modelinden çıkarılmasına ilişkin formüller [2] ve [3]'de ayrıntılı bir şekilde verilmiştir.

### 4.2. Çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC Algoritması

Şekil 2'deki akış şemasından da görüldüğü gibi çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC algoritması boş bir model ile başlar. Modelin doğruluğu, modelin bir önceki adımda ürettiği bir-adım-sonrası-tahmin-hatası (OSAPE= $|y_n - \hat{y}_n|$ ) değerinin  $\varepsilon$  değerinden küçük olup olmadığına bakılarak karar verilir. Her iterasyonda, eğer model *doğru* olarak kabul edilmişse o zaman SVM-Tabanlı GPC mekanizmasının ürettiği denetim işareti sisteme uygulanır aksi halde sisteme, genliği  $[u_{min}, u_{max}]$  aralığında, süresi de  $[\tau_{min}, \tau_{max}]$  aralığında rasgele değişen bir denetim işareti uygulanır. Sistemin uygulanan işarete olan cevabı ölçüldükten sonra, bir sonraki adımda kullanılmak üzere modelin doğruluğu bu ölçümle belirlenir. Eğer model doğru ise herhangi bir güncelleme yapılmaz. Aksi halde, yani model doğru değilse, sistemin çıkış büyüklüğü ile yeni bir eğitim verisi elde edilir ve artımlı algoritmayla model güncellenir. Eğer eğitim verisi sayısı  $L$ 'yi aşarsa o zaman da azalımlı algoritmayla en eski veri noktası eğitim kümesinden çıkarılır ve böylece algoritmanın mümkün olduğunca en az miktarda hafıza kullanması sağlanır.

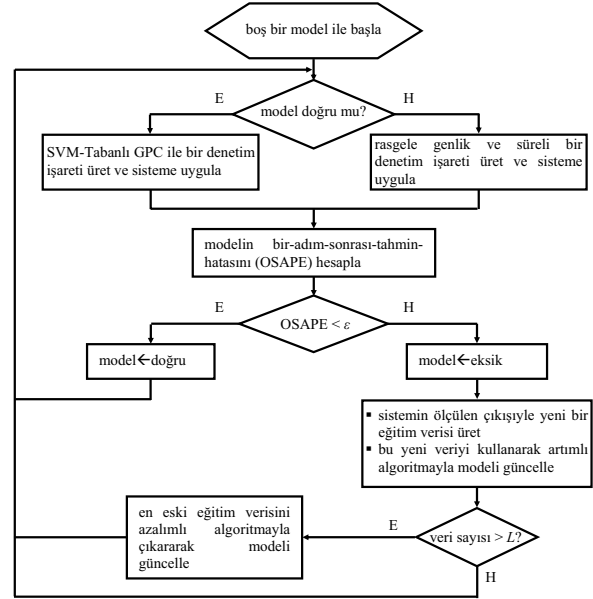
## 5. Bir Örnek: Üç-Tanklı Sıvı Sistemi

Üç-tanklı sıvı sistemi üç-boyutlu doğrusal-olmayan bir sistem olup dinamiği (31)'deki gibi bir diferansiyel denklem seti ile verilmiştir.

$$\begin{aligned} \dot{h}_1(t) &= \frac{1}{A} [q_1(t) - Q_{13}(t)] \\ \dot{h}_2(t) &= \frac{1}{A} [q_2(t) + Q_{32}(t) - Q_{20}(t)] \\ \dot{h}_3(t) &= \frac{1}{A} [Q_{13}(t) - Q_{32}(t)] \end{aligned} \quad (31)$$

buradaki büyüklükler şu şekildedir:

$$\begin{aligned} Q_{13}(t) &= az_{13} S_n \text{sgn}(h_1(t) - h_3(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_3(t)|} \\ Q_{32}(t) &= az_{32} S_n \text{sgn}(h_3(t) - h_2(t)) \sqrt{2g|h_3(t) - h_2(t)|} \\ Q_{20}(t) &= az_{20} S_n \sqrt{2gh_2(t)} \end{aligned}$$



Şekil 2: Çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC akış şeması.

buradaki büyüklüklere ilişkin açıklamalar ve kullanılan değerler Tablo 1'de görülmektedir [28].

Tablo 1: Sistem parametreleri ve değerleri

| Parametre   | Değer              |
|---|--------------------|
| $h_i(t)$ : tanklardaki sıvı seviyeleri [ $m^3$ ]  | çıkış              |
| $q_i(t)$ : pompalanan sıvı debileri [ $m^3/sn$ ]  | giriş              |
| $az_{13}$ : 1 ve 3 tankları arası akış katsayısı  | 0.5                |
| $az_{32}$ : 3 ve 2 tankları arası akış katsayısı  | 0.5                |
| $az_{20}$ : 2 tankından hazneye akış katsayısı    | 1.0                |
| $A$ : silindir kesiti [ $m^2$ ]                   | 0.0154             |
| $S_n$ : tanklar arası sıvı geçiş kesiti [ $m^2$ ] | $5 \times 10^{-5}$ |
| $g$ : yerçekimi ivmesi [ $m/sn^2$ ]               | 9.81               |

Üç-tanklı sıvı sistemi, esasen çok-girişli-çok-çıkışlı (MIMO) bir sistem olmasına rağmen bu çalışmada sunulan yöntemin doğası gereği bir-girişli-bir-çıkışlı (SISO) olarak kullanılacaktır. Bu çalışmada, denetim sürecinin amacı, uygun denetim işaretleriyle ( $u(t) = q_1(t)$ , 1. pompanın sağladığı debi) sistemin çıkışını ( $y(t) = h_1(t)$ , 1. tankdaki sıvı seviyesi) referans işaretine mümkün olduğunca yakın tutmaktır. Benzetimlerde, denetim işaretinin genliği  $u_{min} = 0m^3/sn$  ve  $u_{max} = 10^{-4}m^3/sn$  arasında tutulmuş, denetim işaretinin süresi ise  $\tau_{min} = \tau_{max} = 1$  sn olarak sabit alınmıştır. Başarım göstergesi (2)'deki parametrelerden  $N_2 = 10$ ,  $N_u = 2$  ve  $j = 1, \dots, N_u$  için  $\lambda_j = 0.0001$  olarak seçilmiştir. Benzetimlerde, doğrusal-olmayan sistemin diferansiyel denklemleri 0.1 sn sabit zaman aralığına sahip 4. dereceden Runge-Kutta tekniği ile çözülmüştür. GPC algoritmasının uygulandığı her bir örnekleme anında, en iyi arama yönü Değiştirilmiş Newton (Modified Newton) algoritmasıyla bulunmuş, ardından da en uygun adım-uzunluğu Golden-Section metoduyla elde edilmiştir. NARX parametreleri,  $n_u = 5$  ve  $n_y = 5$  olarak

seçilirken,  $N_1 = 1$  alınmıştır. Benzetimlerde  $\sigma = 3$  ve  $C = 1000$  olarak sabit tutulmuştur. Ayrıca, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yönteminin ölçüm gürültülerine karşı dayanıklılığını test etmek için sistemin çıkışında ölçülen büyüklüğe sıfır ortalama değerli Gauss gürültü eklenmiştir. Ölçülen işaretin genliğinin eklenen gürültünün genliğine oranı (SNR) 30 dB olup bu oran (32) ile verilmiştir.

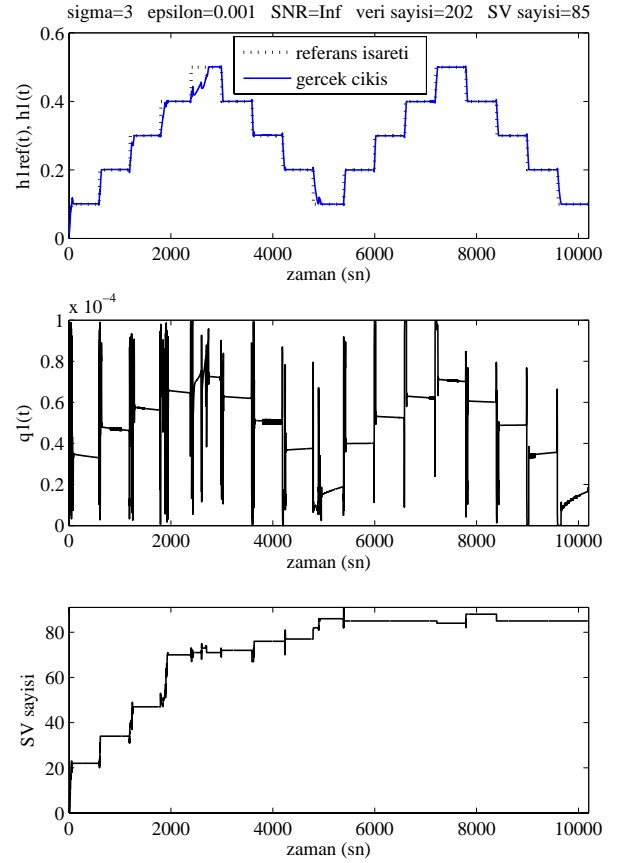
$$SNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\sigma_y^2}{\sigma_v^2} \right) \text{ dB}, \quad (32)$$

burada  $\sigma_y^2$  ve  $\sigma_v^2$  sırasıyla ölçülen işaretin ve eklenen gürültünün değışinti değerleridir.

Basamak referans işareti ve gürültüsüz durum için elde edilen benzetim sonuçları Şekil 3'te görülmektedir. Bu benzetimde  $\varepsilon = 0.001$  seçilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC denetim mekanizmasında başlangıçta boş olan SVM modeli Şekil 2'deki akış şemasındaki algoritmaya göre güncellenmektedir. Model, her güncellemede sistemin dinamiğini daha da iyi temsil etmekte ve böylece sistem çıkışı, referans işaretini daha iyi takip edebilmektedir. Belli bir zamandan sonra artık güncelleme gerekliliği iyice azalmakta ve hatta sistemin parametrelerinde ve/veya çevresel koşullarda bir değışim olmadığı sürece de hiç güncelleme yapılmamaktadır. Basamak referans işareti ve 30dB gürültülü durum için elde edilen benzetim sonuçları da Şekil 4'te verilmiştir. Bu durum için  $\varepsilon = 0.0005$  parametresi olarak seçilmiştir. Gürültülü durumda da benzer gözlemleri yapabiliriz: çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC denetim mekanizması zamanla sistemin modelini daha temsil etmekte ve denetim işini daha iyi yapmaktadır. Ancak, gürültü nedeniyle zaman zaman güncelleme gerekmektedir ve bu nedenle SVM modelindeki destek vektör sayısı az miktarda da olsa sürekli değışmektedir. Benzetim sonuçlarından da görüleceği gibi, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC ile denetimi yapılan doğrusal-olmayan bir sistemin çıkışı, referans işaretini yüksek bir doğrulukla takip etmektedir. Benzetimlere uzun süre devam edildiğinde de sistem çıkışının referans işaretini çok küçük bir sürekli-hal hatasıyla takip etmeye devam ettiği gözlenmiştir.

## 6. Sonuçlar

Bu çalışmada, önceden önerilen çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC [3] yöntemi ile üç-tanklı sıvı sisteminin çevrimiçi denetimi gerçekleştirilmiştir. Bu yöntemde, matematiksel modeli bilinmeyen sistemin dinamik davranışını temsil edecek olan ve başlangıçta boş olan SVM modelinin, AOSVR algoritmasıyla denetim esnasında gerektiğinde güncellenerek GPC döngüsü içinde kullanılmasıyla modelleme ve denetim eşzamanlı olarak gerçekleştirilmiştir. Benzetim sonuçları göstermiştir ki, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yapısı basamak tipli referans işareti için oldukça iyi bir denetim başarımı sağlamaktadır. Başka bir deyişle, matematiksel modeli bilinmeyen bir sistem çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC ile kontrol edildiğinde önceden belirlenmiş bir referans işaretini çok küçük geçici- ve sürekli-hal hatalarıyla takip edebilmektedir. Bu başarımın, gürültü durumunda da kabul edilebilir düzeyde olduğu benzetim sonuçlarından görülmektedir. Diğer taraftan, iyi bir denetim performansı, SVM ve çekirdek parametrelerinin seçimine çok yakından bağlıdır ki iyi bir genelleme için uygun parametrelerin seçimi SVM-Tabanlı bağlanım algoritmaları



Şekil 3: Gürültüsüz durumda referans işareti, gerçek çıkış, denetim işareti ve destek vektörü sayısının zamana bağlı değışimleri.

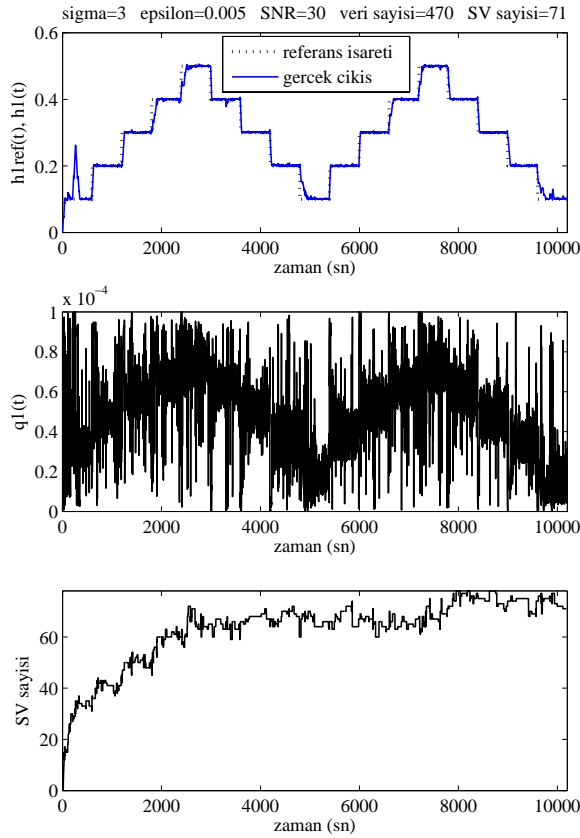
için hala açık bir problemdir. Sonuç olarak, çevrimiçi-SVM-Tabanlı GPC yöntemi denetim işini oldukça iyi bir başarımla gerçekleştirmiştir ve diğer çevrimiçi yaklaşımlara alternatif olarak kullanılabilir. Bunun yanı sıra, bu yöntemin, SVM tekniklerindeki gelişmelere paralel olarak daha da gelişmesi mümkündür.

## 7. Teşekkür

Bu çalışma TÜBİTAK tarafından desteklenmektedir. TÜBİTAK Kariyer Geliştirme Programı, Proje No.: 106E125.

## 8. Kaynakça

- [1] J. Ma, J. Theiler ve S. Perkins, "Accurate on-line support vector regression," *Neural Computation*, Cilt: 15, s: 2683–2703, 2003.
- [2] S. İplikçi, "Support Vector Machines Based Generalized Predictive Control," *Int'l J. of Robust and Non. Cont.*, Cilt: 16, s: 843–862, 2006.



Şekil 4: Çıkışa 30dB ölçme gürültüsü eklenmesi durumunda referans işareti, gerçek çıkış, denetim işareti ve destek vektörü sayısının zamana bağlı değişimleri.

[3] S. İplikçi, "Online Trained Support Vector Machines Based Generalized Predictive Control of Nonlinear Systems," *Int'l J. of Ad. Cont. and Sig. Proc.*, Cilt: 20, s: 599–621, 2006.

[4] D.W. Clarke, C. Mohtadi ve P.C. Tuffs, "Generalized predictive control - part 1: the basic algorithm," *Automatica*, Cilt: 23, s: 137–148, 1987.

[5] D.W. Clarke, C. Mohtadi ve P.C. Tuffs, "Generalized predictive control - part 2: the basic algorithm," *Automatica*, Cilt: 23, s: 149–163, 1987.

[6] D.W. Clarke, *Advances in Model-Based Predictive Control*, Oxford University Press, 1994.

[7] D.W. Clarke, C. Mohtadi, "Properties of generalized predictive control," *Automatica*, Cilt: 25, s: 859–875, 1989.

[8] E.F. Camacho, "Constrained generalized predictive control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Cilt: 38, No: 2, s:327–332, 1993.

[9] J. Richalet, "Industrial applications of model-based predictive control," *Automatica*, Cilt: 29, s: 1251–1274, 1993.

[10] S.J. Qin ve T.A. Badgwell, "A survey of industrial model predictive control technology," *Control Engineering Practice*, Cilt 11, s: 733–764, 2003.

[11] J.A. Richalet, A. Rault, J.L. Testud ve J. Papon, "Model predictive heuristic control: applications to an industrial process," *Automatica*, Cilt: 14, s: 413–428, 1978.

[12] R.M.C. De Keyser ve A.R. Van Cauwenberghe, "Extended prediction self-adaptive control," *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, s: 1255–1260, 1985.

[13] R. Soeterboek, *Predictive Control: A Unified Approach*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York, 1992.

[14] D. Soloway ve P.J. Haley, "Neural Generalized Predictive Control: a Newton-Raphson algorithm," *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control*, s: 277–282, 1996.

[15] M.T. Hagan, H.B. Demuth ve O. De Jesus, "An introduction to the use of neural networks in control systems," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Cilt: 12, s: 959–985, 2002.

[16] Y.L. Huang, H.H. Lou, J.P. Gong ve T.F. Edgar, "Fuzzy model predictive control," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Cilt: 8, s: 665–678, 2000.

[17] J.Q. Hu ve E. Rose, "Generalized predictive control using a neuro-fuzzy model," *International Journal of Systems Science*, Cilt: 30, s: 117–122, 1999.

[18] M. Martinez, J.S. Senent ve X. Blasco, "Generalized predictive control using genetic algorithms (GAGPC)," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Cilt: 11, s: 355–367, 1998.

[19] V. Vapnik, *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer-Verlag, London, 1995.

[20] V. Vapnik, *Statistical Learning Theory*, John Wiley, New York, 1998.

[21] V. Vapnik, "The Support Vector Method of Function Estimation," *Nonlinear Modeling Advanced Black Box Techniques*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.

[22] N. Cristianini ve J.S. Taylor, *An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-Based Learning Methods*, Cambridge University Press, New York, 2000.

[23] B. Schölkopf, C.J.C. Burges ve A.J. Smola, *Advances in Kernel Methods: Support Vector Learning*, The MIT Press, Cambridge MA, 1999.

[24] J. Nocedal ve S.J. Wright, *Numerical Optimization*. Springer Series in Op. Res., Springer-Verlag, NY, 1999.

[25] P. Venkataraman, *Applied Optimization with MATLAB Programming*, John Wiley and Sons, New York, 2002.

[26] A.J. Smola ve B. Schölkopf, "A tutorial on support vector regression," *NeuroCOLT Tech. Rep. No. NC-TR-98-030*, Royal Holloway College, University of London, 1998.

[27] V. Cherkassky ve Y. Ma, "Practical selection of SVM parameters and noise estimation for svm regression," *Neural Networks*, Cilt: 17, s: 113–126, 2004.

[28] DTS200 - Laboratory Setup Three Tank System, Amira GmbH, Duisburg, 2000.

## Açık Döngülü Piezo-elektrik Doğrusal Sürücüler için Histerez Telafisi

*Shahzad Khan, Ahmet Ozcan Nergiz, Asif Sabanovic, Volkan Patoglu*

Mekatronik Mühendisliği Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
{shahzad, ahmetn}@su.sabanciuniv.edu  
{asif, vpatoglu}@sabanciuniv.edu

### Özetçe

Bu bildiride, açık döngülü piezo-elektrik doğrusal sürücüler için yüksek çözünürlükte histerez telafisi gösterilmektedir. Piezo-elektrik malzemelerde yapıları gereği mevcut olan doğrusalsızlıklar, Bouc-Wen modeli kullanılarak model tabanlı bir kontrol algoritması ile telafi edilmiştir. Telafi için kullanılan yöntemin histerez davranışında zaman, değişen frekans ve farklı hareket genişliği nedenleriyle görülen değişimler altında başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Piezo-elektrik sürücülerin yer değiştirme bilgilerini elde edebilmek için yüksek çözünürlüklü lazer interferometre sisteme entegre edilmiş ve lazer interferometreden elde edilen ölçümler döngüyü kapatmak üzere bir geri besleme olarak kullanılmıştır. Histerez döngüsünün telafisi sonucu yer değiştirme gerilimi ve gezinme aralığı arasındaki doğrusallaşma davranışını gösteren muhtelif benzetimler ve deneysel sonuçlar sunulmaktadır.

### 1. Giriş

Piezo elektrik, elektromekanik enerji dönüşümü için temel bir süreç niteliğindedir. Piezo elektrik malzemelerde mekanik gerilim/uzama davranışları ile elektriksel kutuplaşma arasında bağlantı mevcuttur. Direkt etki altında malzeme deforme olduğu anda elektriksel yük gözlemlenebilir. Bunun karşısı bir etki de elektrik alan uygulandığı sırada piezo elektrik malzemelerde oluşabilen mekanik gerilim/uzama şeklinde gerçekleşir. Bu davranışlardan birincisi piezo elektrik etki olarak tanımlanır ve 1880 yılında Pierre ve Marie Curie tarafından bulunmuştur. İkincisi ise ters piezo elektrik etki olarak tanımlanır. "Piezo" kelimesi kökünü, Yunanca'da itmek anlamına gelen "piezen" kelimesinde barındırmaktadır. Bu etki, malzeme üzerine bir itme kuvveti ya da bir başka deyişle basınç uygulamaya çalışılırken keşfedilmiştir. Başlangıçta basınç elektriği ve piezo elektrik kavramları aynı olguyu anlatmak için kullanılmıştır.

Quartz gibi doğal piezo elektrik malzemelerde ters piezo elektrik etki pratikte kullanmak için çok küçüktür. Buna karşın, maksimum uzama değişik özelliklerdeki malzemelerin karışım oranlarıyla ayarlanabildiği için PZT, PLZT ya da PVDF [1] gibi bazı yapay piezo elektrik malzemeler eyleyici olarak kullanıma daha yatkındır.

Piezo elektrik yapıdaki malzemeler elektrik enerjisinin mekanik enerjiye dönüştürüldüğü uygulamaların; yüksek hassasiyet ve yönlendirme hızı gerektiren boyut sınırlamasını da beraberinde getirenlerinde geniş çapta

kullanılmaktadır. Mikro-sensörler, mikro-konumlandırıcılar, hoparlörler, tıbbi teşhis cihazları, obtüratörler ve nokta vuruşlu yazıcı kafaları bu uygulamalara çeşitli örnekler olarak sayılabilir. Adı geçen bütün uygulamalar gürbüz kuvvet kontrolü veya kusursuz pozisyon takibi gerektirmektedir. Bu hedeflere ulaşmak, sistemdeki salgı ve küçük ölçeklerde etkisini çok fazla hissettiren Coulomb sürtünmesi nedeniyle zorlaşmaktadır. PZT yığıt eyleyiciler monolitik yapılarından ötürü kayan veya dönen parça içermedikleri için belirgin bir mekanik salgı veya statik sürtünme göstermezler. Buna ek olarak, tipik bir PZT yığıt eyleyici kilohertz seviyesinde bant genişliğine ve nanometrik çözünürlüğe sahip adım hareketleri sergileyebilir. Sonuç olarak PZT eyleyiciler, yüksek duyarlılıkta mikro-eyleyici olarak kullanıma yeterince uygundur.

Histerez, piezo elektrik eyleyicilerde (PEA) içsel ve orandan bağımsız bir doğrusalsızlıktır. Yer değiştirme çıktısı, halihazırdaki voltaj girdisine ve geçmişteki girdilerin ne şekilde uygulandığına bağlı olmakla beraber geçmişteki voltaj girdisi değerlerine bağlı değildir. Histerez davranışı kontrol sistem tasarımında dikkatlice ele alınmadığı takdirde limit döngülere ve durağansızlığa sebep olabilir [2]. Histerez doğrusalsızlığı çıktının %15-20'lik oranına tekabül ettiği için eyleyici performansında ciddi bir azalmaya sebebiyet vermektedir. Histerezi ortadan kaldırmanın etkili yollarından biri, onun nasıl davrandığını açıklayan bir model yaratıp, bu modeli tersten uygulayarak voltaj girdisini yeniden şekillendirmektir. Literatürdeki ters dinamik kontrole benzeyen bu telafi yönteminin ne kadar etkili olacağı kullanılan sistem modelinin doğruluğuyla bağlantılıdır.

Modelinin tersi kullanarak histerez telafisi için yapılan çalışmalar histerezin modellemesi konusunda da kapsamlı araştırmaları beraberinde getirmiştir. Örneğin doğrusal olmayan diferansiyel denklemler ya da Duhem Madelung modeli olarak bilinen metot kullanılarak histerez modellemesi yapılabilmektedir [3]. Birçok sonsuz temel histerez operatörünün ağırlıklı üstdüşümleri şeklinde yapılandırılan histerez modelleri de literatürde sunulmuştur. Seçilen histerez operatörüne göre, oluşan model Preisach [4], Krasnoselskii-Pokrovskii ya da Ishlinskii tiplerinde olabilir [5, 6]. Bu histerez modelleri piezo elektrik eyleyicinin doğrusal dinamiği ile matematiksel olarak birleştirilerek sistemin bütün olarak modelini oluşturmaktadırlar. Yukarıda ele alınan modeller sistem karakteristiğinin fiziksel gerçekliğine vurgu yapmazlar. Buna karşın Goldfarb ve Celanovic [7] tarafından önerilen PEA modeli tamamen fiziksel prensipler üzerine kuruludur.

Bu model elektriksel ve mekanik olmak üzere iki etki alanından oluşmaktadır ve bu alanlar arasında enerji transferi gerçekleşmektedir. Burada histerez, “Generalized Maxwell Slip” [8] kullanılarak, elektriksel etki alanının dirençsel-kapasitif bir elemanı olarak modellenmiştir. Model davranışı, deneysel olarak elde edilen eğrinin ilk artış gösteren kısmına oturtularak parametrisasyon tamamlanır.

Yukarıdaki modelleme ve tanımlama yaklaşımları 3 temel sınırlamaya tabidir. Birincisi, bu yaklaşımlar başlangıçta piezoelektrik eyleyicide bulunan yüklerin etkisini yok saymakta ya da voltaj uygulanmadan önce eyleyicinin tamamıyla boşta olduğunu varsaymaktadır [7]. İkincisi, bu modellerce üretilen histerez döngüleri anti-simetrik olacak şekilde kısıtlanmıştır. Bu kısıt piezoelektrik eyleyicilerin pratikte gösterdiği davranışlarla uyuşmamaktadır. Üçüncü olarak ise, nihai model davranışının bütün esas ve tali histerez döngülerini aynen tekrarlayabileceği yönünde bir garanti yoktur.

Bu bildiride yüksek doğrulukta bir model [9] kullanılarak, yukarıdaki engel teşkil eden durumların üstesinden gelinmeye ve histerez davranışı yok edilmeye çalışılmıştır. Esas uygulama alanımız mikromanipülasyon konusuna odaklandığı için çalışmalarımız olabildiğince düşük ve sabit hızlar gerektirmektedir. Dolayısıyla bu bildiri kapsamında girdi frekansı sabitlenmiştir. Buna ek olarak, açık-döngülü piezoelektrik eyleyiciden pozisyon değişim geri beslemesinin alınması sırasında lazer interferometre kullanılarak deneysel bir sorunun da üstesinden gelinmiştir.

## 2. Piezoelektrik Eyleyici Modeli

Kolay uygulanabilirlik ve eyleyicilerin pratikteki davranışlarını yüksek doğruluk ile sergileyebilmesi nedeniyle bu çalışmada gerçeğine oldukça yakın bir piezo-düzenek modeli seçilmiştir [10]. Piezo-düzenek, statik ve dinamik sürtünmeyi sıfıra indirmeye yönelik olarak tasarlanmış esnek kılavuzlu bir piezo-sürücünden oluşmaktadır. Ayrıca bu esnek yapılar yüksek yük kapasitesine ve bükülmezliğe sahip olmakla birlikte sarsıntı ve darbelere karşı da duyarlı değildir. Şekil 1’de piezo yığının yapısı, Şekil 2’de ise PZT eyleyiciye ait elektromekanik model gösterilmektedir. Histerez ve piezoelektrik etkiler birbirlerinden ayrılmıştır.  $H$  histerez etkisini gösterirken,  $u_h$  bu etkiden kaynaklanan voltaja tekabül etmektedir. Piezoelektrik etki ise dönüştürme oranı  $T_{em}$  bir dönüştürücü ile temsil edilmektedir. Elektriksel olarak paralel bağlı durumda bulunan PZT yonga plakalarının kapasitansları toplamı  $C_e$  olarak gösterilmektedir. Devredeki toplam akım  $\dot{q}$  iken,  $q$  ise PZT eyleyicideki toplam elektrik yükünü anlatır.  $q_p$  de dönüştürücünün mekanik taraftaki yüküdür. Piezoelektrik etki sonucu oluşan voltaj  $u_p$  olarak, PZT eyleyicideki toplam voltaj da  $u_{in}$  olarak adlandırılmıştır.  $F_p$  dönüştürücünün elektriksel taraftaki kuvveti,  $F_{ext}$  da dışarıdan uygulanan kuvvettir. PZT eyleyicideki nihai uzama ise  $x$  olarak verilmiştir.  $F_p$  ve  $x$  arasında  $M$  mekanik ilişkisi bulunmaktadır. Etkileşim portlarında, mekanik enerji ve elektrik enerjisi birbirlerine eşit durumdadırlar ( $u_p q_p = F_p x$ ). Piezoelektrik seramiğin elastik modülü  $E$ , viskozitesi  $\eta$ , kütle yoğunluğu ise  $\rho$  olarak verilmiştir. Bunlara ek olarak PZT eyleyicinin geometrik yapısını açıklamak için  $L$  uzunluğu ve  $A_p$  kesit alanı kullanılmaktadır. Etkin kütle  $m_p$ , etkin bükülmezlik  $k_p$  ve

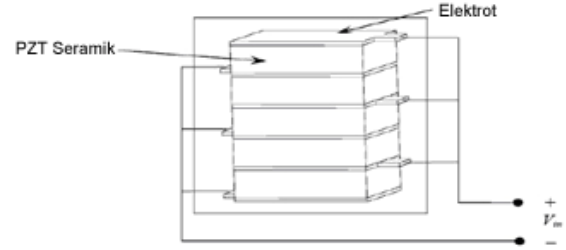
sönüm katsayısı  $c_p$  aşağıda belirtilen şekillerde hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} m_p &= \rho A_p L \\ k_p &= \rho A_p / L \\ c_p &= \eta A_p / L \end{aligned}$$

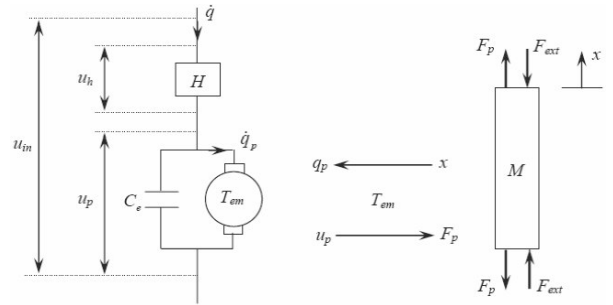
Sisteme ait elektromekanik denklem şu şekilde yazılabilir:

$$m_p \ddot{y} + c_p \dot{y} + k_p y = T_{em}(u_{in}(t) - H(y, u_{in})) - F_{ext} \quad (2.1)$$

Burada  $y$  yerdeğişimini,  $H(y, u_{in})$  ise  $y$  ve  $u_{in}$  değişkenlerine bağlı doğrusal olmayan histerezi göstermektedir [10]. Vurgulamak gerekir ki, PZT eyleyicinin sürekli doğasını hesaba kattığı için kısmi diferansiyel denklemler mekanik kısmın modellenmesinde kullanılmak için daha uygundur. Fakat, eyleyicinin birinci doğal frekansı bizim ulaşabildiğimiz bant genişliğinin çok üstünde olduğu için ve uygulamayı basitleştirmek adına (2.1)’de verilen kümelenmiş denklemin kullanımı sistemin mekanik davranışını açıklamak için yeterli olacaktır.



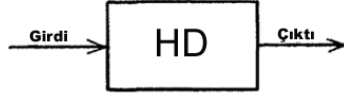
Şekil 1: Piezo yığıt illüstrasyonu



Şekil 2: PZT eyleyicinin elektromekanik modeli

## 3. Histerez Modeli

Histerez olgusuyla bilimin bir çok alanında karşılaşılabilir. Fakat, bu kavramın yorumlanış biçimi hangi alanda olduğuna bağlı olarak farklılık gösterebilmektedir. Sonuç olarak, karışıklık oluşmaması için özenli matematiksel modellerle histerezin tanımlanması gerekmektedir. Bu modeller iki önemli amaca yönelik yarar sağlar. Birincisi, yeterince belirli olmayan kavramsal tanımlamaların yerine geçebilmeleri, ikincisi ise matematiksel ispatlar için araç teşkil etmeleridir.



Şekil 3: Histerez dönüştürücü

Bir  $u(t)$  girdisi ve  $f(t)$  çıktısı ile karakterize edilebilen bir dönüştürücüyü ele alalım (Şekil 3). Eğer girdi-çıkışı ilişkisi, girdi her ekstreme ulaştığında bir kısımdan diğerine geçiş yaşanan çok kısımlı bir doğrusalsızlık ise bu dönüştürücüye histerez dönüştürücüsü (HD) denir (Şekil 4). Bundan sonraki kısımda yalnızca statik histerez doğrusalsızlığı tartışılacaktır. Burada “statik” kelimesinden kasıt, histerez doğrusalsızlığının kısımlarının geçmişteki girdi ekstremeleri tarafından belirlenmeleridir. Ekstrem noktalar arasındaki girdi değişimindeki hızın duruma etkisi yoktur. Verilen tanıma göre kısımlara ayrılma durumu histerezin özünü oluştururken, döngüler bu durumun sonucudur.

Sonuç olarak, girdi başlangıçta bilinmemekle birlikte; dönüştürücünün, sistemin geri kalanı ile oluşan etkileşimi ile belirlenmektedir. Bu sebeple, yapısı gereğince girdi ekstremelerini saptayıp biriktirecek ve bu birikimin ışığında histerez doğrusalsızlığının uygun kısmını belirleyecek bir matematiksel model gerekmektedir. Böyle modeller kullanılarak histerez içeren sistemleri matematiksel olarak açıklamaya çalışmak mümkündür [3, 4, 5, 6]. Histeretik sistemlerin geniş bir kesimine yönelik genel kontrol dizayn algoritmalarında başarıyla uygulanabildikleri için bu modellere özel bir ilgi gösterilmektedir. Mekanik yapıların dinamiğinin karakterizasyonu amaçlandığında Bouch-Wen [9] doğrusalsız histerez modeli yapısı (kütle-yay-amortisör sistemine denk diferansiyel hareket denklemi) ve çok yönlülüğü nedeniyle iyi bir seçenek olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu sebeple, bu çalışma kapsamında açık-döngülü Piezo eyleyicide açığa çıkan histerez döngüsünü telafi etmek için bu model kullanılmıştır. Geçmişte de çeşitli araştırmacılar aynı modeli başarıyla kullanmışlardır. [11] doğrusalsız histeretik yalıtkanlarla ilgili çalışmalarında, [12] adaptif uygulama için, [13] ise gevşek davranış gösteren ve gerileyen histeretik bağlantı noktalarına yönelik optimizasyon yaklaşımı kapsamında bu modeli kullanmışlardır. Bouch-Wen histerez modeli aşağıdaki şekilde tanımlanan bir doğrusalsız diferansiyel denklemler sistemidir:

$$\dot{z} = \alpha \dot{x} - \beta |\dot{x}| z |z|^{n-1} - \gamma \dot{x} |z|^n \quad (3.1)$$

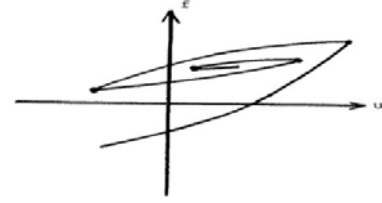
Denklemdaki parametrelerden  $\alpha$  geri çağırıcı kuvvet genliğini,  $\beta$  ve  $\gamma$  histerez döngüsünün şeklini,  $n$  ise elastik tepkiden plastik tepkiye geçişteki düzgünlüğü kontrol etmektedir. Elastik yapı ve malzemeler kullanıldığını varsayarak  $n$  parametresinin değerini 1 olarak belirlediğimiz takdirde ( $n=1$ ) denklem aşağıdaki şekli almaktadır :

$$\dot{z} = \alpha \dot{x} - \beta |\dot{x}| z - \gamma \dot{x} |z| \quad (3.2)$$

Burada durum değişkeni olan  $z$  ve tahrik  $x$  arasındaki histerez ilişkisi temsil edilmektedir. Histeretik değişken  $z$ , gerçek yer değiştirmeyi gösteren  $x$  değişkenine bağlıdır fakat “sanal” bir

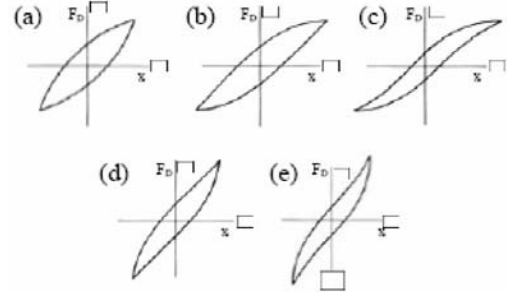
yer değiştirme konumundadır. Bu parametrelerin çeşitli kombinasyonları kullanılarak birbirinden farklı şekillerde histerez döngüleri elde etmek mümkündür. Bunu göstermek için  $n=1$  kabul edelim ve yalnızca  $\beta$  ile  $\gamma$  parametreleri ile oynayalım. Oluşması muhtemel birbirinden farklı ve durağan histerez eğrileri Şekil 5'te gösterilmiştir [14]. Böylelikle (3.2)'de gösterilen diferansiyel denklem sisteminin çok yönlülüğü de gözlenmiş olur. Durum değişkeni  $z$ 'yi (2.1)'de yerine koyduğumuz takdirde histerezli piezoelektrik dinamik denklemi aşağıdaki şekli alır:

$$m_p \ddot{y} + c_p \dot{y} + k_p y = T_{em} u(t) - T_{em} z - F_{ext} \quad (3.3)$$



Şekil 4: Örnek bir çok kısımlı doğrusalsızlık

Denklemler (3.2) ve (3.3) bir araya geldiklerinde, 3 katmanlı bimorf piezo eyleyicinin doğrusalsız dinamik modelini oluştururlar. Test sonuçlarımızda da görüleceği gibi  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  parametreleri için uygun değerler seçildiği takdirde bu model piezoelektrik eyleyicinin davranışlarına iyi bir tarif teşkil edebilir.



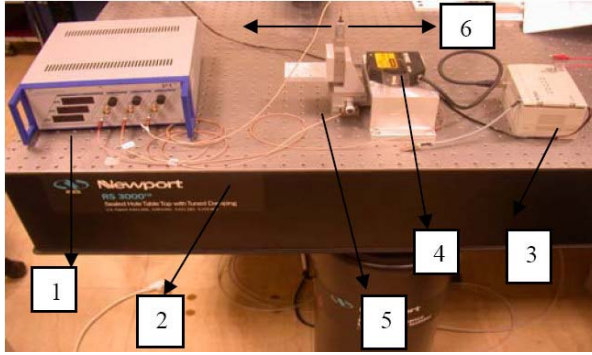
Şekil 5:  $\beta$  ve  $\gamma$  değiştirilerek elde edilen histerez döngüleri

#### 4. Deney Düzenegi

Kurulu modeli teyit etmek amacıyla Physik Instrumente™ ürünü açık döngülü mikrometrik bir piezoelektrik sürücü olan Piezo-Mike PI854 kullanılmıştır. Bu üründe yüksek çözünürlüklü doğrusal piezo sürücüler entegre durumdadır. Manuel olarak 1 mikrometre çözünürlükte hareket ettirilmeleri mümkündür. Piezo voltajı kontrol edilerek ise mikrometrik uç manuel olarak ayarlandığı pozisyonundan içe ve dışa doğru 25 mikrometre kadar otomatik olarak hareket



ettirilebilmektedir. Piezoelektrik hareketin çözünürlüğü nanometre altı seviyelerdedir. Piezoelektrik eyleyiciler bir PI ürünü olan E-663 alçak voltajlı piezo sürücüsü ile harici kontrol modunda sürülmektedir. Harici kontrol modunda voltaj girdisi dSpace™ 1103'ün DAC modülünden -2 ve +2 volt aralığında verilmektedir. Bu voltajın 10 katına yükseltilmiş hali ile piezo eyleyiciler beslenmektedir. Piezo eyleyicideki yer değişimini ölçebilmek için Keyence™ ürünü bir lazer interferometre olan LK-2001 kullanılmıştır. Işın spotundaki ışık miktarı dağılımına bağlı olmaksızın gerçeğe çok yakın ölçümler verebilen bir ışık alıcısı olan CCD bu cihazda mevcuttur. 1 mikron çözünürlüğe ve 30 milimetre menzile sahiptir. Deney düzeneği Şekil 6'da, şematiği ise Şekil 7'de görülmektedir. Yer değiştirme sonucu oluşan voltaj ise dSpace™ 1103'ün ADC modülünden okunmaktadır. Dahil edilen model referans sinyal olarak gerekli voltajı yaratarak histerezi yok etmekte ve referans yörüngeyi takip etmektedir.



Şekil 6 : Deney düzeneğinin genel görünümü  
1-PZT yükseltici, 2-Titreşim yalıtımlı masa, 3-Lazer kontrol birimi, 4-Lazer başlığı, 5- Üç eksenli açık-döngülü PZT, 6- Hareket eden eksenin yönü



Şekil 7: Deney düzeneği şematiği

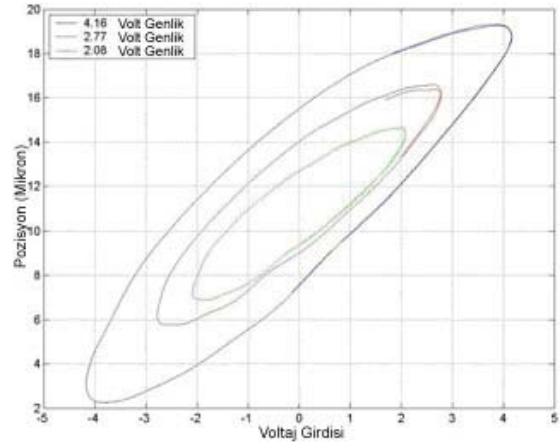
## 5. DeneySEL Sonuçlar

Yapılan ayarlamalar sonucunda Bouch-Wen modelinin  $\alpha$ ,  $\beta$  ve  $\gamma$  parametreleri için bütün deneylerde aşağıdaki değerler kullanılmıştır:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.014 \\ \beta &= 1.1115 \\ \gamma &= -1.0387\end{aligned}$$

Histeretik davranışın hareket menzili ile doğru orantılı olarak arttığı bilinen bir gerçektir ve sinüsoidal girdi frekansının 1 Hz olduğu genliğin ise değişken olduğu Şekil 8'de de bu

durum sergilenmiştir. Belirtmek gerekir ki PZT eyleyiciye uygulanan voltaj girdisi x-ekseninde gösterilenin 10 katıdır.



Şekil 8: 1 Hz frekansa ve değişken genliğe sahip sinüsoidal girdi için histerez döngüsü

Histeretik davranış frekansların artması sonucunda da artar. Bu durum sinüsoidal girdi frekanslarının 0.5 Hz, 1 Hz ve 2 Hz genliğin ise sabit olduğu Şekil 9'de görülmektedir. Bu şekilde de PZT eyleyiciye uygulanan voltaj girdisi x-ekseninde gösterilenin 10 katıdır. Sabit frekans (1 Hz) ve değişken genlikte sinüsoidal girdi kullanılarak histerez kompanzasyonu yapılmıştır. Frekansın 1 Hz olarak belirlenmesinin en önemli nedeni mikromanipülasyon uygulamalarında bütün hareketlerin çok yavaş olma zorunluluğudur. Şekil 10-11-12-13-14 sırasıyla 20 V, 50 V, 60 V, 70 V ve 80 V voltaj girdilerine ait histerez kompanzasyonlarını göstermektedirler. Bu şekiller, model uygulandıktan sonra histerez davranışının azaldığını ve PZT eyleyici dinamiğinin doğrusallaştığını açık biçimde göstermektedir. Böylelikle, PZT eyleyici dinamiğinin yeni hali kullanılarak referans oluşturmak mümkündür. PZT eyleyicinin pozisyon takibi Şekil 15'de, ardışık hatalarsa Şekil 16'da gösterilmiştir.

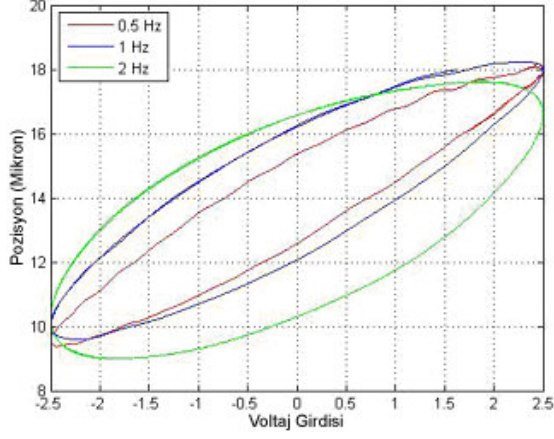
## 6. Sonuçlar

Bu bildiride Bouch-Wen histerez modelinin uygulaması ile açık döngülü piezo-elektrik doğrusal sürücüler için yüksek çözünürlükte histerez telafisi gösterilmiştir. Histerez döngüsünden kaynaklanan doğrusalsızlıkları kompanse edebilmek için gereken voltajı yaratmak amacıyla histerez modeli ve piezoelektrik model birleştirilmiş ve model tabanlı bir kontrol algoritması ile histerez davranışı büyük ölçüde telafi edilmiştir. PZT'den yüksek çözünürlükte pozisyon geri beslemesi almak amacıyla lazer interferometre kullanılmıştır. Histerez davranışının frekans ve menzile bağlı olduğu ve telafi için kullanılan yöntemin histerez görülen değişimler altında başarılı sonuçlar verdiği deneysel olarak gösterilmiştir. Uygulanan yöntemin etkinliği, değişken genlikli sinüsoidal girdiler kullanıldığı durumlarda histerez telafisi yapılarak ortaya konulmuştur. Buna ek olarak sinüsoidal referans için pozisyon takibi, yaklaşık 1 mikron hata payı ile sunulmuştur.

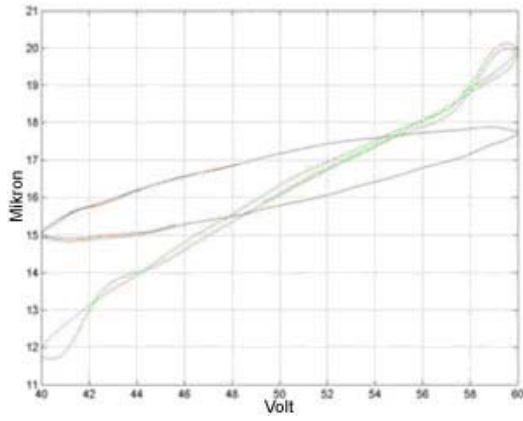
Gelecekteki çalışmalarda 3-eksenli açık-döngülü piezo eyleyicilerin mikromanipülasyon uygulamalarında kullanımına yönelik çaba sarf edilecektir.

## 7. Teşekkür

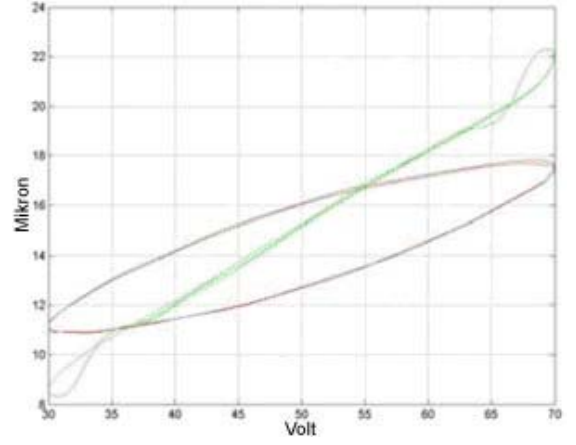
Yukarıda bahsedilen deneysel çalışmalar TÜBİTAK, Ankara ve Yousef Jameel, Berlin burslarınca finansal olarak desteklenmektedir.



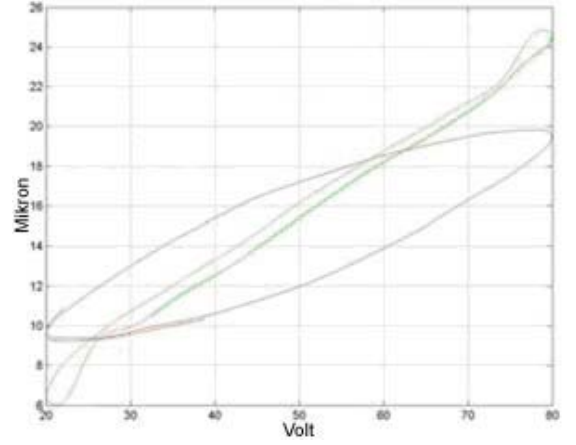
Şekil 9: Sabit genliğe ve değişken frekanslara (0.5 Hz, 1 Hz, 2 Hz) sahip sinüsoidal girdiler



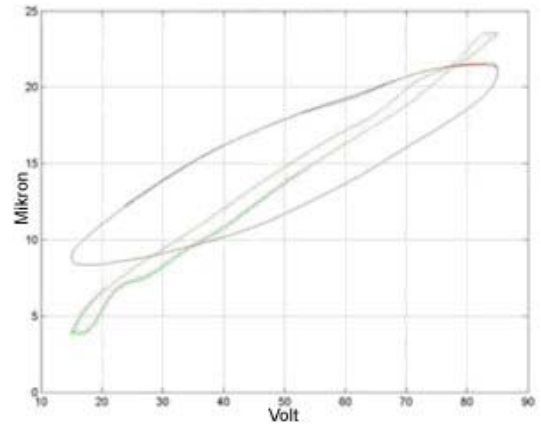
Şekil 10: 20 V genliğe ve 1 Hz frekansa sahip sinüsoidal girdi



Şekil 11 : 50 V genliğe ve 1 Hz frekansa sahip sinüsoidal girdi

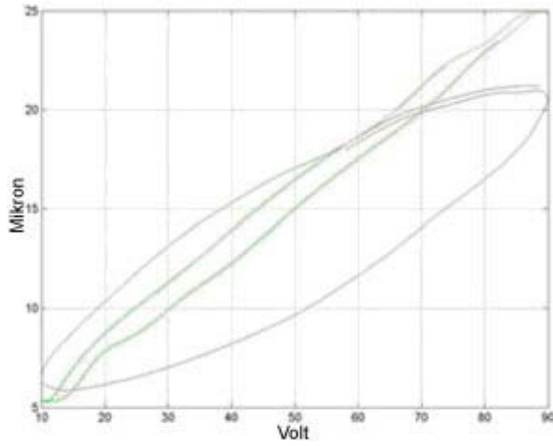


Şekil 12 : 60 V genliğe ve 1 Hz frekansa sahip sinüsoidal girdi

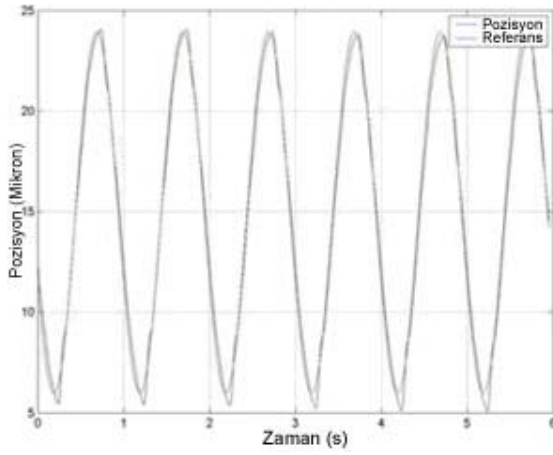


Şekil 13 : 70 V genliğe ve 1 Hz frekansa sahip sinüsoidal girdi

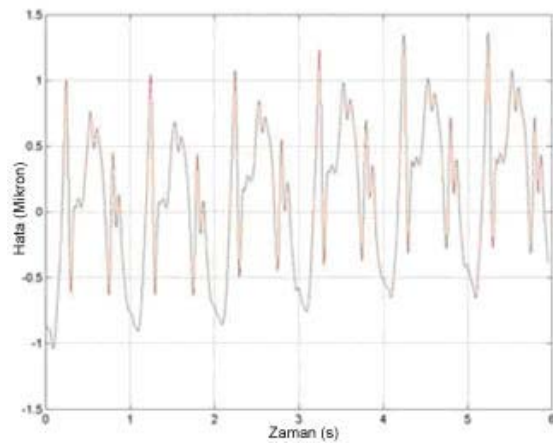




Şekil 14 : 80 V genliğe ve 1 Hz frekansa sahip sinüsoidal girdi



Şekil 15 : Sinüsoidal girdi için pozisyon takibi



Şekil 16 : Sinüsoidal girdi için pozisyon takip hatası

## 8. Kaynakça

- [1] T. S. Low and W. Guo, "Modeling of a three-layer piezoelectric bimorph beam with hysteresis," *J. Microelectromech. Syst.*, vol. 4, pp. 230–237, 1995.
- [2] Adriaens, H., de Koning, W. L., and Banning, R., 2000, "Modeling Piezoelectric Actuators," *Mechatronics*, **5**, pp. 331–341.
- [3] Stepanenko, Y., and Su, C.-Y., 1998, "Intelligent Control of Piezoelectric Actuators," *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 4, pp. 4234–4239.
- [4] Song, D., and Li, C. J., 1999, "Modeling of Piezo Actuator's Nonlinear and Frequency Dependent Dynamics," *Mechatronics*, **9\_4**, pp. 391–410.
- [5] Kuhnen, K., and Janocha, H., 2000, "Real-time Compensation of Hysteresis and Creep in Piezoelectric Actuators," *Sens. Actuators, A*, **79**, pp. 83–89.
- [6] Krasnosel'skii, M. A., and Pokrovskii, A. V., 1983, *Systems with Hysteresis*, Nauka, Moscow.
- [7] Goldfarb, M., and Celanovic, N., 1997, "Modeling Piezoelectric Stack Actuators for Control of Micromanipulation," *IEEE Control Syst. Mag.*, **17**, pp. 69–79.
- [8] Lazan, B. J., 1968, *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*, Pergamon, London.
- [9] Y.-K. Wen, "Method for random vibration of hysteretic systems," *J. Engr. Mech.*, v. 102, pp. 249–263, 1976.
- [10] Michael Goldfarb, and Nikola Celanovic, "Modeling Piezoelectric Stack Actuators for Control of Micromanipulation," *IEEE Contr. Sys. Mag.*, Vol. 17, pp. 69–79, 1997.
- [11] Constantinou, M.C. Tadjbakhsh, I.G. 1998. Hysteretic dampers in Base Isolation: Random Approach. *J. of Struct.Engr, ASCE* 111(ST4): 705-721.
- [12] Smyth, A.W., et al. 2002. Development of adaptive modeling techniques for non-linear hysteretic systems. *Intl. J. of Non-Linear Mech.* 37:1435-1451.
- [13] Heine, C.P. 2001. Simulated Response of Degrading Hysteretic Joints With Slack Behavior. Ph.D. diss., Virginia Polytech. Inst. and State Univ.
- [14] Spencer, B.F. 1986. *Reliability of Randomly Excited Hysteretic Structures*. Springer-Heidelberg, New York.

# Gürbüz Geri Basamaklama Yöntemi ile Değişken Hızlı Rüzgar Türbinlerinin Açısal Hız Kontrolü

Ufuk Özbay<sup>1</sup>, Selim Sivrioğlu<sup>2</sup>, Erkan Zergeroğlu<sup>1</sup>, Hüsnü Türker Şahin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze, Kocaeli, 41400

{ufuk, ezerger, htsahin}@bilmuh.gyte.edu.tr

<sup>2</sup>Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze, Kocaeli, 41400

{sselim}@gyte.edu.tr

## Özetçe

Değişken hızlı rüzgar türbinleri enerji verimini, türbini maksimum güç katsayısında çalıştırarak optimize eder. Ancak parametrik belirsizlikler ve dış ortam gürültüleri değişken hızlı türbinin verimliliğini sınırlandırabilir. Bu çalışmada değişken hızlı rüzgar türbinleri için bir gürbüz geri basamaklama (robust backstepping) denetim yaklaşımı önermekteyiz. Spesifik olarak dış ortam gürültülerinin ve parametrik belirsizliklerin istenmeyen etkilerini ortadan kaldırmak için lineer olmayan bir gürbüz kontrolör sunulmuştur. Hem elektriksel hem de mekanik alt sistemlerdeki parametrik belirsizliklere rağmen önerilen metot küresel olarak düzgün şekilde hız takip hatasının mutlak bir sınıra yakınsamasını garantilemektedir. Geniş çaplı benzetim çalışmalarıyla sunulan yöntemin etkinliği ve yapılabirliği gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Çevresel problemleri azaltması ve yenilenebilir bir enerji kaynağı olmasından dolayı, elektrik enerjisi üretiminde rüzgar enerjisi yaygınlaşmaktadır. Enerji üretimi için kullanılan rüzgar türbinin bir çoğu sabit bir hızda çalışır. Fakat elde edilen enerjiyi artırması ve sürücü sırası (drive train) yüklerini azaltmasından dolayı değişken hızlı rüzgar türbinlerine ilgi hayli fazladır. Değişken hızlı rüzgar türbinlerinde türbinin rotor hızı kontrol edilebilir. Bu tip rüzgar türbin sisteminin sürekli olarak en uygun uç hızı oranında çalışmasına olanak sağlar. Aerodinamik verimliliği maksimize etmek için genel olarak türbin düşük ve orta seviye rüzgar hızlarındaki değişiklikleri takip etme eğilimindedir. Bu yüzden değişken hızlı rüzgar türbinlerinin üretilen enerjiyi maksimize etme potansiyelleri vardır. Değişken hızlı türbinlerinin davranışı, çalışmasında kullanılan kontrol stratejisi ile yakından ilgilidir. Rüzgar enerjisi, gücün üretiminin sürdürülebilirliği ve etkinliği kontrol tekniğine göre değişir. Değişken hızlı rüzgar türbinlerinin rüzgar enerjisini düşük maliyet ve sürdürülebilir olarak elde etmesi için ileri kontrol teknikleri şarttır. Verimliliği arttırmak için model tabanlı kontrol yaklaşımı kullanılabilir. Ancak rüzgar türbininin mekanik ve elektriksel parametre değerlerinin kesin olarak bil-

inmesi her zaman mümkün değildir. Özellikle pratik uygulamalarda bu belirsizlikler değişken hızlı türbinin verimli enerjiyi yakalamasını sınırlamaktadır. Literatürde değişken hızlı rüzgar türbinini için değişik kontrol stratejileri önerilmiştir [1]-[5]. Örnek olarak [1] de Wang yardımcı aerodinamik kontrol sistemleri için, ihtiyacı sınırlayan değişken hızlı hız kaybı bocalama ayarlı(stallregulated) stratejiyi geliştirmiştir. Makale [4] de ardışık yapıli doğrusal olmayan kontrolcü önerilmiştir, ancak önerilen mekanizma sistemin parametrik bilinmezliklerine değinmemektedir. Song ve arkadaşları [5] de rotor hız takibi için iki tane doğrusal olmayan kontrolcü önermektedir. Birinci kontrolör tam modeli bilinen (exact model knowledge), ikincisi ise uyarlamalıdır, fakat önerilen uyarlamalı kontrolcü sadece mekanik sistem için bilinmezlikleri dengeleyebilmekte, elektriksel alt sistemin parametrelerinin tam olarak bilinmesine ihtiyaç duymaktadır. Bu çalışmada hem mekanik hem de elektriksel alt sistemin bilinmezliklerini dengeleyecek geri basamaklamalı gürbüz bir kontrolcü önerilmektedir. Daha önceki çalışmalarla karşılaştırıldığında önerilen kontrolcü sadece parametrik bilinmezlikleri değil aynı zamanda dış ortam gürültülerini ve modelleme hatalarını da dengeleyebilmektedir.

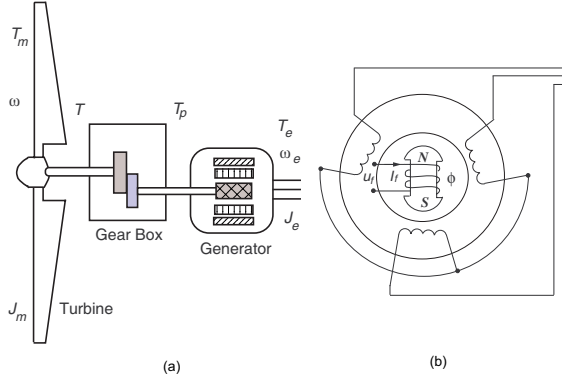
Makalenin geri kalanı şu biçimde hazırlanmıştır. Bölüm 2 de çalışmada kullanılan rüzgar türbini modeli ve problemi verilmektedir. Hata dinamiği ve geri basamaklamalı kontrolör tasarımı 3. Bölümde, kapalı çevrim sisteminin kararlılık ve sınırlandırılabilirlik analizi 4. Bölümde, benzetim çalışmaları ve sonuçları ise sırasıyla 5. ve 6. Bölümlerde sunulmuşlardır.

## 2. Sistem Modeli ve Problem Tanımı

Şekil 1 de gösterilen değişken hızlı bir rüzgar türbininin güç dinamikleri

$$J\dot{\omega} + B\omega + K \int_0^t \omega(\tau) d\tau + T_d = \frac{P_m}{\omega} - \gamma \frac{P_e}{\omega_e}, \quad (1)$$

denklemini ile modellenir. Denklem (1) de verilen  $J_m$ , türbinin atalet momenti,  $J_e$  jeneratörün atalet momenti,  $\gamma$  dişli oranı olmak üzere  $J = J_m + \gamma^2 J_e$  jeneratör dürbün çiftlerinin toplam atalet momentidir. Aynı şekilde  $B_m$  ve  $K_m$  sırasıyla



Şekil 1: Değişken hızlı rüzgar türbini modeli (a) genel sistem modeli (b) elektriksel alt sistem modeli.

türbinin sönümü ve katılığı(stiffness),  $B_e$ , ve  $K_e$ , sırasıyla jeneratörün sönümü ve katılığı olmak üzere  $B = B_m + \gamma^2 B_e$  toplam sönüme,  $K = K_m + \gamma K_e$ , toplam katılığa karşılık gelmektedir.  $T_d$ , belirsiz fakat sınırlı modelleme hataları ve dışsal gürültüyü içeren terim,  $\omega$  türbinin açısal hızını,  $\dot{\omega}$  türbinin açısal hızının zamana göre türevini,  $\omega_e$  jeneratörün açısal hızını,  $P_m$ , türbinin gücünü,  $P_e$ , jeneratör tarafından üretilen güç ifade etmektedir. Aşağıdaki eşitliklerden de görüldüğü üzere türbin gücü  $P_m$ , türbin hız terimi ile sistem tarafından üretilen güç  $P_e$ , ise jeneratörün uyarma akımı ile

$$\begin{aligned} P_m &= k_w \cdot \omega^3 \\ P_e &= \omega_e K_\phi \cdot c(I_f), \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde ilişkilidir. Burada  $k_w$  rüzgar hızını güç terimine dönüşümünü sağlayan terim olup, hava yoğunluğu, rotorun yarı çapına, pitch açısındaki rüzgar hızı gibi faktörlere bağlıdır.  $K_\phi$  jeneratöre bağımlı bir sabit,  $c(I_f)$  sistemin ürettiği akı fonksiyonu,  $I_f$  jeneratör alan akımını göstermektedir. (2) formülünden  $P_m$  ve  $P_e$ , (1) formülünde yerine yazılırsa sistemin jeneratör çıkışında açısal hızından  $\omega_e$  bağımsız modeli

$$J\dot{\omega} + B\omega + K \int_0^t \omega(\tau) d\tau + T_d = k_w \omega^2 - \gamma K_\phi c(I_f), \quad (3)$$

ifadesiyle elde edilir. Rüzgar türbini sisteminin elektrik alt sistemi dinamiği ise

$$L\dot{I}_f + R_f I_f = u_f, \quad (4)$$

şeklinde düşünülebilir. Burada  $L$  elektriksel sistemin indüktans sabiti,  $R_f$  rotor alan direnci,  $I_f$  denklem (2) de tanımlandığı üzere, jeneratör alan akım,  $u_f$  alan gerilimini göstermektedir (senkron jeneratör). Kontrol amacımız hem (3) de verilen mekanik sistem parametrelerini hem de (4) de verilen elektriksel sistem parametrelerinin tam olarak bilinmediği var sayılarak türbin shaftı açısal hızının  $\omega$ , yumuşak referans yörüngesi  $\omega_d$ 'yi takip etmesini sağlayacak olan alan gerilimi  $u_f$  tasarlamaktır. Çalışmamızda tasarlanan referans yörüngenin zamana göre entegralinin ve ikinci derece türevinin sınırlı olduğu var sayılmaktadır ( $\omega_d, \int \omega_d(\tau) d\tau, \dot{\omega}_d, \ddot{\omega}_d \in \mathcal{L}_\infty$ ).

### 3. Kontrolör Tasarımı

Kontrol amacının ölçütü olarak, açısal hız takip hatası  $e(t)$ ;

$$e = \omega_d - \omega, \quad (5)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (5)'in her iki tarafının zamana göre türevi alınır, jeneratör türbin çiftlerinin toplam eylemsizlik momenti  $J$  ile çarpılır, oluşan  $J\dot{\omega}$  terimi için denklem (3) den yararlanılırsa

$$J\dot{e} = f + \gamma K_\phi c(I_f), \quad (6)$$

elde edilir. Burada  $f(\dot{\omega}_d, \omega, \theta)$  terimi

$$f(\dot{\omega}_d, \omega, \theta) = J\dot{\omega}_d + B\omega + K \int_0^t \omega(\tau) d\tau - k_w \omega^2 + T_d, \quad (7)$$

biçiminde tanımlanmıştır ve mekanik sistem dinamiğinin parametrelerini içermektedir. Bu noktada ileride karalılık analizinde yardımcı olacak olan iki tane daha yardımcı terim tanımlanılacaktır. İlk terim  $f(\dot{\omega}_d, \omega)$  teriminin istenilen biçimi olan  $f_d(\dot{\omega}_d, \omega_d)$  terimidir ve

$$f_d = f(\cdot)|_{\omega=\omega_d}, \quad (8)$$

olarak tanımlanır. İkinci terim ise gerçek ve istenilen sistemler arasındaki farkı gösteren,  $\tilde{f}(\cdot)$  terimidir ve aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır,

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= f - f_d \\ &= B(\omega - \omega_d) + \int K(\omega - \omega_d) d\tau - k_w(\omega^2 - \omega_d^2). \end{aligned} \quad (9)$$

**Açıklama 1** Denklem (7) ve (8) de tanımlanan yardımcı terimler, bilinen regresyon matrisi ve bilinmeyen parametrelerin oluşturduğu bir vektörün çarpımına dış gürültü teriminin toplanması şeklinde gösterilebilir,

$$f = W\theta + T_d, \quad f_d = W_d\theta + T_d. \quad (10)$$

Burada  $W \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  regresyon matrisidir ve bilinen ve ölçülebilen elemanları içerir,  $W_d \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  istenen yörünge regresyon matrisi,  $\theta \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$  ise bilinmeyen parametreler vektörüdür. Bu terimler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\begin{aligned} W &= \begin{bmatrix} \dot{\omega}_d & \omega & \int_0^t \omega(\tau) d\tau & -\omega^2 \end{bmatrix} \\ W_d &= \begin{bmatrix} \dot{\omega}_d & \omega_d & \int_0^t \omega_d(\tau) d\tau & -\omega_d^2 \end{bmatrix} \\ \theta &= [J \quad B \quad K \quad k_w]^T. \end{aligned} \quad (11)$$

**Açıklama 2** Denklem (7) de tanımlanan yardımcı  $f(\cdot)$  fonksiyonun yapısından ve ikinci bölümde verildiği gibi referans sinyallerin sınırlı kabul edilmesinden dolayı  $f(\cdot)$  fonksiyonu aşağıdaki gibi üstten sınırlandırılabilir.

$$\|\tilde{f}\| \leq \rho_1 (\|y\|) \|y\|. \quad (12)$$

Burada  $\|\cdot\|$  standart eucliden normu belirtmektedir. Denklem (12) de verilen  $y(t)$

$$y \triangleq [e \quad \int e]^T, \quad (13)$$

olarak tanımlanan vektör fonksiyonu,  $\rho_1(\cdot)$  ise pozitif tanımlı azalmayan sınır fonksiyonudur. Denklem (6) ifadesinde tanımlanan sistemin sağ kısmına yeni tanımladığımız  $f_d$  yardımcı terimini ekleyip çıkartırsak hata sinyali için aşağıdaki açık çevrim dinamiğini

$$J\dot{e} = \tilde{f} + f_d + \gamma K_\phi \cdot c(I_f), \quad (14)$$

şeklinde elde edebiliriz. Denklem (14) de geri basamaklama [7] uygulanırsa,

$$J\dot{e} = \tilde{f} + f_d + z + \alpha, \quad (15)$$

şekline dönüştürülür. Denklem (15) de beliren  $\alpha(t)$ , tasarlanacak olan yardımcı kontrolör ve  $z(t)$  aşağıdaki gibi tanımlanan geri basamaklama değişkenidir.

$$z \triangleq \gamma K_\phi \cdot c(I_f) - \alpha. \quad (16)$$

Yardımcı kontrol sinyali açık çevrim hata sisteminden

$$\alpha = -k_o e - W_d \hat{\theta} - k_n \rho_1^2 e - v_{R1}, \quad (17)$$

şeklinde tasarlanabilir. Burada mekanik terimler için regresyon matrisi  $W_d$ , denklem (10) da tanımlanmıştır.  $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$  bilinmeyen parametreler vektörünün en iyi tahmin değeri (nominal değerler),  $\rho_1(\cdot)$  denklem (12)'de tanımlanan sınır fonksiyonu,  $v_{R1}$  eklenen gülbüz kontrol terimi,  $k_o$  ve  $k_n$  pozitif kontrol kazançlarıdır. Gülbüz kontrol terimi  $v_{R1}$  gerçek parametreler ile tahmin edilen parametreler arasındaki uyumsuzluğu dengelemek için tanımlanmıştır ve

$$v_{R1} = \frac{e[(\rho_1)_s]^2}{\|e\|_m (\rho_1)_m + \epsilon_1}, \quad (18)$$

biçiminde verilir. Burada  $\epsilon_1$  pozitif skalar bir sabittir  $j = s, m$  olmak üzere pozitif skalar sınırlama fonksiyonu  $(\rho_1)_j$

$$(\rho_1)_j \geq \|W_d \tilde{\theta}\|_j + \|T_d\|_j, \quad j = s, m; \quad (19)$$

şeklinde tanımlanır.  $j = s, m$  için  $\|\cdot\|_j$  notasyonu  $\sigma$  küçük bir pozitif sabit olmak üzere aşağıdaki eşitlikteki gibidir.

$$\|p\|_s = \sqrt{p^T p + \sigma} \quad \|p\|_m = \sqrt{p^T p + \sigma} - \sqrt{\sigma} \quad \forall p \in \mathbb{R}^n. \quad (20)$$

**Açıklama 3** Geri basamaklama prosedürü denklem (17) ile tanımlanan yardımcı kontrol sinyallerinin türevi alınabilir olmasını gerektirir. Bunu sağlamak için (18) deki gülbüz denetim terimleri (20) ifadesi paralelinde tanımlanmışlardır. Ek olarak kararlılık analizi (20) de tanımlanan fonksiyonun aşağıdaki eşitsizliği sağlamasına ihtiyaç duyar.

$$\|p\|_s \geq \|p\| \geq \|p\|_m \quad \forall p \in \mathbb{R}^n. \quad (21)$$

Denklem (17)'yi (15) de yerine yazarsak, hata terimi  $e(t)$  için kapalı çevrim dinamiklerini

$$J\dot{e} = -k_o e + W_d \tilde{\theta} + T_d - v_{R1} + \tilde{f} - k_n \rho^2 e + z, \quad (22)$$

biçiminde buluruz. Burada  $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$  parametre tahmin hatası olarak tanımlanmıştır. Geri basamaklama prosedürü,  $z(t)$  yardımcı teriminin dinamiğine de ihtiyaç duyar. Bu yüzden (16)

denkleminin zamana göre türevini alıp pozitif indüktans terimi,  $L$  ile çarparsak,  $z$  dinamiğini

$$L\dot{z} = \gamma K_\phi \frac{\partial c(I_f)}{\partial I_f} L\dot{I}_f - L\dot{\alpha}, \quad (23)$$

biçiminde elde ederiz. (4) ve (17) denklemlerinden  $L\dot{I}_f$  ve (17)'nin türevini denklem (23) de yerine koyarsak

$$L\dot{z} = \gamma K_\phi \frac{\partial c(I_f)}{\partial I_f} (u_f - R_f I_f) + L \left( (k_o + k_n \rho^2) \dot{e} + \dot{W}_d \hat{\theta} + \dot{v}_{R1} \right), \quad (24)$$

ifadesini elde ederiz. Denklem (6) dan elde edilen  $\dot{e}$  yi (24) de yerine koyarsak

$$L\dot{z} = \gamma K_\phi \frac{\partial c(I_f)}{\partial I_f} u_f + Y\phi, \quad (25)$$

denklemi elde edilir. Burada  $Y(\dot{\omega}_d, \omega, I_f) \in \mathbb{R}^{1 \times 7}$  bilinen ve ölçülebilen sinyallerden oluşan regresyon matrisi,  $\phi \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$  mekanik ve elektrik sisteminin kesin olarak bilinmeyen parametrelerinden oluşan bilinmeyen parametreler vektörüdür.  $Y(\dot{\omega}_d, \omega, I_f)$  ve  $\phi$  terimlerinin çıkarılışı ayrıntılı olarak EK I bölümünde verilmiştir.

Denklem (25) ve (22)'nin yapısı ve takip eden kararlılık analizinden alan gerilimi  $u_f$  aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$u_f = \frac{1}{\gamma K_\phi \frac{\partial c(I_f)}{\partial I_f}} \left( -k_z z - e - Y\hat{\phi} - v_{R2} \right). \quad (26)$$

Burada regresyon matrisi  $Y(\cdot)$  denklem (25) de tanımlanmıştır.  $\hat{\phi} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ , vektörü bilinmeyen parametreler vektörü  $\phi$  nin en iyi tahminini içerir.  $v_{R2}$  eklenen gülbüz kontrol terimi ve  $k_z$  pozitif kontrol kazanç sabitidir.  $v_{R2}$  tahmini parametreler ile gerçek parametreler arasındaki farkı dengelemek için kullanılır ve

$$v_{R2} = \frac{z(\rho_2)^2}{\|z\| \rho_2 + \epsilon_2}, \quad (27)$$

olarak tanımlanmıştır.  $\epsilon_2$  skalar pozitif bir sabit,  $\rho_2$

$$\rho_2 \geq \|Y\tilde{\phi}\|, \quad (28)$$

olarak tanımlanan pozitif skalar sınırlama fonksiyonudur. (26) ifadesi (25) de yerine konulursa  $z$  geri basamaklama değişkeni için kapalı çevrim dinamiği

$$L\dot{z} = -k_z z + Y\tilde{\phi} - e - v_{R2}, \quad (29)$$

olarak bulunur. Burada  $\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi}$  parametre tahmin hatasıdır.

## 4. Analiz

$e(t)$  ve  $z(t)$  hata ve geri basamaklama terimlerinin kapalı çevrim dinamiklerini bulduktan sonra altta verilen teorem tanımlamaya hazırız.

**Teorem 1** Gülbüz terimleri (18), (27); (26) ile, verilen gülbüz denetleyici ve (17) ile verilen yardımcı kontrolör, açısız hız takip hatası  $e(t)$  sistemi küresel olarak düzgün şekilde mutlak bir sınıra yakınsamasını garanti eder. Buna göre  $e(t)$

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{\frac{a}{b} \|x(0)\|^2 \exp(-\beta t) + \frac{2\epsilon}{b\beta} (1 - \exp(-\beta t))}, \quad (30)$$

olarak yazılabilir. Burada  $x, a, b, \beta, \epsilon$

$$x = \begin{bmatrix} e^T & z^T \end{bmatrix}^T, \quad (31)$$

$$a = \max \{J, L\}, \quad b = \min \{J, L\},$$

$$\beta = \frac{2 \min \{k_o, k_z\}}{\max \{J, L\}}, \quad \epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \frac{\|y\|^2}{4k_n}, \quad (32)$$

olarak tanımlanmış olup  $\epsilon_1, \epsilon_2, k_o, k_n$ , (13) de,  $\epsilon_1, \epsilon_2, k_o, k_n$  ve  $k_z$  sırası ile (18), (27), (17), ve (26) ifadelerinde tanımlanmışlardır.

**İspat 1** Verilen teoremin ispatı için altta verilen negatif olmayan skaler fonksiyon

$$V = \frac{1}{2} J e^2 + \frac{1}{2} L z^2, \quad (33)$$

tanımlayalım. Denklem (33) de verilen fonksiyon

$$\frac{1}{2} \min (J, L) \|x\|^2 \leq V \leq \frac{1}{2} \max (J, L) \|x\|^2, \quad (34)$$

şeklinde alttan ve üstten sınırlanabilir. Burada  $x \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  denklem (31) de tanımlandığı gibidir. Denklem (33) ile verilen ifadenin zamana göre türevi alınır ve (22) ve (29) ifadeleri yerine konursa

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k_o e^2 - k_z z^2 + \left[ \tilde{f} - k_n \rho^2 e \right] e \\ & + \left[ W_d \tilde{\theta} + T_d - \frac{e[(\rho_1)_s]^2}{\|e\|_m(\rho_1)_m + \epsilon_1} \right] e \\ & + \left[ Y \tilde{\phi} - \frac{z(\rho_2)^2}{\|z\|_{\rho_2 + \epsilon_2}} \right] z, \end{aligned} \quad (35)$$

ifadesi elde edilir. (19), (12) ve (28) ifadeleri kullanıldıktan sonra (35) denkleminin sağ tarafı

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\min \{k_o, k_z\} \|x\|^2 \\ & + \left[ \rho \|e\| - k_n \rho^2 e^2 \right] + \left[ \rho_1 \|e\| - \frac{e^2[\rho_1]^2}{\|e\|_{\rho_1 + \epsilon_1}} \right] \\ & + \left[ \rho_2 \|z\| - \frac{z^2(\rho_2)^2}{\|z\|_{\rho_2 + \epsilon_2}} \right], \end{aligned} \quad (36)$$

şeklinde sınırlandırılabilir.  $\frac{\|y\|^2}{4k_n}$  terimini ekleyip çıkartırsak ve (36) nın ilk parantezli terimini tam kare ifadesine tamamlarsak (36) denklemini

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\min \{k_o, k_z\} \|x\|^2 + \frac{\|y\|^2}{4k_n} \\ & + \left[ \rho_1 \|e\| - \frac{e^2[\rho_1]^2}{\|e\|_{\rho_1 + \epsilon_1}} \right] \\ & + \left[ \rho_2 \|z\| - \frac{z^2(\rho_2)^2}{\|z\|_{\rho_2 + \epsilon_2}} \right], \end{aligned} \quad (37)$$

şeklinde üstten sınırlayabiliriz. (37) ifadesindeki köşeli parantezli terimleri:

$$\begin{aligned} \rho_i \|r\| - \frac{\rho_i^2 \|r\|^2}{\rho_i \|r\| + \epsilon_i} &= \rho_i \|r\| \left( 1 - \frac{\rho_i \|r\|}{\rho_i \|r\| + \epsilon_i} \right) \\ &= \epsilon_i \frac{\rho_i \|r\|}{\rho_i \|r\| + \epsilon_i} \leq \epsilon_i, \end{aligned} \quad (38)$$

olarak üstten sınırlayabiliriz. Burada  $r(t)$  herhangi bir vektördür ve  $i \in \{1, 2\}$  dir. Denklem (38) kullanılarak (37) ifadesinin sağ tarafı üst bir banda

$$\dot{V} \leq -\min \{k_o, k_z\} \|x\|^2 + \epsilon, \quad (39)$$

gibi oturtulabilir. Burada  $\epsilon$  denklem (32) de tanımlanmıştır. (34) ifadesinde verilen  $V(t)$  nin üst bandı sayesinde (39) denklemin de verilen  $\dot{V}(t)$  üst bandı

$$\dot{V} \leq -\beta V + \epsilon, \quad (40)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada  $\epsilon$  ve  $\beta$ , (32) denkleminde tanımlandığı gibidir. (40) eşitsizliğinin diferansiyel çözümü [10] a göre

$$V(t) \leq V(0) \exp(-\beta t) + \frac{\epsilon}{\beta} (1 - \exp(-\beta t)), \quad (41)$$

olarak verilmiştir. Denklem (34) den (41) e kadar sınırlar uygulanmıştı

$$\|x(t)\| \leq \sqrt{\frac{a}{b} \|x(0)\|^2 \exp(-\beta t) + \frac{2\epsilon}{b\beta} (1 - \exp(-\beta t))}, \quad (42)$$

olacak şekilde üstten sınırlayabiliriz. Burada  $a$  ve  $b$  denklem (32) de tanımlandığı gibidir. (31) ifadesindeki tanım ve (42) ye göre açışal hız takip hatası  $e(t)$ , denklem (30) da verildiği gibi sınırlandırılabilir [11].  $e(t)$  ve  $z(t)$  nin sınırlı değerler alması ve takip eden sinyal izleme argümanları ile kapalı çevrim sistemini oluşturan (22) ve (29) denklemlerindeki işaretlerin sınırlı olduğu gösterilebilir. □

## 5. Benzetim sonuçları

Önerilen gürbüz kontrolcünün performansı iki ayrı simülasyonda gösterilmiştir. Her iki simülasyonda [5] te belirtilen sistem parametreleri kullanılmıştır. İlk simülasyonda referans açışal hız sinyali  $\omega_d(t)$

$$\omega_d(t) = 2 + \sin(t), \quad (43)$$

olarak alınmıştır. İkinci benzetimde aşağıda verilen daha gerçekçi referans rotor hız sinyalleri kullanılmıştır.

$$\omega_d(t) = \begin{cases} 0, & u(k) < u_c, \\ X_m \left( 1 + \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{(u(k) - s_1)}{d_1} \right) \right), & u(k) < u_r, \\ X_m, & u(k) < u_F, \\ X_m \left( 1 + \sin \left( \frac{\pi}{2} \frac{(u(k) - s_2)}{d_2} \right) \right), & u(k) < u_s, \\ 0, & u(k) > u_s \end{cases} \quad (44)$$

Burada

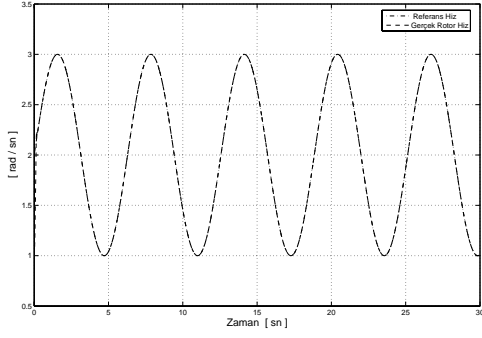
$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{u_c + u_r}{2}, \quad d_1 = \frac{u_r - u_c}{2}, \\ s_2 &= \frac{u_F + u_r}{2}, \quad d_2 = \frac{u_r - u_F}{2}, \\ u_s &= 21.3 \text{ m/sec}, \quad X_m = 4.1 \text{ rad/sec}, \\ u_c &= 4.3 \text{ m/sec} \quad u_r = 7.7 \text{ m/sec} \quad u_F = 17.9 \text{ m/sec}, \end{aligned} \quad (45)$$

olarak alınmıştır.  $x_m$  parametresi mümkün olan rotor hızına göre belirlenir. Her iki benzetim içinde sistem parametreleri

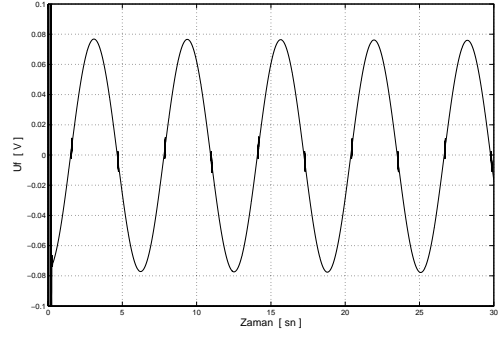
$$\begin{aligned} R_f &= 0.02\Omega, \quad L = 0.001H, \\ J &= 24490, \quad B = 52, \quad K = 52, \quad k_w = 3 \text{ K}_\phi = 1.7, \\ c(I_f) &= 1000I_f, \end{aligned} \quad (46)$$

ayrıca sistem kontrol kazançları

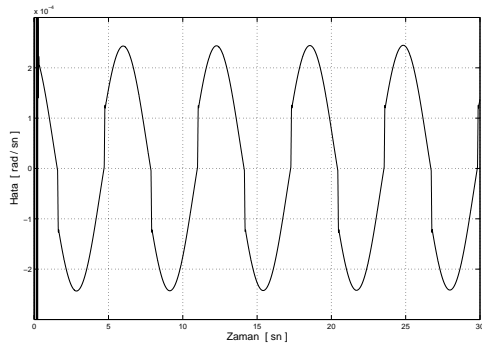
$$\begin{aligned} k_o &= 100, \quad k_z = 0.1, \quad k_n = 500 \\ \rho &= 275, \quad \rho_1 = \rho_2 = 200 \\ \epsilon_1 &= \epsilon_2 = 0.4, \end{aligned} \quad (47)$$



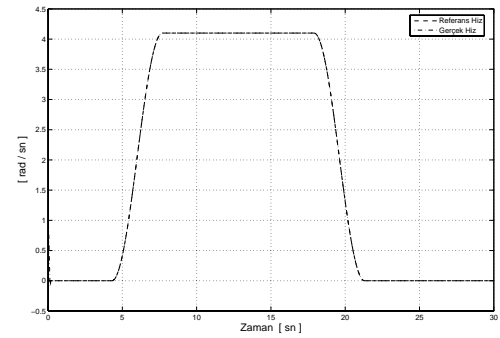
Şekil 2: Similasyon I için istenen ve gerçek rotor hızları.



Şekil 4: Similasyon I için kontrol girişi.(alan gerilimi)



Şekil 3: Similasyon I için açısal takip hatası.



Şekil 5: Similasyon II için istenen ve gerçek rotor hızları.

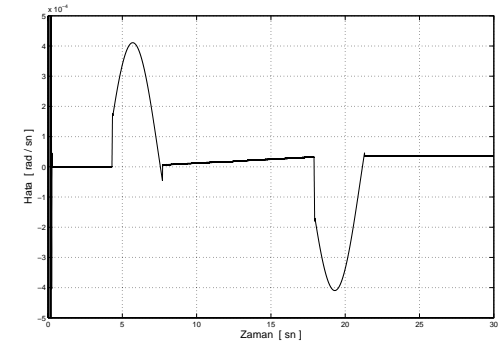
olarak alınmıştır. Benzetimlerde dış ortam gürültüleri ve modelleme hataları  $T_d$ , aşağıdaki gibi kabul edildi.

$$T_d = 1000 (2 + \sin(t)) \quad (48)$$

Tahmin edilen en iyi sistem parametreleri, gerçek sistem parametrelerinin 50% si olarak alınmıştır. Şekil 2-4 de ilk benzetim için (sinüs dalgalı referans yörüngesi için) sonuçlar verilmiştir. Şekil 2 de gerçek ve referans rotor hızları gösterilmektedir. Şekil 3 uygulanan kontrol sinyali (şekil 4) boyunca görülen açısal hız takip hatası verilmiştir. Grafiklerden de görüldüğü gibi tasarlanan gülbüz kontrolcünün performansı iyidir. Grafik 5-7 ikinci benzetimden alınan sonuçlardır. Birinci benzetimde olduğu gibi şekil 5 referans ve gerçek rotor hızları grafik 5 de uygulanan kontrol sinyaline (şekil 7) karşı sistemin hız takip hatası şekil 6 da verilmektedir.

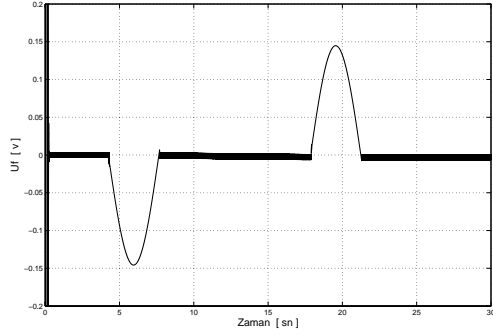
## 6. Sonuçlar

Rüzgar türbinlerinin değişken hızlı kontrolü için geri basamaklamalı gülbüz bir kontrolcü sunulmuştur. Mekanik ve elektriksel alt sistemlerin parametrelerindeki bilinmezliklere karşın açısal hız takip etme hatası küresel olarak düzgün şekilde mutlak bir sınıra yakınsama sağlamıştır. Teorik olarak modelleme hatalarının ve dış ortam gürültülerinin dengelenilebileceği gösterilmiştir. Simülasyon çalışmaları ile



Şekil 6: Similasyon II için açısal takip hatası.

önerilen kontrolcünün performansı ve gerçekleştirilebileceği kanıtlanmıştır. Bununla birlikte kontrolör amaçlanan rotor hız profilinin entegralinin sınırlı olmasına ihtiyaç duyar. Fakat bu pratikte herhangi bir zayıflığa yol açmaz. Gelecekte yapılacak çalışmalar bu teorik dezavantajın kaldırması üzerine yoğunlaşacaktır.



Şekil 7: Similasyon II için kontrol girişi.(alan gerilimi)

## 7. Kaynakça

- [1] L. Wang, *Adaptive Fuzzy Systems and Control, Design and Stability Analysis*, PTR Prentice Hall, 1994.
- [2] E. Muldaji, K. Pierce, P. Migliore, "Control Strategy for Variable-Speed, Stall-Regulated Wind Turbines, Stall-Regulated Wind Turbines", *Proceedings of the American Control Conference*, Volume 3, pp:1710 - 1714 June 1998
- [3] K. E. Johnson, Y.P.Lucy, M.J. Balas, L.J. Fingersh, "Control of Variable Speed Wind Turbines", *IEEE Control System Magazine*, Vol. 26, No. 3, pp: 70-81, (2006).
- [4] B. Boukhezzer, H. Siguerdidjane, "Nonlinear Control of Wind Turbines for Power Regulation", *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications*, pp: 114-119, Toronto, Canada, (2005).
- [5] Y. D. Song, B. Dhinarakaran, X. Y. Bao, "Variable Speed Control of Wind Turbines using Nonlinear and Adaptive Algorithms", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 85, pp:293-308, (2000).
- [6] A. R. Bergen, *Power System Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [7] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, New York: John Wiley and Sons, Inc., 1995.
- [8] Z.Qu, *Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems*, New York : Springer-Verlag, 1992.
- [9] J.J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Englewood Cliff, NJ: Prentice Hall, 1991.
- [10] D.M. Dawson, M.M. Bridges, and Z. Qu, *Nonlinear Control of Robotic Manipulators for Environmental Waste and Restoration*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.
- [11] D.M. Dawson, J. Hu, and T.C. Burg, *Nonlinear Control of Electric Machinery*, New York, NY: Marcel Dekker, 1998.

## Ek I

Regresyon matrisi  $Y(\dot{\omega}_d, \omega, I_f) \in \mathbb{R}^{1 \times 7}$  ve bilinmeyen parametreler vektörü  $\phi \in \mathbb{R}^{7 \times 1}$

$$Y = \begin{bmatrix} -\gamma K_\phi \frac{\partial c(I_f)}{\partial I_f} I_f & \chi \dot{\omega}_d + \dot{W}_d \hat{\theta} + \dot{v}_{R1} & \chi \gamma K_\phi c(I_f) \\ \chi \omega & \chi \int_0^t \omega(\tau) d\tau & -\chi \omega^2 & \chi \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} R_f & L & \frac{L}{J} & \frac{LB}{J} & \frac{LK}{J} & \frac{Lk_w}{J} & \frac{LT_d}{J} \end{bmatrix}^T \quad (50)$$

ifadelerinde olduğu şekilde yazılabilir. (49) denkleminde  $\chi$  yardımcı kontrol terimi

$$\chi \triangleq k_o + k_n \rho^2 \quad (51)$$

olarak tanımlanmıştır.

# Belirsizlik İçeren Dinamik Sistemlerin Denetimi için Çıkış Geri Beslemeli Dayanıklı NPI Tipi Bir Denetleyici Tasarımı

Janset Kuvulmaz<sup>2</sup>, Erkan Zergeroğlu<sup>1</sup>, Ş. Naci Engin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Kocaeli  
[ezenger@bilmuh.gyte.edu.tr](mailto:ezenger@bilmuh.gyte.edu.tr)

<sup>2</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul  
[janset@yildiz.edu.tr](mailto:janset@yildiz.edu.tr)  
[nengin@yildiz.edu.tr](mailto:nengin@yildiz.edu.tr)

## Özetçe

Bu çalışmada, dinamik sistemlerin içerdikleri belirsizlikleri kompanze edebilen, doğrusal olmayan PI (NPI) tipi yeni bir denetim mekanizması, çıkış geri besleme metodu kullanılarak tasarlanmıştır. Önerilen denetleme mekanizması, birinci dereceden türevlenebilir sistemler için, hata dinamiğini düzgün-sürekli ve yarı-küresel asimptotik olarak sıfıra sürerken kapalı çevrim sistemindeki bütün sinyallerin sınırlılıklarını korumalarını sağlamaktadır. Denetleyici tasarımı Lyapunov tabanlı analiz yöntemine dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

## 1. Giriş

Dinamik sistemler, model denklemleri olarak da bilinen diferansiyel denklem sistemleri ile ifade edilirler. Bu denklem sistemleri genellikle doğrusal olmayıp sıklıkla parametrik belirsizlikler içerirler. Özellikle mekanik parçalar içeren dinamik sistemler için genel sistem model denklemi

$$m(x) \ddot{x} + f(\underline{x}, \theta) = u \quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem (1)'de yer alan  $(\cdot)^{(i)}(t)$  ifadesi, içerdiği değişkenin zamana göre  $i$ 'inci türevini,  $\underline{x}(t) := [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)]^T \in \mathbb{R}^n$  sistem durum vektörünü,  $u(t) \in \mathbb{R}$  denetim sinyalini ve  $m(x) > 0$  eylemsizlik parametrelerini içeren pozitif tanımlı  $n \times n$  boyutunda eylemsizlik matrisini;  $f(\underline{x}, \theta)$  ifadesi ise sistem belirsizliklerini içeren ve doğrusal olmayan bir vektör fonksiyonunu temsil etmek üzere kullanılmıştır. Literatürde, bu tarz belirsizlik ihtiva eden sistemlerin kararlılıklarını sağlarken, istenilen performanslarda çalışmasını da garanti edecek denetim problemini çözmek amacıyla birçok farklı denetleyici yapıları önerilmektedir. Denetleyici tasarım metodunun seçimi ise bilindiği gibi denetlenmek istenen sistemin yapısına bağlıdır. Bunlardan sıklıkla kullanılan birkaçını sıralamak gerekirse; sistem belirsizlikleri içeren  $f(\underline{x}, \theta)$  fonksiyonunun doğrusal olarak parametrelerine ayrılabilirdiği durumlarda, uyarlamalı (adaptif) kontrol metodu [1], [2] tercih edilebilir. Standart uyarlamalı denetleyiciler

sistem parametrelerini tam olarak bulmasalar da (ancak özel koşullar altında parametre tahmini için kullanılabilirler) hata sinyalinin asimptotik olarak sıfıra yakınsamasını garanti eder ve sisteme aynı anda sürekli ve yumuşak (türevi alınabilir) bir giriş sağladıkları için tercih edilirler. Eğer belirsizlik içeren fonksiyon, periyodik olarak gerçekleşiyor ve periyodu da biliniyorsa öğrenme tabanlı denetim seçilebilir [3], [4]. Öğrenme tabanlı denetleyiciler sistemin parametrelerini ayrı ayrı bulmak yerine  $f(\cdot)$  fonksiyonunu bir bütün olarak öğrenmeyi amaçlarlar. Çıkışları, uyarlamalı denetleyicilerde olduğu gibi türevlenebilir sinyallerdir ancak sadece belirli bir kaç sistem üzerinde (periyodik yörüngeli) kullanılabilirler. Öte yandan, sistem belirsizliklerini içeren vektörel fonksiyonumuz, norm tabanlı bir eşitsizlikle sınırlandırılabilirse, kayan kipli kontrol yapısı uygulanabilir [5], [6]. Kayan kipli denetleyiciler süresiz ve türevi alınamayan çıkışlar içerdikleri ve hata sinyali sıfıra yaklaştıkça sisteme yüksek değişkenli sinyaller enjekte edebilmelerinden dolayı mekanik sistemlerin denetlenmelerinde pek tercih edilmezler. Dayanıklı denetleyici [7] yapıları ise, teorik olarak, kayan kipli denetleyicilerde olduğu gibi parametreleri zaman içinde değişen sistemler dâhil her türlü belirsizlik içeren sistemlerde uygulanabilir. Her ne kadar kayan kipli denetleyici kadar etkin süresizlikler içermese de dayanıklı denetleyici yapısı da süresizlikler içerebilir ve çoklukla türevlenmeyen çıktılar vardır.

Günümüze kadar yapılmış olan çalışmalarda, hız sensörü olmaksızın sadece pozisyon ölçümünün yeterli olduğu çıkış geri beslemeli (ÇGB) sistemlerin geliştirilmesine yönelik pek çok araştırmaya yer verilmiştir. Bu çalışmalardan model tabanlı denetim sistemlerine örnek olarak [8–11] verilebilir. Önerilen denetleyiciler küresel (global) ayarlama (regülasyon) yapabilmelerine rağmen sadece ayar noktası (set-point) probleminin çözümüne yöneliktir. [12]'de verilen çalışmada ise Ortega ve arkadaşları (1995) sistemin tam modeline gerek duymaksızın yarı-küresel asimptotik ayarlama yapabilmişlerdir. [13]'de ise önerilen kontrolör iki farklı denetim yapısından oluşmaktadır. Bunlardan ilki ayar noktası hatasını küçük bir değere sürerken, diğeri bu hatayı sıfıra sürmeyi amaçlamaktadır. ÇGB denetim yapıları izleme kontrol problemi söz konusu olduğunda genellikle yarı-küresel cevap üretebilmektedirler. Model tabanlı gözlemleyici



tasarımına dayalı olan bu çalışmalardan ilki [14]'de sunulmuştur. [15–17]'de verilmiş olan çalışmalarda ise parametrik belirsizlikleri kompanze etmeye yönelik değişken yapıları ÇGB denetleyicilerine yer verilmiştir. Filtre tabanlı ÇGB dayanıklı denetleyici yapılarına örnek olarak [18–20] verilebilir. Bu çalışmalarda yer alan denetleyici yapılarının tümü, parametrik belirsizlik durumunda yarı-küresel (UUB) pozisyon izleme cevabı üretmektedirler. [21–24]'de verilen denetleyici yapıları ise uyarlamalı denetim metodu kullanılarak tasarlanmış olup dayanıklı denetleyicilerde olduğu gibi yarı-küresel ancak asimptotik ayarlama yapmaktadırlar. Öte yandan, [25]'de Loria, model tabanlı bir denetleyici yapısı kullanarak küresel sürekli asimptotik izleme cevabı elde etmiş fakat önerdiği yapı sadece tek serbestlik dereceli sistemlere uygulanabilmiş, genelleştirilememiştir. Zhang ve arkadaşları (2000) [26]'da benzer bir Lyapunov aday fonksiyonu ve uyarlamalı denetim metodu uygulayarak genel n-serbestlik dereceli sistemlerde küresel izleme cevabı elde etmişlerdir. [27]'de ise [26]'da yapılmış olan kararlılık analizi daha da geliştirilmiş ve son olarak [28]'de verilen çalışmada çıkış geri beslemeli dayanıklı bir kontrol yapısı önerilmiş olup küresel asimptotik pozisyon izleme cevabı elde edilmiştir.

Son bir kaç yıl içerisinde uyarlamalı ve dayanıklı denetim sistemlerinin dezavantajlarını gidermeye yönelik çalışmalar yoğunluk kazanmaya başlamıştır. Bu amaçla yapılan çalışmalar arasında kazanç ayarlamaları diğer tiplere göre daha rahat yapılabilen doğrusal olmayan *PI* tipi kontrolör yapıları da yer almaktadır. Temel amaç, uygulama kolaylığı açısından endüstride, özellikle süreç denetim sistemlerinde, tercih edilen klasik *PI* kontrol teorisinin basitliğinden yararlanırken belirsizliklerin de kompanze edilebilmesidir. Bu tip denetleyicilerden biri [29]'da sunulmuştur, ancak belirsizliklerle başa çıkabilmek için önerilen bu kontrolörün de süreksizlikler içerdiği gözlenmiştir. Buna benzer diğer bir çalışma [30]'da verilmiştir. Bu çalışmada B. Xian ve arkadaşları (2004) yarı global asimptotik (denetleyici kazançları sistem başlangıç değerlerine bağlı) sistem cevabı üreten denetleyici yapısı önermişlerdir. Önerilen denetleyici, süreklilik arz etmesine rağmen modeldeki doğrusal olmayan ve belirsiz kısımları ifade eden fonksiyonun ikinci mertebeden türevlenebilir olması gerekmektedir.

Bu çalışmada ise, belirsizlik içeren sistemler için çıkış geri beslemeli, doğrusal olmayan yeni bir *PI* tipi izleyici denetim mekanizması önerilmektedir. Problemi çözmek amacıyla Lyapunov tabanlı analiz ve tasarım yöntemi kullanılarak sistemde çatırdama oluşmaksızın düzgün-süreklili ve yarı-global asimptotik izleme kontrolü sağlanmıştır. Tasarlanan denetleme sisteminin diğer denetleyicilere karşı bir diğer üstünlüğü ise, belirsizlik içeren fonksiyonun sadece birinci mertebeden türevlenmesinin yeterli olmasıdır.

Çalışmamızın geri kalan kısmı ise şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde problemin tanımlı yapılar sistem modeli verilmiştir. Üçüncü bölüm, kapalı çevrim sistemin hata dinamiğine ve önerilen kontrol yöntemine ayrılmıştır. Dördüncü bölümde yapılan kararlılık analizinden sonra, Beşinci bölümde sonuçlar irdelenmiştir.

## 2. Problem Tanımı

Önerilen denetim sisteminin yüksek mertebeden vektörel yapıdaki çok girişli-çok çıkışlı sistemlere uyarlanması mümkün olup sunum kolaylığı açısından ikinci mertebeden

skaler, tek girişli-tek çıkışlı doğrusal olmayan mekanik bir sistem yapısı tercih edilmiştir;

$$m(x)\ddot{x} + f(x, \dot{x}, \theta) = u(t) \quad (2)$$

Denklem (2)'de verilen  $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t) \in \mathcal{R}$  ifadeleri sırası ile sistemin durumları ile türevleri (mekanik sistemlerde pozisyon, hız ve ivme değişkenleri olarak tanımlanabilir) olup,  $f(x, \dot{x}, \theta) \in \mathcal{R}$  ise çoğunlukla doğrusal olmayan ve belirsizlikler içeren bir fonksiyondur. Tasarlayacağımız denetleyici için ayrıca bu fonksiyonun en azından birinci dereceden türevlenebilir ( $f(x, \dot{x}, \theta) \in C^1$ ) olması ve içerdiği değişkenler sınırlanabildiğinde fonksiyonun kendisinin de sınırlanabilir olması gerekmektedir.  $m(x) \in \mathcal{R}$  ise pozitif tanımlı atalet matrisidir. Denetim amaçlı kontrol giriş sinyali de  $u(t)$  olarak tanımlanmaktadır.

**Özellik 1:** Atalet matrisi aşağıda verilmiş olan eşitsizlikler ile alttan ve üstten sınırlandırılabilir [31]

$$m_1 \leq m(x) \leq m_2. \quad (3)$$

Burada  $m_1$  ve  $m_2$  pozitif sabitler olup,  $\|\cdot\|$  Euclid normunu temsil etmektedir.

Tasarım aşamasına başlamadan önce sisteme uygulanacak denetimin performansını değerlendirmek amacıyla hata sinyali;

$$e = x_d - x, \quad (4)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (4)'de gözlemlenen  $x_d(t) \in \mathcal{R}$  referans sinyali olup en az ikinci dereceden türevlenebilir ve türevleri ile birlikte sınırlı fonksiyonlardır; özetle, matematiksel olarak  $x_d(t), \dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t) \in \ell_\infty$  şeklinde gösterilebilirler. Sisteme ait hız değişkenleri ölçülemediğinden ilgili büyüklükler filtreleme tekniği ile eklemenin pozisyon hata bilgisinden yararlanılarak elde edilmiştir. Tasarlanan filtre yüksek geçiren filtre olarak da düşünülebilir. Burada giriş pozisyon izleme hatası olup çıkış ise hız izleme hatası olarak tanımlanabilir. Önerilen filtre dinamiği

$$r_f = p - (k_1 + 1)e, \quad (5)$$

$$\dot{p} = -p + e - e_f - (k_1 + 1)r_f, \quad (6)$$

$$\dot{e}_f = -e_f + r_f, \quad (7)$$

şeklinde. Burada  $r_f(t) \in \mathcal{R}$  filtre çıkışı olup, eklem hız değişkeni için kullanılacaktır.  $p(t), e_f(t) \in \mathcal{R}$  yardımcı değişkenleri ise filtrenin hız bilgisi olmaksızın oluşturulmasında yararlanılan değişkenlerdir. Kullanılan pozitif kontrol kazancı

$$k_1 = \frac{1}{m_1}(k_n + 1), \quad (8)$$

biçiminde tanımlanmıştır. Burada  $m_1$  daha önce denklem (3)'de tanımlanmış olan pozitif sabit olup,  $k_n$  ise pozitif doğrusal olmayan sönümleme kazancıdır.

Hedeflenen kontrolörün tasarlanabilmesi için açık çevrim pozisyon hata sistemi oluşturulmalıdır. Bunun için öncelikle yüksek geçiren filtrenin çıkışına ait dinamiklerin elde edilmesi gerekmektedir. Denklem (5)'in zamana bağlı türevi alınıp, Denklem (6)'da verilmiş olan  $\dot{p}$  değeri yerine yazılırsa, filtre çıkışına ait dinamik

$$\dot{r}_f = -(k_1 + 1)\dot{e} - p + e - e_f - (k_1 + 1)r_f, \quad (9)$$

olarak elde edilir.  $p$  değeri de Denklem (5)'den elde edilip (9)'da yerine yazılırsa, denklem

$$\dot{r}_f = -(k_1 + 1)\eta + e - e_f - r_f \quad (10)$$

haline gelir. Burada yer alan filtrelendirilmiş hata sinyali  $\eta(t) \in \mathfrak{R}$  ise

$$\eta = \dot{e} + e + r_f, \quad (11)$$

biçiminde tanımlanmıştır. Ayrıca Denklem (11) tekrar düzenlenirse hata dinamiği de

$$\dot{e} = -e - r_f + \eta, \quad (12)$$

şekilde elde edilebilir. Son olarak filtrelendirilmiş hata sinyalinin tasarlanan kontrolördeki integral etkisini yansıtan  $\xi$  yardımcı terimi,

$$\xi(t) = e(t) + \int_0^t (e(\tau) + r_f(\tau)) d\tau, \quad (13)$$

şeklinde tanımlanmıştır; Denklem (13)'den açıkça görüldüğü gibi bu terim

$$\xi(t) = \int_0^t \eta(\tau) d\tau, \quad (14)$$

biçiminde de ifade edilebilir.

### 3. Sistemin Hata Dinamiği

Filtrelendirilmiş hata sinyalinin zamana göre türevi alınıp, (1), (10) ve (12) no'lu denklemlerden sırasıyla  $\ddot{x}(t)$ ,  $\dot{r}_f(t)$  ve  $\dot{e}(t)$  değerleri yerlerine yazılırsa,

$$\dot{\eta} = \ddot{x}_d - \ddot{x} - 2r_f - e_f - k_1\eta \quad (15)$$

elde edilir. Verilen eşitliğin her iki tarafı  $m(x)$  fonksiyonu ile çarpılıp, elde edilen denklemin sağ tarafına  $\frac{1}{2}\dot{m}\eta$  terimi eklenip çıkarılırsa sistem dinamiği

$$m\dot{\eta} = -k_1m\eta + N - m(2r_f + e_f) - u + \frac{1}{2}\dot{m}\eta - \frac{1}{2}\dot{m}\eta \quad (16)$$

formunu alır. Denklem (16)'da yer alan yardımcı fonksiyon

$$N = m\ddot{x}_d + f(x, \dot{x}, \theta) \quad (17)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Gerçekte arzu edilen  $N$  dinamiği ise, istenen  $x(t)$  ve  $\dot{x}(t)$  referans sinyallerinin bir fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi seçilmiştir;

$$N_d := N \Big|_{\dot{x}=\dot{x}_d, x=x_d} \quad (18)$$

dikkat çekilmesi gereken bir başka husus da tasarıma başlamadan önce  $f(x, \dot{x}, \theta) \in \mathfrak{R}$  için yapmış olduğumuz, içerdiği değişkenler sınırlanabildiğinde fonksiyonun da sınırlanabilirliği önergesi kullanıldığında,

$x_d(t), \dot{x}_d(t), \ddot{x}_d(t) \in \ell_\infty$  olduğundan  $N_d(t), \dot{N}_d(t) \in \ell_\infty$  ifadesinin de doğru olacağıdır. Denklem (16)'ın sağ kısmına  $N_d$  terimi eklenip çıkarılırsa, filtrelenmiş hata dinamiği

$$m\dot{\eta} = -k_1m\eta + \tilde{N} + N_d - u - \frac{1}{2}\dot{m}\eta, \quad (19)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadede ki  $\tilde{N}$  ifadesi

$$\tilde{N} := N - N_d - m(2r_f + e_f) + \frac{1}{2}\dot{m}\eta, \quad (20)$$

olarak tanımlanmıştır. Ek olarak  $\tilde{N}$  terimi

$$\|\tilde{N}\| \leq \rho(\|j\|)\|j\| \quad (21)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir[32]. Denklem (21)'de yer alan  $\|\cdot\|$  operatörü, standart Euclid normunu,  $\rho(\cdot)$  fonksiyonu pozitif tanımlı ve azalmayan bir sınırlama fonksiyonunu ve  $j(t)$  sinyali ise

$$j := [e \quad e_f \quad r_f \quad \eta]^T \quad (22)$$

olarak hata ve filtrelenmiş hata sinyallerini içeren vektörü tanımlamak amacı ile kullanılmıştır. Denklem (19)'da sunulan açık çevrim sistemi kararlı kılarken, hata sinyalinin de sifıra sürmek amacıyla önerilen doğrusal olmayan PI kontrol sinyali

$$u(t) = -(k_1 + 1)r_f + (k_i + 1)e + \beta \tanh(e + e_f) + k_i \int_0^t (e_f + r_f)(\tau) d\tau, \quad (23)$$

biçiminde tasarlanmıştır. Denklem (23)'de tanımlanan  $k_1$ ,  $k_i$  ve  $\beta$  pozitif kontrol kazançlarıdır.  $\tanh(\cdot)$  standart tanjant hiperbolik fonksiyonunu temsil etmektedir. Denklem (23), (19)'da yerine yazılırsa, filtrelendirilmiş hata sinyaline göre kapalı çevrim sistem dinamiği;

$$m\dot{\eta} = -\frac{1}{2}\dot{m}\eta + \tilde{N} + N_d - k_1m\eta + (k_1 + 1)r_f - k_i \int_0^t \eta(\tau) d\tau - \beta \tanh(e + e_f) - e, \quad (24)$$

şeklinde elde edilir.

### 4. Analiz

Kararlılık analizine geçmeden önce, önerilen doğrusal olmayan PI tipi denetleyici sisteminin oluşturulmasında yararlanılan Lyapunov tarzı tasarım yönteminde kullanılmak üzere düzenlenmiş yardımcı fonksiyonların tanımlarının yapılması gerekmektedir.

Bu ön analiz için aşağıda sunulan yardımcı fonksiyonu tanıtmakla başlayalım

$$z = \beta_p + \beta_I, \quad (25)$$

Yukarıdaki fonksiyonu oluşturan bileşenler sırasıyla oransal ve integral denetim terimleri olarak da düşünülebilir,

$$\beta_p = \frac{1}{2}e^2, \quad (26)$$

$$\beta_I = -\int_0^t w_I + \delta_b, \quad (27)$$

$$w_I := (N_d - \beta \tanh(e + e_f)), \quad (28)$$

Analiz esnasında seçilen Lyapunov aday fonksiyonunun pozitif tanımlı olabilmesi için  $\beta_I(t)$  fonksiyonunun alttan

sınırlandırılabilir olduğu gösterilmelidir. Bu amaçla aşağıdaki önerme sunulmuştur.

**Önerme:** Denklem (27) ile tanımlanan  $\beta_I(t)$  terimi, (28)'de yer alan  $\beta$  denetim kazancı,  $k$  terimi yeterince büyük seçilmiş bir denetim kazanç sabiti olmak üzere,

$$\beta > k \left[ \|N_d\|_\infty + \|\dot{N}_d\|_\infty \right], \quad (29)$$

şekilde tasarlandığında her zaman alttan sınırlandırılabilir. Bir başka ifade ile

$$\int_0^t w_I(\tau) d\tau \leq \delta_b, \quad (30)$$

önermesi,  $\beta$  kazancı, Denklem (29)'daki gibi tanımlandığında her zaman doğru olacaktır. Ek olarak Denklem(30)'da tanımlanan  $\delta_b$  terimi özel (en küçük) olarak

$$\delta_b := \beta (\ln \cosh(e(0) + e_f(0)) + 1) - (e(0) + e_f(0)) N_d(0), \quad (31)$$

şeklinde seçilmelidir.

**İspat:** Analizi daha anlaşılır şekilde sunabilmek amacıyla Denklem (5) ve (11) yardımıyla aşağıda basit bir dönüşüm verilmiştir:

$$\eta = \dot{w} + w, \quad (32)$$

$$w = e + e_f, \quad (33)$$

Verilen önermeyi ispatlayabilmek için (27) no'lu denklemin sağ tarafındaki integral ifadesini, (32)'de verilmiş olan filtrelendirilmiş hata tanımını kullanarak aşağıdaki gibi tekrar düzenleyelim:

$$\begin{aligned} \int_0^t w_I(\tau) d\tau &= \int_0^t [w(\tau) (N_d(\tau) - \beta \tanh(w(\tau)))] d\tau \\ &+ \int_0^t \frac{d w(\tau)}{d\tau} N_d(\tau) d\tau \\ &- \int_0^t \beta \frac{d w(\tau)}{d\tau} \tanh(w(\tau)) d\tau. \end{aligned} \quad (34)$$

Denklem (34)'ün sağ tarafında yer alan ikinci terimi kısmi integrasyon metodu ile parçalarına ayıralım;

$$\begin{aligned} \int_0^t w_I(\tau) d\tau &= \int_0^t w(\tau) [N_d(\tau) - \beta \tanh(w(\tau))] d\tau \\ &+ w(\tau) N_d(\tau) \Big|_0^t - \int_0^t w(\tau) \frac{dN_d(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &- \int_0^t \beta \frac{d w(\tau)}{d\tau} \tanh(w(\tau)) d\tau, \end{aligned} \quad (35)$$

Denklem (35)'in ikinci satırındaki integral terimi, ilk satıra dâhil edilerek üçüncü terimin de integrali alınır,

$$\begin{aligned} \int_0^t w_I(\tau) d\tau &= \int_0^t w(\tau) \left[ N_d(\tau) - \frac{dN_d(\tau)}{d\tau} (\tau) - \beta \tanh(w(\tau)) \right] d\tau \\ &+ w(t) N_d(t) - w(0) N_d(0) \\ &- \beta \ln \cosh(w(t)) + \beta \ln \cosh(w(0)), \end{aligned} \quad (36)$$

elde edilmiş olur. Eşitliği  $\beta$  terimini ekleyip çıkararak yeniden

düzenlersek;

$$\begin{aligned} \int_0^t w_I(\tau) d\tau &= \int_0^t w(\tau) \left[ N_d(\tau) - \frac{dN_d(\tau)}{d\tau} (\tau) - \beta \tanh(w(\tau)) \right] d\tau \\ &+ [w(t) N_d(t) - \beta (\ln \cosh(w(t))) + 1] \\ &+ [\beta (\ln \cosh(w(0))) + 1] - w(0) N_d(0), \end{aligned} \quad (37)$$

formuna sokabiliriz. Matematiksel olarak,  $w(t) \tanh(w(t)) \geq 0$  olduğundan denklem (37)'nin sol tarafını

$$\begin{aligned} \int_0^t w_I(\tau) d\tau &\leq \int_0^t |w(\tau)| \left[ |N_d(\tau)| + \left| \frac{dN_d(\tau)}{d\tau} \right| - \beta |\tanh(w(\tau))| \right] d\tau \\ &+ [ |w(t)| |N_d(t)| - \beta (\ln \cosh(w(t))) + 1] \\ &+ [\beta (\ln \cosh(w(0))) + 1] - w(0) N_d(0), \end{aligned} \quad (38)$$

şeklinde üstten sınırlayabiliriz. Denklem (38)'den de anlaşılacağı üzere eşitsizliğin sağ tarafındaki ilk terim (integral terimi) hata sinyali  $w(t)=0$  olduğu zaman sıfır olacaktır, diğer bütün hata değerlerinde ise denetim kazancı  $\beta$ , önermede belirtildiği gibi seçildiğinde negatif olacaktır. Aynı şekilde,  $k \geq 1.01$  için  $k (\ln \cosh(w)) + 1 - |w| \geq 0$  eşitsizliğinden yararlanılarak ikinci terimin de her zaman negatif yarı tanımlı olduğu (ya sıfır ya da negatif) gösterilebilir. Son kısım ise (31)'de tanımlanmış olan  $\delta_b$  ifadesinin en küçük değerine eşittir. Bu bilgiler ışığında, verilen denklem üstten sınırlandırılarak (30)'da sunulan önerme ispatlanmış olur. Denetim kazancı önerildiği üzere seçildiğinde  $\beta_I(t)$  terimi her zaman alttan sıfır ile sınırlandırılabilir. ■ Verilen önermeden yararlanılarak aşağıdaki teorem ve ispatı sunulmuştur;

**Teorem:** Denklem (2) ile tanımlanan sistemler için, Denklem (23)'de önerilen denetim fonksiyonu, yine aynı denklemde verilen kontrol kazancı  $\beta$ , Denklem (29)'da verildiği üzere yeterince büyük seçildiğinde ve de Denklem (8)'de tanımlanmış olan kontrol kazancı,

$$k_n > \rho^2 \left( \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \|s(0)\| \right), \quad (39)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \min \{m_1, 1, k_i, 0\}, \quad (40)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \max \{m_2, 1, k_i, \delta_b\}, \quad (41)$$

$$s = \begin{bmatrix} j & \sqrt{z} & \xi \end{bmatrix}, \quad (42)$$

şeklinde seçildiği takdirde, zaman sonsuza ıraksarken hata sinyalinin sıfıra yakınsamasını sağlar. Aynı zamanda kapalı çevrim sistemindeki tüm sinyallerin sınırlı kalmasını garanti eder. Kısaca,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad (43)$$

ifadesi, yani hata sinyali için yarı-küresel asimptotik izleme gerçekleştirilmiş olur.

**İspat:** Verilen Teoremi ispatlamak amacıyla, aşağıdaki gibi pozitif tanımlı skaler bir fonksiyon tanımlayalım

$$V(t) = \frac{1}{2} m \eta^2 + \frac{1}{2} e_f^2 + \frac{1}{2} r_f^2 + z + \frac{1}{2} k_i \xi^2, \quad (44)$$

Bu denklemde  $z$  hariç tüm terimlerin her zaman pozitif olduğu açıktır.  $z$  teriminin de her zaman pozitif olduğu yukarıda verilen önermede ispatlanmıştır. Ayrıca,  $V(t)$  fonksiyonu, daha önceden tanımlanmış olan  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$  terimleri ile alttan ve üstten

$$\lambda_1 \|s\|^2 \leq V \leq \lambda_2 \|s\|^2, \quad (45)$$

biçiminde sınırlandırılabilir. Denklem (44)'ün zamana bağlı türevi alınıp, elde edilen fonksiyonda (8) ve (24)'de verilmiş olan ifadeler yerlerine yazıldığında,

$$\dot{V} = -e_f^2 - r_f^2 - e^2 - \eta^2 - k_n \eta^2 + \eta \tilde{N} \quad (46)$$

elde edilir. Denklem (46)'yı üstten sınırlayabilmek amacı ile, Denklem (21)'de verilen sınır şartı yerine yazılırsa, fonksiyonun zamana bağlı türevi üstten

$$\dot{V} \leq -\|j\|^2 + [\eta \rho(\|j\|) \|j\| - k_n \eta^2], \quad (47)$$

şeklinde sınırlanabilir. Denklem (47)'nin sağ tarafına,

$$\frac{\rho^2(\|j\|) \|j\|^2}{4 k_n} \text{ terimi eklenip çıkartıldıktan sonra eşitsizlik}$$

tam kareye tamamlanıp tekrar düzenlenirse,

$$\dot{V} \leq -\|j\|^2 + \frac{\rho^2(\|j\|) \|j\|^2}{4 k_n}, \quad (48)$$

elde edilir. (48) no'lu denklem tekrar düzenlenecek olursa,

$$\dot{V} \leq -\left[1 - \frac{\rho^2(\|j\|)}{4 k_n}\right] \|j\|^2, \quad (49)$$

olarak yazılabilir. Denklem (49)'dan da anlaşılacağı gibi denetleyici kazancı

$$k_n > \frac{\rho^2(\|s\|)}{4}, \quad (50)$$

olacak şekilde seçildiğinde,  $\psi$  pozitif bir skaler olmak üzere, fonksiyonun zamana bağlı türevi,

$$\dot{V} \leq -\psi \|j\|^2, \quad k_n > \frac{\rho^2(\|s\|)}{4}, \quad (51)$$

şeklinde daha da sınırlanabilir. Ayrıca Denklem (51)'den açıkça görülmektedir ki  $k_n$  teriminin seçimi aşağıdaki gibi

$$\dot{V} \leq -\psi \|j\|^2, \quad k_n > \frac{\rho^2(\|j\|)}{4}, \quad (52)$$

biçiminde de yapılabilir. Denklem (51)'de  $s$  değişkeni yerine Denklem (45)'de verilen değeri yerleştirilirse, lyapunov aday fonksiyonunun zamana bağlı türevi,

$$\dot{V} \leq -\psi \|j\|^2, \quad k_n > \frac{1}{4} \rho^2\left(\sqrt{\frac{V(t)}{\lambda_1}}\right) \quad (53)$$

$$\dot{V} \leq -\psi \|j\|^2, \quad k_n > \frac{1}{4} \rho^2\left(\sqrt{\frac{V(0)}{\lambda_1}}\right) \quad (54)$$

$$\dot{V} \leq -\psi \|j\|^2, \quad k_n > \frac{1}{4} \rho^2\left(\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \|s(0)\|\right) \quad (55)$$

şeklinde başlangıç koşullarına bağlı olarak üstten sınırlandırılmış olur. Denklem (44) ve (55)'den görüldüğü üzere seçmiş olduğumuz  $V$  skaler fonksiyonumuz, pozitif tanımlı ve türevi azalan olduğu için sınırlandırılabilir bir fonksiyondur yani  $V \in \ell_\infty$ . İçerdiği her eleman ayrı ayrı pozitif oldukları ve birbirlerini negatiflikleri ile sönmölendiremeyecekleri için de her biri ayrı ayrı sınırlandırılabilir sinyallerdir, yani,

$j(t), e(t), e_f(t), r_f(t), \eta(t)$  terimlerinin sınırlı olmasından dolayı, Denklem (12)'de verilen tanım gereği  $\dot{e} \in \ell_\infty$  olduğu gözlenebilir. Türevi sınırlandırılabilen bir sinyalin düzgün sürekli olma zorunluluğundan dolayı,  $e(t)$  hata sinyali, düzgün olarak sürekli bir fonksiyondur. Denklem (55)'ün her iki tarafı integre edilip,  $V$ 'nin sınırlanabilir olmasından yararlanırsak Denklem (22)'de tanımlanan  $j$  sinyalinin integralinin karekökünün sınırlanabilir bir fonksiyon olduğunu da ispatlayabiliriz. Dolayısı ile hata sinyali  $e(t)$ 'nin integralinin karekökü de sınırlanabilir, yani  $e \in \ell_2$  dir. Bütün bu verileri topladığımızda elimizdeki hata sinyalinin düzgün sürekli ve  $e \in \ell_2 \cap \ell_\infty$  olduğu ispatlanmış olur. Bu nedenle de Barbalat önermesinin[32] direkt uygulamasından  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$  ifadesinin doğruluğu da ispatlanmış olur. Standart sinyal izleme yöntemleri kullanılarak tasarlanan denetim sinyali ifadesinin de sınırlı olduğu görülebilir; yani  $u \in \ell_\infty$  olmaktadır. Özetle, (2) ile temsil edilen sistemler (23)'de önerilmiş olan denetleme sinyali ile kontrol edildiğinde oluşan kapalı döngü sistemde bulunan bütün sinyaller sınırlı kalıp (kararlılık kriteri), (4) ile tanımlanan pozisyon hata sinyali de Teorem'de iddia edildiği gibi düzgün-sürekli ve yarı-küresel asimptotik olarak sifıra yakınsayacaktır (performans kriteri). Buna göre tasarlanan sistem kararlıdır ve Teorem'de öne sürülen kontrol performansına ulaşılmıştır. ■

## 5. Sonuç

Bu çalışmamızda, Lyapunov benzeri kararlılık analizi yönteminin yararlanılarak çıkış geri beslemeli doğrusal olmayan PI tipi bir denetim sistemi tasarlanmıştır. Denklem (23)'de verilmiş olan kontrol sinyali detaylı olarak incelenecek olursa, temelde  $\eta(t)$  filtrelendirilmiş hata sinyaline bağlı PI tipi bir denetleyici olduğu gözlemlenebilir. Tasarlanan denetim sinyalinde sunulan  $-(k_1 + 1)$ ,  $r_f(t)$  'ye göre  $P$  oransal kazanç katsayısı olarak düşünülebilir.  $k_i$ ,  $I$  integral kazanç katsayısı ve  $\beta \tanh(e + e_f) + (k_i + 1)e$  ifadesi de ileri besleme terimi olarak nitelendirilebilir. Literatürde doğrusal olmayan ve belirsizlik içeren sistemlerin kontrolünü amaçlayan pek çok çalışma olmakla beraber, burada önerilen kontrol sisteminin yapılan diğer PI tipi çalışmalara göre üstünlüğü, sistemle ilgili daha az sınırlamaya gerek duyması ve uygulanan kontrol sinyalinde herhangi bir süreksizlik olmamasıdır. Öte yandan, yapılan analize göre, Denklem (29)'da tanıtılmış olan

$k$  kazanç sabiti yüksek değerler ihtiva etmektedir. Bu nedenle teorik olarak yüksek kazanç denetleme yapısına benzetilebilir. İleri aşamalarda, analiz sırasında ortaya çıkan bu dezavantajı gidermeye yönelik çalışmalar yapılarak önerilen yöntem geliştirilmeye çalışılacaktır.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma, Kariyer 104E061 numaralı proje kapsamında TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir. Teşekkür ederiz.

## 7. Kaynakça

- [1] M. Krstic, I. Kanellakopoulos ve P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, New York: Wiley, 1995.
- [2] S. Sastry ve M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [3] W. Messner, R. Horowitz, W. W. Kao ve M. Boals, "A new Adaptive Learning Rule," *IEEE Trans. on Automatic Control*, cilt: 36, s: 188–197, Şubat 1991.
- [4] W. E. Dixon, E. Zergeroğlu, D. M. Dawson ve B. T. Costic, "Repetitive Learning Control: A Lyapunov-Based Approach," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Kısım B: Cybernetics, cilt: 32, No: 4, s: 538–545, Ağustos 2002.
- [5] J. J. Slotine ve W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Upper Saddle River, Prentice-Hall, 1991.
- [6] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, New York: Springer-Verlag, 1992.
- [7] Z. Qu, *Robust Control of Nonlinear Uncertain Systems*, New York: Wiley, 1998.
- [8] H. Berguis ve H. Nijmeijer, "A Passivity Approach to Controller-Observer design for Robots," *IEEE Trans. Robotics and Automation* 9 No. 6, 740-754 (1993).
- [9] I. Burkov, "Asymptotic Stabilization of Nonlinear Lagrangian Systems without Measuring Velocities," *Proc. of the Int. Symp. Active Control in Mech. Engg.*, Lyon, France (1993)
- [10] R. Kelly, "A Simple Set-Point Robot Controller by Using Only Position Measurements," *Proc. IFAC World Congress, Sydney, Australia* (July, 1993) pp. 173-173.
- [11] S. Arimoto, V. Parra-Vega ve T. Naniva, "A Class of Linear Velocity Observers for Nonlinear Mechanical Systems," *Proc. of the Asian Control Conf.*, Tokyo, Japan (1994) pp. 633-636.
- [12] R. Ortega, A. Loria ve R. Kelly, "A Semiglobally Stable Output Feedback  $PI^2D$  Regulator for Robot Manipulators," *IEEE Trans. Automatic Control* 40, No 8, 1432-1436 (1995).
- [13] R. Colbaugh, E. Barany ve K. Glass, "Global Regulation of Uncertain Manipulators using Bounded Controls," *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Albuquerque, NM (April, 1997) pp 1148-1155.
- [14] S. Y. Lim, D. M. Dawson ve K. Anderson, "Re-Examining the Nicosia-Tomei Robot Observer-Controller from a Backstepping Perspective," *IEEE Trans on Control Systems Technology* 4, N.3, 304-310 (1996)
- [15] C. Canudas de Wit ve N. Fixot, "Robot Control Via Robust Estimated State Feedback," *IEEE Trans. Automatic Control* 36 No. 12 1497- 1501 (1991).
- [16] C. Canudas de Wit ve N. Fixot, "Adaptive Control of Robot Manipulators via Velocity Estimated Feedback," *IEEE Trans. Automatic Control* 37 No. 8 1234-1237 (1992).
- [17] C. Canudas de Wit ve J. Slotine, "Sliding Observers for Robot Manipulators," *Automatica* 27, No. 5 859-864 (1991)
- [18] H. Berghuis ve H. Nijmeijer, "Robust Control of Robots via Linear Estimated State Feedback," *IEEE Trans. Automatic Control* 39 No. 10 2159-2162 (1994).
- [19] Z. Qu, D. Dawson, J. Dorsey ve J. Duffie, "Robust Estimation and Control of Robotic Manipulators," *Robotica* 13 Part 3, 223-231 (1995)
- [20] J. Yuan ve Y. Stepanenko, "Robust Control of Robotic Manipulators without Velocity Measurements," *Int. J. Robust and Nonlinear Control* 1, 203-213 (1991)
- [21] T. Burg, D. Dawson ve P. Vedagarpha, "A Redesign DCAL Controller Without Velocity Measurements: Theory and Demonstration," *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, Lake Bueno Vista, FL (Dec. 1994 ) pp 824-828.
- [22] T. Burg, D. Dawson, J. Hu ve M. de Queiroz, "An Adaptive Partial State Feedback Controller for RLED Robot Manipulators," *IEEE Trans. On Automatic Control* 41, No. 7, 1024-1031 (1996).
- [23] K. Kaneko ve R. Horowitz, "Repetitive and Adaptive Control of Robot Manipulators via Velocity Estimation," *IEEE Trans. Robotics and Automation* 13 No.2, 204-217 (1997)
- [24] E. Zergeroglu, W. E. Dixon, D. Haste ve D. M. Dawson, "A Composite Adaptive Output Feedback Tracking Controller for Robotic Manipulators," *Robotica* 17, Part 6 591-600 (1999)
- [25] A. Loria, "Global Tracking Control of One Degree of Freedom Euler-Lagrange Systems Without Velocity Measurements," *European J. of Control* 2, No. 2 144-151 (1996)
- [26] F. Zhang, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz ve W.E. Dixon, "Global Adaptive Output Feedback Tracking Control of Robot Manipulators," *IEEE Trans. Automatic Control* 45, No. 6, 1203-1208 (2000).
- [27] E. Zergeroglu, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz ve M. Krstic, "On Global Output Feedback Control of Robot Manipulators," *IEEE Int. Conf. on Decision*, Sydney, Australia (Oct. 17-19, 2000) pp. 5073-5078.
- [28] W. E. Dixon, E. Zergeroglu ve D. M. Dawson "Global Robust Output Feedback Tracking Control of Robot Manipulators," *Robotica* 22, 351-357 (2004)
- [29] R. Ortega, A. Astolfi, N. E. Barbanov, "Nonlinear PI Control of Uncertain Systems: An Alternative to Parameter Adaptation," *Systems and Control Letters*, cilt: 47, s: 259–278, 2002.
- [30] B. Xian, D. M. Dawson, M. S. de Queiroz ve J. Chen, "A Continuous Asymptotic Tracking Control Strategy for Uncertain Nonlinear Systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, cilt: 49, No: 7, s: 1206–1211, Temmuz 2004.
- [31] F. Lewis, C. Abdallah ve D. Dawson, *Control of Robot Manipulators* (New York: MacMillan Publishing Co. , 1993 ).
- [32] N. Sadegh ve R. Horowitz, "Stability and Robustness Analysis of a Class of Adaptive Controller for Robotic Manipulators," *International Journal of Robotic Research*, Vol. 9, No. 9 s: 74-92, Haziran 1990.





## Bir Biyoreaktör Sisteminin Gürbüz Nörokontrolü

Başak Ünal<sup>1</sup> ve Mehmet Önder Efe<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makina Mühendisliği Bölümü

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Söğütözü, Ankara  
bunal@etu.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü

TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Söğütözü, Ankara  
onderefe@etu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada literatürde bazı çalışmalara konu olmuş biyoreaktör kontrol problemi ele alınmıştır. Çalışmada sistem parametrelerinin sıcaklıkla değişim gösterdiği durum ele alınmış, nominal sistem için daha önce geliştirilen nonlinear kontrolörün kararsız olduğu, sayısal gözlemlere dayanarak türetilen bir nörokontrolör ile sistemin durum değişkenlerinin belirli bir sıcaklık aralığı için istenen değerlere yönlendirilebildiği gösterilmiştir.

### 1. Giriş

Nonlinear sistemlerin kontrolü sistem dinamiğindeki nonlinear terimlerin ve bu terimlerin davranışa etkilerinin iyi anlaşılmasını gerektirir ve kimi zaman kesinsizliklerin ve bozucu etmenlerin de etkisiyle son derece karmaşık bir problem tanımı ortaya çıkar. Kimyasal süreçleri ifade eden modeller çoğunlukla nonlinear modellerdir ve kontrol sistemi tasarımında bahsedilen güçlükleri barındırırlar. Geçmişte PID tipinde kontrolörler bu alanda yaygın biçimde kullanılmış olsa da [1], yeni teknolojilerin ortaya çıkması ve performans beklentilerinin yükselmesi araştırmacı ve tasarımcıları yeni arayışlara yönlendirmiştir.

Süreç kontrolünde giderek popüler olan bir yaklaşım da algoritmik tekniklerin mantıksal çıkarım ve buluşsal teknikler ile harmanlanmasıdır. Bu tip sistemler akıllı kontrol sistemleri olarak bilinmektedir. Kontrol problemlerinde geniş uygulama alanı bulan bulanık mantık, yapay sinir ağları ve genetik algoritmalar gibi teknikler klasik yapay zeka kavramlarından türetilmişlerdir ve değişen çalışma şartlarına uyarlabilirlik özelliklerinden dolayı bu yöntemlere dayalı nonlinear kontrol sistemleri klasik yöntemlere nazaran daha iyi sonuçlar verebilmektedir, [2].

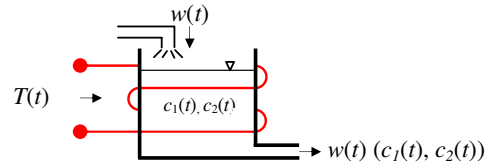
Bildiride ele alınan biyoreaktör kontrol probleminin nominal hali geçmişte bazı çalışmalara konu olmuştur. Hücre miktarının istenen bir değerde tutulmasını gösteren [3] kaynağında geribeslemeli kontrol ile hücre gelişimini betimleyen denklem birinci dereceden bir ifadeye dönüştürülmüştür. Ardından kullanılan bir YSA ile sistem modelindeki bir nonlinear fonksiyon gerçekleştirilmiş ve bir referans modelin öngördüğü çıkış değerleri elde edilmiştir. Puskirous ve Feldkamp ise aynı nominal model üzerinde YSA kullanımının etkinliğini incelemiş ve kararlı bölgeki bir çalışma noktasından kararsız bölgedeki bir çalışma noktasına YSA tabanlı bir kontrolör ile geçişi göstermiştir, [4]. Brengel

ve Seider ise [5] kaynağında tahminli kontrol kuramına dayanan bir çok-adımlı kontrolör tasarlamış ve tasarımı bu çalışmada ele alınan sistem modeline benzer bir model üzerinde doğrulamıştır. Aynı çalışmada azami hücre miktarı sergileyen çalışma koşullarının tercih edilirliliği vurgulanmış ve bu koşulların periyodik yörüngelerden uzak olmasının da istenen bir durum olduğu belirtilmiştir. Anderson ve Miller, bu çalışmada nominal modele denk düşen modelin dahi oldukça zengin bir dinamik yapıya sahip olduğunu ifade etmekte ve besin miktarında herhangi bir kararsızlığa mahal vermeksizin istenen hücre miktarının sağlanmasını dikkate değer bir kontrol problemi olarak addetmektedir, [6]. Açık ki bahsi geçen çalışmalarda vurgulanan gerçeklik biyoreaktör kontrol probleminde yeni yaklaşımların denenmesi ve tartışılması hususunda araştırmacıları motive etmektedir.

Bu çalışmanın 2. bölümünde çalışmaya konu olan biyoreaktör sistemi incelenmiş ve nominal sistemin elde edildiği koşullar verilmiştir. 3. bölümde nominal modele dayalı, [3] kaynağında ele alınan model dayanaklı kontrol yönteminin mevcut çalışma koşullarında iyi neticeler vermediği gösterilmiş, 4. bölümde kontrolörün ileri yönlü yapay sinir ağları ile nümerik verilere dayanarak elde edilmesi ve simülasyonu aktarılmış ve 5. bölümde ise sonuçlar verilmiştir.

### 2. Biyoreaktör Sistemi

Biyoreaktör sistemi Şekil 1'de de gösterildiği gibi besin ve hücrelerin su içerisinde karışımından müteşekkil, dış ortamdan saf su ile seyreltilen ve atık yoluyla reaksiyon hacminin sabit tutulduğu nonlinear bir sistemdir. Ungar [7] tarafından tanımlanan biyoreaktör denektaşı<sup>1</sup> problemi (1)-(2) denklemleri ile verilmektedir.



Şekil 1: Reaksiyon tankı.

<sup>1</sup> İng. benchmark



$$\dot{c}_1 = -c_1 w + c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma_n} \quad (1)$$

$$\dot{c}_2 = -c_2 w + c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma_n} \frac{1 + \beta_n}{1 + \beta_n - c_2} \quad (2)$$

Reaksiyon tankı içerisinde yer alan hücre miktarı  $c_1$ , besin miktarı  $c_2$  değişkenleri ile gösterilmektedir. Tanka saf su ilave edilirken tank içerisindeki karışım belli bir oranda tahliye edilmektedir ve bu işlemde katılan ve ayrılan sıvı debisi aynı olup  $w$  değişkeni ile gösterilmektedir. Modelde nominal besin inhibasyonu  $\gamma_n=0.48$  ve nominal büyüme oranı  $\beta_n=0.02$  ile verilmektedir. Kontrol problemi ise  $w$  değişkenini izin verilen sınırlar içerisinde değiştirerek reaksiyon tankı içerisinde istenen bir hücre düzeyini sürdürebilmektir.

Bu çalışmada, besin inhibasyonu değişkeninin ( $\gamma$ ) ve büyüme oranı parametresinin ( $\beta$ ) ortam sıcaklığına göre değişim gösterdiği durum incelenmektedir. Bu değişikliklerle birlikte sistemi betimleyen denklemler aşağıdaki gibi olur.

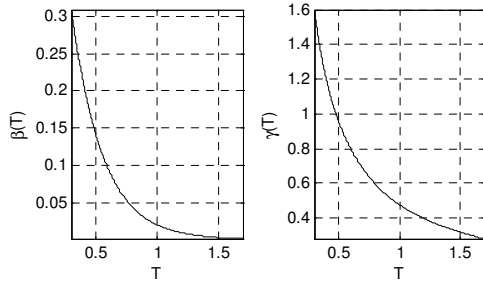
$$\dot{c}_1 = -c_1 w + c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma(T)} \quad (3)$$

$$\dot{c}_2 = -c_2 w + c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma(T)} \frac{1 + \beta(T)}{1 + \beta(T) - c_2} \quad (4)$$

$T$  ile verilen normalize edilmiş sıcaklık değişkeni zamanla değişmektedir ve sistem parametrelerinin bu değişkene bağlılığı aşağıdaki gibidir.

$$\gamma(T(t)) = \frac{\gamma_n}{T(t)} \text{ ve } \beta(T(t)) = \beta_n^{T(t)} \quad (5)$$

Dikkat edilmelidir ki  $T = 1$  olduğu duruma karşı düşen model nominal modeldir ve daha önce [3-4,7] kaynaklarında ele alınmıştır. Şekil 2’de parametrelerin sıcaklıktan nasıl etkilendikleri gösterilmektedir.



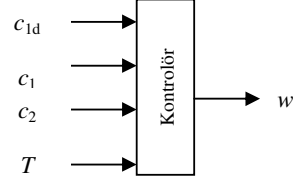
Şekil 2: Sıcaklığın parametreler üzerindeki etkisi.

Bir işletim çevrimi esnasında sıcaklığın 0.3 ile 1.7 arasında değişebileceği, durum değişkenleri ve kontrol girdisinin ise (6) ile verilen koşulları sağlaması gerektiği vurgulanmalıdır.

$$\begin{aligned} 0 < c_1, c_2 < 1 \\ 0 < w < 4 \end{aligned} \quad (6)$$

Nominal modelin kararlı durumlarından birisi  $c_1 = 0.1207$ ,  $c_2 = 0.8801$  ve  $w = 0.7500$ , olarak tanımlanmaktadır. Ungar bu sistemin diğer denge durumları ve bunların kararlılık

özelliklerini detaylı olarak vermektedir. Bu çalışmada, sistemin yukarıda verilen denge durumu etrafında, değişen sıcaklık koşulları altında kontrolü ele alınmaktadır. Şekil 3’te kontrolör ve sistem giriş ve çıkış değişkenleri görülmektedir. Şekilden de görüldüğü üzere kontrolör çıktısı debidir ve amaç, arzu edilen hücre miktarını sürdürecektir debinin saptanmasıdır.



Şekil 3: Kontrolör ve sistem giriş-çıkışları.

### 3. Model Dayanaklı Kontrol, [3]

Biyoreaktör kontrol problemi için daha önce önerilen kontrol kuralı (7) ile verilmektedir.

$$w = \frac{f + c_1 - c_{1d}}{c_1}, \quad f = c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma_n} \quad (7)$$

Bu kuralda istenen hücre düzeyi  $c_{1d}$  ile gösterilmektedir ve nominal sistem için kapalı çevrimde (8)-(9) denklemleri ile ifade edilir. Bu sistemin istenen hücre düzeyini sürdürürken kararlı bir besin gelişimi gösterdiği [3] kaynağında bulunabilir.

$$\dot{c}_1 = -c_1 + c_{1d} \quad (8)$$

$$\dot{c}_2 = -c_2 \frac{f + c_1 - c_{1d}}{c_1} + f \frac{1 + \beta_n}{1 + \beta_n - c_2} \quad (9)$$

(7) ifadesiyle verilen kontrol kuralı, (3)-(4) ile verilen ve sıcaklık değişimlerinden etkilenen sistem dinamiğinde yerine yazılırsa (10)-(11) ile verilen ifadelerle ulaşılacaktır.

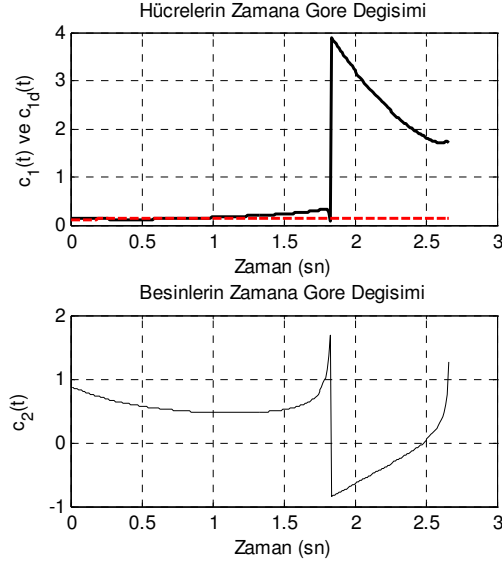
$$\dot{c}_1 = -c_1 + c_{1d} - c_1 (1 - c_2) \left( e^{c_2 / \gamma_n} - e^{c_2 / \gamma(T)} \right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{c}_2 = -c_2 \frac{c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma_n} + c_1 - c_{1d}}{c_1} + \\ c_1 (1 - c_2) e^{c_2 / \gamma(T)} \frac{1 + \beta(T)}{1 + \beta(T) - c_2} \end{aligned} \quad (11)$$

Nominal sistem modeline bakılarak belirlenen ve (7) ile verilen kontrol kuralı, kapalı çevrimde Şekil 4’te gösterilen kararsız sonucu üretmektedir.

Şekle göre hücre düzeyi hızla artmakta ve (6) ile verilen kısıtlar ihlal edilmekte ve herhangi bir yaklaşma gözlemlenmemektedir. Bu netice, mevcut bildirideki çalışmanın temel motivasyonunu teşkil etmektedir. Biyoreaktör sisteminin çıkışları (durum değişkenleri) ve sistem girdileri ölçülebilmektedir ve bu ölçümlerin

kullanımıyla sıcaklık değişimlerine karşı gürbüz bir kontrolör tasarlanması amaçlanmaktadır.



Şekil 4: Model dayanaklı kontrol tekniği için elde edilen sonuçlar.

#### 4. Nörokontrolör Tasarımı

Yapay Sinir Ağlarının<sup>2</sup> (YSA) karmaşık eşleştirmeleri başarıyla gerçekleştirebildikleri artık iyi bilinen bir gerçektir. Beynin bağlaşım yapısının taklidi gayretleriyle geliştirilen birçok sinir ağı yapısı bugün gerek inge ve video işlemede, gerek finans uygulamalarında, gerekse biyomedikal mühendisliğinde başarıyla uygulanmaktadır. Sistem ve kontrol mühendisliği pratiği de YSA yapılarının bu etkinliğinden birçok problemde başarıyla yararlanmıştır, [8-10].

Burada ele alınan problem için kontrolör tasarımının ilk adımı eğitim verileri kümesini oluşturmaktır. Bu maksatla gerçek sistemden veri toplama işlemini simüle etmek için (3)-(4) denklemleri  $\Delta = 0.01$  saniye aralığında ayrıklaştırılmış ve (6) ifadesindeki koşulları sağlayan başlangıç değerleri için sistemin bir sonraki cevabı hesaplanmıştır. Mevcut durum, girdi ve sıcaklık değerlerinin neden olduğu yeni değerler türeve birinci dereceden Euler yaklaşımı ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$c_1(k+1) = c_1(k) + \Delta(-c_1(k)w(k) + c_1(k)(1-c_2(k))e^{c_2(k)/T(k)}) \quad (12)$$

$$c_2(k+1) = c_2(k) + \Delta(-c_2(k)w(k) + c_1(k) \times (1-c_2(k))e^{c_2(k)/T(k)} \frac{1+\beta(T(k))}{1+\beta(T(k))-c_2(k)}) \quad (13)$$

$c_1(k+1)$  değeri  $c_1(t)$  değişkeninin  $t = (k+1)\Delta$  saniye anındaki değerini gösterir. Bu ifadelerin rastgele seçilen 1000 adet farklı başlangıç koşulu için çalıştırılması ile eğitim verileri kümesi elde edilmiştir. Bu durum (14) ifadesinde verilmiştir.

$$\begin{pmatrix} c_1(k) \\ c_2(k) \\ w(k) \\ T(k) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Ayrık} \\ \text{Sistem} \\ \text{Dinamiği} \\ (12)-(13) \end{matrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} c_1(k+1) \\ c_2(k+1) \end{pmatrix} \quad (14)$$

Yukarıdaki ifade şöyle okunmalıdır. Durum değişkenleri, giriş debisi ve sıcaklık biliniyorsa durum değişkenlerinin bir sonraki değeri hesaplanabilir. Sistem dinamiği  $k$  anındaki durumu  $k+1$  anındaki duruma taşıyan eşleştirmedir. Aynı verileri bir nörokontrolör tasarımında kullanabilmek için (15) ifadesindeki eşleştirmeyi ele alalım.

$$\begin{pmatrix} c_1(k+1) \\ c_1(k) \\ c_2(k) \\ T(k) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \text{Nöro} \\ \text{Kontrolör} \end{matrix} \Rightarrow w(k) \quad (15)$$

Bu ifadede nörokontrolör,  $k$  anındaki durum bilgisini  $k+1$  anı için verilen bir değere eşleştirecek  $w$  değerini üretecektir. Besin miktarının hücre miktarını karşılayacak seviyede olması yeterlidir ve besinlerin sınırlı gelişmesi istenmektedir. Bu nedenle kontrolöre sadece hücre miktarının istenen değeri uygulanmaktadır. Bu ifadelerle göre Şekil 3'te verilen nörokontrolör elde edilecektir. Kontrolör, şekilde de görüldüğü üzere 4 girişli bir çıkışlı bir YSA'dan ibarettir.

Nörokontrolör 4-10-1 yapısındadır ve gizli katmanda hiperbolik tanjant tipinde aktivasyon fonksiyonları, çıkış katmanında ise lineer nöronlar vardır. Nörokontrolör parametreleri Levenberg-Marquardt (LM) algoritmasıyla uyarlanmıştır.

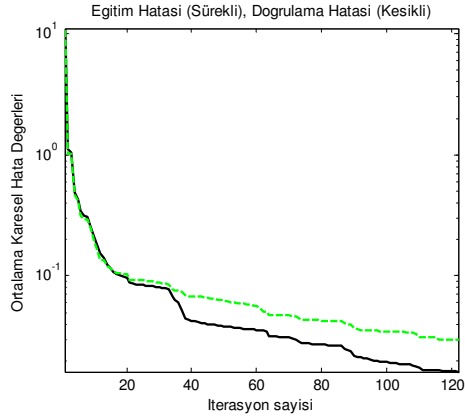
Levenberg-Marquardt tekniği, eğim düşümü<sup>3</sup> yöntemiyle Newton yöntemi arasında bir denge algoritmasıdır, [11], ve bu algoritmayla parametre güncelleme kuralı (16) denkleminde verilmiştir.

$$\phi \leftarrow \phi + (\mu I + J^T J)^{-1} J^T e \quad (16)$$

Burada  $\phi$  uyarlanacak parametre vektörünü,  $J$ , Jakobiyen matrisini,  $e$  de çıkış hataları vektörünü simgeler. Ezberlemeye engel olmak maksadıyla eğitim verilerinin dışında 400 adet doğrulama verisi üretilmiş ve nörokontrolör eğitimi Matlab ortamında gerçekleştirilmiştir. Eğitim esnasında Şekil 5'te gösterilen ortalama karesel hatalar gözlemlenmiştir. Şekilde eğitim verileri için gözlenen eğri sürekli, doğrulama verileri için gözlenen eğri ise kesikli çizgilerle çizilmiştir. 121. adımda eğitim, doğrulama hatasının artma eğilimi göstermesi dolayısıyla durmuş ve nörokontrolör parametreleri kaydedilmiştir.

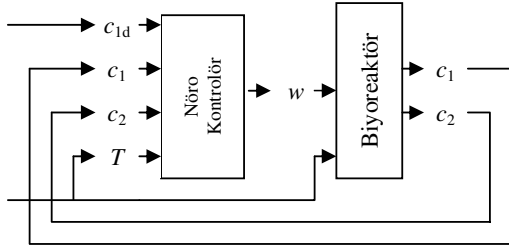
<sup>2</sup> İng. Artificial Neural Networks

<sup>3</sup> İng. Gradient Descent



Şekil 5: Eğitim ve doğrulama hatalarının değişimi

Elde edilen nörokontrolörün kapalı çevrimde kullanımı Şekil 6'da gösterilmiştir. Bu blok diyagrama göre istenen hücre düzeyinin sürekli olduğu ve ani değişiklikler sergilediği durumları incelemek üzere iki farklı benzetim çalışması yürütülmüştür. Her iki çalışmada da biyoreaktör kararlı durum etrafında çalıştırılmıştır.

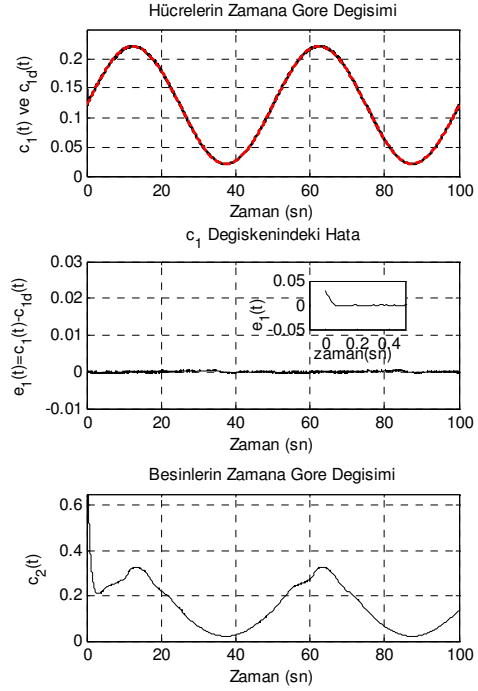


Şekil 6: Geribeslemeli çevrim blok diyagramı.

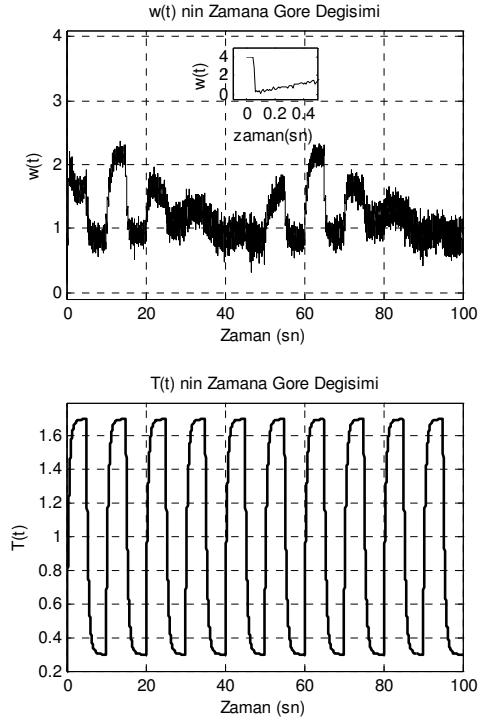
İlk denemelerde sıcaklığın ani değişiklikler gösterdiği çalışma koşulları denenmiş, başarılı sonuçlar alınmış ancak bu duruma dair sonuçlar sıcaklığın ani değişiklikler gösteremeyeceği dolayısıyla burada sunulmamıştır. Bu çalışmada sıcaklık değişkeni fiziksel gerçekliğe yakın olması için birinci dereceden bir sistem üzerinden elde edilmiş ve izin verilen sınırlar içerisindeki değişimleri göz önüne alınmıştır.

İlk deneyde  $c_{1d}(t) = 0.1207 + 0.1 \sin(2\pi t/50)$  şeklinde seçilen referans sinyali için Şekil 7'de en üstte verilen netice elde edilmiştir. Açıkça görülmektedir ki sistem çıkışı istenen hücre miktarını yakından takip etmektedir. Bu iki eğrinin arasındaki fark aynı şeklin ikinci alt şeklinde gösterilmiştir. Hatanın sıfıra çok yakın olması ve pencere grafikte de görüldüğü üzere başlangıçtaki geçici rejimin hızla yakınsaması bu tipte bir referans sinyali için nörokontrolörün yeterince iyi performans sergilediği, en alt şekilde de görüldüğü üzere besin gelişiminde herhangi bir kararsızlığa mahal vermediği gözlemlenmektedir.

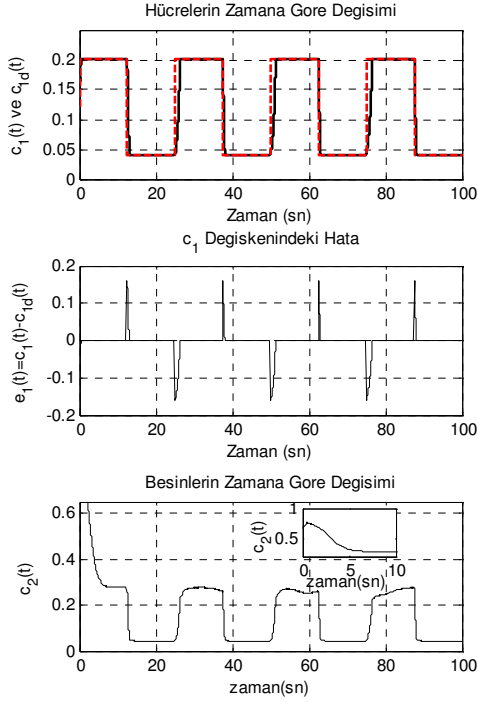
Sistemin beklenen düzeydeki hücre miktarında kalması için gerekli olan debinin (kontrol sinyali,  $w$ ) zamana bağlı değişimi ise Şekil 8'de görülmektedir. Debinin; sıcaklık, besin ve hücre değişimlerine karşı çok hızlı cevap verdiği, bunun gözlem gürültüsünden kaynaklandığı fiziksel uygulanabilirlik açısından bir dezavantaj teşkil ettiği de vurgulanmalıdır.



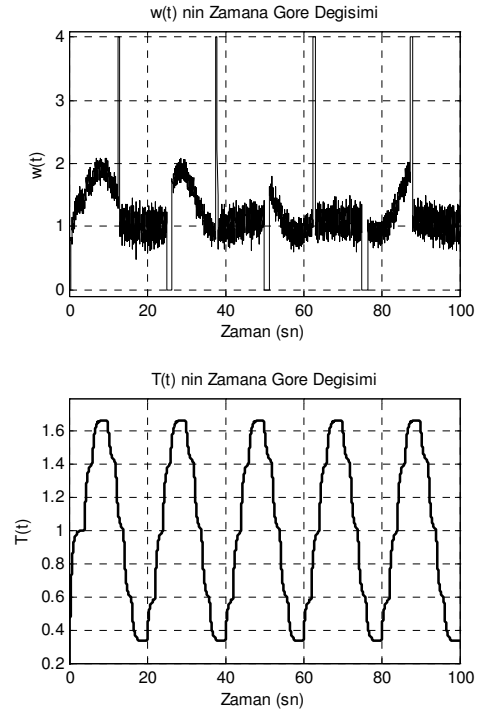
Şekil 7: Sinüzoidal referans sinyali için elde edilen sonuçlar: durum değişkenleri ve izleme hatası.



Şekil 8: Sinüzoidal referans sinyali için elde edilen kontrol sinyali ve sıcaklığın zamanla değişimi.



Şekil 9: Basamak biçimli referans sinyali için elde edilen sonuçlar: durum değişkenleri ve izleme hatası.



Şekil 10: Basamak biçimli referans sinyali için elde edilen kontrol sinyali ve sıcaklığın zamanla değişimi.

Benzetimlerin ikinci kısmında hızlı geçişli bir referans sinyali kullanılmış ve Şekil 9'da üstte verilen hücre gelişimi cevabı elde edilmiştir. Bu duruma ait referans sinyali  $c_{1d}(t) = 0.1207 + 0.08 \text{sgn}(\sin(2\pi t/25))$  ile verilmektedir ve ana amaç, kontrol sisteminin basamak gibi şok değişimlere karşı kararlılığını ve performansını koruyabildiğini görmektir. Aynı şeklin altında izleme hatası gösterilmekte ve geçiş anlarındaki yakınsaklık daha açık görülebilmektedir. En alt grafik ise besin miktarının sınırlı gelişim gösterdiğini ve başlangıç anında gerçekleşen geçici rejimin de yakınsak olduğunu ifade etmektedir.

Şekil 10'da ise bu duruma dair üretilen kontrol sinyali ve sıcaklığın zamana göre değişimi gösterilmiştir. Kontrol sinyali gözlem gürültüsünden dolayı hızlı değişimler içermekte ve istenen limitler içerisinde kalmaktadır.  $T(t)$  değişkeninin frekansı bilinçli olarak referans girdisinin frekansından farklı bir değere atanmış, böylelikle nörokontrolörün mümkün olduğunca farklı rejimlerde sağladığı izleme performansını göstermek mümkün olmuştur.

Çalışma koşullarını çeşitlemek mümkündür ancak elde edilen sonuçlar, nümerik verilerle elde edilen YSA tabanlı bir kontrolörün nominal modelden sapmalar meydana geldiğinde nonlinear kontrolörün (Bkz (7)) sürdüremediği hücre düzeyini, performans ve kararlılık ölçütlerini zorlamadan sağlayabildiği gözlemlenmiştir.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada literatürde daha önce ele alınmış bir biyokimyasal sürecin geribeslemeli kontrolü üzerinde durulmaktadır. Süreç iki adet nonlinear diferansiyel denklem ile ifade edilmektedir ve iki adet durum değişkeni vardır. Buna rağmen oldukça zengin bir dinamik davranış zenginliği sergileyen biyoreaktör sistemi, bir denektaş problemi olarak takdim edilmiş ve araştırmacıların ilgisini çekmiştir.

Yapay sinir ağları birçok alanda başarılı neticeler rapor eden uygulamalarla ismini duyurmuş, hassas yaklaştırma, çok parametrelili ve karmaşık veri kümelerindeki gizli ilişkileri ortaya çıkarabilme ve basit yapısal özellikleri dolayısıyla araştırmacıların zaman hasrettiği bir yaklaşım olmuştur. Bu çalışmada, biyoreaktör sisteminin sıcaklıkla etkilendiği durum ele alınmış ve daha önce önerilen nonlinear kontrol kuralının başarılı sonuçlar vermediği gösterilmiştir. Bu motivasyonla gerçek sisteme tekabül ettiği düşünülen ve parametreleri değişkenlik gösteren sistemden nümerik veriler toplanmış ve iki farklı referans sinyali için sistem performansı incelenmiştir.

Elde edilen sonuçlara göre sunulan çalışmanın olumlu yönleri şöyle özetlenebilir:

- Nörokontrolör çok küçük izleme hataları ile istenen hücre düzeyinin sürdürülebilmesini mümkün kılmaktadır.
- Referans sinyalindeki ani değişimleri hızla bertaraf edilebilmektedir.
- Nörokontrolör eğitiminin hızlı yapılabilmesi prototipleme anlamında olumlu bir neticedir.
- Reaksiyon tankı içerisindeki besin miktarı istenen sınırlar içerisinde gelişim göstermektedir.
- Kontrol sinyali istenen sınırlar içerisinde gelişim göstermektedir.

Aynı sonuçlara göre sunulan çalışmanın olumsuz yönleri ise şunlardır:

- Kapalı çevrim sisteminin kararlılık analizi nörokontrolörün getirdiği nonlineer etkinin karmaşık olmasından dolayı yapılamamaktadır
- Üretilen kontrol sinyalleri gürültüden olumsuz etkilenmektedir bu nedenle kontrol sinyalinde hızlı değişimler gözlenmekte, uygulamada bu değişimleri sağlayabilecek hızlı eyleyici ihtiyacını doğurmaktadır.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi ETÜ - BAP 2006 / 04 kodlu proje tarafından desteklenmiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] B.W. Bequette, "Process Control," Prentice Hall, 2002.
- [2] J.-S.R. Jang, C.-T. Sun, E. Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing, PTR Prentice-Hall, 1997.
- [3] M.Ö. Efe, E. Abadoğlu, O. Kaynak, "A Novel Analysis and Design of a Neural Network Assisted Nonlinear Controller for a Bioreactor," Int. Journal of Robust and Nonlinear Control, v.9, no.11, pp.799-815, 1999.
- [4] G.V. Puskorius, L.A. Feldkamp, "Neurocontrol of Nonlinear Dynamical Systems with Kalman Filter Trained Recurrent Networks," IEEE Trans. on Neural Networks, v.5, n.2, pp.279-297, 1994.
- [5] D.D. Brengel, W.D. Seider, "Multistep Nonlinear Predictive Controller," Ind. Eng. Chem. Res., v.28, pp.1812-1822, 1989.
- [6] C.W. Anderson, W.T. Miller III, "Challenging Control Problems," Neural Networks for Control, W.T. Miller III, R. S. Sutton, P. J. Werbos, Eds, MIT Press, pp.475-510, 1990.
- [7] L.H. Ungar, "A Bioreactor Benchmark for Adaptive-Network Based Process Control," Neural Networks for Control, W.T. Miller III, R. S. Sutton, P.J. Werbos, Eds, MIT Press, pp.387-402 1990.
- [8] Y.H. Hu, J.-N. Hwang, Eds. "Handbook of Neural Network Signal Processing," CRC Press, 2001.
- [9] P.J.G. Lisboa, E.C. Ifeachor, P.S. Szczepaniak (Eds.) "Artificial Neural Networks in Biomedicine," Springer, 2000.
- [10] F.N Chowdhury, P. Wahi, R. Raina, S. Kaminedil "A Survey of Neural Networks Applications in Automatic Control," Southeastern, 2001. Proc. of the 33rd Symposium on System Theory, 18-20 March, pp. 349-353, 2001.
- [11] M.T. Hagan, M.B. Menhaj, "Training Feedforward Networks with the Marquardt Algorithm", IEEE Trans. on Neural Networks, v.5, n.6, pp. 989-993, 1994.

# Aktif Tendonlu Bir Binaın Sismik İzolasyonu İçin Ağ Tabanlı Bulanık Kayan Kipli Denetimin Uygulanması

Hasan ALLİ ve Oğuz YAKUT

Fırat Üniversitesi, Makina Mühendisliği Bölümü, ELAZIĞ  
halli@firat.edu.tr ve oyakut@firat.edu.tr

## Özetçe

Yapıların sismik izolasyonuna yönelik yapılan araştırmalarda aktif denetim sistemleri oldukça önemli yer tutmaktadır. Bu konuda birçok denetim algoritmaları geliştirilmiştir. Bu çalışmada 8 katlı bir binanın denetimi için zeminine aktif tendon sistemi yerleştirilmiş ve denetleyici olarak ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetim algoritması uygulanmıştır. Denetleyiciye ait sabit katsayı parametrelerinin optimum değerleri genetik algoritma ile bulunmuştur. Sayısal çözüm için MATLAB paket programı kullanılmış ve sistem cevapları grafiksel olarak sunulmuştur. Elde edilen sayısal değerler tablo halinde gösterilerek sonuçlar kıyaslanmış ve irdelenmiştir.

## 1. Giriş

Son zamanlarda sistemlerin daha etkin çözümü veya modellenenbilmesine yönelik alternatif yöntemler arayışına gidilmiştir. Bunun için oldukça yaygın araştırma konularından biri olan yapay zeka algoritmaları kullanılmaya başlanmıştır. Özellikle belirsizlikleri işleyebilme yeteneğine sahip olan bulanık mantık birçok mühendislik problemlerin çözümünde ve sistem modellemesinde kolaylıklar sağlamaktadır. Uygun üyelik fonksiyonların kullanımı ile bu üyelik fonksiyonlarına ait parametrelerin doğru seçilmesi ve kural tablosunun oluşturulması bulanık mantığın temel yapısını oluşturur. Genellikle bu işlemler kullanıcının tecrübesine bırakılmıştır ve deneme yanılma tekniği ile doğru sonuca ulaşmak bazen mümkün olmamaktadır. En uygun çözümü elde edebilmek için çeşitli optimizasyon teknikleri kullanılmaktadır. Bu konuda yapılan çalışmaların birçoğunda yapay sinir ağları kullanılmıştır. Yapay sinir ağları, olayları ilişkilendirip öğrenebilme yeteneğine sahiptir ve bulanık mantık ile birlikte kullanılması birçok zorluğu ortadan kaldırabilmektedir. Yapay sinir ağları bulanık mantığın üyelik fonksiyonlarına ait parametrelerin optimizasyonu amacıyla kullanılabildiği gibi kural tablosunun oluşumunda kurallar arasındaki en uygun ilişkilendirmeleri sağlamak için de kullanılabilmektedir. Bunun gibi burada saymadığımız birçok uygulamada, yapay sinir ağları ile bulanık mantık çok farklı şekillerde bir araya getirilerek önemli başarılar elde edilmiştir. Yapay sinir ağlarının eğitiminde çeşitli öğrenme teknikleri yardımıyla ağ yapısında mevcut ağırlıklar optimize edilmeye çalışılır. Yaygın olarak kullanılanı klasik geri yayılım tekniğidir. Ancak farklı optimizasyon teknikleri de kullanılabilmektedir. Klasik optimizasyon tekniklerine bir alternatif olarak son zamanlarda genetik algoritmalar oldukça sık kullanılmaktadır.

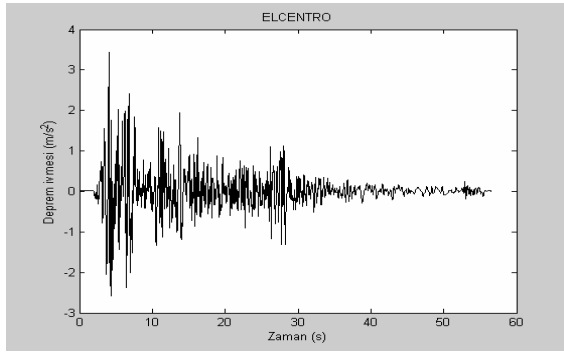
Genetik algoritmalar doğadaki evrim mekanizmasını taklit eden bir optimizasyon tekniğidir. Diğer optimizasyon tekniklerine göre sonuca daha hızlı ulaşabilme özelliğine sahiptir. Genetik algoritmalar doğada geçerli olan en iyinin yaşaması kuralına dayanarak sürekli iyileşen çözümler üretir. Bunun için “iyi”nin ne olduğunu belirleyen bir uygunluk fonksiyonu ve yeni çözümler üretmek için yeniden kopyalama, değiştirme gibi operatörleri kullanır. Genetik işlemler başlığı altında yer alan çaprazlama ve mutasyon işlemleri genetik algoritmaların temel özelliğini oluşturur. Çaprazlama işlemi iki kromozomun bir araya getirilerek genetik bilgi değişiminin yapılmasıdır. Çoğu genetik algoritma uzmanları çaprazlama işleminin genetik algoritmayı diğer bütün optimizasyon algoritmalarından ayıran belirleyici bir faktör olarak göz önüne alır. Genetik algoritmanın önemli aşamalarından biri de mutasyondur. Mutasyon, bir kromozomun taşıdığı genetik bilginin değiştirilmesi işlemidir. Sürekli aynı çözümler üreten bir çözüm topluluğu oluşması ihtimaline karşı mutasyon işlemine başvurulur[1,2,3,4,5].

Genetik algoritmalarda çok çeşitli uygunluk fonksiyonları bulunmaktadır. Bu çalışmada uygunluk fonksiyonu için sistemin performans indeksi olarak hataların kareleri ile tanımlanan ortalama karesel hata kriteri tercih edilmiştir. Seçilen performans indeksi aynı zamanda yapının sahip olduğu enerjiyi de temsil etmektedir.

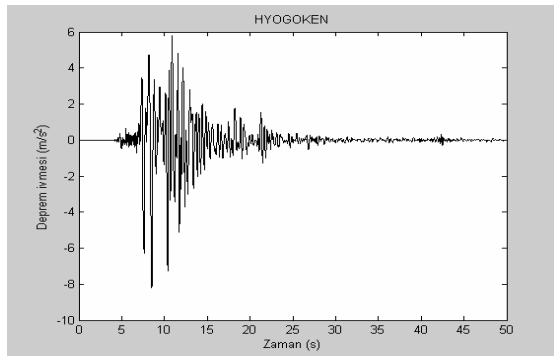
Herhangi bir deprem anında binalar titreşim hareketi yaparlar. Şiddetli depremlerde hasar gören binaların genellikle taşıyıcı sistemleri zarar görmekte ve bina ya yıkılmakta veya oturamaz hale gelmektedir. Taşıyıcı sistemlerin zarar görmesindeki en büyük etken kesme kuvvetleridir. Yapıya ait kat deplasmanları kesme kuvvetleri ile doğrudan ilişkili olduğundan genlikleri minimuma düşürülmek istenir ayrıca yapıya iletilen enerjinin minimum olması gerekmektedir.

Bu çalışmanın amacı binaların sismik izolasyonu için uygun bir denetleyici tasarlamak ve denetleyicinin performansını arttırmaktır. Bu çalışmada 8 katlı örnek bir binanın sismik izolasyonu için zeminine aktif tendon sistemi yerleştirilerek eyleyici tarafından binanın 1. katına kuvvet uygulanmıştır. Binaya farklı karakterlere sahip deprem ivmeleri etki ettirilmiştir. Kullanılan Elcentro(1940) ve Hyogoken(1995) deprem kayıtlarına ait ivme zaman eğrileri Şekil 1-2’de gösterilmiştir. Aktif denetim sistemlerinde binaya uygulanması gereken denetim kuvvetleri geliştirilen denetim algoritmaları ile üretilir. Buna göre yapıya dışarıdan gelebilecek herhangi bir etki anında yapıda oluşan titreşimler algılayıcılar tarafından algılanır ve sinyallere çevrilerek denetleyiciye gönderilir. Denetleyiciye yüklenmiş olan denetim algoritması gelen sinyalleri bir takım hesaplar neticesinde değerlendirerek yapıya uygulanması gereken

denetim kuvvetini oluşturmak için eyleyiciye denetim sinyallerini gönderir. Bu çalışmada örnek binaya uygulanmak üzere kayan kipli denetleyici seçilmiştir. Kayan kipli denetleyici, denetim problemlerinde oldukça yaygın kullanılan başarılı bir denetim algoritmasıdır. Tasarlanan denetleyicinin performansının artırılması amacıyla, ağ tabanlı bulanık mantık ile bir araya getirilerek ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetim algoritması oluşturulmuş ve sisteme uygulanmıştır. Denetleyiciye ait tüm parametrelerin optimizasyonu için klasik teknikler yerine genetik algoritma kullanılmıştır. Sayısal çözümler için MATLAB paket programında geliştirilen yazılımdan ve MATLAB'ın genetik algoritma toolbox'ından yararlanılmıştır. Sonuçlar grafiksel olarak gösterilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar tablo halinde bir araya getirilerek kıyaslanmış ve irdelenmiştir.



Şekil 1 Elcentro(1940) depremi ivme zaman grafiği



Şekil 2 Hyogoken(1995) depremi ivme zaman grafiği

## 2. Sistemin Hareket Denklemleri

Bu çalışmada ele alınan 8 katlı bina için hidrolik aktif tendon sistemi kullanılmıştır. Şekil 3.'te görüldüğü gibi binanın zeminine yerleştirilmiş hidrolik tahrik elemanının diyagonal tendonlarla bir kuvvet uyguladığı düşünülmüştür. Tendonlar rijit kabul edilmiş ve eksenel deformasyonları binanın deformasyonu yanında küçük kaldığından ihmal edilmiştir. Örnek binanın kütle, rijitlik ve sönüm özellikleri Tablo 1. de verilmiştir.

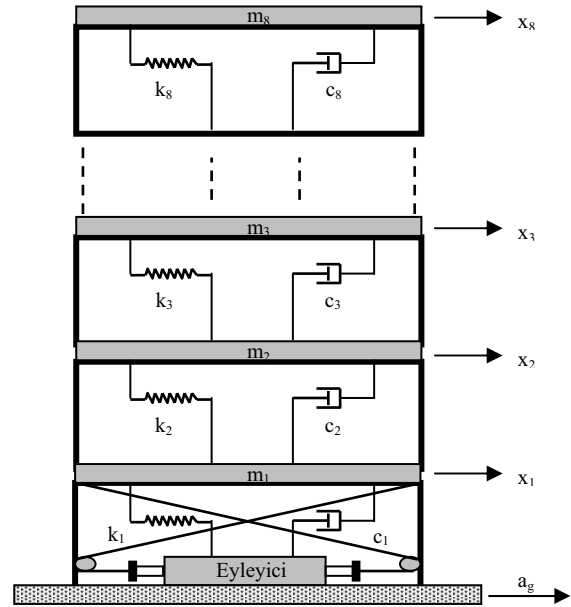
Tablo 1 8-katlı binaya ait kütle, rijitlik ve sönüm özellikleri.

| Kat Sayısı | Kütle Değeri (kg) | Rijitlik Değeri (kN/m) | Sönüm Değeri (kNs/m) |
|------------|-------------------|------------------------|----------------------|
| 1-2        | 535000            | 3426000                | 40                   |
| 3-5        | 523000            | 1615000                | 29                   |
| 6-8        | 517900            | 473400                 | 16                   |

Yapısal sistemin hareket denklemleri için binanın tüm hareketlerinin yatay doğrultuda olduğu kabul edilerek,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}u(t) + \mathbf{H}a_g(t) \quad (1)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  ve  $\mathbf{K}$  matrisleri yapının serbestlik derecesine ( $N$ ) bağlı olarak  $(N \times N)$  boyutlu olup, sistemin sırasıyla kütle, sönüm ve rijitlik matrislerini temsil etmektedir.  $\ddot{\mathbf{x}}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}$  ve  $\mathbf{x}$  vektörleri sistemin, sırasıyla yere göre bağıl ivme, hız ve deplasman vektörleridir ve  $(N \times 1)$  boyutundadır.  $\mathbf{B}$ , denetim kuvvetinin  $(N \times 1)$  boyutlu yerleşim vektörü  $\mathbf{B} = [-1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  ve  $u(t)$  denetim kuvvetidir.  $\mathbf{H} = -\mathbf{M}\boldsymbol{\delta}$  vektörü,  $(N \times 1)$  boyutlu deprem etkisi yerleşim vektörüdür. Burada  $\boldsymbol{\delta}$ , tüm terimleri 1 olan  $(N \times 1)$  boyutlu deprem etki vektörüdür.  $a_g(t)$  ise yapıya etki ettirilen depremin ivme kaydırıcıdır.



Şekil 3. Aktif tendonlu 8 katlı örnek binaya ait şematik gösterim

Elde edilen hareket denklemleri bağıntısı (1), durum uzayı vektörü formunda yazılacak olursa,

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{D}_1u(t) + \mathbf{D}_2a_g(t) \quad (2)$$

biçiminde birinci mertebe diferansiyel denklem olarak da ifade edilebilir. Burada;

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{z}(t) \\ \dot{\mathbf{z}}(t) \end{bmatrix}_{2N \times 1}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}_{2N \times 2N}$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}_{2N \times 1}, \quad \mathbf{D}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H} \end{bmatrix}_{2N \times 1} \quad (3)$$

şeklindedir.

### 3. Kayan Kipli Denetimin Tasarımı

Kayan kipli denetim özel bir tür değişken yapıli denetimdir. Kullanıcı tarafından seçilen ve kayma yüzeyi olarak adlandırılan bir anahtarlama yüzeyi durum uzayında seçilir. Sistemin yörüngesi anahtarlama yüzeyine ulaşmadan önce bir denetim kuralı ile sistem yörüngesi kayma yüzeyine doğru yöneltilir. Denetim, sistemin tüm durumlarını anahtarlama yüzeyinde yer almaya zorladığı zaman kayan-kiş meydana gelir. Bir kere yörünge kayma yüzeyine ulaşınca sistem dinamikleri yüzey boyunca anahtarlama yapmaya başlar. Kayma yüzeyi, Şekil 4.'te görüldüğü gibi,

$$\mathbf{S} = \{ \mathbf{z} : \sigma(\mathbf{z}, t) = 0 \} \quad (4)$$

bağıntısıyla tanımlanabilir. Eşdeğer denetim, Utkin-Drazenovre 'nin eşdeğer denetim metodu uygulanarak elde edilebilir [6]. Bu metot kayma yüzeyi üzerinde kalma şartını aşağıdaki şekilde ifade etmektedir. Bir doğrusal sistem için seçilen kayma yüzeyi,

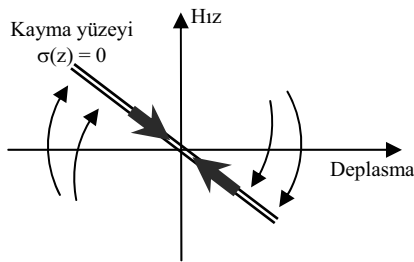
$$\sigma(\mathbf{z}) = \mathbf{S}\mathbf{z} \quad (5)$$

$$\sigma(\mathbf{z})\dot{\sigma}(\mathbf{z}) < 0 \quad (6)$$

şartını sağlayacak eşdeğer denetim kuvveti,

$$\mathbf{u}_{eq}(\mathbf{z}, t) = -(\mathbf{SD}_1)^{-1}[\mathbf{SAz}(t) + \mathbf{SD}_2\mathbf{a}_g(t)] \quad (7)$$

eşitliği ile tanımlanabilir.



Şekil 4. Kayma yüzeyi kavramı

Burada  $\mathbf{S}$  ( $1 \times 2N$ ) boyutlu sabit bir matristir. (7) denkleminde verilen denetim kanununun,  $\mathbf{a}_g(t)$  dış tahriği daha önce bilinmediğinden dolayı, açıkça sentezi yapılamaz. Fakat uygun şartlar altında, bilinen sistem parametreleri kullanılarak ve denetim sinyali süresiz hale getirilerek (yani çok sık olarak yön değiştirmeye müsaade edilerek), yukarıdaki denetim kanunu gerçekleştirilebilir. Bundan dolayı (7) denklemindeki  $\mathbf{a}_g(t)$  yi ihmal ederek, bunun yerine dış

tahrikteki belirsizliğin yerini almak için uygun bir  $\eta$  parametresi seçilir.  $\eta$ , kontrol kuvvetinin, durum değişkenlerini kayma yüzeyine ulaştırmasını garanti edecek şekilde seçilir. Matematiksel olarak bu şart;

$$\sigma(\mathbf{z})\dot{\sigma}(\mathbf{z}) < 0 \quad (8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu denklem aşağıdaki sonucu doğurmaktadır,

$$\eta \geq |(\mathbf{SD}_1)^{-1}\mathbf{S}\hat{\mathbf{a}}(t)| > 0 \quad (9)$$

Burada  $\hat{\mathbf{a}}(t)$ , denetlenen sistemde tahmin edilen toplam belirsizliği ifade etmektedir. Bundan dolayı elde edilen denetim kuvveti,

$$\mathbf{u}(\mathbf{z}, t) = -(\mathbf{SD}_1)^{-1}\mathbf{SAz}(t) - \eta \text{sgn}(\sigma(\mathbf{z})) \quad (10)$$

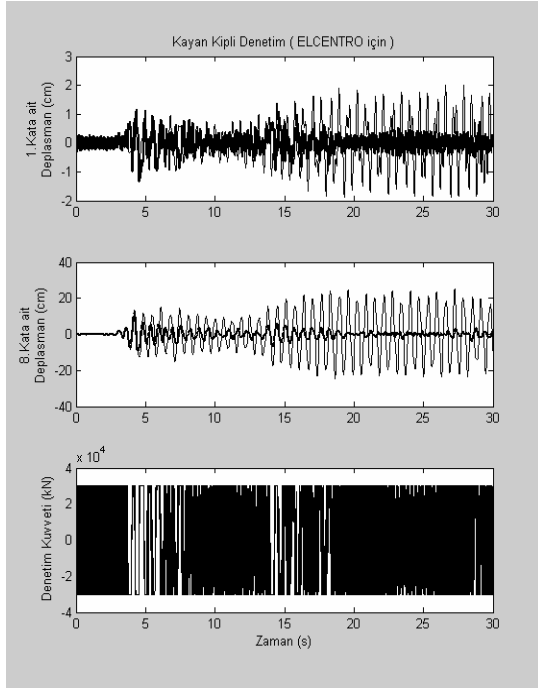
bağıntısıyla verilebilir. Burada  $\text{sgn}$  fonksiyonu işaret fonksiyonudur. Pratikte eyleyiciler sınırlı kapasiteye sahip olduğundan, bu sınırlama aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{u}(\mathbf{z}, t) = \begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{z}, t) & \text{eğer } |\mathbf{u}| \leq \mathbf{u}_{\max} \\ \frac{\mathbf{u}(\mathbf{z}, t)}{|\mathbf{u}(\mathbf{z}, t)|} \mathbf{u}_{\max} & \text{eğer } |\mathbf{u}| > \mathbf{u}_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

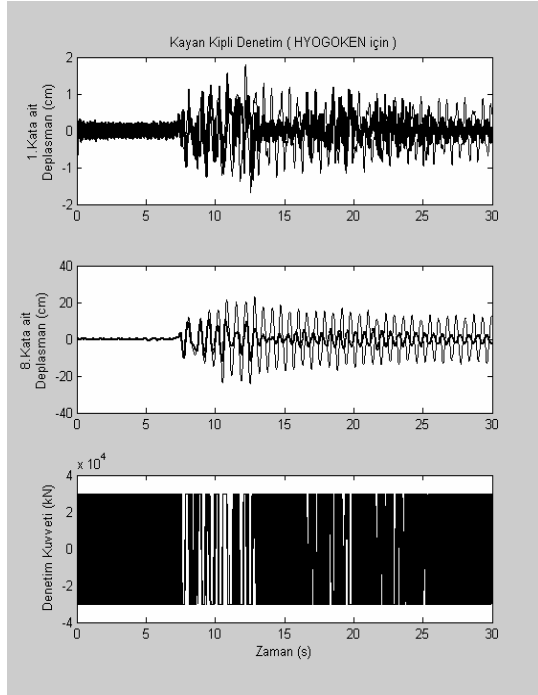
Burada  $\mathbf{u}_{\max}$  maksimum denetim kuvveti değeridir ve değeri 30000 kN olarak alınmıştır. Denetim kuvveti bağıntısında yer alan  $\mathbf{S}$  değeri kayma yüzeyinin eğimini belirleyen sabit bir katsayı matrisidir ve denetleyicinin performansını belirleyen önemli bir parametredir. Bu çalışma için en uygun  $\mathbf{S}$  değeri genetik algoritma ile optimize edilmiştir. Optimizasyon işlemi esnasında sisteme Elcentro(1940) deprem ivmesi etki ettirilerek sistemin performans indeksini minimum yapacak uygun denetim sinyallerini oluşturan en iyi  $\mathbf{S}$  katsayı matrisi elde edilmiştir. Optimizasyon işlemi tamamlandıktan sonra binaya farklı karaktere sahip Hyogoken(1995) depremi ivme değerleri etki ettirilerek tasarlanan kayan kipli denetim algoritması uygulanmıştır. Şekil 5-6'da sistem cevapları grafiksel olarak gösterilmiştir. Grafiklerden anlaşılabacağı gibi kat deplasmanlarında oldukça iyi oranlarda sönümleme sağlanmıştır. Maksimum deplasmanlar göz önüne alındığında, Elcentro depremi için 1.katta %35, 8.katta %53 oranında, Hyogoken depremi için 1.katta %23, 8.katta %50 oranında azalma elde edilmiştir. Özellikle 8.katın deplasmanında 1.kat deplasmanına göre daha iyi sönümlmeler gözlenmiştir. Bunun nedeni eyleyicinin denetim kuvvetini doğrudan 1.kata uygulamasıdır. Grafiklerden denetim kuvvetinin sürekli olmadığı çok sık yön değiştirdiği açıkça görülmektedir. Bu da pratikte uygulanabilirliği mümkün olmayan bir durumdur. Kayan kipli denetimin en büyük dezavantajı olan chattering, denetim bağıntısında yer alan  $\text{sgn}$  işaret fonksiyonundan kaynaklanmaktadır. Farklı deprem etkisi altındaki denetimsiz sistem cevapları ve kayan kipli denetimin uygulanması halinde elde edilen sistem cevaplarına ait sayısal sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir. Denetimsiz binaya ait performans indeksinin, denetim uygulanması sonucu değerinin oldukça azaldığı görülmüştür. Buna göre performans indekslerinde



Elcentro depremi için %85, Hyogoken depremi için %65 oranlarında azalmalar sağlanmıştır.



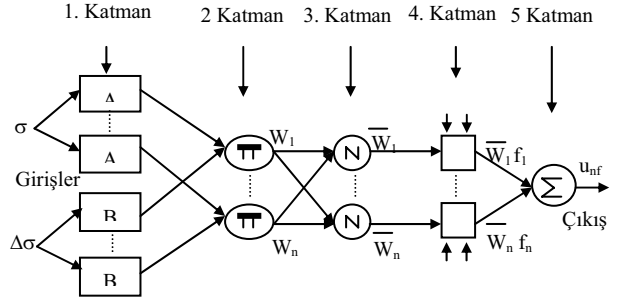
Şekil 5 Elcentro(1940) depremi için denetimli ve denetimsiz sistem cevapları



Şekil 6 Hyogoken(1995) depremi için denetimli ve denetimsiz sistem cevapları

#### 4.Ağ Tabanlı Bulanık Kayan Kipli Denetleyicinin Uygulanması

Şekil 7’de 5 ayrı katmandan oluşmuş ağ tabanlı bulanık mantık yapısı görülmektedir. Bunlar sırasıyla bulanıklaştırma katmanı, saklı iki katman, fonksiyon katmanı ve berraklaştırma katmanıdır. Böyle bir yapıda bulanık mantığın temelini teşkil eden her bir işlem birimi bir birleri ile ağ yardımıyla bağlanmakta ve her bir bağ, ağırlık denilen sabit bir katsayı ile veriyi çarparak iletmektedir. Eğitim esnasında bu ağırlıklar amaca yönelik optimize edilerek birimler arasında en uygun ilişkilendirme sağlanmış olur.



Şekil 7 Ağ-tabanlı-bulanık mantık yapısı

Bir elemanın herhangi bir bulanık kümeye olan üyeliğini netleştirmek için üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır.  $\sigma$  giriş elemanın bir A bulanık kümesine olan üyeliği  $\mu_A(\sigma)$  formunda gösterilebilmektedir. Bulanık mantıkta üyelik fonksiyonunun seçimi kullanıcının tecrübesine bırakılmıştır ve bu çalışmada gauss üyelik fonksiyonu tercih edilmiştir. Bulanıklaştırma katmanında, bulanık çalışma bölgelerini tanımlamak için  $\sigma$  ve  $\Delta\sigma$  değişkenleri giriş olarak kullanılmış ve her bir giriş için 3 üyelik fonksiyonu seçilmiştir. Üyelik fonksiyonlarına ait parametreler c ve a olmak üzere bu fonksiyonlar

$$\mu_{Ai}(\sigma) = e^{-\left(\frac{\sigma - c_i}{a_i}\right)^2} \quad \mu_{Bi}(\Delta\sigma) = e^{-\left(\frac{\Delta\sigma - c_i}{a_i}\right)^2} \quad i=1,2,3,\dots,n \text{ için} \quad (12)$$

biçiminde gösterilir. Kuralların kesinlik dereceleri ikinci katmanda (13) denklemi ile cebirsel çarpım kullanılarak bulunur.

$$w_i = \mu_{Ai}(\sigma) \cdot \mu_{Bi}(\Delta\sigma) \quad (13)$$

Normalizasyon işlemi, (14) denkleminde görüldüğü gibi bir kuralın kesinlik derecesinin diğer kuralların kesinlik derecelerine oranı olarak tanımlanabilir. Böylelikle bir kuralın toplam kurallar açısından çıkışa olan etkisi ortaya konulmuş olur. Bu işlemler ağıın 3. katmanında gerçekleştirilmektedir.

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad i=1,2,3,\dots,n \text{ için} \quad (14)$$

Normalize edilmiş her bir kural (15) denklemi ile 4. katmanda kendine ait çıkış fonksiyonu ile çarpılır.

$$\bar{w}_i \cdot f_i = w_i \cdot (p_i \cdot \sigma^T + q_i \cdot (\Delta\sigma)^T) \quad (15)$$

**Tablo 2** Kayan kipli denetime ait farklı sistem cevaplarına ait sayısal sonuçlar

| Kayan Kipli Denetleyici |  |            | 1.Kat          |            |                           | 8.Kat          |            |                           | Performans indeksi |
|-------------------------|--|------------|----------------|------------|---------------------------|----------------|------------|---------------------------|--------------------|
|                         |  |            | Deplasman (cm) | Hız (cm/s) | İvme (cm/s <sup>2</sup> ) | Deplasman (cm) | Hız (cm/s) | İvme (cm/s <sup>2</sup> ) |                    |
| ELCENTRO                |  | Denetimsiz | 2              | 32.7       | 620                       | 25.2           | 305        | 4210                      | 2978               |
|                         |  | Denetimli  | 1.3            | 49.1       | 4260                      | 11.9           | 155        | 2459                      | 489                |
| HYOGOKEN                |  | Denetimsiz | 1.8            | 22.7       | 436                       | 24.2           | 276        | 3210                      | 1716               |
|                         |  | Denetimli  | 1.4            | 67.4       | 5481                      | 12.1           | 167        | 2676                      | 588                |

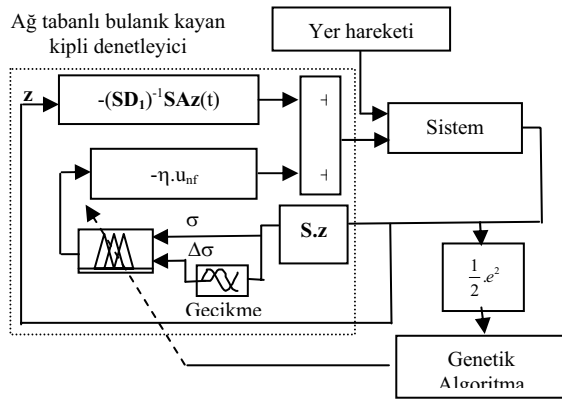
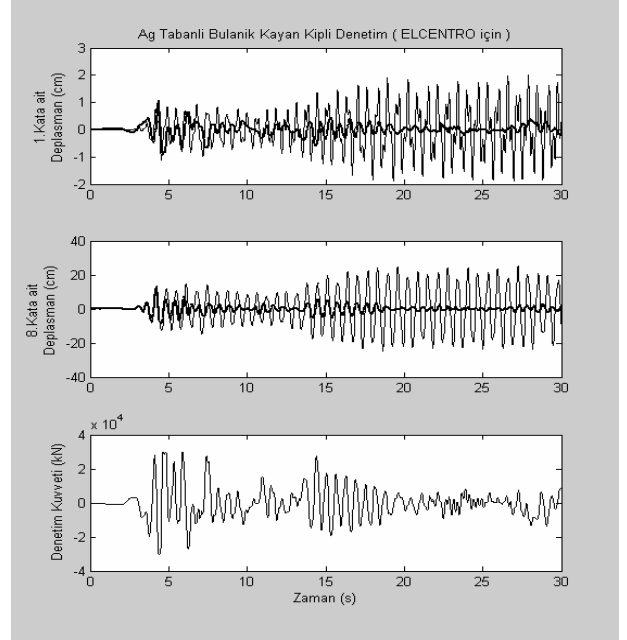
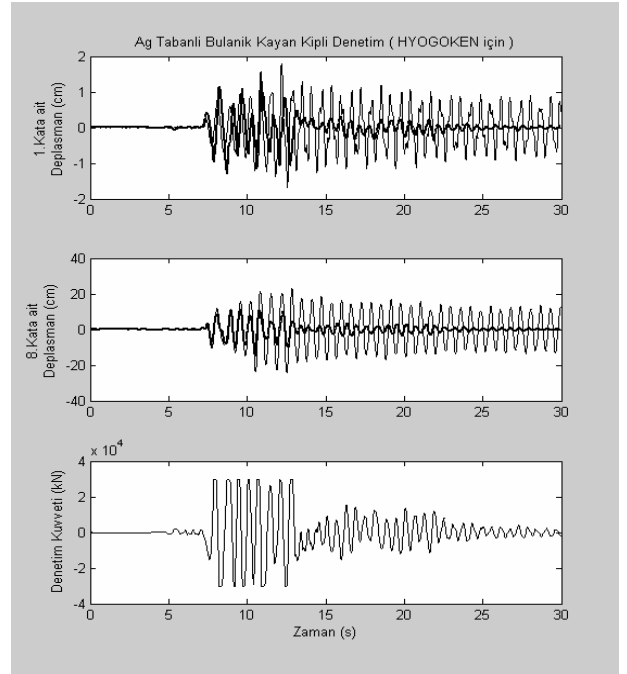
Buradaki p ve q (Nx1) boyutunda sabit katsayı vektörleri olup, fonksiyon katmanında kullanılan fonksiyonlara ait doğrusal parametrelerdir. Berraklaştırma katmanı 5. katmandır ve burada (16) denklemdeki gibi ağırlık merkezi yöntemi ile berraklaştırma işlemi gerçekleştirilmekte ve ağ çıkışı oluşturulmaktadır.

$$O_{5,i} = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i \bar{w}_i f_i} = \frac{\sum_i w_i f_i}{\sum_i w_i} \quad (16)$$

Elde edilen bu sayısal çıkış ağ-tabanlı-bulanık denetimin üretmiş olduğu denetim kuvveti değeridir ve bu değer kayan kipli denetim ile birlikte kullanıldığında sisteme uygulanması gereken denetim kuvveti

$$u(z,t) = -(SD_1)^{-1} S \Delta z(t) - \eta u_{nf} \quad (17)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Denklem(17)'den görüleceği gibi kayan kipli denetimin ikinci teriminde yer alan sgn işaret fonksiyonu yerine ağ tabanlı bulanık denetimden elde edilen  $u_{nf}$  denetim kuvveti değeri yazılarak ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetleyici ifadesi elde edilir[8,9]. Şekil 8'de ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetleyicinin parametrelerinin ayarlanması için kullanılan genetik algoritma ile olan bağlantısı blok diyagram olarak gösterilmiştir. Denetimden önce denetleyicinin eğitimi için Elcentro(1940) depremi ivme kayıtları sisteme etki ettirilmiştir ve sisteme ait performans kriterini minimum yapan optimum parametreler genetik algoritma ile bulunmuştur. Denetleyiciye ait parametreler ayarlandıktan sonra blok diyagramda görülen genetik algoritmaya ait işlem kutusu kaldırılıp Hyogoken(1995) deprem ivmesi etki ettirilerek denetim işlemi başlatılmıştır ve Şekil 9-10'da görüldüğü gibi sistem cevapları grafiksel olarak elde edilmiştir.


**Şekil 8.** Ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetleyicinin parametre tayininde kullanılan blok diyagramı

**Şekil 9** Elcentro(1940) depremi için denetimli ve denetimsiz sistem cevapları

**Şekil 10** Hyogoken(1995) depremi için denetimli ve denetimsiz sistem cevapları

Grafiksel sonuçlardan da görüldüğü gibi kat deplasmanlarında çok daha iyi sönümlemeler sağlanmıştır. Ayrıca klasik kayan kipli denetimin denetim kuvveti eğrilerinde görülen çok sık yön değiştirmeler ortadan kalkmış ve pratikte uygulanabilir hale gelmiştir. Farklı deprem etkisi altında elde edilen sistem cevaplarına ait sayısal sonuçlar Tablo 3’de verilmiştir. Maksimum deplasmanlar göz önüne alındığında Elcentro depremi için 1.katta %45, 8.katta %53 oranında, Hyogoken depremi için 1.katta %28, 8.katta %40 oranında, azalma elde edilmiştir. Performans indekslerinde Elcentro depremi için %96, Hyogoken depremi için %91, oranlarında azalmalar sağlanmıştır. Maksimum deplasmanlara bakıldığında kayan kipli denetime göre ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetimde elde edilen azalma oranlarında daha

düşük değerler görülmüştür. Ancak deprem etkisi boyunca kat deplasman eğrilerine genel olarak bakıldığında kayan kipli denetime göre çok daha iyi sönümleme sağlandığı görülmektedir. Deprem anında özellikle şiddetli salınımların etki sürelerinin uzun olması yapıların hasar görmesinde çok önemli rol oynamaktadır. Bu bakımdan sistem üzerinde mevcut toplam enerjinin en aza indirilmesi gerekmektedir. Ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetimin uygulanması ile yapıya ait performans indekslerinde çok büyük oranlarda azalmalar sağlanmıştır. Böylelikle elde edilen sonuçlara göre ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetleyici, klasik kayan kipli denetime göre pratikte uygulanabilirliğini ortaya koymuş ve daha yüksek performans sağlamıştır.

**Tablo 3** Ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetime ait farklı sistem cevaplarına ait sayısal sonuçlar

| Ağ Tabanlı Bulanık Kayan Kipli Denetleyici |          |            | 1.Kat          |            |                           | 8.Kat          |            |                           | Performans indeksi |
|--|----------|------------|----------------|------------|---------------------------|----------------|------------|---------------------------|--------------------|
|  |          |            | Deplasman (cm) | Hız (cm/s) | İvme (cm/s <sup>2</sup> ) | Deplasman (cm) | Hız (cm/s) | İvme (cm/s <sup>2</sup> ) |                    |
|  | ELCENTRO | Denetimsiz | 2              | 32.7       | 620                       | 25.2           | 305        | 4210                      | 2978               |
|  |          | Denetimli  | 1.1            | 13.1       | 328                       | 11.9           | 136        | 1587                      | 111                |
|  | HYOGOKEN | Denetimsiz | 1.8            | 22.7       | 436                       | 24.2           | 276        | 3210                      | 1716               |
|  |          | Denetimli  | 1.3            | 15.4       | 387                       | 14.5           | 165        | 1881                      | 164                |

## 5.Sonuçlar

Bu çalışmada örnek olarak ele alınan 8 katlı bir binanın sismik izolasyonu için zeminine aktif tendon sistemi yerleştirilmiştir. Eyleyici doğrudan binanın 1.katına denetim kuvvetini uygulamaktadır. Deprem etkisi için farklı karakterlere sahip Elcentro(1940) ve Hyogoken(1995) deprem kayıtları kullanılmıştır. Denetim algoritması olarak kayan kipli denetim algoritması tasarlanmıştır. Elde edilen sistem cevaplarına göre oldukça iyi sönümleme sağlanmıştır. Ancak denetim kuvveti eğrilerinde oluşan çok sık yön değişimleri denetleyicinin pratikte uygulanmasını kısıtlamaktadır. Bulanık mantık ve yapay sinir ağı teknikleri bir araya getirilerek ağ tabanlı bulanık kayan kipli denetim algoritması tasarlanmıştır. Tasarlanan denetleyicinin örnek binaya uygulanması ile sistem cevapları grafiksel olarak elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre denetleyicinin performansının arttığı ve denetim kuvvetinin pratikte uygulanabilir hale geldiği görülmüştür. Elde edilen sonuçlar denetleyicinin farklı karakterlere sahip deprem etkileri altında oldukça başarılı denetim sağladığını göstermiştir. Denetleyicinin eğitimi esnasında parametrelerin optimum değerleri için genetik algoritma tekniği kullanılmıştır. Sayısal çözümler için MATLAB paket programında geliştirilen yazılımdan ve MATLAB’ın genetik algoritma toolbox’ından yararlanılmıştır. Sonuçlar grafiksel olarak gösterilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar tablo halinde bir araya getirilmiştir.

## 6. Kaynakça

[1].Kosko, B., 1991, Neural Networks and Fuzzy Systems, A Dynamical Systems Approach, Englewood Cliffs., NJ: Prentice Hall.

[2]. Wei-Song Lin, Chih-Hsin Tsai, Jing-Sin Liu, “Robust Neuro-Fuzzy Control of Multivariable Systems by Tuning Consequent Membership Functions”, Fuzzy Sets and Systems, 124 (2001) 181-195

[3]. D.K. Liu, Y.L. Yang ve Q.S. Li, “Optimum Position of actuators in tall buildings using genetic algorithm” Computers and Structures 81 2823-2827, July 2003.

[4]. Ghaboussi, J. ve Joghataie, A.,”Active Control of Structures Using Neural Network”, *Journal of Engineering Mechanics*, April 1995, Vol. 121, No. 4

[5]. Lin CT, Lee CSG. Neural Fuzzy Systems. Prentice-Hall, NJ, 1996.

[6].Adhikari R, Yamaguchi H. Sliding Mode Control of Buildings with ATMD. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1997; 26:409-422.

[7]. Zhao, B., ve diğerleri, “Sliding-Mode Control of Buildings with Base Isolation Hybrid Protective System”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Cilt 29, s. 315-326, 2000

[8]. Q.P. Ha, D.C. Rye, H.F. Durrant-Whyte. Fuzzy Moving Sliding Mode Control With Application to Robotic Manipulators. Automatica 35 (1999), 607-616.

[9]. H. Alli, O. Yakut, “Fuzzy Sliding-Mode Control of Structures”, Engineering Structures, 27 (2005), 277-284

# Kontrol Sistemleri İçin Bulanık PID Kontrolörlerin Genetik Algoritmalar Yardımıyla Ayarlanması

Ömer Güvenç Karaoğlu<sup>1</sup>, Fuat Gürleyen<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi

omerguven@yahoo.com, gurleyen@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Genetik algoritmalar, bugüne kadar birçok uygulamada etkinliği kanıtlanmış bir rasgele arama (random search) metodudur. Genetik algoritmalar, özellikle analitik çözümü olmayan veya zor yapılabilen, çözüm uzayının taranmasını gerektiren ve problem hakkında ön bilgiye sahip olunmadığı durumlarda kullanılmaktadır.

Bulanık mantık ve kontrolün amacı, insanların tam ve kesin olmayan bilgiler ışığında tutarlı ve doğru kararlar vermelerini sağlayan düşünme ve karar verme mekanizmalarının modellenenbilmesini sağlamaktır. Bulanık mantık kontrolünün en iyi olduğu uygulama alanları lineer olmayan, iyi tanımlanmamış, zamanla değişen sistemlerdir. Sistemlerin karmaşıklığı arttıkça bulanık kontrol, klasik kontrolün yerini almaktadır.

Genetik algoritmaların bulanık mantık kontrolörü (FLC) tasarımı kullanılması konusunda literatürde birçok değişik yöntem mevcuttur. Bu çalışmada kullanılan yöntemde genetik algoritmalar, kullanılan bulanık mantık kontrolöründeki ölçekleme katsayılarının ayarlanmasında, kullanılan üçgen tipi üyelik fonksiyonlarının sayısının ve tepe noktalarının belirlenmesinde ayrıca kural tabanının oluşturulması aşamalarında kullanılmaktadır.

Kullanılan bu yöntemin başarımını görmek için Matlab m-dosyaları (m-files) ve Simulink modelleri oluşturularak iki sistem üzerinde simülasyonlar yapılmış, sonuçlar katsayıları genetik algoritmalar tarafından ayarlanan klasik-PID kontrolör ve sabit FIS (Fuzzy Interference System) yapısına sahip, ölçekleme katsayıları genetik algoritmalar tarafından ayarlanan bulanık mantık kontrolörü ile karşılaştırılmıştır.

## 1. Giriş

Genetik algoritmalar doğal biyolojik evrim mekanizmasını örnek alarak oluşturulan stokastik bir global arama metodudur. Genetik algoritmalar, ilk defa Charles Darwin tarafından ortaya atılan, "doğal sistemde güçlülerin hayatta kalması" diye özetlenebilecek doğal seçme ve doğal genetik mekanizmasına (genetiğin evrim tezine dayandırılan) dayanır. Genetik algoritmalar ilk defa Michigan üniversitesinden John Holland [1] tarafından ortaya atılmıştır. Genetik algoritmalar, problemin olası çözümlerinin oluşturduğu bir

popülasyon üzerinde işlem yapar ve çözüm için en uygun bireyleri bir sonraki nesle taşıyarak bu bireylerin daha ileriki nesillerde çözüme daha da yakın bireyleri oluşturacağı ilkesini esas alır. Genetik algoritmalar olasılığın rolü olmasına karşın gelişigüzel bir arama metodu değildir, etkinliği tabiattaki canlıların evriminden de görülebilir [2].

Genetik algoritmaların geleneksel arama metodlarından farkları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- 1) GA çözümü ararken tek bir nokta değil, bir çözüm grubu kullanır.
- 2) GA parametrelerin kendisiyle değil kodlanmış haliyle çalışır (parametrelerin GA da gerçek değerleriyle kullanımları hariç).
- 3) GA deterministik değil, olasılığa dayalı kuralları kullanır.
- 4) GA çözümü ararken türev veya diğer yardımcı herhangi bir bilgiye ihtiyaç duymaz. Amaç fonksiyonunun seçimi ve buna bağlı uygunluk değerleri (fitness) aramanın seyrini belirler.

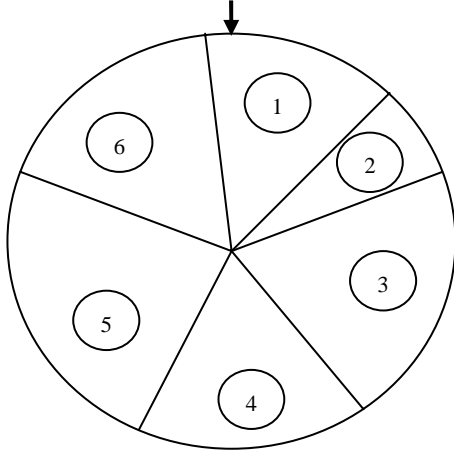
Bulanık mantık kavramı ilk kez 1965 yılında Lotfi A. Zadeh [3] tarafından bir makaleyle ortaya atılmıştır. İki değerli klasik mantığın aksine bulanık mantıkta değişkenlerin üyelik değerleri [0, 1] aralığında herhangi bir sayı değeriyle ifade edilebilir. Bulanık kontrol ise bulanık mantığın prensiplerini kullanır. Bulanık kontrol, klasik kontrol yöntemlerinden farklı olarak sistemin tam bir matematiksel modeline ihtiyaç duymaz. Non-linear bir kontrol olan bulanık kontrol, sistemlerdeki parametre değişiklikleri ve bozuculara karşı dayanıklı bir kontrol sağlar [4].

## 2. Genetik Algoritmalar

Genetik algoritmalar aramaya başlangıç popülasyonunun oluşturulmasıyla başlanır. Genetik algoritmalar bireyler genellikle ikilik tabanda kodlanır ancak tamsayı kodlaması ve parametrelerin gerçek değerleriyle kullanılması gibi yöntemler de kullanılabilir. İkilik tabanda kodlanmış bireylerin uygunluk değerlerinin hesaplanabilmesi için bu değerlerin tekrar onluk tabana çevrilmesi gerekir. Uygunluk değerleri bireylerin doğada yaşayabilmek ve neslini devam ettirebilmek için sahip olduğu şansı ifade eder [5].

Genel olarak genetik algoritmalarda üç temel operatör kullanılır. Bunlar: üreme, çaprazlama ve mutasyondur.

**Üreme:** Üreme aşamasında her bireye amaç fonksiyonu değerine uygun olarak bir uygunluk değeri atanır. Popülasyondaki bireyler uygunluk değerleriyle orantılı olarak bir sonraki nesle taşınır. Uygunluk fonksiyonu değerleri yüksek olan bireylerin sonraki nesiller için seçilme olasılığının yüksek olması beklenir. Kullanılan en yaygın seçim metodu 'Yerine Koyarak Stokastik Örnekleme' metodudur. Bu yöntemin uygulanması rulet oyununa benzer olduğu için rulet çemberi seçim yöntemi olarak bilinir. Şekil 1'deki gibi gösterilen rulet çemberinde popülasyondaki her birey uygunluk değerleriyle orantılı olarak bir yer kaplar. Çember her çevrilişinde rassal bir noktada durur ve işaretçinin gösterdiği yerdeki birey seçilir. Bu işlem seçilecek birey sayısı kadar tekrarlanır. 'Stokastik Evrensel Örnekleme' metodunda ise rulet çemberi seçimi metodundan farklı olarak seçilecek birey sayısı kadar işaretçi birbirlerinden eşit aralıklarla yerleştirilir. Çember bir kez çevrildiğinde seçilen bütün bireyler belirlenir. Bu sayede rulet çemberi seçiminde oluşabilecek seçim hataları azaltılmış olur.



Şekil 1: Rulet çemberi gösterimi

**Çaprazlama:** Çaprazlama operatörü genetik bilginin bireyler arasında değiş tokuşunu sağlar. Seçilen rasgele iki birey belirlenen kısımlarındaki bilgiyi karşılıklı olarak değiştirir. En çok kullanılan çaprazlama operatörü tek kesim noktalı çaprazlamadır. Bunun haricinde çok kesim noktalı, düzgün çaprazlama gibi yöntemler de sıkça kullanılmaktadır. Tek kesim noktalı çaprazlamada kesim noktası 2 seçilirse  $O_1$  ve  $O_2$  ile gösterilen iki yavru birey örnekte gösterildiği gibi oluşur.

$$P_1 = 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$P_2 = 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

Çaprazlamadan sonra

$$O_1 = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

$$O_2 = 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

**Mutasyon:** Bu operatör genetik algoritmalarda geri planda kalan bir operatördür ve yerel optimum noktaya takılmayı engellemek için kullanılır. İkilik tabanda gösterimde mutasyon tek bir bitin durum değiştirmesine neden olur ( $1 \rightarrow 0$ ,  $0 \rightarrow 1$ ). Bozucu etkisinden dolayı mutasyon oluşma olasılığı çaprazlama oluşma olasılığına göre çok daha düşük olasılıklarda uygulanmaktadır. Örnekte, bir kromozomun ikinci bitinde gerçekleşen mutasyon gösterilmiştir.

$$P_1 = 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

Mutasyondan sonra

$$P_{1M} = 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0$$

İlk kez Goldberg tarafından önerilen Basit Genetik Algoritma (Simple Genetic Algorithm -SGA) 'nın sözde programı (pseudo-code) aşağıda verilmiştir.  $P(t)$  t zamanındaki popülasyonu  $P(0)$  ise başlangıç popülasyonunu göstermektedir. Çalışmada bu algoritma kullanılmıştır.

başla

$t=0$ ;

$P(t)$  'yi oluştur;

$P(t)$  'nin performansını değerlendir;

eğer şart sağlanmadıysa devam et;

başla

$t=t+1$ ;

$P(t)$  'yi  $P(t-1)$  den seç;

$P(t)$  deki elemanlara çaprazlama ve mutasyon operatörlerini uygula;

$P(t)$  'nin performansını değerlendir;

bitir

bitir

### 3. Simülasyonlar

Bulanık mantık kontrolörü (FLC) tasarımında kural tabanının nasıl oluşturulması gerektiği ve üyelik fonksiyonlarının seçimi konusunda kesin kurallar olmadığı için kontrol edilecek sistemle ilgili ön bilgi olarak bir uzman bilgisine başvurulabilir. Fakat bu şekilde tasarlama yoluna gidilirse en iyi kontrolörü tasarlamak uzun bir süre alabilir. Genetik algoritmalar bir çok alanda olduğu gibi bulanık mantık kontrolörlerinde de kullanılabilir [6]. Genetik algoritmalar, sınırları kullanıcı tarafından belirlenen bir arama uzayında sistemli bir arama yapılmasını sağlar.

Genetik algoritmaların bulanık mantık kontrolörü tasarımında başarımını görmek için Matlab m- dosyalar (m-files) ve Simulink modelleri kullanılarak simülasyonlar yapılmıştır. Bu çalışmada genetik algoritmalar, kullanılan bazı karakteristik parametreler sayesinde [7] üçgen tip üyelik fonksiyonlarının sayısının ve tepe noktasının belirlenmesinde, kural tabanının oluşturulmasında ve bulanık kontrolörde bulunan ölçekleme katsayılarının en uygun değerlerinin belirlenmesi aşamalarında kullanılmaktadır.

Kullanılan bulanık kontrolördeki üyelik fonksiyonları üçgen tipte ve y-eksenine göre simetriktr. Üyelik fonksiyonlarının sayısı [3, 9] aralığında tek sayıdır. Üyelik fonksiyonlarının sayısının ve tepe noktalarının belirlenmesi için birer karakteristik parametre, kural tabanının oluşturulması için iki karakteristik parametre ve ayrıca bulanık kontrolördeki her bir ölçekleme katsayısı için bir karakteristik parametre kullanılmıştır. Bu yöntemin başarımı iki farklı yöntemle karşılaştırılmıştır. Kullanılan birinci yöntemde katsayıları genetik algoritmalar tarafından ayarlanan klasik PID kontrolörü kullanılmış, ikinci yöntemde ise sabit simetrik kural tabanlı [8, 9, 10] bir bulanık kontrolör kullanılmış, kontrolörün seçilen bazı ölçekleme katsayıları genetik algoritmalar tarafından ayarlanmıştır.

Sistem 1 : İkinci dereceden zaman gecikmeli sistem

$$T(s) = \frac{e^{-0.5s}}{(s+1)(s+2)}$$

Açık döngü transfer fonksiyonu yukarıda verilen sistemi kontrol etmek için Şekil 2’de gösterilen bulanık PID tipi kontrolör kullanılmıştır. Amaç fonksiyonu  $0.03*ITSE+5*T_s$  seçilmiştir.

ITSE= Integral time square error (hatanın karesinin zamanla çarpımının integrali)

$T_s$ = Settling time (Yerleşme zamanı)

Amaç fonksiyonu değerleri belirlenen bireylere uygunluk değeri ataması, Sıralı (RANKING) uygunluk ataması metoduyla yapılmıştır. Simülasyon 100 nesil boyunca çalıştırılmış, bireyler ikilik tabanda kodlanarak popülasyonlar 50 bireyden oluşturulmuştur. Üç farklı yöntem kullanılarak elde edilen çıkışlar Şekil 3’ teki gibi elde edilmiştir.

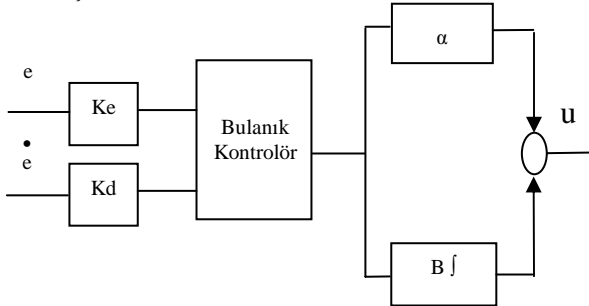
Önerilen metot için bulunan kontrolör katsayıları:

$K_c$ : 0.317  $K_d$ : 9.805  $\alpha$  : 73.462 B: 81.852

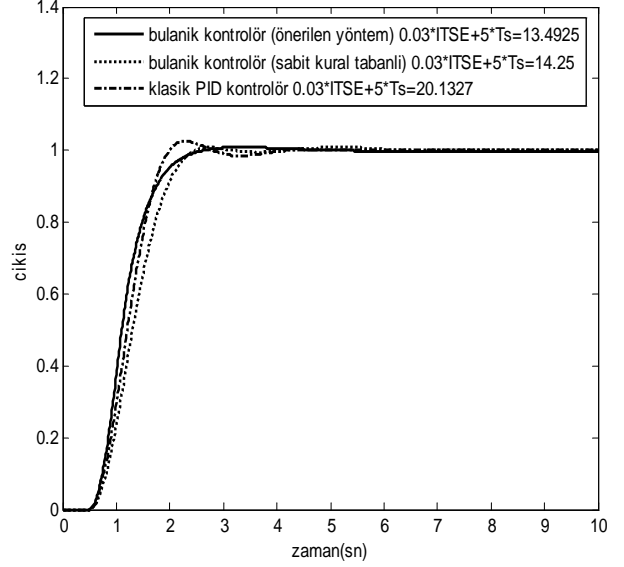
En iyi bireyin amaç fonksiyonu değeri:

$0.03*ITSE+5*T_s= 13.4925$

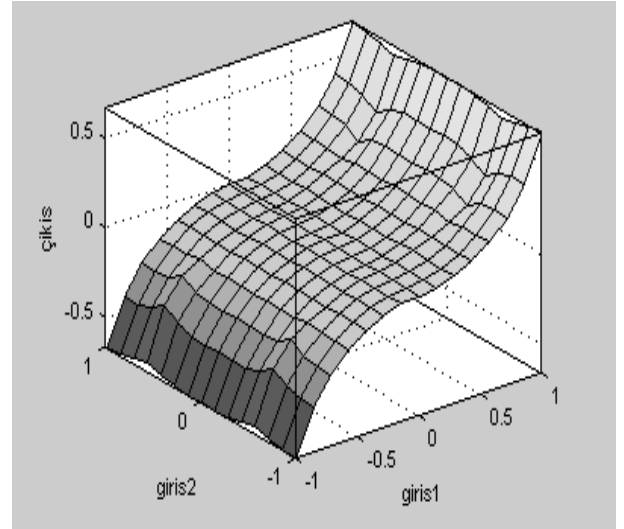
Bu yöntemle elde edilen çıkış değerlerine göre daha hızlıdır. Maksimum aşım % 0.86 ve yerleşme zamanı 2.4 sn. dir. Kural tabanının oluşturduğu yüzey Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 2: Bulanık PID tipi kontrolör

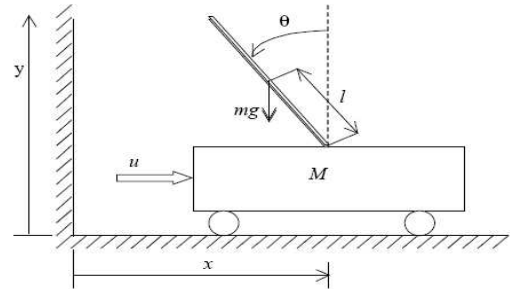


Şekil 3: Sistem çıkışları



Şekil 4: Kural tabanının oluşturduğu yüzey

Sistem2 :Ters Sarkaç



Şekil 5: Ters sarkaç sistemi

$$\ddot{\theta} = \frac{(M+m)g\sin\theta + \cos\theta u - ml\ddot{\theta} \cos\theta \sin\theta}{\frac{4}{3}(M+m)l - ml\cos^2\theta}$$

Simülasyonda Şekil 6’da gösterilen bulanık PD kontrolör kullanılmış ve ITSE değeri amaç fonksiyon olarak seçilmiştir. Bireyler ikilik tabanda kodlanarak popülasyonlar 50 bireyden oluşturulmuştur. Genetik algoritmanın durma şartı programın 100 nesil boyunca çalışmasıdır. Sisteme 20 ms. süreyle büyüklüğü 1000 olan bir bozucu 2 sn. de bir değişen yönde uygulanmaktadır.

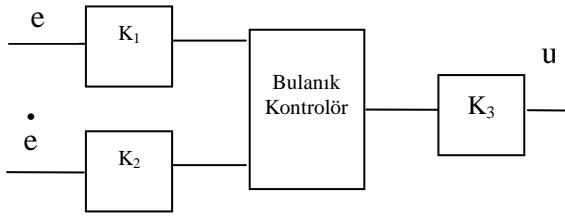
Önerilen metot için bulunan kontrolör katsayıları:

$K_1$ : 2.151  $K_2$ : 0.362  $K_3$ : 2187.3

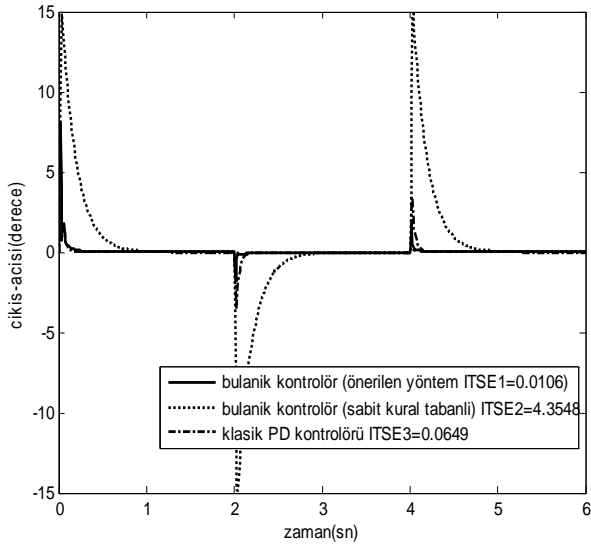
En iyi bireyin amaç fonksiyonu değeri

ITSE= 0.0106.

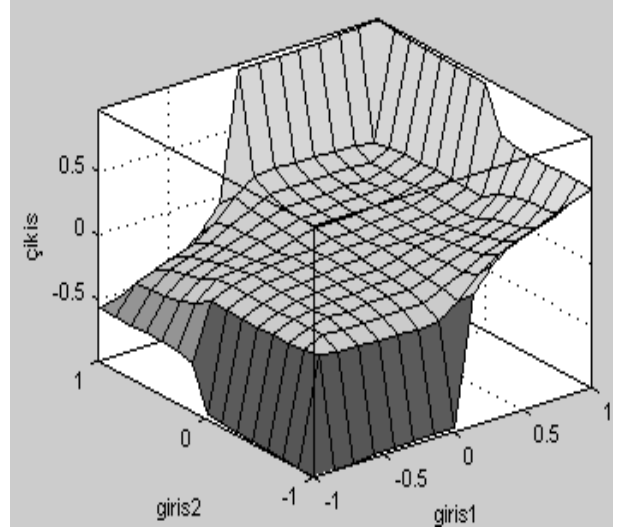
Üç farklı yöntem kullanılarak elde edilen sistem çıkışları Şekil 7’de gösterilmiştir. Kural tabanının oluşturduğu yüzey ise Şekil 8’ de gösterilmiştir.



Şekil6: Bulanık PD tipi kontrolör



Şekil7: Sistem çıkışları



Şekil 8: Kural tabanının oluşturduğu yüzey

#### 4. Sonuçlar

Genetik algoritmalarla aramaya başlamadan önce yapılması gereken en önemli seçimler amaç ve uygunluk fonksiyonlarının belirlenmesidir, fakat literatürde bu fonksiyonların seçimi ve mutasyon, çaprazlama oluşma olasılıklarının değerlerinin belirlenmesi hususunda kesin kurallar yoktur. En başarılı sonuçları alabilmek için bu değerlerin değişik kombinasyonları kullanılarak simülasyonlar yapılmalıdır. Yapılan simülasyonlardan görüldüğü üzere genetik algoritmalar bulanık kontrol sistemlerinde de başarılı bir şekilde uygulanabilmektedir. İki farklı sistem için yapılan simülasyonlar üç farklı yöntem kullanılarak tekrarlanmıştır. Performans ölçütü olarak ITSE kabul edilirse, çalışmada önerilen yöntem olan genetik algoritmaların bulanık kural tabanının oluşturulması, üyelik fonksiyonlarının ve ölçekleme katsayılarının ayarlanması aşamalarında kullanılması esasına dayanan yöntemin en başarılı sonuçları verdiği görülmüştür. Bu yöntem kontrol sistemlerinde rahatlıkla kullanılabilir çünkü aramaya başlamadan önce çok fazla ön bilgiye ihtiyaç duymaz. Fakat bu yöntemde aratılacak parametre sayısı fazla olduğundan işlem süresi diğer yöntemlere göre daha fazla olmaktadır.

#### Kaynakça

- [1] J.H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, Ann Arbor, The University of Michigan Press, USA, 1975
- [2] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison Wesley Publishing Company, USA, 1989
- [3] L.A Zadeh, “Fuzzy sets”, *Information and Control* cilt 8, s: 338-353, 1965

- [4] İ. Eksin ve O.K. Erol, "Design of optimum fuzzy controller using genetic algorithms" Electrotechnical Conference, MELECON '96., 8th Mediterranean cilt 1, s: 186-190, 13-16 Mayıs 1996
- [5] A. Chipperfield, P. Fleming, H. Pohlheim ve C. Fonseca, Genetic Algorithm Toolbox Version 1.2 User's Guide, University of Sheffield
- [6] O. Cordon, F. Herrera, F. Gomide, F. Hoffman ve L. Magsdalena, "Genetic fuzzy systems. New developments, " Fuzzy Sets and Systems, 141, s:1-3, 2004
- [7] Y.J. Park, H.S. Cho ve D.H. Cha, "Genetic Algorithm-Based Optimization of Fuzzy Logic Controller Using Characteristic Parameters," Proceedings of the 1995 International Conference on Evolutionary Computation, s: 831-836, 1995
- [8] M. Mizumoto, "Realization of PID controllers by fuzzy control methods," Fuzzy Sets and Systems, 70 , s: 171-182, 1992
- [9] W.Z. Qiao ve M. Mizumoto, "PID type fuzzy controller and parameters adaptive method," Fuzzy Sets and Systems, 78, s: 23-35, 1996
- [10] U.K. Chakraborty, R. Bandyopadhyay, D. Patranabis, "A fuzzy-genetic approach for automatic tuning of a PID controller," 23<sup>rd</sup> Int. Conf. Information Technology Interfaces ITI, Croatia, s:305-312, 19-22 Temmuz 2001



## Öz Uyarlamalı Bulanık Mantıklı P-ID Kontrolörüyle 9 Katlı Bir Binaın Aktif Titreşim Kontrolü

Hakan Yazıcı<sup>1</sup>, Rahmi Güçlü<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
hyazici@yildiz.edu.tr

<sup>2</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş  
guclu@yildiz.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, 9 katlı bir binanın titreşimlerinin aktif kontrolü için Öz Uyarlamalı Bulanık Mantıklı P-ID kontrolör tasarımı gerçekleştirildi. Tasarlanan kontrolör, kontrolörün çıkış kazancını modelden bağımsız, sistem performansına bağlı kural tabanı ile değiştirip geliştirerek kendini ayarlayabilen bulanık mantık tabanlı kontrolör yapısıdır. Kontrolör kazancı, kontrolör mimarisine yerleştirilen bir öz uyarlama mekanizması ile her örnekleme zamanında geliştirilen bulanık mantık kurallarınca dinamik olarak ayarlanarak, adaptif kontrolcü karakteri göstermektedir. Zeminin 0.01metrelik yer değiştirmesine bozucu etki olarak alınarak simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonunda katların ivme ve yer değiştirmelerinin zaman ve frekans cevapları incelenmiş ve sonuçlar tartışılmıştır.

### 1. Giriş

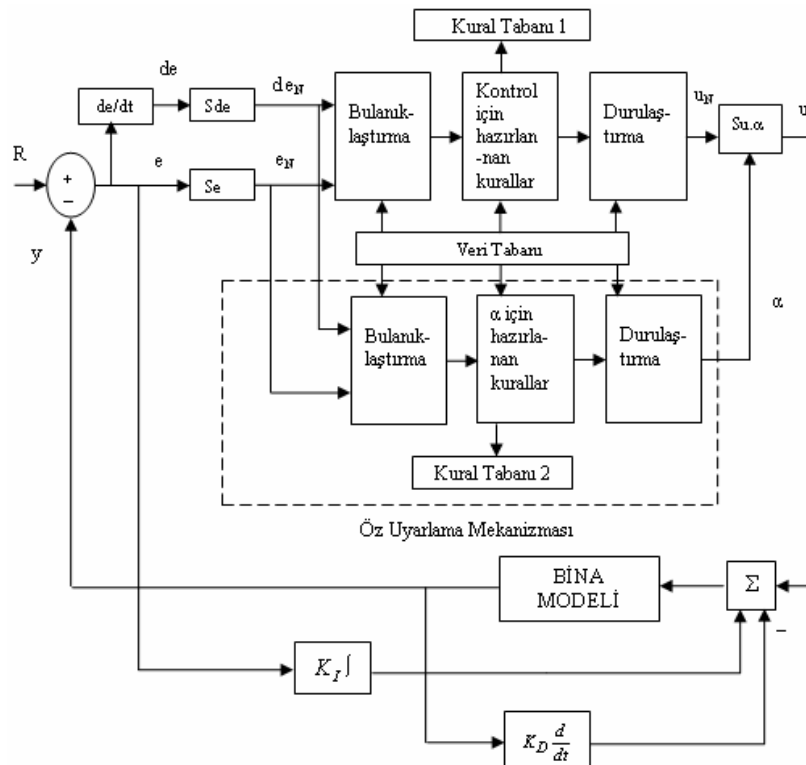
Son yıllarda dünyada meydana gelen yıkıcı depremler özellikle yüksek binaların depreme karşı titreşim kontrolünün önemini ortaya koymuştur. Bu çerçevede, son dönemlerde yapısal titreşimlerin kontrolü, gerek teorik gerekse pratik olarak oldukça hızlı bir gelişme göstermiştir. Titreşim kontrol teknikleri uygulama metoduna göre genel olarak; pasif koruma teknikleri ve aktif koruma teknikleri olarak sınıflandırılabilir.

Pasif kontrol sistemleri, yapıya yerleştirilen özel elemanlar vasıtası ile deprem ve rüzgar gibi sisteme dışarıdan giren enerjiyi ısıya dönüştürür veya üzerine alırlar. Bu şekilde yapının zorlayıcı dış etkilere karşı tepkisinde azalma meydana getirmek suretiyle, yapının dayanma kapasitesinin artmasını sağlarlar. Elastik yatak kullanılarak titreşim izolasyonu gerçekleştirmek, pasif titreşim kontrol metodlarının en popüler olanlarından biridir. Kauçuk yaprak ve çelik plakalar içeren elastik yatak, deprem karşısında iyi sonuç verebilmektedir. Ayrıca, literatürde yarı aktif titreşim metodları da önerilmektedir. Yoshida ve Fujio, titreşim kontrolünde, viskoz

sönüm katsayısı değiştirilen yarı aktif bir kontrol metodunu temele uygulamışlardır [1].

Son yıllarda, deprem kaynaklı titreşimleri izole etmek için kullanılan aktif ikaz edicilerle ilgili yapılmış çalışmalar vardır. Bu teknik süratle gelişmekte olup elektronik endüstrisinin gösterdiği ilerlemelere paralel olarak uygulamaya konulabilecek düzeye erişmiştir [2], [3]. Aktif kontrol sistemleri, dışarıdan bir enerji kaynağı yardımıyla yapının yer değiştirmelerini istenilen düzeyde tutmak için geliştirilen sistemlerdir. Bu sistemler çok gelişmiş bilgisayarlar ile donatılmış olup; titreşimlerin etkilerini yapıda karşı bir hareket üreterek sönümlendirmeye çalışan ve çok yüksek binalar için de uygun olan kontrol sistemleridir [4]. Aktif kontrol uygulaması ilk olarak Japonya'da uygulama başlamış ve birkaç bina bu teknoloji ile donatılmıştır [5]. Binalarda, belirsizlikler ve sabit olmayan sistem parametreleri mevcut olduğundan, yapıların aktif kontrolü için robust (dayanıklı) kontrol metodları önerilmektedir [6]. Yağız vd., yapısal titreşimleri azaltmak için Kayan Kipli Kontrol metodu kullanmışlardır [7]. Güçlü, yaptığı çalışmada, beş serbestlik derecesine sahip bir bina için Bulanık Mantıklı Kontrolör (BMK) ve PD kontrolör tasarlayıp bu iki kontrol sisteminin performanslarını karşılaştırmıştır. Çalışmanın sonucunda, BMK yapısının kat yer değiştirmeleri ve ivmelerinin zaman ve frekans cevaplarında, PD kontrolörün cevaplarına göre oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir. BMK yapısının mevcut üstünlükleri ile bina titreşimlerin aktif kontrolünde bilinen kontrolcülerden daha iyi cevaplar elde edilebileceği ortaya konulmuştur [8]. Güçlü ve Sertbas, 5 serbestlik dereceli AMD (Active Mass Damper, Aktif Kütle Damperi)'li bir binaya kayan kipli kontrol ve PID kontrol uygulamışlardır [9]. Aldawod vd., yüksek binaların rüzgar etkisindeki titreşimlerinin aktif kontrolünü bir BMK ile gerçekleştirmişlerdir. Söz konusu bina, Avusturalya'nın Melbourne şehrinde bulunan 306 metre uzunluğunda ve 76 katlı bir yapıdır. Aktif titreşim kontrolü için LQG (Lineer Quadratic Gaussian) ve BMK tasarlanmış ve bu iki yapının performansları karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre BMK'nün LQG kontrolcünden daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür [10]. Yazıcı ve Güçlü, 15 serbestlik dereceli bir yapının bozucu yer hareketine karşı titreşimlerinin aktif kontrolü için Bulanık PID kontrolörü tasarlayıp pasif durumla karşılaştırmışlardır [11].





Şekil 2: Öz uyarlamalı bulanık mantıklı P-ID kontrolör yapısının blok diyagramı

Aynı zamanda analitik integral işleminin gücünü kontrolör yapısına aktarmak için kural tabanından bağımsız bir entegratör sisteme dahil edilmiştir [14]. Kontrol işaretinin analitik ifadesinin elde edilmesi için ilk olarak standart analog bir P-ID kontrolörü ele alınmalıdır. P-ID kontrolörünün genel yapısı,

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt - K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (7)$$

şeklinde. Burada  $K_P$ ,  $K_I$  ve  $K_D$  sırasıyla oran, integral ve türev kontrol kazançlarıdır. Bizim sistemimiz ise bulanık P-ID tipinde bir kontrol olduğu için (7) bağıntısından kontrol işareti  $u(t)$ ,

$$u(t) = S_u \alpha F\{e, de\} + K_I \int e(t) dt - K_D \frac{d}{dt} y(t) \quad (8)$$

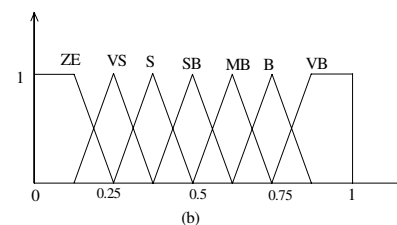
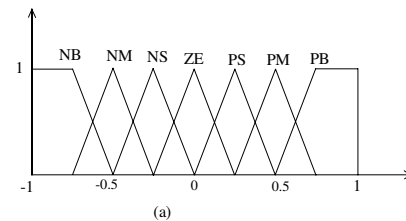
şeklinde elde edilir. Çalışmada önerilen öz uyarlama mekanizması kesikli çizgilerle ( - - - ) gösterilen kısımdır.

BMK'nun giriş değişkenleri e, de'yi ve çıkış değişkeni u'yu bulanıklaştırmak için tanımlanan üyelik fonksiyonları [-1 1] ortak aralığında tanımlanmaktadır. [0 1] Aralığında tanımlanan üyelik fonksiyonları  $\alpha$ 'yı hesaplamak için kullanılmaktadır. Üyelik fonksiyonları olarak sınır değerleri hariç simetrik üçgen üyelik fonksiyonları kullanılmaktadır. Komşu üyelik fonksiyonları arasında % 50'lik bir çakışma vardır. Bu en tarafsız ve doğal seçimdir. Üyelik fonksiyonları *Şekil 3*'de gösterilmektedir. Dilsel değişkenler olarak kullanılan P, N, ZE, B, S, M, V sırasıyla Positive, Negative, Zero, Big, Medium Small ve Very anlamına gelmektedir. Burada  $\alpha$ 'yı

hesaplamakta kullanılan üyelik fonksiyonları Şekil 3 (a)'da gösterilen üyelik fonksiyonlarının yatay eksenin sağ tarafına ötelenmesi ve  $[0 \ 1]$  aralığına getirilmesi ile elde edilmiştir. Bunun için aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır.

$$y = 0.5(x + 1) \quad (9)$$

burada  $x$   $[-1, 1]$  aralığında herhangi bir yatay nokta ve  $y$  bu noktanın (b) deki yansımasıdır.



Şekil 3: a) e, de ve u için üyelik fonksiyonları b)  $\alpha$  kazancı için üyelik fonksiyonları

BMK'ün  $[-1 \ 1]$  aralığında tanımlanmış giriş değerleri  $e_N$ ,  $de_N$  ve çıkış  $u_N$  için üyelik fonksiyonları ölçeklendirilmektedir. Giriş ve çıkış ölçeklendirme faktörlerinin ayarlanması işleminin optimal performansa ulaşılmasında oldukça önemli bir rolü vardır.  $e$  ve  $de$ 'nin gerçek değerleri,  $S_e$  ve  $S_{de}$  ölçekleme faktörleri ile  $[-1 \ 1]$  aralığına taşınır. Çıkışın ölçekleme faktörü  $S_u$  ise klasik BMK'ün ölçeklendirilmiş çıkış değeri  $u_N$ 'yi gerçek değer aralığına taşır. Klasik BMK'de çıkışın ölçeklendirme faktörü  $S_u$  iken öz uyarlamalı bulanık mantıklı P-ID kontrolör (ÖUBM P-IDK)'de bu değer  $S_u \cdot \alpha$  olur.  $S_e$ ,  $S_{de}$  ve  $S_u$  değerlerinin belirlenmesi kontrol edilmekte olan bina sisteminin bilgisine bağlı olarak yapılabileceği gibi deneme yanılma yöntemi ile de yapılabilir. Simülasyonlar sonucu ayarlanan  $S_e$ ,  $S_{de}$  ve  $S_u$  ölçekleme faktörleri ile  $K_I$  (integral kontrol kazancı) ve  $K_D$  (türev kontrol kazancı) değerleri Ek'de verilmiştir. Burada amaç  $e$  ve  $de$ 'ye bağlı olarak modelden bağımsız, performansa bağlı kural tabanı ile  $\alpha$  kazanç yenileme katsayısını hesaplamaktır. ÖUBM P-IDK'ün giriş ve çıkış değişkenleri ile ölçekleme faktörleri arasındaki ilişkiler aşağıda tanımlanmaktadır.

$$e_N = S_e \cdot e \quad (10)$$

$$de_N = S_{de} \cdot de \quad (11)$$

$$u = (\alpha \cdot S_u) \cdot u_N \quad (12)$$

### 3.1 Kural tabanlarının oluşturulması

Bulanık mantık kural tabanı bulanık bir kontrolörde kontrol stratejisi açısından oldukça önemli etkiye sahiptir. BMK için kontrolör çıkışı  $u$ ; "EĞER  $e = E$  ve  $de = dE$  İSE O HALDE  $u = U$ " kural yapısı ile hesaplanır. Kazanç yenileme faktörü  $\alpha$  ise "EĞER  $e = E$  ve  $de = dE$  İSE O HALDE  $\alpha = \alpha$ " kuralları ile hesaplanır.

Tablo 1:  $u$  için Kural Tabanı

| de/e | NB | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
|------|----|----|----|----|----|----|----|
| NB   | NB | NB | NB | NM | NS | NS | ZE |
| NM   | NB | NM | NM | NM | NS | ZE | PS |
| NS   | NB | NM | NS | NS | ZE | PS | PM |
| ZE   | NB | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
| PS   | NM | NS | ZE | PS | PS | PM | PB |
| PM   | NS | ZE | PS | PM | PM | PM | PB |
| PB   | ZE | PS | PS | PM | PB | PB | PB |

Tablo 2.  $\alpha$  için kural tabanı

| de/e | NB | NM | NS | ZE | PS | PM | PB |
|------|----|----|----|----|----|----|----|
| NB   | VB | VB | VB | B  | SB | S  | ZE |
| NM   | VB | VB | B  | B  | MB | S  | VS |
| NS   | VB | MB | B  | VB | VS | S  | VS |
| ZE   | S  | SB | MB | ZE | MB | SB | S  |
| PS   | VS | S  | VS | VB | B  | MB | VB |
| PM   | VS | S  | MB | B  | B  | VB | VB |
| PB   | ZE | S  | SB | B  | VB | VB | VB |

Öz uyarlamalı kontrolörün kazancı, kontrolör faaliyeteyken, sabit kalmaz ve kazanç yenileme faktörü  $\alpha$  ile yenilenir. Bu sürekli kazanç değişiminin amacı, kontrolörün cevabını değişen koşullara rağmen istenilen özelliklere getirmektir. Bu durumda hazırlanan kontrolör basit bir adaptif geri beslemeli kontrolördür. Kazanç ayarlama mekanizmasına ait kural tabanının oluşturulmasında aşağıdaki hususlar göz önüne alınmıştır.

a) Hata büyük iken ve  $e$  ve  $de$  aynı işarete sahipken (bu durumda hata sadece referanstan çok uzakta değil aynı zamanda giderek uzaklaşmaktadır) kazanç işareti durumu daha da kötüleştirmemek amacı ile çok büyük değerlere çıkartılır. Bu olay If  $e$  is PB and  $de$  is PS then  $\alpha$  is VB veya If  $e$  is NM and  $de$  is NM then  $\alpha$  is VB, şeklindeki kurallar ile gerçekleşir.

b) Hata küçük değerlerde iken üst ve alt aşımaları engellemek amacı ile If  $e$  is Z and  $de$  is NM then  $\alpha$  is B tipinde kurallar kullanılmıştır. Bu kural şu anlama gelir: Proses çıkışı referans noktaya varmış ve üst aşım yaratacak şekilde referans noktadan uzaklaşmaktadır. Bu durumda büyük kazanç işareti yukarı doğru yönelmiş çıkışı çok sert bir şekilde engelleyerek küçük aşımalar neden olmaktadır. Benzer şekilde If  $e$  is NS and  $de$  is PS then  $\alpha$  is VS şeklindeki kural ile de alt aşımalar engellenmeye çalışılmıştır. Referans nokta etrafındaki bu tarz geniş kazanç değişimleri sayesinde çatırtılar önlenmiş olur ve yerleşme zamanları da küçülür. Referans nokta etrafındaki bu tarz büyük genlik değişimleri ancak bu mimaride kullanılan öz uyarlama mekanizmasına benzer yöntemler ile sağlanabilir.

c) Ani bir yük değişimi meydana geldiği anda  $e$  küçük bir değere sahipse de çok büyük ( $e$  ile aynı işarete) değerler alır. Bu durumda yapılacak iş  $\alpha$  kazancını çok büyük değerlere çıkartmaktır. Bu nedenle, yük değişimlerine karşı kontrolör If  $e$  is PS and  $de$  is PM then  $\alpha$  is B veya If  $e$  is NS and  $de$  is NM then  $\alpha$  is B, şeklindeki kurallar kural tabanına eklenmiştir [15].

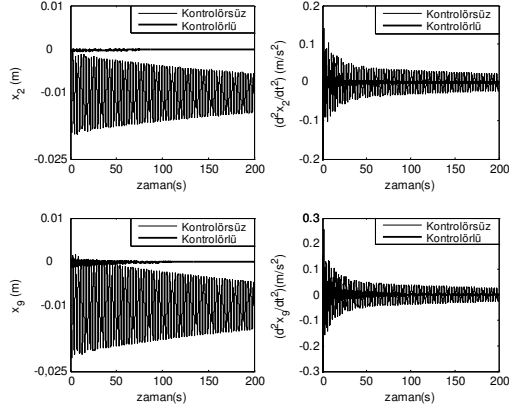
## 4. Simülasyon sonuçları

Yapısal sistemin analizi için Matlab Simulink ile Fuzzy Toolbox kullanılmıştır. Tasarlanan ÖUBM P-IDK sistemi iki girişli tek çıkışlıdır. Bu, uygulamada en çok rastlanan kontrolör tasarımıdır. Giriş olarak ikinci katın yerdeğiştirmesindeki hata ( $e = X_{ref2} - X_2$ ) ve hatanın türevi ( $de/dt = \dot{X}_{ref2} - \dot{X}_2$ ), çıkış olarak  $u$  kontrol kuvveti alınmıştır.

Referans değerleri sıfır ( $X_{ref2} = 0$ ,  $\dot{X}_{ref2} = 0$ ) olarak hesaba katılmıştır. Durulaştırma metodu olarak Merkez (Centroid) yöntemi kullanılmıştır. Simülasyonlarda zeminin 0.01 metre yer değiştirmesi sonucu oluşan yer hareketi, bozucu adım girişi olarak göz önüne alınmıştır.

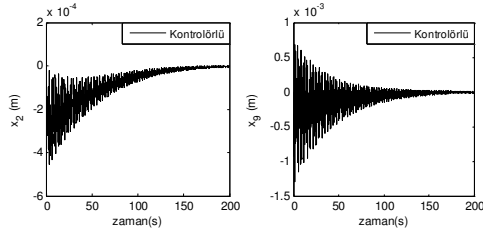
Tasarım için güvenlik ve konfor gerekli performans kriterleridir. Genel olarak yapıların güvenliği yer değiştirme cevaplarına bağlı olarak değerlendirilirken, konfor için ise ivme cevapları değerlendirilmektedir. Gerekli performans kriterlerinin sağlanması amacıyla simülasyonlar yapılmıştır. Kontrolörün yapıya yerleştirildiği 2. kat ile yapının en üst katı olan 9. katın yer değiştirme ve ivmelerinin zaman ve frekans cevapları bozucu yer hareketine karşı kontrolörlü ve kontrolörsüz olarak elde edilmiştir. Şekil 4'de 2. ve 9. katın yer değiştirmeleri ve ivmeleri sırasıyla kontrolörsüz ve ÖUBM P-IDK'lü olarak karşılaştırılmıştır. Şekil 4'de görüldüğü gibi

ÖÜBM P-IDK'ün göstermiş olduğu kontrol oldukça tatmin edicidir. Kontrolörün yerleştirilmiş olduğu kat olan 2. katın ve en fazla yer değiştirmenin beklendiği 9. katın ivme ve yer değiştirmeleri minimize edilmiştir.



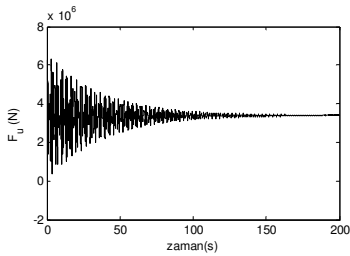
Şekil 4: 2. ve 9. katın yer değiştirme ve ivmelerinin kontrolsüz ve kontrolü zaman cevapları

Şekil 5'de 2. ve 9. katın yer değiştirmelerinin kontrolü zaman cevapları gösterilmiştir. Tasarlanan kontrolörün referans değerini izlemesi oldukça başarılıdır. Titreşim genlikleri minimize edilerek güvenlik açısından arzu edilen performans kriteri sağlanmıştır.



Şekil 5: 2. ve 9. katın yer değiştirmelerinin kontrolü zaman cevapları

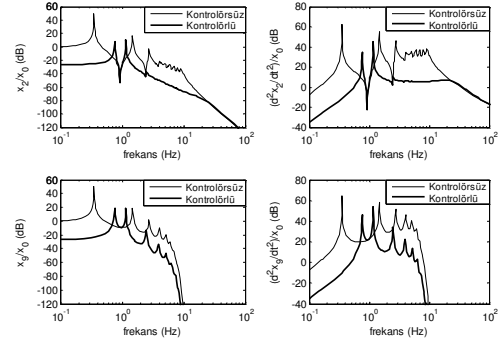
Kontrol kuvvetindeki değişim Şekil 6'da gösterilmektedir.



Şekil 6: Öz uyarlamalı bulanık P-ID kontrolör için kontrol kuvvetindeki değişim

9 Katlı yapının frekans cevapları, 2. ve 9. katın ivme ve yer değiştirmeleri için verilmiştir. Şekil 7'de 2. ve 9. katın yer değiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları gösterilmiştir. Sistem 9 serbestlik derecesine sahip olduğundan; 0.35, 1.48, 2.75, 4.00, 5.12, 6.09, 7.02, 8.02, 9.04 Hz. olmak üzere 9 tane

doğal frekansı vardır. Bu değerler, kütle ve rijitlik matrisleri kullanılarak hesaplanmıştır.



Şekil 7: 2. ve 9. katın yer değiştirme ve ivmelerinin frekans cevapları

Katların yer değişimi ve ivmelerinin frekans cevapları kontrolsüz ve kontrolü olmak üzere karşılaştırılmıştır. Yüksek genlikli eğriler, kontrolörün kullanılmadığı duruma aittir. Amaçlandığı gibi, en üst katındaki dahil tüm rezonans değerlerinde ciddi bir iyileştirme elde edilmiştir. Sismik zorlama altındaki bir yapı için en yıkıcı modun birinci mod olduğu bilinmektedir. Tasarlanan ÖÜBM P-IDK ile yapının 1. rezonans bölgesi bastırılmış, hem ivme hem de yer değiştirmeler göz önüne alındığında iyi sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca, eğrilerde görülen rezonans frekansları, hesaplara bulunan binanın doğal frekanslarıyla çakışma göstermektedir. Bu durum yapılan simülasyonun doğruluğunu kanıtlamaktadır.

## 5. Sonuçlar

Çalışmada gerçek kütle, sönüm ve rijitlik parametrelerine sahip 9 katlı bir binanın matematik modeli çıkarılarak bilgisayar ortamında aktif titreşim kontrolü yapılmıştır. Kontrolör olarak bulanık mantığın üstünlüklerine dayalı öz uyarlamalı bulanık mantıklı P-ID kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu yapının diğer bulanık mantık kontrolörlerden üstünlüğü; hazırlanan kural tabanı ile adaptif kontrolcü karakterinde çalışarak, değişen şartlara karşı kontrolör çıkış kazancını dinamik olarak yenileyebilmesidir. Simülasyonlardan elde edilen sonuçlar, önerilen kontrolör yapısının başarısını ortaya koymaktadır. Yapıların aktif titreşim kontrolünde bu tip bulanık mantık tabanlı adaptif kontrolörlerin önemli bir potansiyele sahip olduğu gözlemlenmiştir. Titreşim genliklerindeki azalma ve rezonans değerlerindeki iyileşmeler bu sonucu desteklemektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] Yoshida, K., and Fujio, T., 1999, "Semi-active base isolation for a building structure," Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conference, Las Vegas, Nevada, pp. 1-6.
- [2] Dan Cho, D., 1993, "Experimental results on sliding mode control of an electromagnetic suspension," Mechanical Systems and Signal Processing 7(4), pp. 283-292.

[3] Rao, M.V.C., and Prahlad, V., 1997, "A tunable fuzzy logic controller for vehicle-active suspension systems," Fuzzy Sets and Systems 85, pp. 11-21.

[4] Soong, T.T., Constantinou, M.C., (1994), Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering, CISM Courses and Lectures No 345, Springer-Verlag, Wien, New York.

[5] Lynch, J.P., 1998, "Active Structural Control Research at Kajima Corporation," Stanford University Department of Civil and Environmental Engineering, Ph.D. Research Project, Chapter 1, pp. 3-5, September 17.

[6] Nishimura, H., Ohkubo, Y., Nonami, K., (1996), "Active Isolation Control for Multi-Degree-of-Freedom Structural System", Third International Conference on Motion and Vibration Control, pp. 82-87, Chiba, Japan.

[7] Yagız, N., Yüksek, I., Guclu, R., (2000), "Sliding Mode Control of A Multi-Degree-of-Freedom Structural System", 2nd International Symposium on Mechanical Vibrations, 152-159, Islamabad, Pakistan.

[8] Guclu, R., (2003), "Fuzzy logic control of vibrations of analytical multi-degree-of-freedom structural systems," Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences 27(3), pp. 157-167.

[9] Guclu, R., Sertbas, A., (2005), "Evaluation of Sliding Mode and Proportional -Integral-Derivative Controlled Structures with an Active Mass Damper", Journal of Vibration and Control, Vol 11, pp. 397-406.

[10] Aldawod, M., Samali, B., Naghdy, F., Kwok, K.C.S., (2000) "Active Control of Along Wind Response of Tall Building Using A Fuzzy Controller", Elsevier, Engineering Structures, Vol 23, pp. 1512-1522.

[11] Yazici, H., Guclu, R., "Fuzzy PID Controller of Vibrations of Multi-Degree-of-Freedom Structural Systems", 7th International Congress on Advances in Civil Engineering-ACE 2006, Oct. 11-13, Istanbul, Turkey, 2006.

[12] Schlacher, K., Kugi, A., Irschik, H., 1997, "Nonlinear Control of Earthquake Excited High Raised Buildings by Approximate Disturbance Decoupling", Acta Mechanica Vol, 124, pp. 49-62.

[13] Zadeh, L., 1965, "Fuzzy Sets," Journal of Information and Control 8, pp. 338-353.

[14] Küçükdemiral, İ. B., (2002), "Nöral - Genetik Tabanlı Optimal Bulanık Kontrolörün Gerçeklenmesi ve DC Servomotorlara Uygulanması" Y.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Bölüm 6, İstanbul.

[15] Mudi, R.K. and Pal, N.R. (1999), A Robust Self-Tuning Scheme For PI- and PD- Type Fuzzy Controllers, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 1. pp. 2-16.

## Ek

Binaya ait kütle, rijitlik ve sönüm parametreleri:

| Kütle Parametreleri:      | Rijitlik Parametreleri:      | Sönüm Parametreleri:        |
|---------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| $m_1 = 450000 \text{ kg}$ | $k_1 = 18050000 \text{ N/m}$ | $c_1 = 26170 \text{ Ns/m}$  |
| $m_2 = 345600 \text{ kg}$ | $k_2 = 34000000 \text{ N/m}$ | $c_2 = 490000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_3 = 345600 \text{ kg}$ | $k_3 = 32600000 \text{ N/m}$ | $c_3 = 467000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_4 = 345600 \text{ kg}$ | $k_4 = 28500000 \text{ N/m}$ | $c_4 = 410000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_5 = 345600 \text{ kg}$ | $k_5 = 26900000 \text{ N/m}$ | $c_5 = 386000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_6 = 345600 \text{ kg}$ | $k_6 = 24300000 \text{ N/m}$ | $c_6 = 348000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_7 = 345600 \text{ kg}$ | $k_7 = 20700000 \text{ N/m}$ | $c_7 = 298000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_8 = 345600 \text{ kg}$ | $k_8 = 16900000 \text{ N/m}$ | $c_8 = 243000 \text{ Ns/m}$ |
| $m_9 = 345600 \text{ kg}$ | $k_9 = 13700000 \text{ N/m}$ | $c_9 = 196000 \text{ Ns/m}$ |

| Öz Uyarlamalı Bulanık P-ID Kontrolörün Giriş-Çıkış Ölçekleme Faktörleri ve $K_I$ , $K_D$ kontrol kazançları | Lineer motor parametreleri: |
|---|-----------------------------|
| $S_e = 120$   | $R = 4.2 \Omega$            |
| $S_{de} = 1$  | $K_f = 2 \text{ N/A}$       |
| $S_u = 900000000$   | $K_e = 2 \text{ Volt}$      |
| $K_f = 450000000$   |                             |
| $K_D = 5000000$   |                             |

Kütle Matrisi:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_9 \end{bmatrix}$$

Sönüm Matrisi ;

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 + c_7 & -c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_7 & c_7 + c_8 & -c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_8 & c_8 + c_9 & -c_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_9 & c_9 \end{bmatrix}$$

Rijitlik Matrisi;

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & k_7 + k_8 & -k_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_8 & k_8 + k_9 & -k_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_9 & k_9 \end{bmatrix}$$

# Yapay Sinir Ağı Denetlemeli AC-AC Dönüştürücü ile Gerilim Dalgalanmalarını ve Birleşik-Tuzak Filtre ile de Harmonikleri Düzenleyici Hibrid Sistem

İbrahim Alışkan<sup>1</sup>, Kayhan Gülez<sup>2</sup>, Ali A. Adam<sup>3</sup>, Galip Cansever<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü

Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

{ialiskan<sup>1</sup>, gulez<sup>2</sup>, cansever<sup>4</sup>}@yildiz.edu.tr  
aliadam999<sup>3</sup>@yahoo.com

## Özetçe

Yapay sinir ağı (YSA) denetlemeli AC-AC gerilim regülatörü ve gerilim harmoniklerini kompanse etmek amacı ile de birleşik-tuzak filtre sistemi, bu çalışmada gerçekleştirilmiştir. AC-AC gerilim regülatörüne, yapay sinir ağı tabanlı anahtarlama denetlemesi uygulanarak, anahtarlama kayıplarının azaltılmasına ve de anahtarlama süreleri arasındaki zaman gecikmelerinin minimize edilmesine çalışılmıştır. Çalışmada IGBT kullanılmasıdaki temel amaç, en iyi anahtarlama frekansı-güç aktarımı değerine (optimal değere) ulaşmaktır. Bu sebeplerden dolayı geliştirilen yapı; hızlı anahtarlama cevabı, basit ve daha akıllı bir mimari ve daha iyi bir çıkış dalga şekli gibi üstün özelliklere sahiptir. Yapay sinir ağı, yarı iletken elemanların tetikleme açı değişimlerinden ve de değişken lineer olmayan yüklerden kaynaklanan problemlere göre parametre tanımlamaları ile en uygun ve hızlı çözümü üretmektedir. Diğer taraftan, gerilim harmoniklerinin hat üzerindeki etkisinin ortadan kaldırılması (kabul edilebilir sınırlara çekilmesi) amacı ile birleşik-tuzak tipi pasif filtre kullanılmıştır. Yine geliştirilen filtre yapısının temel amacı, istenmeyen sinyallerin hattan uzaklaştırılması olduğuna göre, elektromanyetik girişim (EMI) üzerine etkisi de ayrıca incelenmiştir. MATLAB, geliştirilen yeni yapının simülasyonu ve performansının testi amacı ile kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar, geliştirilen yeni kontrol sisteminin başarısını ve etkinliğini ortaya koymaktadır.

## 1. Giriş

Güç sistemlerindeki kalite sorunu, çoğu endüstri alanlarındaki ana sorunlardan birisidir. Güç sistemindeki akım ve gerilim parametrelerinin durumu ticari, endüstriyel ve de ev kullanıcıları için temel göstergelerden birisidir. Kullanıcılar için gerilim dalga şeklinin yapısı, kullanıcının sahip olduğu yüklerin durumuna göre değişiklik göstermektedir. Zira, lineer bir yüke sahip bir kullanıcı için gerilim dalga şeklinde herhangi bir bozulma meydana gelmez iken, lineer olmayan bir veya daha fazla yüke sahip kullanıcı için yükün devreye alınıp-çıkartılma durumlarına bağlı olarak gerilim sinyalinde bozulmalar meydana gelecektir ve bu bozulmalar lineer yüklere sahip kullanıcıları da etkileyecektir [1].

Endüstride karşılaşılan genel güç kalite problemleri; anahtarlama, gerilim sinyalinde çöküntüler ve/veya tepeler

(peak), uzun süreli gerilim düşüklükleri, harmonikler ve gerilim sinyalindeki ani darbeler olarak sıralanabilir [1,2,3].

Gerilimde karşılaşılan çökmeler, kısa süreli (1~ saniyelik) voltaj düşüklükleridir. Bell Laboratuvarlarının araştırmasına göre, gerilimde meydana gelen çökmeler karşılaşılan toplam güç sistemi problemlerinin %87'sini oluşturmaktadır [4].

Enerji tüketiminin artması halinde, bir elektrik özelliği olarak gerilim sinyalinde enerjinin korunumuna uygun olarak düşmeler meydana gelecektir (brownout). Bu tür bir değişimin, yük üzerindeki etkisini görmek amacı ile sabit mıknatıslı senkron motor (PMSM) simülasyon ortamında ele alınmıştır. Burada ön plana çıkacak olan özellik, gerilim dalgalanmasının motorun hızına olan etkisidir.

Yapay sinir ağı tabanlı denetleme sistemi ile AC-AC voltaj regülatörünü oluşturan yarıiletken elemanların anahtarlama durumlarının tespiti gerçekleştirilmiştir.

Öte yandan, periyodik bir dalga şekli; bir DC bileşen, bir temel sinüzoidal bileşen ve bu temel bileşene ait tamsayı katlı frekanslarda saf sinüzoidal sinyallerin toplamı olarak ifade edilebilir [5]. Güç sistemleri açısından olaya bakılacak olursa, temel bileşen olarak, 50 Hz'lik sinüzoidal işaret ele alındığında, diğer bileşenlerin harmonikler olacağı açıktır. Yine, harmoniklerin yükler üzerindeki olumsuz etkileri de ele alındığında, bu sinyallerin yüke ulaşması engellenmelidir. Bu amaçla; aktif filtreler ve/veya pasif filtreler kullanılabilir. Geliştirilen yeni yapı içerisinde, pasif elemanlardan oluşan birleşik-tuzak filtre yapısı kullanılmıştır [6].

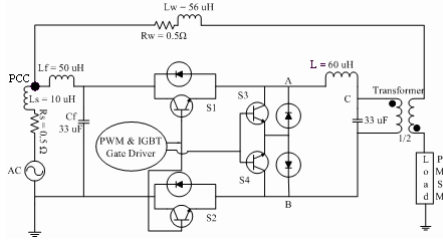
Tüm bu altsistemler birleştirildiğinde ve de simülasyon çalışması gerçekleştirildiğinde, tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir.

## 2. YSA Denetlemeli AC-AC Gerilim Regülâtörü ve Birleşik-Tuzak Filtre

### 2.1. AC/AC Yükseltici Dönüştürücü

Geleneksel olarak, AC/AC yükseltici tip dönüştürücüler motor-generatör veya türbin gibi elektromekanik komponentlerin üzerlerine kurulmaktadır. Bu çalışma içerisinde ise, klasik amaçlar için kullanılan klasik yükseltici tip konverter yapısı kullanılmamıştır. Kaynak AC işaret olarak, sistemin diğer elemanlarını da besleyen sinüzoidal işaret kullanılmıştır [3]. Yükseltme amacı ile, enjeksiyon trafosunun sekonder uçları kullanılmıştır. Bu sayede, yüke uygulanacak olan kaynak gerilimindeki düşme tipi dalgalanmalar

önlenebilecektir. Kullanılan dönüştürücü yapısına ve diğer ek devre elemanlarına ait diyagram şekil 1’de görülebilir.



Şekil 1: Gerilim yükseltici olarak kullanılan tek fazlı AC/AC dönüştürücü sistem ve ek elemanlara ilişkin devre şeması.

Kullanılan trafonun  $N_{\text{primer}}/N_{\text{secondary}}$  ( $N_p/N_s$ ) değeri, 1/2’ye eşittir. Sunulan devre şemasında görülen,  $R_s$  ve  $L_s$  parametreleri, sırası ile kaynağa ait direnç ve endüktans değerleridir. Yine,  $R_w$  ve  $L_w$  komponentleri ise, enjeksiyon trafosu ile ortak bağlantı noktası (point of common coupling - PCC) arasındaki empedansa ait direnç ve endüktans parametrelerini ifade eder.  $L$  ve  $C$  elemanları da, A ve B noktaları arasındaki gerilim sinyalindeki yüksek frekanslı bileşenleri (harmonikleri) elemine etmek amacı ile geliştirilmiş pasif filtreye ait bileşenlerdir. Sabit pozisyonlu voltaj regülatörüne (solid state voltage restorer - SSVR) ait bileşenler olan;  $S_1 \dots S_4$ , 3 kHz gibi yüksek bir frekansta (IGBT’ler için) tetiklenmektedir. Bu nedenle de, LC pasif filtrenin ayarlanması ile C noktasında elde edilecek olan gerilim sinyalinin PCC noktasındaki ile aynı ve/veya mümkün olan en yakın frekanslardaki bileşenleri (temel bileşen ve düşük frekanslı harmonikler) içermesi sağlanabilmektedir. SSVR topolojisi şekil 1’de sunulmuştur ve ikinci bir pasif filtre olarak,  $L_f$  ve  $C_f$  elemanları işleme alınmıştır [3]. İşte bu ikinci pasif filtre ile de, konvertöre ait yarıiletken elemanların tetiklenmesi ile ortaya çıkacak olan EMI sinyallerinin bastırılması amaçlanmıştır.

## 2.2. Anahtarlama Konumları ve Yapay Sinir Ağı Tabanlı Denetleyici Tasarımı

Yapay sinir ağı tabanlı denetleyici (YSA), dönüştürücüyü kullanarak, yüke ait besleme sinyalindeki kayıplara (gerilim düşmelerine) cevap vermektedir. YSA yüke ait sinüzoidal besleme sinyalini, tepe değeri 312 V olan sinüzoidal yapıda tutmaya çalışmaktadır.

Ağ yapısının hedefi, anahtarlama çiftlerinin iletim sürelerinin bulunması ile daha da net olarak görülebilir. Bu noktada, YSA’nın tasarımı için birbirine bağımlı iki farklı veri setine ihtiyaç duyulacaktır. Bahsi geçen bu veriler, şu şekilde sıralanabilir,

- İlk olarak, YSA’nın eğitiminin gerçekleştirilmesinde kullanılacak olan ve sistemin davranışlarına ait örnekleri içeren veri setleri sunulabilir [3],
- İkinci sorun ise, ilk problemi oluşturan veri setlerinden kaynaklanmaktadır. Zira, örnek veri setleri ile YSA çıktıların belirli bir hata ile de olsa eşitliğinin sağlanması gerekmektedir ve bunun için uygun aktivasyon fonksiyonu elde edilmelidir.

Eldeki veriler ışığında elde edilen ve yaklaşık olarak sıfır hatayı (%100 uyum) sağlayan polinomsal fonksiyon,

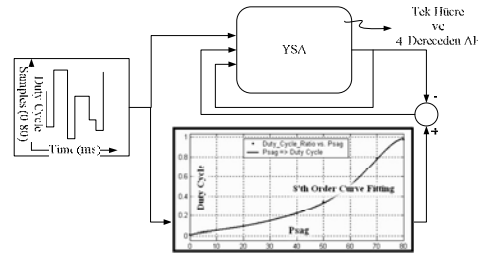
$$\begin{aligned} AF = & -2.55.10^{-13}.N^8 + 7.92.10^{-11}.N^7 \\ & -1.013.10^{-8}.N^6 + 6.92.10^{-7}.N^5 \\ & -2.73.10^{-5}.N^4 + 0.00063.N^3 \\ & -0.008.N^2 + 0.055.N - 0.1187 \end{aligned} \quad (1)$$

olarak elde edilmiştir. Ancak amacın, yapay zekayı kullanarak, denetlemede kullanılacak olan işlem elemanının matematiksel yükünü hafifletmek olduğunu hatırladığımızda ve de tek hücreli bir YSA ile bu sonuca ulaşmak istendiğinde, denemeler dördüncü dereceden bir aktivasyon fonksiyonunun yeterli olacağını göstermiştir ki,

$$\begin{aligned} AF = & 5.38.10^{-8}.N^4 - 4.5.10^{-6}.N^3 \\ & + 0.0002.N^2 + 0.0014.N + 0.011 \end{aligned} \quad (2)$$

fonksiyonu gerekli başarıyı sağlamıştır. Burada yapay zeka, matematiksel olarak sekizinci dereceden polinomsal bir ifadeye eşdeğer çıktıyı sunabilmektedir. Ek olarak, YSA’nın tahmin edici özelliği de eklenecek olursa, çalışmanın ortaya koyduğu avantajlar daha iyi anlaşılmaktadır.

YSA tasarımının geliştirme aşamasının başlangıcı olarak, ortaya koyulabilecek olan eğitim aşamasına ilişkin diyagram şekil 2’de vermiştir.



Şekil 2: YSA (tek hücre) tasarımı; eğitim aşamasına ilişkin benzetim diyagramı.

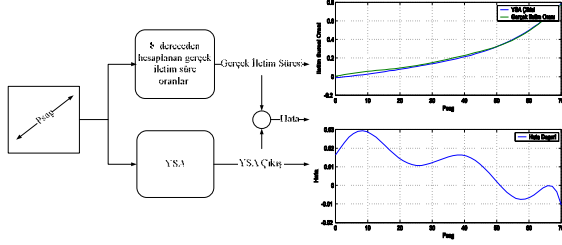
AC/AC dönüştürücü yapısında dört adet IGBT içermesine karşılık, YSA tek bir çıktı sinyali üretmektedir. Buna ilave olarak da hangi IGBT’nin, gerekli olan durumda iletime girmesi gerektiği gibi bir noktada dikkatten kaçırılmamalıdır. İşte tam bu noktada, elektriksel devre kuralları devreye girmektedir. Aynı giriş sinyali, bu anahtarlama çiftlerine uygulandığında, bu çiftler içerisinden sadece elektriksel olarak uygun durumda olan çift iletime girecektir. Fakat istenilen yapıda yükseltici tip bir çalışma için anahtarlama çiftlerini oluşturan IGBT’ler, aynı anda iletime girmemelidir. Bu sorunu çözebilmek için her iki anahtarlama çiftine de sadece bir adet lojik “not” kapısı yeterli olacaktır. S1 ve S2 IGBT’lerine uygulanacak olan giriş sinyalinin tersi, sırası ile S4 ve S3 IGBT’lerine uygulanmalıdır. Çünkü bu iki IGBT, devreye “L” endüktansının akım devamlılığını sağlamak amacı ile ilave edilmiştir. Eğer bu endüktansa ait akım sinyali ani olarak kesilmeye kalkılırsa, endüktans akım sürekliliğini sağlamak isteyecektir ve di/dt ile orantılı olarak tüm devreye zarar verebilecek gerilim değerleri üretebilecektir. Bu sebep, YSA



tasarımında ve anahtarlama pozisyonlarının tespitinde bize yardımcı olacaktır.

Öte yandan, perseptron eğitici öğrenme algoritması bu tip çalışmalar için uygun yapılardan birisidir [7,8].

Geliştirilen ağ yapısından öngörü olarak, minimum %90 başarımlı beklenmektedir ve bu amaçla ele alınan onaylama simülasyon diyagramı şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3: YSA tasarımı uygulanan onaylama diyagramı ve çıkış verileri.

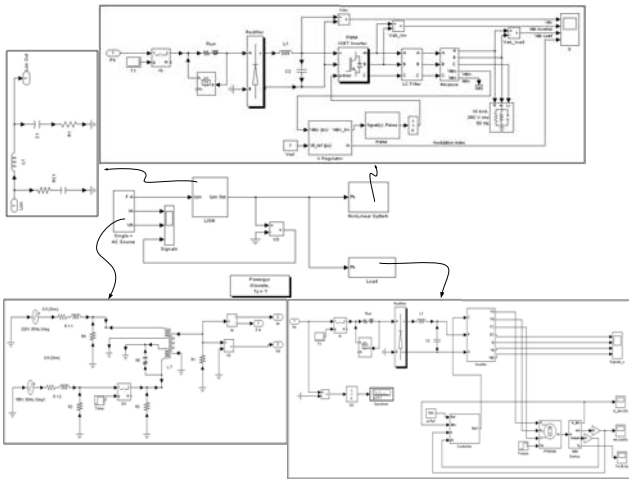
### 2.3. Harmonik Analizi ve Birleşik-Tuzak Filtre Yapısı

Bilindiği üzere, periyodik sinyaller sinüsoidal sinyallerin bileşimi olarak ifade edilebilirler (3).

$$V = V_0 + V_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1) + \dots + V_n \cdot \sin(\omega t + \phi_n) \quad (3)$$

Bu sinyallerden özellikle yüksek frekanslı bileşenler, elektriksel cihazlara zarar vermekle kalmayıp, aynı zamanda bu cihazların istenildiği gibi çalışmasını da engellemektedirler.

Yukarıdaki negatif etkileri de göz önüne alacak olursak, geliştirilen filtre düzeni ile bu harmoniklerden tamamen olmasa da beklentileri karşılayacak ölçüde kurtulmak mümkün olacaktır. İşte bu harmoniklere sebebiyet veren non-linear yük ve diğer sistem bileşenleri ise şekil 4’te görülebilir.



Şekil 4: Çalışmada ele alınan non-lineer yük ve ilave sistem elemanları.

Harmoniklerin eliminasyonunda, aktif ve/veya pasif filtre yapıları kullanılabilir. Filtre tipinin belirlenmesi, ilgili sistem ve çalışma durumuna bağlıdır.

#### 2.3.1. Birleşik Filtre Yapısı

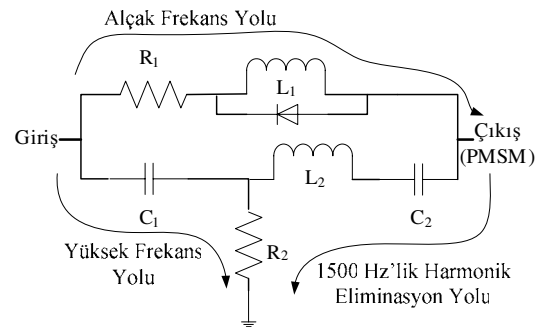
Bu pasif yapıda iki farklı iletim yolu söz konusudur (şekil 5).  $R_1$  ve  $L_1$  elemanlarının oluşturduğu birinci yol, düşük frekanslı işaretlerin geçişine izin vermektedir (düşük direnç) ve yüksek frekanslı işaretler için ise yüksek direnç özelliği gösterip yolu geçilmesi zor bir hale sokmaktadır.  $C_1$  ve  $R_2$  elemanlarının oluşturduğu ikinci yol ise, yüksek frekanslı işaretlere (harmoniklere) düşük direnç gösterip, alçak frekanslı işaretler için yüksek değerli bir direnç özelliği sergilemektedir. Bu sayede yüksek frekanslı harmoniklerin toprağa aktarımı gerçekleştirilmiş olmaktadır [6].

Etkili harmoniklerin 1500 Hz ve üzeri frekanslarda olduğu göz önüne alınacak olursa,  $C_1$ - $R_2$  yüksek frekanslı işaretlerin iletim yolu için bu frekansta  $6\Omega$ 'lık direnç değeri yeterli olacaktır. Çünkü 1500 Hz’de alçak frekans iletim yolu olan  $R_1$ - $L_1$  için empedans değeri  $177\Omega$ 'dur (bu değere yükün göstereceği empedansında ekleneceği unutulmamalıdır). Burada,  $R_1=R_2=0.47\Omega$  olarak alınmıştır. Zira mevcut dirençlerin oluşabilecek yüksek akım değerlerinden dolayı zarar görmesi önlenmelidir (50 W’lık dirençler söz konusudur) ve de empedans değerindeki artışlar ve azalmalar frekansa bağlı olarak L ve C elemanları tarafından sağlanmalıdır.

50 Hz için alçak frekans akış yolu,  $0.48\Omega$ 'lık direnç göstermektedir (yine bu değere de yükün göstereceği empedans değeri eklenecektir). Yüksek frekans akış yolu ise,  $31\Omega$ 'lık empedans değeri sergileyecektir. Çalışmalar ve denemeler göstermektedir ki, elde edilen bu değerler bu çalışma sistemi için en uygun sonuçları vermektedir. Direnç ve empedans değerleri için kullanılan formüller ise şu şekilde sunulabilir (4).

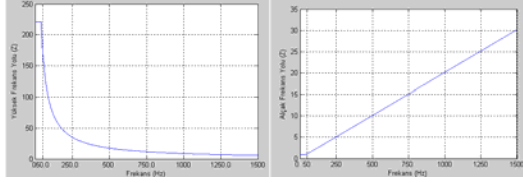
$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad \& \quad X_L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad (4)$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$



Şekil 5: Birleşik-tuzak filtre, devre yapısı.

Tasarım sonucun da elde edilen alçak frekans yolu ve yüksek frekans yolu empedans değerlerinin frekansa bağlı olarak değişimi, şekil 6’da sunulmuştur.



Şekil 6: Birleşik filtre yapısına ait bileşenlerin z-frekans değişim karakteristikleri.

Tasarım sonucu olarak beklenen empedans değişimleri, geliştirilen devre yapılarından elde edilebilmiştir.

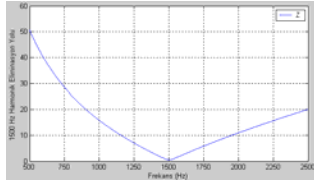
### 2.3.2. Tuzak Filtre Yapısı

Filtre yapısının ikinci kısmını oluşturan tuzak filtre, istenilen belirli bir frekanstaki harmoniğin eliminasyonu için kullanılmaktadır. Birleşik filtrenin sisteme uygulanması sonucu, 1500 Hz değerindeki harmonik sinyale ait genlik değerinin bastırılması amacı ile tuzak filtrenin kullanılabileceği görülmüştür. Zira bu frekanstaki harmonik, alçak frekans yolunu istenilen genlik değerinin üzerinde bir değerde geçebilmektedir.

İlk olarak, bu frekans değerini rezonans değeri olarak ele alıp,  $L_2$  ve  $C_2$  elemanlarının değerleri belirlenmelidir (5).

$$f_c = (2\pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2})^{-1} \quad (5)$$

Bu durumda oluşacak empedans değeri ise, (4)'de verilmiş olup, frekansa bağlı olarak değişim gösterecektir (şekil 7).



Şekil 7: Tuzak filtreye ait z-frekans karakteristiği.

Amaç; 1500 Hz frekanslı harmoniğin eliminasyonu olduğuna göre, eklenecek olan bu yeni yol üzerinden, 30. dereceli harmonik ve yakın dereceli harmonikler toprağa aktarılabilir.

### 2.4. Elektromanyetik Girişim EMI

Yüksek gerilim ve/veya yüksek akım sinyalleri, güç elektroniği devrelerini oluşturan elemanlar tarafından anahtarlendiğinde, yeni elektriksel sinyaller meydana gelmektedir ve genel yapı içerisindeki diğer elemanların bir kısmı bu sinyallerden etkilenmektedir. İstenmeyen bu sinyaller iki farklı şekilde yayılım gösterdiğinden dolayı, bu yayılım şekilleri ile adlandırılırlar; Conducted Emission ve Radiated Emission.

Her iki sinyal türü de, bozucu etkilerinden dolayı devrelerde istenmemektedir. EMI sinyallerinin bastırılması amacı ile farklı tiplerde filtre yapıları geliştirilmiştir. *T tipi*,  *$\pi$  tipi*, *L tipi*, *Cauer tipi* ve *Paralel-RC tipi* filtre yapıları, EMI filtre yapıları olarak sıralanabilir.

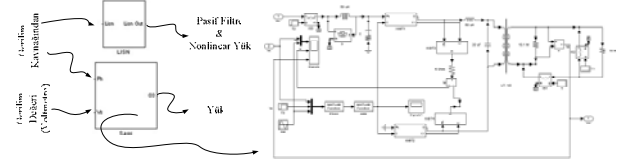
EMI sinyallerinin de elektriksel sinyaller olduğunu ve geliştirilen birleşik-tuzak tipi filtrenin de istenmeyen elektriksel sinyalleri bastırma amaçlı geliştirildiğini göz önüne

alacak olursak, geliştirilen bu yeni yapı tamamını olmasa da EMI sinyallerinin bir kısmını durdurabilmiştir.

## 3. Geliştirilen Yeni Yapıya İlişkin Performans Başarım Ölçütleri

### 3.1. YSA Denetlemeli Voltaj Regülatörüne Ait Başarım Ölçütleri

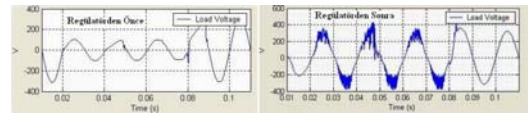
Geliştirilen yükseltici tip AC/AC dönüştürücü devresi şekil 8'de görülebilir.



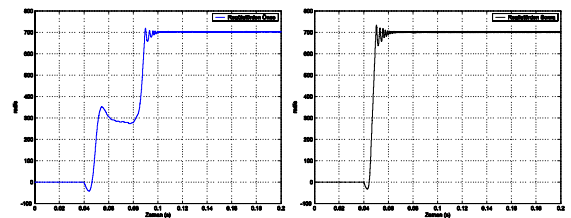
Şekil 8: AC/AC dönüştürücünün sistem içerisindeki yerleşimi.

Matlab Fcn (ANN) bloğu, YSA yazılımını içermektedir ve Matlab Fcn (PSAG) bloğu, gerilimdeki düşme değerini yüzde olarak ifade etmektedir [9]. Geliştirilen gerilim regülatörünün etkinliği, YSA'nın prediktivite özelliği ile geliştirilmiştir. Bunun anlamı, regülatör devreye girmek için hata değerinin tamamen sınırları aşmasını beklemez şeklinde ifade edilebilir.

Şekil 9'dan da görüldüğü gibi YSA'nın denetleyici olarak uygulandığı yükseltici tip gerilim regülatörü, yüke uygulanan sinüzoidal besleme geriliminin tepe değerini,  $312 \pm 10$  gibi bir bant içerisinde tutmayı başarabilmiştir. Bu tip bir besleme sinyali (uzun süreli konum değişiklikleri hariç), motor tipi devreler için yeterli olacaktır. Çünkü, bu tip elektriksel cihazlar, kendi yapıları içerisinde kapasitif ve endüktif elemanları içermektedirler ve bu sayede de kısa süreli besleme sinyali değişimlerinden etkilenmemektedirler. Görüldüğü gibi yeni regülatör yapısı 1-100  $\mu$ s'lik gecikmeye rağmen yeterli başarıyı elde edebilmiştir.



Şekil 9: 20...60 ms aralığında yük gerilimindeki değişimler.



Şekil 10: 20...60 ms aralığında PMSM motor hızının değişimi.

Regülatörün devreye ilave edilmesinden önce, PMSM motor gerilim düşümünden etkilenmektedir ve istenilen

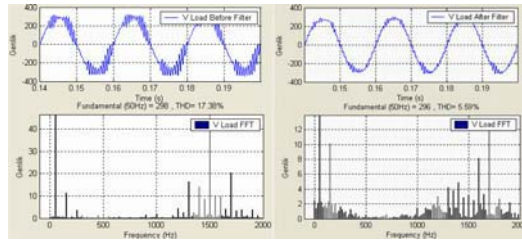
referans hız değerine ulaşamamaktadır. Bu geçici gerilim düşümü boyunca motorun hızı 300 devir/dk değerinde kalmaktadır, halbuki referans değer, 700 devir/dk olarak girilmiştir. Regülatörün devreye ilave edilmesinden sonra ise motor, kaynaktan meydana gelen gerilim düşümünden etkilenmemektedir ve istenilen hız değerine rahatlıkla ulaşabilmektedir (şekil 10).

### 3.2. Birleşik-Tuzak Filtreye Ait Başarım Ölçütleri

Her alanda olduğu gibi, harmoniklerin ana bileşene göre oranını ifade eden THD (6) değeri içinde standartlar sözkonusudur. IEE'ye (Institute of Electrical and Electronics Engineering) göre,  $V < 69$  kV için %5 değerinde THD değeri üst sınırı oluşturur. Yine NORSOK'a (Norwegian Technology Standards Association) göre,  $V < 1$  kV için en fazla %10 THD'ye izin verilmektedir.

$$THD = \sqrt{V_{rms}^2 - V_{1(rms)}^2} / V_{1(rms)} \quad (6)$$

Tasarımını gerçekleştirdiğimiz filtre yapısının başarımını incelemek adına, filtre öncesi ve filtre sonrası yük geriliminin yapısını ele alalım (şekil 11).

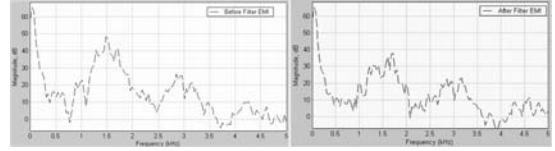


Şekil 11: Yük geriliminin filtre öncesi ve filtre sonrası yapılarına ait FFT (Fast Fourier Transformation) analizleri.

Dikkate değer ilk gelişme, harmonik oranının %67.8 oranında azaltılarak, %17.38'den %5.59'a kadar indirilmiş olmasıdır. Fakat sonuç değeri, IEEE için yeterli olmasa da (ancak sınırın hemen üzerinde bir değer olduğu gözden kaçırılmamalıdır), NORSOK için kabul edilebilir sınırlar içerisindedir. Çalışmadaki denemeler göstermiştir ki, gerilime ait THD değeri %5'in de altına çekilmeye çalışıldığı takdirde,  $R_2$  üzerinden akan akım değeri çok yüksek değerlere ulaşmakta ve çalışmanın gerçekçiliği ortadan kalkmaktadır. Çünkü bu durumda, direnç üzerinde ısı şeklinde meydana gelen enerji kaybı, kW'lara yakın değerlere ulaşmaktadır. Buna ilave olarak, bu durumda meydana gelen enerji kaybı da, korunmak istenen sistemin harcadığı enerji değerine yaklaşmaktadır (verim oldukça düşer).

### 3.3. EMI Azaltma Başarım Ölçütleri

Tasarımını gerçekleştirilen filtrenin temel amacının; EMI sinyallerinin durdurulması olmadığı ortadadır. Sadece non-lineer yük ve PMSM motordan oluşan sisteme ait çıktılar ele alındığında, dönüştürücü ve inverter devrelerine (PMSM motor besleme sistemi) ait yarıiletken elemanlardan kaynaklanan ve özellikle 1.5 kHz çevresinde etkili EMI sinyalleri sözkonusudur. Bu durum, şekil 12'de görülebilir. Birleşik-tuzak filtrenin uygulanmasından sonra özellikle etkili sinyallerde 10 dB civarında düşme meydana gelmiştir.



Şekil 12: EMI sinyallerindeki değişimler.

## 4. Sonuçlar

Yükseltici tip AC/AC dönüştürücü içerisinde yarıiletken olarak, IGBT'ler kullanılmıştır. Çünkü çalışmada mümkün olan en yüksek anahtarlama frekansı ve mümkün olan en güçlü yarıiletken elemanlara ihtiyaç duyulmaktadır ve bu kombinasyonda IGBT'ler için sözkonusudur. Anahtarlama yöntemi olarak, PWM kullanılmıştır ve gerilim düşmesi halinde PMSM motor dönüştürücü tarafından beslenmektedir. Bu sebepler ışığında, IGBT'ler kullanılmalıdır ve de mümkün olan en yüksek anahtarlama frekansının bulunması zorunluluğu vardır, sonucuna ulaşılmaktadır.

YSA tabanlı denetleyici, yük geriliminin sonraki aşamalarını tahmin ederek, gerekli denetleme sinyallerini zamanında üretebilmektedir. Bu da göstermektedir ki, denetleyicinin tahmin yeteneği zaman gecikmelerini ortadan kaldırmaktadır.

Yukarıda da belirtildiği şekilde, kullanılan pasif filtreye ait bileşenlerde yapılacak değişimler, enerji kaybını arttırmakta ve doğal olarak bu da geliştirilen sistemin hem uygulanabilirliğini güçlendirmekte hem de istenmemektedir. Denge noktasının yakalandığı durumu göz önüne alacak olursak, dizaynı gerçekleştirilen filtre yapısının başarılı olduğu sonucuna rahatlıkla ulaşılabilir.

Geliştirilen regülatör ve filtre devreleri sayesinde, özellikle 1.5 kHz çevresindeki harmonikler ve EMI sinyalleri ile gerilimdeki düşmelerin bastırılmasında önemli derecede iyileştirmeler elde edilmiştir.

## 5. Kaynakça

- [1] K. Srinivasan ve R. Jutras, "Conforming and Nonconforming Current For Attributing Steady State Power Quality Problems," IEEE Trans. on Power Deliv., 13 (1), s:212-217, 1998.
- [2] P. B. Steciuk ve J. R. Redmon, "Voltage Sag Analysis Peaks Customer Service," IEEE Comput. Appl. Power, Vol. 9, s: 48-51, 1996.
- [3] S. M. Hietpas ve M. Naden, "Automatic Voltage Regulator Using An AC Voltage-Voltage Converter," IEEE Trans. on Ind. Appl., 36, (1), s: 33-38, 2000.
- [4] American Power Conversion APC [www.apcc.com/power/power\\_event.cfm](http://www.apcc.com/power/power_event.cfm)
- [5] C. W. Lander, *Power Electronics*, Mc Graw Hill, 1993.
- [6] K. Gulez, A. A. Adam, H. Pastacı, "Passive Filter Topology to Minimize Torque Ripples and Harmonic Noises in IPMSM Derived with HDTCT", IJE-International Journal of Electronics, Vol. 94, No:1, s: 23-33, 2007.
- [7] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, Prentice Hall, 1999.
- [8] F. O. Karray and C. De Silva, *Soft Computing and Intelligent Systems Design*, Addison Wesley, 2004.
- [9] MATLAB, Simulink, Math Works Inc. 3 Apple Hill Drive Natick, MA, 01760-2098 USA.

**ÖZEL OTURUM**  
**ÇOK ROBOTLU SİSTEMLER – II**

---



## Çok Robotlu Sistemlerle Devinik Çevrede Rota Planlaması İçin Sezgisel Bir Yaklaşım

Osman Parlaktuna<sup>1</sup> Aydın Sipahioğlu<sup>2</sup> Ahmet Yazıcı<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
oparlak@ogu.edu.tr

<sup>2</sup>Endüstri Mühendisliği Bölümü  
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
asipahi@ogu.edu.tr

<sup>3</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
ayazici@ogu.edu.tr

### Özet

Çok robotlu sistemler, görevleri yerine getirirken tek robotlu sistemlere göre daha güvenilir ve hızlı olduklarından son yıllarda üzerinde daha sık çalışılan bir konu olmuştur. Fakat bu sistemlerde robotların birbirlerini etkilemeleri ve engel olmaları gibi bazı problemler bulunmaktadır. Robotların birbirlerini engellememeleri için kesişmeyen rotalarının oluşturulması tercih sebebidir. Bunun yanı sıra robotlar işlerini yaparken çalıştıkları ortamda da değişiklikler olabilir. Bu durumda robot rotalarının hızlı bir şekilde yeniden belirlenmesi gerekebilir. Bu çalışmada, araç turu belirleme (VRP) tabanlı sezgisel bir yaklaşımla, çok robotlu bir sistemdeki robotlar için devinik ortamda rota belirlenmesi problemi üzerinde çalışılmıştır.

### 1. Giriş

Otonom gezgin robot sistemlerinde robotların temizlik, hastanelerde hastalara veya yaşlılara hizmet gibi görevleri yerine getirmesi istenmektedir [1]. Bu tür karmaşık işlerin yerine getirilmesinde tek robotlu sistemler yerine çok robottan oluşan bir grubun kullanılmasının daha etkin ve uyarlabilir olacağı düşünülmektedir [2]. Fakat ortamda birden çok robotun çalışması yeni problemler ortaya çıkarmaktadır. Örneğin robotlar bir diğerine engel teşkil etmekte ve işlerin gecikmesine sebep olabilmektedir. Bu nedenle robotların izleyeceği yolların kesişmemesi tercih sebebidir.

Gezgin robot grupları için rota belirlemek üzere literatürde birçok yaklaşım bulunmaktadır. Yu ve arkadaşları [3] Genetik Algoritma kullanarak bir robot grubu için evrensel alt-en iyi yol bulma yöntemi geliştirmişlerdir. Çalışmalarında yol planlama problemi çoklu gezgin satıcı problemi (multiple Traveling Salesmen Problem, m-TSP) olarak ele alınmış ve karar verme ölçütü olarak en kısa toplam yol ya da en kısa yolların en uzununu kullanılmıştır. Bu çalışma robot grubu için bir başlangıç yol planı bulmakta ancak robotlar turlarına başladıktan sonra ortamda oluşan değişiklikleri ele almaktadır. Bir başka çalışmada Somhom ve arkadaşları [4] yarışma

tabanlı bir serimde tüm satıcılar tarafından gidilen toplam yolun en az olmasını gerektiren min-max çoklu gezgin satıcı problemini çözmek için yöntem önermişlerdir. Bu çalışmada da ortamdaki değişiklikler ve kapasite kısıtları ele alınmamıştır. Yazıcı ve arkadaşları [5] durağan ortamlarda Kazanım (Savings), Süpürme (Sweep) sezgiselleri ile Dijkstra'nın en kısa yol bulma algoritmasını kullanarak çok robotlu sistemlerin hareket planlamasını yapan yeni bir yöntem önermişlerdir. Daha sonraki bir çalışmada da [6], önerilen yöntemin sonuçları kesin çözüm metodlarının sonuçları ile detaylı şekilde karşılaştırılmıştır. Yukarıda bahsedilen tüm yöntemler ortamdaki değişiklikleri göz önüne almamaktadır. Fakat ilk plan yapıldıktan sonra, ortamda olan değişiklikler (önceden açık olan bazı yolların kapanması veya hizmet isteyen yeni noktaların çıkması gibi) yeni bir yol planlamasını gerektirebilir. Bu plan tamamen yeni olabileceği gibi, mevcut planın bir uyarlaması da olabilir.

Literatürde devinik ortamlarda çalışan robot grupları için rota belirleme çalışmaları da bulunmaktadır. Örneğin [7]'de sınırlı algılama bölgesine ve haberleşme kapasitesine sahip çok robotlu sistemler için devinik ortamlarda güvenilir şekilde dolaşılabilir hareket planlaması önerilmiştir. [8]'de ise çok robotlu hareket planlaması problemi uzay ve zaman olarak ayrık iki uzayda incelenmiştir. Güvenli hareket hesaplamaları için hareket planı kalitesi ve hareket planının gürbüzlüğüne dayalı değişik ölçütler kullanılmıştır. Yukarıdaki yaklaşımlar, bazı diğer hareket planlama problemleri ve çok robotlu sistemlerin gelecekleri hakkında düşünceler [2] ve [9] nolu çalışmalarda özetlenmiştir. Bu çalışmalarda hızlı planlama yöntemlerinin çok robotlu sistemlerin kontrolünde önemli rol oynayacağı vurgulanmıştır.

Bu çalışmada, enerji kısıtlı robotlardan oluşan robot grubu üyelerinin rota planlaması için VRP (Vehicle Routing Problem) tabanlı sezgisel bir yöntem önerilmiştir. Yaklaşımın ilk aşamasında, Dijkstra'nın en kısa yol bulma algoritması ve Kazanım ile Süpürme algoritmaları birlikte kullanılarak

kesişmeyen turlar belirlenmekte, robotlar bu başlangıç planına göre çalışmaya başlamaktadır. Ancak robotların çalışması sırasında yolların durumunda değişiklikler olabilir. Örneğin büyük bir cisim daha önceden açık olan bir yolu tıkayabilir ya da daha önceden ziyaret edilecek bir nokta isteğinden vazgeçebilir. Bu tür değişiklikler yeni bir planın yapılmasını ya da mevcut planın değiştirilmesini gerektirebilir. Bu durumda önerilen yöntem çevrede oluşabilecek tüm değişikliklere cevap verecek şekilde yeni turları belirlemektedir.

Çalışmada izleyen bölümler şu şekilde oluşturulmuştur: Bölüm 2'de tur oluşturma problemi ve önerilen yaklaşımda kullanılan algoritmalar tanıtılmıştır. Bölüm 3 önerilen yaklaşımı anlatmakta, Bölüm 4'te benzetim sonuçları verilmektedir. Bölüm 5'te ise sonuçlar açıklanmıştır.

## 2. Tanımlar

Çok robotlu sistemlerde robotlar tarafından ziyaret edilecek yerler düğüm ve bu yerler arasındaki yollar ayrıt olarak düşünülebilir. Bu yapı bir serim oluşturur. Bir serim  $G(N,A)$  şeklinde bir çizge olarak temsil edilir. Burada  $N$ ,  $n$  tane düğümden oluşan düğüm kümesi,  $A$  ise ayrıt kümesidir. Bir serim, düğümler arasındaki ayrıtların (bağlantıların) varlığına ve yapısına bağlı olarak yönlü ya da yönsüz olabilir. Yönsüz bir serimde hiçbir ayrıtın yönü yoktur. Düğümler arasındaki en kısa mesafelerin oluşturduğu matris, uzaklık matrisi olarak adlandırılır ve bu matris ( $i$  ve  $j$  düğüm numaraları olmak üzere) simetrik ( $d_{ij}=d_{ji}$ ) veya asimetrik ( $d_{ij}\neq d_{ji}$ ) olabilir. Asimetrik uzaklık matrisi yollardan en az bir tanesinin yönlü olmasıyla ortaya çıkar. Yollar çift yönlü ( $d_{ij}=d_{ji}>0$ ), tek yönlü ( $d_{ij}>0, d_{ji}=0$ ) ya da trafiğe kapalı ( $d_{ij}=d_{ji}=0$ ) olabilir. Uzaklık matrisi tam (her düğüm diğerleri ile bağlantılı) veya seyrek (bazı düğümler arasında doğrudan geçiş yok) olabilir. Bu çalışmada uzaklık matrisi, iyi bilinen en kısa yol bulma algoritması Dijkstra [10] ile hesaplanmaktadır.

Robot tarafından ziyaret edilecek düğümlerin sırasının belirlenmesi aslında bir rota (tur) belirleme problemidir. Eğer robotun herhangi bir kapasite kısıtı yoksa rota oluşturma problemi gezgin satıcı problemi (Traveling Salesman Problem, TSP) olarak düşünülebilir. Serimde birden fazla robotun bulunması problemi çoklu gezgin satıcı problemine (m-TSP) dönüştürür. Fakat robotların enerji ya da yük taşıma kapasitesi gibi kısıtlamaları varsa, problem araç rotası belirleme problemi (VRP) olmaktadır. TSP ve VRP yöneylem araştırmaları literatüründe üzerinde çok çalışılan problemlerdir. Ancak bu problemlerin NP-zor yapılarından dolayı, 30 düğümlü tam bağlı bir serimde dahi en iyi çözümü kabul edilebilir kısa bir sürede bulmak mümkün değildir. Düğüm sayısı arttıkça muhtemel tur sayısı üstel şekilde artmaktadır. Bu sebepten dolayı genellikle kesin çözüm yerine en iyi çözüme yakın sonuçlar veren sezgisel yöntemler tercih edilmektedir. TSP ve VRP için geliştirilen sezgisel yöntemler iki ana grupta toplanabilir: Klasik metotlar ve meta sezgiseller. Clarke ve Wright [11] tarafından geliştirilen Kazanım (Savings) algoritması iyi bilinen klasik sezgisel yöntemlerden biridir. Bu algoritma başlangıç düğümden başlayıp her ardıştırmada var olan yapıya yeni bir düğüm ekleyerek turu oluşturur. Algoritmanın amacı, her adımda tasarruf edilen (kazanılan) uzaklığı maksimum yapmaktır. Algoritmanın adımları şu şekildedir [12]:

1: Başlangıç düğümü belirle ve düğüm 0 olarak ata.

2: Bütün  $i$  değerleri için değişik başlangıç turlarını  $(0, i, 0)$  oluştur.

3: Bütün  $i$  ve  $j$  çiftleri için  $s_{ij}=d_{0i}+d_{j0}-d_{ij}$  kazanım değerini hesapla.

4: Kazanımları en büyükten en küçüğe azalan şekilde sırala

5: En büyük kazanım değerine sahip uygun bir ayrıt  $(i,j)$  bul. Burada  $i$  ve  $j$  farklı turlar üzerinde olmalı ve her ikisi de kendi turlarında ilk veya son olarak ziyaret edilen düğüm noktası olmalıdır. Ayrıt  $(i,j)$ 'yi varolan tura ekle ve  $(0,i)$  ve  $(j,0)$  ayrıtlarını sil. Ayrıt  $(i,j)$ 'yi kazanım listesinden çıkar.

6: 5 nolu adımı hiçbir  $(0,i,0)$  rotası kalmayınca kadar tekrarla.

Ballou [13],  $i$  ve  $j$  düğüm noktalarının ilk ya da son düğüm olmadığı yeni bir kazanım hesabı önermiştir. Örneğin  $C$  noktası, aynı rota üzerindeki  $A$  ve  $B$  noktaları arasına girecekse yeni kazanım değeri  $s=d_{0C}+d_{C0}+d_{AB}-d_{AC}-d_{CB}$  şeklinde hesaplanır. Bu çalışmada robotun başlangıç noktasından başladığı durumlarda Ballou tarafından önerilen hesap yöntemi kullanılmıştır. Eğer tur sırasında yolda ya da servis isteklerinde değişiklikler oluşursa, yeni bir kazanım hesaplaması kullanılmıştır. Yeni kazanım hesaplaması tek robot için yeniden planlama yapmak üzere önerilmiştir [14]. Yeni hesaplama yöntemi, başlangıç noktası ile robotun o anda bulunduğu pozisyonunun birleştiğini kabul ederek Kazanım algoritmasını ziyaret edilmemiş düğüm noktalarına uygulamaktadır.

Kazanım algoritması en iyi çözümü garanti etmemekle birlikte yeni turları çok hızlı bir şekilde oluşturmaktadır. Cordeau ve arkadaşları [11] farklı sezgisel yöntemleri 55 ile 199 arasında düğüm noktaları olan birçok test problemine uygulamışlar ve Kazanım algoritmasının sonuçlarının en iyi çözümden ortalama olarak %6.71 uzak olduğunu göstermişlerdir.

VRP için bir diğer klasik sezgisel yöntem, Süpürme (Sweep) algoritmasıdır. Süpürme algoritması düğüm noktalarını gruplama için kullanılan bir metottur ve kesişmeyen turların bulunmasında kullanılabilir.

Bu çalışmada, devinik ortamlarda çalışan robot takımı için (yeni) Kazanım, Süpürme ve Dijkstra'nın en kısa yol bulma algoritmalarından oluşan rota planlama yöntemi ile kesişmeyen turların oluşturulması gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen yöntem detaylı bir şekilde aşağıda anlatılmıştır.

## 3. Yöntem

Önerilen yöntem,  $n$  düğümlü bir serimde enerji kısıtlı  $m$  tane robottan oluşan robot grubunun elemanları için rota oluşturulmasını ele almaktadır. Ortam durağan ya da devinik olabilir ve her düğüm takımın en az bir üyesi tarafından ziyaret edilmelidir. Robotların, düğüm noktalarının pozisyonlarını, aralarındaki uzaklıkları ve bağlantı durumlarını bildikleri kabul edilmektedir. Verilen görev bütün düğüm noktalarının ziyaret edilmesi ve robotların başlangıç noktasına dönmesiyle tamamlanmaktadır. Enerji bir robot için önemli bir kısıttır. Robot enerjisi yalnız iş yaparken değil aynı zamanda seyahat sırasında da harcamaktadır. Fakat klasik VRP'de yalnızca aracın yükleme kapasitesi (bizim durumumuzda robotun iş yaparken harcadığı enerji) göz önüne alınmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada ele alınan problem hem seyahat sırasındaki enerjisi, hem de iş yapılması için gerekli enerjisi kapsadığından klasik VRP'den farklıdır.  $E_{ij}$  düğüm  $i$  ile düğüm  $j$  arasındaki seyahatte harcanan enerji, ve  $E_i$ ,  $i=1,...,n$

düğüm noktasında yapılan iş için harcanan enerji olarak tanımlanmıştır. Robotlar ( $R_k$   $k=1, \dots, m$ ) sınırlı enerjiye ( $E_{k-en}$ ,  $k=1, \dots, m$ ) sahiptir ve enerjilerini bitirmeden önce başlangıç noktasına dönmelidirler. Eğer robotun kalan enerjisi turu tamamlaması için yeterli değilse robot önceden bilinen bir enerji depolama noktasını tur içine dâhil etmeli ve enerji depolamalıdır.

Önerilen yöntem iki ana kısımdan oluşmaktadır i) Robotların ilk turlarının oluşturulduğu çevrim dışı planlama ii) çevre ve/veya iş değişikliklerinden dolayı turların yeniden planlanması.

#### i-Cevrim dışı planlama:

Bu adımda verilen işi en kısa sürede tamamlama veya robotların enerji kapasitelerini en etkin şekilde kullanma olarak iki farklı amaçtan bir tanesi kullanılabilir. Eğer işin en kısa sürede bitirilmesi isteniyorsa mevcut bütün robotların aynı anda kullanımı tercih edilebilir. Fakat bu durumda robotların kapasiteleri etkin kullanılamayabilir. Örneğin bazı robotlar tüm enerjilerini harcarken birkaç robot enerjilerinin yarısından az kısmını harcayabilir. İşin erken bitirilmesi önemsenen bir kısıt değilse, tüm robotları kullanmak yerine en az sayıda robot kullanarak enerjilerin etkin kullanımı sağlanabilir. İstenen bu amaçlara bağlı olarak başlangıç turları belirlenir. Birinci amaçta robotların enerji kapasitesinden daha az sanal bir enerji kullanılarak turlar belirlenir. Sanal enerji, iş yükünün robotlara eşit dağılımını sağlamak için tanımlanmaktadır. Sanal kapasite kullanılarak çevrim dışı planlama, karmaşıklık analizi ve çözüm tekniklerinin karşılaştırılması detaylı olarak Yazıcı ve arkadaşları tarafından verilmiştir [6]. İkinci yaklaşımda ise robotların tüm kapasiteleri kullanılarak işi tamamlamak için yeterli sayıda robot kullanılmaktadır. Çevrim dışı planlamanın detaylı bir açıklaması aşağıda verilmiştir:

Başlangıç adımı:

- i) Çevre hakkında gerekli tüm bilgileri topla: Düğüm sayısı ( $n$ ), koordinatlar ( $x_i, y_i$ ),  $i=1, \dots, n$ , gerekli enerjiler  $E_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , linklerin durumları (açık-kapalı, tek yönlü-çift yönlü), düğümler arası uzaklıklar ( $d_{ij}$ ) ve düğümler arasında harcanacak enerji miktarları  $E_{ij}=f(d_{ij})$ .
- ii) Robotlar hakkında gerekli tüm bilgileri topla: Mevcut robot sayısı ( $m$ ) ve robotların enerji kapasiteleri ( $E_{k-en}$ ,  $k=1, \dots, m$ ).
- iii) Eğer iki düğüm noktası arasında tek yönlü ya da kapalı yol (bağlantı) varsa Dijkstra algoritmasını kullanarak düğüm noktaları arasındaki en kısa yolu bul. Bu en kısa yolları kullanarak tüm  $d_{ij}$  değerleri pozitif olacak şekilde  $D$  matrisini güncelle.
- iv) Her robot tarafından harcanan enerji miktarını  $E_{k-top-har}=0$  ve her robot için aşırı yük değişkeni  $R_{k-aş}=1$  olarak ata. Başlangıç düğümü hariç tüm düğüm noktalarını  $P$  dizisine koy.
- v) Robot indisini  $k=1$  olarak ata.

Ana adım:

- 1- Süpürme algoritmasını kullanarak seçilen bir düğüm noktasından itibaren süpürmeye başla. Bu düğüm noktasında Ballou Savings algoritmasını kullanarak  $R_k$  robotu için geçici bir tur belirle.  $E_{k-top}=E_i+E_{ij}$  değerini hesapla. Eğer  $E_{k-en} \geq E_{k-top-har}$  ise bu düğüm noktasını  $k$  robotunun turuna ( $R_{k-tur}$ ) ekle ve

düğüm noktasını  $P$  dizisinden sil. Aksi halde  $R_{k-aş}=0$  ve  $k=k+1$  ata.

- 2- Eğer  $\sum_{k=1}^m R_{k-aş} > 0$  ise ve  $P$  dizisi içinde düğüm noktaları varsa adım 1'e dön, aksi halde dur.

#### ii-Yeniden Planlama:

Çevredeki değişiklikler serim yapısını etkiler. Bu değişiklikler daha önceden açık yolların kapanması ya da servis isteklerindeki değişimler (daha önceden hizmet isteyen bir müşterinin isteginden vazgeçmesi veya yeni hizmet isteyenlerin çıkması) şeklinde olabilir. Bu değişikliklerden dolayı problem devirik ortamda rota planlama problemine dönüşür. Bu nedenle de turların yeniden gözden geçirilmesi ve gerekirse yeniden oluşturulması gerekebilir.

Turların yeniden oluşturulması sırasında en önemli parametre, robotların geriye kalan enerji miktarlarıdır. Robotlar enerjilerinin bir kısmını harcadıkları için yeni turların oluşturulması kalan enerjilerle uyumlu olmalıdır. Verilen işi tamamlamak için gerekli enerji, robotun kalan enerjisinden fazla ise o robotun turuna bir enerji depolama düğümü eklenmelidir.

Şekil 1'de bu çalışmada geliştirilen yeniden planlama algoritmasının akış diyagramı görülmektedir. Atamalar adımıda her robotun enerji kapasiteleri  $E_{k-en}$   $k=1, \dots, m$  robotların kalan enerjisine eşitlenmekte, her robotla ilgili tur  $R_{k-tur}$   $k=1, \dots, m$  ilgili robotun ziyaret edemediği düğüm noktalarını kullanarak yenilenmekte ve yeni ilave edilen düğüm noktaları  $N_{yeni}$  dizisine atanmaktadır. Robotun o andaki pozisyonu yeni turun başlangıç noktası olarak kabul edilmektedir. Bu adımdan sonra devirik duruma (kapalı yol, yeni düğüm noktası veya düğüm noktasının kapanması) bağlı olarak gerçekleştirilen adımlar aşağıda açıklanmıştır

**Kapalı yol durumu:** Eğer iki düğüm noktası arasındaki yol tamamen trafiğe kapanırsa ya da çift yönlü bir yol tek yönlü yola dönüşürse, bu iki düğüm arasındaki en kısa mesafe Dijkstra algoritması ile hesaplanmakta ve  $D$  matrisi bütün  $d_{ij}$  değerleri pozitif olacak şekilde yenilenmektedir.

**Bazı düğüm noktalarının iptali:** Aktif düğüm noktalarından bazılarının iptal edilmesi durumunda robot turları, geri kalan düğüm noktaları kullanılarak yenilenmektedir.

**Yeni düğüm noktaları:** Serimde yeni düğüm noktalarının olması durumunda robotların turları aşağıda anlatılan şekilde yeniden oluşturulmaktadır

Adım 0: Robot indisini  $k=1$  olarak ata

Adım 1: Aktif düğüm noktalarından bir tanesini ( $N_{yeni}$  dizisinden)  $R_k$  robotunun turuna ekle ve değiştirilmiş Kazanım algoritmasını kullanarak robotun gideceği yeni mesafeyi hesapla. Her robot tarafından gidilmesi gereken toplam mesafeyi  $T_k$   $k=1, \dots, m$  hesapla.

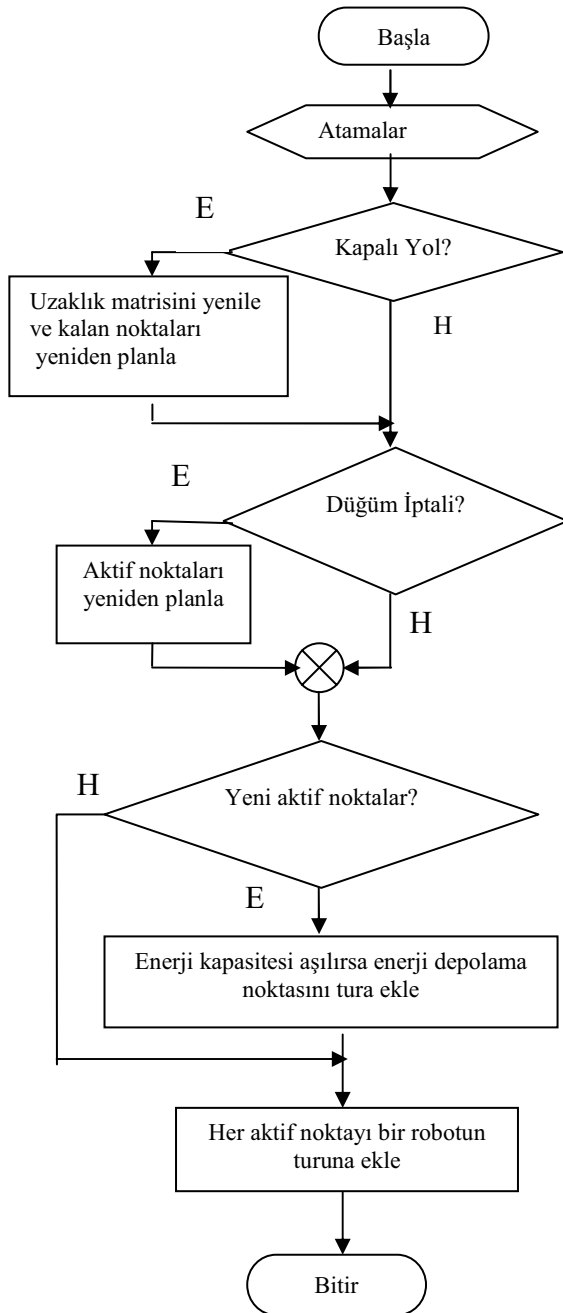
Adım 2:  $k=k+1$ ,  $k>m$  ise adım 3'e git aksi halde adım 1'e dön.

Adım 3: En küçük  $T$  değerini ve bu değerin indisi  $k'$ 'yı bul. Yeni aktif düğüm noktasını  $R_k$  robotunun turuna ekle ve düğüm noktasını  $N_{yeni}$  dizisinden sil.



Adım 4:  $N_{\text{yeni}}$  dizisi boş ise enerji kontrol adımına git, aksi halde adım 0'a dön.

**Enerji depolama noktasının tura eklenmesi:** Yöntemin son adımında yeni robot turları için gerekli enerji miktarları hesaplanmaktadır. Eğer herhangi bir robotun enerjisi, verilen işi tamamlaması için gerekli enerjiden az ise, daha az maliyetli enerji depolama noktalarından bir tanesi Kazanım algoritması mantığı kullanılarak robotun turuna eklenmektedir.



Şekil 1. Yeniden planlama akış diyagramı

#### 4. Benzetim sonuçları

Önerilen yöntemin etkinliğini göstermek amacıyla farklı şartlarda benzetimler gerçekleştirilmiştir. İlk benzetimde iki farklı amaç kullanılarak başlangıç turları yaratılmış ve

sonuçlar karşılaştırılmıştır. İkinci grup benzetimlerde ise değişik çevre değişiklikleri için yeniden planlama deneyleri yapılmıştır. Benzetimlerde TSPLIB [15] kütüphanesinden seçilen Eil 51 VRP test problemi 3 robotun bulunduğu kabul edilerek kullanılmıştır. Her düğüm noktasında yapılacak işlerde harcanacak enerji miktarı Tablo 1’de verilmiştir. Eil 51 problemine 52 ve 53 nolu iki enerji depolama düğüm noktası eklenmiştir. Bir robot verilen işi tamamlayacak kadar enerjisi olursa bu düğümleri ziyaret etmeyecektir.

Tablo 1: Düğüm noktalarında harcanacak enerji miktarı

|   |
|---|
| [Düğüm No $E_i$ ]=[1 0;2 7;3 30;4 16;5 9;6 21;7 15;8 19;9 23;10 11;11 5;12 19;13 29;14 23;15 21;16 10;17 15;18 3;19 41;20 9;21 28;22 8;23 8;24 16;25 10;26 28;27 7;28 15;29 14;30 6;31 19;32 11;33 12;34 23;35 26;36 17;37 6;38 9;39 15;40 14;41 7;42 27;43 13;44 11;45 16;46 10;47 5;48 25;49 17;50 18;51 10]. |
|---|

#### 4.1 İki farklı amaç için başlangıç plan benzetimleri

Bu bölümde iki farklı amaç kullanılarak robotların başlangıç turları belirlenmiştir. Benzetimler sırasında yolda harcanan enerji miktarları gidilen mesafenin fonksiyonu olarak  $f(d_{ij}) = d_{ij}$  (Eğer  $f(d_{ij}) = 0$  ise problem klasik VRP’ye dönüşmektedir) hesaplanmıştır. Her robotun enerji kapasitesinin 450 birim olduğu kabul edilmiştir. Önerilen yöntem turları herhangi bir düğüm noktasından başlayarak belirleyebilmektedir. Bu çalışmada başlangıç noktası olarak 1 nolu düğüm noktası alınmıştır. Yöntemin ortamdaki değişikliklere tepkisini anlayabilmek için başlangıçta [29 36 50 44 41 15 20] nolu düğümlerin kapalı olduğu varsayılmıştır. Bu yüzden bu noktalar başlangıç planına dâhil edilmemiştir.

İlk ele alınan amaç toplam enerji yükünün robotlara dengeli dağıtılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda mevcut tüm robotlar 400 birimlik sanal enerji kapasitesi kabul edilerek kullanılmıştır. Toplam gereken enerji miktarını belirlerken sonsuz enerjiye sahip bir robotun tüm işleri yaptığı kabul edilmiş ve Ballou’nun Kazanım algoritması kullanılarak gerekli enerji miktarı hesaplanmıştır. Sanal kapasite, toplam gerekli enerjinin mevcut robot sayısına bölünmesi ile hesaplanmıştır.

Birinci amaç için elde edilen başlangıç turları aşağıda verilmiştir:

$$R_{1\_tur} = [1; 11; 10; 17; 3; 4; 37; 21; 30; 22; 51; 35; 31; 40; 34; 1],$$

$$R_{2\_tur} = [1; 13; 47; 46; 28; 49; 8; 27; 32; 9; 23; 2; 33; 12; 39; 6; 1];$$

$$R_{3\_tur} = [1; 16; 38; 18; 5; 48; 19; 7; 24; 25; 26; 14; 42; 43; 45; 1].$$

Elde edilen turlar Şekil 2’de gösterilmiştir.

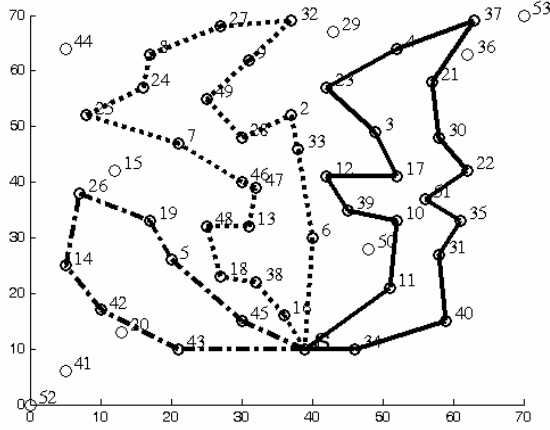
İkinci amaç gruptaki bazı robotların maksimum enerji kapasitelerini (450 birim) kullanmaktır. Bu amaç için belirlenen başlangıç turları aşağıda belirtilmiştir.

$$R_{1\_tur} = [1; 11; 10; 39; 12; 17; 3; 23; 4; 37; 21; 30; 22; 51; 35; 31; 40; 34; 1];$$

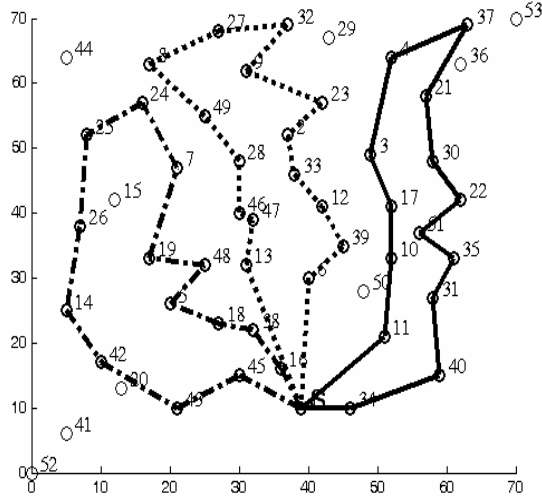
$R_{2\_tur}=[1; 16; 38; 18; 48; 13; 47; 46; 7; 25; 24; 8; 27; 32; 9; 49; 28; 2; 33; 6; 1];$

$R_{3\_tur}=[1; 43; 42; 14; 26; 19; 5; 45; 1];$

Belirlenen turlar Şekil 3'te gösterilmiştir. Her iki amaç kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 2'de karşılaştırılmıştır. Tabloda görüldüğü gibi sanal kapasite kullanılan birinci amaçta gidilecek mesafe ve enerji yükü robotlar arasında dengeli biçimde dağılmıştır



Şekil 2: Birinci amaç için başlangıç turları



Şekil 3: İkinci amaç için başlangıç turları

#### 4.2 Devinik durumlar

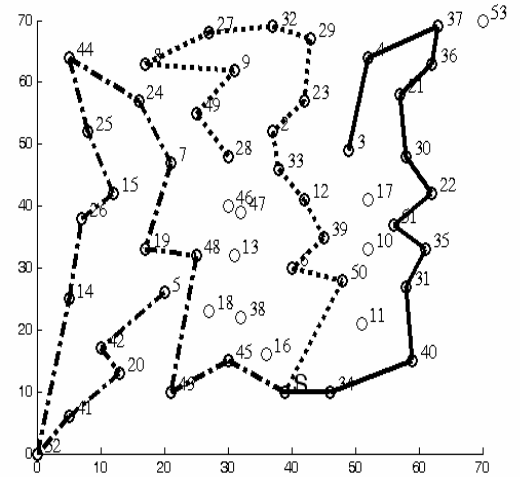
Robotlar, Şekil 2'de belirlenen başlangıç turlarını kullanarak işlerine başlatılmıştır. Robotlar görevlerini yerine getirirken ortamda oluşabilecek bazı değişiklikler turların yeniden oluşturulmasını gerektirebilir

Tablo 2. İki amaç sonuçlarının karşılaştırılması

|        | Sanal Kapasite   |             | Maksimum Kapasite |             |
|--------|------------------|-------------|-------------------|-------------|
|        | Gidilecek mesafe | Enerji yükü | Gidilecek mesafe  | Enerji yükü |
| $R_1$  | 155.9270         | 372.9270    | 179.4550          | 438.4550    |
| $R_2$  | 156.5266         | 374.5266    | 182.9580          | 446.9580    |
| $R_3$  | 147.9334         | 392.9334    | 97.5831           | 254.5831    |
| Toplam | 460.3870         | 1140.387    | 459.9961          | 1139.9996   |

Örnek olarak  $R_1$  robotunun 3,  $R_2$  robotunun 28 ve  $R_3$  robotunun 5 nolu düğümlerde oldukları anda serimde değişiklikler olduğu düşünülmüştür. Bu anda robotların kalan enerjileri sırasıyla 374.1356, 365.2835 ve 401.3659 birimdir. Bu çalışmada iki farklı değişiklik durumu incelenmiştir.

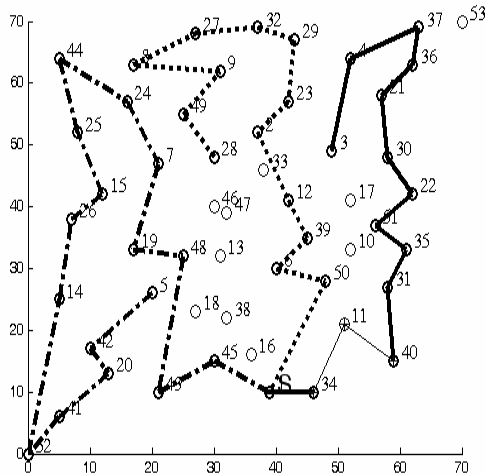
i- *Aktif olmayan düğüm noktalarının aktif olması:* Başlangıçta aktif olmayan [29 36 50 44 41 15 20] nolu düğüm noktaları aktif olduğunda yeniden planlama algoritması robotların turlarını Şekil 4'te görüldüğü gibi yeniden oluşturmuştur. Yeniden planlama sırasında 52 ve 53 noktalar ilave düğüm noktaları olarak kabul edilmiştir. Görüldüğü gibi 52 nolu depolama noktası  $R_3$  robotunun yeni turuna eklenmiştir. Fakat diğer iki robotun kalan enerjileri verilen işleri yapıp başlangıç noktasına dönüş için yeterli olduğundan 53 nolu depolama noktası herhangi bir robotun turuna ilave edilmemiştir. Turların yeniden planlanması 2 sn içinde olmuştur.



Şekil 4 : Durum 1 için yeniden planlanan turlar

ii- *Bazı yolların kapanması ve bazı aktif düğüm noktalarının kapatılması:* 40 ve 34 nolu düğümler arasındaki yolun kapandığını ve 33 nolu düğüm noktasının kapatıldığını düşünelim. Bu şartlarda elde edilen yeni turlar Şekil 5'te gösterilmiştir. Başlangıç durumunda  $R_1$  44 nolu düğümden 34 nolu düğüme doğrudan giderken şimdi yol kapalı olduğu

için öncelikle 11 nolu düğüme gitmekte ve sonra 34 nolu düğüm noktasına ulaşmaktadır. Robot 11 nolu düğümde herhangi bir iş yapmamakta sadece oradan geçmektedir. 33 nolu düğüm noktasının servis isteği kapalı durumuna geldiğinden  $R_2$  robotu bu düğüm noktasını ziyaret etmemektedir.



Şekil 5: Durum 2 için yeniden planlanan turlar

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada VRP tabanlı sezgisel bir yaklaşımla devinik ortamlarda çalışan çok robotlu sistemler için kesişmeyen tur oluşturulması gerçekleştirilmiştir. Çalışmada ele alınan problemde robotların seyahat ederken harcadıkları enerji de hesaplara katıldığı için bu problem klasik VRP probleminden daha karmaşıktır. Çalışmada önerilen yöntemin en önemli sonucu serim yapısından (durağan-devinik, tam bağlı veya seyrek) bağımsız olarak çözümün çok kısa sürede bulunmasıdır. Örneğin Eil 51 VRP test probleminin henüz eniyi olmayan çözümlerinden biri kesin çözüm teknikleri ile 6 saatte bulunurken önerilen yöntem daha iyi bir çözüme 3 saniyeden daha kısa sürede ulaşmıştır. Önerilen yöntemten diğer bir özelliği de başlangıç turlarını oluşturmaktaki esnekliktir. Başlangıç turları robot enerji kapasitelerini etkin şekilde kullanmak ya da verilen görevi en kısa sürede tamamlamak gibi iki amaç için oluşturulabilir. İlave olarak işlerin yapılması sırasında serimde oluşabilecek herhangi bir değişiklik durumunda önerilen yöntem turları çok kısa sürede yeniden oluşturmaktadır. Yeniden planlama durumunda robotların kalan enerjilerine bağlı olarak bir depolama düğümü robotun turuna eklenebilmektedir.

## 6. Kaynaklar

- 
- Şekil 5: Durum 2 için yeniden planlanan turlar
- 5. Sonuçlar**

Bu çalışmada VRP tabanlı sezgisel bir yaklaşımla devinik ortamlarda çalışan çok robotlu sistemler için kesişmeyen tur oluşturulması gerçekleştirilmiştir. Çalışmada ele alınan problemde robotların seyahat ederken harcadıkları enerji de hesaplara katıldığı için bu problem klasik VRP probleminden daha karmaşıktır. Çalışmada önerilen yöntemin en önemli sonucu serim yapısından (durağan-devinik, tam bağlı veya seyrek) bağımsız olarak çözümün çok kısa sürede bulunmasıdır. Örneğin Eil 51 VRP test probleminin henüz yeni olmayan çözümlerinden biri kesin çözüm teknikleri ile 6 saatte bulunurken önerilen yöntem daha iyi bir çözüme 3 saniyeden daha kısa sürede ulaşmıştır. Önerilen yöntemin diğer bir özelliği de başlangıç turlarını oluşturmaktaki esnekliktir. Başlangıç turları robot enerji kapasitelerini etkin şekilde kullanmak ya da verilen görevi en kısa sürede tamamlamak gibi iki amaç için oluşturulabilir. İlave olarak işlerin yapılması sırasında serimde oluşabilecek herhangi bir değişiklik durumunda önerilen yöntem turları çok kısa sürede yeniden oluşturmaktadır. Yeniden planlama durumunda robotların kalan enerjilerine bağlı olarak bir depolama düğümü robotun turuna eklenebilmektedir.
- ## 6. Kaynaklar
- [1] Z. Dehuai; X. Cunxi; L. Xuemei, Design and Implementation of Internet Based Healthcare Robot System, in *Proc. of the IEEE 27th Annual Conference Engineering in Medicine and Biology*, Shanghai, 577-580 (2005)
  - [2] T. Arai, E. Pagello, L.E. Parker, R.E. Parker, Multi-robot Systems, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **18** (5), 655-661, (2002).
  - [3] Z. Yu, L. Jinhai, G. Guochang, Z. Rubo and Y. Haiyan, An implementation of evolutionary computation for path planning of cooperative mobile robots, in *Proc 4th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Shanghai, 1798-1802, (2002).
  - [4] S. Somhom, A. Modares and T. Enkawa, Competition-based neural network for the multiple traveling salesman problem with min-max objective, *Computers & Operations Research*, **26**, 395-407, (1999).
  - [5] A. Yazici, A. Sipahioglu, O. Parlaktuna, U. Gurel, A Heuristic-Based Route Planning Approach for a Homogeneous Multi-robot Team, in *Proc. of the 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control*, Munich, 1237-1242, (2006).
  - [6] O. Parlaktuna, A. Sipahioglu, A. Yazici, A VRP-Based Route Planning For A Mobile Robot Group, Special Issue on Swarm Robotics in Turkish Journal Of Electrical Engineering & Computer Sciences, Accepted, in press (2007).
  - [7] M.C. Clark, S.M. Rock, J.C. Latombe, Motion Planning For Multiple Mobile Robot Systems Using Dynamic Network, in *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, Taipei, 4222-4227, (2003).
  - [8] C. Ferrari, E. Pagello, J. Ota, T. Arai, Multi-robot Motion Coordination in Space and Time, *Robotics and Autonomous Systems*, **25** (3-4), 219-229, (1998).
  - [9] J. Ota, Multi-Agent Robot Systems as Distributed Autonomous Systems, *Advanced Engineering Informatics*, **20**(1), 59-70, (2006).
  - [10] R.K. Ahuja, T.L. Magnanti and J.B. Orlin, *Network flows, theory algorithms, and applications*, Prentice Hall, (1993).
  - [11] J.F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J. Y. Potvin, F. Semet, A Guide to vehicle routing heuristics, *Journal of Operational Research Society*, **53**, 512-522, (2002).
  - [12] B.L. Golden, W.L. Stewart, Empirical analysis of heuristics, in *The traveling salesman problem*, Lawler et al. (Eds.), pp. 207-250, John Wiley & Sons, New York, (1985).
  - [13] R.H. Ballou, *Business logistics / supply chain management*, 5th ed., Pearson and Prentice Hall, (2004).
  - [14] O. Parlaktuna, A. Sipahioglu, A. Yazici, U. Gurel, Tsp Approach For Mobile Robot Dynamic Path Planning, in *abstracts of the 1st International Conference on Control and Optimization with Industrial Application*, 79, Baku, (2005).
  - [15] TSPLIB, <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>, Available (2007).

# Hareketli bir Hedefin Hız-Kısıtlamalı Erkinlerden oluşan bir Robot Sürüşü ile Yapay Potansiyel Fonksiyonlar ve Kayan Kip Yöntemi Kullanılarak Takibi

Murat İlter Köksal<sup>1</sup>, Veysel Gazi<sup>1</sup>, Barış Fidan<sup>2</sup> ve Raúl Ordóñez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü,  
Söğütözü Cad. No: 43, 06560 Ankara, Türkiye,

{vgazi, i.koksal}@etu.edu.tr

<sup>2</sup>National ICT Australia Ltd. ve Ulusal Avustralya Üniversitesi,  
Bilişim Bilimleri ve Mühendisliği Bölümü, Canberra, Avustralya,

Baris.Fidan@anu.edu.au

<sup>3</sup>Dayton Üniversitesi, Elektrik ve Bilgisayar Mühendisliği Bölümü,  
300 College Park, Dayton, OH 45469-0232, ABD,

ordonez@ieee.org.

## Özetçe

Bu makalede hareketli bir hedefin hız-kısıtlamalı (non-holonomic) robotlardan oluşan bir sürü tarafından takibi incelenecektir. Hedef ve erkinler, 2-boyutlu kartezyen uzayında hareket etmektedirler. Denetimi yapılacak olan erkinlerin amacı hareketli bir hedefi yakalayıp etrafını sarmak ve etrafında geometrik bir şekil (oluşum, dizilim) oluşturmaktır. Bu eşgüdümlü görevi gerçekleştirmek için yapay potansiyel fonksiyonlar/alanlar ve kayan kip denetim yöntemi kullanılarak, yapıcı bir analizle merkezi olmayan, gerçek zamanlı bir denetim planı geliştirilecektir. Bu makalenin daha önce yapılmış çalışmalara katkısı, basit integratör ve tam-denetim modelleri için bulunmuş olan sonuçların, daha gerçekçi ve zor olan hız-kısıtlamalı model için geliştirilecek olmasıdır. Geliştirilecek olan denetim yordamının etkinliği; analitik olarak kanıtlanacak ve benzetimlerle sınanacaktır.

## 1. Giriş

Son yıllarda, biyolojik sistemlerden etkilenilerek öğrenilen ilkelerin denetim sistemlerine uyarlanması konusunda birçok araştırma yapılmaktadır. Araştırmacıların ve mühendislerin amacı biyolojik sistemlerin esinlenmiş denetim sistemleri geliştirmektir (bkz. [1, 2, 3, 4, 5]). Bu çalışmalar biyolojik sürülerin (bakteri kolonileri, kuş, balık ve memeli sürüleri) davranışlarını modellemekten biyolojik süreçleri taklit ederek çok-erkinli mühendislik problemleri çözen akıllı yöntemler geliştirmeye kadar uzanan geniş bir yelpazeyi kapsar. Biyolojik sistemleri mühendislik problemlerine uyarlama çalışmalarının çıkış noktası, bu sistemlerin çevrelerine son derece iyi uyum sağlamış başarılı sistemler olmalarıdır.

Yukarıda bahsedilmiş olan çalışmaların önemli bir kısmı birden fazla özerk erkinin dağılık işbirliği ve denetimi üstünedir [1, 2, 3, 4, 5]. Bir grup çok basit erkin, tek bir erkin için fazla karmaşık olabilecek görevleri eşgüdümlü çalışarak başarabilmektedirler. Ayrıca sürünün elemanlarından biri veya birkaçı arızalanıp, görevi devam ettiremeyecek duruma gelirse, kalanlar yeniden işbölümü yapıp görevi tamamlayabilmektedirler. Bu şekilde çalışan erkinler sistemin genel gürbüzlüğüne ve görevin başarıma olasılığını artırmaktadır.

Bu makalede, özel bir dağılık eşgüdüm ve denetim prob-

lemi olan hareketli bir hedefin özerk erkinlerden oluşan bir robot sürüşü tarafından eşgüdümlü takibi üzerine çalışılacaktır. Gerçekleştirilecek olan görev, çok-erkinli sistemler (sürüler) için,  $\mathbb{R}^2$ 'de belirli bir dizilimde hareket ederken, yine hareket halindeki bir hedefin etrafını sarmayı sağlayacak bir dağılık denetim stratejisi geliştirmektir.

Bu makalede daha önce [6, 7, 8]'de kullanılan basit integratör ve tam-denetimli erkin modeli yerine ikisinden de daha zor ve daha gerçekçi olan hız-kısıtlamalı model kullanılacaktır. Hız-kısıtlamalı model Bölüm 2'de detaylı olarak anlatılacaktır. Makalenin varolan çalışmalara katkısı; basit integratör ve tam-denetim modelleri kullanılarak elde edilen sonuçların (bkz. [7, 8]), hız kısıtlamalı model için geliştirilecek olmasıdır. Dikkat çekici bir husus da yapılacak olan geliştirmenin modelle ilgili basit bir değişiklikten ibaret olmamasıdır ki; bunun sebebi de [7] ve [8] çalışmaları için düşünülmüş olan tasarım yaklaşımının hız-kısıtlamalı modele doğrudan uygulanmasının mümkün olmasıdır.

Yukarıda bahsedilmiş olan takip görevi gerçekte iki alt-görevin birleşimidir. Alt-görevlerden biri; hareket eden hedefin takip edilmesi, diğeri ise geometrik dizilimin/oluşumun korunmasıdır. Bu iki alt-görevi aynı anda gerçekleştirebilmek için yapay potansiyel fonksiyonları ve kayan kip yöntemini temel alan bir dağılık denetim stratejisi izlenecektir. [7] ve [8]'deki çalışmalarda tasarlanmış olan denetim stratejisi bu makalede öngörülen hız-kısıtlamalı modele doğrudan uygulanmadığı için bu çalışmaya temel olarak [9] çalışmasında, toplanma ve dizilim davranışlarının denetimi için kullanılmış olan yapay potansiyel alan ve kayan kip tekniği yaklaşımı benimsenecektir.

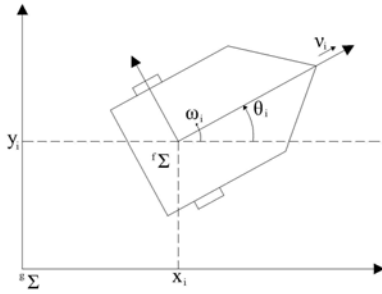
Bu makale şu şekilde düzenlenmiştir. Bölüm 2'de, öngörülen hız-kısıtlamalı erkin modeli ortaya konulacak ve üzerinde çalışılacak olan problem tanımlanacaktır. Bölüm 3'de, Bölüm 2'de tanımlanan problem için denetim tasarım yordamı açıklanacaktır. Daha sonra Bölüm 4'de, Bölüm 3'de geliştirilen denetim stratejisinin etkinliğinin denendiği bazı benzetim sonuçları sunulacaktır. Son olarak makale, Bölüm 5'de yapılacak bazı yorumlarla sonlandırılacaktır.

## 2. Hız-kısıtlamalı Model ve Sürü Takip Problemi

$M$  tane gezgin hız-kısıtlamalı<sup>1</sup> robottan (erkinden<sup>2</sup>) oluşan bir sürünün  $\mathbb{R}^2$ 'de hareket ettiği varsayılın ve erkinler  $A_1, \dots, A_M$  olarak belirtilsin. Her  $A_i$  ( $i \in \{1, \dots, M\}$ ) erkininin Şekil 1'de gösterilen konumlanması olduğu varsayılın ve hareket denklemleride aşağıdaki gibi olsun:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= v_i \cos(\theta_i), \\ \dot{y}_i &= v_i \sin(\theta_i), \\ \dot{\theta}_i &= \omega_i, \\ \dot{v}_i &= \frac{1}{m_i} [F_i + f_{vi}], \\ \dot{\omega}_i &= \frac{1}{I_i} [\tau_i + f_{wi}] \end{aligned} \quad (1)$$

Burada  $x_i$  ve  $y_i$  erkin  $A_i$ 'nin kartezyen koordinatları cinsinden konumunu,  $\theta_i$  yönelme açısını,  $v_i$  doğrusal hızını ve  $\omega_i$  de açısız hızını belirtir.  $m_i$  ve  $I_i$  sıfırdan büyük sabitlerdir ve erkin  $A_i$ 'nin sırasıyla kütle ve eylemsizlik momentini göstermektedirler.  $A_i$  erkininin denetim girdileri kuvvet girdisi  $F_i$  ve tork girdisi  $\tau_i$ 'dir.  $f_{vi}$  ve  $f_{wi}$  ifadeleri bilinmeyen yan etkileri ve sistem belirsizliklerini temsil eder. Bunların her  $i \in \{1, \dots, M\}$  ve bilinen  $f_{vi}^+$  ve  $f_{wi}^+$  için  $|f_{vi}| < f_{vi}^+$  ve  $|f_{wi}| < f_{wi}^+$  şeklinde sınırlı oldukları varsayılmıştır. Ayrıca, her erkin  $A_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) için kütle  $m_i$  ve eylemsizlik momentini  $I_i$ 'nin kesin değeri bilinmemektedir, fakat, sınırlar  $0 < \underline{M} < m_i < \bar{M}$  ve  $0 < \underline{I} < I_i < \bar{I}$  nin bilindiği varsayılmıştır. Dikkat edilirse bu erkin modeli hem kinematik hem de dinamik hareket denklemlerini içermektedir. Bu, kinematik modele iki ayrı integrator eklemekle eş değerdir.



Şekil 1: Hız-kısıtlamalı Erkin  $A_i$ .

**Açıklama 1:** Bu makalede,  $\theta_i$  de dahil olmak üzere tüm açıların  $[0^\circ, 360^\circ)$  aralığından değer aldıkları varsayılacaktır. Bundan dolayı açıları ile ilgili tüm toplama işlemleri (mod  $360^\circ$ )'a göre yapılacaktır. Örneğin  $\theta_1 - \theta_2$  dendiğinde  $(\theta_1 - \theta_2) \pmod{360^\circ}$  kastedilmektedir. Benzer şekilde  $\dot{\theta}_i(t)$  şu şekilde tanımlanacaktır:

$$\dot{\theta}_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\theta_i(t) - \theta_i(t - \Delta t)) \pmod{360^\circ}}{\Delta t}$$

Bu durumda tüm açıları bir çember üzerinde döndüğü için, herhangi bir süreksizlik oluşmamaktadır.

Bu çalışmada yapılmak istenen, hareketli bir hedefi, hareket denklemleri (1)'de verilen hız-kısıtlamalı bir robot sürüsüyle takip etmektir. Başka bir deyişle, denetim girdileri  $u_{i1} = F_i$  ve  $u_{i2} = \tau_i$  i öyle tasarlanmalı ki;  $M$  tane erkinden oluşan sistem,

kaçan hedefi önceden belirlenmiş bir geometrik dizilim içinde hareket ederek yakalasın ve etrafını sarsın. Belli bir  $t$  anında,  $p_i(t) = [x_i(t), y_i(t)]^T$ ,  $A_i$  erkininin  $i = 1, \dots, M$  konumunu,  $p_T(t) = [x_T(t), y_T(t)]^T$ 'de hedefin konumunu belirtiyor olsun. Bunlar ışığında çalışılacak olan problem şu şekilde ifade edilebilir:

**Problem 1** (Sürü Takip Problemi)  $M$  sayıda erkinden oluşan bir sürü olsun ve her bir  $A_i$  erkini,  $i \in \{1, \dots, M\}$ , denklem (1)'de verilen dinamiklerle hareket ediyor olsun. Her  $A_i$ ,  $i \in \{1, \dots, M\}$  erkininin, herhangi bir  $t$  anında, sürüdeki herhangi bir  $A_j$  erkininin,  $p_j(t)$  konumunu, kendi konumunu ve  $p_T(t)$  hedef konumunu algılayabildiği varsayılın.<sup>3</sup> Hedef çevrelendiğinde erkinler arası istenilen mesafeler  $\{d_{ij} | i, j \in \{1, \dots, M\}, i \neq j\}$  olarak verilmiş olsun. Burada  $d_{ij}$  erkin  $A_i$  ile erkin  $A_j$  arasındaki arzu edilen mesafeyi göstermektedir. Bu mesafelerin geometrik uyumluluk içinde olduğu varsayılarak problem aşağıdaki gibi tanımlanır: Denetim girdileri

$$u_i = [u_{i1}, u_{i2}]^T = [F_i, \tau_i]^T$$

yi öyle tasarlanıns ki her  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, M$  erkini için

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_T(t) \in \lim_{t \rightarrow \infty} \text{conv}\{p_1(t), \dots, p_M(t)\} \quad (2)$$

$$\left| \lim_{t \rightarrow \infty} \|p_i(t) - p_j(t)\| - d_{ij} \right| \leq \epsilon, \forall i \neq j \in \{1, \dots, M\} \quad (3)$$

sağlansın. Burada  $\text{conv}\{p_1, \dots, p_M\}$ ,  $p_1, \dots, p_M$  sürüsünün oluşturduğu dışbükey yüzeyi/zarfi<sup>4</sup> belirtmektedir,  $\epsilon > 0$  ise önceden tanımlanmış küçük bir tolerans değeridir.

Problem 1'de, denklem (3) dizilim oluşturma/dizilimi korumaya alt-görevini, denklem (2) ise hedefi takip/hedefin etrafını sarma alt-görevlerini ifade etmektedir. Problem 1'i çözmek için yapay potansiyel fonksiyonlar ve kayan kip yöntemi kullanılacaktır. Kullanılacak olan yapay potansiyel fonksiyon iki fonksiyonun birleşimi olacaktır. Bu fonksiyonlardan biri (2)'deki takip koşulunu, diğeri de (3)'deki dizilim koşulunu sağlamak için kullanılacaktır.

## 3. Denetleyici Tasarımı

### 3.1. Yapay Potansiyel Fonksiyonlar

Problem 1'in çözümü için erkinler arasında ve erkinler-hedef arasında itme-çekme ilişkisi oluşturmak için yapay potansiyel fonksiyonlar kullanılacaktır. Kullanılacak olan potansiyel fonksiyon takip ve dizilim alt-görevlerini beraber gerçekleştirmek zorundadır. Başka bir deyişle, denetleyici tasarım yordamında temel alınacak olan yapay potansiyel fonksiyon iki bölümden oluşur. Bu bölümler dizilim denetimi ve takip denetimi bölümleridir. Bu çalışmada, [6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] çalışmalarında kullanılan fonksiyonlar tipinde bir potansiyel fonksiyon kullanılmıştır.

Kullanılan fonksiyon şu tiptedir:

$$J(p_1, \dots, p_M, p_T) = J_T(p_1, \dots, p_M, p_T) + J_F(p_1, \dots, p_M), \quad (4)$$

$$J_T(p_1, \dots, p_M, p_T) = w_T \sum_{i=1}^M J_{iT}(\|p_i - p_T\|),$$

$$J_F(p_1, \dots, p_M) = w_F \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M J_{ij}(\|p_i - p_j\|).$$

<sup>3</sup>Bu varsayımın sadece belirli bazı erkinleri algılayabildiği varsayımı olarak yuvarlatılması mümkün.

<sup>4</sup>ing: convex hull

<sup>1</sup>ing: non-holonomic

<sup>2</sup>ing: agent

Burada,  $J_{iT}(\|p_i - p_T\|)$ ;  $A_i$  erkini ve hedef arasındaki potansiyeli,  $J_{ij}(\|p_i - p_j\|)$  de,  $A_i$  erkini ve  $A_j$  erkini arasındaki potansiyeli göstermektedir. Dikkat çekici bir nokta, hesaplanması gereken potansiyel fonksiyon değerlerinin sadece erkin-erkin ve erkin-hedef arası uzaklıklara bağlı olduğudur. Sıfırdan büyük  $w_T$  ve  $w_F$  sabitleri potansiyel fonksiyondaki alt-görevlerin (dizilim ve takip) erkinler açısından önemini (ağırlığını) belirlemektedir. Bu şekilde seçilmiş bir potansiyel fonksiyonla her erkin dizilimi korumaya çalışırken hedefi takip etmeye zorlanır.

Yukarıdaki açıklamalar ışığında, (4)'teki potansiyel fonksiyonlar  $J_{iT}$  ve  $J_{ij}$  şu şekilde seçilmiştir:

$$J_{iT}(\|p_i - p_T\|) = \frac{1}{4}\|p_i - p_T\|^4 \quad (5)$$

$$J_{ij}(\|p_i - p_j\|) = \frac{1}{2} \left[ a_{ij}\|p_i - p_j\|^2 + b_{ij}c_{ij}e^{-\frac{\|p_i - p_j\|^2}{c_{ij}}} \right] \quad (6)$$

Burada  $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}$ , sıfırdan büyük, tasarımıyla ilgili sabitlerdir ve hangi değerleri almaları gerektiği bu bölümün devamında açıklanacaktır.

[10, 12, 9] çalışmalarında,  $J_{ij}$ , (6) gibi tanımlandığında, potansiyel fonksiyon  $J_F$ 'nin genel minimumunun (tek olmaya-bilir), istenilen erkinler arası mesafeler  $d_{ij}$  ile belirlenmiş olan dizilimde olacağı gösterilmiştir. Bunun sağlanması için (6) denklemdeki tasarım sabitleri  $a_{ij}, b_{ij}$  ve  $c_{ij}$  şu şekilde seçilmelidir:

$$\delta_{ij} \triangleq \sqrt{c_{ij} \ln \left( \frac{b_{ij}}{a_{ij}} \right)} = d_{ij}. \quad (7)$$

Yine [10, 12, 9] çalışmalarında olduğu gibi, erkinler  $\mathbb{R}^2$ 'de

$$\dot{p}_i = -\nabla_{p_i} J_F(p),$$

denetim yasasına göre hareket ederlerse ve başlangıç koşullarının uygun olması şartı ile Problem 1'deki (3) denkleminin gerçekleşme şartını sağlarlar.

Potansiyel fonksiyonun (4), takip bölümü  $J_T$ 'ye (5) dikkat edilecek olursa, herhangi bir  $y \in \mathbb{R}^2$  ve

$$h_{iT}(\|y\|) = \|y\|^2 \quad (8)$$

için

$$\nabla_y J_{iT}(\|y\|) = y h_{iT}(\|y\|) \quad (9)$$

olduğu görülmektedir.

Dikkat edersek  $h_{iT}(\|y\|)$ ,  $\|y\| = 0$  haricindeki tüm  $y$ 'ler için sıfırdan büyüktür. Sürekli durumda  $\nabla_{p_T} J(p_1, \dots, p_M, p_T) = 0$  olduğu durumda [7, 8]'deki çalışmalarda gösterildiği gibi

$$\sum_{i=1}^M p_i h_{iT}(\|p_i - p_T\|) = p_T \sum_{i=1}^M h_{iT}(\|p_i - p_T\|)$$

olur. Bu durumda  $\sum_{i=1}^M h_{iT}(\|p_i - p_T\|) \neq 0$  olduğu varsayılırsa (ki bu erkinlerin en azından birinin hedef ile aynı konumda olmadığı anlamına gelmektedir ve her zaman sağlanmaktadır) ve bu varsayım altında yukarıdaki ifade yeniden düzenlenirse

$$p_T = \frac{\sum_{i=1}^M p_i h_{iT}(\|p_i - p_T\|)}{\sum_{i=1}^M h_{iT}(\|p_i - p_T\|)}$$

elde edilir. Burada

$$\eta_i = \frac{h_{iT}(\|p_i - p_T\|)}{\sum_{i=1}^M h_{iT}(\|p_i - p_T\|)}, i = 1, \dots, M$$

şeklinde tanımlanırsa yukarıdaki denklem

$$p_T = \sum_{i=1}^M \eta_i p_i \quad (10)$$

biçiminde yazılabilir.

Yukarıdaki bilgiler ışığında ve seçmiş olduğumuz potansiyel fonksiyonda  $h_{iT}(\|y\|) \geq 0$  sağlandığından dolayı tüm  $i$ 'ler için  $0 \leq \eta_i \leq 1$  ve  $\sum_{i=1}^M \eta_i = 1$  sağlanır ve bu durum  $p_T \in \text{conv}\{p_1, \dots, p_M\}$  anlamına gelmektedir. Bu durumda Problem 1'deki (2) denkleminin sağlanması için  $t \rightarrow \infty$  iken  $\nabla_{p_T} J(p_1, \dots, p_M, p_T) = 0$  olması gerekmektedir.

### 3.2. Kayan Kip Yöntemi ile Denetleyici Tasarımı

Kayan kip yöntemi Bölüm 1'de de belirtildiği gibi çok-erkinli sistem eşgüdümü ve denetimi alanları da dahil olmak üzere bir çok uygulama alanında yaygın olarak kullanılmaktadır. Kayan kip tekniğinin yaygın kullanılmasının sebebi; sistem dinamiklerindeki belirsizlikleri bastırma ve gürbüzlük özellikleridir. Diğer taraftan, en yalın şekliyle uygulandığında kayan kip yönteminin olumsuz özellikleri çatırdama etkisi ve oluşması muhtemel yüksek şiddetli denetim işaretleridir [9]. Fakat bu olumsuzlukların integrasyon ve filtreleme gibi belirli yöntemlerle tamamen altedilebilmesi ya da etkilerinin azaltılabilmesi de mümkündür; fakat bunlar bu çalışmanın konusu değildir.

Tipik bir kayan kipli denetim tasarımı, modelleme belirsizliklerini ve bozulmaları bastırmak için yeterince yüksek kazançlı, anahtarlamalı bir denetleyici kullanılır ve erkin dinamikleri kararlılaştırıcı bir yüzey üzerinde kalmaya zorlanır (kayma yüzeyi). Bu kazancın değeri; belirsizlik ve bozulmaların bilinen sınır değerleri kullanılarak hesaplanmaktadır.

Burdan sonra, Problem 1'in çözümü için her erkini (4), (5) ve (6)'de tanımlanmış olan potansiyel fonksiyon  $J$ 'nin ters eğiminde gitmeye zorlayacak bir kayan kipli denetleyici tasarlanacaktır. Bu durumda sağlanmak istenen koşul

$$\dot{p}_i = -\nabla_{p_i} J(p), \quad (11)$$

şeklindedir. Burada

$$\nabla_{p_i} J(p) = \begin{bmatrix} J_{x_i}(p) \\ J_{y_i}(p) \end{bmatrix},$$

$$\nabla_{p_i} J_T(p) = \begin{bmatrix} J_{Tx_i}(p) \\ J_{Ty_i}(p) \end{bmatrix}, \quad \nabla_{p_i} J_F(p) = \begin{bmatrix} J_{Fx_i}(p) \\ J_{Fy_i}(p) \end{bmatrix}$$

olarak tanımlansın ve potansiyel fonksiyon  $J$ ,  $J_T$  ve  $J_F$ 'nin eğimini belirtiyor olsun, Dikkat edilirse,

$$\nabla_{p_i} J(p) = \nabla_{p_i} J_T(p) + \nabla_{p_i} J_F(p)$$

dir. Bu denklemlerdeki  $J_{Tx_i}$ ,  $J_{Ty_i}$ ,  $J_{Fx_i}$  ve  $J_{Fy_i}$  (4), (5) ve (6) kullanılarak,

$$J_{Tx_i} = w_T \|p_i - p_T\|^2 (x_i - x_T), \quad (12)$$

$$J_{Ty_i} = w_T \|p_i - p_T\|^2 (y_i - y_T), \quad (13)$$

$$J_{Fx_i} = w_F \sum_{j=1, j \neq i}^N (x_i - x_j) \left[ a_{ij} - b_{ij} e^{-\frac{\|p_i - p_j\|^2}{c_{ij}}} \right] \quad (14)$$

$$J_{Fy_i} = w_F \sum_{j=1, j \neq i}^N (y_i - y_j) \left[ a_{ij} - b_{ij} e^{-\frac{\|p_i - p_j\|^2}{c_{ij}}} \right] \quad (15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Denklem (1)'deki erkin dinamiklerini göz önünde bulundurarak erkinin potansiyelin ters eğimi üzerinde hareketini sağlamak için

$$-\nabla_{p_i} J(p) = \begin{bmatrix} -J_{x_i}(p) \\ -J_{y_i}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_i \cos \theta_i \\ v_i \sin \theta_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

denklemlerinin sağlanmasına ihtiyaç vardır.

Başka bir deyişle

$$v_i = \|\nabla_{p_i} J(p)\|, \quad \theta_i = \text{atan2}(J_{y_i}(p), J_{x_i}(p)) \pmod{360^\circ} \quad (17)$$

sağlanmalıdır.

Erkin modeli (1)'deki girdiler  $u_{i1} = F_i$  ve  $u_{i2} = \tau_i$  kuvvet ve tork olup  $v_i$  ve  $\theta_i$  doğrudan uygulanamadığı için, aşağıdaki terimler

$$v_{id} \triangleq \|\nabla_{p_i} J(p)\|, \quad \theta_{id} \triangleq \text{atan2}(J_{y_i}(p), J_{x_i}(p)) \pmod{360^\circ} \quad (18)$$

olarak tanımlanarak bunlar istenilen hızı ve istenilen yönelme açısını ifade etmektedir. Bir başka deyişle  $v_{id}$  ve  $\theta_{id}$  değişkenleri  $v_i$  ve  $\theta_i$  için ulaşılmak istenilen referansları ifade etmektedirler.

Bundan sonraki amaç, erkinleri  $|v_i - v_{id}|$  ve  $|\theta_i - \theta_{id}|$  farklarının sıfıra yakınsamasını sağlayacak şekilde hareket etmeye zorlamaktır. Bu amaç doğrultusunda, [13, 14, 15] çalışmalarına benzer şekilde biri doğrusal hız  $v_i$ , biri de yönelme açısı  $\theta_i$  için olmak üzere iki adet kayma yüzeyi

$$s_{v_i} = v_i - v_{id} \quad (19)$$

$$s_{\theta_i} = c(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{id}) + (\theta_i - \theta_{id}), \quad (20)$$

tanımlansın. Burada  $c$  sıfırdan büyük bir sabittir ( $c > 0$ ). Yukarıda verilmiş olan tanımlar sayesinde amaç,  $u_{i1}$  ve  $u_{i2}$  denetim girdilerini,  $s_{v_i} \rightarrow 0$  ve  $s_{\theta_i} \rightarrow 0$  asimptotik olarak ulaşacak şekilde (ki ulaştığı zaman  $v_i \rightarrow v_{id}$  ve  $\theta_i \rightarrow \theta_{id}$  olur) tasarlamaya dönüşür. Denklem (20)'deki ek  $c(\theta_i - \theta_{id})$  terimi  $\theta_i$  ve  $u_{i2} = \tau_i$  arasındaki çift integratör bağlantısından kaynaklanır ki buda  $v_i$  ve  $u_{i1} = F_i$  arasındaki tek integratör bağlantısından farklıdır.

Kayan kipli denetim kuramından iyi bilindiği gibi eğer herhangi  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$  sabitleri için ulaşma şartları

$$s_{v_i} \dot{s}_{v_i} \leq -\varepsilon_1 |s_{v_i}| \quad (21)$$

$$s_{\theta_i} \dot{s}_{\theta_i} \leq -\varepsilon_2 |s_{\theta_i}| \quad (22)$$

sağlanırsa, o zaman  $s_{v_i} = 0$  ve  $s_{\theta_i} = 0$  sınırlı zamanda sağlanır.

Denklem (21)'i sağlamak için ilk denetim girdisi  $u_{i1} = F_i$ 'yi

$$u_{i1} = -K_{i1} \text{sgn}(s_{v_i}). \quad (23)$$

şekilde seçelim. Burada kazanç  $K_{i1}$ 'i (ve bunun için de doğrusal hız  $v_i$  için tanımlanmış olan kayma yüzeyi  $s_{v_i}$ 'nin türevini) hesaplamak için  $\dot{v}_{id}$ 'nin bilinmesi gerekir. Bunun yerine bilinen bir  $\alpha(p) > 0$  için  $|\dot{v}_{id}| \leq \alpha(p)$  olduğu varsayılın. Buradaki  $\alpha(p)$ 'nin özellikleri tasarımcı tarafından seçilen potansiyel fonksiyonun özelliklerine bağlıdır. Başka bir deyişle potansiyel fonksiyon bu şekilde bir  $\alpha(p)$  olacak şekilde seçilebilir. [9]'daki çalışmada burda kullanılan  $J(p)$ 'ye benzeyen, belirli bir potansiyel fonksiyon için  $\alpha(p)$ 'nin elde edilmesi adım adım gösterilmiştir. Bu adımlar basit değişikliklerle bu çalışmada kullanılan potansiyel fonksiyona uygulanırsa:

$$\begin{aligned} \alpha(p) &= 2\bar{\alpha}_F(p) \max_{i \in \{1, \dots, M\}} \left( \sum_{j=1, j \neq i}^M \|G_F(p_i - p_j)\| \right) \\ &+ \bar{\alpha}_T(p) \max_{i \in \{1, \dots, M\}} \left( \|G_T(p_i - p_j)\| \right) \end{aligned}$$

olduğu görülür. Burda  $\bar{\alpha}_F(p)$ ,  $G_F(p_i - p_j)$ ,  $\bar{\alpha}_T(p)$ ,  $G_T(p_i - p_j)$  ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$\bar{\alpha}_F(p) = \max_{k \in \{1, \dots, M\}} (\|\nabla_{p_k} J(p)\| + s_{v_k}(0)).$$

$$\begin{aligned} G_F(p_i - p_j) &= \\ aI + b \exp\left(-\frac{\|p_i - p_j\|^2}{c}\right) &\left(\frac{2}{c}(p_i - p_j)(p_i - p_j)^\top - I\right). \end{aligned}$$

$$\bar{\alpha}_T(p) = \max_{k \in \{1, \dots, M\}} (\|\nabla_{p_k} J(p)\| + s_{v_k}(0), \gamma_T).$$

$$G_T(p_i - p_T) = 2(p_i - p_T)(p_i - p_T)^\top + \|p_i - p_T\|^2 I.$$

Yukarıda  $\bar{\alpha}_T(p)$ 'nin ifadesinde bulunan  $\gamma_T$  hedefin hızının üzerindeki bilinen bir sınırdır. Bir başka deyişle bu çalışmada bilinen bir  $\gamma_T$  için  $\|\dot{p}_T\| \leq \gamma_T$  sağlandığı varsayılmıştır.

Denklem (23)'deki  $u_{i1}$  denetleyicisi kullanılarak bulunan  $s_{v_i}$ 'nin zamana göre türevi

$$\dot{s}_{v_i} = -\frac{K_{i1}}{m_i} \text{sgn}(s_{v_i}) + \frac{1}{m_i} f_{vi} - \dot{v}_{id}$$

ve

$$\begin{aligned} s_{v_i} \dot{s}_{v_i} &= s_{v_i} \left( -\frac{K_{i1}}{m_i} \text{sgn}(s_{v_i}) + \frac{1}{m_i} f_{vi} - \dot{v}_{id} \right) \\ &= -\frac{K_{i1}}{m_i} |s_{v_i}| + \frac{1}{m_i} s_{v_i} f_{vi} - s_{v_i} \dot{v}_{id} \\ &\leq -\left( \frac{K_{i1}}{M} - \frac{1}{M} f_{iv}^+ - \alpha(p) \right) |s_{v_i}| \quad (24) \end{aligned}$$

olur. Buradan  $K_{i1}$  kazancını

$$K_{i1} \geq \bar{M} \left( \alpha(p) + \frac{f_v^+}{M} + \varepsilon_1 \right) \quad (25)$$

eşitsizliği sağlanacak şekilde seçilirse (21) denklemini sağlanmış olur ve  $s_{v_i} = 0$  kayma yüzeyine sınırlı zamanda ulaşılır.

Benzer şekilde ikinci kayma yüzeyi için denetleyici

$$u_{i2} = -K_{i2} \text{sgn}(s_{\theta_i}) \quad (26)$$

şeklinde seçilirse  $s_{\theta_i}$ 'nin zamana göre türevi

$$\dot{s}_{\theta_i} = -c \frac{K_{i2}}{I_i} \text{sgn}(s_{\theta_i}) + \frac{c}{I_i} f_{wi} - c\ddot{\theta}_{id} + \omega_i - \dot{\theta}_{id} \quad (27)$$

olur ve

$$\begin{aligned} s_{\theta_i} \dot{s}_{\theta_i} &= s_{\theta_i} \left( -\frac{cK_{i2}}{I_i} \text{sgn}(s_{\theta_i}) + \frac{c}{I_i} f_{wi} - c\ddot{\theta}_{id} + \omega_i - \dot{\theta}_{id} \right) \\ &\leq -\left( \frac{cK_{i2}}{I} - \frac{c}{I} f_w^+ - c|\ddot{\theta}_{id}| - |\dot{\theta}_{id}| - |\omega_i| \right) |s_{\theta_i}| \quad (28) \end{aligned}$$

sağlanır. Buradan  $K_{i2}$  kazancı

$$K_{i2} \geq \frac{\bar{I}}{c} \left( \frac{c}{\bar{I}} f_w^+ + c|\ddot{\theta}_{id}| + |\dot{\theta}_{id}| + |\omega_i| + \varepsilon_2 \right) \quad (29)$$

eşitsizliğini sağlayacak biçimde seçilirse, (22) denkleminin sağlanacağı ve (20) denklemindeki ikinci kayma yüzeyi  $s_{\theta_i}$ 'nin sınırlı zamanda  $s_{\theta_i} = 0$  olacağı açıktır.

$s_{\theta_i}$ 'nin değerini hesaplamak için  $\theta_{id}$ 'nin zamana göre türevinin hesaplanması gerekir. Bu türev

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{id} &= \frac{\frac{d}{dt} \left( \frac{J_{y_i}}{J_{x_i}} \right)}{1 + \left( \frac{J_{y_i}}{J_{x_i}} \right)^2} \\ &= \frac{\frac{d}{dt} (J_{y_i}) \cdot J_{x_i} - \frac{d}{dt} (J_{x_i}) \cdot J_{y_i}}{(J_{x_i})^2 + (J_{y_i})^2}\end{aligned}$$

bağıntısı kullanılarak bulunabilir. Burada (30) denklemini açık bir şekilde yazabilmek için (12)–(15) denklemlerine ek olarak  $J_{Tx_i}, J_{Ty_i}, J_{Fx_i}$  ve  $J_{Fy_i}$ 'nin zamana göre türevlerinin bilinmesi gerekir. Bu türevler (12)–(15) kullanılarak

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (J_{Tx_i}) &= w_T \left[ 3(x_i - x_T)^2 + (y_i - y_T)^2 \right] (\dot{x}_i - \dot{x}_T) \\ &\quad + 2(x_i - x_T)(y_i - y_T)(\dot{y}_i - \dot{y}_T),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (J_{Ty_i}) &= w_T \left[ (x_i - x_T)^2 + 3(y_i - y_T)^2 \right] (\dot{y}_i - \dot{y}_T) \\ &\quad + 2(x_i - x_T)(y_i - y_T)(\dot{x}_i - \dot{x}_T),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (J_{Fx_i}) &= w_F \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ - \left[ a_{ij} - b_{ij} \left( 1 - \frac{2(x_i - x_j)^2}{c_{ij}} \right) \exp \left( - \frac{\|p_i - p_j\|^2}{c} \right) \right] (\dot{x}_i - \dot{x}_j) \right. \\ &\quad \left. + \left[ b_{ij} \frac{2(x_i - x_j)(y_i - y_j)}{c_{ij}} \exp \left( - \frac{\|p_i - p_j\|^2}{c} \right) \right] (\dot{y}_i - \dot{y}_j) \right],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (J_{Fy_i}) &= w_F \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[ - \left[ a_{ij} - b_{ij} \left( 1 - \frac{2(y_i - y_j)^2}{c_{ij}} \right) \exp \left( - \frac{\|p_i - p_j\|^2}{c} \right) \right] (\dot{y}_i - \dot{y}_j) \right. \\ &\quad \left. + \left[ b_{ij} \frac{2(x_i - x_j)(y_i - y_j)}{c_{ij}} \exp \left( - \frac{\|p_i - p_j\|^2}{c} \right) \right] (\dot{x}_i - \dot{x}_j) \right].\end{aligned}$$

şeklinde elde edilir.

Dikkat edilmesi gereken bir konu denetleyici kazancı  $K_{i2}$ 'yi hesaplarken  $|\dot{\theta}_{id}|$  ve  $|\ddot{\theta}_{id}|$ 'nin de hesaplanmasının gerekmesi izlenimlidir. Fakat, aslında bu iki değer de aynen  $|\dot{v}_{id}| \leq \alpha(p)$  durumunda olduğu gibi sınırlıdır. Bu sınırları  $|\dot{\theta}_{id}| \leq \beta_1$  ve  $|\ddot{\theta}_{id}| \leq \beta_2$  olarak ifade edersek, bu terimlerin değerlerinin bilinmesine gerek kalmadan  $\beta_1$  ve  $\beta_2$  sınırları kullanılarak  $K_{i2}$  hesaplanabilir.

Vurgulanması gereken bir özellik, bu çalışmada anlatılan kayan kip yöntemi temelli denetim stratejisinin, kütle  $m_i$  ve eylemsizlik momenti  $I_i$ 'deki belirsizliklere ve sistem belirsizliklerine ve bozulmalar  $f_{vi}$  ve  $f_{wi}$ 'ye rağmen istenilen erkin davranışını garanti etmesidir. Bu varsayımlar çok gerçekçidir.

Tüm yüzeylerde kayan kip oluştuğundan (ki sınırlı zamanda oluşmaktadır) ve erkinler (11) denklemlerine göre hareket etmeye başladıktan sonra ve potansiyel fonksiyon, (4), (5), (6), (10) ve (7) denklemlerini sağlayacak şekilde seçilmişse, Problem 1'in de çözüleceği kesindir. Önemli bir konu, kayan kip oluştuğundan sonra,  $v_i = v_{id}$ 'ye ulaşılacağı fakat  $\theta_i = \theta_{id}$  ulaşılmayacağıdır. Aslında, kayan kip oluştuğundan sonra  $\theta_i \rightarrow \theta_{id}$ 'ye üstel hızda yakınsadığı ve yakınsama hızının kayma yüzeyinin eğimi  $-\frac{1}{c}$ 'ye bağlı olduğu görülmektedir. Bundan dolayı,  $c$  sabiti mümkün olduğunca küçük seçilerek hızlı yakınsama ve kararsızlıkların önlenmesi sağlanır. Son olarak,  $c$ 'nin değerindeki azalma,  $K_{i2}$  kazancını arttırmayı gerektirir.

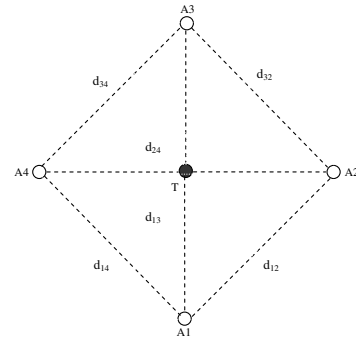
## 4. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde tasarlanan denetim stratejisinin etkinliğini sınavacak benzetim sonuçları sunulacaktır. Benzetimlerde (4), (5), (6) ile ifade edilmiş olan potansiyel fonksiyonu  $w_T = 1$  ve  $w_F = 3$  değerleri ile kullanılacaktır.

Hedef benzetim uzayında şu kinematiklerle hareket etmek-tedir:

$$\begin{aligned}\dot{x}_T(t) &= 0.25, (\text{m}) \\ \dot{y}_T(t) &= \sin(0.25t)(\text{m})\end{aligned}$$

Tüm erkinler için erkin parametreleri  $\bar{M}_i = \bar{I}_i = 4$  ve  $\underline{M}_i = \underline{I}_i = 1$ 'dir. Ayrıca berlirsizlikler ve yan etkilerin üst sınır değerleri de  $f_{vi}^+ = f_{wi}^+ = 3$ 'dir.



Şekil 2: İstenilen Dizilim

İstenilen erkin dizilimi Şekil 2'de gösterilen tam  $K_4$  çizgesidir. Bu şekle göre istenilen erkinler arası mesafeler

$$d_{12} = d_{14} = d_{34} = d_{32} = d_{24} = 2, \quad d_{13} = 2\sqrt{3} (\text{m})$$

olur.

Potansiyel fonksiyonun istenilen mesafelerde minimumunun olması için  $b_{ij} = 20$  ve  $c_{ij} = 1$  seçilmiştir;  $a_{ij}$  ise [9] çalışmasındaki gibi  $a_{ij} = b_{ij} \exp \left( - \frac{d_{ij}^2}{c_{ij}} \right)$  bağıntısını kullanarak hesaplanmıştır. Bu parametrelerle sistem sınıandığında erkinlerin istenilen dizilimde hareket ederken hedefi yakalaması ve etrafını sarması beklenmektedir.

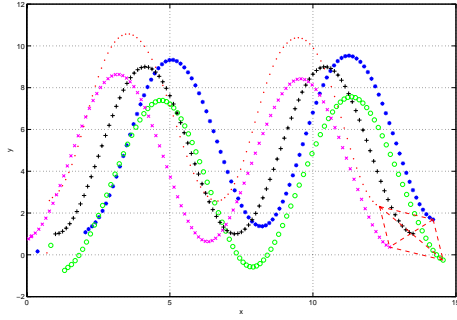
Denetim girdilerinin hesaplanmasında kullanılan sgn fonksiyonu, teoride iyi çalışmasına rağmen pratikte süresiz karakteristiğinden dolayı yüksek frekans çarptırmalara sebep olabilir. sgn fonksiyonunu düzgünleştirerek ve çarptırmayı azaltmanın çeşitli yolları vardır. Bu çalışmada yeğlenen teknik, sgn fonksiyonu yerine  $\tanh(\gamma y)$  fonksiyonunun kullanılmasıdır.  $\tanh(\gamma y)$  fonksiyonundaki  $\gamma$  sabiti bir düzgünleştirme parametresidir ve  $\tanh$  fonksiyonunun sgn fonksiyonuna ne kadar benzeyeceğini belirler. Seçilen düzgünleştirme sabitleri  $\gamma_1 = \gamma_2 = 50$ 'dir.

Yukarıda değinilmiş olan tüm parametre değerleri kullanılarak yapılan benzetimlerde önerilen yöntemin (2)–(3) ile tarif edilen takip problemi için başarıyla yakınsadığı gözlemlenmiştir.

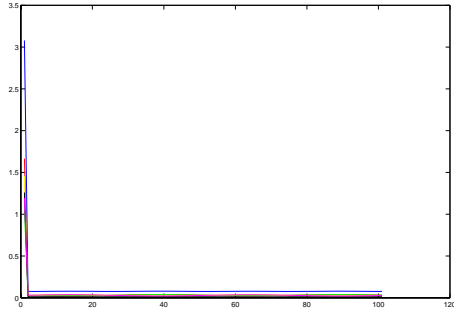
Şekil 3, sürü üyelerinin ve hedefin yollarını göstermektedir. Rastgele ilk konumlar seçilerek benzetim başlatıldığında sürünün çabucak istenilen geometrik şekli oluşturup hedefi yakaladığı ve etrafını sardığı daha sonra da bu şekilde harekete devam ettiği gözlemlenmiştir.

Şekil 4 sürü üyelerinin hareketinin istenildiği gibi (3) koşulunu sağladığını göstermektedir.





Şekil 3: Sürü ve Hedefin Yolları ((2) şartının sağlandığını gösteren şekil).



Şekil 4: (3) şartının sağlandığını gösteren şekil.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada hareketli bir hedefin, hız kısıtlanmalı dinamikleri olan bir erkin sürüsü tarafından geometrik dizilim oluşturularak takibi, yakalanması ve etrafının çevrelenmesi ele alınmıştır. Çalışmada yapay potansiyel fonksiyonlar ve kayan kipli denetim tekniği kullanılarak, erkin dinamiklerinde belirsizlikler ve bozulmalar olduğu halde, sürünün hedefi yakalayıp etrafını çevreleyeceği ve etrafında istenilen dizilimi oluşturacağı gösterilmiştir. Bu çalışma birkaç farklı yönde genişletilebilir. İlk olarak tüm erkinlerin, kendisi dışındaki diğer erkinlerin tümünün konumunu algılayamadığı durum ele alınabilir. Bir diğer açılım çok yüksek genlikli ve frekanslı denetim girdilerini önlemek için çatırdama problemi üzerine eğilmektir. Erkinlerin aralarındaki uzaklıkları ölçerken hatasız bilgi alamadıkları durumlar altında sistem incelenebilir.

## 6. Teşekkür

V. Gazi ve M. İ. Köksal'ın çalışmaları TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 104E170 sayılı proje kapsamında ve Avrupa Komisyonu tarafından 6. Çerçeve Programı 045269 sözleşme numaralı özel amaçlı araştırma projesi kapsamında desteklenmektedir. B. Fidan'ın çalışmaları Avustralya Hükümeti Haberleşme, Bilgi Teknolojisi ve Sanat Departmanı ve Avustralya Araştırma Konseyi'nin *Backing Australia's Ability* inisiyatifi ve Bilişim ve Haberleşme Teknolojileri Mükemmeliyet Merkezi Programı tarafından finanse edilen National ICT Australia tarafından desteklenmektedir. R. Ordóñez F33615-01-2-3154 Nolu proje ile AFRL/AFOSR

tarafından desteklenmektedir.

## 7. Kaynakça

- [1] T. Balch and R. C. Arkin, "Behavior-based formation control for multirobot teams," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Cilt 14, Sayı 6, sf. 926–939, Aralık 1998.
- [2] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions," *Proc. IFAC World Congress*, Barcelona, İspanya, Haziran 2002.
- [3] V. Gazi and B. Fidan, "Coordination and control of multi-agent dynamic systems: Models and approaches," *Proceedings of the SAB06 Workshop on Swarm Robotics*, E. Sahin, W. M. Spears, and A. F. T. Winfield, Eds., Lecture Notes in Computer Science (LNCS) 4433, sf. 71–102, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2007.
- [4] C. W. Reynolds, "Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model," *Comp. Graph.*, Cilt 21, Sayı 4, sf. 25–34, 1987.
- [5] H. Yamaguchi, "A cooperative hunting behavior by mobile-robot troops," *The International Journal of Robotics Research*, Cilt 18, Sayı 8, sf. 931–940, Eylül 1999.
- [6] V. Gazi, "Swarm aggregations using artificial potentials and sliding mode control," *IEEE Trans. on Robotics*, Cilt 21, Sayı 6, sf. 1208–1214, Aralık 2005.
- [7] J. Yao, R. Ordonez, and V. Gazi, "Swarm tracking using artificial potentials and sliding mode control," *Proc. Conf. Decision Contr.*, San Diego, CA, ABD, Aralık 2006, sf. 4670–4675.
- [8] J. Yao, R. Ordonez, and V. Gazi, "Swarm tracking using artificial potentials and sliding mode control," *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, yayına kabul edildi.
- [9] V. Gazi, B. Fidan, Y. S. Hanay, and M. İ. Köksal, "Aggregation, foraging, and formation control of swarms with non-holonomic agents using potential functions and sliding mode techniques," *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK)*, Cilt 15, Sayı 2, sf. 149–168, Temmuz 2007.
- [10] V. Gazi and K. M. Passino, "Stability analysis of swarms," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Cilt 48, Sayı 4, sf. 692–697, Nisan 2003.
- [11] V. Gazi and K. M. Passino, "Stability analysis of social foraging swarms," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Part B*, Cilt 34, Sayı 1, sf. 539–557, Şubat 2004.
- [12] V. Gazi and K. M. Passino, "A class of attraction/repulsion functions for stable swarm aggregations," *Int. J. Control*, Cilt 77, Sayı 18, sf. 1567–1579, Aralık 2004.
- [13] J. Guldner and V. I. Utkin, "Stabilization on non-holonomic mobile robots using lyapunov functions for navigation and sliding mode control," *Proc. Conf. Decision Contr.*, Lake Buena Vista, Florida, ABD, Aralık 1994, sf. 2967–2972.
- [14] J. Guldner, V. I. Utkin, H. Hashimoto, and F. Harashima, "Tracking gradients of artificial potential fields with non-holonomic mobile robots," *Proc. American Control Conf.*, Seattle, Washington, ABD, Haziran 1995, sf. 2803–2804.
- [15] J. Guldner and V. I. Utkin, "Tracking the gradient of artificial potential fields: Sliding mode control for mobile robots," *Int. J. Control*, Cilt 63, Sayı 3, sf. 417–432, 1996.

# Sınırlı Algılama Alanı Olan Tekerlekli Mobil Robot Sürüleri İçin Algoritmik Olarak Sade bir Güzergah Planlayıcısı

*Hüsnü Türker Şahin, Erkan Zergeroğlu*

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü,  
PK. 141, 41400 Gebze-Kocaeli

{ezerger, htsahin}@bilmuh.gyte.edu.tr

## Özetçe

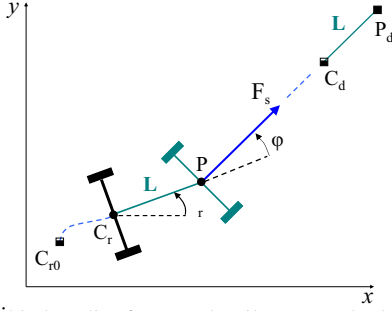
Tekerlekli mobil robot (TMR) grupları için güzergah planlaması son yılların aktif bir araştırma alanıdır. Tekli robotlara yönelik etkin yürünge planlama yöntemleri için genellikle yüksek maliyetli donanımlar gerektiren karmaşık algoritmalar kullanılmaktadır. Fazla sayıda robotun güzergah planlaması için uygun olan sürü yöntemleri ise sade yaklaşımlarından dolayı engellerin çok yoğun olduğu ortamlarda başarımlarını kaybedebilirler. Bu çalışmada tekli TMR güzergah planlaması için etkin bir yöntem sunulmakta ve sade dizilimlerle entegre edilerek çok sayıda robotun karmaşık ortamlarda hareketi sağlanmaktadır. Önerilen yöntem algoritmik sadeliğinin yanı sıra, kolay temin edilebilen, düşük maliyetli donanımlarla gerçekleştirilme gibi avantajlara da sahiptir. Yöntemin etkinliği detaylı benzetimlerle gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Tekli ya da çoklu TMR'lar için düzgün güzergah planlaması bu sistemlerin kinematik ve dinamiklerinin sadeliği nedeniyle yoğun şekilde araştırılan bir konudur. Ancak tekerlekli sistemlerin hız kısıtlaması (non-holonomicity) özelliğinin yanı sıra, operasyon ortamlarında yapıları ve konumları bilinmeyen engeller bulunması ve robotların algılama yeteneklerindeki sınırlamalar nedeniyle zorlu bir problemidir. Operasyon ortamlarının özellikleri ve bununla ilişkili olarak ekonomi, enerji ve zaman maliyetleri arasındaki öncelik sıralamasına göre farklı yaklaşımlar mümkündür. Tekli robot sistemlerinde güzergah planlaması için getirilen alternatif yaklaşımlar arasında en kısa yol grafik arama (shortest path graph search) algoritmaları [1, 2, 3, 4] ve potansiyel fonksiyonları tabanlı metotlar [5, 6, 7, 8, 9] sık karşılaşılan çözümlerdir. Ancak bu yaklaşımların bir kısmı iş uzayının tamamının gözlemlenebilir olması varsayımı nedeniyle dinamik güzergah planlaması sağlayamamaktadırlar. Ayrıca potansiyel teorisini temel alan yöntemlerde yerel minimumlarla karşılaşılabilmesi, robotların hedef konumlarına ulaşmasını engelleyebilmektedir. Yakın zamanlarda 2-boyutlu tarayıcılar ya da görsel cihazlardan yararlanan etkin yöntemler de önerilmiştir [10, 11, 12, 13]. Ancak bu yöntemler üçgenselleştirme ya da görüntü işleme tabanlı karmaşık algoritmalar kullanmaları ve bunun için yararlandıkları elektronik donanımın yüksek maliyeti nedeniyle sürü robotları için uygun değildirler. Sürü robot yöntemlerinin genel motivasyonu doğada gruplar halinde yaşayan canlıların tek başına yap-

madıkları zorlu görevleri ortak çalışmalarının verdiği sinerji ile etkin şekilde başarmalarıdır. Sürüler halinde yaşayan canlıların davranış kalıplarının robotik bilimine uyarlanmasıyla arama, kurtarma, devriye, nakliyat gibi zorlu görevlerin daha etkin gerçekleştirileceği öngörülmektedir. Dolayısıyla, sürü robotik yaklaşımı, bu tarz görevlerde az sayıda karmaşık ve yüksek maliyetli robot yerine, çok sayıda sade ajanın kullanımı ile yüksek başarımlar, zaman ve enerji tasarrufu gibi önemli faktörleri sağlayacak yaklaşımlar geliştirilmesini amaçlamaktadır. Bu alanda önerilen yöntemlerde genelde kullanılan ajan sayısı ve maliyetler arasında bir uzlaşma söz konusu olup [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20] henüz kalabalık sürülerde kullanılan robot sayısı ile doğru orantılı başarımların artışı sağlayan çözümler üretilmemiştir.

Bu çalışmanın yazarları [21, 22]'de tek eksenli (unicycle) TMR'lar için sade bir güzergah planlama algoritması önermişlerdir. Bu yöntem iki eksenli bir referans robotla tekerlekli TMR'ların izleyebileceği hız kısıtlamalı güzergah sentezlenmesi ve engellerle karşılaşıldığında (2-boyutlu haritalamalar yerine) algoritmasının sağladığı dairesel engel tahminlerinden uzaklaşma kavramı yararlanan düşük maliyetli bir yaklaşımdır. Geliştirilen güzergah planlayıcısı sınırlı engel verisi sağlayan VAR/YOK algılayıcılarıyla engeli ortamlarda çarpışmasız güzergah planlaması sağlamıştır. Ayrıca algoritma sensör menzilineki hareketli nesneleri de engel olarak algıladığından, dinamik güzergah planlaması için uygundur. Çalışmamızda geliştirdiğimiz bu yöntemin sade dizilimlerle (formation) entegre edilmesiyle, sınırlı algılama alanlı oğul robotlardan oluşan sürüler (flocks) için etkin bir güzergah planlayıcısı geliştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu nedenle tekli güzergah planlayıcısının parametreleri dizilim dahilinde harekete uygun şekilde düzenlenmiştir. Yararlandığımız dizilim sabit referans çerçevesi (fixed reference frame) yapısı olup, robot grubunun ilk konumundan istenen bir konuma yine iki eksenli bir referans robotun sağladığı hız kısıtlamalı hareket yapmaktadır. Erkinlerin referans robotları bu dizilim üzerindeki sabit konumlarını koruyacak biçimde ilerlemektedir. Ancak dizilimin engel algılama yeteneği olmadığı için, engellerle etkileşen oğul robotlar kendi alt planlayıcılarının sakınma mekanizmalarından yararlanırlar. Engel aşıldıktan sonra da hız kısıtlamalı düzgün hareketin korunması için, geometrik dizilime çok aşamalı bir periyotla yakınsarlar. İlk aşamada oğul TMR'ların sürüş kuvveti dizilimin önünde sanal lider (virtual leader) benzeri bir noktaya doğruyken; dizilimi çevreleyen bir bölgeye ulaşıldıktan sonra ise düzgün olarak



Şekil 1: İki eksenli referans robot ile güzergah planlaması.

çerçeve içindeki referans konumlarına doğru yön değiştirirler. Bu yöntemin temel katkısı göreceli olarak kalabalık TMR grupları için algoritmik olarak düşük maliyetli güzergah planlaması sağlaması ve engelli ortamlarda genellikle etkin güzergah planlaması sağlamasıdır. Yöntemimiz bu özelliği ile sürü sistemlerinin nakliyat (transportation) problemlerine alternatif bir yaklaşım teşkil etmektedir.

Sunumumuzun sonraki bölümleri şu şekilde organize edilmiştir. 2.bölümde kullanılan kinematik TMR modeli sunulmuş ve problem tanımlanmıştır. Geliştirilen sürü güzergah planlayıcısı 3. bölümde işlenmiştir. 4. ve 5. bölümlerde ise sırasıyla detaylı benzetimler ve sonuçlar sunulmuştur.

## 2. Kinematik Model ve Problem Tanımı

Çalışmamızda yararlandığımız tek eksenli TMR kinematik modeli, aşağıdaki diferansiyel ilişki ile temsil edilir [23]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_l \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Bu denklemde  $q_c = [x_c \ y_c \ \theta]^T \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  TMR'un duruş vektörü olup,  $x_c(t)$ ,  $y_c(t)$  ağırlık merkezini,  $\theta(t) \in \mathbb{R}^1$  ise robot oryantasyonunu göstermekte olup,  $v(t) = [v_l, \dot{\theta}]^T$  terimi ise robotun lineer ve açısal hızından oluşan vektördür. TMR'ların yüksek başarımlı takibi için, 2-boyutlu iş uzayında planlanan yörüngelerin hız kısıtlaması koşulunu modelleyen

$$\dot{x}_c \sin \theta - \dot{y}_c \cos \theta = 0 \quad (2)$$

denklemini sağlaması gereklidir.

Bu çalışmanın temel amacı sınırlı algılama yeteneği bulunan TMR'lerden oluşan bir sürünün içinde yapısal özelliği bilinmeyen engeller bulunan ortamlarda, çarpışmasız ve düzgün güzergahlar izleyerek herhangi bir ilk konumdan istenen bir konuma ulaştırılmasıdır. Bu görevin gerçek zamanlı operasyon şartlarında gerçekleştirilmesi önemli bir kriterdir. Dolayısıyla erkinler için geliştirilen düşük maliyetli bir algoritma ve sade geometrik dizilimler entegre edilmiştir. Erkin planlayıcısı Şekil 1'de gösterilen 2-eksenli referans robottan yararlanır. Bu aracın ön eksenine uygun bir sürüş kuvvetiyle  $P = [x_e, y_e]^T$  noktasından istenen bir  $P_d = [x_{e_d}, y_{e_d}]^T$  terminal noktasına iletilirse, arka eksen de o anki  $C_r$  konumundan, istenen  $C_d$  konumuna doğru (tek eksenli) TMR takibine uygun bir yörünge çizer. Robotun engellerden sakınabilmesi hedefe sürüş kuvveti yönünün geçici olarak değiştirilmesiyle sağlanır.

## 3. Önerilen TMR Güzergah Planlayıcısı

Önerilen sürü robot güzergah planlama yöntemi (i) tekli TMR güzergah planlayıcısı ve (ii) tüm oğul robotları bir arada başlangıç konumundan istenen bir bölgeye ulaştırmayı amaçlayan bir dizilim planlayıcısının birlikte operasyonu üzerine kurulmuştur. Önceki çalışmalarımızda [21, 22] tekli robot planlayıcısının temelleri açıklanmıştır, dolayısıyla bu makalede sürü güzergah planlamasının etkinliğinin artırılması ile ilgili yenilikler üzerinde yoğunlaşılacaktır.

### 3.1. Tekli Robot Güzergah Planlayıcısı

Bu algoritma (i) istenen konuma doğru sürüş; (ii) engelden Sakınma; (iii) spline'lı düzgün geçiş kiplerinden oluşmaktadır.

#### 3.1.1. İstenen Konuma Doğrudan Sürme Yöntemi

Şekil 1'deki 2-eksenli referans robotun, arka ekseninden  $L = \sqrt{(x_e - x_r)^2 + (y_e - y_r)^2}$  mesafesi kadar önde bulunan senetik ön eksenin, merkez noktası  $P$ 'den bir  $F_s$  kuvveti ile istenen konuma sürülmesini modelleyen genel kinematikler, denklem (1)'e uygun eklentilerle,

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= v_l \cos \theta_r, & \dot{y}_r &= v_l \sin \theta_r, \\ \dot{\theta}_r &= \frac{v_l}{L} \sin \varphi, & v_l &= F \cos \varphi \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde özetlenebilir. Bu denklemde  $F_s$  sürüş kuvveti,  $\varphi$  sürüş açısı,  $v_l$  ve  $\dot{\theta}_r$  sırasıyla lineer ve açısal hızlardır. Bu mekanizmaya göre Şekil 1'deki referans robot ön eksenini hedef konumda doğrusal bir güzergahda sürülürse, arka eksen TMR takibine uygun hız kısıtlamalı yörünge planlaması sağlayacaktır.

Sanal ön eksene uygulanan kuvvet PD-kontrol benzeri

$$F_s = \frac{1}{\sqrt{\|e\|^2 + \varepsilon}} K e + B \dot{e} \quad (4)$$

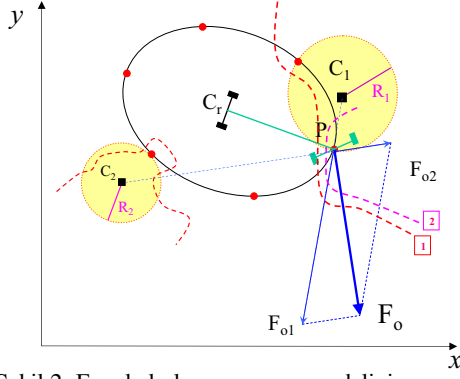
ifadesiyle modellenmiştir. (4)'de  $F_s = [F_x, F_y]^T$  bu kuvvetin  $x$  ve  $y$  koordinatlarındaki bileşenlerini;  $K, B \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  köşegen, pozitif tanımlı ölçekleme matrislerini göstermektedir. Hata terimi  $e(t)$  ise

$$e = P_d - P = [x_{e_f}, y_{e_f}]^T - [x_e, y_e]^T \quad (5)$$

biçiminde istenen ve asıl ön eksen merkezleri arasındaki farka eşittir. (5) denkleminde  $\|e\|$ ,  $e$ 'nin Öklit normunu göstermektedir. Bu denklemi orantısız-türevsel (PD) diferansiyel denklemden ayıran ilk kısmı, referans robotun hedefe yaklaşması sonucu  $e$  ve  $\dot{e}$  hata terimlerinin sıfıra yakınsamasının neden olacağı sönümlenmeyi engelleme amacıyla eklenmiştir. Bu  $\frac{1}{\sqrt{\|e\|^2 + \varepsilon}}$  ifadesinde  $\|e\|$  pozisyon hata normu,  $F_s$  kuvvetinde hedefe yaklaştıkça azalmaya neden olan  $e$  konum hatasını dengelemektedir. Yalnız amaç noktada baskın duruma gelen  $\varepsilon$  terimi ise, bu konumda hata normunun sıfıra yakınsamasına karşın, paydadaki fonksiyonu sınırlı değerlerde tutarak,  $F_s$  sürme kuvvetinin kararsızlaşmasını engellemektedir. Bu sade eklentiyle  $v_l$  lineer hızının amaç konumun çok yakınına kadar neredeyse sabit kalması sağlanmıştır.

#### 3.1.2. Engel Algılama ve Aşma

Bilinmeyen bir ortamda TMR'lar sensörlerinin taradığı sınırlı bir algılama alanının verilerine erişebilirler. Tek eksenli TMR'ların genel dairesel yapısı nedeniyle çalışmamızda bu alan robot kütle merkezlerinin çevresinde elips şeklinde bir bölge olarak varsayılmıştır. En sade algılama konfigürasyonu



Şekil 2: Engel algılama ve aşma modelinin şeması.

olan noktasal VAR/YOK sensörlerinin kullanım durumu Şekil 2'de gösterilmektedir. Bu kurulumla göre eğer bir ya da fazla sayıda sensör engel işareti gönderirse, güzergah planlayıcısı engelden sakınma moduna geçer. Yöntemimiz karmaşık haritalama yöntemlerinden kaçınarak etkin rotalama amaçladığı için, sinyal gönderen komşu algılayıcıların yakınında dairesel bir blok olduğunu varsayar. Sinyal gönderen sensörlere göre 2 tane engel tahmini Şekil 2'de gölgelendirilmiş dairelerle gösterilmektedir. Uyarı veren komşu sensörlerin oluşturduğu her kümeden, o yönde karşılaşılan engel için bir  $R_i$  yarıçapı ve  $C_i$  merkez tahmini belirlenmesinde yararlanılır. Engel tahminlerinin merkezlerinden  $P$  robot ön eksenine (engelden) sakınma kuvveti bileşeni,  $F_{oi} = [F_{oxi}, F_{oyi}]^T$ ,  $i = 1, \dots, N$  uygulanır. Engelden sakınma kuvvetlerinin bileşkesi  $F_o$ , genel engel sakınma sürüş kuvvetini verir:

$$F_o(t) = \sum_{i=1}^N w_i F_{oi}(t) = \sum_{i=1}^N w_i R_i(t) [P(t) - O_{si}(t)], \quad i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

(6) denkleminde,  $R_i(t) \in \mathbb{R}^+$  tahmini engel büyüklüğü,  $w_i \in \mathbb{R}^+$  ise robotun hareket yönünde engelden sakınmasının vurgulanması için ön eksene yakınlığa göre daha yüksek değerler verilerek belirlenmiş sabit engel ağırlıkları ve  $N$  karşılaşılan engel gruplarının sayısıdır. Genel engel aşma kuvvetinin normu  $\|F_o\|$  doğrudan sürüş kipindeki  $F_s$  kuvvetinin Öklit normuna ayarlanarak, hız kısıtlayıcı araç denetleyicileri için süreksizlik problemi olmayan referans hızları elde edilmiştir. Bu normalizasyondan sonraki engel aşma kuvveti,  $F_{on}(t)$

$$F_{on}(t) = \|F_{on}(t)\| \frac{F_o(t)}{\|F_o(t)\|} \quad (7)$$

şeklinde olup,  $\|F_{on}(t)\| = \|F_s(t)\|$  dir.

### 3.1.3. Spline Geçiş Kipi

TMR'lar için rota sentezleyen genel referans robot sürme kuvveti  $F(t)$ , engelden sakınma kipi sırasında  $F_{on}$  kuvvetinden, engel etkisinden uzakta ise  $F_s$  doğrudan hedefe sürüş kuvvetinden oluşmaktadır. Engel algılama alanından çıktığı anda sakınma kipi sona ermektedir. Ancak bu durumda amaç konuma yönelme kipine anahtarlama yapılırsa, planlanan güzergahda çatırdama sözkonusu olacağından, spline'lı bir geçiş aşaması tercih edilmiştir. Bu geçişin ilk bölümünde TMR ve engel arasında güvenli bir açıklık sağlanması için  $F_{on}$  sakınma kuvveti bir  $\Delta t$  süresi kadar daha

uygulanır. Sonra ise referans robot ön eksenine uygulanan genel kuvvet:

$$F = F_s \frac{(t - t_s)}{\delta t} + F_{on} \frac{(t_s + \delta t - t)}{\delta t} \quad (8)$$

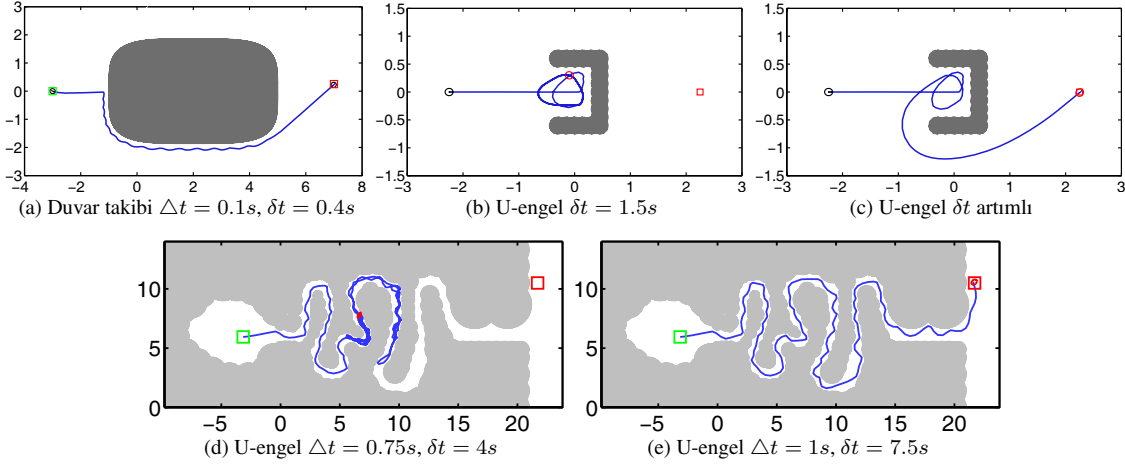
denkleminde göre spline şeklinde  $F_{on}$  engel aşma kuvvetinden,  $F_s$  istenen konuma yönelim kuvvetine dönüştürülür. Bu düzgün geçiş, herhangi bir nedenle TMR'un oryantasyonu amaç konum yönünden çok farklılaşınca, yerel bir düzgünlük kaybı yaşanmasını engelleme gibi ek bir avantaj da sağlar. Geçiş kipi süresi  $t \in [t_s, t_s + \delta t]$  aralığı ile sınırlı olup,  $t_s$ ,  $\Delta t$  engelden uzaklaşma periyodunun sonlandığı an;  $\delta t$  ise kipi süresidir.

Spline periyodu parametreleri  $\Delta t$  ve  $\delta t$  nin farklı seçimleri güzergah planlayıcısının bu safhadaki (ve dolayısıyla engeller civarındaki) davranışını önemli ölçüde şekillendirir. Eğer bu parametreler çok düşük değerlerde seçilirse, güzergah planlayıcısı engelden sakınma sırasında (karşılaştığı engel amaç konumu ile arasında bulunduğu sürece) duvar takip algoritması gibi davranır (Bkz. Şekil 3(a)). Bu durum dış-bükey ve sınırlı iç-bükey özellikte engeller bulunan ortamlarda güzergah planlaması için uygundur. Ancak böylece spline periyodunda hedefe yönlendirme bileşenine, yerel ortamdan gelen bilgiyle oluşturulan engelden sakınma bileşenine göre daha fazla ağırlık tanır. Bunun sonucunda iç bükey engellerde hapsolmalar (u-engellerde) ya da doğru yönden sapmaların sonucu salınımlar (tünellerde) oluşabilir. Yöntemimizin olumlu bir yönü yalnızca  $\Delta t$  ve  $\delta t$  spline geçiş parametrelerinin artırılması ile her iki problemin önemli nedenlerinden amaç konuma yönelim bileşeninin ağırlığı ciddi oranda azaltılabilmekte, ve sonucunda güzergah planlanmasının etkinliği artırılmaktadır. Bu konuda u-bloklardaki başarımların artışı Şekiller 3(b)-3(c)'de tünellerdeki başarımların artışı ise 3(d)-3(e)'de aynı ortamda bir küçük bir de büyük parametere değerleri ile özetlenmiştir.

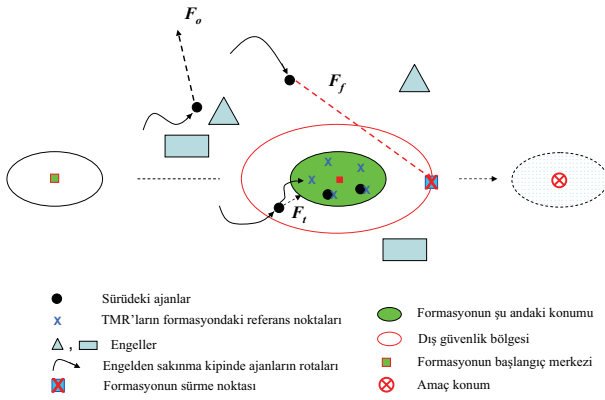
**Açıklama 1** Algoritmamızın kısa mesafeli nokta VAR/YOK sensörleri ile çalışabilmesi küçük TMR sürülerine uygulanabilirliği konusunda faydalıdır. Ancak tekli robot güzergah planlayıcısında şu uzlaşmayı gerektirmiştir: Eğer bir engel TMR'nin sadece ön algılayıcısına etkirse, Bölüm 3.1.2'deki engel merkezinden ön eksen merkezine sakınma kuvveti uygulanması yöntemi yetersiz kalır. Bu belirsizliği aşmak için bu durumda sağ ya da sola dönüş önceden belirlenen bir yöne doğru yapılmakta; bunun gerçekleşmesi için de ön sensörle birlikte önceden belirlenen yönde dönüş sağlayacak şekilde komşu sensörünün de sinyal gönderdiği varsayılmaktadır. Dolayısıyla algoritmanın Şekil 2'de yaptığı ilk engel tahmini  $\{C_1, R_1\}$ , kesikli çizgilerle gösterilen hem 1. hem de 2. engel sınırına karşılık gelebilir. Ön sensör belirsizliğin özellikle tünellerde probleme neden olabilecek etkilerinin azaltılması için önerilerimiz sonraki bölümde açıklanacaktır.

### 3.2. Dizilim Tabanlı Çoklu TMR Güzergah Planlama Yöntemi

Tekerlekli robotların yaygın olarak uygulanabilmesi için büyük TMR grupları için gerçek zamanlı güzergah planlanması önemlidir. Bu bölümde sınırlı algılama yeteneği olan robotlar için uygun bir yöntem önermekteyiz. Yaklaşımımız geliştirdiğimiz tekli TMR planlayıcısını erkinlerin düşük seviyeli güzergah planlayıcısı olarak kullanmakta ve sade



Şekil 3: Tekli robot algoritmasının spline parametre değişikliklerine göre davranış biçimleri.



Şekil 4: Sabit referans çerçevesi diziliminin ilk konumdan hedef konuma ilerlemesi.

bir geometrik dizilimle sürü hareketi sağlamaktadır. Birbirlerine yakın TMR'lerden oluşan bir gruba yalnız tekli robot planlayıcısı uygulanırsa bazı ortamda yeterli başarımlı sağlanmaktadır. Ancak bu durumda tam bir sürü davranışı beklenmesi mantıklı değildir. Ayrıca Açıklama 1'deki ön sensör belirsizliği; ve görev sırasında rastgele yerleştirilmiş birçok farklı terminal noktasına yönelmeleri, robotların tüneller içimde yanlış yöne dönme olasılıklarını yükselmekte, bu durum onları izleyen diğer TMR'ların trafiğini de aksatmaktadır.

Bu nedenle Bölüm 3.1'deki sade tekli robot güzergah planlayıcısı, Şekil 4'deki sade geometrik dizilimle entegre edilmiştir. Dizilim başlangıç konumundan istenen bir bölgeye Bölüm 3.1'deki çift eksenli referans robot gibi hız kısıtlaması koşuluna uygun şekilde sürmekte; ancak çerçeve hızı erkin hızlarından düşük tutulduğundan TMR'ların bu sabit çerçeve içindeki sabit konumlarında hareketi sağlanmaktadır. Erkin referans robot hızları da (4) benzeri

$$F_s = \frac{1}{\sqrt{\|e_r\|^2 + \varepsilon}} K e_r + B \dot{e}_r, \quad (9)$$

ifadesi ile modellenip, hata fonksiyonu  $e_r = [x_{er} - x_e, y_{er} - y_e]^T$  şeklinde robot ön eksen ve içerisindeki referans konumu arasındaki farktan oluşmaktadır. Dizilim hareketli olduğu için, hata fonksiyonunun türevi (takip kriterlerine göre)  $\dot{e}_r = [\dot{x}_{er} - \dot{x}_e, \dot{y}_{er} - \dot{y}_e]^T$  şeklindedir.

Ancak özellikle kapalı ortamlarda erkinlerin yön değiştirmesini engellemek için tekli robot planlayıcısından daha çok aşamalı bir engelden sakınma kipi uygulanmıştır. Engelle karşılaşırsa, tekli robot sakınma mekanizması aktifleşeceğinden  $F$  genel sürme kuvveti  $F = F_o$  şeklinde ayarlanır. Bu durum engel robot algılama alanından çıktıktan bir  $\Delta t$  süresine kadar sürdürülür. Sonra robot doğrudan dizilim içerisindeki referans noktası yerine,  $F = F_f$  kuvveti ile Şekil 4'te dizilim güvenlik kuşağının önünde yer alan sanal lider konumundaki bir noktaya yönlendirilir. Bu şekilde oğul robotların rastgele serpiştirilmiş terminal noktalarına yönelimlerinden kaynaklanabilecek bazı kilitlenmeler azaltılabilir. Dizilimi çevreleyen güvenlik kuşağına ulaşıncaya  $F = F_t$  ayarlanması ile TMR'un yönü denklem (8)'daki birinci dereceden düzgün geçişle sanal liderden dizilim çerçevesindeki konumuna doğru değiştirilir. Bu aşamadan sonra yeni engellerle karşılaşmadığı sürece güzergah planlama kuvveti bu konumda kalmayı sağlayacak biçimde  $F = F_s$  değerinde tutulur.

#### 4. Benzetim Sonuçları

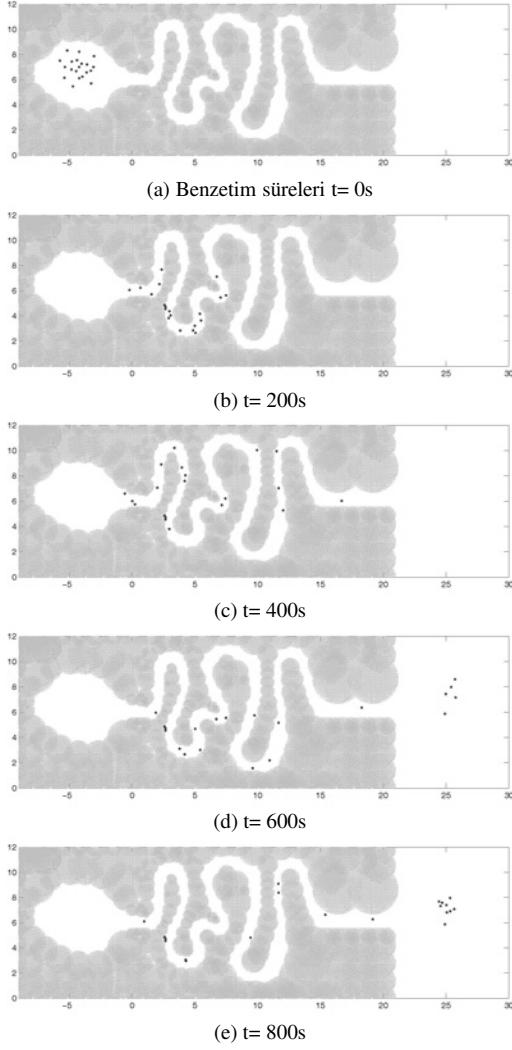
Geliştirilen sürü güzergah planlayıcısının etkinliği Şekiller 5 ve 6'da gösterilen benzetimlerle sınamıştır. Kullanılan benzetim ortamı birçok keskin dönüşü olan bir tüneldir. Şekillerdeki taralı bölgeler engelleri, açıklıklar ise robotlar için serbest bölgeleri göstermektedir. Benzetimin amacı 20 kadar TMR'tan oluşan grubun, şekillerin sol tarafındaki başlangıç konumlarından diğer köşedeki açıklığa ulaştırılmalarıdır.

Benzetimler Matlab<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup> ortamlarında C mex s-fonksiyonları ile gerçekleştirilmiştir. Benzetimde kullanılan parametre değerleri şu şekildedir: Engel algılayıcıları VAR/YOK nokta sensörleri olarak seçilip, küçük TMR'larda sıkça karşılaşıldığı gibi sayıları 6 adetle sınırlandırılmıştır. (4) denklemindeki sürme kuvveti fonksiyonunun parametre matrisleri ve TMR algılama bölgesinin büyük ve küçük eksen yarıçapları da

$$K = \text{diag}(0.165, 0.165), \quad B = \text{diag}(0.01, 0.01), \\ a = 22.5, \quad b = 20 \text{ [cm]} \quad (10)$$

benzer şekilde düşük değerlerle sınırlandırılmışlardır. Erkin referans robotlarının iki eksen arasındaki  $L$  mesafesi  $a$  büyük

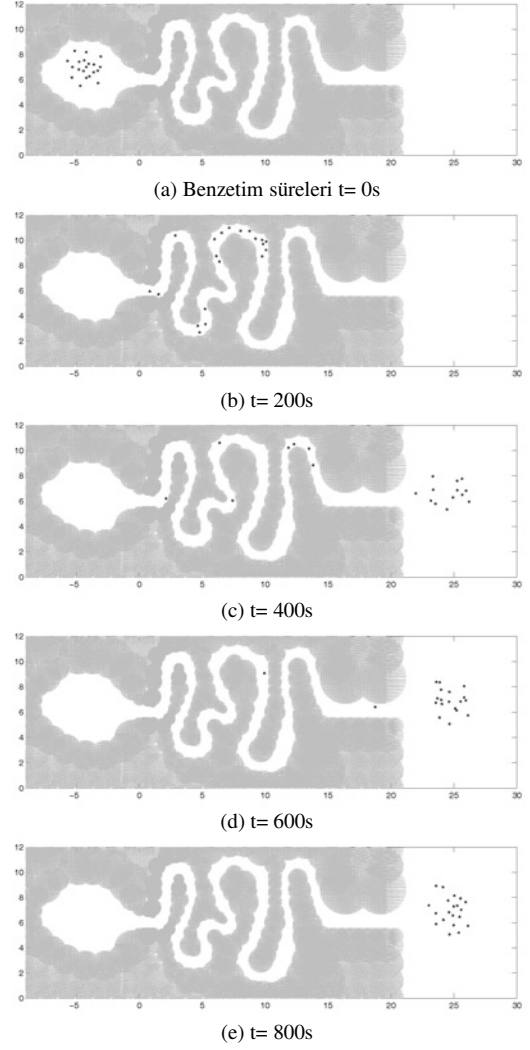




Şekil 5: Yalnız tekli robot algoritması ile güzergah planlaması.

eksen yarıçapına eşit olarak alınmıştır. Yararlanılan dizilim ise 20 adet küçük robot arasında yeterli güvenlik mesafesi sağlayan yarıçapı  $7a$  olan bir disk şeklinde belirlenmiştir. Dizilimin dış marjininin yarıçapı ise  $10a$  kadardır. Son derece iç-bükey engellerden oluşan bir ortam söz konusu olduğu için spline periyodunun  $\delta t$  ve  $\Delta t$  parametreleri 7.5 ve 1 [saniye] gibi yüksek değerler olarak belirlenmiştir. Düşük seviyeli hareket denetleyicisi olarak [24]'teki birleşik (unified) hız kısıtlamalı araç kontrolü adapte edilmiştir. Yararlanılan tekli robot planlayıcısı son derece sade olduğu ve çoklu robot dizilimi sınırlı ek hesaplama maliyeti getirdiği için, Pentium 4<sup>®</sup> işlemci ve 512 MByte hafızalı bilgisayar donanımı Windows XP<sup>®</sup> işletim sistemi gibi sık erişilebilen platformlarla 30 robota kadar gerçek zamanlı benzetim sağlanmıştır.

Şekiller 5 ve 6'daki benzetimler sırasıyla sade sürme algoritmasının dizilimsiz ve sabit referans çerçevesi dizilimi ile TMR grubunun nakli üzerinedir. Şekillerden başlangıç ve amaç arasında 30 metre kadar doğrusal mesafe olduğu gözlemlenebilir. Ancak geçitteki virajler nedeniyle TMR'lar 60 metre ya da üzerinde hareket etmektedirler. Buna göre geri dönüşler söz konusu olmazsa 0.165m/s lik maksimum hızları



Şekil 6: Dizilimli güzergah planlamasının sağladığı gelişme

ile TMR'ların 400 saniyeye yakın bir sürede amaç konumlarına ulaşmaları mümkündür.

İki sürü benzetimi  $t = 0$  saniyede Şekiller 5(a) ve 6(a)'daki konumlarından harekete başlamaktadırlar. 200 saniye kadar sonra (Bkz. Şekiller 5(b) ve 6(b)), sabit referans çerçevesi dizilimli yaklaşımla rotalanan sürünün amaç konumuna daha yakın olduğu gözlemlenmektedir. Şekiller 5(c) ve 6(c)'den,  $t = 400$  saniyelik sürede, dizilimli grubun üyelerinin yarıdan fazlasının amaç konuma ulaştığı, ancak diğer yaklaşımla ise robotların henüz tünelden çıkamadıkları görülmektedir. Ayrıca dizilimsiz yaklaşımda bazı robotların geçitteki 3. dönüşten hemen önce görev dışı kalmaları söz konusu olmuştur. Bu durumun engel aşma kipinden sonra TMR'ların farklı amaç konumlarına doğru sürülmesi sonucu olduğu düşünülebilir. Geometrik dizilimli yöntemle  $t = 600$  saniye kadar sürede ikisi hariç tüm erkinler istenen konuma ulaşmakta (Bkz. Şekil 6(d)) ve 800 saniyeden kısa sürede ise (Şekil 6(e)) grubun tümü görevlerini tamamlamaktadır. Diğer yandan dizilim kullanmayan yaklaşımda ise Şekil 5(e)'den gözlemlenebileceği gibi, 3 oğul robot hapsolmuş ve 7 kadarı amaç bölgeye ulaşamamışlardır. Bu benzetimlerden sade geometrik dizilim tabanlı yöntemimizin, iş

uzayının genel topolojisinin belirli noktalar dışında bilinmediği koşullarda etkin rotalama sağlayabileceği, dolayısıyla göreceli olarak büyük sürülerin nakliyat problemine uygulanabileceği sonucuna varılabilir. Ayrıca yararlanılan algoritmanın sade ve sık kullanılan donanımlardan yararlanması, sürü robotiğinin önemli bir koşulu olan donanım ve enerji kaynaklarının tasarruflu kullanımı konusunda da avantaj sağlamaktadır.

## 5. Sonuçlar ve Yapılacak Çalışmalar

Bu çalışmamızda göreceli olarak kalabalık TMR gruplarının engelli ortamlarda rotalanması için sade ve etkin bir yöntem sunulmuştur. Önerilen yöntem düşük maliyetli bir tekli robot güzergah planlayıcısının sade yöntemleri ile sinerjik olarak uygulanması ile elde edilmiştir. Yöntem tüneller gibi birçok engel açısından yoğun ortamlarda göreceli olarak fazla sayıda oğul robot içeren sürülerin güzergah planlaması için uygundur. VAR/YOK algılayıcıları, mikro-denetleyiciler gibi düşük maliyet ve enerji gerektiren donanımlarla çalışabilme gibi avantajları bulunmaktadır. Önerilen yöntemin özellikleri ve etkinliği benzetimlerle gösterilmiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] P. Jacobs and J. Canny, "Planning Smooth Paths for Mobile Robots", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1:2-7, 1989.
- [2] R. M. Murray and S. S. Sastry, "Nonholonomic Motion Planning: Steering Sinusoids", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(5):700-716, 1993.
- [3] J-P. Laumond, P. E. Jacobs, M. Taix and R. M. Murray, "A Motion Planner for Nonholonomic Mobile Robots", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 10:5, 1994.
- [4] C. Santilli, A. Bicchi, G. Casalino and A. Balestrino, "Nonholonomic Bounded Curvature Path Planning in Cluttered Environments", *INRIA/IEEE Symposium on Emerging Technologies and Factory Automation*, 2:363-372, 1995.
- [5] E. Rimón and D. E. Koditschek, "Exact Robot Navigation using Artificial Potential Function", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(5):501-518, 1992.
- [6] H. G. Tanner and K. J. Kyriakopoulos, "Nonholonomic Motion Planning for Mobile Manipulators", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, 1233-1238, 2000.
- [7] K. Pathak and S. K. Aggrawal, "Planning and Control of a Nonholonomic Unicycle using Ring Shaped Local Potential Fields", *American Control Conference*, Boston, MA, 2004.
- [8] J. Chen, W. E. Dixon, D. M. Dawson and T. Galluzzo, "Navigation and control of a Wheeled Mobile Robot", *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 1145-1150, Monterey, CA., 2005.
- [9] F. Lamiroux and D. Bonnafoos, "Reactive Trajectory Deformation for Nonholonomic Systems: Applications to Mobile Robots", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 3099-3104, Washington DC., 2002.
- [10] J. Minguez and L. Montano, "Nearness diagram (ND) navigation: collision avoidance in troublesome scenarios", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(1):45-59, 2004.
- [11] P. Krishnamurthy and F. Khorrami, "GODZILLA: A Low-resource Algorithm for Path Planning in Unknown Environments", *American Control Conference*, 110-115, 2005.
- [12] B. Tovar, R. Murrieta-Cid, and S. M. LaValle, "Distance-Optimal Navigation in an Unknown Environment without Sensing Distances", *IEEE Transactions on Robotics*, to appear.
- [13] S. Kim, W. Chung, C. Moon, J.-B. Song, "Safe Navigation of a Mobile Robot Using the Visibility Information", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1304-1309, Roma, Italy, 2007.
- [14] P. Ogren and N. Leonard, "Obstacle Avoidance in Formation", *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2003.
- [15] R. Sepulchre, D. Paley and N.E. Leonard, "Graph Laplacian and Lyapunov Design of Collective Planar Motions," *International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA)*, Oct. 2005.
- [16] W. Burgard, M. Moors, C. Stachniss, and F.E. Schneider, "Coordinated Multi-robot Exploration", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 21(3), Jun. 2005.
- [17] N. Miyata, J. Ota, T. Arai and H. Asama, "Cooperative Transport by Multiple Robots in Unknown Static Environments Associated with Real-Time Task Assignment", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 18(5), Oct. 2002.
- [18] J.T. Feddema, C. Lewis and D.A. Schoenwald, "Decentralized Control of Cooperative Robotic Vehicles: Theory and Application", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 18(5), Oct. 2002.
- [19] K.O. Arras, R. Philippsen, N. Tomatis, M. de Battista, M. Schilt, and R. Siegwart, "A Navigation Framework for Multiple Mobile Robots and its Application at the Expo.02 Exhibition," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2003.
- [20] K. Fregene, R. Madhavan and D. Kennedy, "Coordinated Motion of Multiple Terrain Mapping of UGVs," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2004.
- [21] H.T. Şahin ve E. Zergeroğlu, "Sınırlı Algılama Alanı Olan Tekerlekli Mobil Robotlar için Holonom Olmayan Bir Rota Planlama Yöntemi", *Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Toplantısı*, 383-388, 2006.
- [22] H.T. Şahin ve E. Zergeroğlu, "Computationally Efficient Path Planning for Wheeled Mobile Robots in Obstacle Dense Environments", *Lecture Notes on Control and Information Sciences*, Springer-Verlag, June 2007.
- [23] R. M'Closkey and R. Murray, "Exponential Stabilization of Driftless Nonlinear Control Systems Using Homogeneous Feedback", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(5):614-628, 1997.
- [24] W. E. Dixon, D. M. Dawson, E. Zergeroglu, and F. Zhang, "Robust Tracking and Regulation Control for Mobile Robots", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 10:199-216, 2000.

# Webots Gerçekçi Benzetim Yazılımı ile Sürü Robot Uygulamaları \*

Şadi Çağatay Öztürk<sup>1</sup>, Andaç Töre Şamiloğlu<sup>1,2</sup>, Veysel Gazi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara

<sup>2</sup>Makine Mühendisliği Bölümü, Başkent Üniversitesi, Ankara

{scolinks@gmail.com, andacsam@baskent.edu.tr, vgazi@etu.edu.tr}

## Özetçe

Bu çalışmada sürü robot çalışmalarında sıkça karşılaştığımız döngüsel takip, dizilim oluşturma, dizilimi sabit tutarak alan tarama problemleri için geliştirilen algoritmalar Webots robot benzetim yazılımıyla test edilmiş, karşılaşılan problemler ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

## 1. Giriş

Birden fazla özerk hareket eden birimden veya kısaca erkinden oluşan sistemler (sürü sistemler) alanı son yıllarda yoğun ilgi görmeye başlayan oldukça yeni bir alandır. Reynolds'un [1] basit yerel etkileşim kuralları tabanlı davranış modeli kullanarak uçan kuş sürüsünün benzetimini yaptığı ilk çalışmasından bu yana bu alan birçok gelişmeye şahit olmuştur. Sürü davranışının modellenmesi ve toplanması, seyirüseferi ve koordinasyon ve kontrolü için çeşitli yaklaşımlar ve yöntemler ele alınmıştır. Bu alanlardaki ilk çalışmalar merkezi yöntemler [2, 3, 4] ve lider tabanlı yöntemler [5] üzerine yoğunlaşmış olmasına rağmen, çalışmaların çoğu merkezi olmayan dağıntık yöntemler üzerine olmuştur (bu yöntemlerin işlem karmaşıklığı daha az ve hatalara gürbüzlüğü daha yüksektir). Dağıntık denetim için davranışsal [6], yapay potansiyel fonksiyonları [7, 8, 9, 10], sanal erkinler ve sanal yapılar [11, 12], doğrusal olmayan yöntemler [13, 14, 15] yaklaşımlardan bazıları olarak sayılabilir. Bunların yanı sıra oyun kuramı ve optimal denetim yöntemini kullanan açık çevrim yöntemler [16] ve erkinlerin dağılma/alanı kaplamı problemlerini inceleyen çalışmalar da mevcuttur [17]. Bazı çalışmalar da uyarılama, öğrenme ve evrim yöntemlerini kullanarak sistemin performansını arttırmaya yönelik olmuştur [18, 19, 20]. Üzerinde çok çalışılmış diğer bazı problemler de dağıntık uzlaşma [21, 22, 23] ve döngüsel takip [24, 25, 26] problemleri olmuştur. Ayrıca eş-zamanlı olmayan modeller üzerine de bazı incelemeler yapılmıştır [27, 28, 29, 30]. Yukarıdaki çalışmaların bazıları bütünsel (global) bilgi kullanırken bazıları da sadece yerel etkileşimlere ve kurallara dayanmaktadır.

Sürü sistemlerin en önemli özellikleri arasında erkinlerin birbirileri ile doğrudan veya dolaylı etkileşimlerinden ortaya çıkan kendi-kendine örgütlenme ve sürü zekâsı sayılabilir. Bu tür sistemlerin birçok avantajı ve yararları olmasının yanı sıra teknolojinin gelişmesi ile günümüzde gerçekleştirilebilir hale gelmiş olmaları bu alandaki çalışmalara hız kazandırmıştır. Doğadan ilhamını alan sürü sistemlerin en önemli avantajları arasında gürbüzlük, esneklik, ölçeklenebilirlik ve ucuz maliyet gösterilebilir [31]. Bu alandaki çalışmaları özetleyen bazı makaleler [32, 33, 34] ve son yıllarda bu alanda yayınlanmış özel sayılar da [36, 37, 38, 39] gösterilebilir.

\* Bu çalışma TÜBİTAK (Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu) tarafından 104E170 sayılı proje kapsamında ve Avrupa Komisyonu tarafından 045269 sözleşme numaralı 6. Çerçeve Programı özel amaçlı araştırma projesi kapsamında desteklenmiştir.

Sürü sistemler alanında yapılan yoğun çalışmalara rağmen hala önemli bir eksiklik geliştirilen yöntemleri uygulama ve gerçekleştirme çalışmalarının azlığıdır. Uygulama çalışmaları kuramsal çalışmalardan birçok farklılık gösterir. Bunlardan en önemlileri kuramsal çalışmaların genelde belirli varsayımlar ile yapılması ve çoğu zaman bu varsayımların ve "idea" koşulların uygulamalarda var olmamasıdır. Uygulamalarda sistem (ve araştırmacılar) laboratuvarlarında var olan erkinlerin (robotların) kapasiteleri/özellikleri ile sınırlıdır ve bunlar genelde ideal şartlardan çok uzaktır. Örneğin birçok çalışmada erkinlerin komşularının (hatta kendi) konumlarını hatasız bildiği varsayılırken gerçek algılayıcılarla belirli bir hata payı ile sadece göreceli mesafeler ölçülmesi mümkündür. Bu tür örnekler çoğaltılabilir. Bunun gibi kuramsal varsayımlara uymayan sistemlerde çalışmasını beklediğiniz yöntemler uygulamalarda/gerçeklemlerde zorluklarla karşılaşılıyor olabilir. Bu sebeplerden dolayı kuramsal çalışmalara paralel olarak uygulama çalışmalarına da önem verilmesi son derece önem taşımaktadır. Bu çalışmada biz fizik tabanlı gerçekçi bir benzetim yazılımı olan Webots robot benzetim yazılımını kullanarak üç problemin gerçekleştirilmesini/uygulanmasını ele alacağız. Bu problemler (i) döngüsel takip, (ii) dizilim (oluşum) oluşturma ve (iii) dizilimi koruyarak alanı tarama/süpürme. İlerleyen bölümlerde bu problemleri açıkladıktan sonra kamera görüntülerindeki bazı özelliklerden bahsedip, benzetim sonuçlarını tartışacağız.

## 2. Problem Tanımları

Bu bölümde bu çalışmada ele alacağımız problemleri kısaca tanımlayacağız ve gerçek robotlar kullanarak uygulama/gerçeklenme zorluklarından bahsedeceğiz.

### 2.1. Döngüsel Takip

Döngüsel takip problemi üzerine ilk çalışanlardan birisi Fransız bilim insanı Bouguer'dir [40]. Daha sonraları (1877) Lucas bir eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilen üç köpeğin herbirinin diğerini takip ettiği durumda izleyecekleri yolların nasıl olduğunu ve nerde buluşacaklarını sormuştur. Brocard, izlenen yolların logarithmic spiraller olduğunu ve üçgenin neresinde buluşacaklarını (*Brocard point*) göstermiştir [40]. Daha sonraları bu konu üzerine daha ayrıntılı çalışmalar [41, 42, 43, 44]'de yapılmıştır. Bu çalışmalarda erkinlerin buluşmalarının aynı anda aynı yerde olacağı ispatlanmıştır. Ancak bu çalışmalarda erkinlerin eş-zamanlı oldukları varsayılmıştır. Erkinlerin, eş-zamansız çalıştıkları durumda buluşmanın yine de gerçekleşeceğini ancak eş-zamanlı duruma göre farklı bir yerde olabileceğini gösteren bir çalışma ise [26]'dur.

Döngüsel takip probleminde  $n$  tane erkinin birbirini takip ettiğini düşünelim. Eğer, erkinleri 1'den  $n$ 'e kadar numaralandırırsak,  $i$ 'nci erkin ( $i \in \mathbb{Z}$  ve  $1 \leq i \leq n$ )  $i + 1$ 'inci



erkini ve  $n$ 'ci erkin 1'inci erkini takip etmelidir. Bu çalışmada bütün erkinlerin/robotların aynı sabit  $v$  hızıyla hareket ettiklerini varsaydık. Bu durumda erkin dinamikleri

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v \Delta t \cos(\theta_i(t)) \quad (1a)$$

$$y_i(t+1) = y_i(t) + v \Delta t \sin(\theta_i(t)) \quad (1b)$$

şeklinde oluşur. Burada  $z_i(t) = [x_i(t) \ y_i(t)]^T$ ,  $i$ 'ninci erkinin  $t$  anındaki pozisyonu,  $\Delta t$  zaman adımı büyüklüğüdür.  $i$ 'ninci robotun  $t$  anında global koordinatlara göre yönü  $\theta_i$  aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\theta_i(t) = \text{atan2}[y_{i+1}(t) - y_i(t), x_{i+1}(t) - x_i(t)] \quad (2)$$

Robotlar takip ettikleri robota yönelecekleri için her zaman adımında  $\theta_i(t)$  güncellenmelidir. Bu global koordinatlar ulaşılabilir olduğunda eşitlik (??)'deki gibi yapılabilir. Eğer robotların yerel çözümler üretmesi gerekiyorsa bizim benzetimlerde yaptığımız gibi kamera bilgisini kullanarak takip edilen robot her zaman tam gittikleri doğrultu üstünde olacak şekilde yön güncellemesi yapılabilir.

Dikkat ederseniz bu modelde robotların eşzamanlı olarak çalıştıkları ve her an tam olarak takip ettikleri robota doğru yönelecekleri varsayılmıştır. Elbette pratik uygulamalarda ve gerçekçi benzetimlerde bu varsayımların geçerliliği kalmayacaktır.

## 2.2. Dizilim Oluşturma

Dizilim (oluşum) oluşturma denetimi problemi erkinlerin genel koordinasyon probleminin bir alt problemidir (ve literatürde yoğun olarak incelenmiştir). Bu tür hareketin çeşitli uygulamaları ve yararları mevcuttur. Örneğin bir grup robotun ortaklaşa bir nesneyi taşıması için ya da en azından bu görevi başlatabilmeleri için aralarındaki mesafeleri belirli uzaklıklara getirmeleri gerekebilir, bir grup uydunun daha fazla verim almak veya bir bölgeyi daha verimli gözlem altında tutabilmek için belirli geometrik şekil oluşturmaları gerekebilir veya bir grup uçağın yakıt tasarrufu yapabilmek için (tıpkı kuş sürülerinde olduğu gibi) belirli geometrik şekil oluşturarak uçmaları gerekebilir. Dizilim denetimi sağlamak için (yukarıda da bahsedildiği gibi) çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Bunların arasında davranış tabanlı yöntemler [6], Lyapunov kuramı ve fonksiyonları tabanlı ve/ya çizge kuramını kullanan yöntemler [5], doğrusal olmayan sistemler kuramından yararlanan yöntemler [13] ve yapay potansiyel fonksiyonları tabanlı yöntemler [8, 9, 10] mevcuttur. Bu çalışmaların tamamı ideal bilgi kullanmaktadır. Bir başka deyişle erkinler diğer erkinlerin konumlarını kusursuz bilmektedir. Bu çalışmada biz robotların üzerindeki kamera görüntüsünü kullanarak dizilim oluşturmaya uygulamalı inceleyeceğiz. Kameralardan alınan görüntü ile bir erkinin diğer erkinlerin konumlarını belirli bir hata payı ile bilmektedir. Ayrıca erkinin yönelme açısına bağlı olarak diğer erkini hiç görmeme durumu vardır. Son olarak burada kullanılan robotlar hız-kısıtlamaları olan (non-holonomic) robotlardır. Literatürdeki kuramsal çalışmaların çoğu tam-denetimli nokta erkinler üzerinedir (her ne kadar hız-kısıtlamalı robotlar üzerine de bazı çalışmalar olsa da).

Dizilim denetiminde temel amaç erkinlere otomatik olarak bir geometrik şekil (dizilim, oluşum) oluşturtmak. Bir başka deyişle her robotun diğer robotlardan belirli bir istenilen uzaklığa/konuma gelmesi gerekiyor (istenilen uzaklıkların birbirleri ile çelişmemesi şartı ile). Sürüde  $N$  sayıda erkin olduğunu,  $i$ 'ninci erkinin konumunu  $p_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , ile gösterildiğini ve istenilen geometrik şekilde  $i$ 'ninci ve

$j$ 'ci erkinler arası istenilen mesafenin  $d_{ij}$  ile göstertildiğini varsayalım. Bu durumda dizilim denetimi problemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir: Erkinlerin denetim girdilerini öyle seç ki her  $i$  ve  $j$  için

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|p_i - p_j\| = d_{ij} \quad (3)$$

sağlansın. Bu durumda her  $i$  robotu için diğer her  $j$  robotu ile kendisi arasındaki doğrultuda diğer  $j$  robotundan istenilen  $d_{ij}$  kadar uzaktaki nokta gitmek istediği hedef noktası oluşturmaktadır. Bu durumda  $N$  erkinli bir sürüde her robot için  $N - 1$  adet hedef noktası vardır. Örneğin üç robotun herhangi başlangıç konumlarından kenar uzunlukları  $d$  olan bir eşkenar üçgen oluşturmaları istendiğini varsayalım. Bu durumda her erkin için her adımda iki sabit olmayan hedef noktası vardır ve bu hedef noktaları söz konusu robotun konumu ile diğer robotların konumlarını birleştiren doğrular üzerinde diğer robotlardan  $d$  mesafesinde olan noktalar. Bu şekilde her robot iki hedef noktasına yönelen vektörlerin bileşimi yönde hareket ederek sonunda geometrik şekli oluşturabilirler (yapay potansiyel fonksiyonu yöntemi).

Sürü sistem uygulamalarındaki bir başka sorun ise her robota aynı veya farklı yazılımların yüklenmesidir. Bu uygulamada her robotun üzerinde aynı yazılım bulunmaktadır ve bir önceki uygulamada olduğu gibi her robotu özelleştirecek bir renk etiketi atanmamıştır. Günümüzde büyük bir önem teşkil etmese bile çeşitli uygulamalarda kullanılmak üzere (mesela denizlerin temizlenmesi, mayınların temizlenmesi ve benzeri) seri robot sürüsü üretimine geçildiğinde her robota aynı yazılımın yüklenebilmesi büyük ölçüde üretim maliyetlerini düşürecektir. Görüntü işlenerek nesneler kameradan alınan karelerden seçilmektedir. Bu şekilde seçilen nesnelerin genişliği ve koordinatları hesaplanmaktadır. Her robot 2 adet nesne aramaktadır. Nesnelerden biri bulunamadığı takdirde her iki nesnenin de eşit olduğu kabul edilmekte ve hesaplamalar o yönde yapılmaktadır.

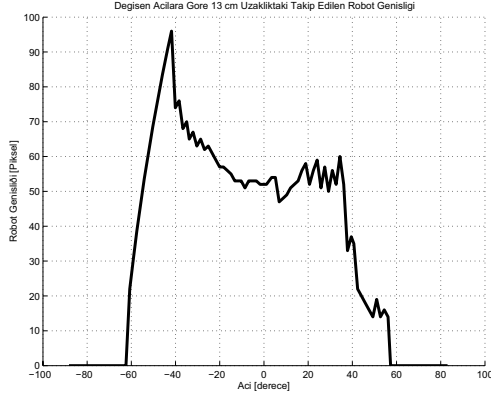
## 2.3. Dizilimi Koruma ve Tarama/Süpürme

Bir dizilimi oluşturma yanısıra hareket halinde iken o dizilimi koruma da çok önemlidir. Örneğin yukarıda bahsedilen robotların ortaklaşa bir nesneyi taşıması uygulamasını ele alalım. Eğer hareket halinde iken robotlar dizilimi koruyamazlarsa nesneyi düşürebilir ve zarar verebilirler. Benzer şekilde dizilim oluşturmuş hareket halindeki uçaklar (örneğin Türk Yıldızları - Türk Hava Kuvvetleri Akrobasi Takımı) o dizilimi koruyamazlarsa vahim sonuçlara sebep olabilirler. Dizilimi koruma problemini bu çalışmada biz tarama/süpürme problemi ile birlikte ortaklaşa ele aldık. Süpürme hareketi de bir alanda arama/tarama yapma (örneğin güvenlik için gözlem amacı ile veya bir nesne/şüpheli arama veya orman yangını var mı aramak için), zirai ilaçlamalar, süpürme/paspaslama gibi çeşitli askeri ve sivil uygulamaları olan bir problemdir. Bu çalışmada biz üç robotun bir önceki bölümde oluşturulan dizilimi koruyarak bir alanı uygun bir şekilde (boş alanlar kalmayacak ve birden fazla üzerinden geçilen alan olmayacak şekilde) süpürmesi uygulamasını ele aldık.

## 3. Webots Benzetim Programında Kamera Özellikleri

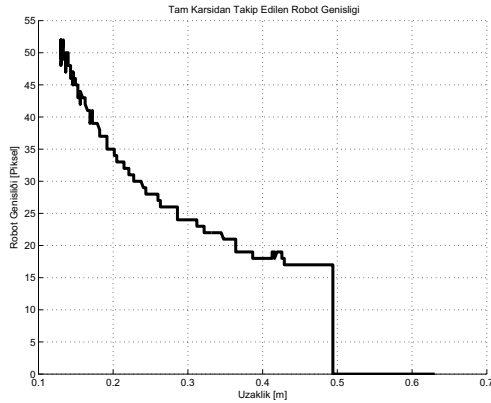
Bu çalışmada robotlar takip ettikleri robotların görüntü bilgilerini kullanmaktadırlar. Bu bölümde Khepera-3 robotlarında kullandığımız 120°'lik açıyı görebilen kameralardan aldığımız görüntü bilgilerini inceleyeceğiz. Şekil 1'de 13cm mesafe-

den takip edilen bir robotun piksel genişliğinin bakış açısına göre nasıl değiştiği görülmektedir. Burada okunan değerlerin 0°'ye (tam karşıdan bakış) göre simetrik olması beklenirken şekilden de anlaşılacağı üzere işlenen resmin sağında ve solunda takip edilen robotun genişliği önemli derecede farklı değerler almaktadır. Bu uygulama sırasında -özellikle eşkenar üçgen oluşumunda- takip eden robotlar için farklı parametre değerleri kullanmayı zorunlu kılmaktadır.



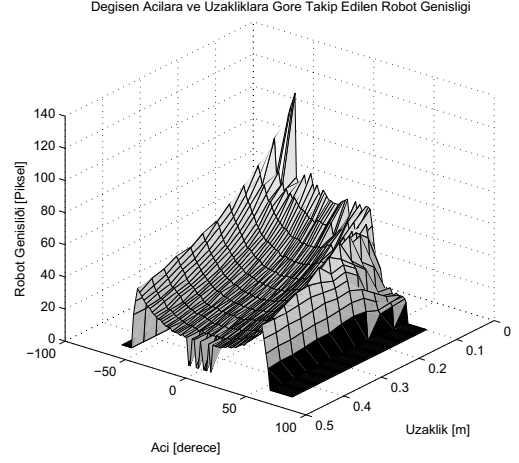
Şekil 1: Kamera görüntülerinde 13 cm sabit uzaklıktan takip edilen robotun piksel genişliğinin bakış açısına göre değişimi.

Şekil 2'de tam karşıdan takip edilen robotun genişliğinin piksel değerlerinin uzaklığa göre değişimi görülmektedir. Takip edilen robotun genişliği 13cm uzaklıkta 50 piksel civarındayken uzaklık arttıkça lineer olmayan bir şekilde azalarak 0.5m civarında görüntüden kaybolmaktadır. Bu da takip edilen robotun uzaklığının 0.5 metreden sonra sağlıklı olarak elde edilemeyeceğini gösterir.



Şekil 2: Kamera görüntülerinde tam karşıdan takip edilen robotun piksel genişliğinin uzaklığa göre değişimi.

Robotların takip ettikleri robotun görüntüsünü değişik açılarda ve değişik uzaklıklarda ne derece algıladıklarını görmek için Şekil 3'e bakabiliriz. Bu şekilde, görüntüdeki robotun genişliğinin (piksel cinsinden) takip eden robotun uzaklığına ve bakış açısına göre nasıl değiştiği çizdirilmiştir. Görüldüğü gibi yakın mesafelerde (0.3 metreden az) görüntü verilerindeki simetri bozulmaktadır.



Şekil 3: Kamera görüntülerinde takip edilen robotun piksel genişliğinin robotlar arası uzaklık ve bakış açısına göre değişimi.

## 4. Benzetim Sonuçları

Döngüsel takip problemi için e-puck mini robot modelini, dizilim oluşturma ve alan tarama için ise Khepera 3 mini robot modelini kullanacağız. Bu robotların modelleri benzetim yazılımında hazır bulunmaktadır. Ayrıca Webots'ta geliştirilen programlar daha sonra gerçek robotlar üzerine doğrudan aktarılabilirler. Her üç problem için de sadece kamera görüntüsü bilgisi kullanılacaktır.

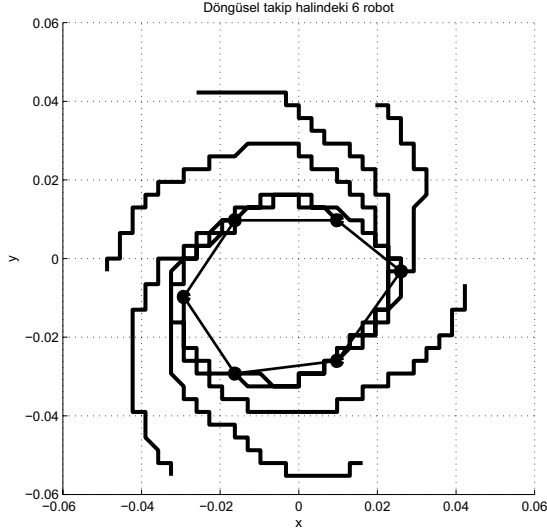
### 4.1. Döngüsel Takip Benzetimi

Yapmış olduğumuz döngüsel takip uygulamasında E-Puck mini robotları kullanılmaktadır. E-Puck robotların üzerinde bulunan kamera yaklaşık olarak 30 derecelik bir alanı görebilmektedir. Kameradan alınan resim 52x29 boyutundadır. 6 adet robot kullanılmıştır. Robotların tanınabilmesi ve karışıklıkların oluşmaması ve fazladan görüntü işleme problemleri ile uğraşmaması için her robota bir renk etiketi atanmıştır. Bu şekilde kameradan alınan verilerden robotlar kolaylıkla seçilebilmektedir. Robotun pozisyonu olarak rengini kullanarak seçtiğimiz piksellerin resim üzerindeki yerlerini kullanacağız. Döngüsel takip algoritması aşağıdaki şekildedir:

- EĞER robotun pozisyonunun yatay koordinatı 30 dan küçükse  
Sağa Dön
- EĞER robotun pozisyonunun yatay koordinatı 45 dan büyükse  
Sola Dön
- EĞER robotun pozisyonunun yatay koordinatı 30 ile 45 arasında ise  
Düz Git

Dikkat ederseniz resim üzerinde takip edilen robotun yatay pozisyonu kullanılarak dönülecek yere karar verilmekte, robotun pozisyonu resimde tam ortaya denk getirilmek istenmektedir. Fakat resmin ortası için dar bir aralık (30-45 aralığı) kullanılmaktadır. Böylece takip edilen robot, takip eden robotun yaklaşık tam karşısına alınmakta ve oylece harekete devam edilmektedir. Bu algoritmanın yüklendiği 6 robotla elde edilen döngüsel takip benzetimi sırasında robotların izledikleri yollar Şekil 4'de verilmiştir.

Döngüsel takip için bölüm 2.1'de verilen modelde global bir koordinat sistemine göre pozisyonlar ve açılar kullanılmıştı ancak gerçek modellerde ve gerçekçi benzetim modellerinde bu



Şekil 4: Döngüsel takip halindeki 6 robotun izledikleri yol.

tür global verilere ulaşmak zordur. Bu bölümdeki çalışmada da global veriler yerine robotların kendi yerel bilgileri -kamera bilgileri- kullanılmıştır. Bu nedenle eşitlikler (1a), (1b) ve (2) doğrudan kullanılsa bile robotların yerel bilgilerini kullanarak uyguladıkları algoritmalar dolaylı olarak aynı sonuçlara ulaştırmaktadır.

#### 4.2. Dizilim Oluşturma Benzetimi

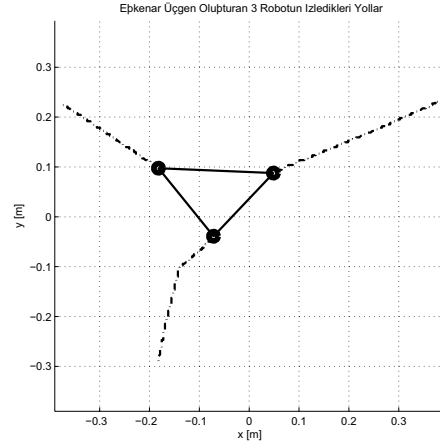
Khepera 3 mini robotlarının üzerinde bulunan kameranın çözünürlüğü 320x240 boyutundadır. Bu robotlar ile çok geniş bir alan üzerinde çalışıldığından robotların geniş bir bakış açısına ihtiyaçları vardır. Bunun için özellikleri Bölüm 3'te anlatılan geniş açılı bir kamera modeli kullanılmıştır. Bu model kullanıldığından görüntünün kenarlarında görüntü büyük ölçüde bozulmaktadır. Normal bir kamerada izlendiğinde 1 piksellik bir harekete karşılık gelen hareket, bu uygulamada kullandığımız geniş açılı kamera modelinde 10 piksele karşılık gelebilmektedir. Geniş açılı kamera yerine dar açılı bir kamera kullanılması alınan verinin kalitesini yükseltmekle beraber çalışma sırasında durup etrafı tarama gibi davranışların uygulanmasına ve dolayısıyla duraksamalara neden olmaktadır. Geniş açılı kamera kullanılarak gerçek, duraksamasız ve taramasız bir toplanma davranışı elde edilebilmiştir.

Toplamda 3 adet robot kullanıldığından eşkenar üçgen oluşturmak istenmiştir. Toplanma davranışının algoritması aşağıdaki şekildedir:

- EĞER birinci ve ikinci nesnenin genişliği 30-40 ise  
Dur
- EĞER birinci ve ikinci nesnenin genişliği 40 dan büyük ise  
Geri Gel
- EĞER birinci nesnenin genişliği 31 den küçük ve ikinci nesnenin genişliği 30 dan büyük ise  
Sola Dön
- EĞER birinci nesnenin genişliği 30 dan büyük ve ikinci nesnenin genişliği 31 den küçük ise  
Sağa Dön
- EĞER ortalama konum 155 den küçük ise  
Olduğun Yerde Sağa Dön
- EĞER ortalama konum 165 den büyük ise

#### Olduğun Yerde Sola Dön DEĞİLSE Düz Git

Bu algorithmada kameradan alınan resim verisinin genişliğine göre uzaklık tayin ediliyor ve işbu uzaklığa göre robotun ileri veya geri gidip gitmemesi gerektiği kararlaştırılıyor. Ayrıca resim verisindeki robot pozisyonuna göre sağa veya sola dönüş davranışı uygulanıyor. Şekil 5'de bu algoritmayla çalışan robotların eşkenar üçgen oluşturduklarını görmekteyiz.



Şekil 5: Eşkenar üçgen oluşturan 3 robotun izledikleri yollar.

#### 4.3. Dizilimi Koruma ve Tarama Benzetimi

Dizilim oluşturma uygulamasında olduğu gibi bu uygulamada da her robot aynı renktedir ve geniş açılı bir kamera kullanılmaktadır.

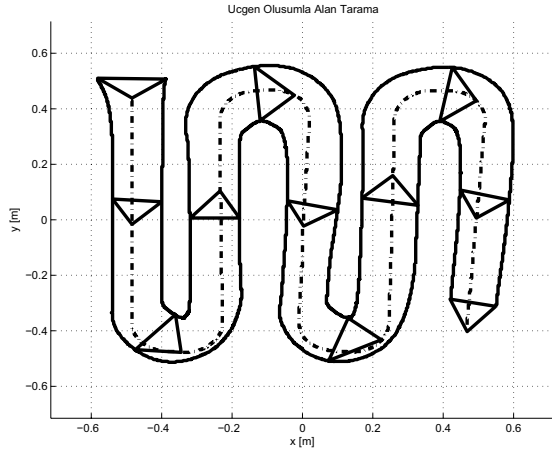
Robotlardan teki liderdir ve taranacak alanın kenarlarına gelip gelmediğini robot üzerinde bulunan ultrasonik sensörlerini kullanarak anlamaktadır. Alanın kenarlarına gelindiğinde ise robot yönünü değiştirmektedir. Diğer iki robot ise şekli bozmadan lider robotu takip etmektedir. Bu şekilde düzgün bir tarama işlemi gerçekleştirilmeye çalışılmaktadır.

Bu uygulamada karşılaşılan sorunlardan birisi kameradan alınan resimlerdeki optik bozulmalar ve hatalardır. (Bölüm 3'e bakınız.) Resmin uçlarında bulunan ve gerçekte robota yakın olan bir cisim görüntü bozulduğundan küçük görünmekte iken resmin uçlarının birkaç piksel içinde bulunan ve aynı boyutta görünen bir cisim gerçekte çok daha uzakta veya çok daha küçük olabilmektedir. Bu nedenle robotlar karar verirken belirli bir hata payı göz önünde bulundurularak esneklik kazandırılmıştır.

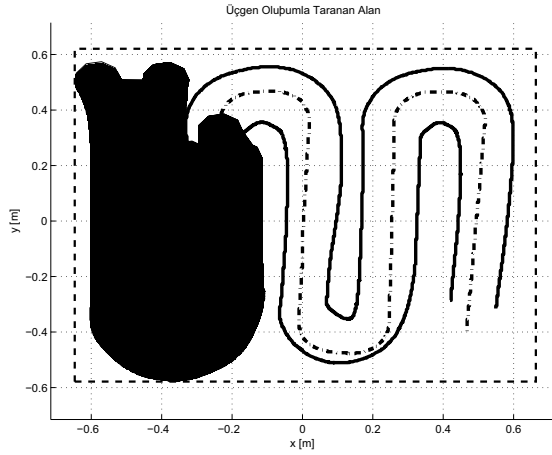
Uygulamada karşılaşılan bir başka sorun ise her robotun aynı mesafeyi kat etmemesidir. Dönüşler yapılırken dıştan dönen robot 4 kat daha fazla mesafe kat ederken içte bulunan robot lider robota göre daha az mesafe kat etmektedir. Dönüş anlarında kat edilen mesafelerin farkından ve görüntüdeki bozulmaların etkisini en aza indirmek için kazandırdığımız esneklikten dolayı dönüşlerde üçgen şekli küçük bozulmalarla karşılaşmaktadır (Bakınız Şekil 6).

Bu uygulamanın sonuçları Şekil 6 ve 7'de verilmiştir. Robotların benzetim boyunca izledikleri yollar Şekil 6'da çizdirilmiştir. Eğer robotların herbiri 65mm'lik yarıçapta çevrelerini tarayabiliyor olsalar (bilgi toplayabilseler ya da süpürseler) benzetim sonunda taranan toplan alan Şekil 7'deki gibi olmaktadır. Robotlar arasındaki uzaklıkların toplamının benzetim boyunca

değişiminin gösterildiği grafik Şekil 8’de verilmiştir. Görüldüğü gibi toplam uzaklık dönme anlarında çok artmakta ve eşkenar üçgen yapısının bozulduğunu göstermektedir.



Şekil 6: Eşkenar üçgen oluşturarak alan tarayan 3 robotun izledikleri yollar. Bazı anlarda oluşturdukları üçgenler yollar üzerine çizilmiştir. Türe ve noktalı çizgi lider robotun izlediği yoldur.

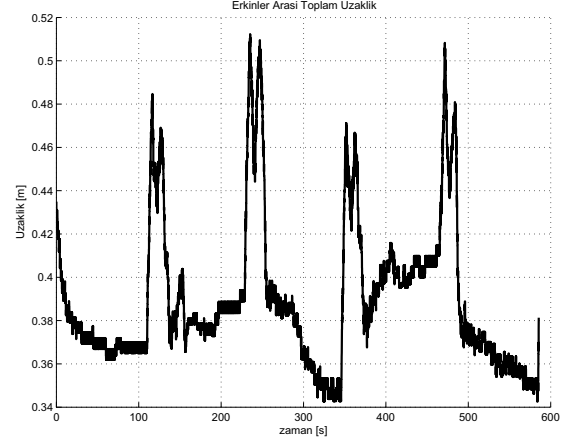


Şekil 7: Eşkenar üçgen oluşturarak alan tarayan 3 robotun 65mm’lik yarıçaplı komşulukları hakkında bilgi topladıkları varsayılırsa sonuçta toplam taradıkları alan.

Dönmelerde oluşan hataların düzeltilebilmesi için kameralardan alınan verinin daha etkin işlenmesi gerekmektedir. Öncelikle kameranın optik özelliklerinden dolayı ortaya çıkan görüntüdeki bozulmaların göz önüne alınması gerekmektedir. Ayrıca resim verilerinin anlık kareler kullanılarak değil de ardışık karelerin kullanılarak elde edilmesi ve böylece değişimin hesaplanması kontrolün daha gürbüz olmasını sağlayacaktır. Tüm bunlar yapıldıktan sonra çok hızlı bir sürüş sistemi kullanılarak uzaklıklar sabit tutulabilecektir.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada Webots hareketli robot benzetim yazılımıyla sürü robot çalışmalarında sıkça karşılaştığımız bazı problemlerin benzetimleri üzerine çalışıldı. Döngüsel takip, dizilim oluşturma



Şekil 8: Eşkenar üçgen oluşturarak alan tarayan 3 robotun aralarındaki toplam uzaklığın benzetim süresince değişimi.

ve dizilimi bozmadan alan tarama problemleri açıklandıktan sonra Webots yazılımı kullanılarak bu problemlerin çözüldüğü algoritmalar ve benzetim sonuçları sunulmuştur. Bu çalışmaya ek olarak burada kullanılan algoritmaların gerçek robotlara uygulanması, daha karmaşık problemler (daha çok robot kullanılan ve/ya diğer algılayıcıların kullanıldığı) için algoritmalar geliştirilmesi ileride yapılması planlanan çalışmalardır.

## 6. Kaynakça

- [1] C. W. Reynolds, "Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model," Computer Graph., Cilt 21, Sayı 4, sayfa 25-34, 1987.
- [2] J. C. Latombe, "Robot Motion Planning," Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [3] Y.-H. Liu, S. Kuroda, T. Naniwa, H. Noborio, ve S. Arimoto, "A practical algorithm for planning collision-free coordinated motion of multiple mobile robots," Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Cilt 3, sayfa 1427 - 1432, 14-19 Mayıs, 1989.
- [4] J. Barraquand, B. Langlois, ve J. C. Latombe, "Numerical potential field techniques for robot path planning," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Cilt 22, Sayı 2, sayfa 224-241, 1992.
- [5] J. P. Desai, J. Ostrowski, ve V. Kumar, "Modeling and Control of Formations of Nonholonomic Mobile Robots," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Cilt 17, Sayı 6, sayfa 905-908, Aralık 2001.
- [6] T. Balch ve R. C. Arkin, "Behavior-Based Formation Control for Multirobot Teams," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Cilt 14, Sayı 6, sayfa 926-939, Aralık 1998.
- [7] V. Gazi ve K. M. Passino, "Stability Analysis of Swarms," IEEE Transactions on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 4, sayfa 692-697, Nisan 2003.
- [8] V. Gazi ve K. M. Passino, "Stability Analysis of Social Foraging Swarms," IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, Cilt 34, Sayı 1, sayfa 539-557, Şubat 2004.
- [9] V. Gazi ve K. M. Passino, "A Class of Attraction/Repulsion Functions for Stable Swarm Aggregations," International

- Journal of Control, Cilt 77, Sayı 18, sayfa 1567-1579, Aralık 2004.
- [10] V. Gazi, "Swarm Aggregations Using Artificial Potentials and Sliding Mode Control," IEEE Transactions on Robotics, Cilt 21, Sayı 6, sayfa 1208-1214, Aralık 2005.
- [11] R. Bachmayer ve N. E. Leonard, "Vehicle Networks for Gradient Descent in a Sampled Environment," IEEE Conference on Decision and Control, sayfa 112-117, Las Vegas, Nevada, Aralık 2002.
- [12] P. Ogren, E. Fiorelli, ve N. E. Leonard, "Formations with a Mission: Stable Coordination of Vehicle Group Maneuvers," Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, Ağustos 2002.
- [13] V. Gazi, "Formation Control of a Multi-Agent System Using Nonlinear Servomechanism," International Journal of Control, Cilt 78, Sayı 8, sayfa 554-565, 20 Mayıs 2005.
- [14] H. G. Taner, A. Jadbabaie, ve G. J. Pappas, "Stable Flocking of Mobile Agents, Part I: Fixed Topology," IEEE Conference on Decision and Control, sayfa 2010-2015, Maui, Hawaii, Aralık 2003.
- [15] H. G. Taner, A. Jadbabaie, ve G. J. Pappas, "Stable Flocking of Mobile Agents, Part II: Dynamic Topology," IEEE Conference on Decision and Control, sayfa 2016-2021, Maui, Hawaii, Aralık 2003.
- [16] J. P. Wangermann ve R. F. Stengel, "Optimization and coordination of multiagent systems using principled negotiation," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Cilt 22, Sayı 1, sayfa 43-50, 1999.
- [17] J. Cortes, S. Martinez, T. Karatas, ve F. Bullo, "Coverage control for mobile sensing networks," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Cilt 20, Sayı 2, sayfa 243-255, 2004.
- [18] S. Patnaik, A. Konar, ve A. K. Mandal, "Improving the multi-agent coordination through learning," IETE Journal of Research, Cilt 51, Sayı 5, sayfa 395-406, Ekim-Kasım 2005.
- [19] E. Uchibe, M. Nakamura, ve M. Asada, "Cooperative behavior acquisition in a multiple mobile robot environment by co-evolution," LNAI 1604, sayfa 273-285, 1999
- [20] M. Asada, E. Uchibe, K. Hosoda, "Cooperative behavior acquisition for mobile robots in dynamically changing real worlds via vision-based reinforcement learning and development," AI, Cilt 110, Sayı 2, sayfa 275-292, Haziran 1999.
- [21] L. Moreau, "Stability of Multiagent Systems With Time-Dependent Communication Links," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 2, sayfa 169-182, Şubat 2005.
- [22] W. Ren ve R. W. Beard, "Consensus Seeking in Multiagent Systems Under Dynamically Changing Interaction Topologies," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 50, Sayı 5, sayfa 655-661, Mayıs 2005.
- [23] V. Gazi, "Stability of an Asynchronous Swarm with Time-Dependent Communication Links," IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics: Part B, yayına gönderildi.
- [24] J. A. Marshall, M. E. Broucke, B. A. Francis, "Formations of vehicles in cyclic pursuit," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 49, Sayı 11, sf 1963-1974, 2004.
- [25] J. A. Marshall, M. E. Broucke, B. A. Francis, "Pursuit formations of unicycles," Automatica, Cilt 42, Sayı 1, sf. 3-12, 2006.
- [26] A. T. Şamiloğlu, V. Gazi, ve A. B. Koku, "Asynchronous Cyclic Pursuit," S. Nolfi et al. (edt.), SAB06, LNAI 4095, sf. 667-678, 2006.
- [27] Y. Liu ve K. M. Passino ve M. M. Polycarpou, "Stability Analysis of One-Dimensional Asynchronous Swarms," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 10, sayfa 1848-1854, Ekim 2003.
- [28] Y. Liu ve K. M. Passino ve M. M. Polycarpou, "Stability Analysis of M-Dimensional Asynchronous Swarms with a Fixed Communication Topology," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt 48, Sayı 1, sayfa 76-95, Ocak 2003.
- [29] V. Gazi ve K. M. Passino, "Stability of a One-Dimensional Discrete-Time Asynchronous Swarm," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Part B, Cilt 35, Sayı 4, sayfa 834-841, Ağustos 2005.
- [30] A. T. Şamiloğlu, V. Gazi, ve A. B. Koku, "Effects of Asynchronism and Neighborhood Size on Clustering in Self-Propelled Particle Systems," ISCIS06, LNCS 4263, sf. 665-676, 2006.
- [31] E. Sahin, "Swarm Robotics: From Sources of Inspiration to Domains of Application," in "Swarm Robotics: State-of-the-art Survey", E. Sahin ve W. Spears (edt.), LNCS 3342, sf. 10-20, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [32] M. Mataric, Issues and approaches in the design of collective autonomous agents, Robotics and Autonomous Systems, Cilt 16, sayfa 321-331, Aralık 1995.
- [33] V. Gazi ve B. Fidan, "Control and Coordination of Multi-Agent Dynamic Systems: Models and Approaches," E. Şahin, W. M. Spears, and A. F. T. Winfield (edt.), Proceedings of the Second Swarm Robotics Workshop, LNCS 4433, sf. 71-102, 2007.
- [34] A. T. Şamiloğlu, V. Gazi, ve A. B. Koku, "Sürü Robotikliği ve Çok-Erkinli Sistemlerdeki Koordinasyon Problemleri," Türk Otomatik Kontrol Konferansı (TOK06), sf. 419-427, Ankara, Kasım 2006.
- [35] L. Bayındır ve E. Şahin, "A review of Studies on Swarm Robotics," Elektrik Dergisi, Cilt 217, Temmuz 2007.
- [36] Special Issue on Swarm Robotics, M. Dorigo ve E. Şahin (edt.), Autonomous Robots, Cilt 17(2-3), Kasım 2004.
- [37] "Swarm Robotics, A State of the Art Survey," E. Şahin ve W. M. Spears (edt.), LNCS 3342, Springer-Verlag, 2005.
- [38] Proceedings of the Second Swarm Robotics Workshop, E. Şahin, W. M. Spears, and A. F. T. Winfield (edt.), LNCS 4433, 2007.
- [39] Special Issue on Swarm Robotics, V. Gazi (edt.), Elektrik Dergisi, Cilt 217, Temmuz 2007.
- [40] Bernhart, A.: Polygons of Pursuit. Scripta Mathematica (1959)
- [41] Klamkin, M.S., Newman, D.J.: Cyclic pursuit or "the three bugs problem". The American Mathematical Monthly **78**(6) (1971) 631-639
- [42] Behroozi, F., Gagnon, R.: Cyclic pursuit in a plane. Journal of Mathematical Physics **20**(11) (1979) 2212-2216
- [43] Richardson, T.J.: Non-mutual captures in cyclic pursuit. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence **31** (2001) 127-146
- [44] Bruckstein, A.M., Cohen, N., Efrat, A.: Ants, crickets and frogs in cyclic pursuit. Center Intell. Syst., Technion-Israel Inst. Technol. (1991)





# İki Ayaklı Yürüme Hareketinin Modellenmesi ve Kontrolü

Z. Yağız Bayraktaroğlu , Mesut Acar

Makina Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi  
{zeki.bayraktaroglu , acarmes}@itu.edu.tr

## Özetçe

Bu bildiride iki ayaklı yürüme hareketinin modellenmesi ve dinamik benzetim ortamında kontrolü üzerine yürütülen araştırmalar sunulmaktadır. Çalışmalar 12 serbestlik dereceli iki ayaklı bir robot modeli ile gerçekleştirilmiştir. Robotun düz kinematik modeli Denavit-Hartenberg yaklaşımıyla elde edilmiş, ters kinematik model ise analitik olarak çözülmüştür. Statik yürümenin benzetimini gerçekleştirmek üzere robotun tek destek fazında kontrolü için basit bir model geliştirilmiş ve çift destek fazında robotun tek destek fazı için kullanılan model ve kontrolörlerin bir korelasyonu kullanılarak yürüme kontrolü sağlanmıştır. Oluşturulan modüler benzetim platformunda önerilen iki ayaklı robot modelinin statik yürüme benzetimi başarıyla gerçekleştirilmiştir.

## 1. Giriş

Son yıllarda özellikle algılayıcı, eyleyici, imalat ve bilgisayar teknolojilerinde yaşanan gelişmeler robotikte yeni ufukların açılmasını sağlamıştır. Doğadan esinlenen hareketli robotların tasarımı ve imalatı bu gelişmelere paralel olarak yaygınlaşmıştır. Araştırmacılar doğada gözlemlenen hareketli mekanizmaların içinde bulundukları ortam şartlarına evrim sürecinde en iyi biçimlerde adaptasyon sağlamış sistemler oldukları düşüncesinden yola çıkarak bu doğal sistemleri örnek alan hareketli robot tasarımları gerçekleştirmiştir. İmal edilen prototiplerin mekanik yapıları ve hareket ilkeleri özellikle karada gözlemlenen ayaksız ve ayaklı hareket ilkelerini örnek almaktadır. İki ayaklı yürüme üzerine gerçekleştirilen teorik ve uygulamalı araştırma çalışmalarından bazıları [1] ila [15] numaralı referanslarda bulunabilir.

İnsansı iki ayaklı hareket üzerine gerçekleştirilen araştırmaların kaynağındaki başlıca motivasyon, insanların yaşadığı ortamlarda hizmet ve endüstriyel amaçlı işletilebilecek hareketli robotların tasarlanmasıdır. İki ayaklı robotların öngörülen kullanım alanları yaşlı, hasta ve engellilerin gündelik ihtiyaçlarını karşılamada yardımdan endüstriyel üretime katkıya dek uzanan geniş bir yelpazeye yayılmıştır. Bu olası kullanım alanları iki ayaklı robotların insan için tasarlanmış ortamlarda rahat bir biçimde hareket edebilmesini gerektirmektedir. Tasarımlarının sağlaması gereken bu temel koşul göz önüne alındığında, iki ayaklı robotların mümkün mertebe insan anatomisine ve boyutlarına yakın bir mekanik yapıya sahip olması düşünülmektedir.

İnsansı robotlarla hedeflenen görevlerin yerine getirilebilmesi için sağlanması gereken temel fonksiyon yere sabit bir referans noktasına göre hareket (*locomotion*)

kabiliyetidir. İdeal örnek olarak göz önüne alınan insansı iki ayaklı hareket biçimleri en genel anlamda yürüme ve koşma olarak değerlendirilebilir. Doğada gözlemlenen dört, altı ve sekiz ayaklı hareket biçimleriyle karşılaştırıldığında iki ayaklı hareketlerin yapay mekanizmalarla gerçekleştirilmesinin daha güç bir problem olduğu görülmektedir. Bu noktada çözülmesi gereken en temel problem ise iki ayaklı hareketin denge kararlılığını sağlanmasıdır. Denge kararlılığı robotik literatüründe statik ve dinamik yürüme olarak tanımlanan iki hareket için farklı yaklaşımlarla incelenebilmektedir. Öncelikle statik, daha sonra ise dinamik yürümenin analizi iki ayaklı robot tasarımı için gerekli temel çalışmalardır. Bu bildiriyile iki ayaklı yürüyen bir robot tasarımına yönelik yürütülen projenin başlangıç aşamaları sunulmaktadır.

Bu çalışmada 12 serbestlik dereceli iki ayaklı bir robot modelinin kinematik model tabanlı statik yürüme hareketi bilgisayar benzetimleri yoluyla incelenmiştir. yürüyüşe etki eden temel parametrelerle benzetimler gerçekleştirilmiş ve statik yürüme hareketi başarıyla gerçekleştirilmiştir. Özetle, iki ayaklı yürüyen bir robot prototipini gerçekleştirmek için gerekli tasarım, optimizasyon ve benzetim çalışmaları yapılacaktır. Değişik boyutlandırma değerleri, serbestlik dereceleri, eklem yapıları, kontrol yöntemleri ile bilgisayar benzetimleri yapılacak ve böyle bir robotun tasarımında söz konusu olan parametrelere karar verilecektir.

İkinci bölümde benzetim çalışmaları için önerilen iki ayaklı robot modelinin mekanik yapısı ile ilgili düz ve ters kinematik modeller tanıtılmaktadır. Üçüncü bölümde bilgisayar ortamında oluşturulan modüler benzetim platformuna dair bilgiler verilmektedir. Dördüncü bölümde yürüme hareketinin kontrolü için gerekli kapalı çevrim algoritma, beşinci bölümde elde edilen dinamik benzetim sonuçları ve altıncı bölümde de sonuçların yorumları yer almaktadır.

## 2. İki Ayaklı Robot Modeli

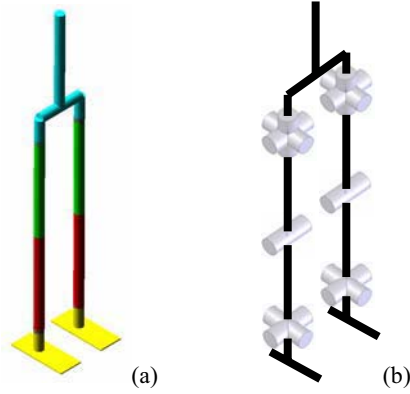
Önerilen 12 serbestlik dereceli iki ayaklı robot modelinin yapısı Şekil 1'de görülmektedir. Bir gövde ve gövdeye bağlı iki bacadan oluşan model insan anatomisinden esinlenmiştir. boyut ve serbestlik dereceleri örnek alınarak oluşturulmuştur. Bacaklar dışında gövdeye bağlı herhangi bir uzuv modellenmemiştir. Gövde tek bir uzuv, bacaklar ise üst bacak, alt bacak ve ayak olmak üzere üç uzuvdan meydana gelmektedir.

### 2.1. Eklem ve Serbestlik dereceleri

İnsan bacağındaki kalça, diz ve bilek eklemleri çok yüksek sayıda serbestlik derecesine sahiptir. İnsan bacağının



hareketleri uzuvlar boyunca yaygın kaslar aracılığı ile sağlandığından bu serbestlik dereceleri oldukça küçük hacimler içinde yer alabilmektedir. Diğer yandan bu serbestlik derecelerinden birçoğu göreceli olarak oldukça düşük genlikli dönme hareketlerine karşılık gelmektedir. Bacağın temel yürüme fonksiyonunu gerçekleştirebilmesi için tüm serbestliklerin aynı derecede öneme sahip olmadığı düşünülebilir. Önerilen modelde bacak eklemlerindeki en yüksek genlikli dönme hareketleri göz önünde bulundurulmuştur. Modellenen bu serbestlikler kalça ekleminde 3, diz ekleminde 1 ve bilek ekleminde 2 adet dönme hareketi olmak üzere toplam 6 adettir (Şekil 1).



Şekil 1: (a) Önerilen iki ayaklı robot modeli, (b) Bacak eklemlerinde modellenen dönme serbestlik dereceleri.

Kalçadaki eklemindeki üç adet dönme ekseninin bir noktada kesişmesi sağlanmıştır. Böylelikle altı serbestlik dereceli endüstriyel manipülatörler için uygulanan kinematik analiz yöntemlerinin iki ayaklı robot modeli için de kullanılması sağlanmıştır. Üretilmiş birçok insansı iki ayaklı robot prototipinin bacak konfigürasyonları da benzer şekildedir.

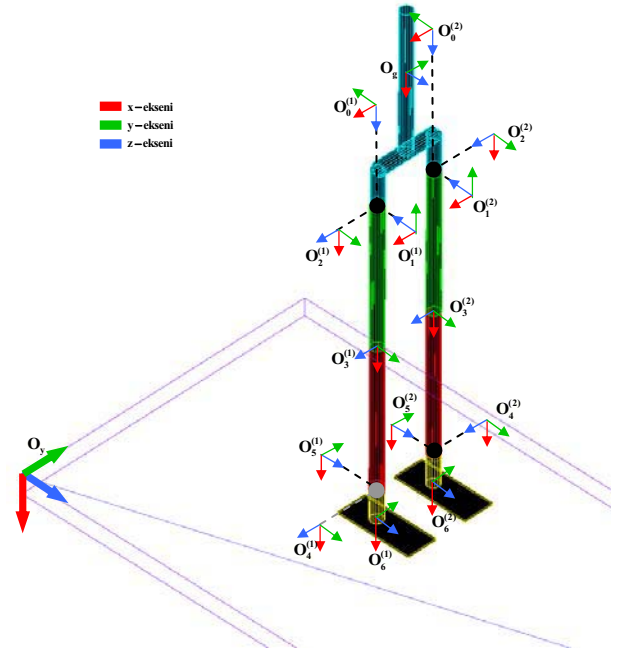
## 2.2. Parametreler

Alt ve üst bacaklar çapları 40mm, uzunlukları ise 400mm olan silindirik profillerdir. Ayakların uzunluğu 230mm, genişliği 100mm olup, ayak bilek ekleminin yerden yüksekliği 90mm dir. Modelin kalça genişliği 200mm, toplam boyu ise 1390mm dir. Kalça ekleminde gövde ağırlık merkezine olan uzaklık 300mm dir. Ayak bilek ekleminin topuk kenarından uzaklığı 90mm dir.

Her bir ayağın kütlesi 0.9751kg, üst ve alt bacaklar ile gövdenin kütlesi 3.9212kg dır. Modelin toplam kütlesi 21.5562kg dır.

## 2.3. Kinematik Model

Robotun kinematik modeli endüstriyel manipülatörlerin modellenmesinde yaygın bir biçimde kullanılan yöntemlerden Denavit-Hartenberg yaklaşımı [16] uygulanarak elde edilmiştir. Bu yönteme göre öncelikle  $\alpha_i$ ,  $a_i$ ,  $d_i$  ve  $\theta_i$  parametreleri belirlenmiş ve boyutunda homojen dönüşüm matrisleri kullanılarak uzuvlar üzerine yerleştirilen eksen takımları arasındaki dönüşümler ifade edilmiştir. Her bir bacak için birinci eksen takımı gövdeye sonuncu eksen takımı ise ayağa bağlıdır (Şekil 2).



Şekil 2: Denavit-Hartenberg yaklaşımına göre uzuvlar üzerine yerleştirilen eksen takımları.

### 2.3.1. Düz Kinematik Model

Denavit-Hartenberg parametreleri kullanılarak iki ardışık eksen takımı arasındaki homojen dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$A_i^{i-1} = \begin{pmatrix} c \theta_i & -s \theta_i c \alpha_i & s \theta_i s \alpha_i & a_i c \theta_i \\ s \theta_i & c \theta_i c \alpha_i & -c \theta_i s \alpha_i & a_i s \theta_i \\ 0 & s \alpha_i & c \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Bu ardışık homojen dönüşüm matrisleri kullanılarak  $\theta_0^{(b)}$  eksen takımı ile bacak uzuvları üzerindeki eksen takımları arasındaki homojen dönüşüm matrisleri ise aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A_i^{0(b)} = A_1^{0(b)} \cdot A_2^{1(b)} \cdot \dots \cdot A_i^{i-1(b)} \quad (2)$$

Gövde üzerinde yer alan  $O_g$  ve  $O_0^{(b)}$  eksen takımları birbirlerine göre hareketsiz olduğundan her iki bacak için  $A_0^g$  dönüşüm matrisleri sabit olarak elde edilir.

Robotun yer değiştirmelerinin belirlenebilmesi için gövdeye bağlı  $O_g$  eksen takımının konum ve oryantasyonunun yere bağlı sabit eksen takımı  $O_y$  'ye göre elde edilmesi gerekmektedir. Ölçülen parametreler  $O_g$  'nin  $O_y$  'ye göre konumunu belirleyen  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  ötelemeleri ile oryantasyonunu belirleyen  $\varphi$ ,  $\theta$  ve  $\psi$  Euler açılarıdır. Bu

parametreler kullanılarak gövde ile yer arasındaki homojen dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A_g^y = \begin{pmatrix} c\varphi c\psi - s\varphi c\theta s\psi & -c\varphi s\psi - s\varphi c\theta c\psi & s\varphi s\theta & X \\ s\varphi c\psi + c\varphi c\theta s\psi & -s\varphi s\psi + c\varphi c\theta c\psi & -c\varphi s\theta & Y \\ s\theta s\psi & s\theta c\psi & c\theta & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Daha önce elde edilen dönüşüm matrisleri de kullanılarak herhangi bir ayak için  $\theta_6^{(b)}$ 'dan  $O_y$ 'ye homojen dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi yazılır:

$$A_6^{y(b)} = A_g^y \cdot A_0^{g(b)} \cdot A_6^{0(b)} \quad (4)$$

Elde edilen bu son dönüşüm matrisiyle birlikte artık eklem açıları ve gövdenin yere göre konum ve oryantasyon parametreleri bilinirken ayakların yere göre konum ve oryantasyonları elde edilebilmektedir.

### 2.3.2. Ters Kinematik Model

Robotikte ters kinematik son uzvun istenen bir yörüngeyi izleyebilmesi için eklem açılarının izlemesi gereken yörüngelerin belirlenmesi problemidir. İki ayaklı robot modelinde ise bu problem gövde ve ayakların izlemesi istenen yörüngelere karşılık gelen eklem açısal yörüngelerinin elde edilmesi şeklinde ifade edilebilir.

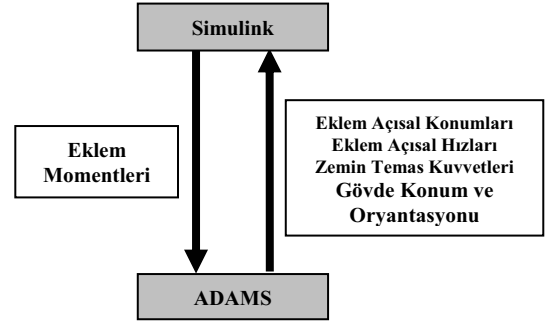
Altı serbestlik dereceli bir manipülatörün ters kinematik modelinin analitik çözümünün var olabilmesi için yeter şart herhangi üç ardışık eklem ekseninin bir noktada kesişmesidir [17]. Buna göre kalça eklemindeki ardışık 3 dönme eksenini bir noktada kesişecek şekilde yerleştirilmiş ve ters kinematik problemin analitik çözümü elde edilebilmiştir. Bu yolla elde edilen denklemler kullanılarak gövde ve her iki ayağın istenen konum ve oryantasyonlarına karşılık gelen eklem açısal konumları hesaplanabilmektedir.

## 3. Benzetim Platformu

Önerilen robot modelinin dinamik benzetimini gerçekleştirmek amacıyla MS Windows® işletim sistemi altında çalışan iki yazılım kullanılmıştır. Bu yazılımlar MSC.ADAMS® ve MatLab®-Simulink®'tir. ADAMS yazılımı mekanik sistemlerin belirli kuvvet/momentler ve çeşitli kısıtlar altında dinamik davranışını sayısal yöntemlerle hesaplamaktadır. Robotun tüm geometrik özellikleri, eklemler ve ayakların zeminle teması gibi kinematik kısıtlar ve kütle ve ataletler gibi dinamik özellikleri ADAMS yazılımında modellenmiştir. Simulink yazılımı kontrol sistemleri geliştirmek amacıyla kullanılmaktadır. Kullanılan kontrol algoritması Simulink yazılımında gerçekleştirilmiştir.

Diğer bir deyişle ADAMS yazılımı robotun ileri dinamiğinin çözümünden, Simulink ise kontrol sisteminden sorumludur. Bu iki yazılım etkileşimli bir biçimde çalıştırılmaktadır. Benzetim süresince ADAMS'tan Simulink'e kontrol için gerekli tüm ölçümler (eklem açısal konum ve hızları, zeminle olan temas kuvvetleri) gönderilmekte Simulink'ten ADAMS'a ise eklemlere uygulanacak olan giriş momentleri gönderilmektedir.

Etkileşim biçimi Şekil 3'te verilen bu benzetim platformunun en önemli avantajı modüler bir yapıda olmasıdır.



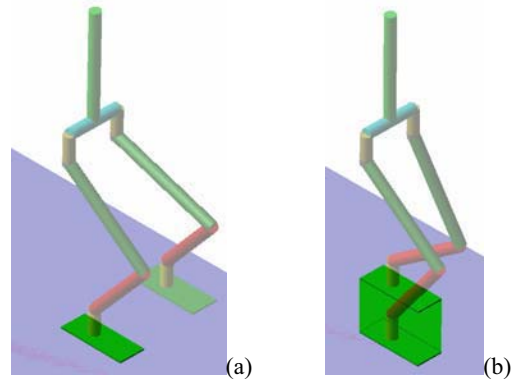
Şekil 3: Modüler benzetim platformu.

## 4. Kontrol Yöntemi

İki ayaklı robot modelinin yürüme kontrolünde klasik manipülatör kontrolünde uygulanan yaklaşımın uyarlanmış bir biçimi kullanılmıştır. İki ayaklı robotlarla klasik manipülatörler arasında model tabanlı kontrol açısından temel bir farklılık mevcuttur. Bu da endüstriyel manipülatörlerde yere sabit bir uzuv bulunurken iki ayaklı robotların yere göre hareketli olmasıdır. Bu durum hem kinematik hem de dinamik modelleme açısından problemler oluşturmaktadır ve iki ayaklı robotlarda robotun denge kararlılığının sağlanması gerekmektedir. Bu da düşük hızlarda yörünge planlamasının uygun bir şekilde yapılması ile, yüksek hızlarda ise yörünge planlamasının yanı sıra atalet kuvvetlerinin dikkate alarak robotu ayağı etrafında döndürecek herhangi bir devrilme momentinin oluşmamasının sağlanması ile mümkündür.

### 4.1. Fazlar ve Statik Denge Durumları

İki ayaklı robotun model yapısı hareket esnasında ayaklarının yerle temas durumuna göre değişmektedir. Robotun yürütmesinde iki faz mevcuttur. Birinci faz sadece bir ayağın yere bastığı durum olan *Tek Destek Fazı* (TDF), ikinci faz ise her iki ayağın birden yere bastığı durum olan *Çift Destek Fazı* (ÇDF) dir.



Şekil 4: Statik denge için tek (a) ve çift (b) destek fazlarındaki destek çokgenleri.

Tek destek fazında statik dengenin sağlanması için robotun ağırlık merkezinin izdüşümünün basan ayağın yerle temas alanının içinde, çift destek fazında ise ağırlık merkezinin izdüşümünün her iki ayağın yerle temas alanları tarafından oluşturulan destek çokgeni içinde kalması gerekmektedir (Şekil 4).

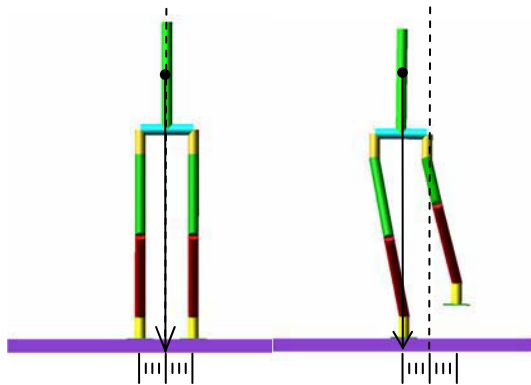
Tek destek fazında robot sabit uzvu yere basan ayak olan seri bir manipülatör olarak modellenmiştir. Bu yaklaşımla tek destek fazındaki robotun hareketleri seri manipülatör kontrolünde uygulanan yöntemlerle kontrol edilebilmiştir.

Çift destek fazında her iki ayak da yerle temas halindedir. Bu durumda her bir bacak kendine ait uzuvların ağırlıklarını dengelemek durumundadır. Gövdenin ağırlığı ise iki bacak arasında paylaştırılacaktır [18].

## 4.2. Faz Geçişleri

Yürüyüşün ardışık fazlarında eklemlere etkiyen dinamik kuvvetler arasında oldukça yüksek mertebe farkları oluşmaktadır. Faz geçişleri ani anahtarlama ile gerçekleştirildiği zaman eklem momentlerinde de benzer biçimde ani değişimlere yol açmakta ve robotun denge kararlılığını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu problemin üstesinden gelmek için faz geçişleri kademeli olarak sağlanmıştır. Bu yolla eklem moment değerleri bir fazdan diğerine geçerken süreksizlik göstermeden yumuşak bir biçimde değişmektedir.

Her bir faz için kontrole katkı katsayısı tanımlanmıştır.  $k_{TDF}$  ve  $k_{CDF}$  katsayıları sırasıyla tek ve çift destek fazlarının kontrole katkısını belirlemektedir. Katsayılar 0–1 arasında değerler almakta, 0 değeri fazın katkısının olmadığını, 1 değeri ise fazın katkısının tam olduğunu göstermektedir. Katsayıların değeri gövdenin yanal konumuna göre belirlenmektedir. Katsayıların 1 ve 0 olduğu durumlar Şekil 5'te görülmektedir.



Şekil 5: Fazların kontrole katkı katsayıları.

### 4.3. Referans Yörüngeleri

Robot hareketinin referans yörüngeleri ayakların izlemesi gereken yörüngelerdir. Hareket Planlayıcısı ile belirlenen bu yörüngeler Ters Kinematik Çözüm algoritması ile eklem yörüngelerine dönüştürülerek kontrol algoritmasına beslenmektedir.

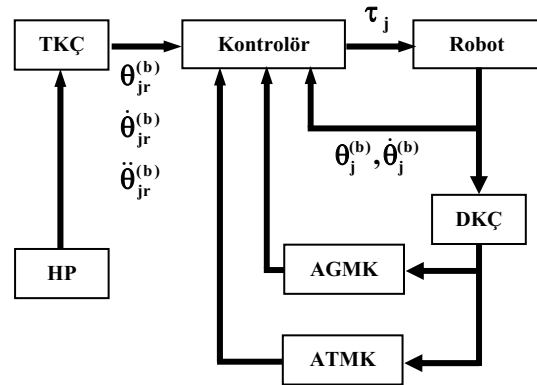
Gerçekleştirilen benzetimlerde bir adıma karşılık gelen ayak yörüngesi eliptik bir eğri biçiminde tanımlanmıştır.

Adım uzunluğu ve ayağın yerden maksimum yüksekliği robot parametreleriyle uygun olarak seçilmiştir.

#### 4.4. Kapalı Çevrim Kontrol Algoritması

Kapalı çevrim kontrol blok diyagramı ve kullanılan kontrolör yapısı sırasıyla Şekil 6 ve 7’de görülmektedir.

Şekil 6'da verilen blok diyagramında HP Hareket Planlayıcısını, TKÇ ve DKÇ Ters ve Düz Kinematik Çözüm Algoritmalarını, AGMK ve ATMK ise Ağırlık Momentleri ve Atalet Momentleri Kompanzasyonlarını temsil etmektedir.

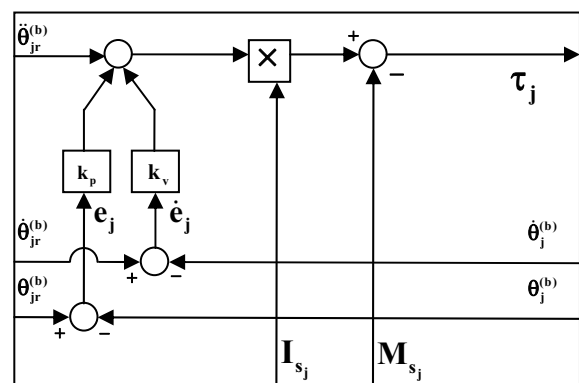


Şekil 6: Kapalı çevrim kontrol sistemi.

Eklem kontrolörü olarak PD kontrolör kullanılmıştır (Şekil 7). Kontrol kuralı ayrıştırılarak kontrol katsayılarının eklem parametrelerinden bağımsız olması sağlanmıştır [19]. Buna göre eklemlere uygulanan moment ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmektedir:

$$\tau_j = \left( \ddot{\theta}_{j_r}^{(b)} + k_p \cdot e_j + k_v \cdot \dot{e}_j \right) \cdot I_{s_j} - M_{s_j} \quad (5)$$

(5) denkleminde  $\tau_j$  eklem giriş momentlerini,  $\ddot{\theta}_{j_r}^{(b)}$  eklem referans yörüngelerini,  $e_j$  ve  $\dot{e}_j$  eklem konum ve hız hatalarını,  $I_{s_j}$  ve  $M_{s_j}$  ise eklemlere etkiyen ağırlık ve atalet momentlerini temsil etmektedir.

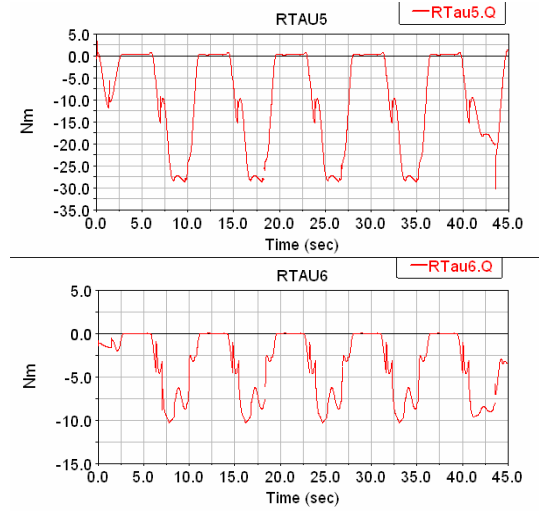
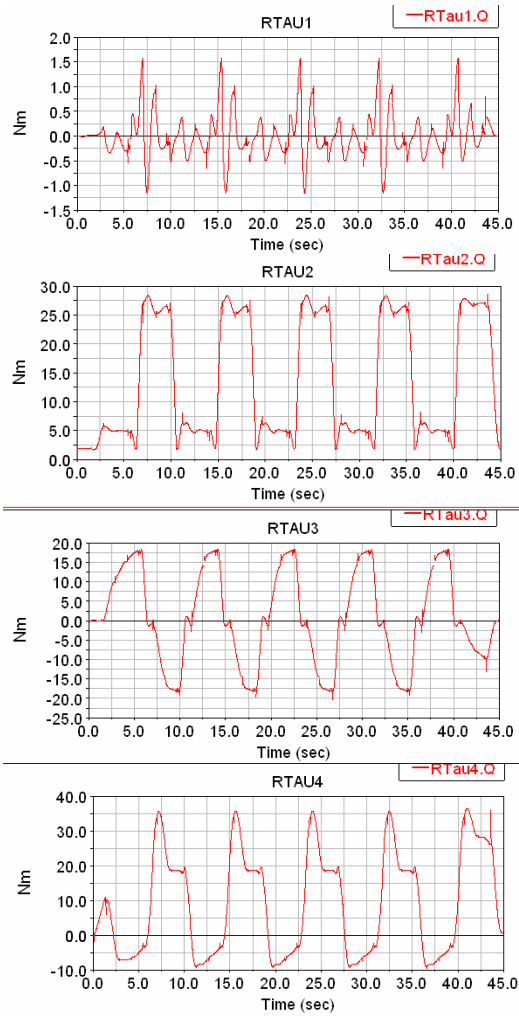


*Şekil 7: Eklem kontrolörü.*

Yürüme esnasında robotun geometrik konfigürasyonu ile birlikte eklemlere etkiyen ağırlık ve atalet momentleri de değişime uğramaktadır. Bir ekleme etkiyen toplam ağırlık momenti  $M_{s_j}$  eklem üzerinde ağırlık eklem üzerinde ağırlık etkisi oluşturan uzuvların yaptıkları katkının toplamına eşittir. Benzer biçimde bir ekleme etkiyen toplam atalet momenti  $I_{s_j}$  de eklem üzerinde ağırlık etkisi oluşturan uzuvların noktasal kütle yaklaşımıyla ekleme göre atalet momentlerinin toplamına eşittir.

## 5. Benzetim Sonuçları

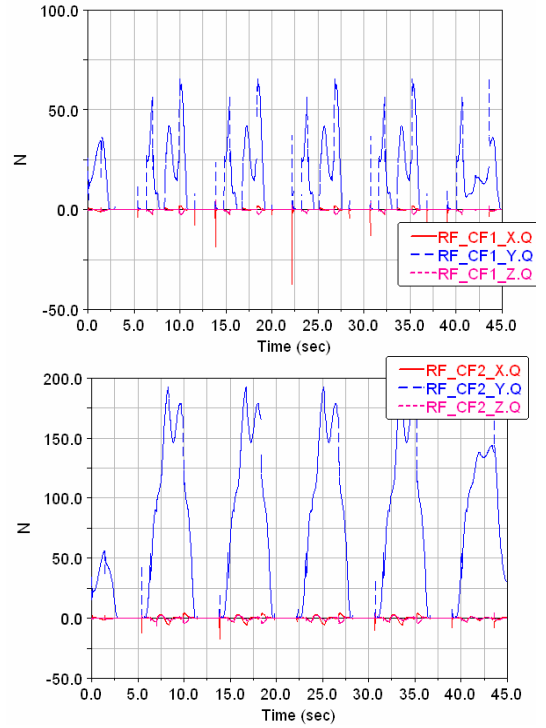
Gerçekleştirilen dinamik benzetimlerle önerilen iki ayaklı robot modelinin çeşitli davranışları parametrelerin incelenmiştir. Bu davranışlar *çömelme-kalkma*, *gövdenin yanal ve ileri doğrultularda hareketi*, *bacak kaldırma-indirme hareketi*, ve son olarak *doğrusal yörünge üzerinde statik yürümedir*.

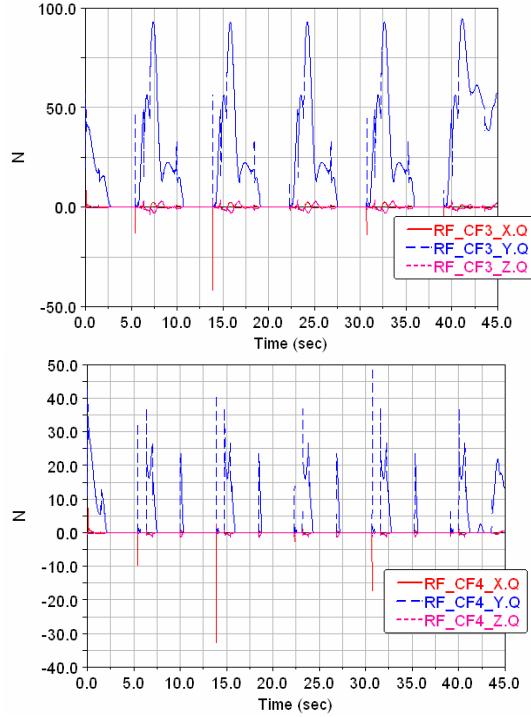


Şekil 8: Yürüme esnasında oluşan sağ bacak eklem momentleri.

Şekil 8’de, elde edilen yürüme benzetim sonuçlarından bir örnek görülmektedir. Grafiklerdeki RTAU bir bacakta kalçadan bileğe doğru oluşan eklem momentlerini temsil etmektedir.

Şekil 9’da görülen grafiklerde bir ayağın yerle temasında ayak köşelerine yerleştirilen 4 adet algılayıcıdan okunan tepki kuvvetleri yer almaktadır. Y normal kuvvetini, X ve Z ise sırasıyla ilerleme ve yanal doğrultulardaki sürtünme kuvvetlerini temsil etmektedir.





Şekil 9: Ölçülen ayak-yer temas kuvvetleri.

## 6. Tartışma

Bu çalışmada çömelme-kalkma, iki ayak üzerinde gövde ağırlığının bir ayaktan diğerine transferi, tek ayağı yerden kaldırma ve statik yürüme hareketlerinin dinamik benzetimleri başarıyla gerçekleştirilmiştir. Yürümde için kritik bir aşama olan çift destek fazında robotu kontrol etmek için önerilen kontrolör etkin sonuçlar vermiştir. Ağırlık katsayılarının kullanımı ile faz geçişleri yumuşatılarak sürekli hale getirilmiş, bu yolla eklem momentlerinin faz geçişleri esnasındaki ani değişimlerinin önüne geçilmiştir.

Benzetim çalışmaları esnasında ADAMS ile Simulink yazılımları arasındaki haberleşme aralığının benzetim sonuçları üzerinde önemli ölçüde etkilediği saptanmıştır. Özellikle robotun tekil noktalardaki hareketlerinin incelenmesi esnasında haberleşme aralığı yeterince küçük seçilmediği durumlarda ADAMS'ın çözümde hata yaptığı görülmektedir.

Ayakların yerle temas modelinin yürüme kararlılığı açısından önemli bir etken olduğu tespit edilmiş, temas parametrelerinin değişiminin gerçekleştirilen benzetim performanslarını önemli ölçüde etkilediği saptanmıştır. Dinamik yürüme hareketinde yerle olan temasın denge kararlılığı açısından çok daha fazla önem kazanacağı açıktır.

## 7. Teşekkür

Bu çalışma 106M340 numaralı TÜBİTAK Projesi ile desteklenmektedir.

## 8. Kaynakça

- [1] M. Vukobratovic, B. Borovac, D. Surla ve D. Stokic, *Biped Locomotion*, Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [2] A. Goswami, "Foot rotation indicator (FRI) point: A new gait planning tool to evaluate postural stability of biped robots," Proc. of the IEEE, 1999.
- [3] C.-L. Shih, "The dynamics and control of a biped walking robot with seven degrees of freedom," *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Cilt: 118, s:683-690, 1996.
- [4] T. Arakawa ve T. Fukuda, "Natural motion generation of biped locomotion robot using hierarchical trajectory generation method consisting of GA, EP layers," Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, s:211-216, 1997.
- [5] D. Todd, *Walking Machines: An Introduction to Legged Robots*, Chapman and Hall, New York, 1985.
- [6] M. Raibert, *Legged Robots That Balance*, M.I.T. Press, Cambridge, 1986.
- [7] C.L. Vaughan, "Theories of bipedal walking: an odyssey," *Journal of Biomechanics*, Cilt: 36, s:513-523, 2002.
- [8] K. Hirai, M. Hirose, Y. Haikawa ve T. Takeneka, "The Development of Honda Humanoid Robot," IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1998.
- [9] J. Kato, "Pneumatically Powered Artificial Legs Walking Automatically Under Various Circumstances," Proc. Of 4th Int. Symposium in External Control of Human Extremities, s:458-470, 1972.
- [10] K. Hirai, "Current and Future Perspective of Honda Humanoid Robot"
- [11] T. Takenaka, *The control system for the Honda humanoid robot*, Oxford University Press.
- [12] K. Akachi, K. Kaneko, N. Kanehira, S. Ota, G. Miyamori, M. Hirata, S. Kajita ve F. Kanehiro, 2005, "Development of Humanoid Robot HRP-3P," Proc. of 5th IEEE-RAS Int. Conf. On Humanoid Robots, 2005.
- [13] K. Kaneko, F. Kanehiro, S. Kajita, H. Hirukawa, T. Kawasaki, M. Hirata, K. Akachi ve T. Isozumi, "Humanoid Robot HRP-2," Proc. of the IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation, 2004.
- [14] S.Lohmeier, K.Löffler, M.Gienger, H.Ulbrich ve F. Pfeiffer, "Computer System and Control of Biped Johnnie," Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, 2004.
- [15] K.Löffler, M. Gienger ve F. Pfeiffer, "Sensor and Control Design of a Dynamically Stable Biped Robot".
- [16] J. Denavit, ve R.S. Hartenberg, "A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanisms Bases on MATrices," *J. Applied Mechanics*, Cilt: 22, 1955.
- [17] D.L. Pieper, "The Kinematics of Manipulators Under Computer Control," Doctoral Dissertation, Stanford University, 1968.
- [18] C.-L. Shih ve W.A. Gruver, "Control of a Biped Robot in the Double-Support Phase," *IEEE Trans. on Sys. Man and Cybernetics*, Cilt: 22, s:729-735, 1992.
- [19] J.J. Craig, *Introduction To Robotics*, Addison Wesley Longman, New York, 1989.



## Doğal Sıfır Moment Noktası Yörüngeleri ve Yürüyen Robot Referansları

Kemalettin Erbatur<sup>1</sup>, Okan Kurt<sup>2</sup>, Utku Seven<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
erbatur@sabanciuniv.edu

<sup>2</sup> Ürün geliştirme bölümü  
Ford Otosan A.Ş., Kocaeli  
okurt1@ford.com.tr

<sup>3</sup> Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
utkuseven@su.sabanciuniv.edu

### Özetçe

Son kırk yılda araştırmacıların insansı robotik bilimine olan ilgilerinde fark edilir bir artış görülmüştür. Bu artışın sebebi olarak insansı robotların yaşadığımız ortama iyi bir şekilde uyum sağlayabileceğinin düşünülmesi gösterilebilir.

İnsansı robot kontrolü, kararsız dinamiğinden ötürü zorlu bir görevdir. Yürüme referanslarının elde edilmesi önemli bir problemdir. İnsansı robot yürüyüşünde önemli bir kararlılık parametresi olan Sıfır Moment Noktası (SMN, Zero Moment Point) kriterinin ve Lineer Ters Sarkaç modellerinin kullanıldığı referans elde etme yöntemlerine rastlanmaktadır. Bu modellerde SMN yürüme esnasında genellikle ayağın ortasına sabitlenmiş olarak kabul edilir. İnsan yürüyüşünde SMN topuktan ayak ucuna doğru hareket ettiği için bu kabul yürüyüş referansının doğallığını olumsuz yönde etkilemektedir. Bu bildiri hareketli bir SMN referansı yaratmak için kullanılan bir algoritma önermektedir. Fourier Serileri yaklaşımının uygulanmasıyla çözüm kolaylaşmakta ve yumuşak geçişli bir referans elde edilmektedir. Buna ek olarak yörünge ve kuvvet kontrol metotları da geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Geliştirilen metotlar 12 serbestlik derecesine sahip bir robotun 3-boyutlu dinamik simülasyon ortamında denenmiştir. Elde edilen sonuçlar uygulama için ümit vericidir.

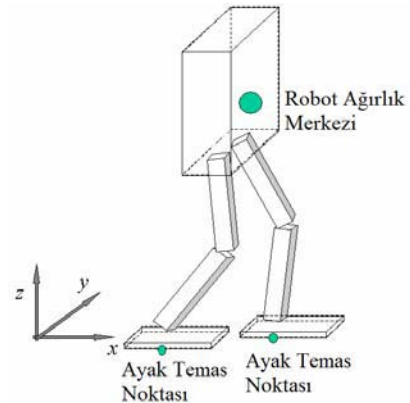
### 1. Giriş

Son yıllarda yürüyen insansı robotlar üzerine çalışmalar ivme kazanmıştır. Çok sayıda serbestlik derecesi, kararlı ve lineer olmayan dinamik yapısı, insansı robot kontrolünü zor bir görev kılmaktadır [1-2]. Yürüme referansı oluşturulması robot kontrolündeki en önemli noktalardan biridir. Deneme yanılma yönteminden, enerji ve kontrol etkisini minimize etme esasına dayanan optimizasyon tekniklerine kadar birçok yöntem bu amaç için kullanılmaktadır. Referans oluşturulması konusunda önemli bir kriter, referansın belli bir dinamiğe sahip olan robot tarafından gereksiz kontrol eforu hacranmadan takip edilebiliyor olmasıdır. Lineer Ters Sarkaç Modeli kullanımı bu fikre dayanmaktadır [3-5]. İki bacaklı yürüyen robot referansı oluşturma konusundaki bir diğer istek de oluşturulan referansın telafi edilemez düşme hareketlerine yol açmamasıdır. 1970'lerin başında robotik literatürüne kazandırılan SMN kriteri iki bacaklı yürüyen robotların yürümesi konusunda önemli bir kararlılık kriteri olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu kriterin

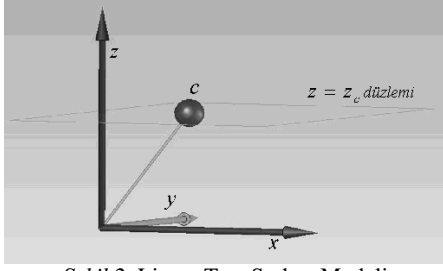
kullanılması yardımıyla geliştirmiş Lineer Ters Sarkaç Modeli'ne dayanan referans oluşturma teknikleri ve uygulamaları da mevcuttur [6]. Bu yaklaşımda robotun ağırlık merkezi yürüyüş esnasında LTSM'ye göre bir referans izlerken, SMN ayağın destek sağladığı tabanın, yani ayak tabanının orta noktasında sabit tutulmaktadır.

SMN'nin ayak tabanı ortasında sabitlendiği, LTSM'ye dayanan referans oluşturma yöntemlerinin başarılı bir şekilde uygulanıyor olmasına rağmen, yürüyüşteki doğallığı azalttığı da bilinmektedir. İnsan yürüyüşü esnasında SMN ayak tabanının ortasında sabit değildir. Tam aksine topuktan ayak ucuna doğru hareket etmektedir [7-9]. [9], LTSM'ye dayanan değişken SMN'ye sahip bir referans oluşturma tekniği önermektedir. Bu bildiride SMN'nin topuktan ayak ucuna kadar olan değişiminde lineer ve birinci dereceden bir fonksiyon takip edeceği belirtilmiştir.

Bu bildiri de benzer bir yaklaşıma sahiptir ve Lineer Ters Sarkaç Modeli'ne ayak altında sabit olmayan SMN referansının uygulanmasına dayanan bir yöntem sunmaktadır. [10]'da da görüldüğü gibi Fourier Serileri yaklaşımı Lineer Ters Sarkaç Modeli'nin dinamik denklemlerine uygulandığında etkili olmakta ve çözümü kolaylaştırmaktadır. İki ayağın da yere bastığı zamanlarda SMN referansları yumuşatma teknikleri yardımıyla oluşturulur.



Şekil 1: İki bacaklı yürüyen bir robot için tipik bir kinematik konfigürasyon. Tek ayak destekli Lineer Ters Sarkaç Modeli'ni göstermektedir.



Şekil 2: Lineer Ters Sarkaç Modeli

Bunlara ek olarak bu bildiride salınan ayak için yumuşak geçişli referans yörünge oluşturulması, robot ağırlık merkezi için oluşturulan referansın kontrol edilmesi ve yere inen ayağa etkiyen temas kuvvetlerinin kontrolü ile ilgili tekniklerin uygulamalarından da bahsedilmektedir. Referans yörünge oluşturma teknikleri ve kullanılan kontrol teknikleri 12 serbestlik derecesine sahip, iki bacaklı yürüyen bir robotun 3-boyutlu benzetim ortamında denenmiştir. Elde edilen sonuçlar yapılması planlanan uygulamalar için umut vericidir.

Doğal SMN yörüngeleriyle referans oluşturulması ve yürüyüş kontrolü sırasıyla II. ve III. Bölümlerde incelenmiştir. IV. Bölüm benzetim sonuçlarını ve analizlerini göstermektedir. V. Bölümde ise sonuçlar sunulmaktadır.

## 2. Doğal SMN Yörüngeleriyle Referans Elde Etmek

Bu bölümde LTSM'den bahsedilecek ve SMN ile gövde ağırlık merkezi (GaM) noktaları arasındaki ilişki çıkarılacaktır. Bu konuları, uygun SMN referanslarının nasıl olmaları gerektiği ve verilen SMN referansından gövde ağırlık merkezi için referansların nasıl elde edilebileceği takip edecektir. Bu konuda yapılan tek kabul ise bacak ağırlıklarının robotun gövde ağırlığı yanında çok küçük olarak kabul edilmesidir. Bunun yanısıra, bu yöntem ağır bacaklı robotlar için de kullanılabilir fakat robotun yürüyüş kararlılığına zarar vermektedir. Fakat bu bildirideki SMN ve GaM için kullanılan referans elde etme yöntemlerinde kinematik bir kısıtlama yoktur, sadece kontrol açısından bir kısıtlama vardır. Bu kısıtlama robotun en az 6 serbestlik derecesine sahip bir bacağına sahip olmasını zorunlu tutmaktadır. Şekil 1, bahsedilen kontrol algoritmasının uygulanacağı 6 serbestlik dereceli bacaklara sahip bir robotu göstermektedir.

Şekil 1'de gösterilen robotun dinamiği doğrusal değildir ve eklem dinamik denklemleri birbirine bağımlıdır. Denklemlerin hesaplamalarında Newton-Euler tekrarlı yöntemleri kullanılabilir [11], ancak hesaplama yükü ağırdır ve denklemler karmaşıktır. Böyle bir modelin elde edilmesi, yaratılan referansların, kontrol metodlarının ve simülasyon yapısının test edilmesi açısından çok faydalı olmasına rağmen, robotun yürüyüş kontrolünde ve araştırma ilkelerinin geliştirilmesi konusunda kullanılmak için fazlasıyla kompleks bir dinamik yapıdır. Daha basit modeller kontrol sentezi için daha uygundur. Lineer Ters Sarkaç Modeli böyle bir modeldir. Robot vücudu kendi ağırlık merkezinde bulunan bir noktasal yük olarak kabul edilir. Bu noktasal yük, ağırlıksız bir yük olarak kabul edilen destek bacağı yardımıyla yere bağlanmıştır. Ayrıca salınan ayak da ağırlıksız bir çubuk olarak kabul edilmektedir. Şekil 2 bir Ters Sarkaç Modelini göstermektedir. Bu şekilde  $c = (c_x \ c_y \ c_z)^T$  bu noktasal yükün koordinatlarını göstermektedir. Kolay bir yöntem olmasına rağmen, Ters Sarkaç Modeli'nin hareket denklemleri de karışık ve bağımlıdır. Sistem x ve y doğrultularında bağımsızlaştırılmış olsa da bir kabul daha yapmak gerekmektedir. Bu kabul GaM noktası yüksekliğinin sabit olmasıdır. Bu modele Lineer Ters Sarkaç Modeli (LTSM) denir ve referans

oluşturma çalışmaları açısından daha uygun ve basittir [11]. Bu modele göre GaM için hareket denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\ddot{c}_x = \frac{g}{z_c} x + \frac{1}{mz_c} u_p, \quad \ddot{c}_y = \frac{g}{z_c} y - \frac{1}{mz_c} u_r \quad (1)$$

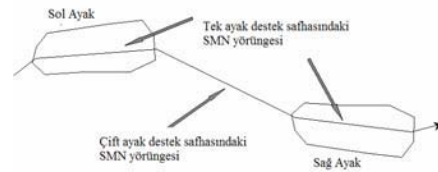
Bu denklemde  $m$  gövde ağırlığı (noktasal yük),  $z_c$  bu noktasal yükün bağlı olduğu düzlemin yerden yüksekliği,  $g$  yerçekimi katsayısı ( $9.806 \text{ m/s}^2$ ).  $u_p$  ve  $u_r$  sırasıyla y ve x eksenindeki kontrol momentlerini göstermektedir. Bu momentler Şekil 2'deki LTSM'nin merkez noktasına etki etmektedir. Robotun belli bir ana kadar yerçekimi etkisiyle doğal bir şekilde düşmesine izin veren referanslar bu modelde kullanılmak için uygundur. [3]'te LTSM yardımıyla serbest düşme referansları oluşturulmuştur.  $u_p = u_r = 0$  olduğu durumlarda (1)'in çözümleri üst-sınırsız çıkar, bu yüzden kararlı bir referans elde etmek için referansın serbest düşme bölümlerinden elde edilen kısımları kullanılmalıdır. Yürüyüşün kararlılığı, yaratılan referanslar için en temel istektir. İki bacaklı yürüyen robotlarda, dünyaca kabul gören en geçerli kararlılık göstergesi SMN'dir [1]. Şekil 2'deki kinematik düzen için SMN, üzerine hiçbir yatay moment etki etmeyen, x-y düzlemi üzerindeki bir nokta olarak tanımlanabilir. Şekil 2'deki noktasal yük için SMN koordinatları olan  $p_x$  ve  $p_y$ 'nin ifadeleri aşağıdaki gibidir [10].

$$p_x = c_x - \frac{z_c}{g} \ddot{c}_x, \quad p_y = c_y - \frac{z_c}{g} \ddot{c}_y \quad (2)$$

(2), SMN ile GaM'ı birbirine bağlayan denklemlerdir. Bu sayede referans oluşturmak için uygun SMN yörüngesi hiçbir zorluk olmadan tanımlanabilir. Robot dengesinin kararlılığı için tek gerekli koşul SMN'nin, robotun yere basan ayak veya ayaklarının oluşturduğu destek poligonunun içerisinde kalmasıdır. Bu koşulu sağlamak için kullanılan en temel referans SMN'nin ayağın tam ortasında düşünüldüğü bir yörünge kullanılarak yaratılır. [10]'de bu düşünce kullanılarak SMN referansı oluşturulmuştur, ancak yürüyüşün doğallığı üzerinde durulmamıştır. Yukarıda da değinildiği gibi SMN referansları, insan yürüyüşünde topuktan ayak ucuna doğru gitmektedir (Şekil 3).

Bu bildiride sunulan SMN referansları ise sürekli öne doğru hareket etmektedir. Şekil 4-b'de gösterilen  $p_x$  referans eğrisi hareket eden bir SMN noktası için yaratılmıştır. Bu şekilde, A ayak merkezlerinin y-yönündeki uzaklığı, B x-yönündeki adım uzunluğu ve T de yürüme periyodunun yarısıdır. İlk olarak ayak merkezlerinin yere temas ettiği konumlar belirlenmiştir.

Şekildeki b parametresi SMN nin ayak tabanı altındaki merkez noktasından kaçıklığını gösterir. Ayak merkezine göre simetrik bir yörünge kabul edilmiştir. b ayak uzunluğunun yarısı olarak kabul edilmiş olmasına rağmen bu zorunlu değildir: SMN topuk ile ayak ucunu birleştiren çizgi üzerinde ilerleyebilir fakat tüm uzunluğu kapsamak zorunda değildir.  $p_z$  kare dalga şekilli  $p_y$  eğrileri, yürüme periyodunun yarısı olan T verildiği takdirde destek ayağının temas noktalarının seçimine bağlı olarak tanımlanabilir. Tek ayak destek ve çift ayak destek periyodları arasındaki yumuşak geçişler ise yine bu bölümde anlatılacak olan bir yumuşatma yöntemi ile elde edilmektedir.



Şekil 3: Doğal SMN referans yörüngesi.

Referans eğrilerinin, ve buna bağlı olarak  $p_x^{ref}(t)$  ve  $p_y^{ref}(t)$  pozisyonları için matematiksel fonksiyonların tanımlanması ile, GaM pozisyon referansı bileşenleri olan  $c_x^{ref}(t)$  ve  $c_y^{ref}(t)$  ( $c_z^{ref}(t) = z_c$  için, (2) ve Laplace Dönüşüm teknikleri kullanılarak gerekli çözümler elde edilebilir. Gerekli GaM referans yörüngeleri elde edildikten sonra bu ağırlık merkezleri için ters kinematik uygulanarak robot eklemler referansları için bir kontrol yöntemi geliştirilebilir. İstenen GaM pozisyonlarını elde etmek için Kartezyen kontrol teknikleri de kullanılabilir. Şekil 4'teki  $p_x^{ref}(t)$  ve  $p_y^{ref}(t)$  değerleri için tanımlar aşağıdaki gibidir:

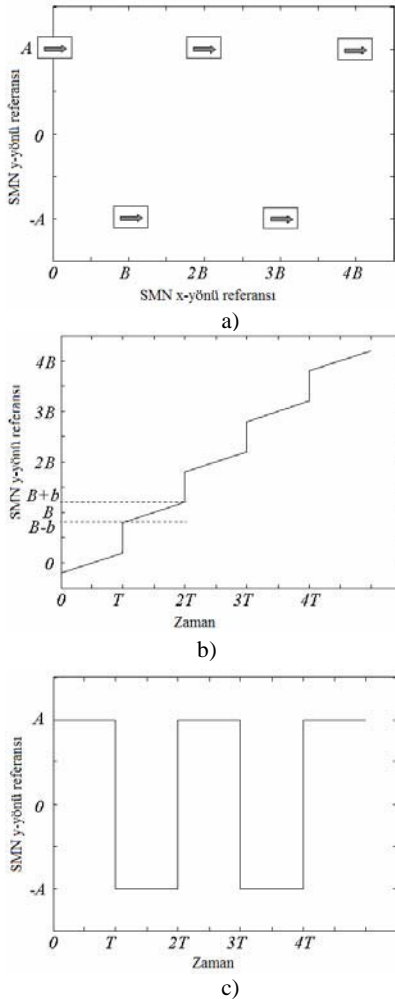
$$p_x^{ref} = \frac{2b}{T}(t - \frac{T}{2}) + (B - 2b) \sum_{k=1}^{\infty} 1(t - kT_0), \quad (3)$$

$$p_y^{ref} = A1(t) + 2A \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k 1(t - kT_0). \quad (4)$$

$\omega_n \equiv \sqrt{g/z_c}$  olarak tanımlayarak (2) numaralı denklemleri referans değişkenler için tekrar yazabiliriz.

$$\ddot{c}_x^{ref} = \omega_n^2 c_x^{ref} - \omega_n^2 p_x^{ref} \quad (5)$$

$$\ddot{c}_y^{ref} = \omega_n^2 c_y^{ref} - \omega_n^2 p_y^{ref} \quad (6)$$



Şekil 4: Hareketli SMN referansı.

- a)  $x-y$  düzlemindeki  $p_y^{ref} - p_x^{ref}$  ilişkisi. b)  $p_x^{ref}$ , doğal x-ekseni SMN referansı. c)  $p_y^{ref}$ , y-yönü SMN referansı.

Yukarıdaki denklemlerin Laplace Dönüşümü ile elde edilen  $c_x^{ref}$  ve  $c_y^{ref}$ 'nin çözümleri üst-sınırsız cosh fonksiyonlarıdır ve çözüm

$g/z_c (= \omega_n^2)$  değerine karşı çok duyarlıdır. Bu yüzden bu çözümlerin uygulaması zordur. [16]'da gürbüz SMN referansları oluşturma işlemini sağlamak ve bahsedilen zorlukların üstesinden gelmek için Fourier serileri kullanılarak yakın çözümler elde edilmektedir. [16]'daki yönteme benzer bir yaklaşımla, bu bildiride  $c_x$  ve  $c_y$  referansları için hareketli SMN referansları göz önünde bulundurularak bir çözüm sunulmuştur (Şekil 4).

Görüldüğü gibi y-yönündeki SMN referansı olan  $p_y^{ref}(t)$   $2T$  periyoduna sahip, periyodik bir fonksiyondur. Bunun yanında  $c_y^{ref}(t)$  referansında aynı periyoda sahip, periyodik bir fonksiyon olduğu kabul edilebilir. Bu sebeple Fourier serileri kullanılarak çözülmesi mümkündür.

$$c_y^{ref}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{2T}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{2T}\right). \quad (7)$$

(2) ve (7) yardımıyla,  $p_y^{ref}$  aşağıdaki gibi ifade edilebilir

$$\begin{aligned} p_y^{ref}(t) &= c_y^{ref} - \frac{z_c}{g} \ddot{c}_y^{ref} \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \left(1 + \frac{\pi^2 k^2}{\omega_n^2 T^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi kt}{2T}\right) \\ &\quad + b_k \left(1 + \frac{\pi^2 k^2}{\omega_n^2 T^2}\right) \sin\left(\frac{2\pi kt}{2T}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

Bu denklemin  $p_y^{ref}(t)$  için Fourier serileri formunda olduğu ve  $p_y^{ref}(t)$ 'nin de tekil bir fonksiyon olduğu göz önüne alındığında,  $a_0/2$  ve  $a_k(1 + (\pi^2 k^2)/(\omega_n^2 T^2))$  katsayılarının  $k=1,2,3,\dots$  için sıfır olduğu sonucuna varabiliriz.  $b_k(1 + (\pi^2 k^2)/(\omega_n^2 T^2))$  katsayılarını hesaplamak için Fourier integral yöntemini kullanılır.

$$b_k \left(1 + \frac{\pi^2 k^2}{\omega_n^2 T^2}\right) = \frac{2}{2T} \int_0^{2T} p_y^{ref} \sin\left(\frac{2\pi kt}{2T}\right) dt. \quad (9)$$

Sonuç olarak (7) numaralı denklemdeki  $c_y^{ref}(t)$ 'nin katsayıları aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$a_0 = 0, \quad a_k = 0, \quad b_k = \frac{2AT^2 \omega_n^2 (1 - \cos k\pi)}{k\pi (T^2 \omega_n^2 + k^2 \pi^2)} \quad k=1,2,3,\dots \quad (10)$$

İkinci aşama ise  $c_x^{ref}$  referansının Fourier katsayılarını bulmaktır.

Şekil 4'teki  $p_x^{ref}(t)$  periyodik bir fonksiyon değildir. Fourier serileriyle ifade edilemez. Buna rağmen bu fonksiyon periyodik bir fonksiyon olan ve aşağıda tanımlanan  $p_x'^{ref}$ , periyodik olmayan  $(\frac{B}{T}(t - \frac{T}{2}))$  fonksiyonları cinsinden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} p_x'^{ref} &= -\frac{(B-2b)}{T}(t - \frac{T}{2}) \quad t \in [0, T] \text{ ve} \\ p_x'^{ref}(t+T) &= p_x'^{ref}(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$p_x^{ref}(t)$ 'nin periyodik ve periyodik olmayan kısımları Şekil 5'te gösterilmiştir. Bunun yanında  $c_x^{ref}$  referansının da periyodik ve periyodik olmayan kısımlarının olduğunu düşünmek doğru bir kabul olur. Ayrıca bu iki fonksiyonun periyodik olmayan kısımlarının aynı olmadığını da düşünersek ( $p_x^{ref}(t)$  ve  $c_x^{ref}$ ),  $p_x^{ref}(t) - c_x^{ref}$  farkı da



periyodik olmayacaktır. Bu durum sürekli yürüyüş için istenmeyen bir durumdur. Bu yüzden bu fonksiyonların periyodik olmayan kısımlarının eşit olduğunu kabul ediyoruz. Şekil 5'te görüldüğü gibi  $p_x^{ref}(t)$ 'nin periyodu  $T$ 'dir ve aynı kabulü  $c_x^{ref}$  referansının periyodu için de yapabiliriz. Sonuç olarak,  $c_x^{ref}$  aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$c_x^{ref} = \frac{B}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right) + \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + \beta_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right). \quad (12)$$

(2) ve (12) numaralı denklemleri yeniden ele aldığımızda  $p_x^{ref}(t)$  Fourier serileri açılımıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} p_x^{ref}(t) &= c_x^{ref} - \frac{z_c}{g} \ddot{c}_x^{ref} \\ &= \frac{B}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right) + \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_k \left( 1 + \frac{\pi^2 k^2}{\omega_n^2 T^2} \right) \cos\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) \\ &\quad + \beta_k \left( 1 + \frac{\pi^2 k^2}{\omega_n^2 T^2} \right) \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right). \end{aligned} \quad (13)$$

Bu yüzden  $p_x^{ref}(t)$ 'in Fourier serisi katsayıları; periyodik kısım olan  $p_x^{ref}(t)$  için  $\alpha_0/2$ ,  $\alpha_k(1 + \pi^2 k^2/\omega_n^2 T^2)$  ve  $\beta_k(1 + \pi^2 k^2/\omega_n^2 T^2)$  olarak elde edilir ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ). Şekil 5'te gösterildiği gibi  $p_x^{ref}(t)$ 'in Fourier katsayıları olan  $\alpha_0/2$  ve  $\alpha_k(1 + \pi^2 k^2/\omega_n^2 T^2)$  terimleri sıfırdır çünkü bunlar tekil fonksiyonlardır. Diğer Fourier serisi katsayısı olan  $\beta_k(1 + (\pi^2 k^2)/(\omega_n^2 T^2))$  ise aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\beta_k(1 + \pi^2 k^2/\omega_n^2 T^2) = \frac{2}{T} \int_0^T p_x^{ref}(t) \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right) dt. \quad (14)$$

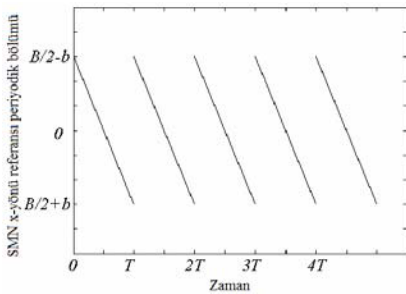
Bu eşitlik bize şu sonucu sağlar:

$$\frac{\alpha_0}{2} = 0, \quad \alpha_k = 0, \quad \beta_k = \frac{(B - 2b)T^2 \omega_n^2}{k\pi(T^2 \omega_n^2 + k^2 \pi^2)} \text{ for } k = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

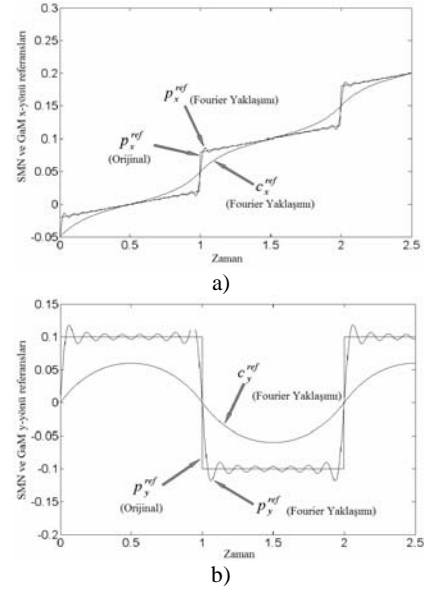
ve  $c_x^{ref}$  aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$c_x^{ref} = \frac{B}{T} \left( t - \frac{T}{2} \right) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(B - 2b)T^2 \omega_n^2}{k\pi(T^2 \omega_n^2 + k^2 \pi^2)} \sin\left(\frac{2\pi k t}{T}\right). \quad (16)$$

$c_x^{ref}$  ve  $c_y^{ref}(t)$  referanslarından elde edilen eğriler Şekil 6'da Fourier serisi açılımıyla elde edilen SMN referans eğrileriyle beraber gösterilmektedir. Şekil 6'da şu parametreler kullanılmıştır:  $A = 0.1$ ,  $B = 0.1$ ,  $b = 0.02$ ,  $T = 1$ . (7), (8), (12) ve (13) numaralı denklemlerdeki sonsuz toplamlar  $N$  terimden oluşan toplamlarla tahmin edilmiştir ( $N = 24$ ). Bu parametreler bu bölümdeki diğer şekiller için de geçerlidir.



Şekil 5:  $p_x^{ref}(t)$ , SMN x-yönü referansının ( $p_x^{ref}(t)$ ) periyodik kısmı.



Şekil 6: Fourier yaklaşımlı SMN referans eğrileri ve GaM referans eğrileri.

a)  $c_x^{ref}$  ve b)  $c_y^{ref}(t)$ .

Buraya kade elde edilen referans eğrilerinde çift ayak destek periyodu eksik kalmaktadır. Bu bildiride çift ayak destek periyodu referansa yumuşatma işlemi uygulanarak elde edilmiştir. Fourier serilerinin düzgün olmayan yakınsaması olan Gibbs Fenomeni'ni [12] çözmek için Lanczos Sigma Faktörleri Yöntemi [13] bir metod olarak kullanılabilir. Bu bildiride kullanılan Lanczos Sigma Faktörleri yöntemi referanstaki ani değişiklikleri gidermek ve çift ayak destek periyodundaki yumuşatmaları sağlamak için kullanılmıştır. Lanczos Sigma Faktörü aşağıdaki şekilde tanımlanabilir;

$$\text{sinc}\left(\frac{k\pi}{N}\right) = \left[ \sin\left(\frac{k\pi}{N}\right) \right] / \left[ \frac{k\pi}{N} \right]. \quad (17)$$

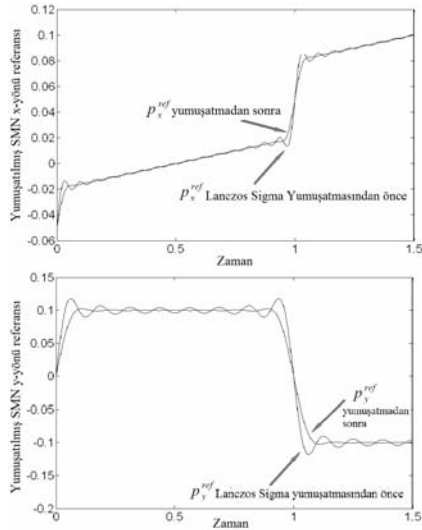
Bu yöntem bir Fourier serisine uygulandığında oluşturulan yumuşatma etkisi şöyle gösterilebilir;

$$f(\theta) = \frac{\phi_0}{2} + \sum_{k=1}^{N-1} \text{sinc}\left(\frac{k\pi}{N}\right) [\phi_k \cos(k\theta) + \psi_k \sin(k\theta)]. \quad (18)$$

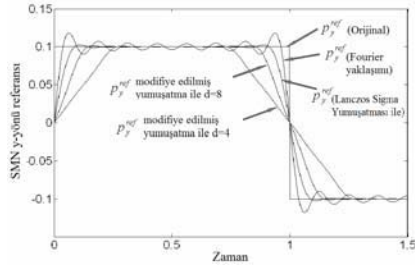
Şekil 7, Lanczos Sigma Faktörleri'nin, SMN x ve y doğrultusu referansları üzerindeki etkilerini göstermektedir. Bunlarla bağlantılı GaM referansları ( $c_x^{ref}$  ve  $c_y^{ref}(t)$ ), (10) ve (15)'teki Fourier katsayıları olan  $\beta_k$  ve  $b_k$ 'nin aynı sırayla dengelenmeleriyle bulunabilirler. Çift ayak destek periyodu uzunluğu ise, Lanczos Sigma yumuşatma algoritması üzerinde yapılacak değişiklikler yardımıyla ayarlanmaktadır. Bu ayar çift ayak destek ayar parametresi olan  $d$  yardımıyla sağlanmaktadır. Bu parametre sinc fonksiyonundaki Lanczos Sigma Faktörleri'nin  $N$  parametresi yerine kullanılmaktadır.

$$\text{sinc}\left(\frac{k\pi}{d}\right) \quad (19)$$

Bunun,  $p_y^{ref}(t)$  için Lanczos Sigma yumuşatma fonksiyonuna etkisi Şekil 8'de gösterilmektedir.  $d$  parametresi istenen çift ayak periyodu zamanına göre seçilebilmektedir. Şekilde bu parametrenin en fazla  $d=4$  olduğu durum gösterilmiştir. Bir sonraki bölüm referans koordinasyonu ve yürüme kontrolünü ele alacaktır.



Şekil 7: Lanczos Sigma yumuşatmasının SMN x ve y yönü referanslarına etkileri



Şekil 8: (19)'daki modifiye edilmiş Lanczos Sigma faktörü ile iki ayak destek safhası.  $d$  parametresi çift ayak destek safhasının uzunluğuna göre seçilebilir. Şekildeki en uzun çift ayak destek safhası  $d=4$  iken elde edilmiştir.

### 3. Kontrol Algoritması

Salınan ayak pozisyon referansları SMN ve GaM referanslarından elde edilmektedir (Şekil 9). Kontrol algoritması beş farklı alt kontrol bloğundan oluşmaktadır (Şekil 10). Salınan ayak referansları ya da salınma zamanı kontrol blokları arasındaki geçiş belirlemektedir. Bunun yanı sıra kontrol blokları arasındaki geçiş için tek gerekli kriter salınma zamanı değildir. Robotun ayağı tam yere değmeden ya da tam anlamıyla kararlı bir basış sağlanmadan pozisyon kontrol bloğundan kuvvet kontrol bloğuna geçmek ani denge kayıplarına sebep olabilir. Bu yüzden zemin ile temas kuvvetinden faydalanılır ve bu kuvvetin z-yönü bileşeni belli bir değerin üstüne çıkmadan bu geçişe izin verilmez. Bu üst kuvvet sınırı bir tasarım parametresidir. Destekten salınma geçiş zamanı ise kuvvet kontrol bloğundan gelen bigliden bağımsız olarak gerçekleşir. Çift ayak destek periyodunda ise robotun bacakları altışar serbestlik dereceli birer robot kolu olarak kabul edilir ve gövde de sanki onların üzerinde dengede tutulmaya çalışılan bir ağırlıklı gibi düşünülür. Bu robot kollarına yukarıda bahsedilen referans ve robot gövdesini dünya koordinatlarına göre paralel tutmak için kullanılan bir referans, pozisyon kontrol bloklarınca gönderilir. İki bacakta etki eden kontrol blokları birbirinin aynısıdır. Kartezyen pozisyon ve yönelim hataları robotun gerçek pozisyon ve yönelimleri yardımıyla hesaplanır. Bu hatalar ters Jacobian kullanılarak eklemle yansıtılır. Bağımsız PID kontrolörler kullanılarak her eklem için kontrol sağlanır. İki bacağın kontrolörleri de neredeyse bağımsız olarak çalışır. Buna rağmen Kartezyen hatalar farklı katsayılarla çarpılır ve eklem hataları buna göre hesaplanır. Sağ bacak hatalarının oranlama katsayısı sol ayak merkezinin GaM ile arasındaki yatak uzaklığına bağlıdır. Aynı şekilde sol bacak hatalarının

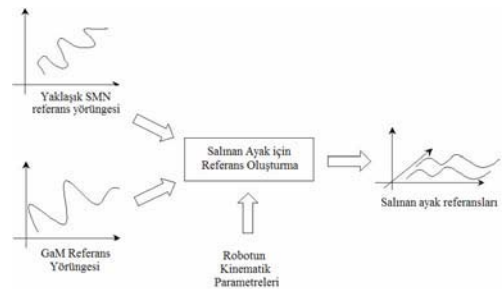
oranlama katsayısı da sağ ayak merkezinin GaM ile arasındaki yatak uzaklığına bağlıdır. Bu kural uzun süren deney çalışmaları sonucunda bulunmuştur ve iki bacaklı robot çift ayak destek safhasındayken iyi sonuçlar vermektedir. Robot tek ayak destek safhasındayken yere basan bacak GaM'ı kontrol etmeye çalışan bir robot kolu gibi, diğer bacak ise merkezi robotun kalçasında olan ve diğer ayağı kontrol etmeye çalışan ikinci bir robot kolu gibi kabul edilmektedir. Sağ ayak destek ve sol ayak salınım kontrolörleri eşzamanlı olarak çalışmaktadırlar. Tek ayak destek pozisyon kontrolörü yukarıda anlatılan kontrol algoritmasını çift ayak destek safhası için kullanır (oran katsayıları olmadan). Salınan ayak kontrolörü ayak pozisyonu ve yönelimi için kullanılan bir katılık kontrolü algoritmasıdır. Yumuşatma basma için, z-yönündeki pozisyon ve yönelim çarpanları düşük olan bir Kartezyen katılık matrisi kullanılır. Yatay yönlerde ise daha büyük katsayılar kullanılarak bu yönlerde hareket kısıtlanmış olur.

### 4. Benzetim Sonuçları

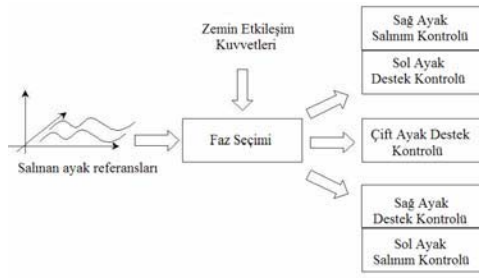
Bu bildiride kullanılan model altışar serbestlik dereceli iki bacak ve onları birleştiren bir gövdeden oluşmuştur (Figür 1). Kalçada üçer eklem bulunmaktadır. Ayak bileklerinde iki, dizlerde ise birer eklem bulunmaktadır. Eklem uzunlukları ve ağırlıkları Tablo 1'de verilmiştir. Kullanılan simülasyon yöntemi [11] ile aynıdır. Referans oluşturmada kullanılan parametreler Tablo II'de gösterilmiştir. Şekil 11, GaM için referans ve gerçek değerleri göstermektedir. Şekilde görüldüğü gibi gerçek değerler, referansı tek ayak destek periyodu dışında çok yakından takip etmektedir. Her bacak yaklaşık 15 kg'dır. Bu ağırlık 50kg'lık gövde ağırlığından küçük olsa da GaM'nin y-yönü bileşenlerinin etkilendiği açıkça görülmektedir. Salınım periyodları dışında referans takip performansı kabul edilebilir niteliktedir. GaM için x-yönü değerleri ve referansları Şekil 12'de gösterilmektedir. Bu şekildeki eğri de salınan bacağın etkisi ile salınımlar ve sapmalar içermektedir. Buna rağmen genel olarak referanslar izlenmekte, robot kararlı bir yürüyüşü sürdürmektedir.

### 5. Sonuçlar

Bu bildiride iki bacaklı bir robot için referans oluşturma, kontrol ve koordinasyon çalışmalarından bahsedilmiştir. Yürüyüşe doğallık kazandırmak amacıyla, insansı SMN referans yörüngeleri elde edilmiş (Fourier serileri yardımıyla) ve modele LTSM dinamik denklemleri uygulanmıştır. Farklı safhalardan oluşan pozisyon ve kuvvet kontrolleri içeren bir kontrol yapısı kullanılmıştır. Benzetim sonuçları salınan ayağın dinamik etkileri sonucunda referans takibinde sapmalar meydana geldiğine, bunlara rağmen yürüyüşün kararlı olduğuna işaret etmektedir. Salınan bacak etkilerinin telefisini içeren bir kontrolör yapısı üzerinde çalışmalar sürmektedir.



Şekil 9: Salınan ayak referansları SMN ve GaM referanslarından elde edilmektedir.



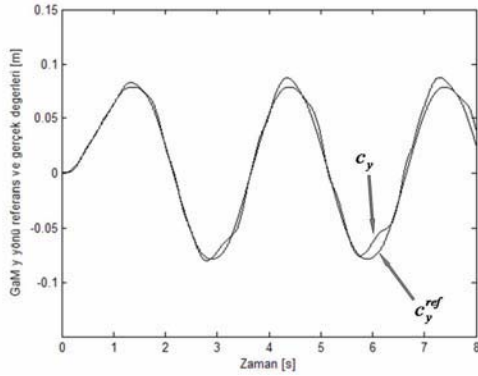
Şekil 10: Salınan ayak pozisyon referansları SMN ve GaM referanslarından elde edilmektedir.

Tablo 1: Robot Eklemlerinin Ağırlık ve Uzunlukları

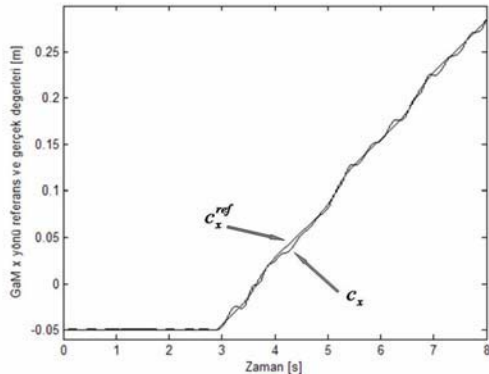
| Eklemler  | Ölçüler (LxWxH) [m] | Ağırlık [kg] |
|-----------|---------------------|--------------|
| Gövde     | 0.2 x 0.4 x 0.5     | 50           |
| Üst bacak | 0.27 x 0.1 x 0.1    | 12           |
| Alt bacak | 0.22 x 0.05 x 0.1   | 0.5          |
| Ayak      | 0.25 x 0.12 x 0.1   | 5.5          |

Tablo 2: Bazı önemli benzetim parametreleri

| Parametre                                  | Değer  |
|--|--------|
| Adım yüksekliği                            | 0.02 m |
| Adım süresi                                | 3 s    |
| Ayaklar arası uzaklık (y-yönünde)          | 0.08 m |
| Ayaklar arası y-yönü SMN referans uzaklığı | 0.1 m  |
| Zemin temas üst limit kuvveti              | 100 N  |



Şekil 11: GaM referansı ve gerçek değerleri y-yönü bileşenleri



Şekil 12: GaM referansı ve gerçek değerleri x-yönü bileşenleri

## 6. Teşekkür

Bu çalışma 106E040 numaralı proje kapsamında Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] Vukobratovic, M., Borovac, B., Surla, D. and Stokic, *Biped Locomotion: Dynamics, Stability and Application*. Springer-Verlag, 1990.
- [2] Marc Raibert, *Legged Robots that Balance*, MIT Press, Cambridge, MA, 1986.
- [3] Kajita, S., Tani, K. "Study of Dynamic Biped Locomotion on Rugged Terrain -Theory and Basic Experiment-" *ICAR, Fifth International Conference on Advanced Robotics*, pp: 741-746, vol.1, June 1991.
- [4] Kajita, S., Kaehiro, K., Kaneko, K., Fujiwara, K., Yokoi, K., Hirukawa, H., "A Real Time Pattern Generator for Bipedal Walking" *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol.1, pp.31-37, May 2002.
- [5] Kajita, S.; Kanehiro, F.; Kaneko, K.; Yokoi, K.; Hirukawa, H.; Intelligent Robots and Systems, 2001. Proceedings. 2001 IEEE/RSJ International Conference Volume 1, 29 Oct.-3 Nov. 2001 pp. 239 - 246 vol.1
- [6] Kajita, S., Kaehiro, F., Kaneko, K., Fujiwara, K., Harada, K., Yokoi, K., Hirukawa, H., "Biped Walking Pattern Generation using Preview Control of the Zero-Moment-Point", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp: 1620 - 1626, vol.2, Taipei, Taiwan, September 2003.
- [7] Dasgupta, A., Nakamura, Y. "Making Feasible Walking Motion of Humanoid Robots from Human Motion Capture Data" *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Detroit, Michigan, May 1999.
- [8] Erbatur, K., A. Okazaki, K. Obiye, T. Takahashi and A. Kawamura, "A Study on the Zero Moment Point Measurement for Biped Walking Robots", *Proc. 7th International Workshop on Advanced Motion Control*, pp. 431-436, Maribor, Slovenia, 2002
- [9] Zhu, C., Tomizawa, Y., Luo, X., Kawamura, A. "Biped Walking with Variable ZMP, Frictional Constraint, and Inverted Pendulum Model", *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp: 425 - 430, Shenyang, China Aug 2004.
- [10] Choi, Y., You, B.J., Oh, S.R., "On the Stability of Indirect ZMP Controller for Biped Robot Systems", *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp: 1966 - 1971, vol.2, Sendai, Japan, June 2004.
- [11] Erbatur, K. and A. Kawamura, "A New Penalty Based Contact Modeling and Dynamics Simulation Method as Applied to Biped Walking Robots," *Proc. 2003 FIRA World Congress*, October 1-3, 2003 Vienna, Austria
- [12] Foster, J. and Richards, F. B. "The Gibbs Phenomenon for Piecewise-Linear Approximation." *Amer. Math. Monthly* **98**, 47-49, 1991.
- [13] Hamming, R. W. "Lanczos'  $\sigma$  Factors" and "The  $\sigma$  Factors in the General Case." §32.6 and 32.7 in *Numerical Methods for Scientists and Engineers*, 2nd ed. New York: Dover, pp. 534-536, 1986.

# Paralel Kenar Bağlantılar ile Serbestliği Azaltılmış İki Ayaklı Yürüme Mekanizması Tasarımı

Hikmet Kocabaş  
Makine Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, Gümüşsuyu, İstanbul  
kocabash@itu.edu.tr

## Özetçe

Burada düz zeminde yürüyerek yük taşıyabilecek bir mekanizma tasarlanmıştır. Bu özellik doğrultusunda diğer iki ayaklı yürüme mekanizmalarındaki gibi bir mekanizma kullanmak yerine paralelkenar mekanizması kullanılarak modelde kontrol kolaylığı elde edilmiştir (Şekil 1). Ağırlık merkezinin yeri bir başka ölçüt olarak dikkate alınıp tasarım esnasında yine kontrolü kolaylaştırmak amacıyla bu nokta olabildiğince aşağıda tutulmaya çalışılmıştır. Ayrıca bu noktanın izdüşümü yürüyüş sırasında ayak tabanı düzlemi içinde tutularak statik yürüme olarak adlandırılan yürüyüş biçimi modellenmiştir. Tasarlanan iki ayaklı yürüme mekanizmasının hızlı bir şekilde insan ihtiyaçlarını karşılaması düşünüldüğü için mekanizmanın olabildiğince çabuk hareket edebilmesi istenmiştir.

## 1. Giriş

Antropomorfik yürümenin çözümlenebilmesi için iki ayaklı yürüme mekanizmalarının tasarlanmasına ihtiyaç vardır. İnsanların yaşadığı çevreye uygun bir mekanizma gerçekleştirileceği takdirde, bu mekanizmanın insan gibi hareket edebilmesi gerekmektedir. Örneğin düz yolda yürüyebilmeli, merdiven çıkabilmelidir. Ya da çeşitli hastalıklar sonucu hareket etmesi güçleşen kişilere hizmet edebilmelidirler.

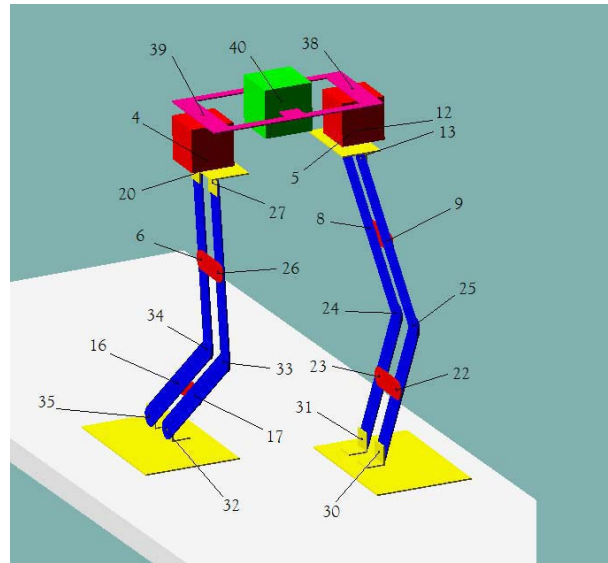
Kullanım alanları dikkate alındığında ileride çok daha yaygın bir şekilde insanların günlük yaşantısına gireceği rahatlıkla ifade edilebilir. Teknolojik gelişmelerle oluşturulan yeni modellerin yürüme hızı gün geçerek artmakta ve insansı hareketleri çok daha başarılı bir şekilde gerçekleştirmektedirler.

Yürüme mekanizmalarının ilgi çekici uzun ve detaylı bir geçmişi vardır. Başlangıçtaki çizimleri ve tasarımları 18. yüzyıla kadar uzanan izler taşımaktadır. 19. yüzyılın sonlarına doğru daha iddialı tasarımlara başlanmıştır ve 1893 yılında ilk yürüme mekanizması (iki-ayaklı) Georges Moore tarafından tasarlanmıştır.

İki ayaklı yürüme mekanizmalarının gelişimi yaklaşık olarak çok ayaklı mekanizmalarınki ile aynı şekilde gerçekleşmiştir. İlk modelin yapımı 60'ların sonunda gerçekleşmiştir. 1969'da Ichiro Kato tarafından tasarlanan Wap-1 gibi ilk mekanizmalar büyük hesaplama aletlerine bağlı haldeydiler. 1970'te Wap-2'nin ve 1971'de Wap-3'ün yapımı gerçekleşti. Üçüncü model, kendi ağırlık merkezini cephe çerçevesinde hareket ettirerek hem yatay bir düzlemde yürüyebiliyor hem de bir merdiven basamağı ya da eğimli bir yüzeyde aşağı inip yukarı çıkabiliyor ve de yürürken

dönebilmektedir. Wap-3 üç boyutlu yürüme ve dönme hareketi yapabilen ilk mekanizma unvanına sahiptir. Kontrol tabanlı hafıza tarafından idare edilmektedir. Kato sayısız modeller geliştirmeye devam ederek, iki ayaklı mekanizmalar alanında konunun öncüleri arasında yerini almıştır. 1973 yılında insan benzeri bir robot yapımına başkanlık yapan Kato ve ekibi Wabot 1'i, dünyadaki ilk tam-ölçekli antropomorfik robotu geliştirdiler. Model oldukça karmaşıktı, kol kontrol sisteminden ve konuşma sisteminden ibaretti. Tahmini olarak bir buçuk yaşındaki bir çocuğun zihin yeteneğine sahipti. 1980'de ise yine bir başka ilki gerçekleştiren Kato dinamik-benzeri yürüme yetenekli robotlar geliştirdi. WL-9DR modelinde ise ufak bir bilgisayara oranla daha geliştirilmiş beceriye imkân sunan 16 bitlik mikrobilgisayarlar kullanılmıştır. Aynı ekip 1985'te merdiven ve hafif eğimli yüzeyleri inebilen yeni bir robot geliştirmiştir [1,2].

Bu hareketleri daha kararsız ve karmaşık dengeye sahip olan iki ayaklı yürüme mekanizması ile yapmak, dört ayaklı yürüme mekanizmasına göre daha güçtür. 1989'da ise Kato ve ekibi, (WL-12RIII'de gerçekleştirilen) gövde ile alt uzuvların beraber hareket etmesini kullanmaya dayanan bilinmeyen dış kuvvetler ve momentler altında robotun kararlı yürütmesine imkân tanıyan yürüme kontrol metodu geliştirmiştir [3]. Bu yeni sistem sayesinde artırılan kararlılıkla robotlar basamak inip çıkmak için daha hızlı hareket eder hale gelmiştir.



Şekil 1: Eklemler ve parçalar



1991 yılında Raibert laboratuvarı içinde hareket ettirebildiği bir model yapmayı başarırken bir sonraki yıl Playter takla atabilen bir mekanizma yapmayı başarmıştır. Gün geçtikçe daha geliştirilmiş özellikte ve çeşitli kullanım amaçlarına uygun iki ayaklı yürüme mekanizmaları yapılmıştır. Geçmişte ağırlık verilen konuların yerine şimdilerde ise ticari ve endüstriyel uygulamalarda kullanılmak üzere robotlar üretilmektedir [4-7]. Yürüme mekanizmaları sektöründe yapılan çoğu yenilik Japonya'da gerçekleştirilmektedir [8].

## 2. Paralelkenar Yürüme Mekanizması

Bu projede ise düz zeminde yürümesi planlanan bir mekanizma tasarlanmak istenmiştir. Mekanizma üzerine yerleştirilen bir tabla ile istenildiğinde kısa mesafelerde yük taşıma özelliği ile ilgili bir araştırma gerçekleştirilmiştir. İstenilen bu özellik doğrultusunda iki ayaklı yürüme mekanizmaları incelendiğinde diğer mekanizmalara oranla birçok basitleştirmelere gidilmiştir. Örneğin bir insan bacağı ele alındığında, 3 serbestlik derecesi kalça ekleminde, 1 serbestlik derecesi diz ekleminde ve 2 serbestlik derecesi de ayak bileğinde olmak üzere toplam 6 serbestlik dereceli bir uzuv olduğu belirtilebilir. Fakat bu projede, düz zeminde hareket edeceği kabulüne dayanarak normal insan bacağındaki gibi bir mekanizma kullanmak yerine paralelkenar mekanizması (Şekil 2) kullanılarak modelde kontrol kolaylığı elde edilmiştir. Ağırlık merkezinin yeri bir başka değer olarak dikkate alınıp tasarım esnasında yine kontrolü kolaylaştırmak amacıyla bu nokta olabildiğince aşağıda tutulmaya çalışılmıştır. Ayrıca bu noktanın izdüşümü yürüyüş sırasında ayak tabanı düzlemi içinde tutularak statik yürüme olarak adlandırılan yürüyüş biçimi modellenmiştir. Tasarlanan iki ayaklı yürüme mekanizmasının olabildiğince çabuk hareket etmesi istenen özelliklerinden bir diğerini oluşturmaktadır. Dayanımı ve düşük yoğunluğu sebebiyle malzeme olarak alüminyum kullanımı kararlaştırılmıştır. SolidWorks programı ile hazırlanan modelin yürüyüş simülasyonu ADAMS programı ile gerçekleştirilmiştir.

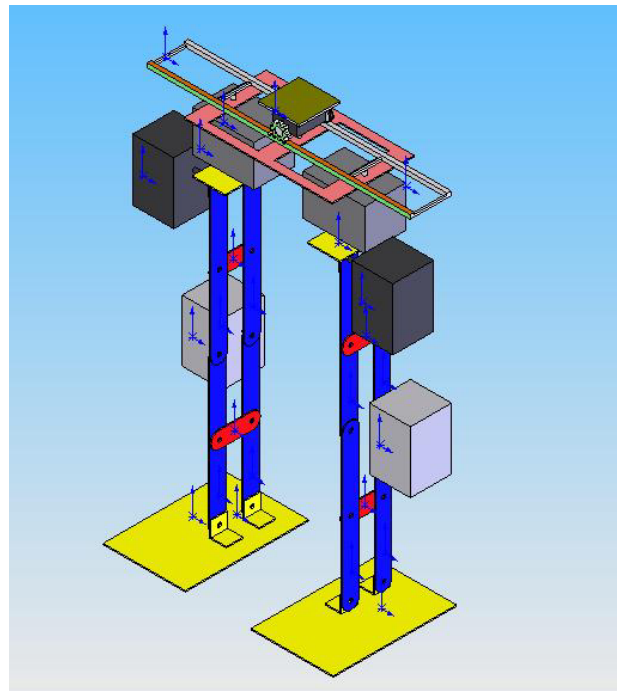
### 2.1. Neden Antropomorfizm?

Bir insanın rahatlıkla ilerleyebileceği ortamlarda çalışabilecek bir robotun insan bedeni ile aynı hareket özelliklerine sahip olması gerekmektedir. Robotun hareket edeceği alanlar dikkate alındığında ayaklarına tekerlek takmak bazı uygulamalarda iyi bir çözüm yoludur. Fakat tekerlekli robotların merdiven inip çıkabilmesi neredeyse imkânsızdır [9]. Basamakların kaldırılması ya da binaların yeniden düzenlenmesi pek mümkün olmayacağına göre, merdiven tırmanabilir robotlar geliştirmek merdiven problemini çözmek için daha uygun bir çözüm olacaktır. Robotik uygulamalarda antropomorfizme ihtiyaç duyulmasının nedeni bu basamak probleminden kaynaklanmaktadır.

Ayrıca insanın mekanik olarak bakıldığında mükemmel bir örnek olması da bu tarz bir yapının seçilmesine katkısı vardır. İnsanlar yaşadığı ortamlarda bir takım işlerini robotlara yaptırarak, iki seçenek vardır: Ya çevreyi robotların çalışabileceği halde yeniden düzenlemek ya da robotları insanlarla uyum içinde çalışabilecek halde tasarlamak gerekecektir. Bunlara ek olarak insan anatomisi ve fizyolojisi üzerine gerçekleştirilen kapsamlı araştırmalar, robot teknolojisinin gelişmesine yardımcı olmuştur [10,11].

### 2.2. Kütle Dengeleme

Bir diğer büyük problem denge sorunudur. Bir insanın yolda yürürken farkında olmadan kontrol mekanizmasını kullanarak düşmesini engellediği gibi bir robotun da bunu yapabilmesi için sürekli olarak dengesini ayarlaması gerekmektedir [4]. Bacak sayısı artırılarak denge probleminin üstesinden gelinebilir. Örneğin altı bacaklı bir robotun, üç bacağı havadayken dengesini bozulmayacaktır. Bu dengeleme sistemine statik balans denilir. Fakat bu projede olduğu gibi iki ayaklı bir mekanizma söz konusu olduğunda statik balans kavramından vazgeçilmelidir. İki ayaklı yürüme mekanizmalarında dinamik balans adı verilen, Honda'nın ürettiği HONDA P3 robotunda kullandığı gibi, adım atarken bir bacağındaki ağırlığı diğerine geçirerek dengesini sağladığı sistemi kullanılmaktadır. Bu projede denge problemi, kalça bölgesine yerleştirilen kütle dengeleme sistemi ile bu sorun giderilmiştir.



Şekil 2: Yürüme mekanizması.

## 3. Denge

İnsansı yürüme hareketinin getirdiği zorluklar robotik araştırmacılarının uzun yıllar ilgisini çekmiştir. Bu zorluklar statik ve dinamik denge başlıkları altında incelenmiştir. Mekanizmanın uygulama alanına göre denge kriterlerinden birini seçmek akılcı olacaktır.

İki ayaklı yürüme mekanizmalarının elemanları için 3mm kalınlığında yassı alüminyum parçalar seçilmiştir. Seçilen servo motorların plastik millerinin, eklemlerde direkt olarak diğer elemana bağlanması düşünülmüştür. Bu bağlantı ile yapının doğası gereği gerekli ölçüde esneklik elde edilmiştir.

Mekanizmaların dengeleme sistemi için her bir eklemden servo motorların kaç derece döndürdüğünü saptayan konum algılayıcıları kullanılmıştır. Bu sayede düz kinematik çözüm

yapılarak yere basan ayağın taban olduğu kabulü ile her bir elemanın bir önceki elemana göre konumu ve doğrultusu hesaplanarak ikinci ayağın konumu ve doğrultusu hesaplanabilir hale getirilmiştir.

### 3.1. Statik Denge

İlk başarılı çözümler statik dengenin devrelerinden geçerek, statik yürüme yardımıyla sağlandı. Bu statik çözüm hem iki ayaklı yapıda hem de yürüme kabiliyetinde bazı kısıtlamalara yol açtı. Genellikle statik yürüyen mekanizmalar daha geniş ayaklara sahip olurlar ve daha yavaş hareket ederler.

### 3.2. Dinamik Denge

Dinamik denge yardımıyla yürümede, ağırlık merkezinin izdüşümünün, ayak tarafından belirlenen alanın dışına çıkmasına izin verilir ve yürüme turlarının belli bölümleri sırasında yürüyen mekanizma devrilebilir. Bir ayağı doğru anda yakalayabilmek için diğer ayak hareket etmelidir, böylece düşme süreci yarıda kesilmiş olur ve aynı zamanda mekanizma istenen hıza ulaşabilir. Dinamik yürümenin kontrolü, statik yürümenin kontrolünden çok daha karmaşıktır. Fakat dinamik yürüme çok yönlü yapıları sayesinde, daha etkili ve daha yüksek hızlarda yürümeyi sağlar. Birçok araştırmacı, iki ayaklı robotların dinamik modellemesinin ve kontrolünün getirdiği belli teorik sonuçlar hakkında tartışmışlardır. Dinamik dengeyle yürümeden doğan ana problemler geniş kapsamlı olarak incelenmiştir.

İki ayaklı yürüme mekanizmalarında dinamik denge ile yürümenin kontrollü aşağıdaki sebepler nedeniyle güçtür.

- Mekanizmanın kontrol sürecinde her bir motorun katkısını çözümlemek kolay değildir.
- Sistem kararsızdır veya ayak tasarımına göre sınırlı oranda kararludur.
- Kontrol çevrimindeki zaman gecikmeleri denge problemlerinin artmasına yol açar.
- Sistemin nonlineer dinamiklerinin ve kinematiklerinin modellenmesi oldukça zordur ve basitleştirilmiş modeller genellikle elverişli değildir.
- Çevirme oranı, ayak esnekliği gibi diğer önemli özelliklerin de doğru bir şekilde modellenmesi zordur.

Robotun dahili eksen takımıyla hiçbir bağlantısı bulunmadığından, kontrol mekanizmasının robotla dış çevre arasındaki ilişkiyi kurmak için belli aralıklarla gürültülü sensörlere güvenmesi gerekmektedir.

Genel olarak bu zorluklar yüzünden, araştırma ya da endüstri hayatında pratik iki ayaklı robotlar henüz geliştirilememiştir. Bu problemlerle başa çıkabilmek için aşağıdaki stratejiler takip edilebilir.

- Bedenin genel duruşuyla ilgili emirlerle (yere göre gövdenin açıları, gövdeye göre ayağın hareketi vb.) eklem emirleri arasında bağı kurabilmek için basitleştirilmiş ön ve yan düzlem kinematikleri kullanılmalıdır.
- Reaktif kapalı çevrim kontrolüne değil de, önceden planlanmış fakat uyumu kolay düzgün beden hareketleri düzenine bağlı kalınmalıdır.
- Doğal dinamiklerin kullanımı açısından, faz-kilitli merkezi güzerğah jeneratörleri mantığından yararlanılmalıdır.
- Doğru dinamik modellere nazaran, zor görevler sırasındaki beden hareketleri düzeninin uyumuna bağlı kalınmalıdır.

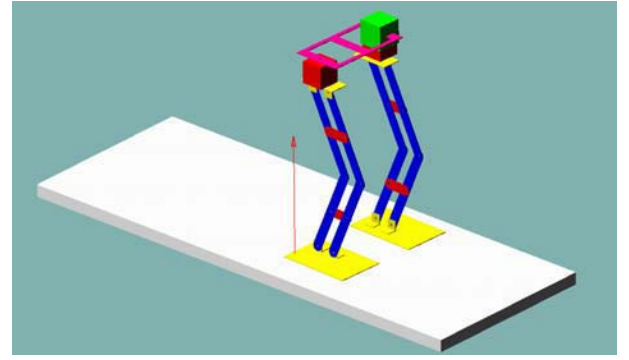
Yukarıda belirtilen stratejilerin uygulanabilirliğinin zor olması ve dinamik dengeyle yürümeden doğan ana problemlerin çokluğu sebebiyle statik denge ile yürümenin sağlanması uygundur. Bu sayede kontrollü bir hareket sağlanır. Statik denge yardımıyla yürümede, ağırlık merkezinin izdüşümünün, ayak tarafından belirlenen alanın içinde kalmasından dolayı denge kontrolü daha kolay sağlanır ve mekanizmanın devrilme tehlikesi ortadan kalkar [1].

### 3.3. Simülasyonu Yapılan Hareketler

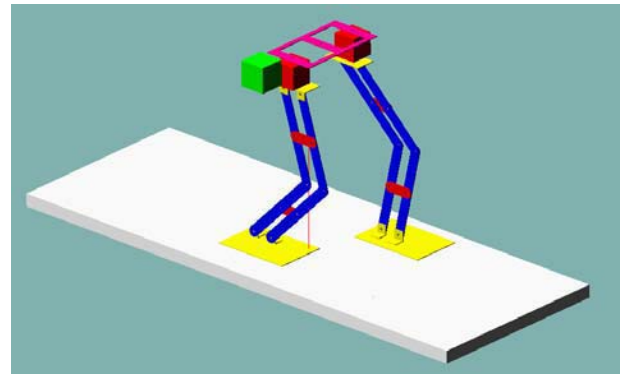
Yürüme mekanizmasının tasarımındaki amaç mobil mekanizmaların yapamayacağı ya da yapmakta zorlanacağı hareketlerin yapılabilmesidir. Bunun için antropomorfik yapıdan esinlenilmiştir. İki ayaklı yürüme mekanizması çömelme-kalkma, doğru boyunca yürüme ve merdiven çıkma hareketlerini yapabilmektedir.

#### 3.3.1. Çömelme – Kalkma

Çömelme ve kalkma hareketleri (Şekil 3) mekanizmanın yürüme (Şekil 4) ve merdiven çıkma (Şekil 5) gibi ana hareketlerine başlamasını kolaylaştırmaktadır. Bu sayede mekanizma daha kontrollü ve dengeli hareket etmektedir.



Şekil 3: Çömelme hareketi



Şekil 4: Doğru boyunca yürüme hareketi

#### 3.3.2. Doğru boyunca yürüme

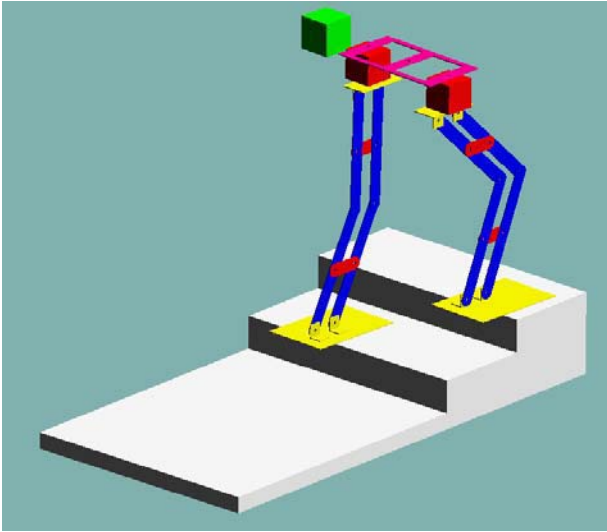
Antropomorfik yapının en genel ve belirgin hareketlerinden olan yürüme hareketi bu uygulamaya empoze edilen

hareketlerden biridir. Bu sayede insansı hareket kabiliyeti mekanizmaya aktarılmış olunur.

Doğru boyunca yürüme aynı zamanda uygulamanın amacı olan belli bir kütleyi belirtilen bir mesafe boyunca taşımayı sağlayan en etkin özelliktir. (Şekil 4 ve 6)

### 3.3.3. Merdiven çıkma

Doğru boyunca yürüme hareketinin devamı niteliğinde olan merdiven çıkma hareketi (Şekil 5 ve 7) taşınan kütlenin belli yükseklikteki noktalara çıkarılmasını sağlar. İki ayaklı yürüme mekanizmalarına nispeten daha çok tasarlanan tekerlekli mobil robotlar bu merdiven çıkma hareketini gerçekleştiremediğinden, iki ayaklı yürüme mekanizmaları bu açıdan büyük bir üstünlük sağlamaktadırlar.



Şekil 5: Merdiven çıkma hareketi

## 4. Dinamik Analiz

Üzerinde çalışılan uygulamanın mukavemet analizinin yapılabilmesi için öncelikle her bir parçaya etkiyen kuvvetlerin hesaplanması gereklidir. Bu verileri de ADAMS programı yardımıyla elde etmek mümkündür.

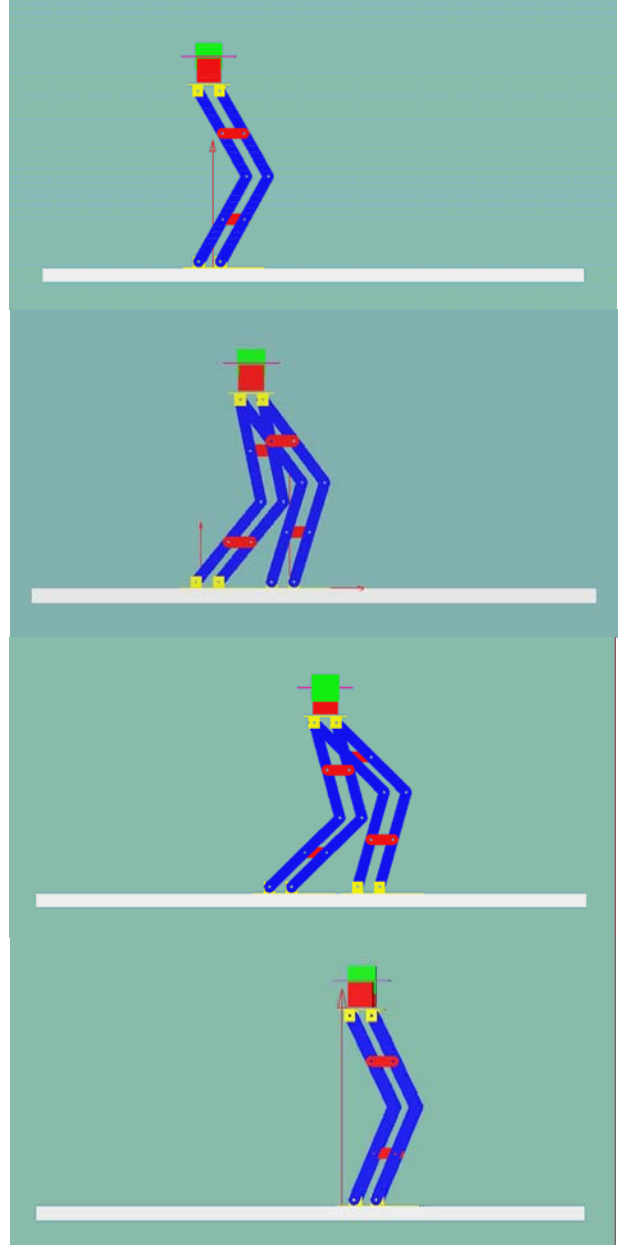
Bu kuvvetlerin hesabı görsel olarak hazırlanan ortamda hareket denklemlerinin arka planda ADAMS tarafından çözülmesi esasına dayanır. Ayrıca her eklemdaki noktalara belli fonksiyonlar uygulayarak mekanizmanın dengeli bir şekilde yürütmesi sağlanır.

SolidWorks programı ile çizilen mekanizmanın parçaları ayrı ayrı ADAMS programına aktarılır ve bu ortamda tekrar parçaların montajı sağlanır. Bu işlemten sonra mekanizmadan istenen hareketler doğrultusunda eklemler arası bağlantılar ve bu eklemlere ait fonksiyonlar tanımlanır. Bu işlemlerin sonucunda simülasyon gerçekleştirilir.

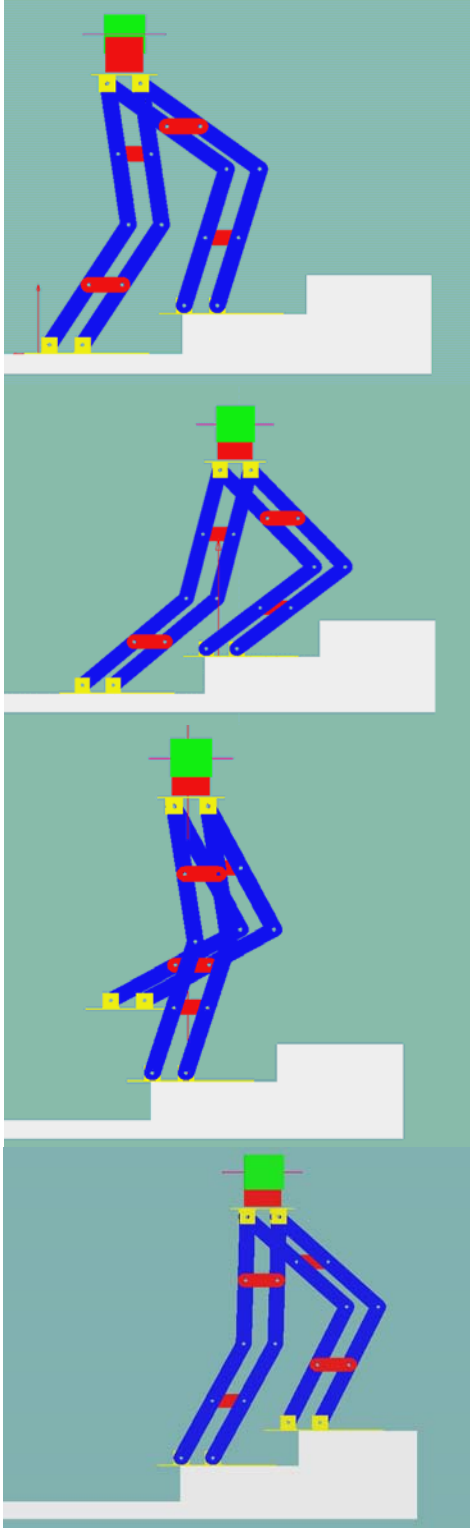
Mekanizmanın arzu edilen yörünge üzerindeki hareketi sağlandıktan sonra tüm hareket boyunca parçaların maruz kaldıkları maksimum kuvvet mukavemet analizinde kullanılmak üzere belirlenir.

Şekil 4, 5, 6 ve 7'de mekanizmanın yürüme ve merdiven çıkma hareketine ait bazı animasyon resimleri verilmiştir.

Tasarıma eklenebilecek diğer bir özellik kütle dengeleme sistemi olarak belirtilebilir. Bu projede gerçekleştirilen frontal düzlemde hareket eden sistem yerine, bacakların hareket sırasında öne arkaya gittiği durumlar için mekanizmanın da aynı şekilde öne ve arkaya olan salınımları kompanze edilir. Bunun için kullanılan kütle dengeleme sistemine ilave olarak sagittal (vücudu sağa ve sola ayıran) düzlemde hareket edecek olan ikinci bir kütle dengeleme sistemi kullanılabilir. Fakat bu projede çalışılırken ilave 2 serbestlik derecesi yerine dairesel hareket eden bir dengeleme sistemi (Şekil 8) alternatif olarak düşünülmüştür. Çözüm olarak düşünülen bu sistemle sadece tek serbestlik derecesi ile kütlenin 2 ekseninde hareketi sağlanmış olacaktır.



Şekil 6: Mekanizmanın yürüme hareketi



Şekil 7: Mekanizmanın merdiven çıkma hareketi

#### 4.1. Mikrokontrolör

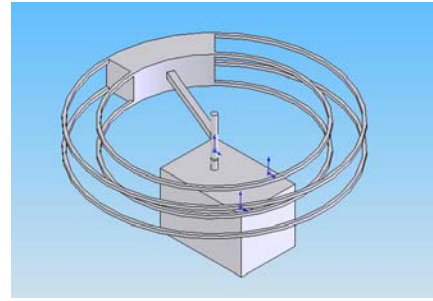
Bu proje için birbiri ile bağlantılı çalışan iki adet 16F serisinden mikrokontrolör kullanımı düşünülmüştür.

Bunlardan ilki denge kontrolünü ele almak için ikincisi ise yürüme düzenini kontrol etmek için seçilmiştir.

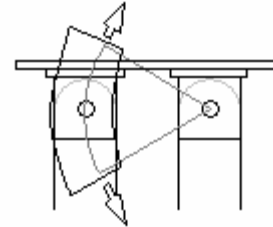
Denge kontrol kartına, denge kontrol ve Zero Moment Point (ZMP) hesaplama algoritması yüklenildiği takdirde mikrokontrolör tarafından A/D girdileri, kuvvet sensörleri, jiroskop ve inclinometer'dan gelen sinyalleri okunarak mekanizmanın dengesini koruması elde edilebilir.

Yürüyüş düzenleme kartında, kullanılan servo motorların verimli bir şekilde çalışması için düzenlenen algoritma ile her bir motora gönderilen PWM (Puls Width Modulation) sinyali ile tamamlanması gerekmektedir.

İkinci kartta yürüyüş düzenleme kontrolü ile sinyalin bir bölümü, yürüyüşün asıl pozisyonunun hesaplandığını ifade ederken geri kalan kısmı, kütle dengeleme ve besleme motorlarının mekanizmanın dengesini korumak için kullanılacağını ifade edecektir. Tüm bu sinyaller robotun dengesini koruduğunu gösterir. Kullanılan mikrokontrolörlerin birbirleri ile iletişimi seri haberleşme ile tamamlanmalıdır.



Şekil 8: İlave Serbestlik



Şekil 9: İlave Serbestlik

## 5. Sonuçlar

İki ayaklı yürüme mekanizmasının sadece düz zeminde yürütmesi kabulü ile tasarımı gerçekleştirilmiştir. İstenildiği takdirde kalça eklemine ek parçalar tasarlanarak istenilen ya da mekanizmanın tanımlayacağı eğime göre yürütmesi gerçekleştirilebilir. İlave tasarım paralel kenar mekanizmasında kullanılan elemanlarından birinin sabitlenerek diğerinin bu merkeze göre hareket ettirilmek istenen yüzeye göre konumlandırılması olarak ifade edilebilir. Bu konumlandırma için mekanizmaya 2 serbestlik derecesi ilave edileceği belirtilmelidir. (Şekil 9)

Bu projede iki ayaklı bir yürüme mekanizmasının tasarlanması ve yürüyüş ve merdiven çıkma durumlarının simülasyonu ele alınmak istenmiştir. Aşağıda belirtilen konularda, bu tasarımın birçok önemli katkısı bulunmaktadır.



Modül tasarımına dayanan bir yürüme mekanizması tasarlanmıştır. Önerilen modüler tasarım, mekanik özellikleri sayesinde hızlı ve kararlı robot yapılandırmasına izin vermiştir. Düşük maliyet felsefesi de tasarımda dikkate alınan bir diğer unsurdur. Bu felsefe ile benzer yürüme mekanizmalarının yaygın olarak araştırılmasını uğraşılır hale getirmiştir.

Gerçek zamanlı (Real-time) iki ayaklı yürüme, 3. mertebeden polinom interpolasyonuna dayandırılarak tamamlanmıştır. Tasarlanan yürüme mekanizması için düzgün çalışmasını sağlayacak gerçek zamanlı sağlam bir yürüme elde edilmiştir.

Ters sarkaç modeli ile ifade edilen yürüme mekanizmasına, sinirsel ağ sistemi yaklaşımı ile denge modellenmesi daha da etkin bir biçimde gerçekleştirilebilir hale gelecektir. Tasarlanan diğer iki ayaklı yürüme mekanizmalarının incelenmesi sonucunda sinirsel ağ, (Zero Moment Point) ZMP'nin yürüyüş boyunca mekanizmanın davranışını öngörmeye yardım edeceği belirtilebilir.

## 6. Teşekkür

Bu tasarımın geliştirilmesindeki katkılarından dolayı Taner TAŞIK, Remzi ÖZTÜRK ve Özgür BAŞOĞLU'na teşekkür ederim.

## 7. Kaynakça

- [1] K. Berns ve R. Dillmann, *Climbing and Walking Robots*, FZI, London, 2001.
- [2] M. Armada ve P. G. de Santoz, *Climbing and Walking Robots*, Springer, New York, 2005.
- [3] O. Omidvar, P. V. Der Smagt, *Neural Systems for Robotics*, Academic Press, San Diego, 1997.
- [4] D. Cook, *Robot Building for Beginners*, Springer-Verlag New York Inc., Berkeley, 2002.
- [5] D. Z. Navarro, *A Biped Robot Design*, PhD thesis, Freie Universität, Berlin, 2006.
- [6] N. Gomez, J. Wu ve S. Tosunoğlu, M. Shi, "Design and Prototype Development of an 8-Degree-of-Freedom Walking Biped Robot," *FIU Mechanics*, No: 12, s:15-17, 2006.
- [7] O. Chakim, R. Abromov, T. Gunner ve U. Darsz, "Design of Biped Mechanisms," *Engineering and Machines*, No: 2, s:33-34, 1999.
- [8] T. Isaac, *The History of Walking Robots*, 2004, <http://www.runtheplanet.com/resources/historical/walkingrobots.asp> Hillclimdbatabase
- [9] D. Aktaş, Biped Robot Research, 2001, <http://w3.balikesir.edu.tr/~akdas/>
- [10] R. Walker, "The Shadow Biped," 2000, <http://www.shadow.org.uk/projects/biped.shtml>.
- [11] O. Hamuloğlu, "Robot Yardımlı Yürüme Cihazı Lokomat ile yürüyüş Eğitimi programı," 2007, <http://www.dsft.com/10lokomat.htm>

# Çok Gövdeli Sistemlerde Hareket Analizi

Nusrettin Güleç<sup>1</sup>, Eray Doğan<sup>2</sup>, Mustafa Ünel<sup>3</sup>

Sabancı Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi,  
Orhanlı-Tuzla, 34956, İstanbul

<sup>1,2</sup>{nusrettin, eraydogan}@su.sabanciuniv.edu

<sup>3</sup>munel@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Çok gövdeli sistemlerin hareket analizi son yıllarda önemli bir araştırma konusu haline gelmiştir. Bunun sebebi performans analizi, otomatik güvenlik ve izleme sistemlerinin gerçekleştirilmesi, gerçekçi insan-makine arayüzlerinin oluşturulması, içerik tabanlı imge depolanması ve erişimi gibi motive edici uygulama alanlarının varlığıdır. Bu alanda çok sayıda çalışma yayınlanmış olsa da bu araştırmanın henüz geliştirilebilecek yönleri vardır. Bu çalışmada, çok gövdeli bir sistemin hareketini, sistemi her biri birer robotik kol şeklindeki çok sayıda alt sisteme ayırıştırarak incelemeyi öneriyoruz. Çok gövdeli bir sistemin hareketini tanımak için her bir robotik kolun eklemlerinden gelecek algılayıcı bilgisini, yani eklem açılarını kullanıyoruz. Önerilen yöntem herbir ayrıştırılmış parçanın periyodik hareketini analiz etmek için eklem açılarının birbirine göre çizdirilmesiyle elde edilen imza eğrilerini kullanmaktadır. Aktör ayırt etme ve aksaklık tesbiti örnekleri sunulmuş ve önerilen yöntem benzetimlerle doğrulanmıştır.

## 1. Giriş

Son yıllarda, insanlar ya da hayvanlar tarafından sergilenen yürüme, koşma, zıplama ya da benzer vücut hareketlerinin tanınmasına ve analizine yönelik çok sayıda çalışma yapılmıştır [1]- [6]. Bu problem, bilgisayarla görü, robotik ve çok gövdeli sistemler gibi farklı mühendislik alanlarıyla yakından ilgilidir. Bu alandaki araştırmaların öncelikli amacı sergilenen hareketin sınıflandırılması iken geçmiş veya gelecek hareketlerin tahmini ya da bir çoklu gövde sisteminin işleyişindeki olası aksaklıkların öngörülmesi genel olarak ikincil bir görev olarak düşünülmektedir.

Problemin önemi, performans analizi (iyileşen bir hastanın ya da yarışa hazırlanan bir koşucunun performansı), özel mülkiyetlerde güvenlik, kalabalık umumi mekanlarda gözetleme, gerçekçi insan-makine arayüzlerinin (MMI) inşası, içerik tabanlı imge depolanması ve daha önemlisi erişimi gibi geniş uygulama alanlarının varlığından kaynaklanmaktadır. Araştırmacılar, genel olarak şu üç temel problemin üzerinde durmuşlardır: insan vücudunun bölümlerini içeren hareketlerin analizi, insan hareketlerinin takibi, ve son olarak insan faaliyetlerinin tanınması [1].

Hareket veritabanları oluşturmak için “imza eğrileri” [2] yaklaşımı geliştirilmiş ve erkek ve bayan aktörleri ayırt etmek için kullanılmıştır. İnsanların dans ederken sergiledikleri hareketler, hareket dizileri olarak düşünülmüş ve hareketin

basit parçaları olan “hareket ilkelerine”ne indirgenmiştir [5]. Her hareket ilkeli, tüm dansçıların yaptığı temel bir hareketin yanında dansçının kendine has özelliklerini ifade eden bir dans stiline oluşmaktadır. Bu yaklaşım verilen iki poz arasında gerçekçi hareket yörüngeleri belirlemek için önerilmiş ve kullanılmıştır. Hareket analizi için model tabanlı teknikler de sıklıkla kullanılmıştır [6], [7]. [6]’da yazarlar insan hareketini, vücut tanımlama parametrelerinin (VTP) uygun bir şekilde tahmin edilmesi ve vücut animasyon parametrelerinin (VAP) düzgün şekilde entegrasyonu sayesinde düzenlemiş ve analiz etmişlerdir.

İnsan hareketlerinin analizinden elde edilen sonuçlar insansı robotlar için uygun yörüngeler belirlemede de sıklıkla kullanılmıştır [7]- [9]. Bunun sebebi, insansı robotların insanlarla birlikte çalışabilmek için insan hareketlerini mümkün olduğunca benzer şekilde taklit etme gereksinimleridir. Pollard et al. [8] eklem hız sınırları ve serbestlik derecesi gibi insan hareket parametrelerini belirleyip, bu parametreleri bir insansı robotun gerçekleyebileceği seviyeye ölçeklemeyi önermiştir. Hareketi sergileyen insanları birbirinden ayırt etmek amacıyla Elman ağları (EN) ve gizli Markov modelleri (HMM) [7] eklem açısı yörüngelerinin kısa parçalarına uygulanmıştır. Öte yandan, anahtarlamalı doğrusal dinamik sistemlerin insan hareketlerinin analizi ve izlenmesi için gizli Markov modellerinden daha gülbüz olduğu gösterilmiştir [10].

İnsan yürüyüşünün tanınması son dönemde popüler bir araştırma konusu haline gelmiştir [11], [12]. İnsan hareketlerinin analizini gerçek-zamanlı olarak başarma yönünde de çalışmalar vardır; ancak, bu yöndeki çalışmalar henüz erken bir araştırma evresindedir ve sonuçlar genellikle kısıtlı senaryolarda elde edilmiştir [13], [14].

Bu çalışmada, çok gövdeli bir sistemin hareketini, sistemi her biri birer robotik kol şeklindeki çok sayıda alt sisteme ayırıştırarak analiz etmeyi öneriyoruz. Sistemin çeşitli hareketleri esnasında bu robotik kolların herbiri farklı yörüngelerde hareket edeceklerdir. Tüm sistemin hareketini tanımlamak için herbir robotik kolun eklemlerinden gelen algılayıcı bilgisini (eklem konumlarını ve eklem hızlarını) kullanıyoruz. Bunun için gereken eklem bilgisi, eklemlere tutturulmuş optik algılayıcılarla ya da sistemin etrafına yerleştirilmiş bir çoklu kamera sistemiyle elde edilebilir; ancak bu problemler bu çalışmanın kapsamı dışındadır.

Bu bildiri şu şekilde düzenlenmiştir: 2. Bölüm’de çok gövdeli sistemlerin basit alt sistemlere ayrıştırılması açıklanmıştır. 3. Bölüm çok gövdeli sistemler için kul-

landığımız hareket analiz teknikleri sunmaktadır. Önerilen yöntem benzetimlerle doğrulanmıştır ve benzetim sonuçları 4. Bölüm'de verilmiştir. Son olarak, 5. Bölüm'de sonuçlar tartışılmış ve bildiriyi tamamlanmıştır.

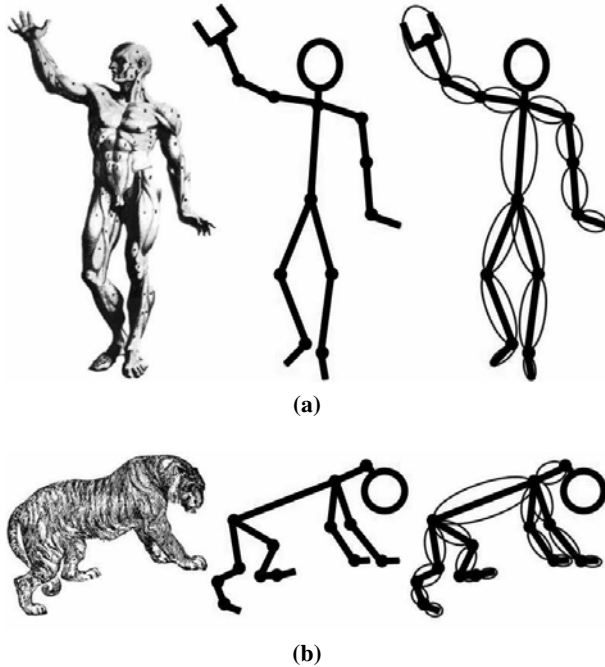
## 2. Çok Gövdeli Sistemlerin Ayırıştırılması

Çok gövdeli bir sistem çok sayıda bağlı parçadan oluşur. Bu parçalardan herbiri farklı serbestlik derecelerine ve eklemleri üzerinde farklı hareket kısıtlarına sahip olabilirler. Bu çalışmada, insanları ve hayvanları birer çok gövdeli sistem olarak düşünüyor ve Şekil 1'de gösterildiği gibi bunları herbiri birer robotik kol olarak modellenenebilecek alt sistemlere ayırıyoruz.

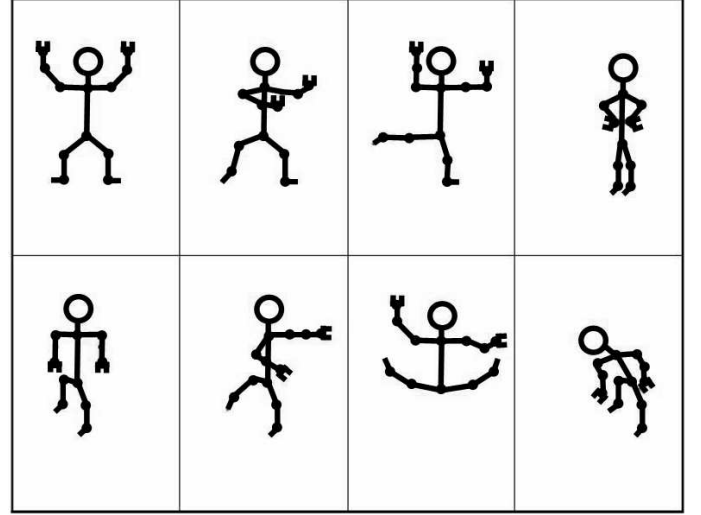
Herhangi bir anda, herbir robotik kolun eklem açıları tüm çok gövdeli sistemin duruşunu belirler. Farklı eklem açıları, muhtemelen farklı vücut hareketlerinin birer parçası olan farklı duruşlar ortaya çıkaracaktır. Şekil 2 insan vücudunun birtakım duruşlarını göstermektedir.

Önerilen yaklaşım çok gövdeli sistemleri birer robotik kol olarak ifade edilebilecek küçük parçalara ayırmaktır. Belirli bir vücut hareketi esnasında vücudun farklı bölümleri muhtemelen farklı hareketler sergileyeceğinden herbir parçayı tek başına incelenecektir. Burada amaç, öncelikle bu parçaların hareketlerini anlayıp sonrasında çok gövdeli sistemin hareketine açıklama getirmektir. Yukarıda anlatılan ayırıştırma metodunun örnekleri Şekil 3'de gösterilmiştir.

Bu çalışmada insan vücudunun hareketleri incelenecektir. Yürüme, koşma ya da zıplama gibi hareketler esnasında vücudun herbir parçası farklı hareketler sergilese de, tüm çok gövdeli sistem belirli bir hareketi yapmaktadır ve bu hareket



Şekil 1: Çok gövdeli sistemler ve ayrıştırıldıkları alt sistemler (a)İnsan vücudu (b)Kaplan vücudu



Şekil 2: İnsan vücudunun farklı duruşları

eklem açıları ve eklem açısal hızları ile ifade edilebilir. Daha detaylı olarak, serbestlik dereceleri  $\{n_1 \dots n_k\}$  olan  $k$  tane robotik kola ayrıştırılmış bir çok gövdeli sistem için, durum değişken vektörü şu şekilde yazılabilir:

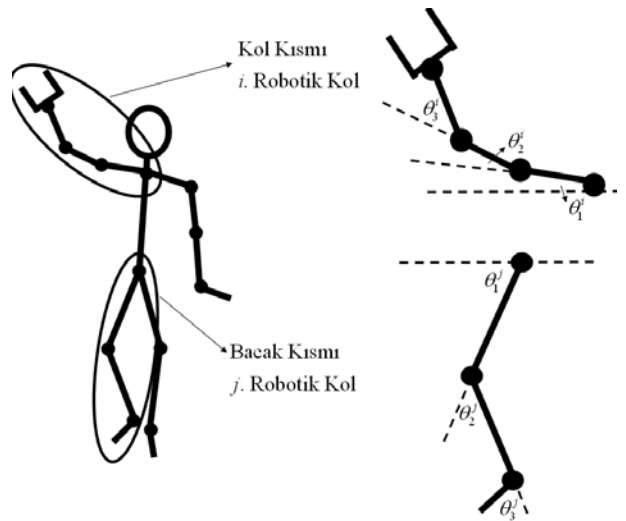
$$\Xi = [\Theta \quad \dot{\Theta}]^T. \quad (1)$$

Bu denklemde,

$$\Theta = [\Theta^1 \quad \Theta^2 \quad \dots \quad \Theta^k]^T \quad (2)$$

olarak tanımlıdır ve  $\dot{\Theta}$  bunun zamana göre türevini göstermektedir. (2)'de,  $\Theta^i$  ayrıştırılmış çok gövdeli sistemdeki  $i$  numaralı robotik kolun eklem açılarından oluşmaktadır:

$$\Theta^i = [\theta_1^i \quad \theta_2^i \quad \dots \quad \theta_{n_i-1}^i \quad \theta_{n_i}^i]^T, 1 \leq i \leq k. \quad (3)$$



Şekil 3: Vücudun bölümleri ve ilgili eklem açısı tanımlamaları

Robotik kolların sadece eklem açılarıyla ilgilenilerek, kinematik seviyede bir hareket analiz yöntemi geliştirilecektir.  $i$ . robotik kolun ucunun (kol için yüzük parmağının ucu ya da bacak için ayak başparmağının ucu gibi) kartezyen uzaydaki koordinatları ( $X_i$ ) ile eklem açıları ( $\Theta^i$ ) arasındaki ileri yöndeki ilişki şöyle bir kinematik denklemle verilir:

$$X^i = G_i(\Theta^i) . \quad (4)$$

Burada  $G_i$  eklem uzayından kartezyen uzaya tanımlı düzgün bir fonksiyondur.

### 3. Çok Gövdeli Bir Sistemin Hareket Analizi

İnsan vücudu günlük hayatta çok çeşitli hareketler sergiler. Bu farklı hareketlerin en sık görülenlerinden birçoğu ise periyodiktir; yürüme, koşma, klavye kullanma gibi. Periyodu  $T$  olan böylesi bir hareket esnasında, kullanılan uzvun ucunun kartezyen uzaydaki koordinatları şu denklemi sağlar:

$$X^i(t) = X^i(t + T) , \quad (5)$$

Eğer ilgilenilen robotik kolun geri yönde tek bir kinematik denklemi varsa, ucun belirli bir yörüngeyi takip etmesini sağlayacak eklem açıları şöyle hesaplanabilir:

$$\Theta^i = G_i^{-1}(X^i) . \quad (6)$$

Bu denklem ancak  $G_i^{-1}$  hesaplanabiliyorsa geçerlidir. Geri yönde tek bir kinematik denklemi olan robotik sistemler için ise, bu koşul sağlanmaktadır. Bu durumda, ilgilenilen robotik kolun eklem açıları da sergilenen hareketle aynı periyoda sahip bir periyodik salınım gerçekleştirirler ve

$$\Theta^i(t) = \Theta^i(t + T) \quad (7)$$

olarak yazılabilir.

Dolayısıyla,  $\Theta^i$  vektörünün elemanlarının birbirine göre çizdirilmesi [2]'de hareketin “imza eğrileri” olarak adlandırılan kapalı eğriler oluşturacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, tüm çok gövdeli sistemin periyodik bir hareketi boyunca vücudun farklı bölümlerinin muhtemelen farklı periyotlarla hareket edeceğidir. Dolayısıyla, sadece ayrıştırılmış sistemdeki aynı robotik kola ait eklem değişkenlerinin birbirine göre çizdirilmesi kapalı eğriler ortaya çıkaracaktır.

Bu şekilde oluşturulan imza eğrileri hareketi sergileyen aktörün tanınmasında kullanılabilir. Aynı hareketi (örneğin koşma) sergileyen iki farklı aktörün ilgili eklem açılarının birbirine karşı çizdirilmesiyle elde edilecek kapalı eğrilerin özellikleri birbirinden farklı olacaktır. Bu eğriler kullanılarak aktörler arasında ayırım yapılabilir. Böylesi bir ayırım yöntemi, bilgisayarla görü kullanılarak insan tanıma sistemleri oluşturulması üzerine yapılan araştırmalara katkı sağlayacaktır.

İmza eğrileri aktörler arasında ayırım yapmak için kullanılabilir gibi, çok gövdeli bir sistemdeki hareket bozukluklarının belirlenmesinde de kullanılabilir. Çok gövdeli sistemin periyodik hareketi esnasında eklemlerden biri aksıyorsa, bu eklem açısının diğerlerine göre farklı bir değişim geçirmesine, dolayısıyla da, oluşturulan kapalı eğrinin şeklinde bozulmalara ve normal imza eğrisinden sapmalara yol açar.

Hareket bozukluklarının yeri (hangi eklemden kaynaklandığı) bu şekilde tespit edildikten sonra ortopedistlerin teşhis koymasına önemli ölçüde kolaylaşacaktır. Aynı eğriler kullanılarak, hareketin hangi safhasında aksama olduğu da eklem açılarının anlık değerleri sayesinde rahatça tespit edilebilir. Bu sayede aksama görülen duruş kesin olarak belirlenip, bunun etrafında detaylı bir uzman incelemesiyle probleme kolayca teşhis konabilir. Bunun da ötesinde, eğrilerin sapma parametreleri üzerinden anlamlı aksama ölçütleri belirlenerek problemin ne kadar ciddi olduğu anlaşılabilir.

### 4. Benzetim Sonuçları

MATLAB ortamında, hem hareketi sergileyen aktörleri ayırtma hem de hareketteki bozuklukları belirleme amaçlarına yönelik benzetimler yapılmıştır.

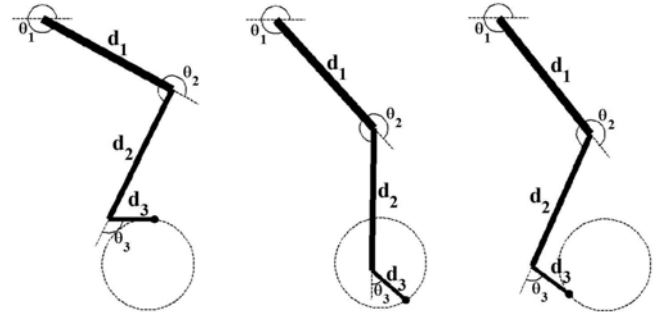
Benzetimlerde insan bacağı, kalçada, dizde ve ayak bileğinde eklemleri olmak üzere 3 parçalı bir robotik kol olarak modellenmiş ve kullanılmıştır. Benzetim sonuçlarının gerçekçi olması için insan bacağındaki (dizin tek yönlü çalışması, ayak bileğinin belirli bir açıdan fazla açılmaması gibi) hareket kısıtları da benzetime dahil edilmiştir.

İlk eklem açısı ( $\theta_1$ ) kalça ve bacak arasında, ikinci eklem açısı ( $\theta_2$ ) dizde ve son eklem açısı ( $\theta_3$ ) alt baldır ile ayak arasında tanımlanmıştır. Bacağın bu şekilde bir robotik kol olarak modellenmesi ve koordinat sisteminin merkezinin kalçada düşünülmesi halinde, (4) şu şekilde yazılabilir:

$$X^i = \begin{bmatrix} d_1 \cos(\theta_1^i) + d_2 \cos(\theta_1^i + \theta_2^i) + d_3 \cos(\theta_1^i + \theta_2^i + \theta_3^i) \\ d_1 \sin(\theta_1^i) + d_2 \sin(\theta_1^i + \theta_2^i) + d_3 \sin(\theta_1^i + \theta_2^i + \theta_3^i) \end{bmatrix} . \quad (8)$$

Bu denklemde  $d_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) Şekil 4'te  $\theta_k$  ile birlikte gösterildiği gibi sırasıyla üst baldırın, alt baldırın ve ayağın uzunluklarını göstermektedir.

İnsan bacağı için bisiklet sürme hareketi benzetim ortamında kodlanmış ve animasyonlarla görsellik kazandırılmıştır. Ayak başparmağının ucu robotik kolun ucu olarak düşünülmüş ve bisiklet sürme hareketinde olduğu gibi dairesel bir yörünge üzerinde hareket etmesi sağlanmıştır. Bacağın, pedalın farklı konumlarındaki farklı duruşları Şekil 4'te gösterilmiştir.



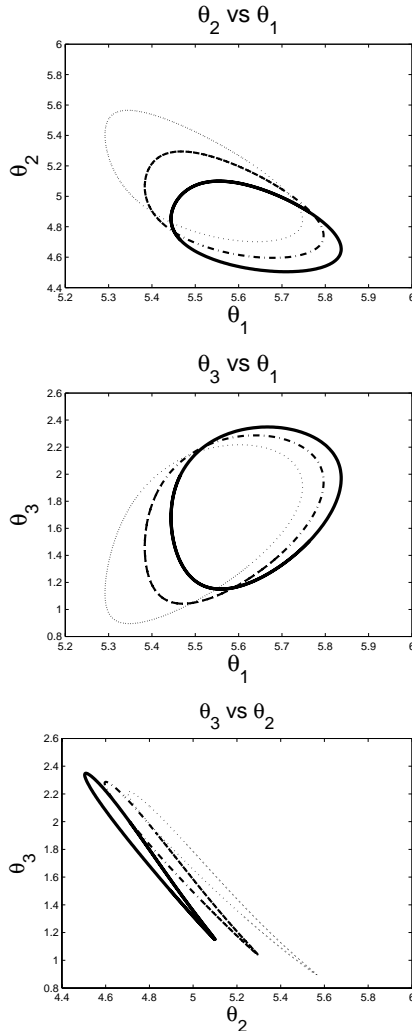
Şekil 4: Bisiklet sürme hareketi esnasında bacağın farklı duruşları

#### 4.1. Aktörlerin Ayırt Edilmesi

(3)'te tanımlanan  $\Theta^i$  vektörünün farklı elemanlarının birbirine göre çizdirilmesi ile elde edilen imza eğrileri hareketi sergileyen aktörlerin farklılıklarının ortaya konulması için kullanılabilir.

Bu bölümde, aynı pedal yörüngesi üzerinde farklı bacak uzunluklarıyla benzetimler yapılmıştır. Şekil 5'te verilen sonuçlardan da görüldüğü üzere, oluşan kapalı eğrinin uzun yöndeki çapı bacak uzunluğu ile ters orantılıdır. Başka bir deyişle; bisikleti süren insanın bacağı ne kadar uzunsa, sonuçta ortaya çıkan imza eğrisinin uzun yöndeki çapı o kadar küçülmektedir.

Bu sonuç, eklem açılarının birbirine karşı çizdirilmesi ile elde edilen imza eğrilerinin farklı boylardaki insanların birbirinden ayırt edilmesi için kullanılabileceğini göstermektedir.



Şekil 5: Bacak uzunluklarının ayırt edilmesi. (Düz çizgi:Uzun - Kesikli çizgi:Orta - Noktalar:Kısa)

#### 4.2. Hareket Bozukluklarının Belirlenmesi

Çok gövdeli sistemin hareketindeki bozukluklar imza eğrilerinin Şekil 5'te gösterilen normal imza eğrilerinden sapmalarının incelenmesi ile tespit edilebilir. Bunun yanında, (4)'teki  $G_i$  fonksiyonun bilinmesi hareketteki bozukluğun olduğu duruşun imza eğrisinin normal eğriden saptığı açı değerleri kullanılarak belirlenmesini sağlar.

Yapılan benzetimlerde, hareket bozuklukları eklemler üzerinde doğal kısıtlardan farklı pozisyon kısıtları oluşturan yaralanmalar olarak düşünülmüştür. Eklemlerinden biri sakatlanmış olan bir aktör o eklemi normal bir insan kadar geniş açılarda kullanamayacağından ve bu sebeple hareketinde bozulmalar meydana geleceğinden, bu oldukça doğal bir yaklaşımdır. Örneğin; Şekil 4'te gösterilen  $\theta_2$  sağlıklı bir insan için yaklaşık  $240^\circ$ 'ye kadar düşebileceken, dizdeki bir yaralanmadan ya da rahatsızlıktan dolayı  $270^\circ$ 'den daha aşağı düşemiyor olabilir. Bu durumda  $\theta_2$  daha da azalması gerekirken bu değerde sabit kalacak ve başparmak hedeflenen yörüngeyi izleyemeyecektir. Bunun sonucu olarak, oluşacak imza eğrisi de Şekil 5'te gösterilen sağlıklı imza eğrisinden farklı olacaktır ve bu farklılık kullanılarak hareketteki aksaklık tesbit edilebilecektir.

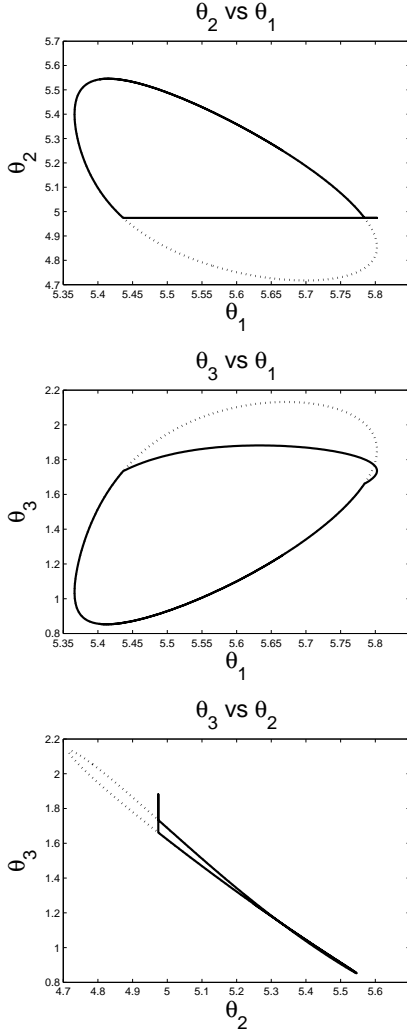
Şekil 6 ve Şekil 7 sırasıyla dizde ve ayak bileğinde rahatsızlık olan bir bacak için ortaya çıkan imza eğrilerini göstermektedir. Bu sonuçlardan da görüldüğü üzere imza eğrileri kısıtlanan eklemlerin kısıt açılarında kesiklenmiş olarak oluşacaktır.

Bu sonuçlardan anlaşılan bir başka özellik ise Şekil 6'daki ikinci imza eğrisinde görüldüğü gibi dizdeki ek kısıtın diğer eklem açılarını da etkilediğidir. Diğer yandan, Şekil 7'deki ilk imza eğrisinde görüldüğü gibi, ayak bileğindeki bir ek kısıt kalça ve diz açılarının imza eğrisini bozmamaktadır. (8)'den görülebileceği gibi her eklemdaki aksaklık, kendisinden sonraki eklemler arasındaki imza eğrisini bozmaktadır. Dolayısıyla, ayak bileğindeki aksaklık kendisinden önceki ilk iki eklemin birbirine karşı çizdirilmesiyle elde edilen imza eğrisini etkilememektedir.

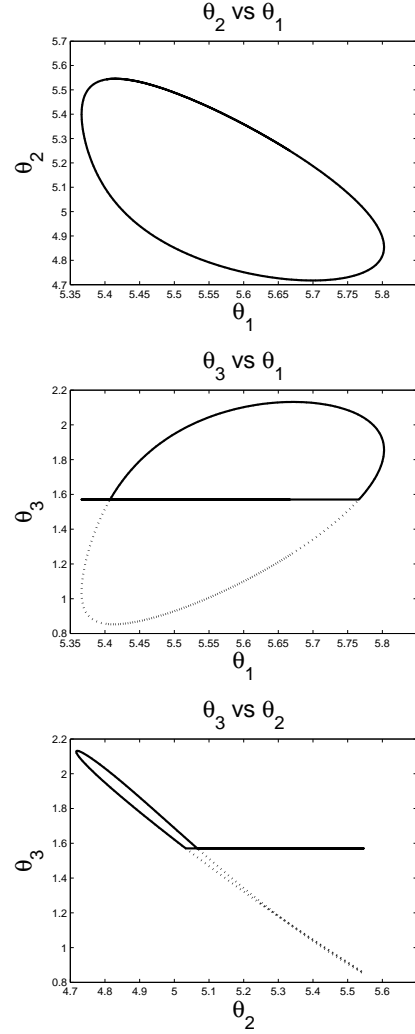
### 5. Sonuç

Bu çalışmada çok gövdeli sistemlerinin hareketinin incelenmesi için bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yönteme göre çok gövdeli sistem, herbiri birer robotik kola benzeyen çok sayıda alt-sisteme ayrıştırılmaktadır. Çok gövdeli sistemin farklı hareketleri esnasında bu alt-sistemlerden herbiri muhtemelen farklı hareket yörüngeleri izleyecektir. Çok gövdeli sistemin sergilediği hareket, bu robotik kolların herbirinin eklem açıları ile kodlanabilir. Periyodik hareketler esnasında, eklem açılarının birbirine göre çizdirilmesinin tek bir ters kinematik çözüm olduğu sürece kapalı eğriler ortaya çıkaracağı gösterilmiştir.

Bu çalışmanın olası uzantısı hastanın rahatsızlık seviyesini belirlemek için hareketteki aksaklıklara dair ölçütler tanımlamak olacaktır. Bu yönde imza eğrileri arasındaki farkın tanımlanması için Hausdorff uzaklığı benzeri tanımların kullanılması planlanmaktadır.



Şekil 6: Dizdeki bir rahatsızlık durumunda oluşan imza eğrileri. (Noktalar:Sağlıklı - Düz çizgi:Sakat)



Şekil 7: Ayak bileğindeki bir rahatsızlık durumunda oluşan imza eğrileri. (Noktalar:Sağlıklı - Düz çizgi:Sakat)

## 6. Teşekkür

Bu çalışma 106E040 numaralı proje kapsamında Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) tarafından desteklenmiştir. Ayrıca, birinci yazar Unisantıs FZE Grubu'na Yousef Jameel doktora bursu dolayısıyla teşekkür eder.

## 7. Kaynakça

- [1] J.K. Aggarwal, Q. Cai, "Human Motion Analysis: A Review", *Journal of Computer Vision and Image Understanding*, No. 3, March 1999, 428-440.
- [2] W.A. Wolovich, M. Unel, N. Pollard, "The Shape of Multi-Body Motion", *Proceedings of International Conference on Recent Advances in Mechatronics*, May 1999.
- [3] C. Theobalt, J. Carranza, M.A. Magnor, "Enhancing Silhouette-Based Human Motion Capture with 3D Motion Fields", *Proceedings of 11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, October 2003, 185-193.

- [4] R. Bodor, B. Jackson, O. Masoud, N. Papanikolopoulos, "Image-Based Reconstruction for View-Independent Human Motion Recognition", *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 2, October 2003, 1548-1553.
- [5] A. Nakazawa, S. Nakaoka, T. Shiratori, K. Ikeuchi, "Analysis and Synthesis of Human Dance Motion", *Proceedings of IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems*, July 2003, 83-88.
- [6] Chung-Lin Huang, Chia-Ying Chung, "A Real-Time Model-Based Human Motion Analysis System", *Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo*, Vol. 2, July 2003, 477-480.
- [7] J. Moldenhauer, I. Boesnach, T. Beth, V. Wank, K. Bos, "Analysis of Human Motion for Humanoid Robots", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, April 2005, 311-316.

- [8] N.S. Pollard, J.K. Hodgins, M.J. Riley, C.G. Atkeson, "Adapting Human Motion for the Control of a Humanoid Robot", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 2, May 2002, 1390-1397.
- [9] Y. Nakamura, K. Yamane, "Dynamics Computation of Structure-Varying Kinematic Chains and Its Application to Human Figures", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol. 16, No. 2, April 2000, 124-134.
- [10] V. Pavlovic, J.M. Rehg, "Impact of Dynamic Model Learning on Classification of Human Motion", *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 1, June 2000, 788-795.
- [11] Han Su, Feng-Gang Huang, "Human Gait Recognition Based on Motion Analysis", *Proceedings of 2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Vol. 7, August 2005, 4464-4468.
- [12] S.J. Hwang, H.S. Choi, Y.H. Kim, "Motion Analysis Based on a Multi-Segment Foot Model in Normal Walking", *Proceedings of 26th Annual International Conference on Engineering in Medicine and Biology Society*, Vol. 2, 2004, 5104-5106.
- [13] S. Yonemoto, D. Arita, R. Taniguchi, "Real-Time Human Motion Analysis and IK-Based Human Figure Control", *Proceedings of Workshop on Human Motion*, December 2000, 149-154.
- [14] F.S. Khan, S.A. Baset, "Real-Time Human Motion Detection and Classification", *Proceedings of IEEE Students Conference*, Vol. 1, August 2002, 135-138.

## Gezgin Robot Tasarımı ve Hareket Planlaması

Ahmet Kızıllan<sup>1</sup>, Metin Toz<sup>2</sup>, Cüneyt Aliustaoğlu<sup>3</sup>, Zafer Bingül<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Tübitak

{ahmetkizilhan}@tok.edu.tr

<sup>2</sup>Bilgisayar Eğitimi Bölümü

Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli

metin\_guliz@yahoo.com

<sup>3,4</sup>Mekatronik Mühendisliği Bölümü

Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli

(cuneyt.aliustaoğlu, zaferb)@kou.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, non-holonomic bir gezgin robotun engellerle kısıtlanmış bir ortamda amaç konuma ulaşma problemi uygulamalı olarak çözülmüştür. Bunun için, iki döner ve bir serbest tekerleğe sahip robot donanımı; ve bu donanımı yönetecek, gerekli hesaplamaları gerçekleştirecek bir yazılım tasarlanmıştır. Yazılım ve donanım arasındaki haberleşme bluetooth kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Amaç konum kamera kullanılarak tespit edilirken, gezgin robotun bulunduğu konum bir optik fare yardımıyla edinilmiştir. Teorik çözümü daha önce gerçekleştirilen, engellere göre kılavuz çizme ve bu kılavuz üzerinde hareket edecek robot için gerekli hesaplamaları gerçekleştirme problemleri uygulamalı olarak çözülmüştür.

### 1. Giriş

Yörünge planlama ve engellerden sakınma problemleri gezgin robot uygulamaları konusunda en önemli araştırma konularından birisi olmuştur. Bu çalışmalarda çevrimiçi (online) ve çevrimdışı (offline) olmak üzere temel olarak iki yaklaşımdan söz edilebilir [1]. Yörünge planı, gezgin robot hareket halinde iken gerçek zamanda gerçekleştiriliyorsa bu durum çevrimiçi olarak adlandırılır. Çevrim dışı programlama ise, gezgin robotun ilk hareketini gerçekleştirmeden önce programlanması ve hareket boyunca programına sadık kalması işlemine denilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan problem, görme ve karar verme süreçlerinden oluştuğu için burada iki temel işlemden söz edilebilir. Birincisi sensörlerle dış dünyayı algılama problemidir. Dış dünya; robotun bulunduğu konum, engellerin bulunduğu konum ve ulaşmak istenen konumdur. İkinci olarak gerçekleştirilmesi gereken karar verme süreci ise, gezgin robotun hareketini gerçekleştirirken ortamdaki engellerden kaçınması ve amaç duruma ulaşma planıdır.

Gezgin robotlarda, iki boyutlu çalışma uzayında hareket her zaman kuş uçuşu şeklinde gerçekleşmez. Yol üzerinde robotun hareketini engelleyen kısıtlayıcılar olabilir. Bu nedenle gezgin robotlarda yönlendirme işlemleri yapılırken

yönlendirme elemanlarının, hesaplanan yörünge planına uygun şekilde ayarlanması gerekir.

Problem tanımı oldukça açık da olsa gezgin robotlarda hareket ve yörünge planlama oldukça karmaşık işlem gerektiren süreçlerden oluşmaktadır. Gezgin robotun, bulunduğu noktadan istenilen noktaya engellerden kaçınarak gelmesini sağlayacak yörünge planı ve bu planı uygularken güncelleyebilecek kapasitede olması problemi, başlı başına büyük hesapsal yükleri beraberinde getirmektedir. Tekerlekleri dolayısıyla oluşan kinematik kısıtlayıcılar ise problemi daha da karmaşık hale getirmektedir. Bu problemi tamamen çözen bir algoritmanın varlığından bahsedebilmek biraz zordur.

Bu çalışmada hedefin bulunduğu konumu görüntü işleme ile tespit edip yörünge çizen ve bu yörüngeyi hareketli engellerin konumuna göre güncelleyen yazılım ve yazılımın yönettiği, 2 çeker 1 serbest tekerleğe sahip gezgin robot donanımı uygulanmıştır.

Bu çalışma teorik modelleri daha önce çıkarılmış olan, engellerden sakınarak yörünge çizme [2] ve belirlenen yörünge üzerinde robotun hareket edebilmesi için gerekli konum, hız ve ivme bileşenlerinin zamana bağlı olarak hesaplanması [3,4] işlemleri birleştirilmiş ve donanımsal olarak uygulanmıştır.

### 2. Teorik Altyapı

#### 2.1. Hareket Denklemlerinin Çıkarılması

Bu çalışmada ele alınan tekerlekli gezgin robot nonholonomic kısıtlayıcılara sahip bir mekanik sistemden oluşmaktadır [3,4]. Bu sistem Denklem 1'de ifade edilmektedir.

$$B(q)\dot{q} = 0 \quad (1)$$

Burada  $q$ ,  $n$  boyutlu koordinat matrisi,  $B(q)$  ise  $m \times n$  boyutlu bir matristir. Lagrange çarpım kuralı uygulanarak (1) denklemi Denklem 2'de görülen forma dönüştürülür.

$$M(q)\dot{q} + V(q, \dot{q}) + G(q) = E(q)u + B^T(q)\lambda_n \quad (2)$$



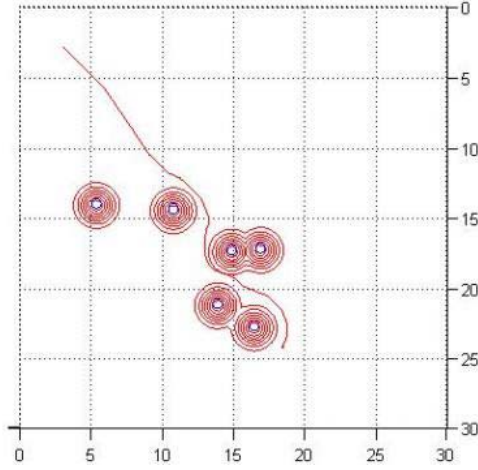
Burada  $M(q)$ , eylemsizlik matrisi;  $V(q)\dot{q}$ ,  $n$  boyutlu hız bağımlı kuvvet vektörü;  $G(q)$ , yerçekimi kuvvet vektörü;  $u$ ,  $r$  boyutlu devindirici (actuator) kuvvet/tork vektörü;  $E(q)$ ,  $m \times n$  boyutlu, genelleştirilmiş koordinat uzayında devindiricinin konum vektörü ve  $n$  ise  $m$  boyutlu Lagrange çarpım vektörüdür. Buna dayanarak Denklem 3 yazılabilir.

$$V(t) = [v_1, v_2, \dots, v_{n-m}] \quad (3)$$

Burada  $n$ , genelleştirilmiş koordinat sayısı, ve  $m$  de kısıtlayıcı sayısı olarak verilmektedir.

## 2.2. Engellerden Sakınarak Kılavuz Yol Belirlenmesi

Yol belirleme için kullanılan algoritmada, öncelikle bir alan tanımlaması yapılmakta ve bu alan içerisinde istenilen sayıda engel, bir başlangıç pozisyonu ve amaç durum atanma işlemleri yapılmaktadır. Benzetim (simülasyon) programında, belirlenen bu durumlara göre “engel fonksiyonu” ve “hedef fonksiyonu” isimli iki fonksiyon ve her iki fonksiyon için iki farklı ağırlık parametresi kullanılarak 500 adım için kılavuz yol koordinatları hesaplanmaktadır.

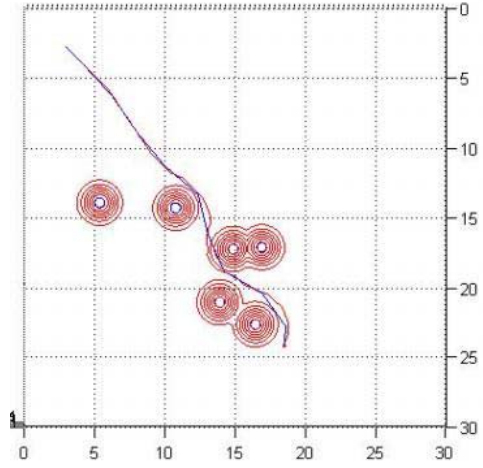


Şekil 1: Engellerden kaçınarak kılavuz yolun belirlenmesi.

## 2.3. Robotun Kılavuz Üzerinde Hareketi

Belirlenen yol üzerinde robotun hareketinin sağlanması için öncelikle kılavuz yolun uygulanabilirliğinin sağlanması için yolun doğrusallaştırılması işlemi gerçekleştirilmektedir. Bunun için “Yoldüzenle” isimli bir fonksiyon kullanılmaktadır. Bu fonksiyon bütün  $x$  ve  $y$  koordinatlarının ikili olarak kendi aralarında ortalamalarının alınarak yol üzerindeki adım sayısını azaltmaktadır.

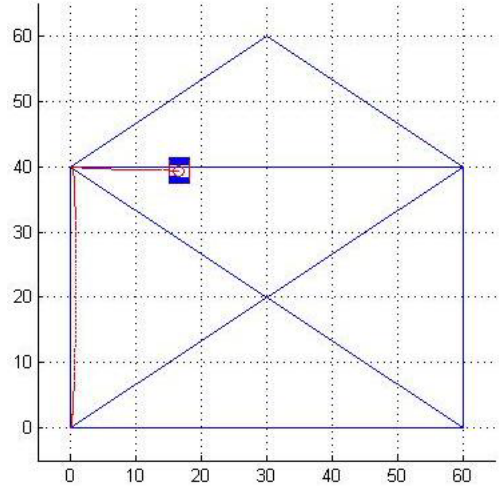
Şekil 2’de kırmızı ile görünen grafik kılavuz yolun Yoldüzenle fonksiyonunun uygulanmadan önceki yolu, mavi ile görünen grafik ise kılavuz yolun doğrusallaştırılmış halidir. Doğrusallaştırma işlemi ile kılavuz yolun adım sayısı 501 den 2-12 arasındaki değerlere indirilmekte (bu sayılar doğrusallaştırmanın seviyesine göre artırılıp veya azaltılabilir.) ve böylece robot için uygulanabilirliği arttırılmaktadır.



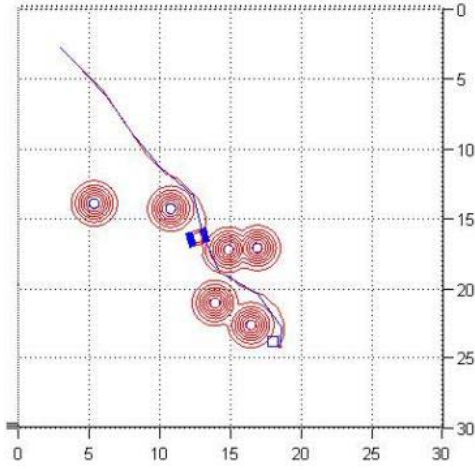
Şekil 2: Yoldüzenle fonksiyonunun uygulanması.

Yolun doğrusallaştırılması işleminden sonra gezgin robot için gereken değerler hesaplanmaktadır. Bunun için öncelikle robotun başlangıç konum, hız ve ivme değerleri robottrajectory isimli fonksiyon yardımı ile bulunmaktadır. Bu değerler 3. dereceden bir polinom yardımı ile hesaplanmaktadır. Hesaplanan bu değerler gezgin robotun dinamik denklemlerini içeren goodlang1 isimli fonksiyona başlangıç koşulları olarak girilmekte ve böylece robotun hareketi için gereken açısal hızlar, yön ve başlangıç açısı sonuçları üretilmektedir.

Sonuç olarak üretilen bu değerler gezgin robota gönderilerek hareketin gerçekleşmesi sağlanmaktadır. Böylece robotun engel bulunan bir ortamda bu engellere çarpmadan amaç duruma ulaşması işlemi gerçekleştirilmektedir.



Şekil 3: Robotun yörünge üzerinde hareketi.

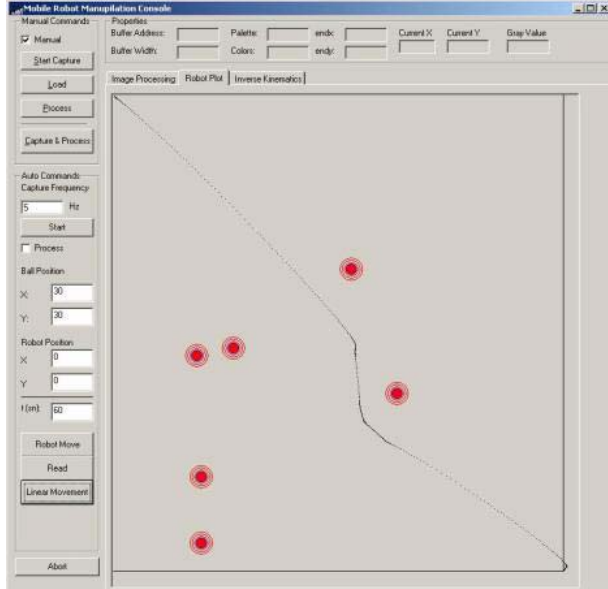


Şekil 4: Robotun Yoldüzenle fonksiyonu sonucu üretilen kılavuz yol üzerindeki hareketi.

### 3. Uygulama

#### 3.1. Yazılım

Visual Basic 6.0 üzerinde geliştirilen yazılım, görüntü işleme ile amaç konumu belirlemek, gezgin robot konum bilgisini almak ve bu bilgileri problemlerin çözüldüğü MATLAB ile haberleştirerek elde edilen verilere göre gezgin robotun yönetimini gerçekleştirmekle sorumludur. Amaç konum, bir web kamera ile siyah zemin üzerindeki beyaz nesnenin algılanması sonucu elde edilirken, gezgin robotun konumu ise robotun kendisi tarafından kablolu seri iletişimle yazılıma bildirilmektedir.. Şekil 5'te yazılımın genel yapısı görülmektedir.



Şekil 5: Robot yönetiminin yazılımsal merkezi.

#### 3.2. Donanım

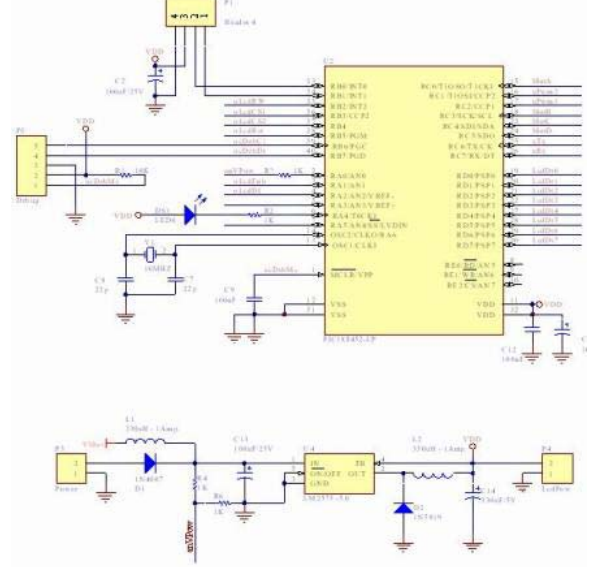
Gezgin robot uygulamasında, donanım olarak 2 motor ve bir serbest tekerden oluşan mekanik düzenek ve bu mekanik düzeneği, bilgisayar üzerindeki program ile kontrol edilmesini sağlayan bir elektronik kart ile elektronik karta robotun pozisyonunu aktarmak için kullanılan bir PS2 çıkışlı Mouse kullanılmıştır.

Mekanik sistem üzerinde iki adet 12 volt/36 rpm DC motor kullanılmıştır. Motorların redüktörlü ve yüksek torklu motorlar seçilmesi dolayısıyla güçlü bir hareket sağlanmıştır. Sistemi besleyen 16 adet 1.2Volt/2AmpHr piller ile uzun süreli çalışma için yeterli güç sağlanmıştır.

Elektronik kart üzerinde PS2 Mouse protokolünü çözmek , bilgisayar ile haberleşme ve motorları kontrol edip robotu hareket ettirmek üzere PIC18F452 işlemcisi kullanılmıştır.

Kart üzerinde görüntüleme amacı ile KS0108 işlemcili 128\*64 nokta-matris LCD kullanılmıştır. Haberleşme modülü olarak da RS232-Bluetooth modülü ve Bluetooth-USB adaptörü ile bluetooth ortamı üzerinden seri haberleşme sağlanmıştır

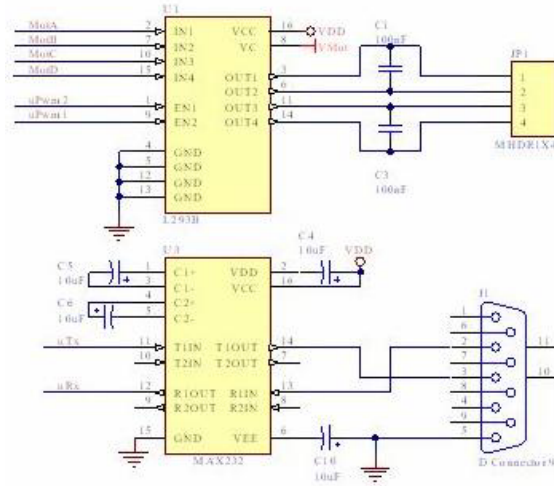
Şekil 6 ve 7'de devreye ait bağlantı şemaları görülmektedir.



Şekil 6: PIC mikro denetleyici ve optik fare devresi.

Karar mekanizması olan bilgisayar yazılımı, topun konumunu kamera ile almasına rağmen gezgin robotun bulunduğu konum hakkında bilgi sahibi olamamaktadır. Bu durum bir optik PS/2 fare kullanılarak giderilmiştir. Gezgin robotun altına yerleştirilen, fareye ait optik kısım konum sensörü olarak kullanılmaktadır. Gezgin robot hareket ettikçe, optik fare tarafından algılanan yer değişim PIC mikro denetleyiciye seri olarak iletilir.

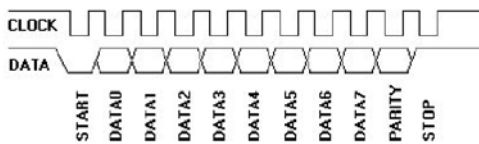
Konum algılayıcısı olarak kullanılan PS/2 fare portu eski bir standart olmak ile beraber günümüz fareleri ve işaretçiler ile beraber yeni bilgisayarlarda da desteklenmektedir. Özellikle lazer altyapısı ve optik farelerin birleşimi ile çok daha yüksek çözünürlük ve çok daha farklı çalışma ortamları desteklenmektedir.



Şekil 7: Seri haberleşme ve motor sürücü devresi.

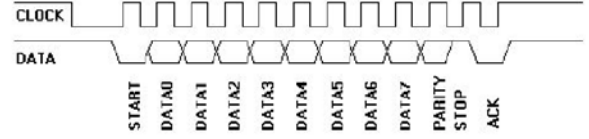
Bu çalışmada PS/2 farelerin kullanılmasının sebebi, pozisyon geri beslemesinin robota tekerleklerden bağımsız bir şekilde ve hareketin hassas bir şekilde algılanması için standart ve ucuz bir yöntem olduğu için seçilmiştir. Projemizde kullanılan lazer fare 1600 dpi çözünürlüğü desteklemekle beraber robotun altına yerleştirilmiş ve zeminle teması önlenmiştir. Zemin teması; robot hareket halinde iken takılmalara sebep olacağı ve sürtünmeyi artırıp robotun hareketini etkileyeceği için, engellenmiştir.

PS/2 fare protokolünde iki tur nokta tanımlanabilir. Birincisi bilgi haberleşmesinin düzenleyicisi olan cihaz (device) ikincisi ise bu device ile haberleşmek isteyen misafir (host) dur. Cihaz haberleşmenin düzenleyicisi olarak misafir tarafından bilgi istendiği zaman clock sinyallerinin gönderilmesini sağlar. Şekil 8'de de görüleceği üzere veri hattı clock sinyalinin 0 olduğu durumlarda ulaşılabilir.



Şekil 8: Cihaz-misafir haberleşmesi.

Clock hattı misafir tarafından bir süre 0'da tutulduktan sonra Clock sinyali device (Mouse) tarafından gönderilir ve veri misafir tarafından clock sinyalinin 1 olduğu durumlarda cihaza (fare) iletilir. Bu durum Şekil 9'da görülmektedir.



Şekil 9: Misafir-cihaz haberleşmesi.

Şekil 8 ve 9'da görüleceği üzere PS/2 fare haberleşmesinde, kontrol farenin tekelindedir. Haberleşme sırasında fare tarafından üretilen clock sinyali kullanılır. Ayrıca clock üretilmez.

Fare ile haberleşme sırasında kullanılan komutlar şu şekilde sıralanabilir:

- FFh (Reset) – Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali göndererek reset moduna girer.
- FEh (Resend) – Host son gönderilen data nin tekrar edilmesi için bunu gönderir. Data kaybı durumunda son gönderilen bilginin kaybedilmemesi için gereklidir..
- F6h (Set Defaults) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali ile cevap verir ve aşağıdaki çalışma değerlerini yuklar: Ornekleme oranı = 100, Çözünürlük = 4 counts/mm, Ölçekleme = 1:1, Data raporlama iptal edilir ve Mouse hareket sayıcılarını sıfırlayıp stream (akış) moduna geçer
- F5h (Disable Data Reporting) – Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali gönderir, data raporlamayı iptal edip hareket sayacılarını sıfırlar.
- F4h (Enable Data Reporting) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali gönderir, data raporlamayı aktif edip hareket sayacılarını sıfırlar.
- F3h (Set Sample Rate) Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali gönderir, ve host tarafından bir byte daha okur. Bu byte Mouse tarafından yeni ornekleme oranı olarak kaydedilir ve tekrar "acknowledge" (FAh) sinyali gönderilir.
- F2h (Get Device ID) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali ile beraber device ID yani cihaz kimlik numarasını gönderir ve sonrasında pozisyon sayacılarını sıfırlar. F0h (Set Remote Mode) - The mouse responds with "acknowledge" (FAh) then resets its movement counters and enters remote mode.
- EBh (Read Data) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali sonrasında hareket bilgilerini içeren bilgi paketini gönderir(Mouse'un turüne göre 3 ile 5 byte arasında değişebilir bu bilgi paketinin boyutu). Bilgi

alisi tamamlandıktan sonra Mouse hareket sayıcıları sıfırlanır.

- F0h (Set Remote Mode) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali sonrasında hareket sayıcılarını sıfırlayarak remote(kumanda) moduna girer.
- EAh (Set Stream Mode) - Mouse "acknowledge" (FAh) sinyali sonrasında hareket sayıcılarını sıfırlar ve stream(akış) moduna girer.

Standart PS/2 farelerin veri paketleri Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1: PS/2 veri paketleri

|       | Byte 1   | Byte 2             | Byte 3             |
|-------|----------|--------------------|--------------------|
| Bit 7 | X taşma  |                    |                    |
| Bit 6 | X taşma  |                    |                    |
| Bit 5 | Y işaret |                    |                    |
| Bit 4 | X işaret |                    |                    |
| Bit 3 | Daima 1  |                    |                    |
| Bit 2 | Düğme 1  |                    |                    |
| Bit 1 | Düğme 2  |                    |                    |
| Bit 0 | Düğme 3  |                    |                    |
|       |          | X hareket sayıcısı | Y hareket sayıcısı |

Fareye enerji verildiğinde sırasıyla bazı komutlar gönderilir ve farenin istediğimiz şekilde çalışması sağlanır. Bu komutlar şu şekilde sıralanır:

- 0xff Fare resetlenir.
- 0xf6 Fareye varsayılan değerler yüklenir.
- 0xf3 Örnekleme oranı yüklenir. (0x64 saniyede 100 örnekleme)
- 0xe8 Fare çözünürlüğü 0x03 8 olarak atanır.
- 0xe6 Fare ölçekleme değeri 1:1 olarak seçilir.
- 0xf0 Kumanda modu aktif edilir.
- 0xf4 Farenin veri göndermesine izin verilir.

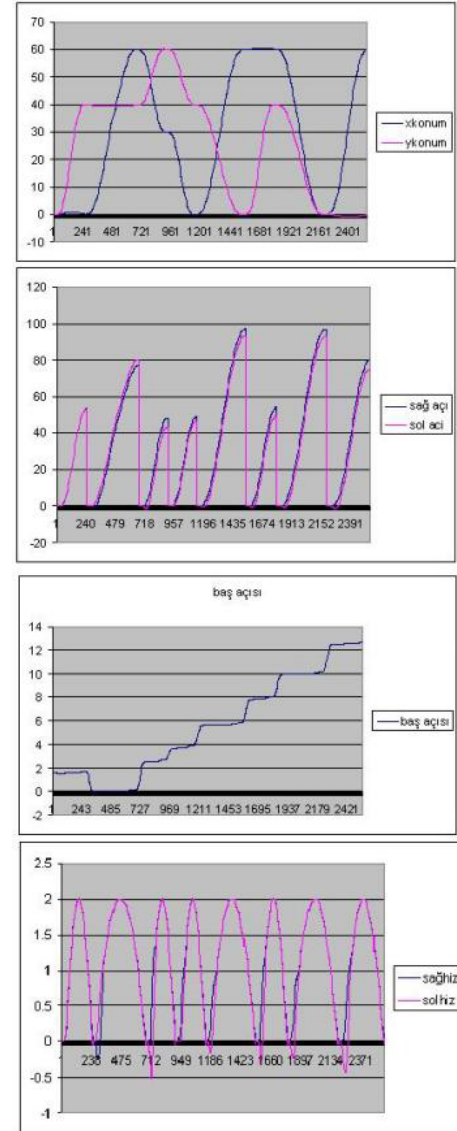
#### 4. Deneyisel Sonuçlar

Deneyler koyu renkli bir zemin üzerinde açık renkli bir hedef nesne kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Böylece, kamera ile elde edilen resmin gri tonları elde edilerek amaç noktanın tespiti kolaylaştırılmıştır. Engeller yazılıma yapay olarak elle girilmiştir ve robotun engellerden sakınarak ilerlemesi için gerekli denklemler çözülmüştür. İleri çalışmalarda görüntü işleme kısmı geliştirilerek engellerin konumu ve sayısının otomatik olarak elde edilmesi sağlanması hedef alınacaktır. Gezgin robot Şekil 8'de görülmektedir.

Şekil 3'de görülen yörünge hareketine ait bilgiler gezgin robota iletilerek benzer hareketin sağlandığı gözlemlenmiştir. Bu yörünge için yazılımın hesapladığı gezgin robota ait konum, motorlara ait açısal konum ve hız, robotun yönelme açısı bilgileri Şekil 9'da verilmiştir



Şekil 10: Gezgin robot



Şekil 11: Örnek bir hareket için benzetim sonuçları.

## 5. Genel Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada, daha önce teorik olarak çözülen problemlerin uygulaması yapılmıştır. Öncelikle, gerekli denklemlerin çözümünü gerçekleştiren yazılım tasarlanmış ve gerekli donanım yapısı da kurulmuştur. Yazılım ve donanımın haberleşmesini sağlayan bluetooth cihazı sayesinde kablosuz veri iletişimi sağlanmıştır.

## 6. Kaynakça

- [1] M. Zhang, “Continuous Methods for Motion Planning” Doktora Tezi, Pennsylvania Üniversitesi, Philadelphia, 1996.
- [2] Passino K. M., *Biomimicry for Optimization, Control, and Automation*, Springer-Verlag, London, UK, 2005.
- [3] Yamamoto Y. ve Yun X., “Coordinating Locomotion And Manipulation Of A Mobile Manipulator”, IEEE Transactions On Automatic Control, Cilt: 39, No: 6, s: 1326 – 1332, 1994.
- [4] Bayle B., Fourquet J-Y. ve Renaud M., “Nonholonomic Mobile Manipulators: Kinematics, Velocities and Redundancies” Journal of Intelligent and Robotic Systems, Volume 36 , Issue 1, s: 45 – 63, 2003.



# Elverişsiz Ortamlardaki Gezgin Robotların 3-Boyutlu Grafik Simulasyonu

AHMET DENKER<sup>†</sup>, FATİH İNCE<sup>\*</sup>, CEM KALYONCU<sup>\*</sup>

<sup>†</sup>Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi  
Girne Amerikan Üniversitesi, Girne, KKTC  
[ahmetdenker@gau.edu.tr](mailto:ahmetdenker@gau.edu.tr)  
[denker@eng.ankara.edu.tr](mailto:denker@eng.ankara.edu.tr)

<sup>\*</sup>Mühendislik Fakültesi  
Uluslararası Kıbrıs Üniversitesi, Lefkoşa, KKTC  
[cydrean@gmail.com](mailto:cydrean@gmail.com)  
[cemkalyoncu@yahoo.com](mailto:cemkalyoncu@yahoo.com)

## Özetçe

Bu çalışmada 3-boyutlu bilgisayarlı grafik yöntemleri gezgin bir robotun elverişsiz ortamlardaki navigasyonunun simulasyonuna uygulanmıştır. Animasyon safhasındaki işlemlerin minimuma indirilmesi için tel-kafes modelleme yönteminden yararlanılmış. Ardından, aydınlatma, gölgeleme, yumuşatma, doku atama yöntemiyle sanal gerçekçi görüntüler elde edilmiştir. Gezgin robotun engebeli yüzey ile teması sırasında oluşan deformasyonlar, çakışma tespiti ve temaslara verilecek tepkinin modellenmesiyle görsel olarak yansıtılmıştır. *Ray tracing* render yöntemiyle sanal gerçekçi görüntülerin oluşturulması yöntemi tamamlanmıştır.

## 1. Giriş

Uzay, sualtı vb. araştırmalarda insanoğlu doğal yaşam ortamlarının dışına çıkmaya zorlanmakta, kendisine yabancı, elverişsiz ve hatta tehlikeli ortamlarda çalışmaya sürüklenmektedir. Robotik alanındaki gelişmeler, bu gizemli, tuzak ve tehlikelerle dolu elverişsiz ortamlarda araştırmacıların yardımına koşturmaktadır. Gezgin robotlar, gerek uzayın boşluklarında gerekse okyanusun derinliklerinde araştırmacıların en büyük yoldaşı olmuştur. Son yıllarda gezgin robotlarda çeviklik (agility), uyarlanabilirlik (adaptability), akıllı algılama (intelligent sensing), hata toleransı (fault-tolerans), içsel zeka (inside intelligence) kullanımı gibi alanlarda kaydedilen gelişmeler, bu sistemlerin beklenmedik çevresel koşullarla ve öngörülmeleyen durumlarla başedebilecek becerikliliğe (versatility) ulaşmasını sağlamıştır.

Gezgin robotların bir gezegenin yüzeyi gibi insana uzak, elverişsiz ve tehlikeli ortamlarda sınanması ancak 3-boyutlu grafik simulasyon ile mümkün olabilmektedir. Bu bildiride uzay çalışmalarında kullanılan gezgin robotlardan esinlenerek grafik ortamda oluşturduğumuz bir gezgin robotun sanal bir

gezegenin elverişsiz yüzeyindeki navigasyonunun 3-boyutlu grafik simulasyonu ve animasyonu gerçekleştirilmiştir



Şekil 1 Uzay Araştırmalarında Kullanım Amaçlı bir Gezgin Robot

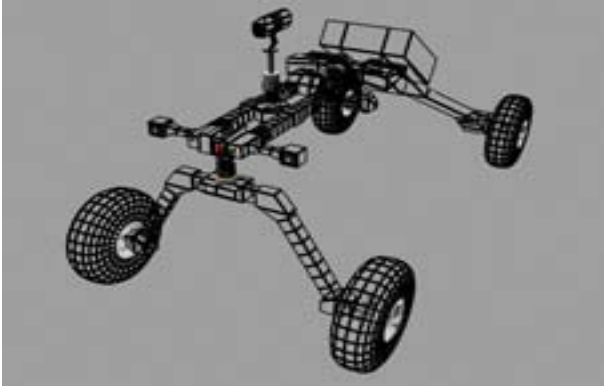
## 2. 3-Boyutlu Görüntü

Bu bildiride uzay çalışmalarında kullanılan gezgin robotlardan esinlenerek grafik ortamda oluşturduğumuz bir gezgin robot Şekil 1 de görülmektedir. Şekil 2 bu robotun animasyonu için kullanılan tel-kafes modelini göstermektedir. Sanal bir gezegenin elverişsiz yüzeyiyle robot arasındaki etkileşim ise Şekil 3 de gösterilmektedir. Gezgin robotun elverişsiz ortamdaki simulasyonuna dair adımlar aşağıda anlatılmaktadır.

### 2.1. Görünen Yüzeylerin Altına Bakış: Tel-Kafes

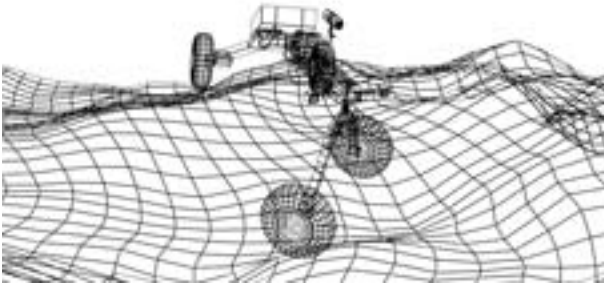
Gerek robot gerekse elverişsiz yüzeyin oluşturulmasında öncelikle polygonlardan oluşan tel-kafes(wire-frame) ler

kullanılmıştır. Şekil 2 ve 3 de bunları görmekteyiz. Tel-kafesler bilgisayar ekranında görünen resimlerin altında saklıdır. Bunlar poligon(polygon), kenar(edge) ve köşe(vertex)



Şekil 2 Gezgin Robotun Tel-Kafes Gösterimi

lerden oluşmaktadır. Sınırlamalarına karşın bu yöntemin kullanılmış olmasındaki ana neden, tel-kafese indirgermiş bilginin gerçek-zaman işlemlerinde hızla işlenebilmesidir. Daha fazla detayın kullanıldığı daha gerçekçi görüntülerde ise bu mümkün değildir.



Şekil 3 Gezgin robot ve Elverişsiz Yüzeyin Tel-Kafes Görüntüsü

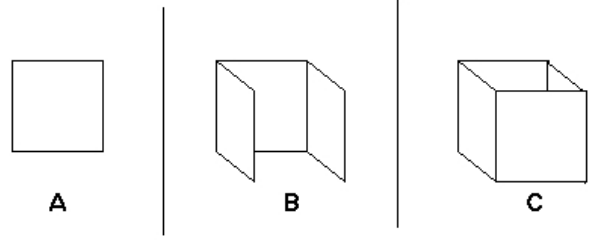
Temel yapı elemanı poligonlardır, yerleştirilme düzen ve sıraları çok önemli olup üç boyutlu grafik oluşturulmasının en zorlayıcı unsurunu oluşturur.

## 2.2. Tel Kafesin oluşturulması: Poligonların Yerleştirilmesi

Bu çalışmada kullanılan poligon yerleştirme yönteminde temel bir gözlemden yararlanılmıştır: Bize daha uzakta olan yüzeyler bize daha yakın yüzeyler tarafından bloke edilir.

Şekil 4.' de gösterilen bir küpün oluşturulmasına bakalım. Önce arka yüz (A), daha sonra iki yan yüz (B), en sonunda ise ön yüz (C) yerleştirilir. Ön yüz bittiğinde bunun daha önce yerleştirilmiş yüzleri kısmen veya tamamen bloke ettiği

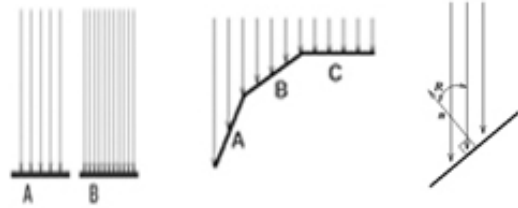
görülmür. O halde, poligonları yerleştirmek en uzaktan başlamak ve en yakın doğru bir sıra izlemek doğal çözümdür.



Şekil 4 Bir Küpün Oluşturulmasında Poligon Yerleştirme Sırası

## 2.3. Tel kafesden 3D Görüntüye Geçiş: Aydınlatma ve Gölgeleme

Aydınlatma ve gölgeleme, ışığın şiddetindeki değişime bağlı olarak renklerde bir tondan diğerine tedricen geçilmesi gözlemine dayanan, ressamlarca geliştirilmiş sanatsal bir yöntemdir. Doğruca kullanıldığında sadece ana hatları çizilmiş bir şekli 3 boyutlu bir cisim olarak sanal hayat sahnesine çıkarmaya yeterli olabilmektedir. Biz de bu yöntemi kullanarak tel-kafes görüntülerinden sanal gerçekçi görüntüleri elde etmeye çalışacağız.



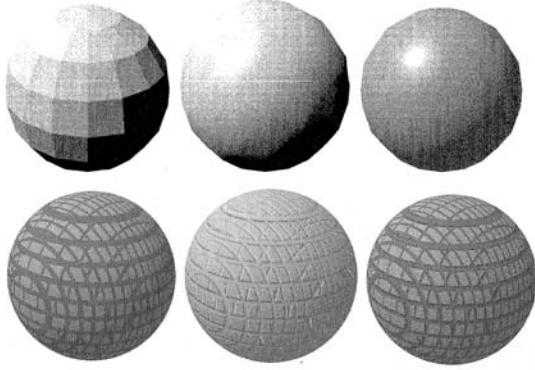
Şekil 5 Aydınlatma

Şekil 5'de gösterilen eşit alana sahip A, B, C yüzeylerini göz önüne alalım. Soldaki şekil, B yüzeyine A'nın iki katı ışık düştüğü için bu yüzeyin iki kat daha aydınlık olduğunu göstermektedir. Ortadaki şekilde ise en fazla C yüzeyinin aydınlandığı, aydınlanmanın ışık kaynağıyla yüzey arasındaki açıya bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Sağdaki şekilde bu ilişkinin bir basit geometrik ifadeyle gösterilebileceği anlatılmaya çalışılmaktadır. Işık kaynağıyla yüzey arasındaki açının kosinüsü 0 ve 1 arasında değişen, 0=siyah, 1=beyaz olmak üzere tedricen siyahdan beyaza geçen gri tonlarına tekabül eder.

## 2.4. Yüzeylerin Yumuşatılması ve Doku Atanması

Tel-kafesi oluşturan poligonların biraraya getirilmesinden oluşan kaba yüzeyli şekillere ait

nümerik işlemler daha hızlı yapılabilmekte, ancak kenarlar arasındaki geçişlerin tedrici, yüzeylerin yumuşak olması da gerçekçilik için gerekli olmaktadır. Tel-kafes objenin şeklinin anahatlarını tanımlamakla sınırlıdır. Bu modeli oluşturan poligonlar şekil bilgisini taşırlar, üzerlerine atama yoluyla renk ve doku bilgileri taşınabilir. Şekil 6’da poligonlardan oluşan kaba bir küre şeklinin aydınlatma ve gölgeleme, ardından yumuşatılma ve doku atamasıyla nasıl gerçekçi bir görünüş aldığı görülmektedir.



Şekil 6 Aydınlatılmış , Gölgelemiş, Yumuşatılmış ve Doku Atanmış bir Küre

#### 2.5. Gezgin Robotla Çevrenin Etkileşimi: Çakışmaların Modellenmesi

Çakışmaların modellenmesi gezgin robotların elverişsiz ortamlardaki navigasyonunun simulasyonu için son derece önemlidir. Gezgin robotun tekerlek lastikleri gibi esnek olan aksamalarının dış dünyayla teması ve temas anlarında alacakları yeni şekillerin gerçekçi olabilmesi buna bağlıdır.

Temas ve çakışmanın tespiti ve buna karşılık verilen tepkinin doğru simule edilebilmesi , robotu ve çevreyi betimleyen poligonlar üzerinde yapılan öçeklendirme, rotasyon ve deformasyon işlemleriyle mümkün olabilmektedir. Poligon sayılarının yüksek olması nedeniyle bu işlemler sırasında hiyerarşik bir süreç izlenmiştir.

Tespit edilen çakışmalar, robot ile çevreye ait yüzey arasında teması gösterir. Tepit edilen temslara verilen tepki ise, elastisite, viskosite, sürtünme v.b. mekanik etkileşimleri içeren çakışma modeli tarafından belirlenmiştir.

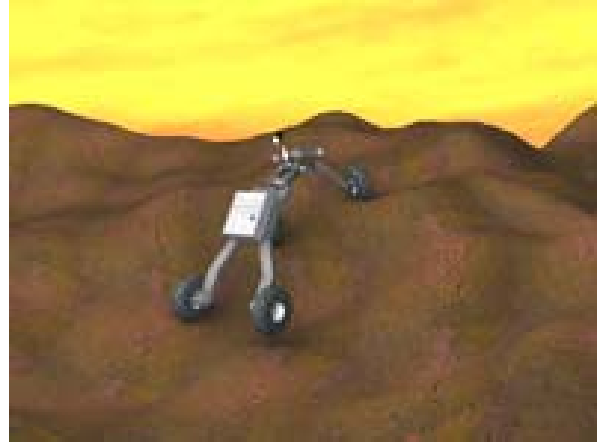
#### 2.6. Render İşlemi

Sanal gerçekçiliğe doğru sürescin son safhasında yansıma, saydam kırılma, gölgeleme ve atmosferik etkilerin de canlandırılmasına fırsat veren *ray tracing* yöntemiyle render işlemi tamamlanmıştır. Render işleminden sonra elde

edilen görüntülerden bir örnek sonuçlar bölümünde sunulmuştur.

### 3. Sonuçlar

Bilgisayarlı Grafik alanında son yıllarda kaydedilen gelişmeler, robotik alanında çok önemli bir uygulama potansiyeline sahiptir. Bu çalışmada özellikle gezgin robotların bize yabancı ve tehlikeli elverişsiz ortamlarda navigasyonunda bu tekniklerin uygulanımı gösterilmiştir. Elde edilen simulasyon ve animasyon çıktılarına ait bir örnek sonuç Şekil. 6’ da sunulmuştur.



Şekil 7 Render işleminden Sonraki Görüntü

### 4. Kaynakça

1. T. Bräunl, M. Kalbacher, P. Levi, G. Mamier, *CoMRoS: Cooperative Mobile Robots* Stuttgart, Proc. 15. Int. Conf. on Artificial Intelligence, AAAI Press, Portland OR, August 2001.
2. The GNU Project, *GNU Documentation*, online, Delorie Software, [www.delorie.com/gnu/docs/](http://www.delorie.com/gnu/docs/)
3. P. Levi, M. Muscholl, Th. Bräunl, *Cooperative Mobile Robots Stuttgart: Architecture and Tasks*, Proceedings of the 4th International Conference on Intelligent Autonomous Systems, IAS-4, Karlsruhe, March 2002, pp. 310–317 (8)









# Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Yüksek Frekans Hesaplamaları için Kablo Modellemesi

Kayhan Gülez<sup>1</sup>, Ali Ahmed Adam<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Fakültesi  
Elektrik Mühendisliği Bölümü  
34349 Beşiktaş-İstanbul  
Fax: 0212-2594869

gulez@yildiz.edu.tr, aliadam999@yahoo.com

## Özetçe

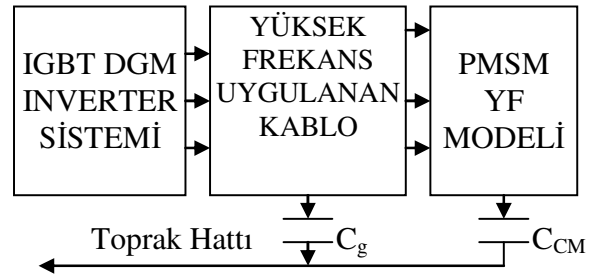
Bu çalışmada, kablo-inverter kombinasyonuna ani uygulanan dc darbe gerilimlerinin etkisi geçici rezonans açısından incelenecektir. Yükselme zamanını dikkate almaksızın yapılan analiz ve simülasyon uzun kablo uygulamalarında aşırı gerilim problemlerine neden olmaktadır. Burada inverter sisteminden gelen yüksek frekans ihtiyaçlarını karşılamakta kablo ve KMSM için bir model önerilmekte ve analiz edilmektedir. Bu model rotor referans çerçevesinde ortak mod ve diferansiyel mod etkilerinin ayrı olarak ele alınmasına izin vermektedir. Deneysel ölçümler motorun diferansiyel modda kaçak kapasitörlerinin rotor pozisyonunun bir fonksiyonu olduklarını göstermektedir. Aynı durumda motorun ortak moddaki kaçak kapasitörleri rotor mıknatısının pozisyonundan etkilenmemektedir. Önerilen ortak mod ve diferansiyel mod devrelerinin simülasyon sonuçları ElektroMagnetik Girişim (EMI) gürültü akımlarının seviyesinin kablo uzunluğu ile orantılı olarak arttığını göstermektedir. Motorun stator sargılarında bazı diferansiyel mod akımlarının akışı EMI gürültü filtresinin kullanılmasını gerekli kılan moment darbesine neden olmaktadır.

## 1. Giriş

Sıkıştırılmış hacim, yüksek güç yoğunluğu ve yüksek moment/atalet oranı, kalıcı mıknatıslı senkron motorun (KMSM) elektrikli araçlar ve robotik uygulamaları gibi yüksek performanslı sürücülerde geniş bir şekilde kullanılmasını sağlamaktadır. KMSM'nin hız veya moment kontrolünü gerçekleştirmek için genellikle ya alan yöneltmeli kontrol (AYK) ya da en popüler olan doğrudan moment kontrolü (DMK) kullanılmaktadır. Böylece, KMSM normal bir şekilde inverter sürücülerıyla beslenen sinüsoidal olmayan darbe genişlik modülasyonu (DGM) dalga şekline bağlı olmaktadır. Bu dalga şekli örnekleri ihtiyaç duyulan kontrol amacına uygun olduğu halde, ElektroMagnetik Girişim (EMI), ısınma kayıpları gibi istenmeyen durumlara sebep olan anahtarlama ve akım harmonikleri şeklinde birçok dezavantajlara sahiptir. Bunlar uzun kablo uygulamalarında gerilim yükselme hızının yüksek değerleri nedeniyle motor izolasyonunun yok olmasına da neden olabilirler [1-3].

Elektrik sürücülerinde böyle yüksek frekanslı parazitli etkileri anlamak için, istenen akımlar şekil 1'de gösterildiği gibi, her bir sürme elemanı (yani inverter sistemi), kablo karakteristikleri ve motor kaçak elemanları için uygun bir matematiksel modelleme ile parazitli akımlardan ayrıştırılmak zorundadır. İstenmeyen akım bileşenleri hem ortak mod hem de diferansiyel mod yollarından

de diferansiyel mod yollarından (EMI gürültüleri) akabilir. Ortak mod akımları, toprak hattından geçerek ac güç ünitesinin toprak bağlantısından geriye, kendisine doğru olduğu gibi, sistemin birçok elemanları arasında var olan kaçak kapasitörlerden de akmaktadır. Diferansiyel mod akımları, sistem fazlarında akmakta olup, gerekli sinyalin taşındığı faz iletkenlerinden geriye dönmektedir. Bu nedenle diferansiyel mod gürültüsü tespit edilemsi zor olan bir gürültü olup, ortak moddaki gibi aynı yoldan izlenir.



Şekil 1: Uzun kablo kullanılarak KMSM'yi süren PWM inverter sistemi

Literatürde, bazı araştırmacılar farklı başarı oranlarında asenkron motor-inverter-besleme kablo modeli üzerinde çalışmalar yürütmüşlerdir [1-9]. Erik [1] ve Annette [2, 3] bir kablunun dağılmış LC değeri ve darbe genişlik modülasyonu (DGM) inverter anahtarlama durumunun, motor izolasyonun da hataya sebep olan aşırı giriş gerilimi üzerinden yol açıldığını göstermek için yansımali dalga teorisine dayanan bir analiz sunmaktadır. Annette [3] verilen bir kablo uzunluğu için kritik bir değerin altındaki kabloya uygulanan DGM'nin inverter çıkış geriliminin  $dv/dt$ 'sini (gerilim yükselme hızı) azaltmanın dalga yansımalarından dolayı oluşan aşırı gerilimleri ortadan kaldıracağını yaptığı analizle göstermiştir.

[4-6] numaralı referanslarda, diferansiyel ve ortak mod modelleme yüksek frekansta motor modelini doğrulamak ve ortak moddan dolayı oluşan shaft gerilimleri ve yatak akımları problemini çözmek şeklinde başarılmıştır. [7,8] numaralı referanslarda hem uzun kablo hem de asenkron motor için yüksek-frekans modelleme dalga yansımalarından dolayı oluşan aşırı gerilimleri önlemek için gerçekleştirilmiştir. [9] numaralı referansta ise, EMI gürültüsünü de içeren inverterin zıt etkisinin bastırılması için simülasyon sonuçları sunulmuştur. Ancak, [4] numaralı referanstaki fırçasız dc motor için sadece ortak mod empedansının

ortak mod empedansının elde edildiği çalışma hariç, KMSM'nin yüksek frekans cevabı ile ilgili henüz çalışma yapılmamıştır.

Bu çalışmada, d-q rotor referans çerçevesinde kablo-KMSM kombinasyonu için yüksek frekans modelini analiz etmekte bir metodoloji önerilmektedir. Önerilen model, EMI gürültülerini, moment titreşimlerini gözlemlemek için yararlı olabilen geniş bir yüksek frekans aralığı sağlayacak ve azaltılmak zorunda kalınan ortak mod veya diferansiyel mod durumlarına bağlı olarak uygun bir EMI filtre modeli ve tasarımına yardımcı olacaktır.

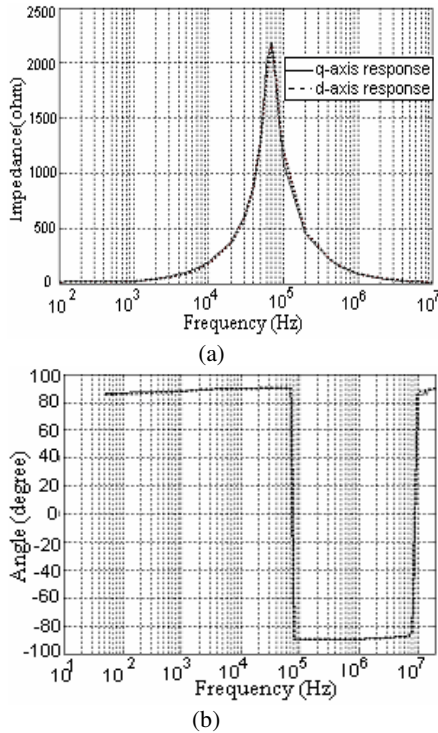
Motor çalışma bölgesi ve sargılar içinden akan ve karşılaşılması mümkün yüksek frekanslı sinyalleri dikkate alarak ve ayrı akım modları oluşturmak için, önerilen model sistem, en çok kullanılan iki yol olan diferansiyel ve ortak mod empedans cevaplarını almak için farklı frekanslarda ölçüm setlerinden meydana gelmektedir.

## 2. Yüksek Frekans (YF) KMSM Deneysel Modelleme

Ölçülen empedans davranışının incelenmesi ile, yüksek frekans cevabı için rotor referans çerçevesinde motor parametre modelini anlamak mümkündür. Deneysel ölçümler, diferansiyel mod hesaplamaları için 50Hz-20MHz aralığında ve ortak mod hesaplamaları için 10 kHz -20 MHz aralığında uygulanmıştır.

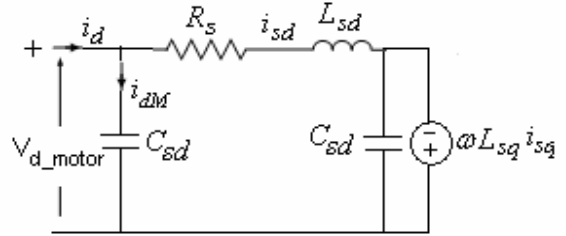
### 2.1 Diferansiyel Mod Empedansı

Diferansiyel mod parametreleri 750 Watt KMSM (MMD082A tip) motorun frekans cevabını ölçerek tanımlanmaktadır. Ölçümler motor sargı devresinin giriş empedansını denetleyerek uygulanmaktadır. Rotor pozisyonları isim olarak, direkt eksen pozisyonu ve kuadratik eksen pozisyonu şeklinde belirlenmektedir. Ölçülen empedans cevabı şekil 2'de verildiği gibidir.

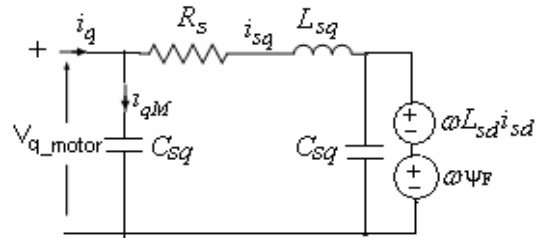


Şekil 2: Diferansiyel mod empedans karakteristikleri  
(a) Empedans genliği (b) Açık

Rotor pozisyonları, rotor dağılımının varlığı ve daimi mıknatıs alanlarının etkisiyle ölçülen kapasitörün değerini etkilediği gözlemlenmektedir. Bu noktada, motor sargıları arasındaki iki farklı kaçak kapasitör ayırt edilebilmektedir. Bunlara direkt ve quadratic diferansiyel mod kaçak kapasitörler denmektedir. Bu kapasitörler şekil 3'te gösterilen ve önerilen d-eksen ve q-eksen modellerinden rotor referans çerçevesinde tahmin edilebilir.



Şekil 3-a: rotor referans çerçevesinde d-eksen diferansiyel mod eşdeğer devre



Şekil 3-b: rotor referans çerçevesinde q-eksen diferansiyel mod eşdeğer devre

Burada:

$V_{d\_motor}$ ,  $V_{q\_motor}$ ; rotor referans çerçevesinde d ve q motor terminal gerilimi,

$i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ , rotor referans çerçevesinde d ve q stator sargı akımı,

$C_{sd}$ ,  $C_{sq}$  rotor referans çerçevesinde d ve q diferansiyel mod kapasitörler,

$L_{sd}$ ,  $L_{sq}$ , rotor referans çerçevesinde d ve q stator sargı kaçak endüktansları,

$R_s$ ; Stator kaçak direnci,

$\omega$ ; elektriksel rotor hızı radian/s,

$\Psi_F$ ; daimi mıknatıs akısı Weber.

Diferansiyel mod kapasitörler  $C_{sd}$  ve  $C_{sq}$ 'nin değerleri kendilerinin empedans rezonans denklemlerinden hesaplanmaktadır. Bu denklemler:

$$f_{DMd} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{sd}C_{sd}}} \quad (1)$$

ve

$$f_{DMq} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{sq}C_{sq}}} \quad (2)$$

$f_{DM}$  şekil 2'deki maksimum empedans değerinde rezonans frekansıdır.

$f_{DM} = 68.2$  kHz'de hesaplanan diferansiyel mod parametreleri Tablo 1'de verilmektedir.

q ve d eksen devrelerindeki direncin deri etkisinden dolayı lineer olmadığı unutulmamalıdır ve genellikle ac direnç " $R_{ac}$ " şu yaklaşıklıkla hesaplanır:

Verilen bir " $f$ " frekansında " $D$ " yarıçaplı, geçirgenliği " $\mu$ " ve iletkenliği " $\sigma$ " olan bir iletken için, nüfuz etme derinliği şu şekilde belirlenir:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (m) \quad (3)$$

Bakır için bu değer:

$$\delta = \frac{0.0661}{\sqrt{f}} (m) \quad (4)$$

Böylece, yüksek frekanslar için dalga enerjisi iletkenin yüzeyi ile sınırlandırılırken, düşük frekanslarda, telin tamamı dalga enerjisini taşımaktadır.  $f = (0.0661/D)^2$  'ye kadar,  $R_{ac}$  deri etkisinin (nüfuz etme derinliği) iletkenin tam yarıçapı olduğu yer olan dc direnç " $R_{dc}$ "'ye eşittir. Bu frekans boyunca, ac direnç aşağıdaki denkleme göre artmaktadır:

$$R_{ac} = \frac{D^2 R_{dc}}{(2D - \delta)\delta} (m) \quad (5)$$

Çok yüksek frekanslar için,  $\delta$  iletkenin  $D$  yarıçapı ile karşılaştırıldığında, çok küçüktür. Bu yüzden,  $R_{ac}$  şu şekilde tahmin edilebilir:

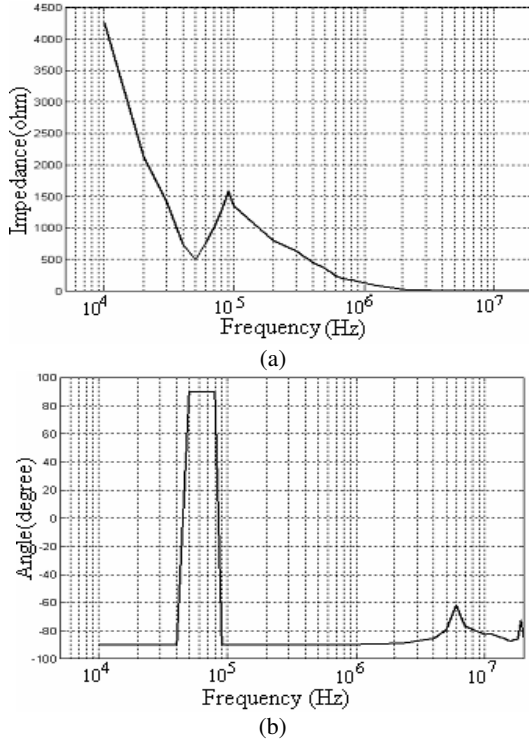
$$R_{ac} = \frac{DR_{dc}}{2\delta} (m) = 7.5643DR_{dc}\sqrt{f} \quad (6)$$

Table 1: Rotor referans çerçevesinde KMSM'nin deneysel diferansiyel mod parametreleri

|              |                |              |                |
|--------------|----------------|--------------|----------------|
| $L_{sd}$     | 2.6 mH         | $L_{sq}$     | 3.2 mH         |
| $C_{sd}$     | 2.1 nF         | $C_{sq}$     | 1.7 nF         |
| $R_s=R_{ac}$ | 0.636 $\Omega$ | $R_s=R_{ac}$ | 0.636 $\Omega$ |

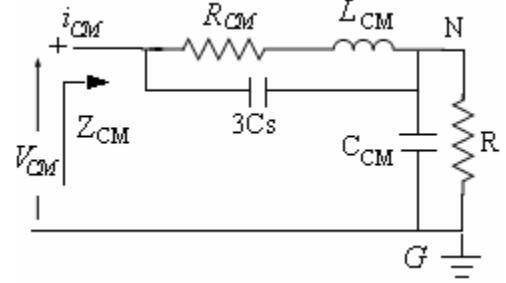
## 2.2 Ortak Mod Empedansı

Ortak mod parametreleri motorun birbirine bağlı olan üç faz sargıları ve çerçevesi arasındaki ölçülen giriş empedansını dikkate alarak belirlenir. Ölçülen giriş empedans cevabı  $Z_{CM}$  şekil 4'te gösterildiği gibidir. 10 kHz'den düşük frekanslarda empedansın çok büyük değerli (pratik olarak sonsuz) kapasitif özellikte olduğu görülmektedir. 100 kHz'den büyük yüksek frekanslar bölgesinde, bu empedans 4 MHz ve 7MHz'e yakın küçük rezonans durumunda olup, küçük değerlidir.



Şekil 4: Ortak mod empedans karakteristikleri  
(a) Empedans Genliği (b) Aç

Değişen rotor pozisyonunun ihmal edilebilir bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Bu durum, uygulanan yüksek frekanslı sinyalin geri dönüş yolu toprağa giden en kısa çerçeve yolunu izlediğinden, doğrudur. Şekil 4'te empedans cevabının incelenmesi ortak mod devresinin şekil 5'teki devreyle temsil edilebileceğini ortaya koymaktadır.



Şekil 5: Ortak mod eşdeğer devresi.

$V_{CM}$  ortak mod gerilimdir ve şu şekilde verilir:

$$V_{CM} = (V_{aG} + V_{bG} + V_{cG})/3 \quad (7)$$

$R_{CM}$  ve  $L_{CM}$  şu şekilde tahmin edilebilir:

$$L_{CM} = \frac{1}{3} \frac{L_{sd} + L_{sq}}{2} \text{ ve } R_{CM} = \frac{1}{3} R_{ac}$$

Direnç  $R$  (10 M $\Omega$ 'lar seviyesinde) sargı ve motor çerçevesi arasındaki izolasyon direncini temsil eder ve yüksek frekans cevabı dikkate alındığında ihmal edilebilir.

$C_{CM}$  motor sargıları ve çerçevesi arasındaki ortak mod kaçak kapasitörleri temsil etmektedir.  $C_s$  ise, faz sargılarına karşılık görünen kaçak kapasitör değerini göstermektedir. Bu kapasitenin değeri pratik olarak ortak mod empedans eğrisinin en düşük değerinden veya giriş empedans ilişkisinden aşağıdaki gibi ortaya çıkarılabilir:

$$Z_{CM} = \frac{1}{SC_{CM}} \frac{S^2 L_{CM}(C_{CM} + 3C_s) + SR_{CM}(C_{CM} + 3C_s) + 1}{3S^2 L_{CM} C_s + 3SR_{CM} C_s + 1} \quad (8)$$

Kaçak direnç  $R_{CM}$  'nin ihmal edilmesiyle yukarıdaki ilişkinin incelenmesi iki rezonans frekansının aşağıdaki şekilde ayırt edilebilir olduğunu gösterir.

$$f_{CM1} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_{CM}(C_{CM} + 3C_s)}} \quad (9)$$

ve nispeten yüksek frekanslarda:

$$f_{CM2} = \frac{1}{2\pi \sqrt{3L_{CM} C_s}} \quad (10)$$

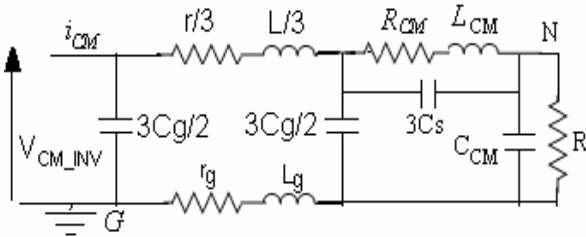
İki rezonans ( $\approx 50$ kHz,  $\approx 90$ kHz) ortak mod kapasitörlerini elde etmek için kullanılabilir. Bu noktada asenkron motordaki gibi rotor sargıları yani rotor ve stator sargılarını kuplajlayan etkin kapasitörler olmadığını hatırlatmakta fayda vardır. Fakat, stator ve rotor çerçeveleri arasında bir kapasitör etkisinin var olduğu unutulmamalıdır. Deneysel hesaplanan ortak mod parametreleri Tablo 2'de gösterilmektedir.

Table 2: KMSM'nin deneysel ortak mod parametreleri

|          |                          |
|----------|--------------------------|
| $L_{CM}$ | 0.95 mH                  |
| $R_{CM}$ | $0.0024 \sqrt{f} \Omega$ |
| $R$      | $\approx \infty \Omega$  |
| $C_{CM}$ | 7.3 nF                   |
| $C_s$    | 1.1 nF                   |

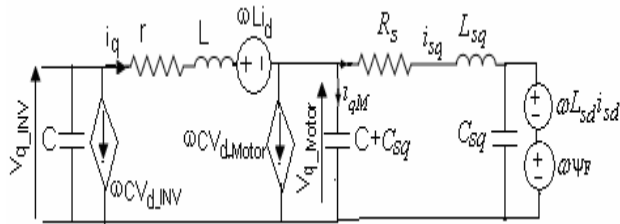
### 3. KABLO-KMSM Modelleme

Kablo-motor kombinasyonunun ortak mod sunumu şekil 6'daki gibi elde edilir.

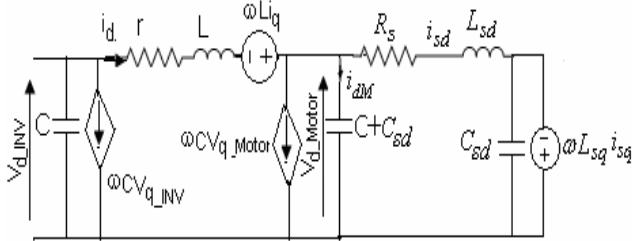


Şekil 6: Ortak mod hesaplamaları için KMSM-kablo modeli

Benzer şekilde d ve q diferansiyel mod eşdeğer devreleri Şekil 7'deki gibi elde edilir.



Şekil 7-a: Kablo-KMSM kombinasyonunun q-eksen diferansiyel mod eşdeğer devresi



Şekil 7-b: Kablo-KMSM kombinasyonunun d-eksen diferansiyel mod eşdeğer devresi

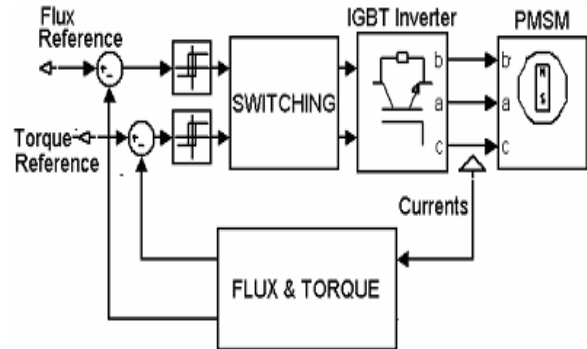
Şekil 6'daki ortak mod devresini içermek üzere, inverter anahtarlamasından dolayı meydana gelen ortak mod akımı bu devre ile türetilen giriş akımı olarak hesaplanabilir. Bu akım yükleme durumu ve rotor pozisyonundan bağımsızdır ve momentini üretimine katkıda bulunmaz. Böylece, durağan referans çerçevesinde, aynı akım motoru besleyen hatlarda eşit derecede akmaktadır.

Diferansiyel mod akımları şekil 7’de akan veya kaçak kapasitörlerden akan akım olarak hesaplanabilir. Aşağıdaki denklemler rotor referans çerçevesinde d ve q eksen diferansiyel mod akımlarını belirtmektedir.

$$i_q = \omega C(V_{d\_INV} + V_{d\_motor}) + C \frac{dV_{q\_INV}}{dt} + (C + C_{sq}) \frac{dV_{q\_motor}}{dt} + C_{sq} \frac{d\omega(L_{sd}i_{sd} + \psi_F)}{dt} \quad (11)$$

$$i_d = \omega C(V_{q\_INV} + V_{q\_motor}) + C \frac{dV_{d\_INV}}{dt} + (C + C_{sd}) \frac{dV_{d\_motor}}{dt} + C_{sd} \frac{d\omega L_{sd} i_{sd}}{dt} \quad (12)$$

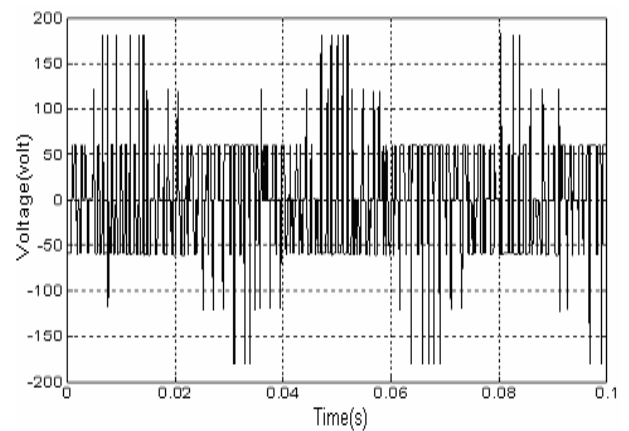
Şekil 8 KMSM'nin histeresis doğrudan moment control sisteminin temel yapısını göstermektedir [10]. Bu şekilde, inverterin anahtarlama durumları, değişken anahtarlama frekansı, bununla ilgili büyük harmonik aralık, yüksek akım dalgalanmaları ve de ortak mod ve diferansiyel mod EMI gürültüleri ile sonuçlanacak olan, sadece histeresis kontrolörlerin çıkışları durumlarını değiştirdiğinde güncellenmektedir.



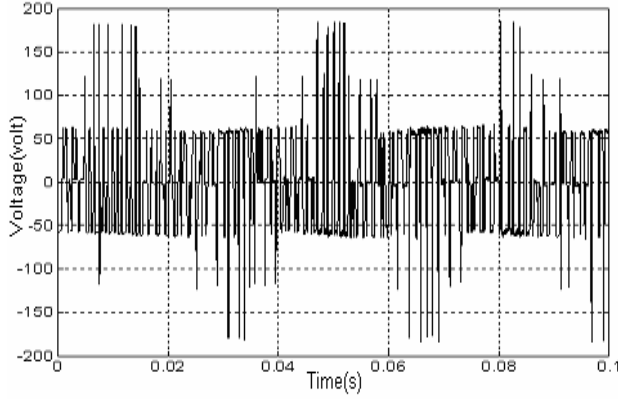
Şekil 8: KMSM'nin HDMK için temel yapısı

3. bölümde verilen denklemlerle birlikte şekil 6 ve 7’deki eşdeğer devreler şekil 8’de verilen kontrol sisteminden dolayı ortaya çıkan ortak mod ve diferansiyel mod cevaplarını elde etmek için kullanılır. IGBT inverteri motora bağlayan kablo, kendisi ve motor kaçak kapasitöründen dolayı ortaya çıkan cevapları hesaplamak için dikkate alınmaktadır. İnverter giriş gerilimi, kısa kablolu (10 m) motor hat gerilimi ve uzun kablolu (30 m) motor hat gerilimi şekil 9-11’de gösterilmektedir. Normal olarak, bu tür kontrol sistemlerinde, hat gerilimi IGBT snubber kapasitörleri ve iç yerleşim zamanından (IGBT yükselme zamanı =  $2\mu s$ ) dolayı oluşan darbeler ilave eşit darbeler şeklindedir. Hat akımları genel olarak tamamen harmonikli bozulmuş sinüsoidal dalga şekline sahiptir. (Şekil 12). Bu harmonikler daha yüksek frekanslı EMI bileşenlerinin varlığına yol açarlar.

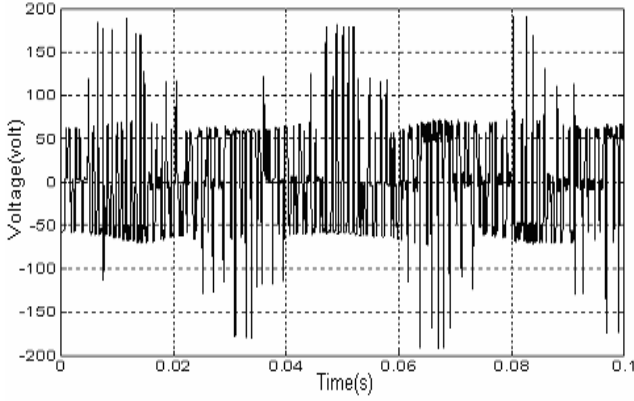
Gerilim cevabından, kablo uzunluğu büyüdükçe motor giriş gerilim darbesini arttığı görülebilir. Bu etkiler ortak mod ve diferansiyel mod cevaplarında da görülebilmektedir.



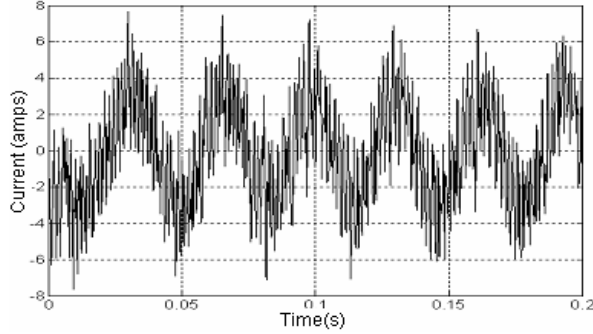
Şekil 9: Inverter terminal gerilimi ( $V_{ab}$ )



Şekil 10: Motor terminal gerilimi (kısa kablo)

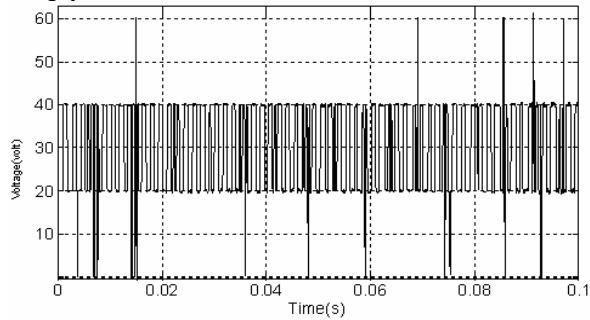


Şekil 11: Motor terminal gerilimi (uzun kablo)

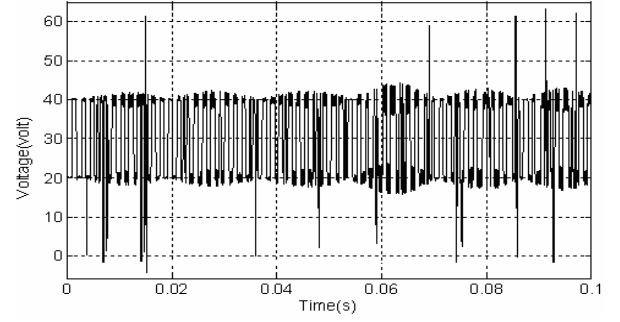


Şekil 12: Faz-a Hat akım cevabı

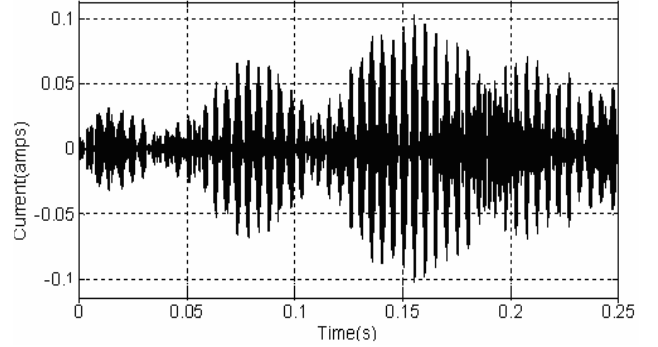
Ortak mod simülasyon gerilim sonucu şekil 13-a'da kısa kablo için şekil 13-b'de ise uzun kablo için verilmektedir. Kablo uzunluğunun artması ile gerilim genliğindeki artış gözlemlendiğinde, bu gerilimler kablo fazlarından ve motor faz sargılarında toprağa eşit olarak akan ortak mod akımlarına yol açmaktadır (şekil 14-a, 14-b). Bu akımların genlikleri kablo uzunluğuyla birlikte artmaktadır.



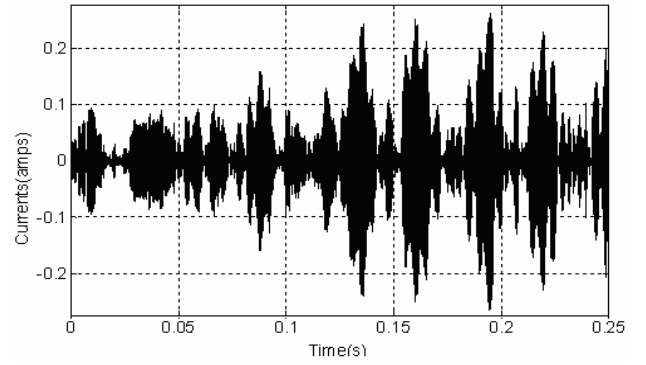
Şekil 13-a: Motor girişlerinde ortak mod gerilimi (kısa kablo)



Şekil 13-b: Motor girişlerinde ortak mod gerilimi (uzun kablo)

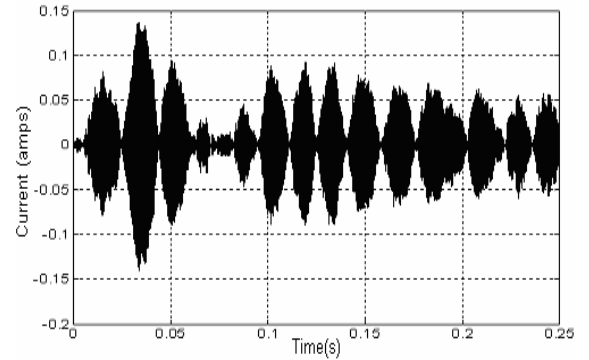


Şekil 14-a: Kısa kablolar için ortak mod akımları



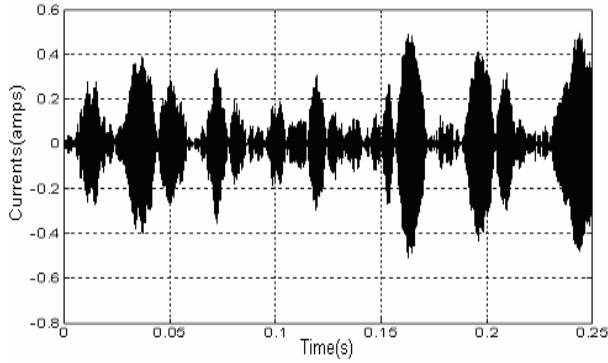
Şekil 14-b: Uzun kablolar için ortak mod akımları

Diferansiyel mod akımlarındaki simülasyon sonuçları kısa kablo için şekil 15-a ve uzun kablo için şekil 15-b'de gösterildiği gibidir. Ortak moddaki sonuçlarda olduğu gibi, diferansiyel mod akımları da kablo uzunluğu ile artmaktadır. Ayrıca, uzun kablo için, diferansiyel mod akımının genliği ortak mod gerilimin genliğinde daha büyüktür. Diferansiyel mod akımların bazıları motor sargılarından akar ve KMSM kontrolü ile ilgili moment dalgalanmasına ilave olur. Bu nedenle, bu gürültü ve akımlardan motor sargılarını korumak çok önemlidir ve bu koruma motora sağlıklı çalışma ortamı sağlar.



Şekil 15-a: Diferansiyel mod faz-a akımı (kısa kablo)





Şekil 15-b: Diferansiyel mod faz-a akımı (uzun kablo)

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, kablo-inverter kombinasyonuna ani uygulanan dc darbe gerilimlerinin etkisi geçici rezonans açısından incelenmiştir. Yükselme zamanını dikkate almaksızın yapılan analiz ve simülasyon uzun kablo uygulamalarında aşırı gerilim problemine neden olmaktadır. Burada inverter sisteminden gelen yüksek frekans ihtiyaçlarını karşılamakta kablo ve KMSM için bir model önerilmekte ve analiz edilmektedir. Bu model rotor referans çerçevesinde ortak mod ve diferansiyel mod etkilerinin ayrı olarak ele alınmasına izin vermektedir. Deneysel ölçümler motorun diferansiyel modda kaçak kapasitörlerinin rotor pozisyonunun bir fonksiyonu olduklarını göstermektedir. Aynı durumda motorun ortak moddaki kaçak kapasitörleri rotor mıknatısının pozisyonundan etkilenmemektedir. Önerilen ortak mod ve diferansiyel mod devrelerinin simülasyon sonuçları EMI gürültü akımlarının seviyesinin kablo uzunluğu ile orantılı olarak arttığını göstermektedir. Motorun stator sargılarında bazı diferansiyel mod akımlarının akışı EMI gürültü filtresinin kullanılmasını gerekli kılan moment darbesine neden olmaktadır.

#### 5. Kaynakça

- [1] Erik Persson, "Transient Effects in Application of Induction Motors", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 28, No. 5, Sep./Oct. 1992, pp. 1095-1101.
- [2] Annette von Jouanne, Dudi A. Rendusara, Prasad N. Enjeti, and James Will Gray, "Filtering Techniques to Minimize the Effect of Long Motor Leads on PWM Inverter-Fed AC Motor Drive Systems", *IEEE Transaction on Industry Applications*, Vol. 32, No. 4, July/August 1996, pp.919-926.
- [3] Annette von Jouanne and Prasad N. Enjeti, "Design Considerations for an Inverter Output
- [4] Filter to Mitigate the Effects of Long Motor Leads in ASD Applications", *IEEE Transaction on Industry Applications*, Vol. 33, No. 5, Sept/Oct 1997, pp. 1138-1145.
- [5] Boglietti member, A. Cavagnino member, M. Lazzari "Experimental High Frequency Parameter Identification of AC Electrical Motors", International Conference on Electric Machines and Drives IEEE 2005, 15-18 May 2005, pp.5-10.
- [6] Abdolreza Esmali, Baojun Jiang and Li Sun, "Modeling and Suppression of PWM Inverter's Adverse Effects" International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics ISSCAA 2006, 19-21 Jan. 2006, pp.1450-1454.

- [7] M. Schinkel, S. Weber, S. Gutkowski, W. John and H. Reichl. "Efficient HF modeling and model parameterization of induction machines for time and frequency domain simulations," IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), Dallas, TX, 19-23 March 2006, pp.1181-1186.
- [8] G. Skibinski, R. Tallam, R. Reese, B. Buchholz & R. Lukaszewski, "Common-mode and differential-mode analysis of 3 phase cables for PWM AC drives," IEEE Industry Application Society Conf., Tampa, FL, Oct 6, 2006, pp.880 - 888 .
- [9] S. Gutkowski, S. Weber, M. Schinkel, W. John, H. Reichl, "Troubleshooting and fixing of inverter driven induction motor bearing currents in existing plants of large size an evaluation of possible mitigation techniques in practical applications", IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 19-23 March 2006, pp.225-230.
- [10] Muetze, A. Binder, "Calculation of motor capacitances for prediction of discharge bearing currents in machines of inverter based drive systems," IEEE International Electric Machines and Drives Conf. (IEMDC), San Antonio, TX, May 2005, pp.264-270.
- [11] K. Gulez, A. A. Adam and H.Pastacı, "Improving the performance of hysteresis direct torque control of IKMSM using active filter topology " *Sadhana*, Vol. 31, Part 3, June 2006, pp.245-258.

## Eş Zamanlı Hız Algılayıcısız Asenkron Motorun Rotor Direncinin Genişletilmiş Kalman Filtresi ile Kestirimi

Murat Sönmez<sup>1</sup>, Mehmet Yakut<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli  
mrsonmez@kou.edu.tr

<sup>2</sup> Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli  
myakut@kou.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, asenkron motorların sensorsuz denetiminde motor modeline ait elektriksel ve mekaniksel parametre değişimlerini belirlemede Genişletilmiş Kalman Filtresi (GKF) tabanlı gözlemleyici algoritmaları kullanılarak gerçek zamanlı bir kestirim gerçekleştirilmiştir. V/Hz denetimli asenkron motor sürücüsü ile başarımları test edilen bu algoritmalar ile rotor direnci rotor hızı ile eş zamanlı olarak kestirilebilmiştir. Benzetim ve deney sonuçları önerilen yöntemlerin oldukça etkin ve dayanıklı olduğunu göstermektedir.

### 1. Giriş

Son 20 yıldır sanayide çok sıklıkla kullanılan asenkron motorun dolaylı ve doğrudan vektör denetim yöntemleriyle ilgili başarılı çalışmalar yapılmaktadır[1]. Genellikle moment-akı denetimini birbirinden bağımsız kullanılan asenkron motorun değişen parametrelerine dayalı yöntemler geliştirilmiştir. Asenkron motorun doğrusal olmayan yapısı parametre belirsizliklerinden ötürü kestirim yöntemlerinin üzerinde çalışmalar devam etmektedir[2]. Bunlardan biride rotor akısı yönlendirmeli doğrudan vektör denetimidir. Doğrudan vektör denetim yöntemi kullanılarak geliştirilen hız ve akı kestiricileri ile parametre kestirimi için geliştirilen algoritmalarda akı büyüklüğünün ve hız değerinin bilinmesi gereklidir. Bu amaçla hız için artımsal kodlayıcılar; akı içinde hall etkili bobinler kullanılması gerekir. Ek olarak ölçüm enstrumanlarının kullanılmasından dolayı donanımsal maliyetler artar. Üstelik bu kullanılan algılayıcılar çalışma koşullarından ve sıcaklıktan fazlasıyla etkilenirler. Hızın ya da akı değerinin kestirimine dayalı çalışmalar bu yüzden önem taşımaktadır.

Asenkron motorun farklı çalışma koşulları altında elektriksel ve mekanik olmak üzere belirlenen parametre değişimini gözlemlemeye dayalı çalışmalar yapılmaktadır. Söz konusu elektriksel parametre değişimi stator ve rotor dirençlerinin sıcaklık ve frekansa bağımlı elektriksel değişimlerde en önemli nedeni olarak gösterilmektedir. Özellikle, rotor hızının düşük olduğu durumlarda, rotor direncinin azalan değerinin

kontrol sistemi üzerinde istenmeyen bozucu etkilere neden olduğu bilinmektedir[3]. Stator direnç değişimi çalışma sıcaklığı ile birlikte değerlendirildiğinde asenkron motorun sıcaklık değişimi ile birlikte stator direnç kestirimine dayalı çalışmalar yapılmıştır[4]. Stator direncinin yanında rotor direncini belirlemede oldukça fazla güçlükler yaşanır. Bu nedenle rotor direncinin tanıma ya da gözlemlenebilmesi için bir takım yöntemlere ihtiyaç vardır. Sonuç olarak, rotor belirsizliklerini kestirmek için geliştirilecek yöntemler daha etkin bir yaklaşım olarak görünmektedir. Bu yöntemler; gerilim modeli, akım modeli[5] kullanılarak yapılan kestirim, genişletilmiş Luenberger gözlemleyicisi[6], uyarlamalı akı gözlemleyicisi[7], kayma kipli denetim[8], yapay zeka yöntemleri[9] ve genişletilmiş kalman filtresi gösterilebilir.

Sensörsüz vektör denetim yönteminde sistemin sürtünme ve mekanik kayıplarından ötürü sistem gürültüsü, ölçüm hatalarından kaynaklanan ölçüm gürültüsü dikkate alınması gereken bir başka belirsizliktir. Bundan dolayı genişletilmiş kalman filtresi ile asenkron motorun elektriksel ve mekanik parametrelerinin kestiriminde bu yöntemin daha başarılı olduğu söylenebilir. Çünkü genişletilmiş kalman filtresi ile sistem ve ölçme gürültüleri doğrudan hesaba alınarak, parametreler eş zamanlı olarak tanıma gerçekleştirilirken, motor modelindeki durumlarda gerçek-zamanlı olarak kestirimi de yapılabilir[10]. Bu sebepten ötürü genişletilmiş kalman filtresi ile parametre kestirimi algılayıcısız kontrolünde yaygın bir kullanım alanı bulmuştur.

Bu çalışmada, genişletilmiş kalman filtresi algoritması kullanılarak PWM evirici ile denetimi sağlanan bir asenkron motorun rotor direncinin değişimlerini gözlemlemek ve gerçek zamanlı bir kestirimi gerçekleştirmektedir.

Yapılan çalışmada genişletilmiş kalman filtresi algoritmalarında çıkış olarak ölçülen stator akımlarıyla (duran stator ekseninde) rotor hızı da kestirilmiştir. Geliştirilen kestirim algoritmaları benzetim temelli olarak asenkron motor modeli kullanılarak ya da deneysel olarak v/f denetimli motor sürücüsü PWM işaretleri asenkron motora uygulanarak daha gerçekçi bir yaklaşımla başarımları test edilmiştir. Hızın ve stator direncinin değişimleri altında farklı yükte ve düşük

hızda deneysel çalışmalar tekrarlanmış ve GKF kullanılarak başarılı kestirim sonuçları alınmıştır.

## 2. Asenkron Motor Elektriksel Modeli

Sürekli zamanda asenkron motorun elektromekanik modeli beşinci dereceden ve doğrusal olmayan bir yapıdadır. Stator akımı, rotor akımı ve rotor hızı bilinen durumlarıdır. Modelin bu şekilde tanımlanmasında çekirdek kayıpları ve sürtünmeler ihmal edilmiştir.

Duran stator ekseninde d ve q eksen üzerinden denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\dot{i}_{ds} = \frac{R_s L_r i_{ds} - \omega_r L_m^2 i_{qs} - R_r L_m i_{dr} - \omega_r L_r L_m i_{qr} - L_r v_{ds}}{a_0} \quad (1)$$

$$\dot{i}_{qs} = \frac{\omega_r L_m^2 i_{ds} + R_r L_r i_{qs} + \omega_r L_r L_m i_{dr} - R_r L_m i_{qr} - L_r v_{qs}}{a_0} \quad (2)$$

$$\dot{i}_{dr} = \frac{R_s L_m i_{ds} - \omega_r L_m i_{qs} - R_r L_r i_{dr} - \omega_r L_r L_m i_{qr} - L_m v_{ds}}{a_0} \quad (3)$$

$$\dot{i}_{qr} = \frac{\omega_r L_r L_m i_{ds} + R_s L_m i_{qs} + \omega_r L_r L_m i_{dr} - R_r L_r i_{qr} - L_m v_{qs}}{a_0} \quad (4)$$

Burada  $i_{ds}$  ve  $i_{dr}$  d eksenindeki stator akımı ve rotor akımı,  $i_{qs}$  ve  $i_{qr}$  q eksenindeki stator ve rotor akımlarıdır.  $w_r$  rotor hızı  $R_s$  stator direnci,  $R_r$  rotor direncidir. Denklemden yer alan  $T_e$ , motorun üretmiş olduğu elektriksel tork eşitliği aşağıda verilmiştir.

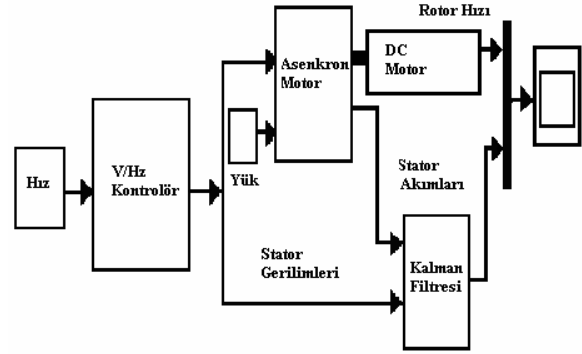
$$T_e = \frac{3}{2} p L_m (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) \quad (5)$$

## 3. GKF Tasarımı

Genişletilmiş kalman Filtresi kullanarak  $R_r$  kestirimi ile algoritma MATLAB/ Simulink programında S-fonksiyonu olarak yazılmıştır. Girişler asenkron motor modelinde bulunan d ve q ekseninde her bir sargı üzerindeki gerilimlerdir. Kestirim çıkışında motorun o andaki durumları ve  $R_r$  rotor direncidir.



Şekil 1: Kalman Filtresi  $R_r$  kestiricisi



Şekil 2: GKF ile V/Hz denetimli Asenkron Motorun  $R_r$  kestirimi

Parametre kestirimi yapılacak model durum denklemleri türünden aşağıdaki gibi verilirse;

$$x(k+1) = f[x(k), u(k)] + w_1(k) \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y(k) = Cx(k) + w_2(k)$$

Burada  $x(k) = [i_{ds}(k) \ i_{qs}(k) \ i_{dr}(k) \ i_{qr}(k) \ R_r]^T$  durum ve parametre matrisi,  $f[x(k), u(k)]$  doğrusal olmayan durum matrisi,  $w_1(k)$  süreç gürültüsü ve  $w_2(k)$  ölçüm gürültüsü olarak verilmiştir.

Geliştirilmiş Kalman Filtresi denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$K(k) = F(k)P(k)C^T [CP(k)C^T + R]^{-1} \quad (6)$$

$$x(k+1) = f[x(k), u(k)] + K(k)[y(k) - Cx(k)] \quad (7)$$

$$P(k+1) = F(k)P(k)F(k)^T + Q - K(k)[CP(k)C^T + R]K(k)^T \quad (8)$$

Burada  $P(k)$  durum kestirim hata kovaryans matrisi,  $K(k)$  kalman kazanç matrisi,  $Q$  süreç gürültü kovaryans matrisi,  $R$  ölçüm gürültü kovaryans matrisidir.

Yukarıda verilmiş kalman filtresinde başlangıç koşulları ile  $P(k-1)$  ve  $x(k-1)$  girilir. Belli zaman ötelemesi ile kalman kazancı hesaplanır. Kestirilen kalman kazancı ile yeni kestirilen durum ve yeni  $P(k)$  değeri hesaplanır.

Asenkron motor durumları ve rotor direnci kestirimini içeren kestirim vektörü aşağıda verilmiştir.

$$\hat{x}(k) = [i_{ds} \ i_{qs} \ i_{dr} \ i_{qr} \ R_r] \quad (9)$$

Asenkron motor parametrelerinin GKF ile kestirimi için  $F(k)$  aşağıda verilmiştir. Denklemlerde yer alan  $T$ ; kalman filtresi için belirlenen örnekleme zamanıdır.

$$F(k) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{R_s L_r T}{a} & \frac{-\omega_r^2 L_m^2 T}{a} & \frac{-R L_m T}{a} & \frac{-w_r L L_m T}{a} & \frac{L_{md} T}{a} \\ \frac{w_r L_m^2 T}{a} & 1 + \frac{R_s L_r T}{a} & \frac{w_r L L_m T}{a} & \frac{-R_r L_m T}{a} & \frac{L_{mq} T}{a} \\ \frac{-R L_m T}{a} & \frac{w_r L L_m T}{a} & 1 + \frac{R L_r T}{a} & \frac{w_r L L_m T}{a} & \frac{L_{sd} T}{a} \\ \frac{w_r L L_m T}{a} & \frac{-R L_m T}{a} & \frac{-w_r L L_m T}{a} & 1 + \frac{R L_r T}{a} & \frac{L_{sq} T}{a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Denklemleri için kestirim durum matrisi katsayıları ve eşitlikleri aşağıdadır.

$$\begin{aligned} a_{11} &= 1 + \frac{R_s L_r T}{a} & a_{31} &= \frac{-R_r L_m T}{a} \\ a_{12} &= \frac{-L_m^2 T}{a} & a_{32} &= \frac{L_m L_s T}{a} \\ a_{13} &= \frac{-L_m T}{a} & a_{33} &= \frac{L_s T}{a} \\ a_{14} &= \frac{-L_r L_m T}{a} & a_{34} &= \frac{L_r L_s T}{a} \\ a &= L_m^2 - L_r L_s \end{aligned} \quad (11)$$

Rotor direncini kestirim için düzenlenen  $F(k)$  yukarıda tanımları yapılan ve küçük devre parametreleri tekrar yazıldığında aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$F(k) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} w_r & a_{13} x(5) & a_{14} w_r & a_{13} x(3) \\ -a_{12} w_r & a_{11} & -a_{14} w_r & a_{13} x(5) & a_{13} x(4) \\ a_{31} & a_{32} w_r & 1 + a_{33} w_r & a_{34} w_r & a_{33} x(3) \\ -a_{32} w_r & a_{31} & -a_{34} & 1 + a_{33} x(5) & a_{33} x(4) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

GKF tasarımında rotor direncini kestiriminde kullanılan  $Q$  ve  $R$  kovaryans matrislerinde yer alan değerlerin farklı durumlarıyla kestirim tekrarlanmış  $R$  ve  $Q$  için uygun değerler denklem [13] ve [14] de verilmiştir.

### 3.1. Deney Düzenegi

Şekil 2 de verilen deney düzenegiyle asenkron motorun rotor hızı ile birlikte rotor direncini kestirmeye yönelik yeni bir uygulama verilmiştir. Burada asenkron motor bir sonraki bölümde verilen anma değerleri seçilmiş 2.2 kw lik 4 kutuplu yıldız bağlı bir a.a motorudur. Asenkron motorun miline akuple edilmiş DC motor jeneratör olarak çalışmaktadır. Bu

çalışmada asenkron motor düşük rotor hızlarında çalıştırılmış. DC motorun endüvi uçlarına bağlanmış omik yüklerle asenkron motor yük durumunda çalıştırılır. Farklı hızlarda motora uygulanan PWM gerilimleri ile sargılardan geçen akım veri toplama kartı üzerinden PC ye depolanır. Kalman Filtresine uygulanan bu girişler ile kestirici çıkışından rotor hızı ile birlikte rotor direnci gözlemlenir.

### 3.2. Benzetim Sonuçları

GKF algoritmasıyla şekil 2'de motor düzeneğinde verilen stator akımları ve gerilimleri kullanılarak benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Kestirim yönteminin başarımını test etmek için anma değerleri aşağıda verilen asenkron motordan yararlanılmıştır.

$R_s=2.90$  [ $\Omega$ ],  $R_r=1.51$  [ $\Omega$ ]  $L_s=0,2555$  [H],  $L_r=0,2555$  [H],  $L_m=0.23$  [H],  $B=0.01$  [Nm/rad/sn],  $p=2$ .  $w=1500$  RPM

GKF algoritmasında yer alan kovaryans matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$P_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

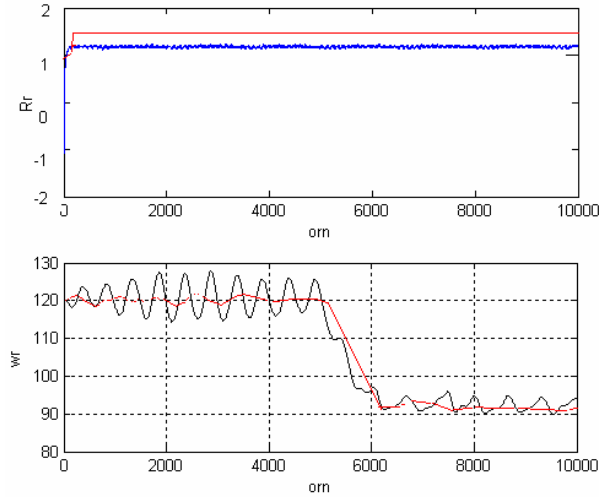
$$Q = \begin{bmatrix} 5e-9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5e-9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5e-9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5e-9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5e-8 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$R = \begin{bmatrix} 5e-4 & 0 \\ 0 & 5e-4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Asenkron motorun boşa ve yükte çalışmaları için motor miline uygulanan moment değerleri ve o andaki yeni hız değerleri tablo 1 tablo 2 ve tablo 3 de verilmiştir.

Aşağıda sonuçları verilmiş tablo 1 de yüksüz durumda 120 RPM hızında rotor direncinin kestirimi hızı sırasıyla 90, 80 ve 20 RPM e düştüğü durumlarda tekrarlanmıştır. Tablo 2 de 150 RPM rotor hızının 130, 120, 110 ve 15 RPM olduğu durumlarda  $R_r$  kestirim sonuçları verilmiştir. Hızın 200 RPM de çalıştırıldığı üçüncü aşamada hız 180, 160 ve 30 RPM yüklemeye ile  $R_r$  kestirimi Tablo 3 te sunulmuştur.

Yine tablolarda belirtilen Tork, farklı hızlarda motor milinde yüklenen momenti, hız(G) o anki gerçek ölçülen hızı göstermektedir.

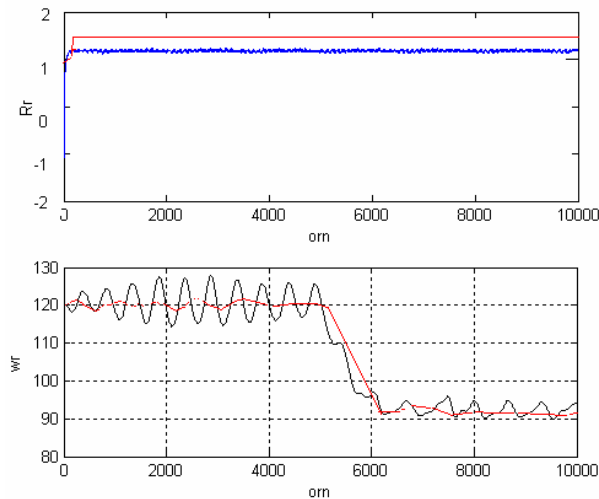


Şekil 3: Rotor hızı 120 RPM ve yükte Rr kestirimi

Yukarıda belirtildiği üzere deneyler düşük rotor hızlarında ve farklı yüklerde yapılmıştır. Buna göre şekil 3 te motor 120 RPM hızında iken 5sn sonra motor yüklenmiş rotor hızı ve direnç kestirimleri tablo 1 de sunulmuştur.

Tablo 1: GKF kullanılarak elde edilen Rr kestirim sonuçları

| Baş | Tork<br>N.m | Hız<br>rpm | Rr<br>Kes | Rr<br>S.Ç | Hız<br>(G) | Rr<br>hes |
|-----|-------------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|
| 120 | 0           | 120        | 1.57      | 1.59      | 121        | 1.51      |
| 120 | 59          | 90         | 1.62      | 1.67      | 93         | 1.51      |
| 120 | 88.5        | 80         | 1.53      | 1.54      | 83         | 1.51      |
| 120 | 116         | 20         | 1.21      | 1.43      | 30         | 1.51      |

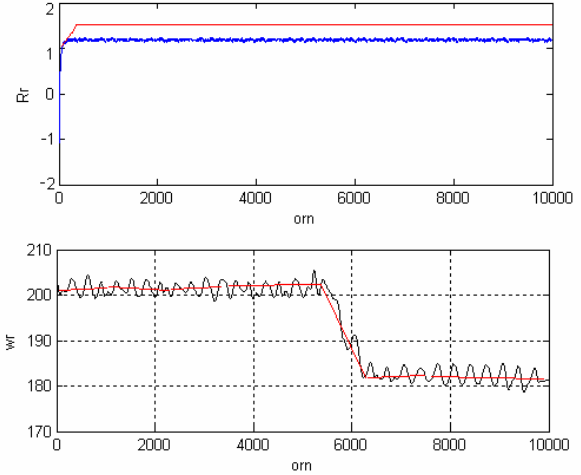


Şekil 4: Rotor hızı 150 RPM ve yükte Rr kestirimi

Motor 150 RPM hızında boşa çalışırken 5sn sonra yüklenmiş hızı 130 RPM e düşürülmüştür. Rotor direnci ( $R_r$ ) nin ve rotor hızı ( $w_r$ ) nin kestirimi şekil 4 de verilmiştir. Farklı yüklerde ve çalışmalarda elde edilen kestirim sonuçları da ek olarak tablo 2 de verilmiştir.

Tablo 2: GKF kullanılarak elde edilen Rr kestirim sonuçları

| Baş | Tork<br>N.m | Hız<br>rpm | Rr<br>kes | Rr<br>S.Ç | Hız<br>(G) | Rr<br>Hes. |
|-----|-------------|------------|-----------|-----------|------------|------------|
| 150 | 0           | 150        | 1.59      | 1.63      | 151        | 1.51       |
| 150 | 58.5        | 130        | 1.24      | 1.32      | 135        | 1.51       |
| 150 | 87          | 120        | 1.27      | 1.31      | 122        | 1.51       |
| 150 | 114         | 110        | 1.24      | 1.23      | 113        | 1.51       |
| 150 | 198         | 25         | 1.25      | 1.27      | 32         | 1.51       |



Şekil 5: Rotor hızı 200 RPM ve yükte Rr kestirimi

Benzer şekilde rotor hızının 200 RPM çalışma durumunda kestirim sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3: GKF kullanılarak elde edilen Rr kestirim sonuçları

| Baş | Tork<br>N.m | Hız<br>rpm | Rr<br>Kes | Rr<br>S.Ç | Hız<br>(G) | Rr<br>hes |
|-----|-------------|------------|-----------|-----------|------------|-----------|
| 200 | 0           | 200        | 1.57      | 1.61      | 202        | 1.51      |
| 200 | 57          | 180        | 1.25      | 1.37      | 183        | 1.51      |
| 200 | 84          | 160        | 1.27      | 1.42      | 163        | 1.51      |
| 200 | 111         | 30         | 1.44      | 1.35      | 35         | 1.51      |

Tablolarda verilen rotor direnci  $R_r$ (hes) asenkron motor modelini kullanarak hesaplanan değeridir.  $w_r$  kestirilen rotor hızı, RPM o anki motor hızlarını göstermektedir.  $R_r$ (S.Ç) ile sürekli çalışma durumunda kestirilen rotor direncidir. Sürekli çalışmadan maksat; motorun 90 dakika çalışma şartlarında elde edilen motor giriş değerlerine bağlı kestirim çalışmasıdır.

#### 4. Sonuçlar

Bu bildiride V/Hz kontrollü bir asenkron sürücü sisteminin farklı yük ve frekanslarda rotor hızı ile birlikte rotor direncinin genişletilmiş kalman filtresi kullanılarak kestirimi sunulmuştur. Geliştirilen kestirim algoritmasında kovarians matrislerinin etkileri incelenmiş ve en uygun matrisler belirlenmiştir. Bu çalışma deney ve benzetim çalışmalarıyla rotor direncinin eş zamanlı olarak kestirilebildiğinin gösterilmesi açısından önemlidir. Geliştirilen algoritma özellikle düşük hızlardaki rotor direnci değişimlerine duyarlıdır.

## 5. Kaynakça

- [1] M. Barut, O. S. Bogosyan, M. Gokasan, "Genişletilmiş Kalman Filtresi tabanlı akı, hız ve yük momenti kestiricisi," *Türk Otomatik Kontrol Konferansı (TOK 2002)*, 211-217, 2002.
- [2] M. Barut, O. S. Bogosyan, M. Gokasan, "An EKF based estimator for speed sensorless vector control of induction motors," *Electric Power Components & Systems, formerly Electric Machines And Power Systems, Taylor-Francis*, 33, 7, 727-744, 2005
- [3] B. Proca, A. Keyhani, "Identification of variable frequency induction motor models from operating data," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 17, 1, 24-31. 2002.
- [4] J. K. Al-Tayie, P. P. Acarnley, "Estimation of speed, stator temperature and rotor temperature in cage induction motor drive using the extended kalman filter algorithm," *IEEE Proceedings on Electric Power Applications*, 144, 5, 301-309. 1997
- [5] P. L. Jansen, R. D. Lorenz, D. W. Novotny, "Observer-based direct field orientation: analysis and comparison of alternative methods," *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30, 4, 945-953, 1994.
- [6] T. Du, P. Vas, F. Stronach, "Design and application of extended observers for joint state and parameter estimation in high performance AC drives," *IEEE Proceedings-Electric Power Applications*, 142, 2, 71-78, 1995.
- [7] H. Kubota, K. Matsuse, T. Nakano, "DSPbased speed adaptive flux observer of induction motor," *IEEE Transactions on Industry Application*, 29, 2, 344-348, 1993.
- [8] Benchaib, A. Rachid, E. Audrezet, M. Tadjine, "Real-time sliding-mode observer and control of an induction motor," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46, 1, 128-138, 1999.
- [9] J. O. Pinto, B. K. Bose L. E. B. Da Silva, "A stator-flux-oriented vector-controlled induction motor drive with space-vector PWM and flux vector synthesis by neural networks," *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37, 5, 1308-1318, 2001.
- [10] L. Salvatore, S. Stasi, L. Tarchioni, "A new EKF-based algorithm for flux estimation in induction machines," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 40, 5, 496 – 504, 1993.

## Belvermeye Dayalı Nano Konumlandırıcının Simulasyon Tabanlı Yapısal Analizi

Mustafa Yiğit ÖZDEMİR<sup>1</sup>, Tuna Nişli<sup>2</sup>, Serhat Yeşilyurt<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
myigit@su.sabanciuniv.edu

<sup>2</sup>Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
tuna@su.sabanciuniv.edu

<sup>3</sup>Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
syesilyurt@sabanciuniv.edu

### Özetçe

Nano konumlandırıcılar günümüzde giderek artan bir hızla, bir çok alanda kullanılan ve ihtiyaç duyulan cihazlardır. Nano konumlandırıcıların üretiminde kullanılan mevcut üretim sistemleri birden fazla parçanın montajına dayalı karmaşık yapıların kullanılmasını gerektirmektedir. Bu nedenle üretilen konumlandırıcıların duyarlılığı üretimdeki aşamalara ve montajın hassasiyetine doğrudan bağlıdır. Bu boyutlardaki uygulamalarda montajın hassasiyeti çok ciddi sorunlar teşkil etmektedir.



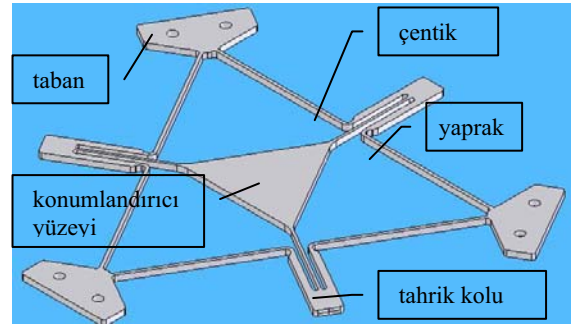
Şekil 1: Belvermeye dayalı nano konumlandırıcı

Bu soruna getirilebilecek en doğrudan çözüm, montaj kullanmak yerine, üretim kolaylığı ve dayanım açısından daha umut vadeden tek parçaya dayalı nano konumlandırıcı tasarımlarıdır (Şekil 1). Tek parça konumlandırıcılar, genelde malzemenin belverme özelliğine dayalı işleyen, burulma ve bükülmenin kontrol edilebildiği, nano konumlandırma uygulamalarına son derece uygun yapıda mekanizmalardır. Belli bir kuvvet veya moment altında önceden belirlenmiş geometrik yapının istenen yönlerde şekil değiştirmesi esasına dayanırlar.

Bu çalışmada, nano konumlandırıcı yüzeyinin, tahrik kollarındaki yer değiştirmeye bağlı olarak yaptığı hareket sonlu eleman analizi ve çeşitli bilgisayar tabanlı simülasyonlar kullanılarak ilişkilendirilmiştir. Muhtelif girdi dizilimleri ve kuvvet dağılımları uygulanarak girdi özelliklerinin çıktıyla bire-bir ilişkilendirilmesine çalışılmıştır.

### 1. Giriş

Günümüzde nano konumlandırıcılar uzay araştırmalarından elektroniğe kadar geniş bir alanda kullanılmaktadır. Bu konumlandırıcıların kontrolü teferuatlı kontrol teknikleri gerektiren son derece önemli bir konudur. Geçerli bir kontrol tekniği geliştirebilmek için nano konumlandırıcının uygulanan girdilere karşı verdiği tepkilerin incelenmesi gereklidir. Böylelikle konumlandırıcı yüzeyinde elde etmek istediğimiz yer değişim değerleri için gerekli tahrik kuvvetleri hesaplanabilir.



Şekil 2: Konumlandırıcı parçaları

Konumlandırıcının geometrik ve yapısal özellikleri uygulanan kuvvetler altında geçirdiği şekil değişiklikleriyle doğru orantılıdır. Yüksek yorulma dayanımına sahip bir materyalin kullanımı düzenli bir hareket elde etmek için en temel koşullardan biridir. Geometrik olarak belvermeye dayalı konumlandırıcılar çentikler ve yapraklar olarak adlandırılan biçimsel öğeler içerirler. (Şekil 2)

Geometrinin basitleştirilmiş temel denklemleri aşağıdaki gibidir:

1. çentik düzeltme çarpanı  $K = 0.565 \frac{t}{R} \times 0.166$  (1)

2. stres dağılım çarpanı  $K_1 = \frac{2.7t + 5.4R}{8R + E} + 0.325$  (2)

3. maksimum yer değiştirme  $q_{\max} = \frac{4KR}{K_t E_t}$  (3)

4. sertlik çarpanı  $k_{\sigma_x} F_x = \frac{Ebt^3}{6KL^2 R}$  (4)

Formüllerdeki “t” kol kalınlığı, “R” çentik yarı çapı , E Elastisite modülü, “d” taban derinliği ve “L” kol uzunluğunu tanımlamaktadır.

Konumlandırıcının geometrik kısıtlamaları yukarıdaki denklemlere dayalı olarak oluşturulmuştur, gerekirse geometrinin üzerinde çeşitli oynamalar yapılabilir.

Geometrik özellikler ve ölçüler Tablo-1’de belirtildiği gibidir:

Tablo 1: Geometrik Özellikler

| Çentikler            |            |
|----------------------|------------|
| Tahrik Kolu          | 1 mm çap   |
| Taban orta kısım     | 0.5 mm çap |
| Taban kenar kısımlar | 2 mm çap   |

| Yapraklar                      |          |
|--------------------------------|----------|
| Tabanlar arası yaprak uzunluk  | 44 mm    |
| Tabanlar arası yaprak derinlik | 1 mm     |
| Tahrik kolu uzunluk            | 26.41 mm |
| Tahrik kolu derinlik           | 0.8 mm   |
| Tüm parçanın kalınlığı         | 2 mm     |

| Orta Üçgensel Bölge |          |
|---------------------|----------|
| Kenar uzunluğu      | 35.18 mm |
| Çap                 | 6 mm     |

Bu çalışmada, MATLAB ortamında yazılan bir kod yardımıyla COMSOL simülasyon programında yürütülen analizden elde edilen bilgiler kullanılarak, konumlandırıcının pozisyonu uygulanan yer değiştirmeye bağlı olarak incelenmiştir. Konumlandırıcı üç tahrik kolunun dikey ve yatay yönde uyguladığı bükülme kuvvetlerine dayanarak çalışmaktadır. Böylece toplamda 6 eksenli girdi uyguladığımız düşünülebilir. Tahrik kollarındaki bükülmeye bağlı olarak konumlandırıcı yüzeyi de toplamda 6 eksenli hareket yapabilir (dikey, yatay, doğrusal, yalpa, devrilme, yunuslama). Yani girdiler ve çıktılar arasındaki ilişki konumlandırıcının yapısal ve geometrik özelliklerine bağlı olan 6 eksene 6 eksen eşleşmesi olacaktır.

## 2. Metodoloji

Tahrik kolundaki bükülme ve konumlandırıcı yüzeyin yer değişimi arasındaki bağıntıyı ortaya çıkarmak için COMSOL’un MEMS çoklu fizik ortamı kullanılarak çeşitli adımlar içeren bir yöntem izlenmiştir. CAD çizimleri COMSOL ortamına başarılı bir şekilde aktarıldıktan sonra sonlu eleman analizine sokulmak üzere geometri örgülenmiştir ve aşağıdaki prosedür takip edilmiştir.

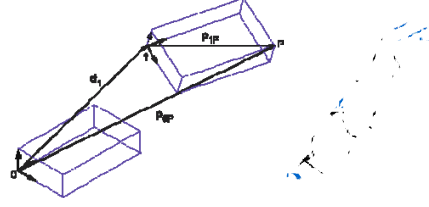
İlk olarak alt küme ayarları (madde özellikleri) Tablo 2’de belirtildiği gibi ayarlanmıştır:

Tablo 2: Alt küme ayarları

|                    |                |
|--------------------|----------------|
| malzeme:           | Titanium b-21S |
| elastisite modülü: | 105e9 Pa       |
| poisson oranı:     | 0.33           |
| yoğunluk:          | 4940 kg/m3     |

Sonrasında, geometri üzerinde sınır değerleri ve kısıtlamalar belirlenmiştir. Civata delikleri sabitlenmiş ve öngörülen kuvvetler tahrik kollarına uygulanmıştır.

Sınır değerleri ve kuvvetler belirlendikten sonra konumlandırıcı yüzeyinin koordinat sistemini meydana getirmek üzere geometri üzerinde bir takım noktalar oluşturulmuştur. Bu noktalar kullanılarak oluşturulacak aktarma matrisiyle x, y, z yönündeki öteleme ve yunuslama, yalpa ve devrilme açıları elde edilebilecektir.



Şekil 3: Koordinat Sistemleri

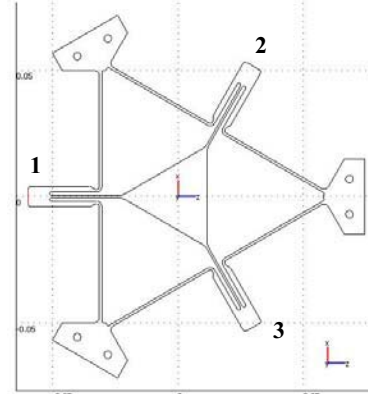
Şekil 3’te görüldüğü gibi geometri üzerinde oluşturulan noktalar orijin noktası 0 olan ana koordinat sistemini tanımlamaktadır. Simülasyon sonucunda elde edilen noktalar ise orijin noktası 1 olan koordinat sistemini temsil etmektedir. Orijin noktaları arasındaki yer değişimi kullanılarak ana koordinat sistemi 1 numaralı orijine taşınabilir. Daha sonra elde edilen bu taşınmış koordinat sistemi ve simülasyon verilerinden oluşturulan koordinat sistemi, normalize edilmiş vektörler ( $i_0, j_0, k_0, i_1, j_1, k_1$ ) şeklinde yazılır. Bu vektörler aşağıdaki dönme matrisinin oluşturulmasında kullanılır.

$$R_0^1 = \begin{bmatrix} i_1 \cdot i_0 & j_1 \cdot i_0 & k_1 \cdot i_0 \\ i_1 \cdot j_0 & j_1 \cdot j_0 & k_1 \cdot j_0 \\ i_1 \cdot k_0 & j_1 \cdot k_0 & k_1 \cdot k_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Elde edilen dönme matrisini de aşağıdaki yunuslama, yalpa ve devrilme gösterimine uygun olarak oluşturulmuş matrise eşitleyerek açılar hesaplanabilir.

$$R_0^1 = \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta & -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\theta s_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi s_\theta c_\psi \\ s_\phi c_\theta & c_\phi c_\psi + s_\phi s_\theta s_\psi & -c_\phi s_\psi + s_\phi s_\theta c_\psi \\ -s_\theta & c_\theta s_\psi & c_\theta c_\psi \end{bmatrix} \quad (6)$$

COMSOL ortamında zaman bağlı simülasyonlar çalıştırıldıktan sonra her zaman aralığı için gerekli veriler toplanır ve MATLAB’a aktararak vektörlerin, açıların ve taşınma matrisinin hesaplanmasına geçilir. COMSOL’dan alınan veriler noktaların koordinatları değil yer değişimleri olduğu için yazılan programda her bir noktaya başlangıç değerleri de eklenmiştir. Son olarak girdi verilerini sonuçlarla ilişkilendirilen grafikler çizdirilir.



Şekil 4: Koordinat sistemi yerleşimi

Farklı kuvvet düzenleri ve malzemeler için de simülasyonlar yapılarak aradaki bağıntının tam olarak ortaya çıkartılmasına çalışılmıştır. Koordinat sistemleri için Resim 3 temel



alınmıştır. Konumlandırıcı üzerindeki koordinat sistemi Şekil 4'te belirtildiği gibi yerleştirilmiştir. Kolay tanımlamalar için tahrik kolları numaralandırılmıştır.

Simülasyon adımlarının devamında tahrik kollarına dikey ve yatay kuvvetler uygulamanın ayrı ayrı sonuçları incelenmiştir. Son olarak da farklı malzemeler kullanılarak kuvvetin yer değişimine olan etkisinin maddesel özelliklerden bağımsız olarak elde edilmesine çalışılmıştır.

## 2.1 Dikey Tahrik

### 2.1.1 Tek Koldan Tahrik

Tanımlanan koordinat sisteminin z ekseninde yer alan tahrik kolunun hareket ettirilmesi (1. kol) tam bir yunuslama etkisine yol açacaktır. Ama koordinat sistemimiz konumlandırıcı yüzeyinin tam ortasına denk geldiği ve yunuslama hareketinin dönme eksenini diğer iki tahrik kolunun üzerinden geçtiği için az da olsa bir taşıma etkisi de meydana gelecektir. Bu nedenle bütünüyle eşleme yapılması ve bu taşıma etkisinin de incelenmesi gerekmektedir.

Bu simülasyon için geçişsel analiz uygulanmıştır. Böylelikle girdiler ve çıktılar için zamana bağlı bir veri kümesi elde edilmiştir. Tahrik kolunun uç noktasına 1\*t (t= saniye) N kuvveti uygulanarak girdi olarak doğrusal bir yer değiştirme elde etmek amaçlanmıştır.

### 2.1.2 Çift Koldan Tahrik

Kuvvetlerin z ekseninde yer almayan tahrik kollarının ikisine de uygulanması durumunda ortaya çıkacak sonuç tek koldan tahrikle benzer olacaktır. Bu durum sadece yunuslama hareketine yol açacaktır ve analizin ilk adımından farklı bir sonuç vermeyecektir. Bu yüzden 2. ve 3. kollardan kuvvet vermek yerine 1. ve 2. kolları hareket ettirerek hem yunuslama hem de devrilme hareketlerini gözlemlemek amaçlanmıştır. Ayrıca 2. ve 3. kollar zıt kuvvetlerle hareket ettirilerek tam bir devrilme hareketi de oluşturmaya çalışılmıştır.

Uygulanan kuvvet ve simülasyon ayarları ilk analizle aynı alınmıştır.

### 2.1.3 Üç Koldan Tahrik

Tüm kollara eşdeğer kuvvet uygulandığı takdirde konumlandırıcı yüzeyinde sadece y yönünde bir yer değiştirme gözlemlenecektir. Açılardaki değişim göz ardı edilebilecek kadar küçük kalacaktır.

Simülasyon sürecinin bu noktasında, süperpozisyon ilkesinin denenmesi için kuvvet kollarından birine (1.kol) diğerlerinin iki katı değerinde kuvvet uygulanmıştır. Böylelikle elde edilen çıktılar tek koldan tahrik ve üç koldan eşdeğer tahrik simülasyonlarıyla karşılaştırılarak süperpozisyonun geçerliliği sınanabilir.

## 2.2 Yatay Tahrik

### 2.2.1 Tek Koldan Tahrik

Tahrik kollarının hareket kabiliyeti yatay düzlemdeki hareketleri de kapsamaktadır. Tek koldan uygulanan ve kuvvet kolunun yan yüzeyine dik olan bir kuvvet, konumlandırıcı yüzeyinin yalpa hareketi yapmasına yol açacaktır. Bu durumda dönme eksenini konumlandırıcının ortasında değil bilinmeyen bir noktadadır.

### 2.2.2 Çift Koldan Tahrik

Çift koldan tahrik, tek koldan uygulandığında verdiği sonuca benzer bir yalpa hareketine yol açacaktır. Bu durumda

dönme eksenini başka bir noktaya kayacaktır. Zıt yönlerden kuvvet uygulandığı takdirde oluşan hareket, birbirlerini sıfırlayacağı için simülasyon yapılmasına gerek duyulmamıştır.

### 2.2.3 Üç Koldan Tahrik

Tüm kolların aynı teğet kuvvetle hareket ettirilmesi durumunda dönme eksenini konumlandırıcı yüzeyinin merkezinden geçen bir yalpa hareketine yol açacaktır. Yani, konumlandırıcı yüzeyinin y ekseninde düzgün bir dönme hareketi yapması için tüm kollara eşit teğet kuvvet uygulamak gerekmektedir.

## 2.3 Farklı Malzemeler

Salt girdi ve çıktı konumlarına dayanan bir formül oluşturabilmek için malzeme değişkeninin ortadan kaldırılması gerekmektedir. Bunu gerçekleştirmek için denklemlere bir malzeme katsayısı eklenebilir. Bu katsayısı bulmak için birçok değişik malzemeyle aynı simülasyon tekrarlanmış ve sonuçlar arasındaki ilişkiye dayanan bir formül geliştirilmiştir. Denenen farklı malzemelerin özellikleri Tablo 3'te belirtilmiştir.

Tablo 3: Malzeme alt küme ayarları

| malzeme:           | Titanyum beta-21S       |
|--------------------|-------------------------|
| elastisite modülü: | 69e9 Pa                 |
| poisson oranı:     | 0.33                    |
| yoğunluk:          | 2700 kg/m <sup>3</sup>  |
| malzeme:           | Yapı çeliği             |
| elastisite modülü: | 200e9 Pa                |
| poisson oranı:     | 0.33                    |
| yoğunluk:          | 7850 kg/m <sup>3</sup>  |
| malzeme:           | Alüminyum 6063-T83      |
| elastisite modülü: | 69e9 Pa                 |
| poisson oranı:     | 0.33                    |
| yoğunluk:          | 2700 kg/m <sup>3</sup>  |
| malzeme:           | Bakır                   |
| elastisite modülü: | 110e9 Pa                |
| poisson oranı:     | 0.35                    |
| yoğunluk:          | 8700 kg/m <sup>3</sup>  |
| malzeme:           | Altın                   |
| elastisite modülü: | 70e9 Pa                 |
| poisson oranı:     | 0.44                    |
| yoğunluk:          | 19300 kg/m <sup>3</sup> |
| malzeme:           | Silikon                 |
| elastisite modülü: | 131e9 Pa                |
| poisson oranı:     | 0.27                    |
| yoğunluk:          | 2330 kg/m <sup>3</sup>  |

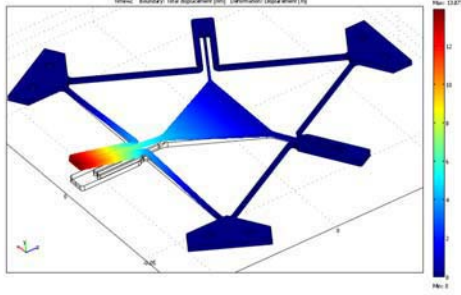
## 3. Tartışma

Metodoloji kısmında bahsedilen simülasyonlar gerçekleştirildikten sonra gerekli sonuçları elde etmek için bir dizi işlem daha uygulandı.

İlk olarak uygulanan kuvvetin kuvvet kolu hareketine olan bağıntısı ortaya çıkarıldı. Bu sayede malzeme etkisi de denklemlere eklenmiş oldu. Daha sonra, girdi olarak kabul edilen tahrik kollarındaki yer değiştirme değerleri ve çıktı olarak kabul edilen konumlandırıcı yüzeyinin yer değiştirme

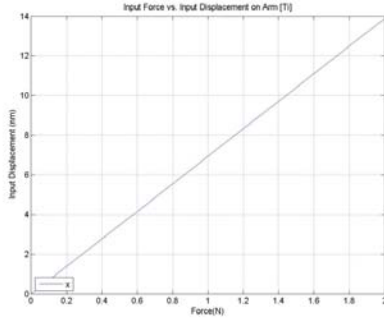
değerleri dönme etkisini de kapsayacak şekilde ilişkilendirildi. Bu çalışma ayrıca eşleştirme işleminin doğrusallığını denetleme imkanı da sunacaktır.

Son olarak çeşitli modellerle üst üstelik ilkesi kontrol edilecektir. Sonuçları yorumlamada kolaylık olması açısından ilk olarak 1 numaralı kola kuvvet uygulanmış ve 5. Resimde görünen sonuçlar elde edilmiştir.



Şekil 5: Yer değiştirme grafiği

Kuvvet uygulanan tahrik kolu üzerindeki noktalardan toplanan verilerin MATLAB koduna aktarılmasıyla, uygulanan kuvveti yer değiştirmeye oranlayan grafik elde edilmiştir (Resim 6)..



Şekil 6: Kuvvet-Yer değiştirme Grafiği

Resim 6'da görüldüğü üzere tahrik koluna uygulanan düzgün artıslı bir kuvvetin ortaya koyduğu yer değişim doğrusal bir davranış sergilemektedir. Sadece %0.04509'luk bir sapma kaydedilmiştir ve göz ardı edilebilir değerlerde kaldığı gözlemlenmiştir. Tablo 4'te farklı malzemeler için hesaplanan kuvvet-yer değiştirme eğimleri incelenebilir.

Tablo 4: F/d değerleri

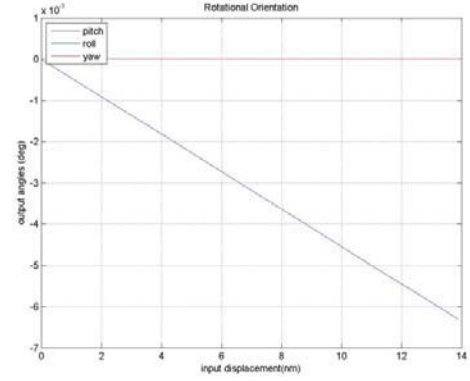
| Malzemeler | E         | $\nu$ | $m=F/d$                     |
|------------|-----------|-------|-----------------------------|
| Titanyum   | 105e9 Pa  | 0.33  | 0.14486 ( $\frac{nm}{N}$ )  |
| Aluminyum  | 69e9 Pa   | 0.33  | 0.095193 ( $\frac{nm}{N}$ ) |
| Silikon    | 131e9 Pa  | 0.27  | 0.18449 ( $\frac{nm}{N}$ )  |
| Bakır      | 110e9[Pa] | 0.35  | 0.1508 ( $\frac{nm}{N}$ )   |
| Altın      | 70e9      | 0.44  | 0.093304 ( $\frac{nm}{N}$ ) |

Bu sonuçlara göre metaller için eğim elastisite modülüyle ters orantılı olarak değişim göstermektedir. Öte yandan ametal silikonun malzeme olarak kullanıldığı simülasyonlarda eğimi elastisiteyle bağdaştıran hiçbir oran bulunamamıştır.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{E_2}{E_1} \quad (7)$$

Asıl bulunması hedeflenen bağıntı, tahrik kolundaki yer değiştirmeyi konumlandırıcı yüzeyinin yer değişimine eşleştiren bağıntıdır. Tüm açı ve konum değerleri için çeşitli modeller kullanılmıştır. Resim 7; yunuslama, yalpa ve devrilme açılarının koldaki kaydırıma bağlı olarak değişmesinin grafiğidir. Tek koldan tahrik incelendiği için baskın açı yunuslama açısıdır. Y yönündeki yer değişimi kayda değer tek yer değişim olarak ortaya çıkmıştır ve en fazla 2mm yükselme olduğu gözlemlenmiştir. Grafiklerden hesaplanan eğimden aşağıdaki katsayı elde edilmiştir

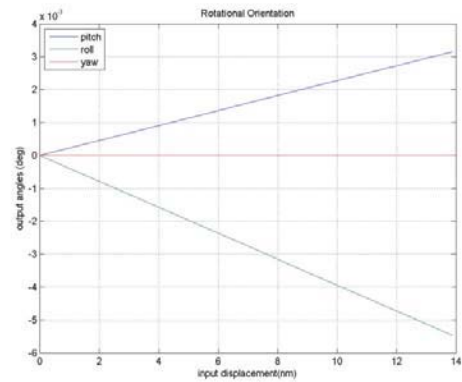
$$r_1 \times k_p = \phi \Rightarrow k_p = 454.2 \times 10^{-6} (\frac{^\circ}{nm}) \quad (8)$$



Şekil 7: 1. koldan tahrik sonuç grafiği

Aynı kuvvetin 2. kola uygulanması durumunda meydana gelecek sonuçlar daha farklı olacaktır. Merkez koordinat sisteminin yerleşimi nedeniyle oluşacak hareket yunuslama ve devrilmenin birleşimi şeklinde gözlemlenecektir. Resim 8'i oluşturan bilgilere dayanarak devrilme ve yunuslama için katsayılar aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned} (r_2 \times k_p) + (r_2 \times k_r) &= \phi + \theta \\ k_p &= 227.26 \times 10^{-6} (\frac{^\circ}{nm}), \\ k_r &= 393.52 \times 10^{-6} (\frac{^\circ}{nm}) \end{aligned} \quad (9)$$



Şekil 8: 2. koldan tahrik sonuç grafiği

3. koldan da kuvvet uygulanarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlardaki ufak oynamalar örgülemeledeki duyarlılık yetersizliğinden kaynaklanmaktadır.

$$\begin{aligned}
(r_3 \times k_p) + (r_3 \times k_r) &= \theta + \phi \\
k_p &= 399.16 \times 10^{-6} (\text{°/nm}), \\
k_r &= 235.13 \times 10^{-6} (\text{°/nm})
\end{aligned}
\quad (10)$$

Bir başka veri kümesi de 2. ve 3. kollardan zıt yönlerde uygulanan kuvvetlerin ortaya koyduğu sonuçlar için toplanmıştır. Bu kuvvet formasyonunda, aşağıdaki kat sayıya bağlı, z ekseninde salt bir dönme hareketi oluşmuştur.

$$r_{2,3} \times k_r = \theta \Rightarrow k_r = 778.63 \times 10^{-6} (\text{°/nm}) \quad (11)$$

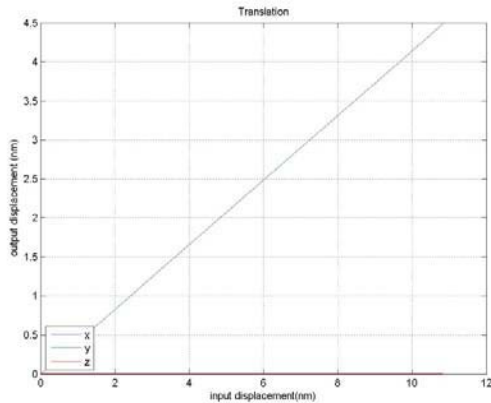
Tutarlılık analizi amacıyla bütün kollara uygulanan kuvvetlerin farklı zaman aralıkları için aldıkları değerleri birbirleriyle karşılaştırma yoluna gittik. Bu durumda 2. kola 1.2N kuvvet uygulandığı anda (1.2. saniyede) 0.0038 derecelik bir devrilme açısı gözlemlenirken tahrik kolundaki ötelenme miktarı y yönünde 8.3186nm olarak ölçülmektedir. 2. ve 3. koldan zıt kuvvetler uygulandığı takdirde aynı devrilme açısının elde edildiği değer 0.6N-0.8N ve 3.956-6.184 nm ötelenme aralıklarında çıkmaktadır. Çözünürlüğü arttırmak amacıyla aynı simülasyonu 0.1'lik zaman aralıklarıyla tekrar çalıştırıp 0.7N kuvvet uygulandığında 0.003895 derecelik bir devrilme açısı elde edildiği ortaya çıkmıştır. Daha ileri analizlerle bulunan veriler ışığında farklı kollardan kuvvet uygulanması durumunda oluşan devrilme açısı aşağıdaki denklem ile ilişkilendirilebilir.

$$\frac{k_{r_{2-3}}}{k_{r_2}} = \frac{F_{2-3}}{F_2} \quad (12)$$

Dikey kuvvetler için toplanan son veri kümeleri üst üstelik kuramının denenmesi için kullanılmıştır.

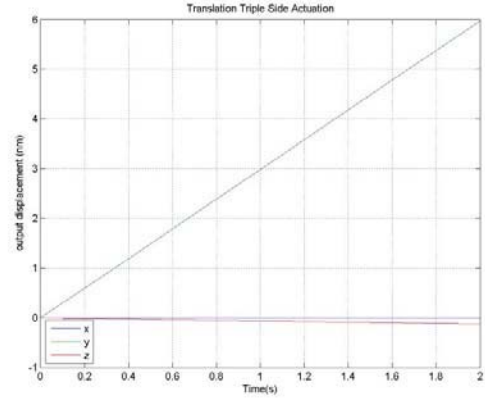
İlk olarak, üç koldan da eşit kuvvetin uygulanmasıyla Resim 9'da görünen salt y-ekseninde meydana gelen yer değişim incelenmiştir. Aralarındaki katsayı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$r_{1,2,3} \times k_y = y \Rightarrow k_y = 414.32 \times 10^{-3} (\text{°/nm}) \quad (13)$$

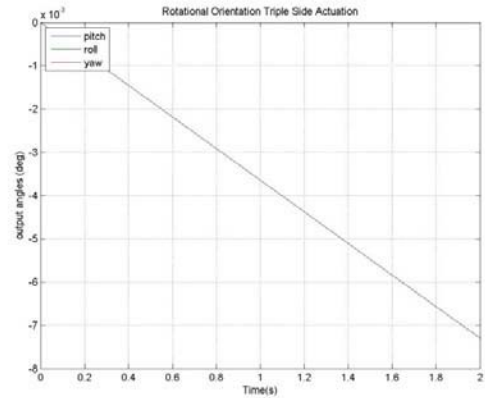


Şekil 9: Eş kuvvetli üç koldan tahrik

Üst üstelik özelliğini test etmek amacıyla 1. kola 2\*t N büyüklüğünde bir kuvvet uygulanırken diğerlerine 1\*t N uygulanmıştır. Bu şekilde uygulanan kuvvetlerin verdiği sonuçlar daha önce elde edilen tek koldan ve üç koldan tahrik verilerinin toplamıyla bağlantılı çıktığı takdirde üst üstelik kuramının geçerliliği kanıtlanmış olacaktır.



Şekil 10: Üst üstelik kuramında ötelenme



Şekil 11: Üst üstelik kuramında dönme

Yürütülen simülasyonlar sonucunda ortaya çıkmıştır ki, üst üstelik kuramı, yani kuvvete bağlı oluşan konumlandırmaların ayrı ayrı toplanmasıyla aynı anda uygulanmasının benzer sonuçlar vermesi durumu, sadece öteleme durumu için geçerlidir.

Dönme hareketlerinde (yalpa, yunuslama, devrilme) ise üst üstelik sadece belli bir hareket temel alınarak uygulanabilir. Birden fazla hareket analiz edildiğinde doğrusal olmayan terimler denklemlere dahil olacak ve dördüncü dereceden çentik düzeltme faktörü, stress yoğunluk faktörü gibi sabitleri içeren bir yapıya bürünecektir. Bu denklem konumlandırıcının temel denklemlerinden aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{6.73379 \times Ebt^4}{\left( \frac{2.7t + 5.4R}{8R + E} + 0.325E_t \right) \times 6KL^2} \quad (14)$$

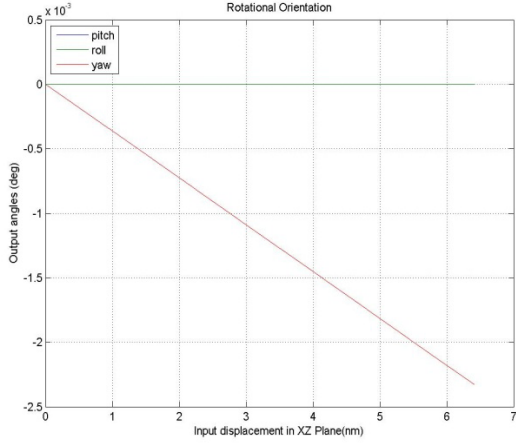
Görüldüğü üzere bu denklemde 'k' katsayısı kullanılan maddenin stres-gerilim grafiğine bağlı olarak değişmektedir ve doğrusal olmayan bir davranış göstermektedir. Bu nedenle aradaki bağıntıyı herhangi bir sabitle ifade etmek mümkün olamaz. Sonuç olarak üst üstelik kuramının konumlandırıcıya bütünüyle uygulanmadığını söyleyebiliriz.

Metodolojinin son aşamasında teğet kuvvetler uygulanarak yalpa hareketinin özellikleri incelenmiştir. Tam y ekseninden geçen bir dönme hareketi elde etmek için üç kola birden eşit teğet kuvvet uygulanmıştır ve analizin kolaylığı açısından sonuçlar kısmında sadece bu durum değerlendirilecektir.

Teğet kuvvetlerin uygulanması durumunda sıkıntı yaratan olay, uygulanan kuvvet vektörünün x ve z olmak üzere iki

farklı bileşenden oluşuyor olmasıdır. Bu sorunu aşmak için ikisinin bileşke vektörü girdi değerleri olarak alınmıştır. Salt yalpa hareketini girdilere ilişkilendiren katsayı aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$r_{1,2,3} \times k_y = \psi \Rightarrow k_y = 778.63 \times 10^{-6} (\%/nm) \quad (15)$$



Şekil 12: Eş kuvvetle üç koldan dönme hareketi

#### 4. Sonuç

Herşeyin giderek küçülen ölçeklere sığdırıldığı günümüzde, yürüttüğümüz çalışmadan çıkarılacak sonuç: belvermeye dayalı konumlandırıcı sayesinde istenen 4 eksenli hareket 0.1N - 2N büyüklüğündeki kuvvetlerle ortalama  $1e^{-6}$  derece ve  $1e^{-12}$  metre çözünürlüğünde elde edilebilir. Bu kuvvet değerleri piyasadaki çoğu piezo-konumlandırıcının konumlandırıcı tasarımına uyarlanabileceği ölçeklerdedir.

Aslında çalışmamızın kilit noktası 4-eksene sahip üçgensel bir koordinat sistemini evrensel 3 eksenli koordinat sistemine eşlemektir. Bu bağlamda COMSOL ve MATLAB arasında veri işleme teknikleri kullanılarak ve örgüleme kalitesini artırarak tutarlı sonuçlar elde edildi.

Bunların da ötesinde konumlandırıcı mekanizmanın farklı malzemelere karşı gösterdiği tepkileri de inceleme fırsatı bulduk ve metallerin doğrudan elastikiyet modülüne bağlı olarak benzer tepkiler verdiğini inceledik. Öte yandan ametaller için herhangi bir sonuca ulaşamadık.

Ayrıca farklı kollardan uygulanan kuvvetlerin yarattığı etkilerin incelenmesiyle konumlandırıcının kontrol edilebilmesi için gerekli temel denklemlerin elde edilmesine çalışıldı. Buna ek olarak üst üstelik kuramının geçerliliği de test edilip konumlandırıcımıza uygulanamadığı sonucuna varıldı.

Yürüttüğümüz simülasyonlar sırasında konumlandırıcının açısız hareketlerindeki parazitik hata payının konumlandırıcı yüzeyinin  $1e^{-3}$  seviyesinde bir öteleme hareketi yapıyor olmasından kaynaklandığını keşfettik ve bu ötelenmeyi de hesaplamalarımıza eklemeye karar verdik. Böylece ortaya çıkan çözüm yöntemi bir çok belvermeye dayalı konumlandırıcının hareketlerinin analizine uygulanabilecek bir yöntem oldu. Konumlandırıcının koordinat sistemi ötelenme sonrası ölçülen noktaya taşınarak ve son veriler ışığında açısız yönelimi de hesaplanarak girdiler ve çıktılar arasında eşleme yapılması olanaklı hale gelmiştir.

#### 5. Teşekkür

Bu çalışmada bizden yardımlarını sakınmayan hocalarımız Volkan Patoğlu ve Güllü Kızıldaş Şendur'a ve asistanımız Ahmet Fatih Tabak'a teşekkür ederiz. Ayrıca aynı konuyu yönetimde daha detaylı bir biçimde bitirme projesi olarak yaptığım sevgili hocam Asif Şabanoviç'e teşekkürü bir borç biliriz.

#### 6. Kaynakça

- [1] M. W. Spong, M. Vidyasagar 'Robot Dynamics and Control', 1989, ISBN: 0-471-61243-X
- [2] Bending. (2007, May 27). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 18:54, June 21, 2007, from <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bending&oldid=133759121>
- [3] A.G. Erdman, G.N. Sandor, Sridhar Kota, 'Mechanism Design - Analysis and Synthesis', 2001, ISBN: 0-13-040872-7
- [4] Shigley, Joseph Edward, 'Mechanical engineering design', 2001, ISBN: 071181865  
Young's modulus. (2007, June 14). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 18:54, June 21, 2007, from [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Young%27s\\_modulus&oldid=138083331](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Young%27s_modulus&oldid=138083331)
- [5] Strength of materials. (2007, June 20). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 18:55, June 21, 2007, from [http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Strength\\_of\\_materials&oldid=139436749](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Strength_of_materials&oldid=139436749)

# Sürekli Mıknatıslı Eşzaman Motorlar İçin Akım Ve Hız Kestirimi

Kamil ORMAN<sup>1</sup>, Adnan DERDİYOK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Endüstriyel Elektronik Bölümü  
Meslek Yüksekokulu, Erzincan Üniversitesi, Erzincan  
korman@atauni.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Mühendislik Fakültesi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum  
derdiyok@atauni.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, sürekli mıknatıslı eşzaman motorlarının (PMSM) hız kestirimi için bir yaklaşım sunulmuştur. Önerilen algoritmada makinenin giriş akımları ve gerilimleri kullanılarak bir akım gözlemci modeli geliştirilmiştir. Sunulan model süresiz zıt elektromotor kuvvetinin (emk) bileşenlerini içerdiğinden bunları sürekli hale getirmek için alçak geçiren filtre kullanılmıştır. Önerilen yapı benzetim ortamında test edilmiş ve PMSM için başarılı sonuçlar vermiştir.

## 1. Giriş

Fırçasız doğru akım motorları bilgisayarlar, otomatik büro makineleri, imalat robotları, hassas makineler ve birçok elektronik sürücülerde kullanılmıştır. Fırçasız doğru akım motorları diğer doğru akım motorlarına göre daha basit kontrol edilebilme, yüksek tork, yüksek verim, küçük boyut gibi avantajlara sahiptir. Ayrıca doğru akım motorundaki rotor ve statorun pozisyon değiştirmesiyle fırçalar ve komütatörlerde mekanik yıpranma gibi problemler oluşur ve fırça bakımı uzun zaman gerektirir. Sürekli mıknatıslı eşzaman motorunu kontrol etmek için motorun pozisyonunu bilmek gereklidir. Değişken-hız sürücü sistemlerinin çoğunda rotor pozisyon açısı bir shaft pozisyon duyarı tarafından optik olarak ölçülür. Bununla birlikte bir duyarın kullanımı sürücünün fiyatı, güçlük ve güvenilirlik bakımından dezavantaj oluşturur. Son yıllarda pozisyon duyarsız fırçasız motorların performansını geliştirmek için birçok duyarsız sürücü metotları önerilmiştir. [1],[2],[3],[4]

Sinyal aktarımı metodunda rotor pozisyonunu kestirmek için rotor pozisyonuna bağlı olarak değişen indüktans kullanılır ve bu yöntemde motor parametrelerine ihtiyaç duyulmaz. İndüktans değişimini algılamak için dönüştürücüden aktarılan yüksek frekanslı gerilim veya akım işareti kullanılır. Diğer taraftan duyarsız tabanlı model yöntemi ilave bir sinyale ihtiyaç duymaksızın akı ve zıt elektromotor kuvvetinin temel bileşeni olan stator akım ve gerilimlerinden faydalanarak rotorun hız ve pozisyonunu kestirir.[2],[5],[6],[7]

Bu çalışmada akım kestirimi için bir gözlemci önerildi ve akım hataları kullanılarak makinenin devir sayısı hesaplandı.

Simülasyon sonuçları önerilen algoritmanın başarılı bir şekilde çalıştığını göstermektedir.

## 2. Sürekli mıknatıslı eşzaman motorun matematiksel modeli

Sürekli mıknatıslı eşzaman motorun stator eksenine göre matematiksel modeli aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial i_{\alpha}}{\partial t} = -\frac{R}{L}i_{\alpha} - \frac{1}{L}e_{\alpha} + \frac{1}{L}U_{\alpha} \quad (1)$$

$$\frac{\partial i_{\beta}}{\partial t} = -\frac{R}{L}i_{\beta} - \frac{1}{L}e_{\beta} + \frac{1}{L}U_{\beta}$$

$$e_{\alpha} = -\lambda_0 \omega_e \sin \theta_e, \quad e_{\beta} = -\lambda_0 \omega_e \cos \theta_e \quad (2)$$

Burada  $i_{\alpha}, i_{\beta}, U_{\alpha}, U_{\beta}, e_{\alpha}, e_{\beta}$  ve  $\omega_e, \alpha, \beta$  koordinat sistemine göre sırasıyla motorun akım, gerilim, zıt elektromotor kuvvet ve hızıdır.  $\lambda_0, R$  ve  $L$  motorun parametreleridir.

## 3. Gözlemci Modeli ve Hız Kestirimi

### 3.1. Akım Gözlemci

Akım gözlemci denklemleri;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{i}_{\alpha}}{\partial t} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{\alpha} - \frac{1}{L}x_{\alpha} + \frac{1}{L}U_{\alpha} \\ \frac{\partial \hat{i}_{\beta}}{\partial t} &= -\frac{R}{L}\hat{i}_{\beta} - \frac{1}{L}x_{\beta} + \frac{1}{L}U_{\beta} \end{aligned} \quad (3)$$

$$x_\alpha = K \text{sign}(\varepsilon_\alpha), x_\beta = K \text{sign}(\varepsilon_\beta) \quad (4)$$

$$\varepsilon_\alpha = \hat{i}_\alpha - i_\alpha, \quad \varepsilon_\beta = \hat{i}_\beta - i_\beta \quad (5)$$

### 3.2. Hız Kestirim Algoritması

Gözlemlenen akımın gerçek akıma yakınsaması durumunda aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$x_\alpha = e_\alpha, \quad x_\beta = e_\beta \quad (6)$$

Denklem (2) ve (6) kullanılarak;

$$x_\alpha \cong -\lambda_0 \omega_e \sin \theta_e, \quad x_\beta \cong -\lambda_0 \omega_e \cos \theta_e \quad (7)$$

yazılabilir. Motor hızının değişiminin elektriksel durumlara göre yavaş olduğu kabul edilirse  $\dot{\omega}_e \approx 0$  eşitliği yazılabilir. Bu durumda denklem (2) de verilen zıt elektromotor kuvvetlerin türevleri ise;

$$\dot{e}_\alpha = \omega_e e_\beta \quad \text{ve} \quad \dot{e}_\beta = -\omega_e e_\alpha \quad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (6) ve (8) kullanılarak hız kestirimi için aşağıdaki ifadeler yazılabilir;

$$\dot{x}_\alpha = \hat{\omega}_e x_\beta, \quad \dot{x}_\beta = -\hat{\omega}_e x_\alpha \quad (9)$$

Denklem (9) yeniden düzenlenirse hız kestirimi için

$$\hat{\omega}_e = \frac{x_\beta \dot{x}_\alpha - x_\alpha \dot{x}_\beta}{x_\alpha^2 + x_\beta^2} \quad (10)$$

ifadesi elde edilir. Bu eşitlikte  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$  sürekli değişkenlerdir. Alçak geçiren filtre kullanılarak  $x_\alpha$  ve  $x_\beta$ 'nin sürekli değerleri aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$z_\alpha = \frac{1}{1 + \mu s} x_\alpha, \quad z_\beta = \frac{1}{1 + \mu s} x_\beta \quad (11)$$

Denklemden kullanılan  $\mu$  filtrenin zaman sabitidir. Filtrenin zaman sabiti  $\mu$  sürekli bileşenler içeren ve yüksek frekans bileşenlerini de eleyebilecek şekilde seçilir. Denklem (11) dikkate alınarak denklem (10) şu şekilde yazılabilir;

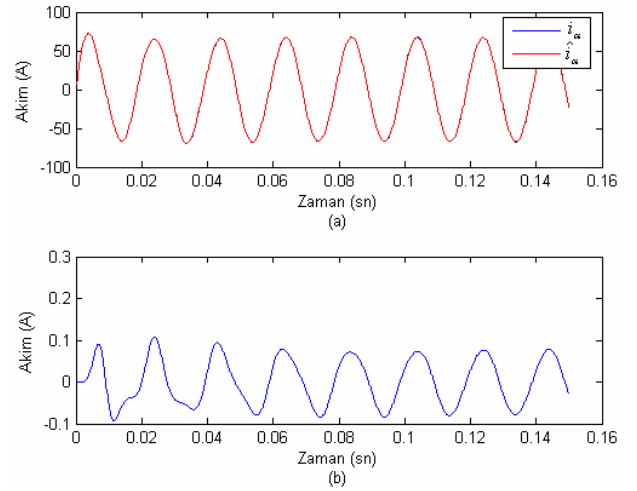
$$\hat{\omega}_e = \frac{z_\beta \dot{z}_\alpha - z_\alpha \dot{z}_\beta}{z_\alpha^2 + z_\beta^2} \quad (12)$$

## 4. Sonuçlar

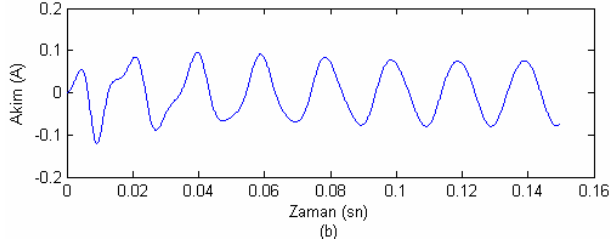
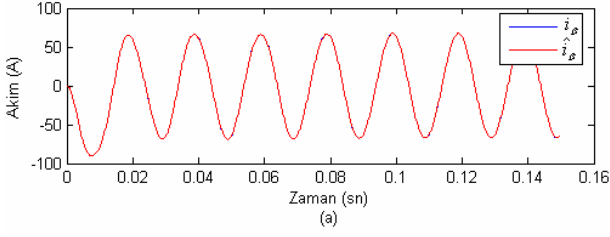
Aşağıda Şekil 1-7'de gerçek akım, zıt emk ve hız değişimleri ile bu durumlara ait kestirim sonuçları verilmiştir. Şekil 1 ve 2'de verilen yüksüz çalışmadaki akım kestirim hatasının yaklaşık % 0.1 civarında olduğu ve buna bağlı olarak zıt emk ve hız kestirimlerinin de kabul edilebilir düzeylerde olduğu yine Şekil 3-5'ten görülmektedir. Farklı yük değerleri için motorun hız kestirimi sonucu elde edilen grafikler Şekil 6 ve 7'de verilmiştir. Yüksüz çalışmada hız kestirim hatası yaklaşık %0.5 iken yük altında kestirim hatası yaklaşık %1 olduğu görülmektedir. Bu değerler akım gözetleyicinin ve hız kestirimin bozucu etki altında bile iyi sonuçlar ürettiğini göstermektedir. Yük altında motor çalışmaya başladıktan 20 milisaniye sonra hata kabul edilebilir değerlere düşmektedir (%0.15'in altında) ve giderek azalmaktadır.

Aşağıda verilen grafiklerden anlaşılabileceği üzere kestirimi yapılan akım ve zıt elektromotor kuvvet gerçek değerlerine çok yakın hassasiyette belirlenmiştir. Uygun filtreleme yapılarak hız kestirimindeki hata en düşük seviyeye getirilmiştir.

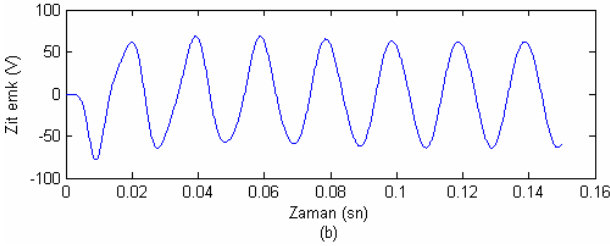
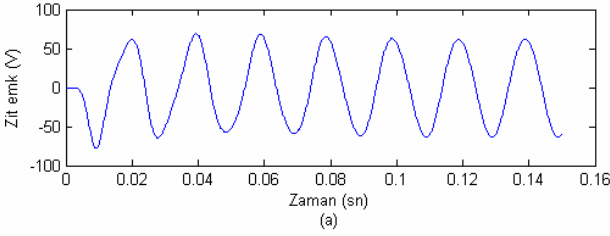
Sürekli mıknatıslı eşzaman motorlar için önerilen akım gözlemci tabanlı hız kestirimi denklemleri benzetim sonuçları açıkça göstermiştir ki hız kestirim hatası oldukça düşüktür ve gözlemci gayet gürbüz çalışmaktadır. Bu sonuçlar önerilen algoritmanın hız kestiriminde gayet başarılı olduğunu göstermektedir. Gelecekteki çalışmalarımız bu algoritmanın deneysel uygulamasını hedeflemektedir.



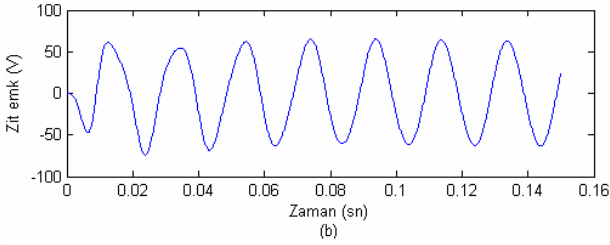
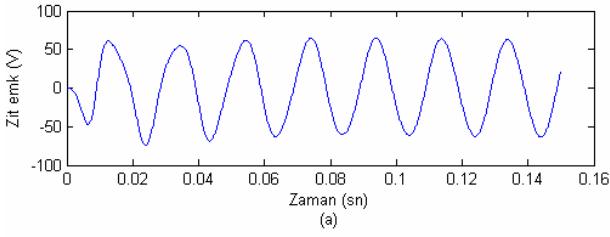
Şekil 1: (a) Gerçek akım ( $i_\alpha$ ) ve kestirilen akım ( $\hat{i}_\alpha$ ), (b) akım kestirim hatası



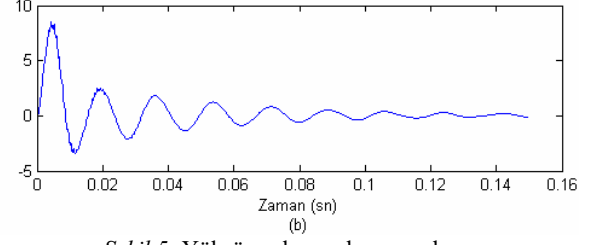
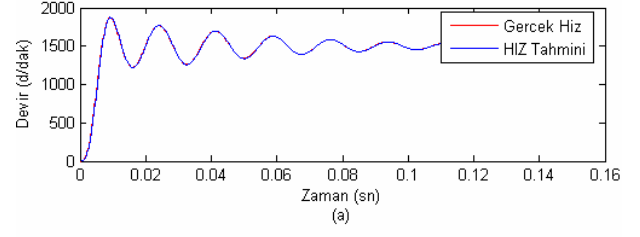
Şekil 2: (a) Gerçek akım ( $i_\beta$ ) ve kestirilen akım ( $\hat{i}_\beta$ ),  
(b) akım kestirim hatası



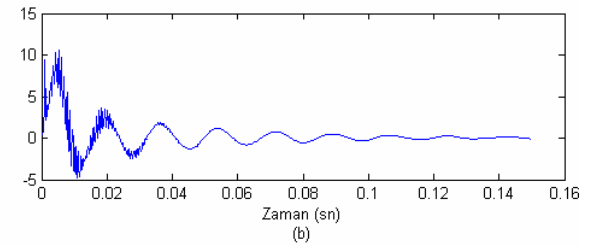
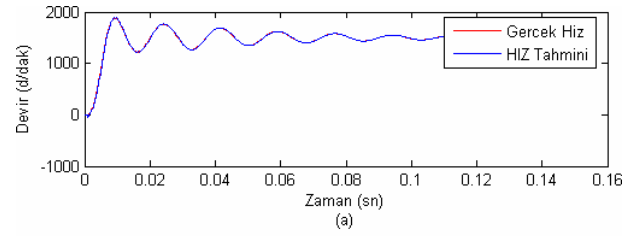
Şekil 3: (a) Gerçek zıt emk ( $e_\alpha$ ) ve (b) kestirimi ( $\hat{x}_\alpha$ )



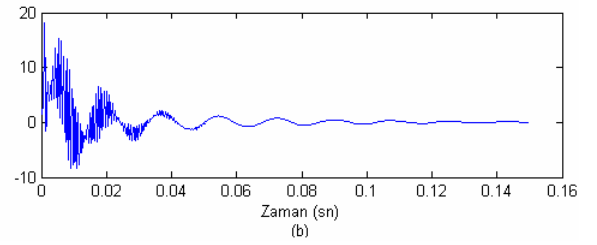
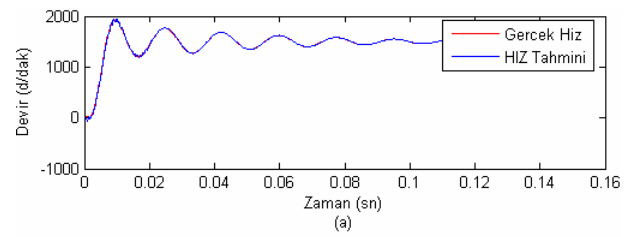
Şekil 4: (a) Gerçek zıt emk ( $e_\beta$ ) ve (b) kestirimi ( $\hat{x}_\beta$ )



Şekil 5: Yüksüz çalışma durumunda  
(a) Gerçek hız ve kestirilen hız, (b) Hız kestirim hatası



Şekil 6: Motor  $T_y = 0.3 \text{ Nm}$ 'lik yük altında iken  
(a) Gerçek hız ve kestirilen hız, (b) Hız kestirim hatası



Şekil 7:  $T_y = 1 \text{ Nm}$ 'lik yük altında iken  
(a) Gerçek hız ve kestirilen hız, (b) Hız kestirim hatası

## **5. Kaynakça**

- [1] Park, B., Kim, T., Ryu, J., and Hyun, D., “Fuzzy Back-EMF Observer for Improving Performance of Sensorless Brushless DC Motor Drive”, APEC’06 21st Annual Conf. 19 March 2006.
- [2] J.P.Johnson and M. Ehsani, “Review of sensorless methods for brushless DC,” Proc. of the IEEE Industry Application Society Annual Meeting IAS’99, pp. 143–150, 1999.
- [3] B. K. Lee and M. Ehsani, “Advanced simulation model for BLDC motor Drives,” Journal of Electric Power Components and Systems, vol. 31, no. 9, pp. 841-869, September 2003.
- [4] Kang, K., Kim, J., Hwang, K., and Kim, K., “Sensorless Control of PMSM in High Speed Range with Iterative Sliding Mode Observer”, APEC’04 19<sup>th</sup> Annual Meeting, 2004.
- [5] Morimoto, S., Sanada, M., Takeda, Y., “Mechanical Sensorless Drives of IPMSM with Online Parameter Identification”, IEEE Transactions On Industry Applications, Vol. 42, No. 5, September/October 2006
- [6] Ogasawara, S., and Akagi, H., “An Approach to Real-Time Position Estimation at Zero and Low Speed for a PM Motor Based on Saliency”, IEEE Transactions On Industry Applications, Vol. 34, No. 1, January/February 1998.
- [7] Chen, Z., Tomita,M., Doki,S., and Okuma, S., “New Adaptive Sliding Observers for Position and Velocity-Sensorless Controls of Brushless DC Motors”, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 47, No. 3, June 2000



# İnsan-Makina Etkileşimli Bilgisayar Deneyi Kullanılarak İnsan Operatörlerin Modellenmesi

Şeniz Ertuğrul<sup>1</sup>, İlker Çardaklı<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makina Fakültesi  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
seniz@itu.edu.tr

<sup>2</sup>Makina Fakültesi  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
ilkercardakli@hotmail.com

## Özetçe

İnsan-makine etkileşimli bir sistemde, insan-operatör istenen sistem çıkış değerlerini elde etmek için optimal değerlere yakın kumanda girişleri üreten adaptif, karar verebilen ve öğrenebilen bir kontrolördür. Bu çalışmada, insan operatörü dinamik bir sistem olarak modellemek amacı ile insan-makina etkileşimli bir bilgisayar deneyi tasarlanmıştır. Toplanan veriler kullanılarak insan operatör önce doğrusal parametrik bir model yapısı olan ARX (Auto-Regressive with Exogenous Input) model olarak tanımlanmıştır. Daha sonra elde edilen ARX yapısından faydalanılarak insan-operatör Uyarlanabilir Sinirsel-Bulanık Çıkartım Sistemi (USBÇS) ile modellenmiştir. Çalışmada her iki model de gerçek zamanlı olarak insan operatör ile eş zamanlı koşturularak 5 adım öngörme yapılmıştır.

## 1. İnsan Operatörlerin Modellenmesi

Manüel kontrolde insan operatör, değişen ortam koşullarına uyabilen verdiği karar ile sisteme en uygun girişi belirleyen bir kontrol organıdır. Manüel kontrolde operatör, sistemdeki değişkenleri, referans ve cevap değerlerini görsel, işitsel, duyuşal olarak algılar ve oyun çubuğu, fare, pedal, düğmeler ile hatayı azaltmaya çalışır. Tek boyutlu izleme en basit manüel kontrol örneği olarak verilebilir. İzleme, belirli bir yörüngeyi takip etmek olarak da açıklanabilir. Amaçlanan, yörünge takibinin mümkün olan en hatasız şekilde ve kısa sürede gerçekleşmesidir. Kapalı çevrim manüel kontrol sistemlerinin yapısal diyagramı Şekil 1’de gösterilmektedir.

Manüel kontrolde operatöre gösterilen sinyallerin tiplerine göre kontrol sistemleri üçe ayrılabilir. Hataya dayalı kontrol edilen sistemde, operatör yalnızca hatayı görmekte ve hatayı sıfırlamaya çalışmaktadır. Takibe dayalı çalışan kapalı

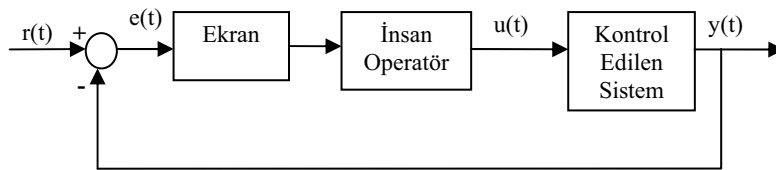
çevrim sistemde ise operatör hem hedefi yani referans sinyali hem de sistem çıkışı gösteren sinyalini görmektedir. Ön bilgiye dayalı kontrolde ise operatör referans sinyalin önceki deneyimlerden elde edilen istatistikî verilerine sahiptir.

Kapalı çevrim kontrolde yer alan insan operatörlerin modellenmesi 1940lı yıllardan beri değişik amaçlarla üzerinde çalışılan bir konudur [1-6]. Kullanılan yaklaşımlar 4 ayrı grupta incelenebilir. En temel yaklaşımın “Yaklaşık Doğrusal Model” (The Quasi-Linear Model) olduğu söylenebilir. Diğer bir yaklaşım optimal kontrol modeli yaklaşımıdır, ancak bu yaklaşımda modeller çok yüksek mertebeli olmaktadır [5, 7].

Özellikle son yıllarda yapılan çalışmalarda sistem tanıma ve parametrik modeller göze çarpmaktadır [8-12]. Pilutti ve Ulsoy uzun yol sürüşlerinde sürücünün yorgunluğunu algılamak için sistem tanıma yaklaşımıyla sürücü modelinin parametre değişikliklerini incelemişlerdir. İncelenen model parametreleri  $\zeta, \omega_n$  ve statik kazanç, kabul edilebilir düzeyde beyaz gürültü karakterinde model artıklarına sahip olsalar da ikinci mertebeden bir model beklenen performansı gösterememiştir. Çalışmanın devamında sürücüdeki belirsizlikler de modellenmeye çalışılmış, ancak kısıtlı bir gelişme sağlanmıştır [10,11].

Yapay Sinirsel Ağlar (YSA) ve Bulanık Mantık (BM) başta olmak üzere akıllı modelleme yöntemleri de insan operatörlerin modellenmesinde kullanılmıştır [13-17]. YSA kapalı-kutu yapısından dolayı, BM ise çok fazla sayıda kural gerektirmesinden dolayı eleştirilmektedir.

Elde edilen insan operatör modelleri operatörün yerini alacak otomatik kontrol sistemi tasarımında, operatörlerin sayısal olarak kıyaslanmasında, erken uyarı sistemi tasarımında veya eğitim amaçlı kullanılabilirler.



Şekil 1: Kapalı çevrim manüel kontrol sisteminin yapısı

## 2. Parametrik Model Çıkarımı

Bu çalışmada modelleme için değişik kullanıcılardan veri toplama amaçlı bir bilgisayar deneyi tasarlanmıştır. Deneyin insan operatörün literatürde verilen karakteristiğine uygun olmasına özen gösterilmiştir [18]. Elde edilen verilerin zengin olması ve elde edilecek parametrik modellerin geçerli olması için de, deney sistem tanıma teorisi kullanılarak tasarlanmıştır.

### 2.1. Modelleme Deneyinin Tanıtılması

Uygun giriş sinyalinin seçimi, başarılı bir tanımlama işleminin en önemli adımlarından biridir. Bu seçimdeki temel kriter, giriş-çıkış verilerinin sistemin dinamiğini uyuracak şekilde çeşitli (zengin) olmasıdır. Herhangi bir mertebeden sürekli uyaran sinyal şöyle tarif edilir: Eğer  $u(t)$  sinyalinin kovaryans matrisi (Denklem 1) pozitif tanımlı bir matris ise sinyal  $n$ . mertebeden sürekli uyandır.

$$R_u(n) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \phi(t) \phi(t)^T \quad (1)$$

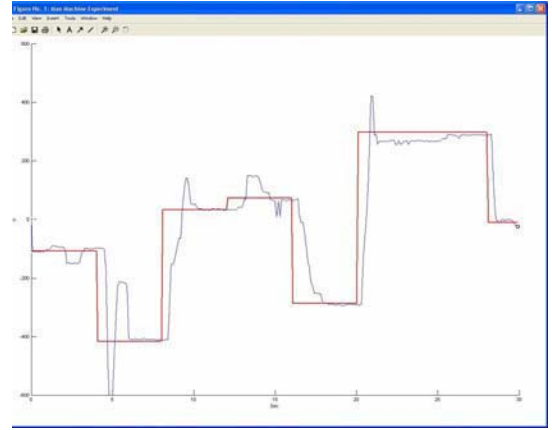
Burada  $\phi(t) = (u^T(t-1), \dots, u^T(t-n))^T$  'dır.

Verilen bir kovaryans matrisinin rankı sistemin sürekli uyaran olduğu en üst mertebeyi verir [19-22]. Sistem tanımlama için önerilen model mertebesi, sinyalin sürekli uyaran olduğu mertebeden daha düşük olmalıdır.

Beyaz gürültü, frekans içeriği zengin olan, dolayısıyla sistemin bütün dinamiklerini (her mertebeden sistemi) uyarabilen bir sinyaldir. Kısaca PRBS olarak ifade edilen sözde-rasgele ikili diziler (pseudo-random binary sequence), analog sistemlerdeki beyaz gürültünün ayrık zamanlı karşılığı olarak kabul edilebilir. Dolayısıyla PRBS sinyalinin frekans içeriği oldukça zengindir. Sözde-rasgele sinyallerin pratik olarak tüm modları uyuracak zenginlikte frekans bileşenlerine sahip olduğu bilinmektedir. Deneyin bilgisayar ortamında gerçekleştirilmesi de frekans açısından zengin giriş sinyalinin kullanılmasına olanak tanımaktadır. Kullanılan PRBS giriş sinyalinin kovaryans matrisi hesaplanarak 200.mertebeden uyaran olduğu tespit edilmiştir.

Deneyin yazılımında ve çalışmanın diğer aşamalarındaki incelemelerde Matlab® R.13 paket programı ve Sistem Tanılama araç kutusu kullanılmıştır. Deneyde, operatörün bir oyun çubuğuyla referans sinyali hatasız takip etmesi beklenmektedir. Ekranda operatöre gösterilen referans giriş sinyali sürekli bir sinyal olup geçmiş değerleri deney boyunca ekranda yer almaktadır ve bu şekilde sistemde görsel geri besleme sağlanmaktadır. Bunun yanında, izlemeye operatörün görevini kolaylaştırmak için operatöre ait sinyal yalnızca anlık pozisyonunu gösteren daire şeklinde bir imleç ekranda gezmekte, operatörün ürettiği çıkış sinyali sürekli olarak ekranda çizdirilmemektedir. İmlecin şekli ve boyutu hedefin takibini kolaylaştıracak ancak diğer taraftan da dikkati dağıtmayacak biçimde belirlenmiştir. Denemelerden birini gösteren ekran görüntüsü Şekil 2'de verilmiştir.

Deneyde kullanılan örnekleme zamanı 0.1 saniyedir ve her bir deneme 50 saniye sürmektedir. Böylece her denemeye ait 500 giriş-çıkış verisi elde edilmiş ve matris formunda kaydedilmiştir.

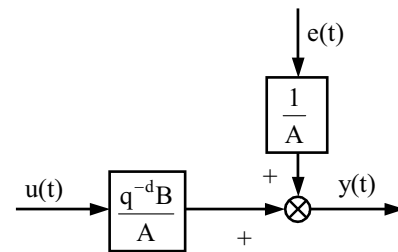


Şekil 2: İnsan-makine etkileşimli izleme deneyinin ekran görüntüsü

Deney altı denek üzerinde uygulanmıştır. Denekler ileri düzeyde bilgisayar kullanım bilgisine sahip yüksek lisans öğrencileri arasından seçilmiştir. Deneklerin tecrübe kazanması için programı kullanarak denemeler yapmalarına müsaade edilmiştir. Her bir denekten aynı tür sinyal ile ilki eğitim amaçlı, ikincisi sınama amaçlı olarak iki defa veri alınmıştır. Her bir denemede karşılaşılan sinyaller bir öncekinden karakter ve sinyalin bulunduğu genlik aralığı olarak farklıdır.

### 2.2. İnsan Operatörün ARX Model Yapısında Modellenmesi

Literatürde en çok kullanılan model, insan operatöre ait sabit katsayılı bir transfer fonksiyonu ve buna beyaz gürültü yapısında bozucuların eklenmesi ile elde edilen "Yaklaşık Doğrusal" modeldir [1-5]. Sistem Tanılama teorisinde bu yapıya en yakın parametrik model ise ARX (Auto-Regressive with Exogenous Input) modelidir ve Şekil 3'de gösterildiği gibidir.



Şekil 3: ARX model yapısı

ARX modelin ifadesi Denklem (2)'de verilmiştir [19-22].

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + e(t) \quad (2)$$

$A(q^{-1})$  ve  $B(q^{-1})$  polinomları (3) ve (4) denklemlerinde verilmiştir.

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{nA} q^{-nA} \quad (3)$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{nB} q^{-nB} \quad (4)$$

Burada  $n_A$  ve  $n_B$  terimleri çıkışın ve girişin mertebesini,  $d$  terimi sistemin gecikmesini göstermektedir. Operatörlerin gecikme terimleri elde edilen verilerden darbe ve basamak girişe cevapları tahmin edilerek belirlenmiştir. Örnek olarak, 'arx213' gösterimi çıkışın mertebesinin  $n_A=2$ , girişin mertebesinin  $n_B=1$ , girişin gecikmesinin  $d=3$  olduğunu gösterir.

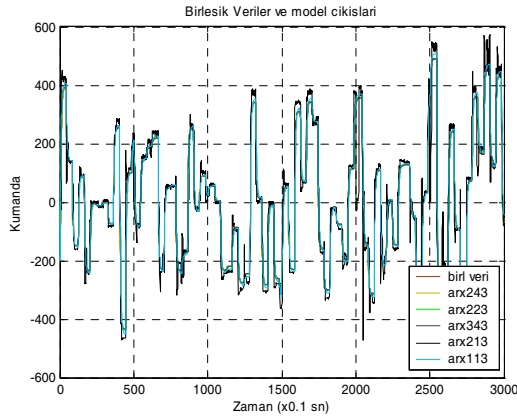
Operatörlerin verilerinin ayrı ayrı incelenmesi sonucu %66 ile %84 arasında uyum gösteren [1 1 3], [2 1 3], [3 1 3], [2 2 3], [3 3 3] gibi farklı modeller elde edilmiştir. Seçilen tüm modeller %97 güven aralığı için otokorelasyon ve çapraz korelasyon testlerini geçmiştir; yani artık hatalar beyaz gürültü karakterindedir, giriş sinyali ile artık hatalar da birbirinden bağımsızdır. Ayrıca birim çember dışında kutup yoktur ve kutup-sıfır iptali olmadığı da belirtilmelidir.

Performans ölçütü olarak doğrusal modellerde kullanılan kıstaslardan biri de yüzde uyumdur. Aşağıdaki denklemde (5) yüzde uyumun ifadesi verilmiştir.

$$YU = \left[ 1 - \frac{\text{norm}(y - \hat{y})}{\text{norm}(y)} \right] * 100 \quad (5)$$

$y$  gerçek sistem çıkışlarını,  $\hat{y}$  ise model çıkışlarını göstermektedir.

Her bir operatör için 5 farklı model elde edilmiş olup bu modeller gerek katsayıları gerekse uyum yüzdesi olarak birbirine çok yakın olmakla beraber ortak bir model bulunamamıştır. Tüm operatörleri temsil edebilecek tek bir model belirleyebilmek amacı ile operatör verileri birleştirilmiştir. Birleşik verilerle elde edilen modellerin eğitim ve sınav verileri için yüzde uyumları Tablo 1'de verilmiştir. Modellerin çıkışları ve birleşik veriler Şekil 4'te görülmektedir.



Şekil 4: Birleşik veriler için değişik arx model yapıları

### 3. Uyarlanabilir Sinirsel-Bulanık Çıkartım Sistemi (USBÇS)

Uyarlanabilir Sinirsel-Bulanık Çıkartım Sistemi, radyal tabanlı fonksiyon ağı (RTFA) kullanılarak Sugeno-Takagi tipi bir bulanık çıkartım sistemin (SG-BÇS) veriler kümesi kullanılarak eğitilmesine dayanır. Jang (1992), Jang ve Sun (1993) geri yayılım algoritması ile eğitilen Sugeno-Takagi tipinde uyarlanabilir sinirsel-bulanık çıkartım sistemini oluştururken temelde RTFA ile ST-BÇS arasındaki fonksiyonel eşitliği kullanmışlardır [23]. Matematiksel olarak USBÇS'nin lineer olmayan fonksiyonlar da dahil olmak üzere sınırsız yakınsama gücü olduğu gösterilmiştir. Bu nedenle USBÇS, örüntü tanıma, robotik ve lineer olmayan sistem tanımlama gibi birçok alana uygulanabilmektedir ve yapay sinir ağlarına alternatif olarak kullanılmaktadır.

İki giriş-bir çıkışlı ve her giriş için iki üyelik fonksiyonuna sahip bir USBÇS modeli Şekil 5'te verilmiştir. Bu yapıda bulanık eğer-ise kuralları şöyledir:

$$\text{Eğer } x_1 \text{ } A_{1i} \text{ ve } x_2 \text{ } B_{2j} \text{ ise } f_k = p_k x_1 + q_k x_2 + r_k \\ (i=1,2,\dots,n \text{ } j=1,2,\dots,m \text{ } k=1,2,\dots,n.m)$$

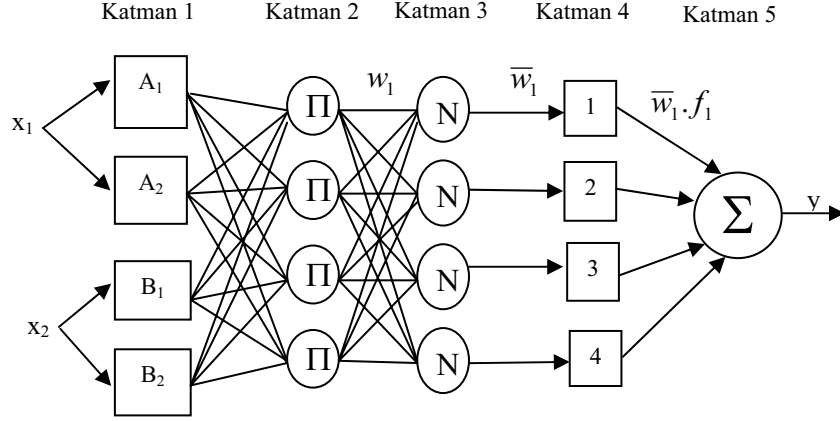
Birinci katmanda girişleri temsil eden üyelik fonksiyonları vardır. Üyelik fonksiyonu uygun herhangi bir fonksiyon olabilir. Genelleştirilmiş çan fonksiyonu (6) en sık kullanılan üyelik fonksiyonlarından biridir.

$$\mu_{in,j,mf_i} = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c_i}{a_i} \right|^{2b_i}} \quad (6)$$

Üyelik fonksiyonunun şeklini ve yerini belirleyen üç parametre vardır. Dolayısıyla her üyelik fonksiyonu için  $\{a_i, b_i, c_i\}$  parametre seti hesaplanmaktadır. Bu parametrelere öncül (premise) parametreler denir ve bu parametreler doğrusal değildir.

Tablo 1 : İncelenen modellerin eğitim ve sınav verileri için yüzde uyum sonuçları

| Model Tipleri    | Model 1 [1 1 3]<br>% Uyum Eğitim<br>% Uyum Sınama | Model 2 [2 1 3]<br>% Uyum Eğitim<br>% Uyum Sınama | Model 3 [2 2 3]<br>% Uyum Eğitim<br>% Uyum Sınama | Model 4 [2 4 3]<br>% Uyum Eğitim<br>% Uyum Sınama | Model 5 [3 4 3]<br>% Uyum Eğitim<br>% Uyum Sınama |
|------------------|---|---|---|---|---|
| Birleşik Veriler | 64.44<br>69.27                                    | 65.62<br>71.42                                    | 65.60<br>71.41                                    | 65.73<br>71.88                                    | 65.76<br>72.13                                    |



Şekil 5 : Her giriş için iki üyelik fonksiyonu olan 2 girişli 4 bulanık kuralı USBÇS

İkinci katmanda, düğüme giren üyelik fonksiyonlarına VE (and) veya aritmetik çarpım (Product) gibi T-norm operasyonu uygulanarak düğümün çıkışı elde edilir. Her düğümün çıkışı ilgili bulanık kuralın ağırlığını belirler (7).

$$w_i = \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{B_i}(x) \quad (7)$$

Üçüncü katmanda, her düğüm i. ağırlığın toplam ağırlığa oranını hesaplar (8).

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum w_i} \quad (8)$$

Dördüncü katmanda, üçüncü katmanda hesaplanan ağırlık oranları kuralda belirtilen lineer fonksiyonla çarpılır (9).

$$\bar{w}_i f_k = \bar{w}_i \cdot (p_k x_i + q_k y + r_k) \quad (9)$$

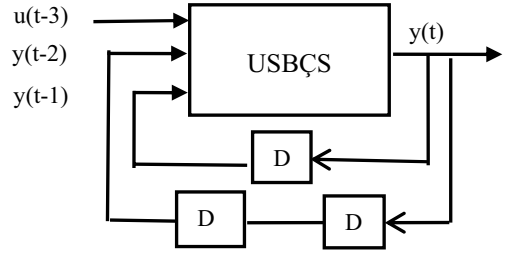
Bu katmanda kullanılan  $\{p_k, q_k, r_k\}$  parametrelerine ardıl (consequent) parametreler denir ve doğrusal parametrelerdir. Son katmanda ise dördüncü katmanda üretilen ağırlıklı fonksiyonların çıkışları toplanır ve çıkış üretilir.

Giriş-çıkış verileri kullanılarak doğrusal olmayan parametreler Gradyan Düşümü metodu ile doğrusal parametreler ise En Küçük Kareler metodu ile hesaplanmaktadır.

### 3.1. İnsan operatörün USBÇS ile modellenmesi

Birleşik veriler için USBÇS yapılandırması ARX model yapısının regresyon vektörü yapısındadır (Şekil 6). USBÇS modelinde çıkış  $y(t)$ , girişler ise  $u(t-3)$ ,  $y(t-1)$  ve  $y(t-2)$ 'dir.

Yapılan denemeler sonucu her bir giriş için ikişer adet Gaussian tipi üyelik fonksiyonları ile 10 çevrim için en iyi sonuçlar elde edilmiştir. ARX [2 1 3] modeli ile USBÇS modelinin tüm operatörlere ait eğitim ve sınav verileri için karşılaştırmalı sonuçları Tablo 2'de verilmiştir.



Şekil 6: USBÇS Model Yapısı

Tablo 2: Birleşik verilerle elde edilen modelin tüm operatörlerin sınav verilerine uyumu

| Model Yapısı     | ARX[2 1 3]     | USBÇS          |
|------------------|----------------|----------------|
| Operatör         | % Uyum         | % Uyum         |
| 1                | 70.49          | 85.51          |
| 2                | 75.35          | 86.48          |
| 3                | 81.29          | 90.74          |
| 4                | 80.83          | 90.93          |
| 5                | 63.82          | 82.01          |
| 6                | 63.82          | 77.32          |
| Birleşik Veriler | 71.42<br>65.62 | 87.75<br>83.21 |

Doğrusal parametrik ve akıllı yöntemlerin sonuçlarında elde edilen modellerin öngörü performanslarının araştırılması ve birbirleriyle karşılaştırılması da bu çalışmanın önemli amaçlarından biridir. Her 2 modelin de sınav verisi için öngörü ufkı beş adım olarak alınmıştır. Yani model kullanılarak operatörün  $\hat{y}(t+5)$  kumandası tahmin edilmeye çalışılmıştır. ARX modelin öngörü sonuçları sınav verileriyle %73.87 uyumludur. USBÇS model ise sınav verileriyle %83.21'lik bir uyum göstermiştir.

#### 4. Gerçek Zamanlı Öngörü Uygulaması

Birleşik veriler için çıkarılan model tüm operatörler için test edildikten sonra, aynı model deney yazılımının içine yerleştirilerek herhangi bir operatörün kullanımı sırasında gerçek zamanlı olarak koşturulmuştur. Operatöre modelin ürettiği çıkışlar gösterilmemektedir, ancak deney sonunda ekranda operatör kumandasının ve referans sinyalin yanısıra modelin ürettiği kumandalar da çizdirilmektedir. Burada amaç, operatörü uyarmaktan veya eğitmekten çok ilk aşamada modelin ürettiği kumandaların doğruluğunu ve modelin güvenilirliğini göstermektir. Şekil 7’de modelin gerçek zamanda uygulanmasından sonra ekrana çizdirilen operatör kumandası ve modelin ürettiği kumanda karşılaştırılmıştır.

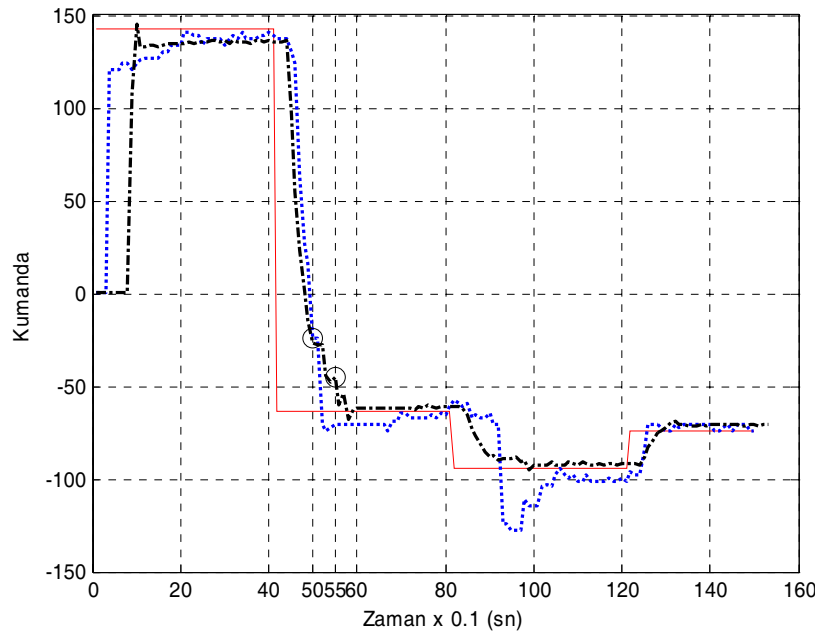
Şekil 7’de görülen siyah-kesikli çizgi, operatörün 5 adım önünde giden modelin ürettiği kumandaları göstermektedir, mavi-noktalı çizgi ise operatörün ürettiği kumandadır. Örnek olarak, 50. örnekleme anındaki operatör kumandası ve buna karşılık 5 adım öndeki yani 55. örnekleme anındaki modelin ürettiği kumanda değerleri karşılaştırılmıştır. Şekilden görüldüğü üzere, modelin ürettiği kumanda operatör kumandasına göre daha hatasızdır, çünkü referans sinyale daha yakın değerler almaktadır. Sonuç olarak, elde edilen modelin gerçek zamanda kullanıcıdan bağımsız olarak doğru kumandalar ürettiği ve operatörden daha az hata yaptığı söylenebilir.

Modelin ürettiği öngörülü kumanda kullanıcıya gösterilerek, kullanıcının referans sinyalini daha yakından ve daha hatasız takip etmesi sağlanabilir.

#### 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, kullanılan tek boyutlu izleme deneyinin verileriyle ilk aşamada her operatör için ayrı model çıkarılmıştır. Doğrusal ARX yapısında belirlenen insan

operatör modelinin gecikme değeri parametrik olmayan yöntemlerle bulunmuş ve yapılan parametrik incelemelerle karşılaştırılmıştır. Sonraki aşamada, tüm operatörleri temsil edecek bir model bulabilmek amacıyla eldeki veriler birleştirilmiş, yapılan incelemeler birleşik veriler için tekrarlanmıştır. Veri sayısının değişmesine rağmen gecikme değerinin aynı kalması ile belirlenen değerin tüm operatörler için geçerli olduğu söylenebilir. Yapılan inceleme ARX model yapısının başarımının, doğrusal olmayan yapılar içeren insan operatör modellemesinde kısıtlı kaldığını göstermiştir. Bunun üzerine doğrusal olmayan ilişkileri daha iyi öğrenen yöntemlerin denenmesine karar verilmiştir. Akıllı sistem uygulamaları için de yöntem olarak Uyarlanabilir Sinirsel Bulanık Çıkartım Sistemi USBÇS seçilmiştir. USBÇS uygulamasının sonuçları doğrusal parametrik model yapısı olan ARX’e ait inceleme ile karşılaştırıldığında akıllı yöntemlerin insan operatör modellemesinde daha başarılı olduğu söylenebilir. Ancak grafiklerden görüldüğü üzere ARX modelin verilerin genel karakterini yakaladığı görülmektedir. ARX yapısından daha genel bir model olan ARMAX yapısı gürültünün dinamiğini de içermesinden dolayı yapısal hatayı modellemekte faydalı olacağı düşünülerek incelemelerde kullanılmıştır. Ancak parametre sayısının fazlalığından ötürü getirdiği hesap yüküne oranla ARMAX modeline ait inceleme sonuçları, basit ARX yapısına göre herhangi bir ilerleme ve avantaj getirmemiştir. Birleşik veriler için çıkarılan model tüm operatörlerin sınama verilerine uygulanmıştır. Tablo 2’de sonuçları görülen inceleme elde edilen modelin genel olarak tüm operatörlere uygulanabileceğini göstermektedir. Başka bir ifadeyle, çıkarılan modelin genel karakteri yansıttığı söylenebilir. Son olarak, elde edilen model gerçek zamanlı olarak deney içinde koşturulmuştur. Gerçek zamanlı uygulamanın sonuçları beklentilerle uyumludur. Model, 5 adım öngörülü çalışmakta ve kullanıcıya göre daha doğru kumandalar üretmektedir.



Şekil 7 : Birleşik veriler için elde edilen modelin gerçek zamanda uygulaması için ekran görüntüsü

Bu çalışmada elde edilen insan operatör modeli ve gerçek zamanlı uygulaması, başlangıç düzeyindeki operatörlerin eğitiminde veya kullanım sırasında operatörün uyarılmasında kullanılabilir. Gerçek zamanlı modelin başarıyla çalışması vurgulanması gereken bir noktadır. Aynı zamanda, elde edilen modelin tüm operatörlerin genel karakterini yansıtmayı başarması da bu deney için geçerli genel bir operatör modeli elde etme amacına ulaşıldığını göstermektedir. Çalışmanın sonraki adımlarında yazılımda yapılacak değişikliklerle yüksek mertebeden sistemlerin modelleri yazılıma entegre edilebilir. Böylece, daha yüksek dinamiğe sahip sistemlerin kontrolünde insan operatör modeli olarak kullanılabilir.

## 6. Kaynakça

- [1] Sheridan T.B., *Man-Machine Systems; Information, Control, and Decision Models of Human Performance*, MIT Press, Cambridge, MA, 1974.
- [2] Rouse, W.B., *Systems Engineering Models of Human-Machine Interaction*, Elsevier North Holland Inc., 1980.
- [3] McRuer, D.T., "Human Dynamics in Man-Machine Systems", *Automatica*, 16, 237-253, 1980.
- [4] Kelley, C.R., *Manual and Automatic Control*, John Wiley&Sons, Inc., 1968
- [5] Kleinman, D.L., Baron, S., Levison, W.H., "An Optimal Control Model of Human Response Part I: Theory And Validation", *Automatica*, 6, 357-369, 1970.
- [6] Jagacinski, R.J., & Flach, J.M. , *Control Theory for Humans, Quantitative Approaches to Modeling Performance*, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, 2002.
- [7] Doman, D.B.,& Anderson, M.R. "A Fixed-Order Optimal Control Model of Human Operator Response", *Automatica*, 36, 409-418, 2002.
- [8] Pilutti, T., Ulsoy, G., "Identification of Driver State for Lane-Keeping Tasks: Experimental Results", *Proceedings of the American Control Conference*, 1997.
- [9] Pilutti, T., Ulsoy, G., "Identification of Driver State for Lane-Keeping Tasks" *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, 29(5), 486-502, 1999.
- [10] Chen, L.K., Ulsoy, A.G. "Driver Model Uncertainty", *American Control Conference*, 714 – 718, 1999.
- [11] Chen, L.K., Ulsoy, A.G., "Identification of a Nonlinear Driver Model via NARMAX Modeling", *Proceedings of the American Control Conference*, 2000.
- [12] Chen, L.K., & Ulsoy, A.G., "Identification of a Driver Steering Model, and Model Uncertainty, from Driving Simulator Data", *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 123, 623-629, 2001.
- [13] Enab, Y.M., "Controller Design for an Unknown Process, Using Simulation of a Human Operator", *Engineering Appl. of Artificial Intelligence*, 8(3), 299-308, 1995.
- [14] Enab, Y.M., "Intelligent Human Operator Behaviour Modelling Using Nonlinear Identification Techniques", *IMTC/95 Proceedings Integrating Intelligent Instrumentation and Control IEEE*, 211, 1996.
- [15] Zapata, G.O.A., Galvao, R.K.H., & Yoneyama, T., "Extracting Fuzzy Control Rules from Experimental Human Operator Data". *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 29(3), 398-406, 1999.
- [16] Gingrich, C.G., Kuespert, D.R., & McAvoy, T.J., "Modeling Human Operators Using Neural Networks", *ISA Transactions*, 31(3), 81-90, 1992.
- [17] Shaw, I.S., "Fuzzy Model of a Human Control Operator in a Compensatory Tracking Loop", *International Journal of Man-Machine Studies* 38, 305-332, 1993.
- [18] Ertugrul, Ş., "Design of a Human-Computer Interaction Software for Dynamic Modeling of Human Operators Based on the Identification Theory", *AAS2003 3rd Triennial International Conference on Applied Automatic Systems*, September 18-20, 2003, pp.743-747, Ohrid, Republic of Macedonia.
- [19] Landau, Ioan Dore, *System Identification and Control Design*, Prentice Hall, 1990.
- [20] Ljung, L., *System Identification; Theory for the User*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1999
- [21] Ljung, L., *System Identification Toolbox-User's Guide*, Sherborn, MA, USA: The MathWorks Inc., 2002.
- [22] Söderström, T. , Stoica, P., *System Identification*, New York; Prentice Hall, 1989.
- [23] Jang, J-S.R. , Sun, T. , Mizutani, E., *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*, Prentice-Hall, New Jersey, 1997.



**ÖZEL OTURUM**  
**KESİRLİ DERECELİ SİSTEMLER**

---





# Kesir Dereceli $PI^\lambda$ Kontrolörün Doğrusal Olmayan Sistem Dinamiği Üzerine Etkisi

Vedat Çelik<sup>1</sup>, Yakup Demir<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Fırat Üniversitesi, Elazığ

<sup>1</sup>celik@firat.edu.tr, <sup>2</sup>ydemir@firat.edu.tr

## Özet

Bu bildiride, endüstride sıkça kullanılan tam dereceli  $PID$  tipi kontrolörlerin yerine, kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör kullanılması durumunda doğrusal olmayan sistem üzerine ne gibi bir etki oluşturduğu sunulmuştur. Tam dereceli  $PI$  kontrolörün doğrusal olmayan sistem dinamiği üzerinde kararsızlık etkisi oluşturan kontrolör parametreleri  $K_p$  ve  $K_i$ , kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörün parametreleri olarak seçildiğinde, kesirli  $\lambda$  integral derecesinin belirli aralıklarında sistemde limit çevrim olarak bilinen osilasyonlar gözlenmiştir. Kesirli  $\lambda$  aralığının tespiti için, Genelleştirilmiş Aktarım İşlevi analizi kullanılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Kesir Dereceli  $PI^\lambda$  Kontrolör, Doğrusal Olmayan Sistem, Limit Çevrim, Genelleştirilmiş Aktarım İşlevi

## 1. Giriş

Kesirli hesaplama ilk olarak 17. yy sonlarında ortaya atılmış ve yakın geçmişe kadar çalışılmıştır [1-2]. Fakat sınırlı hesaplama gücünden dolayı kontrol sistemlerine son yarım yüzyılda fazla uygulanamamıştır. Son zamanlarda bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak kesirli hesaplama, kesirli sistemlerin analizinde [3-5] ve kesir dereceli kontrolör tasarımları ile kontrol sistemlerinde [5-10] kullanılmaya başlanmıştır. Bu yönelişin nedenleri bazı sistemlerde karşılaşılan kesirli sistem derecesinin var oluşu ve kesir dereceli kontrolörlerin kontrol edilmek istenen sistem üzerine etkisinin daha esnek bir yapıya sahip olmasıdır. Kullanılan kesir dereceli kontrolör tiplerinden biride  $PI^\lambda D^\delta$  kontrolörlerdir [8-9].

Tam dereceli  $PID$  tipi kontrolörler, endüstride yaygın olarak kullanılan kontrolör tipleridir [11]. Doğrusal sistemlerde çeşitli yöntemler kullanılarak, kontrolör parametreleri ayarlanabilmekte ve istenilen sistem cevabının elde edilmesi için kullanılmaktadır. Kesirli hesaplama faydalanılarak kesir dereceli kontrolörler, hem tam dereceli hem de kesir dereceli sistemlerin kontrolünde kullanılmış ve tam dereceli kontrolörlere göre daha etkin olduğu gösterilmiştir [9].

Mühendislik sistemlerinin tamamına yakını, doğrusal olmayan elemanlar ve doğrusal olmayan dinamikler içerir [12-13]. Bu dinamiklerin tespit edilmesi için kullanılan doğrusal olmayan sistem analiz metodları mevcuttur. Doğrusal olmayan sistemlerin sürekli durum hatasını düzeltmek için  $PID$  tipi kontrolör kullanıldığında, kapalı çevrimli sisteme ek bir dinamik getirdiği için sistem kontrolör parametrelerine göre

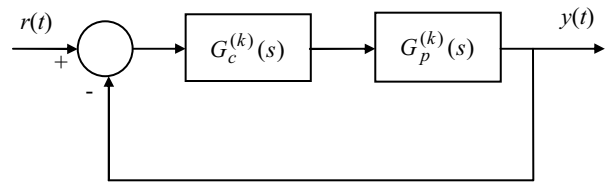
kararsızlaşabilmekte veya doğrusal olmayan osilasyonlar oluşturabilmektedir [14].

Bu çalışmada, tam dereceli  $PI$  kontrollü doğrusal olmayan bir sistemi kararsızlaştıracak bilinen kontrol parametreleri için kullanılacak kontrolörün kesir dereceli  $PI^\lambda$  seçilmesi durumunda, sistemin kararsızlıktan kurtularak, limit çevrim olarak adlandırılan başlangıç şartından bağımsız osilasyonlar yapacağı ve bunu hangi  $\lambda$  değerlerinde göstereceği verilecektir.  $\lambda$ 'nın tespiti, doğrusal olmayan sistemlerin analizinde kullanılan Genelleştirilmiş Aktarım İşlevi ( $GAI$ ) metodu ile gerçekleştirilecektir.

Bildirinin devamında; kesir dereceli kontrol sistemleri,  $PI^\lambda D^\delta$  kontrolörler ve doğrusal olmayan sistemlere uygulanışı, kısaca  $GAI$  metodu ve örnek uygulamaya ait değerlendirmeler verilecektir. Son olarak sonuçlar tartışılacaktır.

## 2. Kesir Dereceli Kontrol Sistemleri

Şekil 1'de kesir dereceli kontrol sisteminin blok diyagramı verilmiştir. Burada;  $G_c^{(k)}(s)$  kontrolör,  $G_p^{(k)}(s)$  kontrol edilen sistemi temsil etmektedir. Sistemin kesir dereceli kapalı çevrimli bir kontrol sistemi olabilmesi için kontrolör veya kontrol edilen sistemden en az birinin kesir dereceli olması gerekmektedir.



Şekil 1: Kesir Dereceli Kontrol Sistemi.

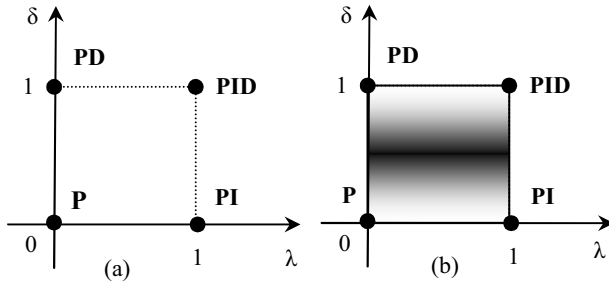
### 2.1. Kesir Dereceli $PI^\lambda D^\delta$ Kontrolörler

Eğer tam dereceli bir sistem, kesir dereceli bir kontrolörle kontrol edilmek istenirse geri beslemeli sistem kesir dereceli olarak kontrol edilen sisteme dönüşecektir. Kesir dereceli kontrolör tiplerinden biriside, klasik  $PID$  tipi kontrolörlerin kesir dereceli  $PI^\lambda D^\delta$  halidir ve denklem (1)'deki transfer fonksiyonu ile ifade edilmektedir.

$$G_c^k(s) = K_p + K_i s^{-\lambda} + K_d s^\delta \quad (1)$$

Burada;  $\lambda$  ve  $\delta$  reel sayılardır ( $0 < \lambda, \delta < 2$ ).  $K_p$  kazanç,  $K_i$  ve  $K_d$  sırasıyla integratör ve türev katsayılarıdır.

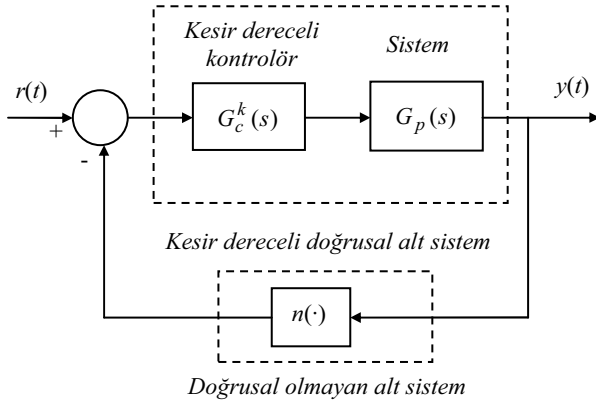
Şekil 2.(a)'da  $\lambda=1$  ve  $\delta=1$  için tam dereceli PID kontrolörün  $\lambda$ - $\delta$  düzlemindeki gösterimi, (b)'de ise kesirli halinin düzlem üzerindeki gösterimi verilmiştir. Tam dereceli kontrolör düzlem üzerinde 4 nokta ile ifade edilirken, kesir dereceli kontrolör taralı alandaki sonsuz nokta ile ifade edilebilir. Bu durum, kontrol edilecek sistemin dinamiği üzerine daha esnek bir müdahalenin söz konusu olduğu anlamına gelmektedir.



Şekil 2: (a) Tam Dereceli PID, (b) Kesir Dereceli PID'nin P-I-D düzlemi.

## 2.2. Kesir Dereceli $PI^\lambda$ Kontrollü Doğrusal Olmayan Sistem

Bazı doğrusal olmayan sistemler, kesir dereceli  $PI^\lambda$  tipi bir kontrolörle kontrol edildiğinde, geri beslemeli sistem kesir dereceli doğrusal olmayan bir yapıya dönüşür. Şekil 3'te bu yapının blok diyagramı verilmiştir. Burada;  $G_c^k(s)$ , kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör,  $G_p(s)$ , kontrol edilecek doğrusal sistem ve  $n(\cdot)$ , doğrusal olmayan alt sistem ile gösterilmiştir.  $G_c^k(s)$  ve  $G_p(s)$ 'ten oluşan yapı ise kesir dereceli doğrusal bir alt sistemdir.



Şekil 3: Kesir Dereceli  $PI^\lambda$  Kontrollü Doğrusal Olmayan Sistem.

Böyle bir yapıdaki sistemde, kesir dereceli kontrolörün tam dereceli kontrolörden farklı olarak sistemin dinamik davranışına etkisi söz konusudur. Bu etkiyi analiz etmek için doğrusal olmayan sistemlerin analiz metodlarından olan GAI analiz metodu kullanılacaktır.

## 3. Genelleştirilmiş Aktarım İşlevi Analizi

Şekil 3'deki kapalı çevrim sisteminde kesir dereceli doğrusal alt sistemin transfer fonksiyonu olan  $G^k(s)$ ,  $p^k(s)$  ve  $q^k(s)$  dereceleri sırasıyla  $d+\lambda$  ve  $f+\lambda$  olan polinom formunda denklem (2)'deki gibi yazılırsa;

$$G^k(s) = G_c^k(s)G_p(s) = \frac{p^k(s)}{q^k(s)} \quad (2)$$

ve  $r(t)=0$  alınırsa sistemi tanımlayan karakteristik denklem, (3)'teki gibi olur.

$$q(D^{f+\lambda})y(t) + p(D^{d+\lambda})n[y(t)] = 0 \quad (3)$$

Burada  $D$  türev operatörü  $\lambda$  kontrolörün integral derecesi,  $d$  ve  $f$  sırasıyla  $G_p(s)$  transfer fonksiyonunun pay ve payda dereceleridir. Şekil 3'deki geri beslemeli kesir dereceli doğrusal olmayan sistemin çıkışı  $y(t)$ , denklem (4)'teki gibi sabit ve değişken terimlerden oluşsun.

$$y_0(t) = A + B \sin \omega t, \quad B, \omega > 0 \quad (4)$$

Bu durumda girişi  $y_0(t)$  olan doğrusal olmayan alt sistemin çıkışının Fourier serisiyle açılabilirdiği kabul edilirse, doğrusal olmayan alt sistemin çıkışı;

$$n[y_0(t)] = N_0(A, B)A + N_1(A, B)B \sin \omega t + \dots \quad (5)$$

olur [15]. Kapalı çevrimli sistemin doğrusal alt sistemi  $G^k(s)$ 'nin yeteri derecede alçak geçiren bir filtre etkisine sahip olduğu varsayılırsa, denklem (5)'teki kesir dereceli doğrusal olmayan alt sistemin çıkışındaki yüksek harmonikleri elimine edecek ve doğrusal olmayan alt sistem  $n(\cdot)$ , yaklaşık olarak denklem (4)'te verilen ilk iki terim tarafından karakterize edilebilecektir. Bu iki terimin katsayıları reel olup sırasıyla,

$$N_0(A, B) \cong \frac{1}{2\pi A} \int_{-\pi}^{\pi} n(A + B \sin \omega t) d\omega t \quad (6)$$

$$N_1(A, B) \cong \frac{1}{\pi B} \int_{-\pi}^{\pi} n(A + B \sin \omega t) \sin \omega t d\omega t \quad (7)$$

olur. Denklem (6) ve (7), GAI'nin bilinen terimleridir [16-17].

Şekil 3'deki doğrusal olmayan alt sistem  $n(\cdot)$ , denklem (6) ve (7)'de verilen katsayılar ile karakterize edilirse, geri beslemedeki osilasyonun genliği ve frekansı kapalı çevrimli sistemin karakteristik denkleminin olan denklem (8) ve (9)'un çözümünden elde edilir.

$$1 + N_0(A, B)G^k(0) = 0 \quad (8)$$

$$1 + N_1(A, B)G^k(j\omega) = 0, \quad B, \omega > 0 \quad (9)$$

#### 4. Örnek Uygulama

Bu örnekte [14]'te de incelenen ve blok diyagramı Şekil 3'teki gibi kontrolör, sistem ve doğrusal olmayan elemandan oluşan yapı ele alınacaktır. Bu yapıda, [14]'ten farklı olarak tam dereceli  $PI$  kontrolör yerine kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör alınacaktır.

$$G_c^k(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} \quad (10)$$

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 2s - 1} \quad (11)$$

$$n(\cdot) = y^3 \quad (12)$$

Bu sistemde oluşması muhtemel osilasyonların varlığı, kararlılığı, frekansı ve genliği  $GAI$  analizi yardımıyla tespit edilebilir. Kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörün tam dereceli  $PI$  kontrolörden farklı olarak sistem üzerinde ne gibi etkisi olabileceğini gözlemlemek için [14]'te sistemi kararsızlaştırdığı tespit edilen kontrolör parametreleri seçilecektir. Bunun için  $K_p=1$  ve  $K_i=2.5$  alınacaktır. Denklem (6) ve (7)'den doğrusal olmayan alt sistemin  $GAI$ 'si,

$$N(B) = \frac{3}{4} B^2 \quad (13)$$

olarak bulunur. Denklem (8) ve (9)'da ifadeler yerine yazıldığında sistemin karakteristik denklemi,

$$\frac{3}{4} B^2 \left( \frac{K_p + K_i / s^\lambda}{s^2 + 2s - 1} \right) \bigg|_{s=j\omega} = -1, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (14)$$

olarak elde edilir.  $K_p=1$  ve  $K_i=2.5$  için denklem (14)'ün sağlanabilmesi için  $0 < \lambda \leq 0.71$  olmalıdır.

Grafiksel olarak denklem (14)'ün sağlanabilmesi için  $-1/N(B)$  ile  $G^k(j\omega)$ 'nın karmaşık düzlemde kesişmesi gerekmektedir. Grafiksel olarak  $B=[2,4]$  aralığında,  $-1/N(B)$  ile  $\omega=(0,+\infty)$  aralığında  $G^k(j\omega)$ 'nın karmaşık düzlemdeki değişimleri Şekil 4'te farklı  $\lambda$  değerleri için verilmiştir.

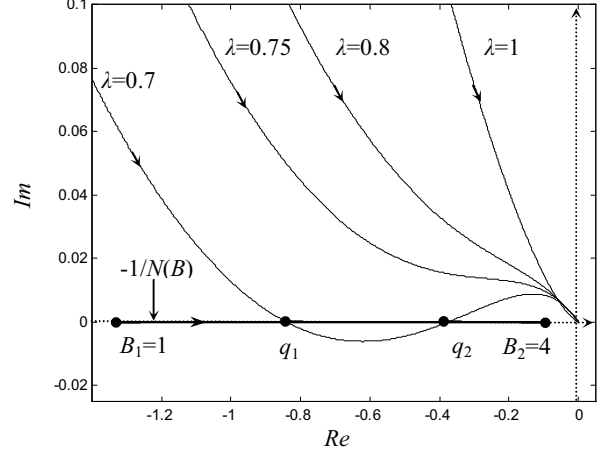
Şekil 4'te görüldüğü gibi  $\lambda=0.7$  için  $-1/N(B)$  ile  $G^k(j\omega)$  ile  $q_1$  ve  $q_2$  olmak üzere iki farklı noktada bir kesişme söz konusu iken  $\lambda=0.75, 0.8$  ve  $1$  için bir kesişme yoktur.  $\lambda=0.7$  için kesişme noktalarının kararlı olması durumunda, sistemde limit çevrim olarak adlandırılan osilasyonlar oluşacaktır. Diğer  $\lambda$  değerlerinde ise sistem kararsız bir davranış gösterecektir.

Denklem (14)'ün verilen kontrolör parametreleri için çözümü yapılırsa,  $q_1$  kesişme noktalarının karakterize ettiği frekansı,  $\omega_{q1}=1.18 \text{ rad/sn}$ , genliği,  $B_{q1}=1.26$  ve  $q_2$  kesişme noktalarının karakterize ettiği frekansı,  $\omega_{q2}=1.88 \text{ rad/sn}$  ve genliği  $B_{q2}=1.87$  olan limit çevrim osilasyonların gerçekleşmesi beklenecektir. Fakat  $q_1$  noktası kararlı olmasına rağmen  $q_2$  noktası kararsız bir yapıya sahiptir. Bu yüzden sistemde sadece  $q_1$  noktasının karakterize ettiği başlangıç şartından bağımsız osilasyonlar gözlenecektir.

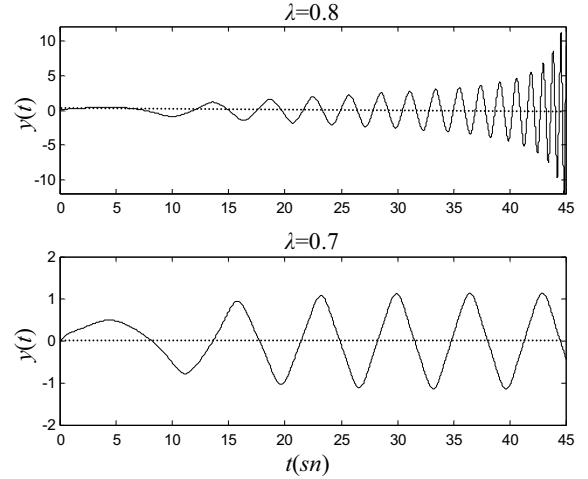
Sistemde oluşması beklen osilasyonları gözlemleyebilmek için sistemin zaman cevabına ihtiyaç olacaktır. Bunun için [18]'de verilen kesir dereceli

integratörün frekans cevabına yakınsatılmış tam dereceli sistemler kullanılacaktır. Bu sayede sistemin MATLAB/Simulink ortamında benzetim yoluyla zaman cevabı elde edilebilecektir.

Şekil 5'te  $x_0(0,0.4,0)$  başlangıç şartında  $\lambda=0.7$  ve  $\lambda=0.8$  için sistemin zaman cevapları verilmiştir.



Şekil 4:  $-1/N(B)$  ile  $G^k(j\omega)$ 'nın farklı  $\lambda$  değerleri için karmaşık düzlemdeki değişimi.



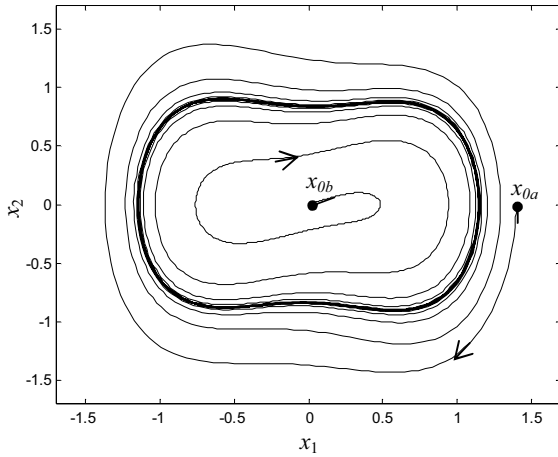
Şekil 5: Kesir dereceli doğrusal olmayan örnek sistemin  $\lambda=0.7$  ve  $\lambda=0.8$  zaman cevapları.

Şekil 5'te beklendiği gibi  $0 < \lambda \leq 0.71$  aralığı dışındaki  $\lambda=0.8$  için sistemde kararsız bir davranış varken bu aralık içerisinde bulunan  $\lambda=0.7$  integratör derecesi için sistemde başlangıç şartından bağımsız osilasyonlar oluşmaktadır. Şekil 6'da bu osilasyonların durum uzay diyagramı gösterilmektedir.

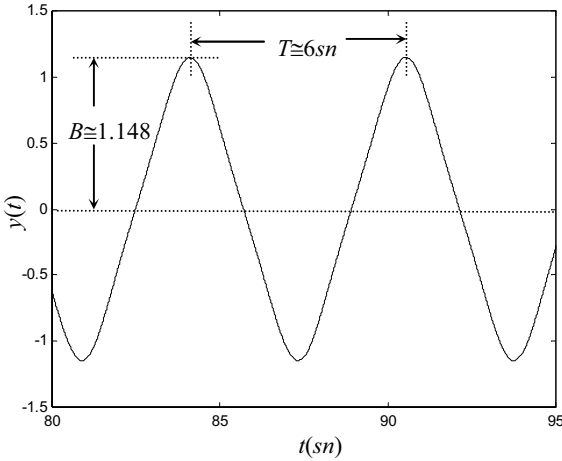
Şekil 6'da  $x_{0a}(0,0.01)$  başlangıç şartı için sistem Şekil 4'teki  $q_1$  noktasının tanımladığı osilasyon karakteristiğinin belirlediği limit çevrim yörüngesine yerleşmektedir. Benzer durum limit çevrim dışındaki bir nokta olan  $x_{0b}(1.4,0.01)$  başlangıç şartı içinde geçerlidir.

$q_1$  noktasının karakterize ettiği başlangıç şartından bağımsız osilasyonun sürekli durumundan bir kesit Şekil 7'de verilmiştir. Görüldüğü gibi sistemin çıkışında gözlenen osilasyonun frekansı  $\omega \approx 1.047 \text{ rad/sn}$  ve genliği  $B \approx 1.148$  dir.

Bu değerler sistemin analizi için kullanılan  $GAI$  metoduyla elde edilen değerlere yakın değerlerdir.



Şekil 6: Kesir dereceli doğrusal olmayan örnek sistemin  $\lambda=0.7$ ,  $x_{0a}(0,0.01)$  ve  $x_{0b}(1.4,0.01)$  için durum uzay diyagramı.



Şekil 7:  $q_1$  noktasının karakterize ettiği limit çevrimin sürekli durumundan bir kesit.

## 5. Sonuçlar

Bazı doğrusal olmayan sistemler; tam dereceli  $PI$  kontrolör yerine kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörle kontrol edildiğinde, tam dereceli kontrolör parametrelerinin sistemi kararsızlaştırdığı değerlerde  $\lambda$  integratör derecesine göre limit çevrim davranış gösterebilmektedir. Bu çalışmada, sabit kontrolör parametrelerinde limit çevrimin oluştuğu  $\lambda$  değerinin tespiti için  $GAI$  kullanılmıştır.  $GAI$  ile  $\lambda$  aralığı tespit edildiği gibi oluşacak olan osilasyonların frekansı ve genliği de tespit edilebilmektedir. Elde edilen sonuçlar benzetim sonuçları ile kıyaslandığında,  $GAI$ 'nin kesir dereceli doğrusal olmayan sistemlerin analizinde etkin bir araç olabileceği gösterilmiştir.

Bununla birlikte, doğrusal olmayan sistem üzerinde tam dereceli  $PI$  kontrolöre göre kesir dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörün farklı bir dinamik oluşturduğu ve sistemi kararsızlıktan kurtardığı görülmüştür. Böylece bu etkinin, sistem üzerinde

daha esnek bir müdahale oluşturma imkanı sunduğu sonucuna varılmıştır.

## 6. Kaynaklar

- [1] K. B. Oldham., J. Spanier, *Fractional Calculus*, Academic Press Inc., 1974.
- [2] R. Hilfer, *Application of Fractional Calculus in Physics*, World Scientific, 2000.
- [3] L. Dorcak, *Numerical Models for The Simulation of The Fractional-Order Control Systems*, Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, Kosice, Slovak Republic, 1994.
- [4] I. Petras, L. Dorcak, P. O'Leary, B. M. Vinagre, I. Podlubny, *The Modelling and Analysis of Fractional-Order Control Systems in Frequency Domain*, Proceedings of the ICCCT'2000, Slovak Republic, 2000.
- [5] M. Aoun, R. Malti, F. Levron, A. Oustaloup, *Numerical Simulations Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements*, Nonlinear Dynamics, Cilt: 38, s: 117-131, 2004.
- [6] M. Axtell, M. E. Bise, *Fractional Calculus Applications in Control Systems*, IEEE Nat. Aerospace and Electronics Conference, USA, 1990.
- [7] I. Podlubny, *Fractional-Order Systems and Fractional-Order Controllers*, Slovak Academy of Sciences Institute of Experimental Physics, Kosice, Slovak Republic, 1994.
- [8] I. Podlubny, L. Dorcak, I. Kostial, *On Fractional Derivatives, Fractional-Order Dynamic System and  $PI^\lambda D^\mu$ -Controllers*, Proc. 36th Conference on Decision&Control, California, USA, 1997.
- [9] I. Podlubny, *Fractional-Order Systems and  $PI^\lambda D^\mu$ -Controllers*, IEEE Trans. Automatic Control, Cilt: 44, No: 1, s: 208-214, 1999.
- [10] C. A. Monje, A. J. Calderon, B. M. Vinagre, Chen Y., Feliu V., *On Fractional  $PI^\lambda$  Controllers: Some Tuning Rules for Robustness to Plant Uncertainties*, J. Nonlinear Dynamics, Cilt: 38, No: 1-2, s: 369-381, 2004.
- [11] K. J. Aström, T. Häggglund, *PID Controllers*, The International Society for Measurement and Control, 1995.
- [12] F. C. Scheweppe, *Uncertain Dynamic Systems*, Prentice Hall Inc., 1977.
- [13] R. Marino, P. Tomei, *Nonlinear Control Design*, Rentic Hall, 1995.
- [14] A. Uçar, V. Çelik, *PI Kontrollü Doğrusal Olmayan Sistemlerde Osilasyon*, Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, Cilt:5, No:1, s:183-189,2004.
- [15] R. Genesio, A. Tesi, F. Villorresi, *A Frequency Approach for Analyzing Controlling Chaos in Nonlinear Circuits*, IEEE Trans. CAS, Cilt: 40, no: 11, ss.819-827, 1993.
- [16] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*, Prentice Hall, 1978.
- [17] J. J. E. Slotine, W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall Int. Inc., 1991.
- [18] T. T. Hartley, C. F. Lorenzo, H. K. Qammer, *Chaos in a Fractional Order Chua's System*, IEEE Trans. CAS, Cilt: 42, No: 8, s: 485-490, 1995.

## Kesirli Fourier Bölgesinde Uyarlanır Süzgeç Tabanlı Aktif Gürültü Kontrolü

Lütfiye Durak<sup>1</sup>, Sultan Aldırmaz<sup>2</sup>

Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

<sup>1</sup> lutfiye@ieee.org, <sup>2</sup> aldirmaz@yildiz.edu.tr

### Özetçe

Aktif gürültü kontrolü (AGK), ortamdaki gürültüye genlikçe denk, zıt fazda bir işaret üretip, bunu akustik olarak ortama yayarak gürültüyü yok etmeyi amaçlayan bir yöntemdir. Bu çalışmada özellikle ivmeli hareketler sonucu oluşabilen ses işaretleri gibi frekansı zamanla doğrusal değişen ses işaretlerinin bastırılması amacıyla önerilen yeni bir algoritma tanıtılmaktadır. Gürültü işaretinin bastırılabilmesi için kesirli Fourier dönüşümü bölgesinde gerçekleştirilen bir uyarlamalı süzgeç yapısı önerilmektedir. Bu bildiride, AGK sistemi uygulamasının hem zaman, hem de kesirli Fourier bölgesindeki benzetimleriyle sistem başarımı karşılaştırılmaktadır.

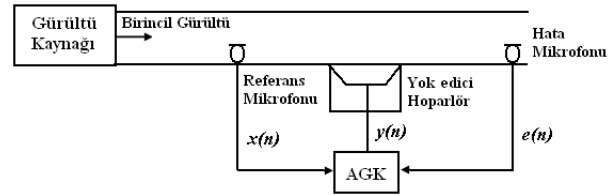
### 1. Giriş

Akustik gürültünün giderilmesi, motor, vantilatör, dönüştürücü ve kompresör gibi endüstride kullanılan cihazların sayısı arttıkça önemi giderek artan bir problem haline dönüşmektedir [1]. Özellikle düşük frekanslı gürültü işaretlerinde aktif gürültü kontrol (AGK) sistemleri oldukça verimli sonuçlar üretmektedir [2-4]. Örneğin, gürültülü ortamlarda çalışan işçileri korumak için ya da uçak ve benzeri ulaşım araçlarının gürültüsünden kaçınmak için tasarlanabilecek olan AGK tabanlı sistemler oldukça yararlıdır.

Basit bir uyarlanır süzgeç tabanlı AGK sisteminin yapısı Şekil 1'de verilmektedir. Buna göre gürültü kaynağının olduğu yerde bulunan referans mikrofondan elde edilen birincil işaret, uyarlanır sistemde referans işareti olarak kullanılmaktadır. Bir AGK sisteminin esas prensibi bir mikrofona aracılığıyla ortamdaki gürültünün alınarak, ona eşit genlikte ancak zıt fazda sahte bir gürültü oluşturulup bu işaretin hoparlörden ortama verilmesidir. Böylelikle ortamdaki gürültünün akustik olarak bastırılması sağlanır [1, 5-6].

Genellikle ortamdaki gürültünün istatistiksel olarak zamanla değişmez olduğunu kabul etmek yeterince gerçekçi bir varsayım olmayacaktır. Gürültü zamanla değişen bir karakteristiğe sahip olabileceğinden, tasarlanacak AGK sisteminin zaman değişikliklerine hızlı bir şekilde uyarlanırlı olması önemlidir. Bu nedenle, AGK sistemlerinde uyarlanır süzgeçlerin kullanılması sistem başarımını ve gürbüzülüğünü

artırıcı etkiler oluşturur. Şekil 1'de verilen AGK sisteminde uyarlanırlık hata işareti  $e(n)$ 'in minimize edilmesiyle sağlanır. Uyarlanır algoritmalar olarak en küçük ortalama kareler (LMS) ve onun türevleri ya da özyineli en küçük kareler (RLS) algoritmaları önerilmiştir [1,6].

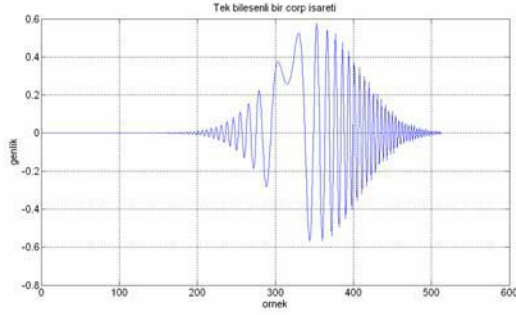


Şekil 1 AGK sisteminin genel yapısı.

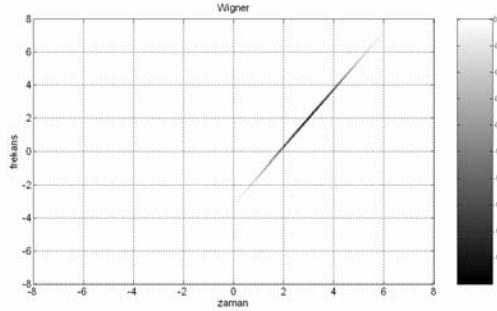
Literatürde zaman, frekans ya da dalgacık dönüşümü gibi değişik dönüşüm bölgelerinde tasarlanmış AGK sistemleri yer almaktadır [8-10]. Zaman bölgesindeki uyarlama yaklaşımları sonsuz dürtü yanıtı (IIR) ya da sonlu dürtü yanıtı (FIR) uyarlamalı süzgeçlerle gerçekleştirilir. Zaman bölgesindeki yaklaşımların bir dezavantajı, yakınsama hızının gürültü kaynağının özilişki matrisinin koşul sayısına bağlı olmasıdır. Diğer dönüşüm bölgeleri arasında Fourier bölgesi için uyarlanır frekans örnekleme süzgeci [8], dalgacık dönüşümü bölgesinde uyarlamalı dalgacık filtre bankaları [9] ve kesirli Fourier bölgesinde LMS algoritması [10] önerilmiştir. Dönüşüm bölgelerinde uyarlamanın en temel avantajı uyarlama sürecinin daha az parametreyle gerçekleştirilebilir olmasından kaynaklanmaktadır. Özellikle gürültü kaynağı düşük frekanslarda daha yoğun olarak ortaya çıkmakta ise dalgacık dönüşümü temelli uyarlamaların başarımı yükselmektedir. Her iki dönüşüm bölgesi açısından da frekansı zamana bağımlı olarak doğrusal değişen çörp-tipi ses işaretleri için başarımları sınırlıdır. Çörp-tipi ses işaretleri mekanik sistemlerde ivmeye bağlı olarak ortaya çıkan gürültüler için iyi bir modeldir. Zamanla frekansı artan ya da azalan karakteristik gösteren çok bileşenli bir çörp-tipi işaret,  $x(t)$ , en genel haliyle,

$$x(t) = \sum_k g_k(t) e^{j\pi(a_k(t-t_k)^2 + 2b_k(t-t_k))} \quad (1)$$

ile ifade edilir. Denklem (1)'de yer alan  $a_k$ ,  $t_k$  ve  $b_k$ 'ler sırasıyla çörp bileşenlerinin hızını, zaman ve frekans



Şekil 2 Tek bileşenli bir çörp işareti.



Şekil 3 Şekil 2'de yer alan çörp işaretinin Wigner dağılımı.

merkezlerini göstermektedir.  $g_k(t)$  ise her bir çörp bileşeninin zarfını temsil eder. Şekil 2'de tek bileşenli çörp-tipi bir işaret, Şekil 3'de ise Şekil 2'de verilen çörp-tipi işaretin Wigner dağılımı gösterilmektedir. Verilen Wigner dağılımından bu işaretin frekansının zamanla artan bir karakteristik sergilediği görülmektedir.

Çörp-tipi işaretler için uyarlamamanın en gürbüz yapılabileceği bölge, çörpün bir sinüzoidale karşılık geldiği derecedeki kesirli Fourier dönüşümüdür (KFD). KFD matematiksel olarak iyi betimlenmiş ve yeni fiziksel uygulamalara açık bir dönüşümdür [11–14]. Bu çalışmanın önemi ve şimdiye dek AGK uygulamaları için önerilmiş algoritmalarından farkı uyarlamayı kesirli Fourier bölgesine genellemesidir.

Bu çalışma, çörp tipi istenmeyen işaretlerin var olduğu bir ortamdaki gürültüyü en gürbüz şekilde modelleyerek, gürültünün akustik olarak bastırılmasını önerir. Tasarlanan sistemin blok diyagramı Şekil 5'te verildiği gibidir. Buna göre, gürültü kaynağının yanında bulunan referans mikrofonu aracılığıyla referans işareti elde edilir. Referans işaretinin alımında kullanılan mikrofona, analog sayısal dönüştürücüler ve sayısal analog dönüştürücülerin etkisi ile oluşan ikincil yol  $h(n)$  süzgeci ile modellenmiştir. Gürültü işareti AGK sistemi için birincil işarettir. Çörp-tipi işaretleri en uygun şekilde modelleyebilmek için en optimal yaklaşım çörp bileşenini bir sinüzoidale çevirecek derecedeki bir KFD'dir. Böylelikle adaptasyon zamanda-değişmez karakteristikler gösteren bir işaret üzerinden gerçekleşir. Bunun için KFD derecesinin sisteme uyarlanır bir şekilde belirlenmesi gereklidir. Bu tip uygulamalarda önem kazanan nokta, çörp-tipi gürültü işaretinin anlık frekansının (instantaneous frequency, IF)

uyarlama sürecinin başında kestirilmesi ve belirli aralıklarda yenilenmesidir.

IF kestirimi için literatürde birçok yöntem önerilmektedir [15–17]. Bunlardan bazıları LMS ve RLS algoritmalarını kullanan uyarlamalı süzgeçler, polinom faz tabanlı ve zaman frekans dağılım tabanlı kestiricilerdir. Hızlı değişen işaretlerde IF kestirimi yapılırken LMS ve RLS tabanlı algoritmaların değişimi izleyememe sorunları vardır. Bununla beraber ağırlık güncellemesinde kullanılan adım aralığı parametresi önceden belirlendiği için yakınsama problemi yaşanabilmektedir.

Polinom faz modelinde ise, işaretin fazı her bir lokal zaman aralığında polinom gibi modellenir ve en büyük olabilirlik kestiricisi ile polinomun katsayıları belirlenmeye çalışılır. Yavaş değişen işaretler için çok iyi çalışan bu yöntem hızla değişen ya da zamanda süresiz olan işaretlerde başarısız olmaktadır [15]. Zaman-frekans dağılımlarından Wigner dağılımı ve kısa-süreli Fourier dönüşümü (KSFD) kullanılarak da IF kestirimi yapılabilmektedir [16–17]. Ancak Wigner dağılımının çok bileşenli işaretler için ürettiği çapraz terimler ve KSFD'nin düşük zaman-frekans çözünürlüğü problemi engel oluşturabilir. Wigner dağılımı yoğun işlem karmaşıklığı nedeniyle gerçek zamanlı işlemlerde verimli olarak kullanılamazken, KSFD bu bakımdan avantajlı olmaktadır. [17]'de gerçekleştirilen bir diğer algorithma ise uyarlanır KSFD tabanlı bir yöntem kullanılarak zaman-frekans çözünürlüğü artırılmakta ve daha iyi bir kestirici elde edilmektedir. Bu çalışmaya, bir sonraki aşamada çörp-tipi gürültünün otomatik IF kestirimi süreci eklenecektir.

Bu bildiride, Bölüm 2'de kesirli Fourier dönüşümünden (KFD) bahsedilerek genel bilgiler verilmektedir. Bölüm 3'te, uyarlamalı süzgeç algoritmalarından bu çalışmada kullanılan RLS algoritması tanıtılmakta ve bir sonraki bölümde de yapılan çalışmanın benzetim sonuçları sunulmaktadır. Bölüm 5'te ise benzetim sonuçları dikkate alınarak süzgecin uygulandığı bölgenin başarımına olan katkısı tartışılmaktadır.

## 2. Kesirli Fourier Dönüşümü

Kesirli Fourier Dönüşümü (KFD) değişik yollarla betimlenebilir. Bir  $x(t)$  fonksiyonunun  $a$ . derecedeki ( $a, 0 < |a| < 2$ ) KFD'si

$$x_a(t) \equiv \{F_a x\}(t) = \int K_a(t, t') x(t') dt' \quad (2)$$

şeklinde tanımlanır. İfadede geçen  $K_a(t, t')$  dönüşümün kernel fonksiyonudur:

$$K_a(t, t') = A\varphi \exp(j\pi(t/2 \cot \varphi - 2t't' \csc \varphi + t'^2/2 \cot \varphi)) \quad (3)$$

Denklem (3)'de geçen  $A\varphi$  değeri,

$$A\varphi = \exp(-j\pi \operatorname{sgn}(\sin \varphi) / 4 + j\varphi / 2) / |\sin \varphi|^{1/2} \quad (4)$$

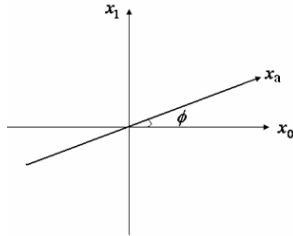
ve Şekil 4'de gösterilen  $\varphi$  KFD derecesi ile dönüşüm açısıdır. KFD derecesi ile dönüşüm açısının ilgisi,

$$\varphi = a\pi/2 \quad (5)$$

olarak tanımlanmaktadır.

Kernel fonksiyonu  $K_a(t, t')$ ,  $a = 1$  için  $e^{-j2\pi t t'}$  olur ve 1. dereceden kesirli Fourier dönüşümü, fonksiyonun Fourier dönüşümünü verir. Diğer bir durumda,  $a = 0$  için kernel fonksiyonu  $\delta(t)$ 'ye yaklaşır ve 0. dereceden kesirli Fourier dönüşümü fonksiyonun kendisini verir. Fourier dönüşümünün tanımlandığı tüm fonksiyonlar için KFD de tanımlıdır. Dolayısıyla işaretlerin zaman ya da frekans gösterimlerinin zaman ve frekans bölgelerinde tanımlanabilmesi gibi, KFD kullanılarak, gerçekleşen dönüşüm ile kesirli Fourier bölgelerinde ifade edilmeleri mümkündür.

KFD'nin bir etkisi de  $a$ . derecedeki bir KFD'nin, işaretin Wigner dağılımını saat yönünde  $\phi = a\pi/2$  açısıyla döndürmesidir. Zaman-frekans bölgesi üzerinde düşünüldüğü zaman, kesirli Fourier bölgelerinin zaman ve frekans bölgelerinin arasını aradeğerleyen bölgeler olduğu ortaya çıkmaktadır. Şekil 4'te bir zaman-frekans bölgesi üstünde  $a$ . dereceden kesirli Fourier bölgesi gösterilmektedir. KFD'nin yaklaşık değerler ile ayrık hesaplaması  $O(N \log N)$  karmaşıklığında gerçekleştirilebilir [14]. Hesaplama algoritmasının detayları EK 1'de verilmektedir.



Şekil 4 KFD bölgesi. Yatay ve düşey eksenler, sırasıyla, 0. ve 1. dereceden kesirli Fourier bölgeleri olan zaman ve frekans bölgelerini temsil etmektedir.

### 3. AGK'da Uyarlama Algoritması

Önerilen AGK sisteminde yinelemeli en küçük kareler (Recursive Least Square, RLS) algoritması uyarlanırlı transversal süzgeçleme ile kısa zamanda hızlı bir yakınsama sağlar. Uyarlanırlı süzgecin giriş işareti  $x[n]$  olmak üzere,  $p$ . dereceden bir RLS süzgecinin algoritması aşağıdaki gibidir.

$$x[n] = \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-p) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Uyarlanırlı sistemdeki  $e(n)$  hata işareti,

$$e(n) = d(n) - w_n^T x(n) \quad (7)$$

ile elde edilir. (7)'de geçen  $d(n)$  istenen girişi,  $w_n$  ise süzgecin ağırlık değerlerini göstermektedir. Buna göre,

$$g(n) = P(n-1)x^*(n) \left\{ \lambda + x^T(n)P(n-1)x^*(n) \right\}^{-1} \quad (8)$$

$$P(n) = \lambda^{-1}P(n-1) - g(n)x^T(n)\lambda^{-1}P(n-1) \quad (9)$$

Denklem (8) ve (9)'da geçen  $P$ ,  $g$  ve  $\lambda$  sırasıyla kovaryans matrisini, kazanç matrisini ve unutma faktörünü göstermektedir. Yapılan benzetimlerde unutma faktörü 1 olarak seçilmiştir. Uyarlanırlı süzgecin ağırlıklarının güncellemesi ise (10)'da gösterildiği şekilde yapılır.

$$w_n = w_{n-1} + e(n)g(n) \quad (10)$$

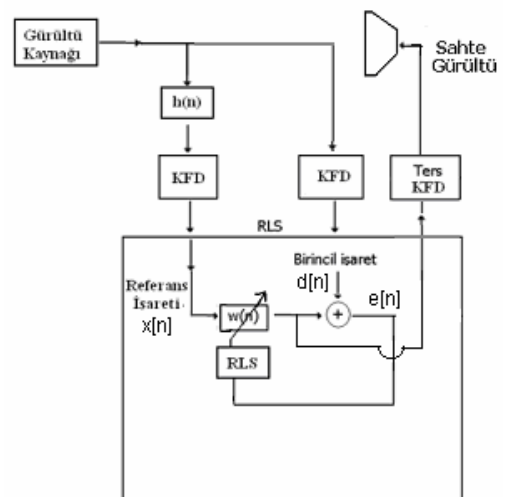
AGK sisteminde uyarlama hem zaman hem de kesirli Fourier bölgesinde gerçekleştirilmiştir ve benzetim sonuçları Bölüm 4'de yer almaktadır.

### 4. Sistem Modeli ve Benzetimler

Kesirli Fourier bölgesinde gerçekleştirilen AGK algoritması Şekil 5'te verilmektedir. Gürültülü ortamda bulunan bir algılayıcıyla uyarlanırlı süzgeç yapısında kullanılacak olan referans işareti elde edilir. Gürültü işaretinin uyarlanırlı süzgeç ile modellenmesinde, çörp tipi işaretin daha kolay takip edileceği kesirli Fourier bölgesine ait KFD'si hesaplanır. Elde edilen işaret RLS algoritmasının giriş işareti olarak kullanılarak işaret modellenmeye çalışılır. Böylece, RLS algoritması bu kesirli Fourier bölgede çalıştırılarak ortamda bulunan gürültü kesirli Fourier bölgesinde modellenmiş olur. Ters KFD'si alınarak zaman bölgesine geçirilen sahte gürültü ortama verilerek akustik olarak gürültü bastırılmış olunur.

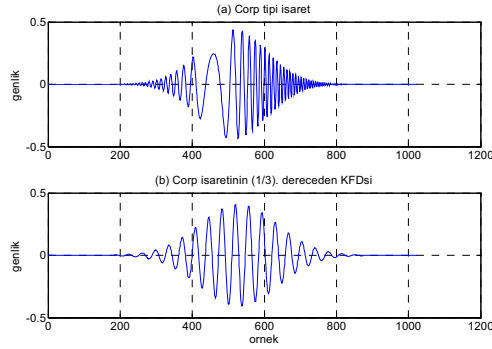
Şekil 6'da modellemek istenilen çörp tipi işaret ve onun KFD'si gösterilmektedir. Çörp tipi işaretin (1/3). dereceden KFD'si alındığında bu işaret bir sinüzoidal dönüşmektedir. Böylelikle RLS algoritmasının girişine çörp-tipi bir işaret yerine zamanla-değişmez karakteristiklere sahip bir sinüzoidal girilmektedir. RLS algoritmasının girişi ve sonuçta elde edilen çıkış işareti Şekil 7'de verildiği gibi olur.

Uyarlamanın gerçekleştirildiği kesirli Fourier bölgesinden zaman bölgesine dönüldüğünde elde edilen işaretler Şekil 8'de verilmektedir.

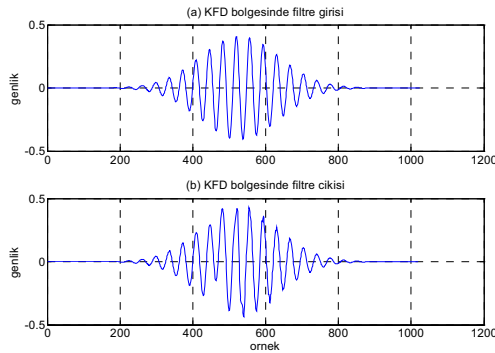


Şekil 5 Tasarlanan sistem modeli.

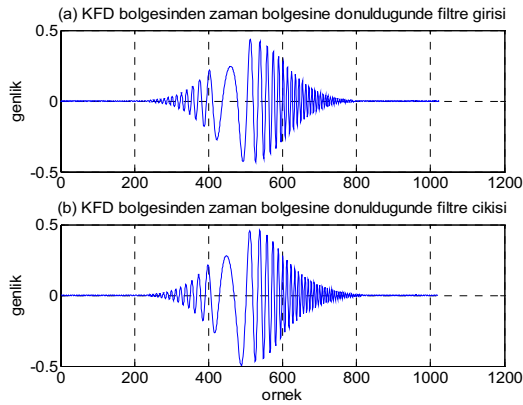




Şekil 6 (a) Çörp tipi işaret ve (b) onun (1/3). dereceden KFD'si.

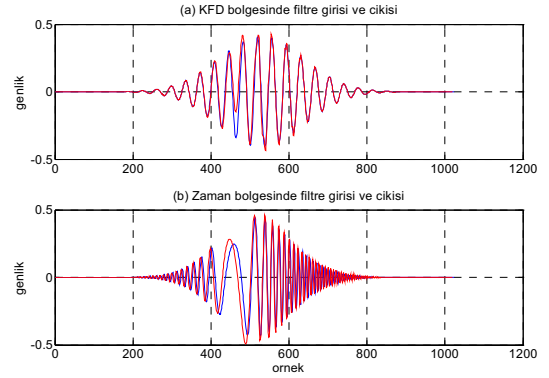


Şekil 7 (a) (1/3). dereceden KFD bölgesinde süzgeç girişi ve (b) çıkış işaretleri.



Şekil 8 Kesirli Fourier bölgesinden zaman bölgesine dönüldüğündeki süzgecin girişi ve çıkışı.

KFD bölgesinde uyarlanırlı süzgeçlemenin performans analizinin bir ölçütü olarak hem KF bölgesinde hem de zaman bölgesinde elde edilen RLS giriş ve çıkış işaretleri Şekil 9'da aynı grafik üstünde gösterilmiştir.



Şekil 9 (a) (1/3). dereceden kesirli Fourier bölgesinde süzgeç girişi ve çıkışı, (b) Zaman bölgesinde dönüldüğünde süzgecin girişi ve çıkış işaretleri.

Orijinal işaret ile RLS algoritmasının çıkışı hem zaman hem de KFD bölgesinde karşılaştırılarak yapılan hata miktarı saptanmıştır. KF bölgesinde yapılan hata,

$$E_a = \sum_{n=1}^N \frac{(x_a[n] - y_a[n])^2}{|x_a[n]|^2} \quad (11)$$

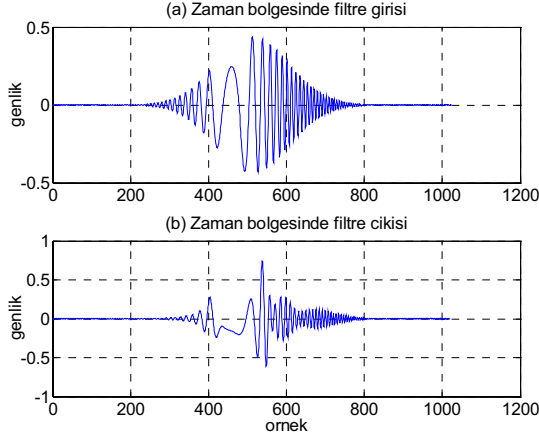
ifadesine göre hesaplanmaktadır. Denklem 11'de  $E_a$ ,  $a$ . dereceden KFD bölgesinde yapılan toplam hatayı,  $x_a$   $a$ . dereceden KFD bölgesinde gerçekleşen uyarlanırlı süzgecin giriş işaretleri ve  $y_a$  ise süzgecin  $a$ . dereceden KFD bölgesindeki çıkış işaretleri KFD'nin yaklaşık hesaplanan ayrık değerleridir. Aynı şekilde zaman bölgesindeki toplam hata  $E_0$  ile gösterilebilir.

$x_0$  ve  $y_0$  sırasıyla uyarlanırlı süzgecin zaman bölgesindeki giriş ve çıkış ifadelerini göstermektedir. Tablo 1'de ise  $a=1/3$  iken KFD'de yapılan hata  $E_a$  ve elde edilen ifadelerin zaman bölgesine karşılık düşen hata ifadesi  $E_0$  verilmektedir.

Tablo 1. (1/3). ve (4/3). dereceden KFD bölgesinde çalışan uyarlanırlı süzgecin ve bu duruma karşılık gelen zaman bölgesindeki toplam hata ile zaman bölgesinde gerçekleşen uyarlanırlı filtrenin toplam hatası.

| KFD kullanıldığında hata |                                      |                            | KFD kullanılmadığında hata |
|--------------------------|--------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| KFD derecesi             | Kesirli Fourier bölgesinde ( $E_a$ ) | Zaman bölgesinde ( $E_0$ ) | 1.20                       |
| (1/3). dereceden         | 0.06                                 | 0.38                       |                            |
| (4/3). dereceden         | 0.07                                 | 1.41                       |                            |

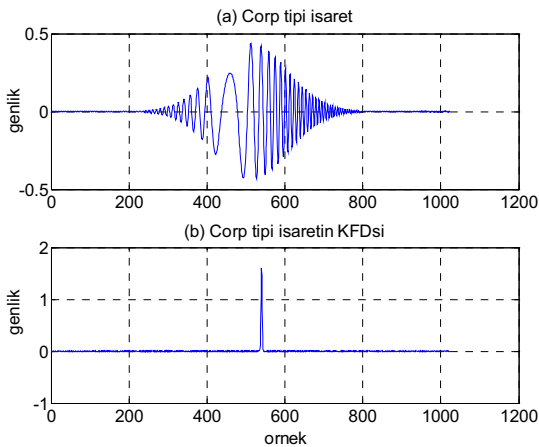
Karşılaştırmalı bir senaryo olarak, KFD'nin kullanılmadığı ve uyarlanmanın sadece zaman bölgesinde gerçekleştiği senaryolarda elde edilen uyarlanırlı süzgecin giriş ve çıkış işaretleri Şekil 10'da verilmektedir.



Şekil 10 Zaman bölgesinde gerçekleştirilen RLS algoritmasının (a) giriş ve (b) çıkış işaretleri.

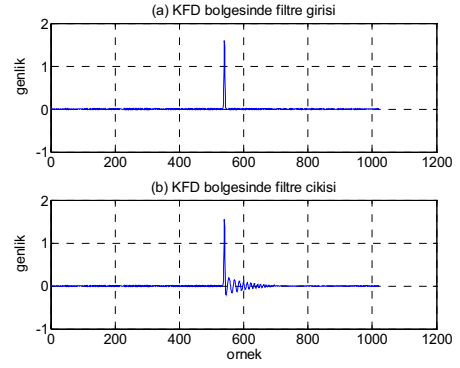
Bu bölgede gerçekleştirilen süzgeç çıkışında yapılan toplam hata değeri Denklem (11) ifadesi kullanılarak hesaplanmış ve sonuç Tablo 1'de KFD tabanlı uyarlanırlı süzgeç sonuçlarıyla karşılaştırmalı olarak eklenmiştir. Bu hata değerinin KFD bölgesinde yapılan toplam hatadan oldukça büyük olduğu açıktır.

KFD bölgesinde gerçekleştirilecek bir uyarlanırlı süzgeçte modellenmek istenen işarete en uygun KFD derecesinin belirlenmesi önemlidir. Bir diğer senaryoda, çörp-tipi işaretin bir sinüzoidal dönüşüm KFD'ye karşılık gelen ve Fourier bölgesine dik olan kesirli Fourier bölgesindeki RLS tabanlı AGK sisteminin performansı irdelenmektedir.

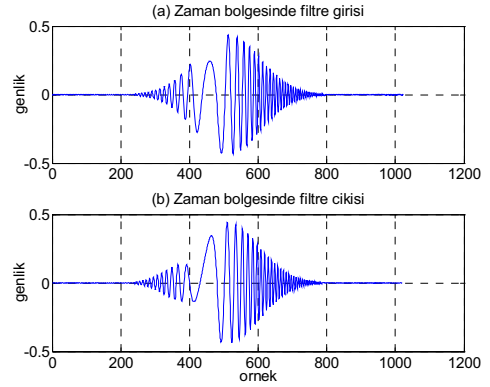


Şekil 11 (a) Çörp tipi işaret ve (b) onun (4/3). dereceden KFD bölgesindeki durumu.

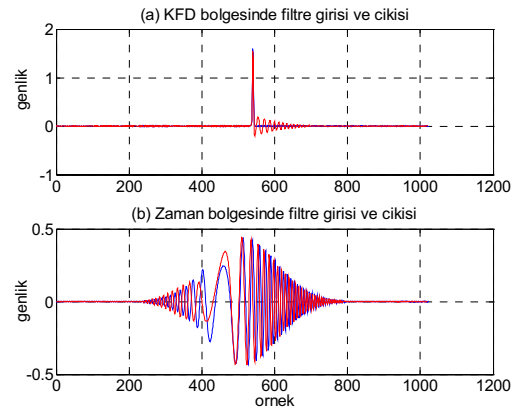
Şekil 11'de (4/3). dereceden KFD bölgesinde gerçekleştirilecek süzgeç için çörp-tipi giriş işareti ve onun (4/3). dereceden KFD'si gösterilmiştir. Şekil 12'de KFD'de gerçekleştirilecek olan süzgecin giriş ile çıkış işaretleri, Şekil 13'de ise Şekil 12'ye karşılık düşen zaman gösterimleri yer almaktadır.



Şekil 12 (4/3). dereceden KFD bölgesinde süzgeç giriş ve çıkış işaretleri.



Şekil 13 Şekil 12'de elde edilen işaretlerin (4/3). dereceden KFD bölgesinde durumu.



Şekil 14(a) (4/3). dereceden kesirli Fourier bölgesinde süzgeç giriş ve çıkışı, (b) Zaman bölgesine dönüldüğünde süzgecin giriş ve çıkış işareti.

Şekil 14’de ise performans analizi yapabilmek için hem KFD hem zaman bölgesindeki süzgecin giriş ve çıkış işaretleri aynı grafik üzerinde gösterilmiştir. (4/3). dereceden KFD bölgesinde yapılan toplam hata ve bu ifadelerin zaman bölgesindeki karşılıklarının yaptığı toplam hata Tablo 1’de yer almaktadır. Çörp işaretinin sinüzoidale dönüştüğü durumdaki uyarılama, incelenen durumlar içinde en yüksek başarıma sahiptir.

## 5. Sonuçlar

Yapılan çalışmada kesirli Fourier bölgelerinde gerçekleşen RLS-AGK tabanlı sistemi önerilmektedir. Bu yönüyle şimdiye dek yapılan dönüşüm bölgesi algoritmalarından farklı bir çalışma ortaya konmuştur.

Elde edilen benzetim sonuçları ve hata miktarları zaman bölgesinde gerçekleşen RLS algoritması ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 1’de sunulmuştur. Kesirli Fourier bölgesinde yapılan hata, zaman bölgesinde oluşacak toplam hataya oranla oldukça düşüktür.

Gelecek çalışmalarda bu sisteme, otomatik IF kestirim süreci eklenecektir ve tasarlanan sistemin performansı gerçek veriler üzerinde değerlendirilecektir.

## 6. Kaynakça

- [1] S. M. Kuo, D. R. Morgan, “Active noise control: A tutorial review”, Proceedings of the IEEE, Cilt: 87, No: 6, s:943–973, Haziran 1999.
- [2] S. M. Kuo, S. Mitra, ve W. S. Gan, “Active noise control system for headphone applications,” IEEE Tran. Control Systems Technology, Cilt: 14, No: 2, s:331–335, Mart 2006.
- [3] T. Çiloğlu ve A. Tokatlı, “Kulaklıklar için sayısal sinyal işleme tabanlı bir aktif gürültü kontrol sistemi,” Proc. IEEE 12th Signal Processing and Communications Applications Conference, SIU’2004, s:649 – 652, 28–30 Nisan 2004.
- [4] H. Janocha, B. Liu, “Simulation approach and causality evaluation for an active noise control system control theory and applications,” IEEE Proceedings, Cilt: 145, No: 4, s:423 – 426, Temmuz 1998.
- [5] S. M. Kuo, D. R. Morgan, Active Noise Control Systems Algorithms and DSP Implementations, John Wiley & Sons, Inc, 1996.
- [6] S. J. Elliott, P.A. Nelson, “Active noise control,” IEEE Signal Processing Mag., Cilt: 10, No: 4, s:12–35, Ekim, 1993.
- [7] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, Upper Saddle River, NJ: Prentice- Hall, 1996.
- [8] S. Liu, X. Li ve J. Tian, “Transform domain adaptive filter in active noise control”, Signal Processing, 2002 6th International Conference on, Cilt: 1, s:272 – 275, 26–30 Ağustos, 2002.
- [9] F. Jiang, N. Ojio, H. Ohmori ve A. Sano, “Adaptive active noise scheme in time-domain and transform domains,” Decision and Control, Proceedings of the 34th IEEE Conference on Cilt: 3, s:2165 – 2172, 13-15 Aralık 1995.
- [10] Q. Lin, Z. Yanhong, T. Ran, W. Yue, “Adaptive filtering in fractional Fourier domain”, Microwave,

Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications, 2005. MAPE 2005. IEEE International Symposium on, Cilt: 2, s:1033–1036, 8–12 Ağustos 2005.

- [11] V. Namias, “The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics,” J. Inst. Math. Appl., Cilt: 25, s:241–265, 1980.
- [12] H.M. Ozaktas, , D. Mendlovic, “Fractional Fourier transforms and their optical implementation: II,” Journal of the Optical Society of America A, Cilt: 10, s:2522–2531, 1993.
- [13] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky, ve M. A. Kutay, The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing, John Wiley & Sons, 2002.
- [14] H. M. Ozaktas, O. Arıkan, M. A. Kutay, ve G. Bozdagi, “Digital computation of the fractional Fourier transform,” IEEE Trans. Signal Process., Cilt: 44, No. 9, s:2141–2150, Eylül, 1996.
- [15] B. Boashash, “Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. II. Algorithms and applications,” Proceedings of the IEEE Cilt: 80, No: 4, s:540 – 568, Nisan 1992.
- [16] V. Katkovnik, L. Stankovic, “Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length,” IEEE Tran. Signal Processing, Cilt. 46, No: 9, s:2315 – 2325, Eylül 1998.
- [17] H. K. C. Kwok, D.L. Jones, “Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform,” IEEE Tran. Signal Processing, Cilt: 48, No: 10, s:2964 – 2972, Ekim 2000.

### EK 1: Hızlı KFD hesaplama algoritması [14]

#### Algoritmanın Amacı:

$x(t)$ ’nin Wigner dağılımının  $dx \leq \sqrt{N}$  çaplı dairenin içinde olduğunu varsayarak,  $x(n/dx)$ ,  $-N/2 \leq n \leq N/2-1$  verilmişken,  $x_a(m/2dx)$ ,  $-N/2 \leq n \leq N/2-1$  fonksiyonunu hesaplamak

#### Algoritmanın Adımları:

Giriş işaretinin örneklerini 2 ile aradeğerle:  $x(n/dx) \rightarrow x(n/2dx)$

$a' := (a+2) \bmod 4 - 2$  % Modulo işleminden sonra  $a' \in [-2,2]$

%  $a' \in [0.5, 1.5]$  ve  $a' \in [-2,-0.5] \cup (-0.5, 2]$  arası ayrı işlemlere tabi tutulmalıdır.

Eğer  $|a'| \in [0.5, 1.5]$  ise

$a'' := a'$

değilse

$a'' := (a'+1) \bmod 4 - 2$  % Modulo işleminden sonra  $a'' \in (0.5, 1.5)$

eğer işleminin sonu

$\phi'' := (\pi/2) \cdot a''$

$\alpha := \cot \phi$

$\beta := \csc \phi$

$A_\phi := \exp(-j\pi \operatorname{sgn}(\sin \phi)/4 + j\phi/2) / |\sin \phi|^{1/2}$

% Aşağıdaki dizileri hesapla

$c_1[m] := \exp(j\pi(\alpha/dx^2 - \beta/N)m^2/4)$   $-N \leq m \leq N-1$  için

$c_2[m] := \exp(j\pi\beta(m/2\sqrt{N})^2)$   $-2N \leq m \leq 2N-1$  için

$c_3[m] := \exp(j\pi dx^2 (\alpha/N - \beta/dx^2)m^2/(4N))$   $-N \leq m \leq N-1$  için

$g[m] := c_1[m] x(m/2dx)$   $-N \leq m \leq N-1$  için

$h_{a'}(m/2dx) := A_\phi c_3[m] (c_2 * g)[m]$   $-N \leq m \leq N-1$  için

% Son adımda konvolüsyonu  $O(N \log N)$  işlemde hesaplamak için FFT kullanılmaktadır

Eğer  $|a'| \in [0.5, 1.5]$  ise

$x_a(m/2dx) := h_{a'}(m/2dx)$

değilse

% Fourier dönüşümü örneklerini FFT ile hesapla

$x_a(m/2dx) := \{ \sum^{-1} h_{a''} \} (m/2dx)$

eğer işleminin sonu

# Kesirli Fourier Dönüşümünün Kontrol Sistemlerinde Bir Uygulaması

Utku Ozan Candoğan<sup>1</sup>, Haldun M. Özaktas<sup>2</sup>, Hitay Özbay<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Bilkent Üniversitesi, Bilkent  
{candogan}@ug.bilkent.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Bilkent Üniversitesi, Bilkent  
{haldun}@ee.bilkent.edu.tr

<sup>3</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Bilkent Üniversitesi, Bilkent  
{hitay}@bilkent.edu.tr

## Özetçe

Bu makale dağıtılmış kontrol sistemlerinde merkezi bir kontrol birimi kullanılması durumunda, işlemlerin kesirli Fourier dönüşümü kullanılarak daha hızlı yapılabileceğini anlatmaktadır. Bu yolla kontrol birimlerindeki hesaplamalardan kaynaklanan zaman gecikmeleri azaltılabilir ve zaman gecikmelerinden kaynaklanan kararsızlık durumları ortadan kaldırılabilir. Önerilen yöntemin bir diğer faydası da herhangi bir dinamik sistemin, dijital bir platformda simülasyonunu daha hızlı gerçekleştirmek ve testleri daha hızlı yürütmektir.

## 1. Giriş

Bu makalede kesirli Fourier dönüşümlerinin sistem ve kontrol alanındaki bir uygulaması ele alınacaktır. Kesirli Fourier dönüşümünün uygulamaları son yıllarda, özellikle sinyal işleme literatüründe yoğun olarak görülmektedir. Mekansal/zamansal olarak yavaş değişen sinyallere uygulandığında  $n \log(n)$  mertebesinde işlem ile dönüşüm yapılabilen ve bu yolla hızlı bir şekilde süzgeçleme işlemi yapılabilir. Bu dönüşüm hızlı hesaplanması ve özellikle bir parametresi doğrusal olarak değişen sistemlerin filitrelenmesinde kullanılabilmesinden ötürü faydalı bulunmaktadır.

Bildiğimiz kadarıyla bu operatör kontrol teorisi dalında geniş uygulama alanı bulamamıştır. Öte yandan Fourier dönüşümleri dağılmış parametrelili kontrol sistemlerinde kullanılmış ve çeşitli ilerlemeler elde edilmiştir [1]. Fourier alanında yapılan filitreleme işlemi gerçel sinyaller üzerinde kullanıldığında gerçel sonuçlar verebilmektedir (örneğin doğrusal, zamanda değişimsiz sistemler Fourier alanında filitreleme yoluyla gerçekleştirilebilir). Ancak kesirli Fourier alanında süzgeçleme operasyonu, farklı olarak gerçel sinyaller üzerinde kullanıldığında karmaşık sonuçlar yaratmaktadır. Kontrol açısından düşünüldüğünde, sistemler ve sinyaller gerçel sayılar ile ifade edilen modellere sahip olduğundan bu özellik bir problem teşkil etmektedir. Bu kesirli Fourier dönüşümlerinin

kontrol literatüründe geniş uygulama bulamamış olmasının nedenlerinden biri sayılabilir. Bu makalede önce kesirli Fourier dönüşümünün tanımı ve kesirli Fourier alanında filitreleme işlemi açıklanacak, daha sonra bu karmaşık filitreleme çekirdeğinin yalnızca gerçel kısmı kullanılarak bir dinamik sistemdeki hesaplama işlemlerinin daha hızlı yapılabileceği örneklerle gösterilecektir.

Bu makalede kullanılan kontrol sisteminin tam durum geri beslemesi ile hayata geçirildiği varsayılacaktır. Diğer bir deyişle girdisi  $u$ , çıkışı  $y$  olan bir sistemin girdisi ile çıkışı arasındaki ilişki

$$y = -Ku \quad (1)$$

olarak verilebilir. Kontrol sisteminin girdiyi kullanarak çıkıyı hesaplaması için  $Ku$  çarpımının yapılması gerekmektedir ve hem girdi hem çıkının  $n$  uzunluğunda olduğu bir sistemde bu hesaplama  $n^2$  çarpma işlemi gerektirir. Eğer  $n$  büyük bir sayı ise ve sistemin bant genişliği de yüksek ise hesaplama kay-naklanan gecikmeler ciddi sorunlar çıkartabilir.

Örneğin bant genişliği 50 kHz olan bir sistem için örnekleme zamanını  $T_s = 10^{-5}$  saniye alalım; bu durumda kontrol birimi  $T_s$  zaman dilimi içerisinde girdiye göre çıkıyı hesaplamalıdır (sistemde sinyali örnekleme ve örneklerin merkezi kontrol birimine toplanması için de zaman geçtiğini varsayarsak hesaplamak için kalan zaman daha da dar olacaktır). Örneğimizdeki kontrol sisteminin durum vektörünün uzunluğu  $n = 1000$  olsun. Çıkının hesaplanması yaklaşık  $1000^2$  işlem alacaktır. Bu durum tek işlem için yaklaşık  $10^{-11}$  saniye bırakmaktadır ve mikroişlemcinin saniyede  $10^{11}$  çarpma işlemi yapabilecek kapasitede olmasını gerektirmektedir. Ancak bu rakam pek çok mikroişlemcinin günümüz kapasitesinin üstündedir ki daha fazla durum barındıran veya bant genişliği daha geniş olan sistemler için daha yüksek hızda hesaplama kapasitesi gerektiği kolayca görülebilir. Eğer bu kapasite elde edilemezse sistemin kararsız olma ihtimali doğabilir. Öte yandan, sistem kararsız olmasa bile zaman gecikmelerine karşı to-

leransı azalacaktır. Önerdiğimiz yöntem, zaman gecikmelerine karşı daha gürbüz olan ve kararsızlığa karşı daha korunaklı kontrol birimlerinin hayata geçirilmesine olanak verecektir.

Bu makalenin ikinci bölümünde kesirli Fourier dönüşümü üzerine temel bilgiler yer alıyor. Üçüncü bölümde kontrol problemlerine uygulamaları anlatılıyor. Örnekler dördüncü bölümde verilmiştir, ve sonuçlar beşinci bölümde özetlenmiştir.

## 2. Kesirli Fourier Dönüşümü ve Kesirli Fourier Alanında filitreleme

Kesirli Fourier dönüşümü, Fourier dönüşümünün bir genelleştirilmesidir. Bu operatör, birim operatörü ile Fourier dönüşümü operatörü arasında bir aradeğerleme olarak görülebilir. Verilen bir  $f$  sinyalinin kesirli Fourier dönüşümü  $K_a(u, u')$  çekirdeği kullanılarak hesaplanır ve aşağıdaki gibi tanımlanır [2]

$$F^a(f)(u) = \int_{\Omega} K_a(u, u') f(u') du' \quad (2)$$

Burada  $\Omega, (-\infty, \infty)$  aralığını temsil etmektedir. Bu denklemdeki  $K_a$  çekirdeği,  $K_a(u, u') = A_{\alpha} \exp[i\pi(u^2 \cot(\alpha) - 2uu' \csc(\alpha) + u'^2 \cot(\alpha))]$ ,  $A_{\alpha} = \sqrt{1 - i \cot(\alpha)}$ ,  $\alpha = a\pi/2$  denklemleri ile tanımlanır. Eğer  $f$  Wigner uzayında bir çember içinde sınırlandırılmışsa (yani enerjisinin büyük bölümü zaman ve frekans boyutlarında bir nokta etrafında toplanmışsa), kesirli Fourier dönüşümünü bulmak için hızlı algoritmalar vardır ve sonuç  $n \log(n)$  mertebesinde işlem ile yaklaşık olarak hesaplanabilir [3]. Burada alınan örnek sayısı, Wigner uzayında fonksiyonun ne kadar sınırlı olduğu ile ilintilidir.

Kesirli Fourier alanında filitreleme ise bir fonksiyonun kesirli Fourier dönüşümünün, filtre fonksiyonu ile çarpımının ters kesirli Fourier dönüşümü ile yapılır. Diğer bir deyişle  $a$ 'ıncı kesirli Fourier uzayında filitreleme

$$F^{-a} \Lambda F^a(f) \quad (3)$$

işlemi ile bulunur. Burada,  $F^a$  operatörü  $a$ 'ıncı dereceden kesirli Fourier dönüşümünü ifade eder;  $\Lambda$  operatörü  $a$ 'ıncı Fourier alanındaki filtre fonksiyonudur ve  $F^{-a}$  operatörü,  $F^a$  operatörünün tersidir. Yukarıdaki filitreleme operasyonu  $n \log(n)$  mertebesinde işlemlerle hesaplanabilir. Matris vektör çarpımı olarak bakarsak,  $M := F^{-a} \Lambda F^a$  bir matris olarak,  $f$  de bir vektör olarak algılanabilir (sonlu sayıda hesaplama noktası alınıp ayrık uzayda işlem yapıldığında); bu durumda  $M f$  çıktısı hesaplanmaya çalışıldığında (en genel durumda)  $n^2$  mertebesinde işlem yapmak gerekir. Dolayısıyla bu işlemi kesirli Fourier alanlarını kullanarak hesaplamak bazı durumlarda daha verimlidir.

Kesirli Fourier alanlarında filitrelemenin çekirdeğine bakalırsak, bu çekirdek ( $\Lambda$  operatörünün  $g(u')$  fonksiyonu ile çarpmaya karşılık geldiğini varsayarsak)

$$\begin{aligned} L_g(u, u'') &= \int_{\Omega} K_a(u, u') g(u') K_{-a}(u', u'') du' \\ &= \int_{\Omega} g(u') \frac{1}{|\sin(\alpha)|} e^{i\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)} \cdot e^{i\pi \cdot 2 \cdot \csc(\alpha) u' (u'' - u)} du' \\ &= \frac{1}{|\sin(\alpha)|} e^{i\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)} \int_{\Omega} g(u') e^{i\pi \cdot 2 \cdot \csc(\alpha) u' (u'' - u)} du' \\ &= \frac{1}{|\sin(\alpha)|} \cdot e^{i\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)} \cdot G(\csc(\alpha)(u - u'')) \end{aligned} \quad (4)$$

ile verilir. Burada  $G$  fonksiyonu,  $g(u)$  fonksiyonunun Fourier dönüşümüne eşittir. Son olarak girdisi  $f(u)$ , çekirdeği  $L(u, u'')$  olan bir sistemin çıktısı  $f_2(u)$

$$f_2(u) = \int_{\Omega} L(u, u'') f(u'') du'' \quad (5)$$

ile hesaplanır.

$L(u, u'')$  çekirdeği (4) gibi ise sistemin çıktısını ( $f_2(u)$ ), hızlı hesaplamak mümkündür. Bu denkleme bakılacak olursa, tüm olası çekirdeklerin  $\frac{1}{|\sin(\alpha)|} \cdot e^{i\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)}$  fonksiyonu ile Fourier dönüşümü olan (ve  $u - u''$ 'a bağlı olarak yazılan) herhangi bir fonksiyonun çarpımı olarak verilebileceği görülür. Öyleyse uygun bir  $g$  fonksiyonu bulunabildiği takdirde herhangi bir çekirdek kesirli Fourier alanlarında hesaplanabilir.

## 3. Kesirli Fourier Dönüşümünün Kontrol Birimlerinde Kullanımı

Bu bölümde uzayda (diyelim ki  $x$  eksen) dağıtılmış parametre sistemleri ele alacağız. Dağıtılmış girdisi  $u(x, t)$ , ve dağıtılmış çıktısı  $y(x, t)$  olan bazı sistemleri şu dinamik denklemlerle gösterebiliriz

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} - A_x(y(x, t)) = u(x, t). \quad (6)$$

Burada  $A_x$ , konum değişkeni ( $x$ ) üzerinde çalışan bir operatörü simgelemektedir. Sistemin zaman ( $t$ ) içinde değişimini ise  $\frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$  terimi gösterir.  $A_x$  operatörünün tanım alanını  $D(A_x)$  simgelesin ve  $\{\phi_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$  fonksiyonlarının  $D(A_x)$  için bir taban oluşturduğunu varsayalım. Ayrıca sistemin girdisi ve çıktısı, bu tabanda

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t) \phi_n(x) \quad (7)$$

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(t) \phi_n(x) \quad (8)$$

denklemleri ile gösterilsin. Bu durumda dinamik sistem,

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\alpha}_n(t) \phi_n(x) - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t) A_x(\phi_n(x)) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(t) \phi_n(x) \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir. Sistemin taban fonksiyonları farklı şekillerde seçilebilir. Herhangi bir seçim için  $A_x$  operatörünün taban fonksiyonları üzerindeki etkisini

$$A_x(\phi_n(x)) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{kn} \phi_k(x) \quad (9)$$

denklemleri ile yazabiliriz.

Bu durumda sistem

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\alpha}_n(t) \phi_n(x) - \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_n(t) a_{kn} \phi_k(x) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(t) \phi_n(x) \end{aligned}$$

denklemleri ile ifade edilir. Eğer

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (10)$$

vektörlerini ve  $k$ . satır  $n$ . sütunundaki girdisi  $a_{kn}$  olan  $A$  matrisini tanımlarsak, taban fonksiyonlarının doğrusal

olarak bağımsız olduğunu da kullanarak sistem (11)'deki gibi yazılabilir.

$$\dot{\alpha} = A\alpha(t) + \beta(t). \quad (11)$$

En genel haliyle doğrusal bir sistemin girdi-çıkışı ilişkisini

$$A_x(f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x, x') f(x') dx' \quad (12)$$

ile yazabiliriz. Doğrusal ve konumda değişimsiz bir sistem söz konusu ise bu ilişki

$$A_x(f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x - x') f(x') dx' \quad (13)$$

denkleminde indirgenebilir.

Bu noktada  $D(A_x)$ 'in  $[0, \Delta]$  aralığında, her  $\delta$  uzunlukta bir değeri değişen parçalı fonksiyonları temsil ettiğini varsayalım ( $n\delta = \Delta$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ ). Diğer bir deyişle  $D(A_x)$  her  $\delta$  konumunda yeni bir değer alacak ve bir dahaki konum adımına kadar bu değeri saklayacak fonksiyonlardan oluşur.  $D(A_x)$ 'in taban fonksiyonları,  $\delta$  genişliğinde, konumda örtüşmeyen atmalar olarak verilebilir;  $n\delta = \Delta$  olacak şekilde seçildiği için,  $D(A_x)$ 'in  $n$  adet taban fonksiyonu vardır. Bu şekilde tanımlanan  $D(A_x)$  aslında sürekli bir fonksiyonun örneklerinden oluşan parçalı fonksiyonların bulunduğu uzayı ifade edebilir, ve  $\delta$  yeterince küçük tutulduğunda, (12)'nin aslında bir Riemann toplamı gibi yazılabileceği görülür. Bu toplamda girdinin  $n$  tane örneği çıktının  $n$  tane örneğine gönderilir. Bu ifade matris çarpımı ile de yazılabilir ve  $h(x, x')$  fonksiyonunun her örnek anındaki değeri girdi vektörü ile çıktı vektörü arasındaki ilişkiyi belirleyen matrisin ( $A$ ) girdilerini verir. Operatörün uygulandığı sinyalinin her örnek değeri taban fonksiyonlarının ağırlıklandırılacağı katsayıları ( $\alpha$ ) oluşturur. Sistemin girdisinin her örnek değeri  $\beta$  ile gösterilsin. Tüm sistemin durum uzayı yine

$$\dot{\alpha}(t) = A\alpha(t) + \beta(t) \quad (14)$$

$$y_o(t) = C\alpha(t) \quad (15)$$

şeklinde yazılabilir ki bu denklem, (11)'e paraleldir (burada  $C$  birim matristir ancak (6) girdi-çıkışı ilişkisi değil de girdi-durum ilişkisi cinsinden verilseydi  $C$  durum değişkenleri ile çıktıyı ilişkilendiren matris olarak seçilecekti). Sistemi doğrusal ve konumda değişimsiz kabul ettiğimiz için yukarıdaki denklemde  $A$  matrisi özel bir şekle sahiptir ve Toeplitz matrisi olarak bilinir:

$$A = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & \dots & h_{n-1} \\ h_{-1} & h_0 & h_1 & \dots & h_{n-2} \\ h_{-2} & h_{-1} & h_0 & \dots & h_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{-n+1} & h_{-n+2} & \dots & \dots & h_0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Fourier alanında bu matrisler köşegen hale getirilebilirler ve yine Fourier alanında bu matrisler ile işlem yapmak için hızlı algoritmalar vardır. Toeplitz özelliği kullanılmadığı zaman bu  $n \times n$  matrisle bir vektörü çarpmak  $n^2$  mertebesinde işlemler gerektirirken, bu özel formdaki matris için aynı operasyon  $n \log(n)$  mertebesinde işlemler ile hesaplanabilir.

Aynı konu benzer şekilde çeşitli yazarlar tarafından da işlenmiştir. [1]'de özel olarak doğrusal, konumsal olarak değişmeyen sistemler dikkate alınmış ve bu sistemler

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} - \int_{-\infty}^{\infty} h(x - x') y(x', t) dx' = u(x, t) \quad (17)$$

denklemlerle ifade edilmişlerdir. Konum değişkeni üzerinden Fourier alanına geçtiğimizde bu denklem

$$\frac{\partial Y(w_x, t)}{\partial t} - H(w_x) Y(w_x, t) = U(w_x, t) \quad (18)$$

denkleminde dönüşür. Demek ki Fourier alanında bu sistem  $w_x$  ile parametrize edilmiş standart birinci dereceden sistem haline gelir. Bu işlem  $A_x$  doğrusal ama konumsal olarak değişimli bir sistem iken yapılamaz. Ancak bu tür sistemler arasında da Fourier alanında olmasa da kesirli Fourier alanında benzer işlemler yapabileceğimiz sistemler vardır.

Daha genel şekilde bir sistemi (17)'ye benzer olarak

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} - \int_{-\infty}^{\infty} h(x, x') y(x', t) dx' = u(x, t) \quad (19)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada biz  $h(x, x')$ 'i kesirli Fourier alanında filitreleme operasyonu olarak seçilebilen sistemleri ele alacağız.  $A_x$  operatörünün özfonksiyonlarının Fourier dönüşümünün özfonksiyonları olduğunu varsayalım (yani doğrusal ve konumla değişmeyen bir sistem) ve sistemin taban fonksiyonlarını da bu fonksiyonlar ile aynı seçelim. Bu durumda  $A_x$  operatörü,

$$A_x(\phi_n(x)) = F^{-1} \Lambda_a F(\phi_n(x)) \quad (20)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $\Lambda_a$  girdileri  $A_x$  operatörünün özdeğerleri olan köşegen matristir ve  $F$  Fourier dönüşümü operatörüdür. Burada  $F(\phi_n(x)) = \Phi_n(w_x)$  tanımını yaparsak sistem

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \dot{\alpha}_n(t) \Phi_n(w_x) - \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n(t) \lambda_n \Phi_n(w_x) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n(t) \Phi_n(w_x) \end{aligned} \quad (21)$$

ile ifade edilir. Burada  $\lambda_n$  köşegen matrisin girdileridir (yani  $A_x$  operatörünün özdeğerlerleri).  $\Phi_n(w_x)$  fonksiyonları doğrusal olarak bağımsız olduklarından yukarıdaki denklem aslında her  $n$  değeri için ayrı bir denklem olarak değerlendirilebilir. Yani sistemi Fourier alanında incelemek, kolay hesaplanabilen bir  $A$  matrisi vermenin yanında sistemin ayrıştırılmasında da kullanılabilir.

Şimdi de operatörün özfonksiyonlarının bir kesirli Fourier dönüşümünün özfonksiyonları ile aynı olduğunu düşünelim ve yine sistemin taban fonksiyonlarını bu fonksiyonlarla aynı kabul edelim. Yani sistem

$$A_x(\phi_n(x)) = F^{-a} \Lambda_a F^a(\phi_n(x)) \quad (22)$$

şeklinde yazılsın. Yine  $F^a(\phi_n(x)) = \Phi_n^a(w_x)$  tanımını yaparsak sistem Fourier alanındaki gibi (21) yazılabilir. Demek ki kesirli Fourier dönüşümü de sistemin ayrıştırılmasını sağlayabilir. Ancak (22) bir kesirli Fourier alanı filtresidir ve (4)'den anlaşılabilir gibi karmaşık sayılar içermektedir. Bu kesirli Fourier dönüşümünün kontrol teorisindeki sistemleri ayrıştırmadaki kullanımını güçleştirmektedir. Bu makalenin

geri kalanında kesirli Fourier dönüşümünün hızlı hesaplama için kullanımı üzerinde durulacak ve bu örnekleneyecektir ancak karmaşık sayılar ile ifade edilen sistemler için kesirli Fourier dönüşümünün sistemi ayırıştırma kullanılabileceği unutulmamalıdır.

Kesirli Fourier alanında filtre çekirdeğinin (4), karmaşık girdileri olduğu ilgili denklemdeki faz terimine bakılarak anlaşılabilir. Kontrol teorisindeki uygulamalar için bu çekirdeğin sadece gerçel ya da sadece karmaşık kısmını kullandık ve sistemin hızlı hesaplama yapacak şekilde hayata geçirilebileceğini gösterdik. Karmaşık çıktı  $n\log(n)$  işlem mertebesinde hesaplanabildiği için onun gerçel kısmı ya da sanal kısmı da en fazla  $n\log(n)$  işlem mertebesinde hesaplanabilir. Verilen çekirdeğin (4) gerçel kısmı

$$\begin{aligned} \text{Re}(L_g(u, u'')) &= R_c(u, u'')G_1(\csc(\alpha)(u - u'')) \\ &\quad + R_s(u, u'')G_2(\csc(\alpha)(u - u'')) \end{aligned}$$

şeklindedir, burada

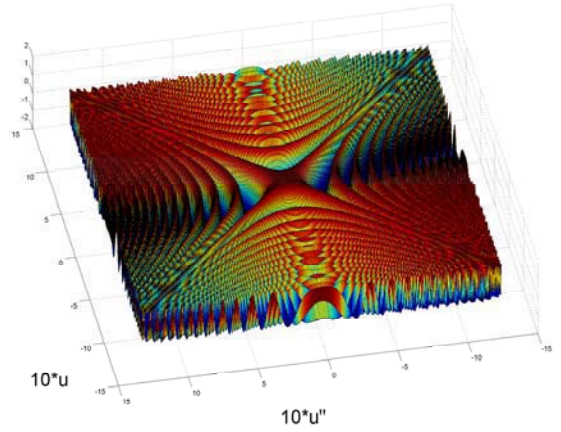
$$\begin{aligned} R_c(u, u'') &:= \frac{1}{|\sin(\alpha)|} \cos(\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)) \\ R_s(u, u'') &:= \frac{1}{|\sin(\alpha)|} \sin(\pi \cot(\alpha)(u^2 - u''^2)) \end{aligned}$$

$G_1$  ve  $G_2$ ,  $G$  fonksiyonunun gerçel ve sanal kısımlarını temsil etmektedirler ve yine Fourier dönüşümleri vardır. Çekirdeğin sanal kısmı da benzer şekilde elde edilir. Bu durumda girdisi gerçel olan bir sistemin çıktısının gerçel ve sanal kısımları  $R_c(u, u'')$  ve  $R_s(u, u'')$  fonksiyonlarının Fourier dönüşümü olan farklı fonksiyonlarla ağırlıklandırılıp toplanması olarak verilebilir. Şekil 1 ve 2 sırası ile  $R_c(u, u'')$  ve  $R_s(u, u'')$  fonksiyonlarının değerlerinin  $u$  ve  $u''$ 'a göre değişimlerini vermektedir. Bu örneklerde  $a = 0.9$  alınmıştır. Dikkat edilecek olursa  $a$ 'nın 1'e yaklaşmasının  $\cot(\alpha)$  terimini küçülttüğü gözlenebilir; bu durumda harmoniklerin daha yavaş salındığı gözlenir. Öte yandan  $a$ 'nın 0'a yaklaşması ise bu terimi büyütür, ve harmoniklerin daha hızlı değişmesine yol açar. Bu da çekirdeğin  $u = u''$  etrafında daralıp genişlemesi olarak yorumlanabilir. Çünkü yüksek frekanstaki terimlerin çıktıya getirisini az olacaktı (girdinin yavaş değiştiği varsayılırsa). Dolayısıyla  $a$  parametresi şekillerde verilen örüntünün değişme frekansını belirler. Daha önce belirtildiği gibi  $L_g$  çekirdeği Şekil 1 ve 2'teki fonksiyonların Fourier dönüşümü olan bir fonksiyon ile çarpılıp toplanılmasından ibarettir. Ancak bu iki fonksiyon  $u - u''$ 'ın bir fonksiyonu olduğundan ağırlıklandırılma köşegen boyunca yapılır.

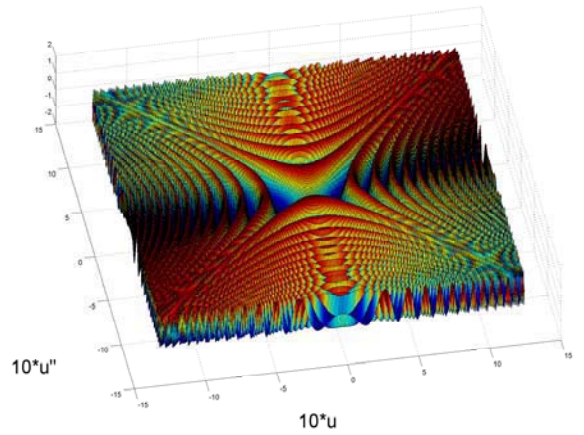
Bir sonraki bölümde, kesirli Fourier alanında filtre çekirdeğinin yalnızca gerçel kısmını alarak bazı kontrol birimlerinin hızlı bir şekilde hayata geçirilebileceğini göstereceğiz.

#### 4. Örnek

Bu bölümde hızlı işlem yapan bir kontrol biriminin sistemin kararlılığı üzerindeki etkisini göstereceğiz. Örnek olarak halka şeklinde kontrol edilecek bir sistem düşünelim. Bu sistem Şekil 3'teki gibi kendisinden önceki ve sonraki noktadaki sinyalin değerinden etkilenen 512 altistemden oluşacak şekilde modellenir. Bu altistemler aslında arabağlantı birimleridir, ve her birimin çıktısının değişimi diğer birimlerden aldığı sinyallere



Şekil 1:  $R_c(u, u'')$  fonksiyonunun grafiği.



Şekil 2:  $R_s(u, u'')$  fonksiyonunun grafiği

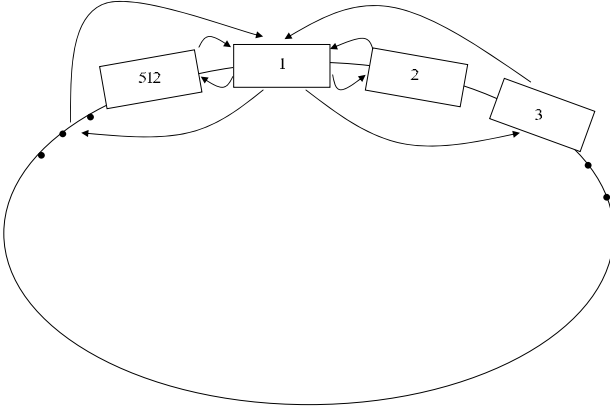
bağlıdır. Bu yapı [4]'te verilen yapıya benzerdir. Ancak, sistemin yerel bir yapıdan uzak olduğunu ve halkanın üzerindeki herhangi bir noktanın pek çok noktanın sinyal değerinden etkilendiğini varsayacağız. Başlangıç olarak her noktanın kendine yakın komşulardan daha fazla, uzak komşulardan ise daha az etkilendiğini varsayalım. Ancak hiçbir nokta kendisinden etkilenmesin. Komşulardan gelen etkinin noktanın kendisinden uzaklaştıkça Gaussian fonksiyonunun formunda azaldığını varsayalım. Sistemin durum uzayında

$$\dot{x} = A_p x + B_p u \quad (23)$$

$$y = C_p x \quad (24)$$

ile ifade edildiğini varsayalım ( $x$  durum vektörü,  $u$  girdi,  $y$  çıktı). Ek bir varsayım olarak, kontrol birimimiz tarafından tüm durumların bilindiğini varsayalım. Son olarak da kontrol edilmek istenen sistemin kontrol edilebilir olduğunu varsayalım. Durum uzayında  $C_p$  ve  $B_p$  matrislerinin birim matris olduğunu varsayacağız. Bu sistemdeki  $A_p$  matrisi, sistemin





Şekil 3: Örneklenerek olan arabağlantı yapısı, 1. arabağlantı birimi ile birkaç komşusu arasındaki bağlantı

durumunun her adımda o adımdaki durumlara bağlı olarak nasıl değiştiğini belirler. Diğer bir deyişle,  $A_p$  matrisi daha önce bahsedilen arabağlantı yapısının denklem ile ifadesidir.

Kontrol birimimiz bu sistemin durum vektörüne ( $x$ ) bakarak tam durum geri beslemesi yapar. Diğer bir deyişle

$$u = -Kx + v \quad (25)$$

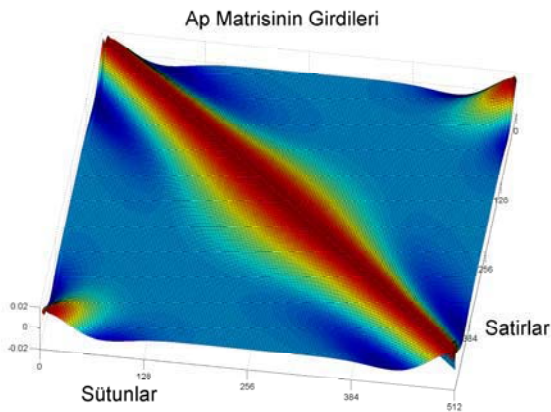
$v$  kontrolden bağımsız bir gürültü sinyalidir. Sistemin bu kontrol birimi ile kontrol edilmesi

$$\dot{x} = A_p x - Kx + v \quad (26)$$

$$= (A_p - K)x + v \quad (27)$$

denklemleri ile ifade edilmesine yol açacaktır. Bu durumda  $A_p - K$  matrisinin özdeğerleri negatif yapılabilseler sistem gürültü filtreleme için kullanılabilir.

$A_p$  matrisimizin girdilerini Şekil 4'teki gibi alalım. Bu



Şekil 4:  $A_p$  matrisinin yapıları

durumda  $A_p$  kesirli Fourier alanlarında iyi bir şekilde ifade edilebilecek bir matristir ( $a = 0.98$  seçilmelidir ve filitrenin yalnızca gerçel kısmı  $A_p$ 'ye benzetilmeye uğraşılmalıdır). Bu

örnek için  $K$  matrisini de  $A_p$  matrisine benzer seçelim, ancak  $K$  matrisinin köşegenini  $A_p - K$ 'nin öz değerlerini negatif yapacak şekilde seçmeliyiz. Örneğimiz için

$$K = A_p - \Lambda_K \quad (28)$$

seçeceğiz. Burada  $\Lambda_K$  girdileri  $A_p - K$ 'nin özdeğerleri olan köşegen matristir.  $\Lambda_K$ 'nin girdilerini değiştirerek sistemin dinamik karakterini belirleyebiliriz. Durum uzayında sistem

$$\dot{x} = \Lambda_K x + v \quad (29)$$

denklemleri ile ifade edilebilir.

Bu şekilde tanımlanan  $K$  matrisi  $A_p$ 'ye benzemektedir ve sadece köşegen fark ettiği için bu matris de kesirli Fourier alanlarında iyi ifade edilebilir (herhangi bir kesirli Fourier alanında filitrenin tüm özdeğerleri eşit kabul edilirse bu orijinal sistemin köşegenini değiştirmeye denk gelir). Bu durumda kontrol birimimiz hızlı çalışacak şekilde hayata geçirilebilir.

Bu örnekte kapalı döngü sistemin özdeğerlerini  $-200$  ve daha küçük olacak şekilde seçmek istiyoruz. Bu sistemin girdiye ne kadar hızlı tepki vereceğinin bir ölçüsüdür. Bu değerler ne kadar küçükse sistem girdilere o kadar hızlı tepki verir ancak öbür taraftan sistemin bant genişliği o kadar büyük olur. Burada bir ödünleşim göze çarpmaktadır, çünkü sistemin bant genişliğinin büyük olması dijital sistemin daha sık örnek almasını ve daha büyük bir hesap yükü ile karşı karşıya olmasını getirir ancak kontrol birimi bunun altından kalkamayabilir.

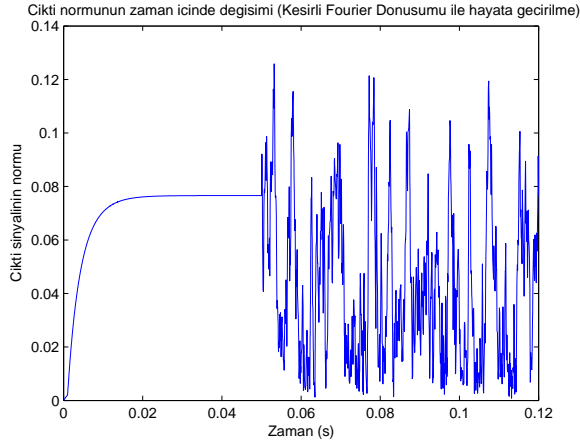
Son olarak sistemin dijital olarak hayata geçirilmesinde kullanılacak kontrol biriminin hesaplama hızına ihtiyaç vardır. Örneğimiz için kontrol biriminin saniyede 200 milyon çarpma ve ekleme işlemi yaptığını varsayalım. Bu rakam pek çok işlemcinin gücünün ötesindedir ve DSP çiplerinin hızları referans alınarak belirlenmiştir.  $n$  uzunluğunda vektörlerden oluşan bir kontrol birimi doğrudan hayata geçirilmeye çalışıldığında  $n^2$  çarpma işlemi yapılması gerekir. Aynı sistem kesirli Fourier alanında filtreleme yoluyla hayata geçirildiğinde ise ilk önce girdi sinyalini karmaşık bir sinyalle çarpmak için  $2n$  işlem, daha sonra bu sinyalin kesirli Fourier dönüşümünü hesaplamak için  $2n \log_2(n)$  işlem, bu alanda kompleks filtre ile sinyali çarpmak için  $4n$  işlem, ters dönüşümü hesaplamak için  $2n \log_2(n)$  işlem ve son olarak çıkan sinyali tekrar zaman/konum alanında bir sinyalle çarpmak için  $2n$  işlem (sadece gerçel ya da sanal kısma ihtiyaç olacak) gerekir [3]. Yani kesirli Fourier alanlarında hesaplama yapıldığı zaman  $4n \log_2(n) + 8n$  çarpma ekleme işlemi kullanılır.

Simülasyonlarda kontrol biriminin girdisinden çıktısını hesaplaması için gereken süre yapılacak toplam çarpma işlemi sayısının  $5 \times 10^{-9}$  saniye ile (saniyede 200 milyon çarpma yapabiliyor) çarpımı ile bulunur. Kontrol biriminin, girdisini örnekledikten sonra çıktısını bu bulunan süre kadar gecikmeyle ürettiğini varsayıyoruz. Aynı zamanda sistemlerde başka bir şeyden ötürü gecikme olmadığını ve kontrol biriminin çıktısını hesaplar hesaplamaz tekrar örnek alıp bir sonraki çıktıyı hesapladığını varsayıyoruz.

Simülasyonlarda sistemin girdisi konuma göre sürekli 1 periyotluk sinüs dalgası çizmekte, zamana göre ise ilk 0.05 saniye basamak şeklinde (genliği 1 olacak şekilde), daha sonra ise her 5ms'de bir değişen sınırlı bantlı beyaz gürültü olarak verilmiştir. Bu girdi açık döngü sistemini kararsız yapmaya yetmektedir.



$A_p$  şekil 4'teki gibi iken şekil 5 sistem kesirli Fourier alanında hayata geçirildiğinde çıktının normunu göstermektedir (burada hesaplamadan dolayı gecikme 0.12 milisaniyedir), basamak gürültünün normu 16 iken, 0.02 saniyede çıktının normu 0.08 etrafında sabitlenmiştir. Öte yandan doğrudan hesaplama yapıldığında gecikme 1.31 milisaniyeye çıkmakta ve bu da sistemi kararsız kılmaktadır. Dolayısıyla sistemi kesirli Fourier alanında hayata geçirmek hesaplamadan dolayı ortaya çıkan zaman gecikmelerini azaltmakta ve sistemin bunlardan ötürü kararsız olmasını engellemektedir.



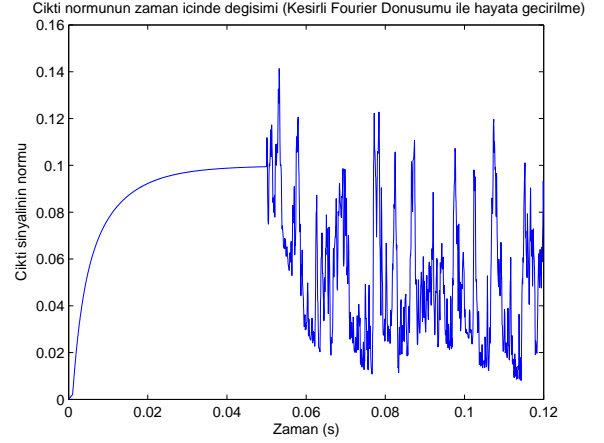
Şekil 5: Sistemin çıktısının normunun zamana göre değişimi (Kesirli Fourier alanında hayata geçirilme)

Şu ana kadar  $A_p$  matrisinin tam olarak bilindiğini varsaymıştık. Son olarak da şekil 4'teki  $A_p$  matrisinin, aslında  $A_p$ 'nin nominal değeri olduğunu ve matrisin her elemanının aslında o elemanın %5'i kadar değişimliliğe sahip olduğunu varsayalım. Bu durumda sistem çıktısının normu şekil 6'daki gibidir. Sistem hala kararlıdır ancak gürültünün çıktı üzerindeki etkisi biraz daha artmıştır.

## 5. Sonuçlar

Bu makalede kesirli Fourier dönüşümlerinden faydalanılarak, hızlı kontrol yapılarının hayata geçirilebileceğini gösterdik. Hızlı kontrol birimleri kararsız olabilecek sistemleri kararlı hale getirebilmişlerdir. Hesaplama gecikmesinden dolayı görülen kararsızlığı telafi etmenin bir başka yolu da kapalı döngü sistemin hızını yavaşlatmaktır. Fakat bu da bazı uygulamalarda performanstan feragat etmek demektir. Burada önerdiğimiz kesirli Fourier dönüşümü ile kontrol sinyalini hesaplama yöntemi 3. bölümde açıklandığı gibi geniş bir transfer matrisi grubu için geçerlidir ve bu tür büyük boyutlu sistemlerde zaman gecikmesini önemli oranda azaltmaktadır. Sonuç olarak karmaşık ve çok sayıda girdi çıktıdan oluşan sistemlerin bu yaklaşım için iyi bir uygulama alanı oluşturduğunu söyleyebiliriz.

Bir başka açıdan, durum uzayında  $A_p$  matrisi kesirli Fourier alanı filitrelerine benzeyen sistemler için basit bir kontrol yöntemi de önermiş olduk.



Şekil 6:  $A_p$  matrisi tam bilinmediğinde sistemin çıktısının normunun zamana göre değişimi (Kesirli Fourier alanında hayata geçirilme)

## 6. Kaynakça

- [1] B. Bamieh, F. Paganini, M. A. Dahleh, "Distributed control of spatially invariant systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Volume 47 (2002), pp. 1091–1107.
- [2] H. M. Özaktas, Z. Zalevsky, and M. A. Kutay, *The Fractional Fourier Transform with Applications in Optics and Signal Processing*, New York: Wiley, 2001.
- [3] H. M. Özaktas, O. Arıkan, M. A. Kutay, G. Bozdağı, "Digital Computation of the Fractional Fourier Transform," *IEEE Transactions on Signal Processing*, Volume 44 (1996), pp. 2141–2150.
- [4] R. D'Andrea, G. E. Dullerud, "Distributed Control Design for Spatially Interconnected Systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48 (2003), pp. 1478–1495.

# Zaman Gecikmeli Sistemler için Kesirli Dereceli PI Kontrolör Kullanılarak Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi

Serdar Ethem Hamamcı

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İnönü Üniversitesi, Kampüs, Malatya  
shamamci@inonu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, son zamanlarda üzerinde çalışmaların yoğunlaşmaya başladığı kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör kullanılarak zaman gecikmeli sistemler için kararlılık bölgesinin hesaplanmasını amaçlayan bir yöntem verilmektedir. Önerilen yöntem, D-ayrıştırma tekniği kullanılarak kararlılık sınırlarının belirlenmesi ve daha sonra seçilen  $\lambda$  değeri için  $(k_p, k_i)$ -düzleminde kararlılık bölgesinin elde edilmesine dayalıdır. Yöntemin verimliliğini göstermek için değişik özelliklerdeki iki örnek sistem ele alınarak simülasyon çalışmaları yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar,  $\lambda$ 'nın  $(0, 2)$  aralığında seçilen kesirli değerleri için bazı kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörlerin klasik PI kontrolöre göre daha büyük kararlılık bölgesi sağladığını göstermiştir.

## 1. Giriş

Son zamanlarda kontrol teorisi ve teknolojisinde meydana gelen önemli gelişmelere rağmen, PI ve PID kontrolörler endüstride halen sıkça kullanılmaktadır [1, 2]. Bunun en önemli göstergesi kontrolör yapısının basit olması, pratik gerçekleştirmedeki kolaylığı ve model kestirim yöntemi gibi bir çok karmaşık kontrol stratejisinin temel taşı olmasından dolayı endüstride kullanılan kontrolörlerin %97'si gibi büyük bir oranın PI/PID kontrolörlere ait olmasıdır [3]. Bu nedenle daha karmaşık yapıları kontrolör kullanmak yerine, pratik uygulamalarda arzu edilen performans özelliklerini sağladıkları sürece PI ve PID kontrolörler daha çok tercih edilmektedir. Özellikle metal endüstrisi, kağıt üretimi ve birçok kimyasal proseslerde doğrudan PI kontrolörlerin kullanıldığı rapor edilmiştir [4, 5]. PI kontrolörlerin parametrelerini belirlemek için literatürde bir çok yöntem rapor edilmiştir [6, 7]. Bununla birlikte bu metodlar daha çok birinci dereceden sistem dinamiğine sahip olan veya fazla karmaşık olmayan tasarım gereksinimlerine sahip olan sistemler için yeterli ve kabul edilebilir sonuçlar vermektedir [8]. PI kontrolörün sağladığı kontrol kalitesini artırmak ve dolayısı ile daha zor özelliklere sahip sistemlerin kontrolünde kullanımını sağlamak için, kesirli dereceli matematikten faydalanılabilir.

Son zamanlarda kesirli dereceli diferansiyel denklemlerin sistem modellemesinde ve kontrol sistem tasarımında kullanılması ile birlikte, yeni nesil PI ve PID kontrolörler, kontrol teorisinde yerini almaya başlamıştır. Kesirli dereceli PI kontrolör ( $PI^\lambda$ ) ve kesirli dereceli PID kontrolör ( $PI^\lambda D^\mu$ )

olarak adlandırılan bu yeni nesil kontrolörler aynı zamanda genelleştirilmiş PI kontrolör ve genelleştirilmiş PID kontrolör olarak da tanımlanmaktadır. Kesirli dereceli kontrolörlerin klasik kontrolörlere göre en önemli farkı, kontrolörün yapısında bulunan türev ve integralin kesirli dereceli olmasıdır. Kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör göz önüne alındığında, kesirli dereceli integralin kullanımı  $\lambda \in (0, 2)$  aralığı için tasarımcının çok sayıda kontrolöre sahip olması anlamına gelir. Bu ise ele alınan bir sistem için  $\lambda$ 'nın bir değerinde eğer yeterli performans sağlanamazsa değişik  $\lambda$  değerleri için arzu edilen performansın araştırılması şeklinde bir esneklik sağlar. Kesirli dereceli matematiğin kontrol kuramında kullanımı henüz çok yeni olması ve çalışmaların halen kesirli dereceli kontrol sistemlerinin birim basamak fonksiyonunun elde edilmesi gibi temel konular üzerinde yoğunlaştığı şu anda literatürde  $PI^\lambda$  kontrolör tasarımı ile ilgili bazı çalışmalar rapor edilmiştir [9, 10]. Yapılan bu çalışmalarda bazı endüstriyel sistemlerin kontrolü için kesirli dereceli PI kontrolörlerin hem performans ve hem de dayanıklılık açısından klasik tam-dereceli PI kontrolörlere göre daha başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

PI (ve PID) kontrolörler üzerine yapılan çalışmaların bir kısmı, ele alınan sistemin Hermite-Biehler yöntemi, D-ayrıştırma tekniği ve kararlılık sınır eğrisi yaklaşımı gibi yöntemlerle kararlı hale getirilmesi ile ilgilidir [11-13]. Bu çalışmalarda, ele alınan bir sistemi kararlı yapan tüm PI (PID) kontrolörlerin setini hesaplamak amaçlanmıştır. Böyle bir kararlılaştırma setinin elde edilmesinin en önemli avantajı, bu set içindeki kontrolörlerin frekans ağırlıklı  $H_\infty$  formu gibi bazı kriterler yardımı ile taratılarak arzu edilen performans ve dayanıklılığa sahip olan PI (PID) kontrolörlerin seçiminin yapılabilmesidir [14].

Bu çalışmada, D-ayrıştırma tekniği [15] kullanılarak zaman gecikmeli sistemleri kararlı yapan tüm  $PI^\lambda$  kontrolörlerin hesaplanması için bir yöntem önerilmektedir. Sistemi kararlı yapan kontrolörler D-ayrıştırma tekniğinin kararlılık sınır şartları kullanılarak  $\lambda$ 'nın değişik değerleri için  $(k_p, k_i)$ -düzleminde gösterilmektedir. Kararlılık bölgesine ait kontrolörlerin parametrelerini elde etmek için analitik formüller türetilmiştir. Değişik özelliklere sahip zaman gecikmeli sistemler üzerinde yapılan simülasyon çalışmaları göstermiştir ki,  $\lambda$ 'nın bazı değerleri için kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörler tam-dereceli klasik PI kontrolöre göre daha büyük kararlılık bölgesi sağlamaktadır. Daha büyük kararlılık bölgesinin daha zengin kontrol sistem davranış setine sahip olduğu göz önüne alınırsa,  $PI^\lambda$  kontrolörün klasik PI

kontrolöre göre daha avantajlı olduğu ortaya çıkmaktadır. Kullanılan yöntemin bir başka avantajı, kazanç ve faz sınır payı test edicisi [16] kullanarak elde edilen kararlılık bölgesi içinde arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarını sağlayan  $PI^\lambda$  kontrolör setinin elde edilebilmesidir. Bu konuda tam dereceli PID kontrolörler ile yapılan benzer bir çalışma [17] nolu referansta daha önce verilmiştir.

Yayının bundan sonraki kısmı şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, kesirli dereceli sistemler ve kesirli dereceli PI kontrolörler hakkında kısa bir özet verilmiştir. Ele alınan zaman gecikmeli bir sistem için kararlılık bölgesinin belirlenmesi için gerekli formüllerin türetilmesi üçüncü bölümde verilmiştir. Dördüncü bölümde verilen simülasyon örnekleriyle yöntemin verimliliği ortaya konmuş ve son bölümde ise sonuçlar tartışılmıştır.

## 2. Kesirli Dereceli Sistemler ve $PI^\lambda$ Kontrolörler

Günümüzde artan bir ivme ile çalışılan kesirli matematik, temel olarak derecesi tamsayı olmayan yani ondalıklı ve hatta karmaşık sayı olan türev ve integral içeren tüm matematiksel konuları kapsar [18]. Bu nedenle içinde türev ve integral bulunan bütün bilim ve mühendislik alanlarının bundan etkilenmemesi mümkün değildir [19]. Kesirli matematiğin kullanımı ile daha önce tamsayı derece sınırlaması içinde ele alınan sistemlerde, bu sınırlamanın kaldırılarak arzu edilen özellikleri sağlayabilecek şekilde bir esneklik sağlanmaktadır.

Mühendislik alanının en temel matematiksel ifadelerinden biri olan türev ve integral operatörleri, kesirli matematikte daha genel ve tek bir operatör şeklinde tanımlanmaktadır. İntegrotürev [18] olarak da adlandırılan bu operatör  $aD_t^\gamma$  şeklinde ifade edilmekte olup

$$aD_t^\gamma = \begin{cases} d^\gamma / dt^\gamma & \Re(\gamma) > 0 \\ 1 & \Re(\gamma) = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\gamma} & \Re(\gamma) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

ile tanımlanmaktadır. Burada  $\gamma$  kesirli derecesi,  $a$  başlangıç şartları ile ilişkili sabit bir değeri ve  $\Re(\gamma)$  ise kesirli derecenin gerçel kısmını ifade eder. Verilen bir  $f(t)$  fonksiyonunun kesirli dereceden türev veya integrali Grünwald–Letnikov denklemi [9] kullanılarak

$$aD_t^\gamma f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\gamma} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \binom{\gamma}{j} f(t-jh), \quad (2)$$

$$\binom{\gamma}{j} = \frac{\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\gamma-j+1)} \quad (3)$$

şeklinde elde edilir. (2) ve (3) için  $\Gamma(x)$  Euler gamma fonksiyonu,  $h$  zaman artışı (time increment) ve  $[\cdot]$  ise tamsayı yuvarlama operatörüdür. Tam dereceli türev ve integral için sonlu sayıda terime sahip bir seri tanımlanırken, kesirli dereceli türev ve integral için Grünwald–Letnikov tanımı sonsuz sayıda terime sahip bir seriyi ifade eder.

Otomatik kontrol sistemlerinin analiz ve sentezinde Laplace dönüşüm metodu temel olarak kullanılmaktadır. İntegrotürev operatörünün Laplace dönüşümü

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{ {}_0D_t^\gamma f(t) \} &= \int_0^\infty e^{-st} {}_0D_t^\gamma f(t) dt \\ &= s^\gamma F(s) - \sum_{m=0}^{n-1} s^m (-1)^j {}_0D_t^{\gamma-m-1} f(t) \Big|_{t=0} \end{aligned} \quad (4)$$

ile tanımlanır. Burada  $F(s)$ ,  $f(t)$ 'nin Laplace dönüşümü ve  $n$  ise  $n-1 < \gamma \leq n$  şartını sağlayan bir tamsayıdır. Eğer

$${}_0D_t^{\gamma-m-1} f(t) \Big|_{t=0} = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

ise, o zaman (4) nolu denklem

$$\mathcal{L}\{ {}_0D_t^\gamma f(t) \} = s^\gamma F(s) \quad (6)$$

şeklini alır.

Sistem modellemesinde, kesirli dereceli diferansiyel denklemlerin tam-dereceli diferansiyel denklemlere göre daha başarılı sonuçlar verdiği bilinmektedir [20]. Bu şekilde modellenen bir sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{b_n s^{\beta_n} + b_{n-1} s^{\beta_{n-1}} + \dots + b_1 s^{\beta_1} + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_1 s^{\alpha_1} + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (7)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $\alpha_i$  ve  $\beta_i$  gerçel sayılar olup, kesirli dereceler için  $\beta_n > \dots > \beta_1 > \beta_0 \geq 0$  ve  $\alpha_n > \dots > \alpha_1 > \alpha_0 \geq 0$  olmalıdır. (7)'deki  $G(s)$  transfer fonksiyonunun zaman bölgesindeki karşılığı ise

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{\alpha_i} y(t) = \sum_{i=0}^n b_i D^{\beta_i} u(t) \quad (8)$$

şeklinde  $(n+1)$ -terimli homojen olmayan kesirli-dereceli bir diferansiyel denklem ile verilir. Burada  $y(t)$  sistemin çıkışı ve  $u(t)$  ise girişidir.

Denklem (7)'de verilen gösterim kullanılarak kesirli dereceli bir  $PI^\lambda$  kontrolör

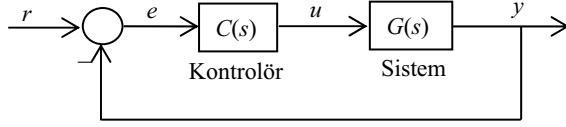
$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanır. Klasik tam-dereceli PI kontrolörden farkı kontrolör yapısında bulunan integratörün kesirli dereceli olmasıdır. Bu aynı zamanda tasarım için klasik PI kontrolöre göre fazladan bir parametrenin ( $\lambda$ ) olması anlamına gelir.

PI kontrolör formunu bozmamak için  $\lambda$ 'nın değeri (0, 2) aralığında seçilmektedir. Eğer  $\lambda = 1$  alınırsa kontrolör klasik PI kontrolör şeklini almaktadır. Buna göre, kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörün aslında PI kontrolör ailesi için en genel bir gösterim olduğu söylenebilir.

## 3. Kararlılık Bölgesinin Belirlenmesi

Şekil 1'de verilen birim geri beslemeli kontrol sistemi göz önüne alınsın. Şekilde görülen  $G(s)$  kontrol edilmesi istenen zaman gecikmeli sistem olup, transfer fonksiyonu en genel şekliyle



Şekil 1: Birim geri beslemeli kontrol sistemi yapısı.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} e^{-\theta s} = \left( \frac{\sum_{i=0}^n b_i s^i}{\sum_{i=0}^n a_i s^i} \right) e^{-\theta s} \quad (10)$$

olarak verilir. Kontrol sistemindeki  $C(s)$  ise kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör olup transfer fonksiyonu (9)'da verilmiştir. Bu kısımda amaç, (10)'da verilen sistemi kararlı yapan tüm  $PI^\lambda$  kontrolör setinin hesaplanmasıdır.

Şekil 1'de verilen sistemin çıkışı

$$y = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} r. \quad (11)$$

olarak ifade edilir. Kapalı-çevrim sistemi için (11)'in paydası aynı zamanda *kesirli-dereceli karakteristik denklem* olarak adlandırılır. Denklem (9) ve (10), (11)'de yerine konulduğunda, bu denklem

$$P(s; k_p, k_i, \lambda) = \sum_{i=0}^n \left[ a_i s^{i+\lambda} + e^{-\theta s} b_i s^i (k_p s^\lambda + k_i) \right] \quad (12)$$

şeklinde yazılabilir.

(12)'de verilen karakteristik denklem zaman gecikmesi ve kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolör içerdiğinden, kontrol sistemin kararlılığı için Hurwitz kararlılıktan bahsedilemez. Bu nedenle kapalı çevrim kontrol sistemi için, sınırlı-giriş sınırlı-çıkış (SGSÇ- bounded input bounded output) kararlılığı araştırılmalıdır. Genel olarak,  $PI^\lambda$  kontrolörünün parametreleri olan  $k_p$ ,  $k_i$  ve  $\lambda$  için eğer  $P(s; k_p, k_i, \lambda)$  denkleminin s-düzleminin sağ yarı bölgesinde hiç kökü yoksa kapalı çevrimli sistem için SGSÇ kararlıdır denilir. Buna göre, eksenleri  $k_p$ ,  $k_i$  ve  $\lambda$  olan  $\mathcal{P}$  parametre uzayının bir alt uzayı olan  $\mathcal{S}$  kararlılık bölgesi içindeki her  $(k_p, k_i, \lambda) \in \mathcal{S}$  noktasının oluşturduğu karakteristik denklemin bütün kökleri, s-düzleminin sol yarı bölgesinde bulunur.  $\mathcal{S}$  kararlılık bölgesinin sınırları D-ayırıştırma tekniği kullanılarak elde edilir.  $P(s; \mathbf{k})$  kapalı çevrim sistemine ait karakteristik denklemin genel gösterimi ve  $\mathbf{k}$  ise kontrolör parametrelerini ifade eden vektör olmak üzere, bu sınırlar şu şekilde tanımlanır:

1. Gerçek Kök Sınırı (GKS):  $\mathcal{S}$  kararlılık bölgesi için bu sınır,  $P(0; \mathbf{k})=0$  eşitliği kullanılarak elde edilen bir doğru şeklinde tanımlanır.
2. Sonsuz Kök Sınırı (SKS):  $\mathcal{S}$  bölgesi için bu sınır,  $P(\infty; \mathbf{k})=0$  eşitliğini sağlayan bir doğru şeklinde tanımlanır.
3. Karmaşık kök sınırı (KKS): Kararlılık bölgesi için bu sınır,  $P(\pm j\omega; \mathbf{k})=0$  eşitliği ile elde edilir. Bu eşitlikte bulunan  $\omega$  değeri  $(0, \infty)$  aralığında değiştirilip, eşitliğin gerçel ve sanal kısımlarının ayrı ayrı sıfıra eşitlenmesi ile bir sınır eğrisi elde edilir.

(12)'de verilen kesirli dereceli karakteristik denkleme yukarıda verilen kararlılık sınır tanımları uygulandığında, GKS doğrusu s yerine sıfır konularak

$$P(0; k_p, k_i, \lambda) = b_0 k_i = 0 \Leftrightarrow k_i = 0. \quad (13)$$

şeklinde elde edilir.

Zaman gecikmesinden dolayı SKS doğrusunun kolayca elde edilmesi mümkün değildir. (12)'deki denklem zaman gecikmesinden dolayı sonsuz sayıda köke sahip olduğundan, tüm köklerin analitik olarak hesaplanması çok zordur. Bununla birlikte [21] nolu referansta s-düzleminin merkezinden çok uzakta bulunan kökler üzerine yapılan çalışmalarda, SKS'nın bulunmasında ölü zaman gecikmesinin elimine edilebileceği ve karakteristik denklemin en büyük dereceli parametresine ait katsayının sıfıra eşitlenerek bir sınır doğrusu elde edilebileceği rapor edilmiştir. Buna göre SKS doğrusu (12) nolu denklem için

$$k_p = \begin{cases} \pm a_n / b_n & ; \text{der}\{N(s)\} = \text{der}\{D(s)\} \\ \text{yok} & ; \text{der}\{N(s)\} < \text{der}\{D(s)\} \end{cases} \quad (14)$$

şeklinde elde edilir.

KKS eğrisini elde etmek için (12)'de s yerine  $j\omega$  konulursa

$$P(\omega; k_p, k_i, \lambda) = \sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^{i+\lambda} + e^{-j\omega\theta} \sum_{i=0}^n \left[ k_p b_i (j\omega)^{i+\lambda} + k_i b_i (j\omega)^i \right] = 0 \quad (15)$$

yazılabilir. Dikkat edilirse (15)'deki eşitlik bir karmaşık sayının kesirli dereceden üs ifadesini içermektedir. Genel olarak  $(\sigma + j\omega)^\gamma$  şeklinde gösterilen bu ifade

$$(\sigma + j\omega)^\gamma = \sqrt[\gamma]{\sigma^2 + \omega^2} \left[ \cos\left(\gamma \tan^{-1} \frac{\omega}{\sigma}\right) + j \sin\left(\gamma \tan^{-1} \frac{\omega}{\sigma}\right) \right] \quad (16)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $\sigma$  karmaşık sayının gerçel kısmını ifade ederken,  $\omega$  bu sayının sanal kısmına ve  $\gamma$  ise karmaşık sayının kesirli derecesine karşılık gelmektedir. Bu genel ifade kullanılarak, (15)'de bulunan  $j^{i+\lambda}$  ve  $j^i$  ifadeleri

$$j^{i+\lambda} = \cos\left[(i+\lambda) \frac{\pi}{2}\right] + j \sin\left[(i+\lambda) \frac{\pi}{2}\right] = e_i + j f_i, \quad (17)$$

$$j^i = \cos\left(i \frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(i \frac{\pi}{2}\right) = g_i + j h_i \quad (18)$$

şeklinde ifade edilebilir. (17) ve (18), denklem (15)'de yerine konularak gerekli düzenlemeler yapırsa

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^n a_i \omega^{i+\lambda} (e_i + j f_i) + \\ & (\cos \omega\theta - j \sin \omega\theta) \sum_{i=0}^n \left[ k_p b_i \omega^{i+\lambda} (e_i + j f_i) + k_i b_i \omega^i (g_i + j h_i) \right] \\ & = \Re\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\} + j \Im\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

elde edilir. Burada  $\Re\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\}$  ve  $\Im\{P(\omega; k_p, k_i, \lambda)\}$  sırasıyla (19)'daki eşitliğin gerçel ve sanal kısımlarını ifade eder. Buna göre bu iki kısım sıfıra eşitlenerek

$$\begin{aligned} E(\lambda, \omega)k_p + G(\lambda, \omega)k_i &= C(\lambda, \omega) \\ F(\lambda, \omega)k_p + H(\lambda, \omega)k_i &= D(\lambda, \omega) \end{aligned} \quad (20)$$

denklem sistemi elde edilir. Burada:

$$E(\lambda, \omega) = \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i e_i \omega^{i+\lambda} + \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i f_i \omega^{i+\lambda}, \quad (21a)$$

$$F(\lambda, \omega) = \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i f_i \omega^{i+\lambda} - \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i e_i \omega^{i+\lambda}, \quad (21b)$$

$$G(\lambda, \omega) = \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i g_i \omega^i + \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i h_i \omega^i, \quad (21c)$$

$$H(\lambda, \omega) = \cos \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i h_i \omega^i - \sin \omega \theta \sum_{i=0}^n b_i g_i \omega^i, \quad (21d)$$

$$C(\lambda, \omega) = -\sum_{i=0}^n a_i e_i \omega^{i+\lambda} \quad (21e)$$

$$D(\lambda, \omega) = -\sum_{i=0}^n a_i f_i \omega^{i+\lambda}. \quad (21f)$$

Buna göre (20)'de verilen iki bilinmeyenli denklem sistemi çözümlenerek,  $k_p$  ve  $k_i$  parametreleri

$$k_p = \frac{C(\lambda, \omega)H(\lambda, \omega) - D(\lambda, \omega)G(\lambda, \omega)}{E(\lambda, \omega)H(\lambda, \omega) - F(\lambda, \omega)G(\lambda, \omega)} \quad (22)$$

$$k_i = \frac{D(\lambda, \omega)E(\lambda, \omega) - C(\lambda, \omega)F(\lambda, \omega)}{E(\lambda, \omega)H(\lambda, \omega) - F(\lambda, \omega)G(\lambda, \omega)} \quad (23)$$

olarak elde edilir.  $k_p$  ve  $k_i$  için elde edilen bu denklemler  $\lambda$  ve  $\omega$ 'ya bağlı ifadelerdir.  $\lambda$ 'nın herhangi bir değeri için  $\omega$ , 0'dan  $\infty$ 'a kadar değiştirilerek KKS eğrisi elde edilir.

Denklem (13), (14), (22) ve (23) ile belirlenen kararlılık bölgesi sınırları,  $\lambda$ 'nın (0, 2) aralığında herhangi bir değeri için çizdirilir. Bu sınırlar  $(k_p, k_i)$ -düzlemini belli sayıda kararlı ve kararsız bölgelere ayırır. Bu bölgelerden hangisinin kararlı olduğunu anlayabilmek için, her bir bölge içinde alınan rasgele  $(k_p, k_i)$  test noktaları (12)'de yerine konulur ve karakteristik denklemin kararlılığı incelenir. Bunun için etkili bir yöntem [22]'de verilmiştir. Bulunan kararlı bölgeler  $\lambda$ 'nın diğer değerleri için de bir araya getirilerek (10)'da verilen zaman gecikmeli sistemi kararlı yapan tüm  $PI^\lambda$  kontrolörlere ait kararlılık bölgeleri  $(k_p, k_i)$ -düzleminde elde edilmiş olur.

Son olarak, zaman gecikmeli sistemler için  $PI^\lambda$  kontrolör kullanılarak kararlılık bölgesinin bulunması için önerilen yöntem şu şekilde özetlenebilir:

- I. (13) ve (14) yardımıyla GKS ve SKS doğrularının belirlenmesi,
- II. (22) ve (23) kullanılarak  $\lambda$  ve  $\omega$ 'ya bağlı KKS eğrisi için  $k_p$  ve  $k_i$  denklemlerinin elde edilmesi,
- III. Herhangi bir  $\lambda$  değeri için:
  - a.  $(k_p, k_i)$ -düzleminde kararlılık bölgesine ait tüm sınırların çizdirilmesi,

- b. Elde edilen her bir bölge içinde  $(k_p, k_i)$  test noktaları kullanılarak kararlı bölgenin/bölgelerin tespit edilmesi,
- IV.  $\lambda \in (0, 2)$  için sistemi kararlı yapan  $PI^\lambda$  kontrolör parametrelerine ait kararlılık bölgelerinin elde edilmesi.

## 4. Simülasyon Örnekleri

Bu bölümde, önerilen yöntem kullanılarak zaman gecikmeli  $PI^\lambda$  kontrol sisteminin kararlılık bölgesinin nasıl elde edileceğini göstermek amacıyla iki simülasyon örneği verilmiştir. Bu iki sistem daha önce PI ve PID kararlılık bölgelerinin belirlenmesi amacıyla [13] nolu referansta çalışılmıştı. Sırasıyla kararlı ve kararsız sistemlerin ele alınacağı bu örneklerde verilen yöntemin değişik özelliklere sahip sistemler için başarılı sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Ayrıca her iki örnekte kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörün tamsayı dereceli PI kontrolöre göre daha büyük kararlılık bölgeleri verebileceği gösterilmiştir.

### 4.1. Örnek 1

Birinci dereceden kararlı ve ölü zaman gecikmesine sahip olan bir sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{s+1} e^{-s} \quad (24)$$

şeklinde verilsin. Bu örnekte amaç, değişik  $\lambda$  değerleri için  $PI^\lambda$  kontrol sistemine ait kararlılık bölgelerini elde etmektir.

(13), (14), (22) ve (23)' de verilen denklemler göz önüne alındığında sistemin SKS'ye sahip olmadığı, bununla birlikte GKS ve KKS'ye sahip olduğu görülmektedir. Buna göre (24)'de verilen sistem için GKS doğrusu

$$k_i = 0 \quad (25)$$

ile ifade edilirken, KKS eğrisi ise aşağıda verilen Denklem (26a) ve (26b) ile elde edilir. Bu denklemler, matematiksel olarak en basit durum olan  $\lambda=1$  değeri için

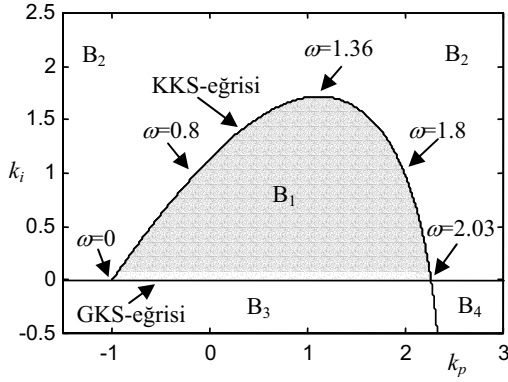
$$k_p = \omega \sin \omega - \cos \omega \quad (27a)$$

$$k_i = \omega \sin \omega + \omega^2 \cos \omega \quad (27b)$$

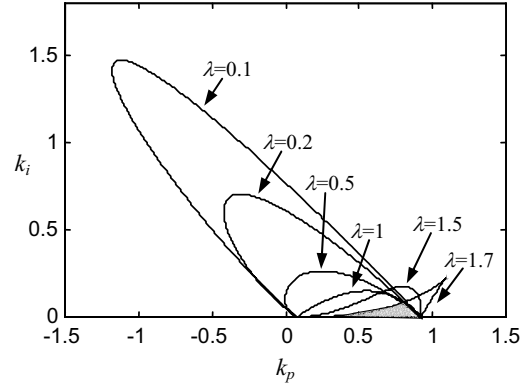
şeklinde elde edilir.  $\lambda=1$  değeri için Şekil 2'de görüldüğü gibi bu sınırların  $(k_p, k_i)$ -düzleminde çizdirilmesiyle, parametre uzayının  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  ve  $B_4$  şeklinde dört farklı bölgeye bölündüğü görülür. Burada KKS eğrisi  $\omega \in [0, 2.5]$  aralığında çizdirilmiştir. Daha büyük  $\omega$  değerleri, yeni bir bölge oluşturmadığından göz önüne alınmamaktadır. GKS ve KKS eğrilerinin kesişim noktasındaki  $\omega$  değeri (25) ile (26b)'nin birbirine eşitlenmesi ile  $\omega_k=2.03$  olarak bulunur. Bu noktadaki  $k_p$  değeri ise  $\omega_k$  değerinin (26a)'da yerine konulması ile  $k_p=2.262$  olarak bulunur. Parametre uzayında elde edilen dört bölgeden hangisi/hangilerinin kararlı olduğunu bulmak için bu bölgeler içinde seçilen  $(k_p, k_i)$  test noktalarının analiz edilmesiyle yalnızca  $B_1$  bölgesinin kararlılık bölgesi olduğu tespit edilmiştir.

$$k_p = -\left\{ \left[ \cos \lambda \frac{\pi}{2} + \omega \cos(\lambda+1) \frac{\pi}{2} \right] \sin \omega \theta + \left[ \sin \lambda \frac{\pi}{2} + \omega \sin(\lambda+1) \frac{\pi}{2} \right] \cos \omega \theta \right\} / \sin \lambda \frac{\pi}{2} \quad (26a)$$

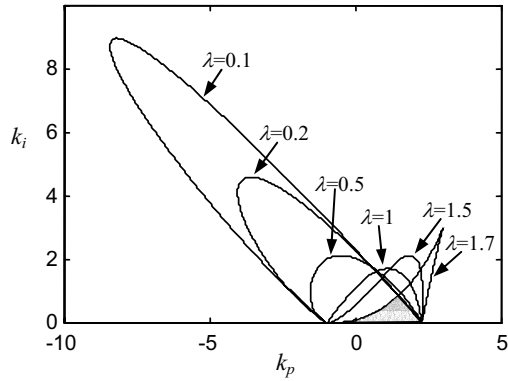
$$k_i = \left( \omega^\lambda \sin \omega \theta + \omega^{\lambda+1} \cos \omega \theta \right) / \sin \lambda \frac{\pi}{2} \quad (26b)$$



Şekil 2:  $\lambda=1$  için kararlılık bölgesinin tespit edilmesi (Örnek 1).



Şekil 4:  $\lambda$ 'nın değişik değerleri için kararlılık bölgeleri (Örnek 2).



Şekil 3:  $\lambda$ 'nın değişik değerleri için kararlılık bölgeleri (Örnek 1).

$\lambda$ 'nın değişik değerleri için elde edilen kararlılık bölgeleri ise Şekil 3'te verilmiştir. Elde edilen tüm KKS eğrilerinin  $\omega_k=2.03$  ve  $k_p=2.262$  değerinde GKS doğrusu ile kesişmesi dikkat çekicidir. Şekilden  $\lambda=0.1$  için  $PI^{0.1}$  kontrolörün en büyük kararlılık bölgesi sağladığı görülmektedir. Ayrıca şekilde verilen bölgelerin kesişme alanı olan gri bölge, tüm  $PI^\lambda$  kontrolör ailesi için dayanaklı kararlılık bölgesi olarak adlandırılabilir. Bu bölge içinde alınan herhangi bir  $(k_p, k_i)$  noktası,  $\lambda$ 'nın değeri ne olursa olsun kararlı özelliğe sahip kapalı çevrim karakteristik denklemi elde edilmesini sağlayacaktır.

#### 4.2. Örnek 2

Transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{27}{(s-1)(s+2.8)^3} e^{-0.5s} \quad (28)$$

şeklinde verilen dördüncü dereceden kararsız bir sistem göz önüne alınsın.  $\lambda$ 'nın değişik değerleri için elde edilen kararlılık bölgeleri Şekil 4'te verilmiştir. Bu örnekte  $\lambda=0.1$  için  $PI^{0.1}$  kontrolörün en büyük kararlılık bölgesi oluşturduğu görülmektedir. Ayrıca bütün kararlılık bölgelerinin kesişme bölgesi olan gri bölge dayanaklı kararlılık bölgesini ifade etmektedir.

## 5. SONUÇLAR

Kesirli dereceli matematiğin son zamanlarda mühendislik alanında yaygın bir şekilde kullanılmaya başlaması özellikle otomatik kontrol alanında bir çok yeni çalışmanın ortaya çıkmasına neden olmuştur. Kesirli dereceli matematiğin bu alandaki en önemli yansımalarından biri, PI ve PID kontrolörlerin yeni versiyonu olan kesirli dereceli  $PI^\lambda$  ve  $PI^\lambda D^\mu$  kontrolörlerin geliştirilmesidir. Bu çalışmada, kesirli dereceli  $PI^\lambda$  kontrolörler kullanılarak endüstride sıkça karşılaşılan zaman gecikmeli sistemlerin kararlılık bölgelerinin elde edilmesi amacıyla bir prosedür önerilmektedir. Verilen simülasyon çalışmaları değişik özelliklere sahip zaman gecikmeli sistemler için kesirli dereceli bazı kontrolörlerin tam dereceli klasik kontrolörlere göre daha büyük kararlılık bölgesi ürettiğini göstermektedir. Çalışmanın bundan sonraki aşamasında, değişik performans kriterleri kullanarak, bu çalışmada elde edilen kararlılık bölgesi içinde en iyi zaman cevabına sahip olan kontrolör parametrelerinin bulunması hedeflenmektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] M.W. Foley, N.R. Ramharack ve B.R. Copeland, "Comparison of PI controller tuning methods," Ind. Eng. Chem. Res., Cilt: 44, No: 17, s:6741-6750, 2005.
- [2] Y. Li, K.H. Ang ve G.C.Y. Chong, "An overview and analysis of the current art Patents, Software, and Hardware for PID Control," IEEE Control Systems Magazine, s:42-54, 2006.
- [3] S. Tavakoli, I. Griffin ve P.J. Fleming, "Robust PI controller for load disturbance rejection and setpoint regulation," Proc. of the 2005 IEEE Conf. on Control Appl., Toronto, s:1015-1020, 2005.
- [4] B.Z. Khan ve B. Lehman, "Setpoint PI controllers for systems with large normalized dead time," IEEE Trans. on Contr. System Technology, Cilt: 4, s:459-466, 1996.
- [5] W.L. Luyben, Plantwide Dynamic Simulators in Chemical Processing and Control, Marcel, NY, 2002.
- [6] A. O'Dwyer, Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules, Imperial College Press, Singapore, 2003.

- [7] I. Kaya, "Tuning PI controllers for stable processes with specifications on gain and phase margins," *ISA Transactions*, Cilt: 43, s:297-304, 2004.
- [8] K.J. Astrom ve T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Instr. Society of America, 1995.
- [9] C.A. Monje, A.J. Calderon, B.M. Vinagre, YQ. Chen ve V. Feliu, "On fractional  $PI^{\lambda}$  controllers: Some tuning rules for robustness to plant uncertainties," *Nonlinear Dynamics*, Cilt: 38, s:369-381, 2004.
- [10] G. Maione ve P. Lino, "New tuning rules for fractional  $PI^{\alpha}$  controllers," *Nonlinear Dynamics*, on-line yayınlanmış, DOI: 10.1007/s11071-006-9125-x, 2007.
- [11] R.N. Tantarıs, L.H. Keel ve S.P. Bhattacharyya, " $H_{\infty}$  design with first-order controllers," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Cilt: 51, No: 8, s:1343-1347, 2006.
- [12] G.J. Silva, A. Datta ve S.P. Bhattacharyya, "Stabilization of first-order systems with time delay using the PID controller," *American Control Conf.*, Arlington VA, 2001
- [13] N. Tan, "Computation of stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay," *ISA Trans.* Cilt: 44, s:213-223, 2005.
- [14] A. Datta, M.-T. Ho ve S. P. Bhattacharyya, *Structure and Synthesis of PID Controllers*. Springer-Verlag, UK, 2000.
- [15] J. I. Neimark, "D-decomposition of the space of quasi-polynomials (on the stability of linearized distributive systems)," *AMS Translations, Seri: 2, Cilt: 102: Ten papers in analysis*. AMS, Providence, s:95-131, 1973.
- [16] C.-H. Chang ve K.-W. Han, "Gain margins and phase margins for control systems with adjustable parameters," *J. of Guidance, Control and Dynamics*, Cilt: 13, No: 3, s:404-408, 1990.
- [17] S.E. Hamamcı ve N. Tan, "Design of PI controllers for achieving time and frequency domain specifications simultaneously," *Cilt: 45, No: 4, s:529-543*, 2006.
- [18] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*. Academic Press, San Diego, 1999.
- [19] L. Debnath, "Recent applications of fractional calculus to science and engineering," *Int. J. of Mathematics and Mathematical Sciences*, Cilt: 54, s: 3413-3442, 2003.
- [20] I. Podlubny, "Fractional-order systems and  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ -controllers," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Cilt: 44, No: 1, s:208-214, 1999.
- [21] R.E. Bellman ve K.L. Cooke, *Differential-Difference Equations*. Academic Press, NY, 1963.
- [22] C. Hwang ve Y.-C. Cheng, "A numerical algorithm for stability testing of fractional delay systems," *Automatica*, Cilt: 42, No: 5, s:825-831, 2006.

## Kesirli Dereceli Belirsiz Polinomların Dayanıklı Kararlılık Analizi

Nusret Tan<sup>1</sup>, M.Mine Özyetkin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü  
44280, Malatya. ntan@inonu.edu.tr

<sup>2</sup>İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi,  
Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü  
44280, Malatya. mmozyetkin@inonu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışma kesirli dereceli aralık (interval) polinomların (KDIP) dayanıklı kararlılık analiziyle ilgilidir. İnterval belirsizlik yapısına sahip kesirli dereceli polinomların kararlılık testi için bazı sonuçlar sunulmuştur. Kharitonov teoreminin kesirli dereceli interval polinomlara uygulanabilir olmadığı gösterilmiştir. Kenar teoremini kullanarak kesirli dereceli interval polinomların değer kümesini hesaplamak için bir yöntem verilmiştir. Değer kümesine dayalı KDIP kararlılık testi için bir algoritma sunulmuştur. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, kesirli dereceli transfer fonksiyonuna sahip geribeslemeli çevirimlerde parametrik değişimlerin kararlılık üzerindeki etkilerini belirlemede, kesirli dereceli kontrol sistemlerinin dayanıklı kararlılık analizi ve tasarımı konularında önemli faydalar sağlayacaktır.

### 1. Giriş

Türev dereceleri tamsayı olması gerekmeyen herhangi bir reel sayı değeri alabilen diferansiyel denklemlerle ifade edilen bir sistem kesirli dereceli sistem olarak düşünülebilir. Kesirli dereceli sistemlerin önemi dünyadaki gerçek sistemleri tanımlamada (belirlemede) tamsayı modellerinden çok daha uygun olmasıdır. Klasik tamsayı dereceli matematiğin kesirli dereceli matematiğe uyarlanması yeni değildir çünkü kesirli matematiğin kullanımı ilk olarak 1695'de Leibniz ve L'Hospital arasındaki mektuplaşmada görülür. Kesirli matematik ile ilgili ilk çalışmaların 19.yy'da Liouville, Riemann ve Holmgren tarafından yapıldığı görülür [1]. Son yıllarda kesirli matematiğin daha iyi anlaşılması ve kesirli dereceli bir kontrolörün gerçekleştirilmesini mümkün kılan "fractance" olarak adlandırılan yeni bir elektriksel devrenin ortaya çıkması nedeniyle kesirli dereceli kontrol sistemlerine oldukça önem verilmektedir. Bunun sonucu olarak kontrol teorisinde kesirli matematiğin uygulanmasıyla ilgili bazı önemli çalışmalar yapılmıştır [2-4]. Bu tür sisemlerin karalılığıyla ilgili bazı sonuçlar [5-8] referanslarında bulunabilir. Bu araştırma alanı hala yenidir ve parametre

belirsizliğine sahip kesirli dereceli kontrol sistemlerinin dayanıklılık analiziyle ilgili çok fazla çalışma yoktur.

Gerçek kontrol sistemlerinin modelleme hataları, imalat toleransları ve operasyon koşulları gibi nedenlerden dolayı belirsizlik içerdği çok iyi bilinmektedir. Dolayısıyla parametrik dayanıklı kontrol alanı gerçek kontrol sistemlerinin tasarımında ve kararlılık analizinde oldukça önemlidir. Parametrik belirsizliğe sahip bir sistem için dayanıklı kararlılık analizi problemi sistemin karakteristik polinomunun bütün belirsizlikleri hesaba katarak kararlı kalıp kalmadığını belirlemektir. Parametre belirsizliği içeren sistemlerin dayanıklı kararlılığı alanında önemli bir sonuç interval polinomların Hurwitz kararlılığı ile ilgili olan Kharitonov teoremidir [9]. Bir interval polinom, katsayıları belirlenmiş aralıklarda değişen polinomdur. Kharitonov teoremi sonsuz sayıda üyesi olan bir interval polinom ailesinin bilinmeyen parametrelerinin alt ve üst değerlerine dayanarak elde edilen ve Kharitonov polinomları olarak bilinen dört polinomun Hurwitz kararlı olması durumunda bu polinom ailesinin kararlı olduğunu açıklar. Bu teoremi izleyen en önemli sonuçlar Barlett'in kenar teoremi [10] ve Chapellat ve Bhattacharyya'nın genelleştirilmiş Kharitonov teoremidir [11]. Kenar teoremi belirsiz parametrelerin bağımsız olmadığı doğrusal belirsizlik yapısına sahip belirsiz polinomlarla ilgilidir. Bu tip polinomlar ailesine politopic polinomlar ailesi denir. Bu teoreme göre politopic bir ailenin tüm etkin kenarları (exposed edges) kararlı ise tüm aile kararlıdır. Kenar teoremine benzer olarak genelleştirilmiş Kharitonov teoremi doğrusal belirsizliğe sahip polinomların kararlılık problemini inceler. Genelleştirilmiş Kharitonov teoreminin kenar teoremine göre avantajı kararlılık için incelenmesi gereken kenarların sayısının polinomların sayısına bağlı olup belirsiz parametrelerin sayısına bağlı olmamasıdır. Bu sonucun kanıtlanması çoğunlukla sıfır hariç tutma prensibine (zero exclusion principle) ve değer kümesi kavramına (value set concept) bağlıdır [12]. Bu konuyla ilgili geniş literatür tartışmaları ve bu metotların uzantıları [12-15] kaynaklarında bulunabilir. Parametrik dayanıklı kontrol alanında elde edilmiş metotların belirsizliğe sahip kesirli dereceli kontrol sistemlerine uyarlanmasının önemli ve yeni bir araştırma alanı olacağı görülmektedir.



Bu çalışmanın amacı parametre belirsizliği içeren kesirli dereceli kontrol sistemlerinin sınırlı giriş sınırlı çıkış (Boundary Input Boundary Output-BIBO) kararlılığında kullanılabilecek bir metod elde etmektir. Bunun için KDIP kararlılığının test edilebilmesi gerekir. Çünkü bir kesirli dereceli interval kontrol sisteminin karakteristik denklemi elde edildiğinde

$$P(s, q) = p_0 s^{\alpha_0} + p_1 s^{\alpha_1} + p_2 s^{\alpha_2} + \dots + p_n s^{\alpha_n} \quad (1)$$

formunda bir KDIP olduğu görülebilir. Burada  $\alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_n$  çoğunlukla reel sayılardır,  $q = [p_0, p_1, \dots, p_n]$  belirsiz parametre vektörüdür ve

$$Q = \{q : p_i \in [\underline{p}_i, \overline{p}_i], i = 1, 2, \dots, n\} \text{ belirsizlik kutusu}$$

(kümesi)'dur. Burada  $\underline{p}_i$  ve  $\overline{p}_i$  sırasıyla  $i$ . belirsiz

parametre  $p_i$ 'nin alt ve üst sınırlarını göstermektedir.

Örneğin

$$P(s, q) = p_0 s^{0.5} + p_1 s^{1.2} + p_2 s^2 + p_3 s^{2.4} \quad (2)$$

$$= [3, 4]s^{0.5} + [2, 5]s^{1.2} + [1, 2]s^2 + [8, 10]s^{2.4}$$

bir KDIP ailesidir. Öncelikle denklem (1)'deki KDIP'un BIBO kararlılık testi için Kharitonov teoreminin etkili olmadığı gösterilmiştir. Daha sonra KDIP'un değer kümesinin oluşturulması için bir metod verilmiştir. Belirsiz polinomların değer kümesi hesabı dayanıklı kararlılık analizi için sıfır hariç tutma prensibinin uygulanmasında önemli bir rol oynar. Parametre değişimlerine sahip lineer sistemlerin dayanıklı kararlılık analizi için sıfır hariç tutma prensibinin başarısı değer kümesinin oluşturulmasına (hesaplanmasına) bağlıdır. Değer kümesi yaklaşımının sıfır hariç tutma prensibi ile birlikte en göze çarpan özelliği parametre uzayı yerine kompleks düzlemde uygulanabilmesidir. Denklem (1)'deki polinom ailesinin değer kümesinin kenar teoremini kullanarak oluşturulabileceği gösterilmiştir. Değer kümesini oluşturulması için sunulan metod interval belirsizliğe sahip kesirli dereceli polinomların dayanıklı kararlılık analizi için sıfır hariç tutma prensibi ile birleştirilmiştir.

Bu çalışma şöyle düzenlenmiştir: bölüm 2'de Kharitonov teoremi yeniden anlatılmış ve Kharitonov teoreminin KDIP'ın dayanıklı BIBO kararlılık testi için yeterli olmadığı gösterilmiştir. 3. bölümde KDIP ailesi için kararlılık sonucu ve değer kümesinin oluşturulmasını sağlayan bir metod verilmiştir. Bölüm 4'te yorumlar sunulmuştur.

## 2. KDIP İçin Kharitonov Teoremi Geçerli midir?

Belirsiz parametrelere sahip tamsayı dereceli kontrol sistemleri üzerindeki birçok çalışma Kharitonov'un interval polinomların kararlılığı üzerindeki sonucuna dayanmaktadır. Tamsayı dereceli interval polinomu aşağıdaki gibi düşünelim

$$K(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + \dots + a_n s^n \quad (3)$$

burada  $a_i \in [\underline{a}_i, \overline{a}_i]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $\underline{a}_i$  ve  $\overline{a}_i$  sırasıyla  $i$ .

belirsiz parametrenin alt ve üst sınırlarını göstermektedir. Kharitonov denklem (3)'deki interval polinom ailesinin kararlılığının aşağıda verilmiş olan dört polinom için Routh kriterinin uygulanmasıyla bulunabileceğini göstermiştir.

$$p_1(s) = \underline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \overline{a}_2 s^2 + \overline{a}_3 s^3 + \underline{a}_4 s^4 + \dots$$

$$p_2(s) = \underline{a}_0 + \overline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \underline{a}_3 s^3 + \overline{a}_4 s^4 + \dots \quad (4)$$

$$p_3(s) = \overline{a}_0 + \underline{a}_1 s + \underline{a}_2 s^2 + \overline{a}_3 s^3 + \overline{a}_4 s^4 + \dots$$

$$p_4(s) = \overline{a}_0 + \overline{a}_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + \overline{a}_4 s^4 + \dots$$

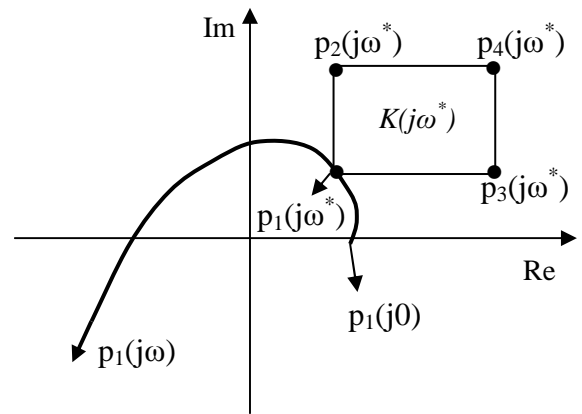
Bu sonucun Mikhailov kriterinden [12] (Routh kriteri için grafiksel bir yorumdur ve Rus literatüründe 50 yıl önce yayımlanmıştır) kolaylıkla çıkarılabileceği görülür. Bu kriter  $p(s)$  polinomunun, eğer  $p(j\omega)$  pozitif reel eksen den başlayarak saat yönünün tersine ardarda  $n$  eksenini kesiyorsa pozitif reel kısma sahip köklerinin olmadığını açıklar. Sabit bir frekansta interval bir polinomun değer kümesinin Şekil 1'de gösterildiği gibi bir dikdörtgen (Kharitonov dikdörtgeni) olduğu kolaylıkla görülebilir. Yani verilen frekansta ailenin her polinom değeri kenarları reel ve imajiner eksenlere paralel olan dikdörtgenin içinde veya üzerindedir. Dikdörtgensel değer kümesinin kenarları reel ve imajiner eksenlere paralel olduğundan değer kümesine orjinin dahil olup olmadığı Kharitonov polinomlarına karşılık gelen köşe noktalarını kullanarak kontrol edilebileceği görülmektedir. Kharitonov teoremi sadece interval belirsiz parametreler için uygulanabilmektedir fakat basit kontrol sistemlerinin karakteristik denklemleri bile interval belirsizlik yapısına sahip değildir. Örneğin, sistem transfer fonksiyonu

$$G(s) = K / s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \text{ olsun. Burada } K, T_1 \text{ ve}$$

$T_2$  'de belirsizlik mevcut olsun. Eğer sistem birim negatif kazançlı geribesleme çevrimine yerleştirilirse kararlılığı belirlemek için karakteristik denklem

$$\delta(s) = T_1 T_2 s^3 + (T_1 + T_2) s^2 + s + K \quad (5)$$

şeklinde olur ve bu interval bir polinom değildir. Kharitonov sonucunu kullanmanın tek basit yolu  $s^3$  ve  $s^2$  parametrelerinin üst ve alt sınırları elde etmektir ki bu çok doğru bir sonuç sunmayacaktır.



Şekil 1: Kharitonov dörtgeni ve  $p_1(s)$ 'in Mikhailov eğrisi

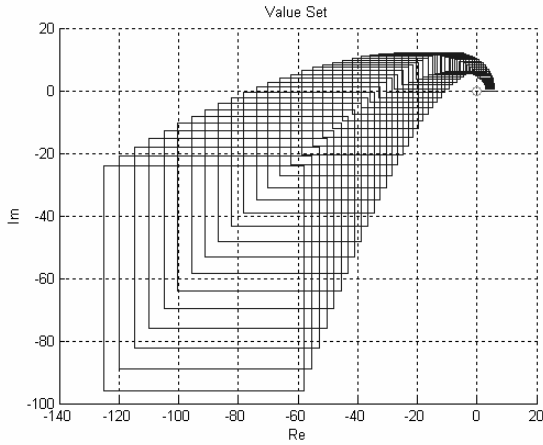
Üçüncü dereceden interval bir polinom aşağıdaki gibi olsun

$$K(s) = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 \quad (6)$$

Burada  $a_0 \in [3,6]$  ,  $a_1 \in [8,10]$  ,  $a_2 \in [4,8]$  ve  $a_3 \in [1,2]$  verilsin.  $s = j\omega$  yazarak

$$K(j\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + j(-a_3\omega^3 + a_1\omega) \quad (7)$$

elde edilir. Burada reel ve imajiner kısımlarda görülen belirsiz parametrelerin birbirlerine bağlı olmadığı açıktır. Bu yüzden her bir frekans için değer kümesi ( $K(j\omega)$ 'nın görüntüsü) köşeleri Kharitonov polinomlarına karşılık gelen bir diktörtgendir.  $0 \leq \omega \leq 4$  için değer kümeleri Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Denklem (6)'daki interval polinomun değer kümesi

Şimdi aşağıdaki gibi bir KDIP ailesini düşünelim

$$P(s, q) = p_0 + p_1s^{1.2} + p_2s^{2.2} \quad (8)$$

burada  $p_0 \in [6,8]$  ,  $p_1 \in [3,4]$  ve  $p_2 \in [1,2]$  olsun.  $s = j\omega$  yazıldığında

$$P(j\omega, q) = -0.9511p_2\omega^{2.2} - 0.309p_1\omega^{1.2} + p_0 + j(-0.309p_2\omega^{2.2} + 0.9511p_1\omega^{1.2}) \quad (9)$$

elde edilir. Bu denklemden belirsiz parametreler yani  $p_1$  ve  $p_2$ 'nin her ikisi de reel ve imajiner kısımlarda bulunduğu için bağımsız belirsizlik yapısının korunmadığı görülebilir. Denklem (9)'da belirsizlik içeren parametreler  $p_1$  ve  $p_2$ 'nin lineer bağımlı olduğu görülür. Bu sebeple Denklem (9)'daki değer kümesi bir diktörtgen değildir. Belirsiz polinomun değer kümesini hesaplamının basit fakat hesaplama açısından çok zaman alan ve kesin sonuç vermeyen bir diğer yolu gridding tekniğidir. Örneğin Denklem (9)'un her bir belirsiz parametresinin değişim aralığında 10 nokta alalım.  $\omega = 1$  rad/sn için 1000 polinomun görüntüsü Şekil 3'te gösterilmiştir. Ayrıca aşağıda verilmiş olan Denklem (8)'in dört Kharitonov polinomunun görüntüsü

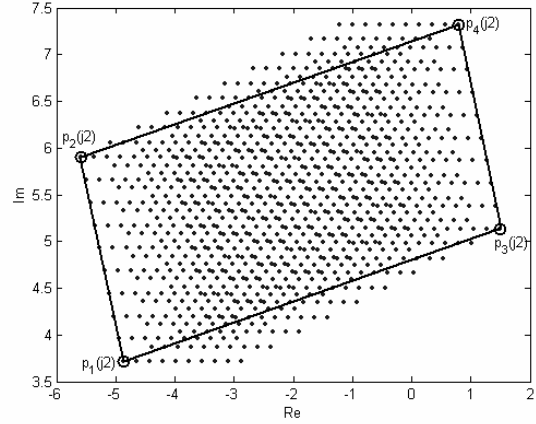
$$p_1(s) = 6 + 3s^{1.2} + 2s^{2.2}$$

$$p_2(s) = 6 + 4s^{1.2} + 2s^{2.2}$$

$$p_3(s) = 8 + 3s^{1.2} + 1s^{2.2}$$

$$p_4(s) = 8 + 4s^{1.2} + 1s^{2.2} \quad (10)$$

ve buna karşılık gelen Kharitonov diktörtgeni aynı şekilde gösterilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi Kharitonov diktörtgeni bir diktörtgen değildir ve değer kümesinin içinde kalmaktadır. Bu sebeple Kharitonov teoreminin KDIP için uygulanabilir olmadığı sonucuna ulaşılır.



Şekil 3: Denklem (8)'deki belirsiz polinom ailesinin  $\omega = 1$  rad/sn için 1000 polinomun ve dört Kharitonov polinomunun görüntüleri

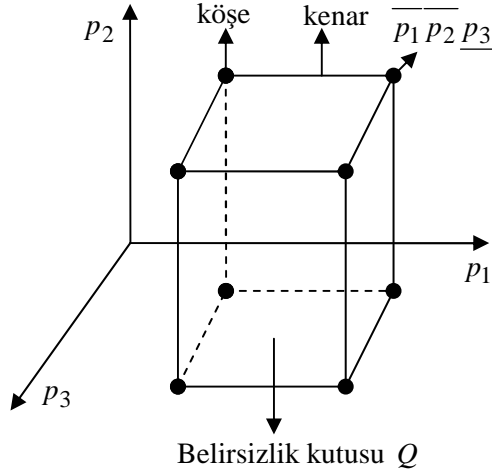
### 3. Değer Kümesinin Belirlenmesi ve KDIP Kararlılığı

Denklem (1)'deki KDIP için  $s = j\omega$  yazarsak

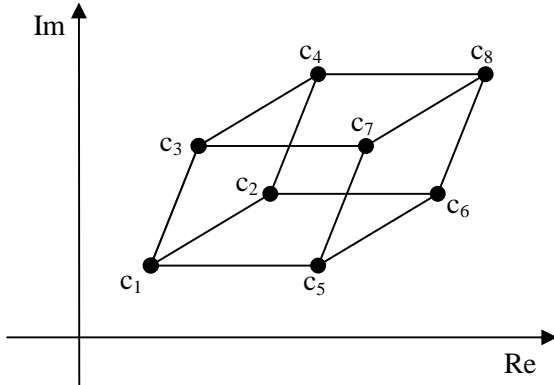
$$\begin{aligned} P(j\omega, q) &= p_0(k_{0r} + jk_{0i})\omega^{\alpha_0} + p_1(k_{1r} + jk_{1i})\omega^{\alpha_1} + \\ &+ p_2(k_{2r} + jk_{2i})\omega^{\alpha_2} + \dots + p_n(k_{nr} + jk_{ni})\omega^{\alpha_n} \\ &= (p_0k_{0r}\omega^{\alpha_0} + p_1k_{1r}\omega^{\alpha_1} + \dots + p_nk_{nr}\omega^{\alpha_n}) + \\ &+ j(p_0k_{0i}\omega^{\alpha_0} + p_1k_{1i}\omega^{\alpha_1} + \dots + p_nk_{ni}\omega^{\alpha_n}) \end{aligned} \quad (11)$$

elde edilir. Burada  $k_{jr}$  ve  $k_{ji}$  ,  $j = 0, 1, \dots, n$  sabittir.

Örneğin  $(j\omega)^{2.2} = (-0.9511 - j0.309)\omega^{2.2}$ . Denklem (11)'de reel ve imajiner kısımların her ikisinde görülen belirsiz parametrelerin birbirlerine lineer bağımlı olduğu açıktır. Kompleks düzlemde böyle bir polinomun değer kümesi bir poligondur. Parametre uzayında Denklem (1) deki polinom ailesine karşılık gelen polinom ailesi  $n+1$  belirsiz parametreye sahip olduğundan  $2^{n+1}$  köşeye ve  $(n+1)2^n$  etkin kenara sahiptir. Örneğin, 3 belirsiz parametrelilik Denklem (1) yapısındaki bir polinom için parametre uzayındaki belirsizlik kutusu ve kompleks düzlemdeki etkin kenarların görüntüsü Şekil 4 (a) ve (b)'de gösterilmiştir.



(a)



(b)

Şekil 4: 3 belirsiz parametrelili denklem (1) yapısındaki bir polinom için a) parametre uzayındaki belirsizlik kutusu b) kompleks düzlemdeki etkin kenarların görüntüsü

Belirsiz parametrelerin üst ve alt değerlerini kullanarak  $P(s, q)$  'nın tüm  $2^{n+1}$  köşe noktası polinomları aşağıdaki gibi yazılabilir

$$\begin{aligned} c_1(s) &= \underline{p_0}s^{\alpha_0} + \underline{p_1}s^{\alpha_1} + \underline{p_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{p_n}s^{\alpha_n} \\ c_2(s) &= \overline{p_0}s^{\alpha_0} + \underline{p_1}s^{\alpha_1} + \underline{p_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{p_n}s^{\alpha_n} \\ c_3(s) &= \underline{p_0}s^{\alpha_0} + \overline{p_1}s^{\alpha_1} + \underline{p_2}s^{\alpha_2} + \dots + \underline{p_n}s^{\alpha_n} \\ &\vdots \\ c_{2^{n+1}}(s) &= \overline{p_0}s^{\alpha_0} + \overline{p_1}s^{\alpha_1} + \overline{p_2}s^{\alpha_2} + \dots + \overline{p_n}s^{\alpha_n} \end{aligned} \quad (12)$$

bu köşe polinomlarından etkin kenarlar elde edilebilir. Örneğin,  $c_1(s)$  'de  $\underline{p_0}$  alt sınır değerine ( $\underline{p_0}$ ) sahip ve  $c_2(s)$  'de üst sınır değerine ( $\overline{p_0}$ ) sahip. Dolayısıyla  $p_0$

parametresi hariç  $c_1(s)$  ve  $c_2(s)$  köşe polinomları aynı yapıya sahiptir. Bu sebeple etkin kenarlardan biri

$$(1 - \lambda)c_1(s) + \lambda c_2(s), \lambda \in [0, 1] \quad (13)$$

dir. Benzer şekilde kalan diğer etkin kenarlar belirlenebilir. Denklem (11) 'deki polinom kümesinin tüm etkin kenarlarını içeren küme aşağıdaki gibi tanımlanır

$$P_E(s) = \{(1 - \lambda)c_1(s) + \lambda c_2(s), (1 - \lambda)c_1(s) + \lambda c_3(s), \dots, (1 - \lambda)c_{2^n}(s) + \lambda c_{2^{n+1}}(s)\}$$

(14)

Bu durumda sabit bir frekans değerinde kenar teoremine göre  $P(s, q)$  'nın değer kümesi  $P_E(s)$  'in değer kümesinin içerisinde.  $P(s, q)$  'nın kararlılığı için sıfırın dışlanma prensibine göre kümede en az bir tane kararlı elemanın olması ve değer kümesinin sıfırı içine almaması gerekir. Bu sonuçtan yola çıkarak KDIP'un kararlılığı için şu algoritma kullanılabilir:

1. Verilen  $P(s, q)$  yapısındaki KDIP'un köşe polinomları Denklem (12) kullanılarak elde edilir.
2. Etkin kenarlar Denklem (13)'ten yararlanarak oluşturulur.
3. Denklem (14) deki  $P_E(s)$  kümesi elde edilir.
4.  $P_E(s)$  kümesi kompleks düzlemde çizilerek sıfırın dışlanıp dışlanmadığı test edilir.

**Örnek 1:** Aşağıdaki gibi bir KDIP ailesi verilsin

$$P(s, q) = p_0 + p_1 s^{0.5} + p_2 s + p_3 s^{1.5} + s^2 \quad (15)$$

burada  $p_0 \in [6, 14]$ ,  $p_1 \in [9, 12]$ ,  $p_2 \in [0.4, 1.6]$  ve  $p_3 \in [0.8, 1.2]$  'dir. Bu polinom ailesi 4 tane belirsiz parametreye sahip olduğu için  $2^4 = 16$  tane köşe polinomuna ve  $4 \times 2^3 = 32$  tane etkin kenara sahiptir. Köşe polinomları aşağıdaki gibidir

$$\begin{aligned} c_1(s) &= 6 + 9s^{0.5} + 0.4s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_2(s) &= 14 + 9s^{0.5} + 0.4s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_3(s) &= 6 + 12s^{0.5} + 0.4s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_4(s) &= 14 + 12s^{0.5} + 0.4s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_5(s) &= 6 + 9s^{0.5} + 1.6s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_6(s) &= 14 + 9s^{0.5} + 1.6s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_7(s) &= 6 + 12s^{0.5} + 1.6s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_8(s) &= 14 + 12s^{0.5} + 1.6s + 0.8s^{1.5} + s^2 \\ c_9(s) &= 6 + 9s^{0.5} + 0.4s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\ c_{10}(s) &= 14 + 9s^{0.5} + 0.4s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\ c_{11}(s) &= 6 + 12s^{0.5} + 0.4s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\ c_{12}(s) &= 14 + 12s^{0.5} + 0.4s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\ c_{13}(s) &= 6 + 9s^{0.5} + 1.6s + 1.2s^{1.5} + s^2 \end{aligned} \quad (16)$$

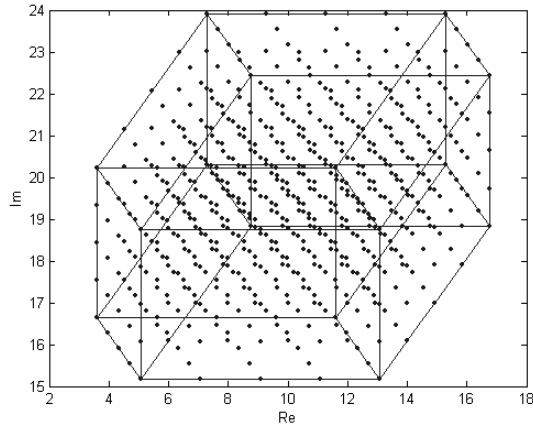
$$\begin{aligned}
c_{14}(s) &= 14 + 9s^{0.5} + 1.6s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\
c_{15}(s) &= 6 + 12s^{0.5} + 1.6s + 1.2s^{1.5} + s^2 \\
c_{16}(s) &= 14 + 12s^{0.5} + 1.6s + 1.2s^{1.5} + s^2
\end{aligned}$$

ve etkin kenarlar kümesi

$$\begin{aligned}
P_E(s) = \{ & e(c_1(s), c_2(s)), e(c_1(s), c_3(s)), \\
& e(c_1(s), c_5(s)), e(c_1(s), c_9(s)), e(c_2(s), c_4(s)), \\
& e(c_2(s), c_6(s)), e(c_2(s), c_{10}(s)), e(c_3(s), c_4(s)), \\
& e(c_3(s), c_7(s)), e(c_3(s), c_{11}(s)), e(c_4(s), c_8(s)), \\
& e(c_4(s), c_{12}(s)), e(c_5(s), c_6(s)), e(c_5(s), c_7(s)), \\
& e(c_5(s), c_{13}(s)), e(c_6(s), c_8(s)), e(c_6(s), c_{14}(s)), \\
& e(c_7(s), c_8(s)), e(c_7(s), c_{15}(s)), e(c_8(s), c_{16}(s)), \\
& e(c_9(s), c_{10}(s)), e(c_9(s), c_{11}(s)), e(c_9(s), c_{13}(s)), \\
& e(c_{10}(s), c_{12}(s)), e(c_{10}(s), c_{14}(s)), e(c_{11}(s), c_{12}(s)), \\
& e(c_{11}(s), c_{15}(s)), e(c_{12}(s), c_{16}(s)), e(c_{13}(s), c_{14}(s)), \\
& e(c_{13}(s), c_{15}(s)), e(c_{14}(s), c_{16}(s)), e(c_{15}(s), c_{16}(s)) \}
\end{aligned} \quad (17)$$

şeklindedir. Örneğin belirsiz her bir parametre için yani

$p_0$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  ve  $p_3$  içinde 5 nokta alalım.  $\omega = 3$  rad/sn'de  $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$  polinomun görüntüsü Şekil 5'de “•” ile gösterilmiştir. Ayrıca  $\omega = 3$  rad/sn'de etkin kenarların görüntüsü Şekil 5'de çizgiyle gösterilmiştir. Burada değer kümesinin etkin kenarlar kümesi tarafından sınırlandırıldığı açıkça görülmektedir.



Şekil 5: 625 polinomun ve etkin kenarlar kümesinin  $\omega = 3$  rad/sn'deki görüntüsü

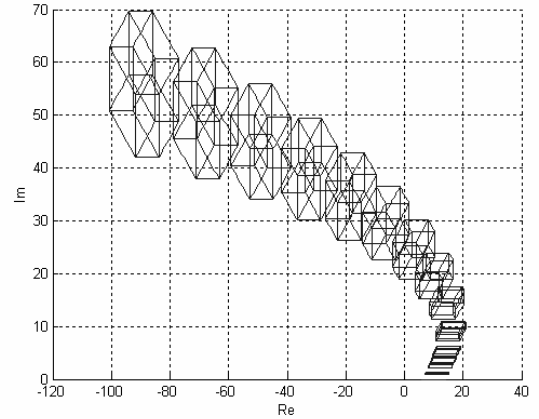
Verilmiş olan belirsiz polinom ailesinin bir elemanı

$$p(s) = 10 + 11s^{0.5} + s + s^{1.5} + s^2 \quad (18)$$

dir. Bu polinom  $w$ -düzleminde burada  $w = \sqrt{s}$  şu şekilde yazılabilir

$$p(w) = 10 + 11w + w^2 + w^3 + w^4 \quad (19)$$

Bu polinomun kökleri  $w_1 = 1 + j2$ ,  $w_2 = 1 - j2$ ,  $w_3 = -1$  ve  $w_4 = -2$  dir. [8] de verilen kararlılık kriterine göre bu polinom BIBO kararlıdır çünkü  $i = 1, 2, 3, 4$  için  $|\arg w_i| > \pi/4$  'tür. Dolayısıyla verilmiş olan belirsiz kesirli dereceli polinom ailesinin bir kararlı elemanı mevcuttur ve polinom ailesinin değer kümeleri  $0 \leq \omega \leq 10$  için Şekil 6'da görülmektedir. Şekil 6 incelendiğinde sıfırın değer kümesinin dışında kaldığı görülmektedir. Dolayısıyla Denklem (15) de verilen KDIP dayanaklı BIBO kararlıdır.



Şekil 6: Denklem (15)'teki polinom ailesinin  $0 \leq \omega \leq 10$  için değer kümeleri

#### 4. Sonuç

Bu makalede belirsiz parametreler içeren kesirli dereceli polinomların kararlılığı incelendi. Belirsizlik yapısı interval belirsizlik yapısı olarak ele alındı. İnterval belirsizlik yapısına sahip kesirli dereceli polinomlar için Kharitonov teoreminin kullanılmayacağı gösterildi. Bu tip polinomların değer kümelerinin elde edilmesi için kenar teoremine dayalı bir yöntem sunuldu. Sıfırın dışlanma prensibi ve değer kümesini kullanarak KDIP kararlılığının test edilmesine yönelik yeni bir yöntem sunuldu. Elde edilen sonuçlar belirsizlik içeren kesirli dereceli kontrol sistemlerinin dayanıklı kararlılık analizi ve tasarımı açısından önemli olacaktır. Bu çeşit uygulamalar ileriki çalışmalarda yapılacaktır. Ayrıca bu çalışma farklı belirsizlik yapısı içeren kesirli dereceli kontrol sistemlerinin araştırılması için de bir temel oluşturmaktadır.

#### 5. Kaynakça

- [1] Podlubny, I. (1999). *Fractional Differential Equations*. Academic Pres, San Diego.
- [2] Petras, I. (1999). The fractional order controllers: methods for their synthesis and application. *J. of Electrical Engineering*, **50**, 284-288.
- [3] Podlubny, I. (1999). Fractional-order systems and  $PI^\lambda D^\mu$ -controllers. *IEEE Trans. on Automatic Control*, **44**, 208-214.

- [4] Manabe, S. (2003). Early development of fractional order control. *Proc. of the ASME 2003 Design Engineering Technical Conference, Chicago Illinois*.
- [5] Brin, I. A. (1962). On the stability of certain systems with distributed and lumped parameters. *Automation and Remote Control*, **23**, 798-807.
- [6] Öztürk, N. and A. Uraz (1984). An analytic stability test for a certain class of distributed parameter systems with a distributed lag. *IEEE Trans. on Automatic Control*, **29**, 368-370.
- [7] Cheng, Y. C. and C. Hwang (2006). Stabilization of unstable first-order time-delay systems using fractional-order PD controllers. *J. of the Chinese Inst. of Engineers*, **29**, 241-249.
- [8] Hwang, C. and Y. C. Cheng (2006). A numerical algorithm for stability testing of fractional delay systems. *Automatica*, **42**, 825-831.
- [9] Kharitonov, V. L. (1979). Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations. *Differential Equations*, **14**, 1483-1485.
- [10] Bartlett, A. C ., C. V. Hollot and H. Lin (1988). Root location of an entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges. *Mathematics of Controls, Signals and systems*, **1**, 61-71.
- [11] Chapellat, H. and S. P. Bhattacharyya (1989). A generalization of Kharitonov's theorem: robust stability of interval plants. *IEEE Trans. on Automatic Control*, **34**, 306-311.
- [12] Bhattacharyya , S. P., H. Chapellat and L. H. Keel (1995). *Robust Control: The Parametric Approach*. Prentice Hall.
- [13] Ackermann, J. (1993). *Robust Control: Systems with Uncertain Physical Parameters*. Springer-Verlag.
- [14] Djaferis, T. E. (1995) *Robust Control Design: A Polynomial Approach*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- [15] Barmih, B. R. (1994). *New Tools for Robustness of Linear Systems*. MacMillan, NY.

## Kesirli Mertebe Türev ile Sönüm Yaklaşımı ve Titreşim Sistemlerine Uygulanması: Hareket Denklemi Örneği

Ünal Dikmen<sup>1</sup>, Ahmet T. Başokur<sup>2</sup>

Ankara Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi  
Jeofizik Mühendisliği Bölümü, Tandoğan Kampusu 06100 Ankara

<sup>1</sup>[dikmen@eng.ankara.edu.tr](mailto:dikmen@eng.ankara.edu.tr), <sup>2</sup>[basokur@eng.ankara.edu.tr](mailto:basokur@eng.ankara.edu.tr)

### Özetçe

Bu çalışmada, titreşim sistemlerindeki sönüm mekanizmasının sayısal çözümlemesi kesirli mertebe türev işlemi kullanılarak tanımlanmış ve bir örnek olarak, hareket denklemindeki sönüm terimi kesirli mertebe türev işlemi ile incelenmiştir. Kesirli mertebe türev ile sönüm yaklaşımı, diğer yaklaşımlara göre daha az sayıda parametre ile titreşim sistemlerindeki sönüm mekanizmasının sayısal hesaplanmasında kullanılabilen ve malzemelerdeki viskoelastik davranışı betimleyen sönüm ve gevşeme durumu daha iyi tanımlanabilmektedir.

### 1. Giriş

Kesirli matematik; gerçel mertebeli türev veya integral hesaplama işlemidir. Diğer bir ifadeyle, tamsayı mertebeli türev veya integral işlemlerinin gerçel mertebeye genelleştirilmesidir. Kesirli matematik, gün geçtikçe bilimin farklı alanlarında ilgi uyandıran bir konu olmaktadır. Kesirli deyiminden kasıt, türev ve integral işlemlerinde mertebenin bir tamsayıdan ziyade gerçel hatta karmaşık sayı olmasıdır. Kesirli matematik ile ilgili ilk bilgileri 17.yy' da L' Hospital ve Leibniz arasında geçen 1695 yılındaki mektuplardan ve daha sonra başlıca Euler, Laplace, Fourier' in çalışmalarıyla tanımaktayız. Bununla birlikte, kesirli matematiğin kuramı 1950 ler ile gelişmeye başlamıştır. Günümüzde mekanik, optik, sinyal işleme, elastisite, astronomi, biyoloji ve jeofizik başta olmak üzere farklı alanlarda uygulamaları yaygınlaşmaktadır. Bu çalışmada, zemin birimlerinin deprem yükü gibi dinamik kuvvetler altında tepkilerinin belirlenmesinde kesirli mertebe türev içeren modellerin kullanımı önerilmiştir.

Titreşim problemlerinde sönüm ile ilgili farklı yaklaşımlar ve uygulamaya yönelik tartışmalar günümüzde de sürmektedir. Sönüm; sistemdeki enerjinin (kinetik veya potansiyel enerji) kaybına yol açan ve sistemi titreşime zorlayan dış kuvvete karşı korunumlu olmayan bir kuvvettir. Bir titreşim sisteminin davranışının tanımlanması, hareket denkleminin sayısal çözümlemesini gerektirir. Bu

amaçla, sistem elemanları mekanik modeller ile temsil edilir.

Mekanik modeli oluşturan temel elemanlardan biri Hooke türü yay ve diğeri Newton türü sönüm elemanıdır. Newton türü sönüm elemanında sistemdeki sönüm kuvveti zamana bağlı yerdeğiştirme oranı ile doğrusaldır ve yerdeğiştirmenin birinci mertebe türevi ile ifade edilir.

Deprem etkisi altında dinamik yer tepkisinin belirlenmesinde kullanılan yöntemlerden birisi hareket denkleminin matematik çözümünün elde edilmesidir ve bu işlem "modelleme" olarak bilinir. Modelleme çalışmalarındaki başlıca sorunu kullanılan sönüm mekanizmasındaki belirsizlik oluşturur. Uygulamada sönüm işlemi için, frekansa bağlı sönüm yaklaşımı [1], geliştirilen deneysel bağıntılar [2],[3] veya sabit sönüm oranı [4] kullanılır. Hardin ve Drnevich [3],[4] çok sayıda farklı zemin örnekleri üzerinde yaptıkları laboratuvar deneyleriyle sönüm oranı ve makaslama modül oranı değişimi üzerinde birincil derecede etkin parametrenin, malzemede zamanla gelişen deformasyon geçmişinin olduğunu göstermişlerdir.

Bu çalışmada, zemin birimlerinin deprem tepkilerinin belirlenmesi amacıyla sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak modelleme çalışması yapılmıştır. Modelleme işleminde gerekli olan sönüm mekanizması için kesirli mertebe türev içeren viskoelastik sönüm modeli kullanılmıştır. Böylece makaslama modül oranı ve sönüm oranı değişimleri modelde gelişen deformasyon geçmişi ile ilişkilendirilmiştir. Modelleme işlemi sonuçları, frekansa bağlı sönüm yaklaşımı kullanan Rayleigh sönüm yaklaşımı [1] ile karşılaştırılarak kesirli mertebe türev içeren viskoelastik sönüm modelinin üstün ve zayıf yönleri incelenmiştir.

### 2. Grünwald-Letnikov(GL) Kesirli Mertebe Türev Yaklaşımı

Bir fonksiyonun kesirli mertebe türevinin alınmasında birden fazla yaklaşım bulunmaktadır. Bu yaklaşımların

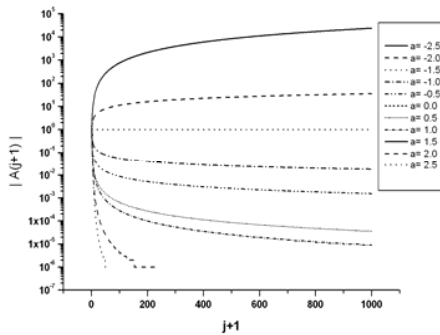
özellikleri ve birbiriyle olan ilişkileri ayrıntılı olarak [5]' de bulunabilir. Bu yaklaşımlar içerisinde Riemann-Liouville ve Grunwald-Letnikov (GL) yaklaşımı [6] yaygın olarak kullanılmaktadır [16]. Bu iki yaklaşımın eşdeğerliliği Oldham ve Spanier [5] tarafından gösterilmiştir. GL yaklaşımı fonksiyon türevinin seçimine ve sayısal hesaplamalara getirdiği kolaylık nedeniyle uygulamalarda sıkça tercih edilmektedir. GL yaklaşımı, bir fonksiyonun kesirsel mertebe türevinin alınmasında başlangıç noktası olarak geri farklar yaklaşım yöntemini kullanır. GL yaklaşım yöntemine göre bir fonksiyonun kesirsel mertebe türevi, D türev operatörünü ve  $\alpha$  türev mertebesini göstermek üzere,

$$D^\alpha f(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{t}{N} \right)^{-\alpha} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Gamma(i-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(i+1)} f\left(t - i \frac{t}{N}\right) \quad (1)$$

ile verilir [5]. Burada  $\Gamma$ , Gamma fonksiyonunu gösterir. (1) bağıntısında yer alan

$$\frac{\Gamma(i-\alpha)}{\Gamma(-\alpha)\Gamma(i+1)} = A_{i+1} = \frac{i-\alpha-1}{i} A_i \quad (2)$$

katsayılarına “Grunwald katsayıları” denir [5]. Grunwald katsayılarının  $i+1$ ’ indis değerine göre değişimi Şekil 1’ de gösterilmiştir. Grunwald-Letnikov yaklaşımında, türev mertebesi  $\alpha$ ’nın tamsayı olması durumunda,  $\alpha+1$  sayıda Grunwald katsayısı sıfırdan farklı değer alarak yerel operatör özelliği gösterir. Türev mertebesi  $\alpha$ ’nın gerçel değer alması durumunda, Grunwald katsayılarının tümü sıfırdan farklı değer alır. Bu haliyle yaklaşım, global türev operatör özelliği gösterir. (1) ifadesinde türev mertebesi  $\alpha$ ’nın negatif değer alması durumunda yaklaşımın bir integral işlemine dönüştüğü kolaylıkla görülebilir.



Şekil 1. Grunwald katsayılarının  $|A_{i+1}|$  indis  $i+1$ ’ e göre değişimi

### 3. Kesirli Mertebe Viskoelastik Sönüm Modeli

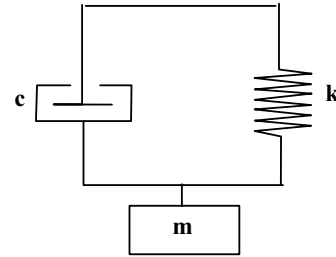
Doğrusal viskoelastik malzemeler için gerilme-deformasyon ilişkisi, D türev operatörünü göstermek üzere,

$$(1 + a_1 D^1 + \dots + a_n D^n) \sigma = (b_0 + b_1 D^1 + \dots + b_m D^m) \varepsilon \quad (3)$$

diferansiyel denklem eşitliği ile verilebilir [19]. Burada  $a_i$  ve  $b_i$  katsayıları, malzemenin özelliklerini yansıtan pozitif katsayılardır. Genel olarak, gerilme deformasyon davranışının doğrusal olmadığı durumda (3) ile verilen bağıntıdaki tüm türevlerin alınması gerekir. Bununla birlikte, uygulamada ilk bir kaç terim alınarak malzemelerdeki gerilme deformasyon davranışı yeterli yaklaşıklıkla belirlenebilmektedir. Hareket denklemi, D zamana bağlı türev operatörünü göstermek üzere,

$$m D^2 u(t) + c D u(t) + k u(t) = f(t) \quad (4)$$

diferansiyel denklemi ile verilir. Burada  $m$ ,  $c$ ,  $k$  ve  $u$  sırasıyla kütle, sönüm katsayısı, sıkılık ve yerdeğiştirmeyi gösterir. Çok serbestlik dereceli titreşim sistemleri için bu katsayılar dizey yapısındadır. (4) ile verilen hareket denkleminin sol tarafında yer alan ilk terim titreşim sistemindeki eylemsizlik kuvvetini, ikinci terim sönüm kuvvetini ve üçüncü terim elastik kuvveti temsil eder. Denklemin sağ tarafında yer alan  $f(t)$ , titreşim sistemine uygulanan dış kuvveti gösterir. Doğrusal viskoelastik problemler mekanik (reolojik) modellerle temsil edilir. Mekanik modeller, elastik kuvvetleri temsil eden yay elemanları ile sönüm kuvvetlerini temsil eden sönüm elemanlarından (dash-pot) oluşur. Şekil 2’ de elastik kuvvetleri temsil eden bir yay ve sönüm kuvvetlerini temsil eden bir sönüm elemanından oluşan Kelvin-Voigt türü mekanik model gösterilmiştir.



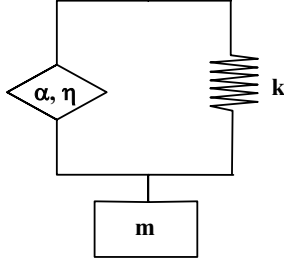
Şekil 2. Kelvin-Voigt türü mekanik model

Kelvin-Voigt türü viskoelastik bir model için gerilme deformasyon ilişkisi,

$$\sigma(t) = E \varepsilon(t) + \eta D \varepsilon(t) \quad (5)$$

ile verilir. Burada  $E$ , elastisite modülünü ve  $\eta$  viskozite katsayısını gösterir. Bu tür bir mekanik modelde sönüm elemanı (dash-pot) hız ile doğru orantılı bir sönüm yaklaşımı sergilemesinden dolayı “ideal viskoelastik

model” olarak adlandırılır [17]. Kelvin-Voigt türü modelde hızla doğru orantılı sönüm uygulayan dash-pot elemanı yerine, yerdeğiştirme anlık ve geçmiş değerlerine bağlı ve “spring-pot” adı verilen sönüm elemanı getirilerek malzemelerdeki sönüm davranışı daha iyi temsil edilebilir [7]. Spring-pot kullanan Kelvin-Voigt türü mekanik model Şekil 3’ de gösterilmiştir.



Şekil 3. Spring-pot kullanan mekanik model

Spring-pot kullanan Kelvin-Voigt türü mekanik model için gerilme deformasyon bağıntısı,

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta D^\alpha \varepsilon(t) \quad (6)$$

ile verilir. Burada  $\alpha$  türev mertebesini ve  $\eta$  viskozite katsayısını gösterir. (6) bağıntısı ile verilen gerilme deformasyon ifadesinde türev mertebesinin sıfır ( $\alpha=0$ ) olması durumunda gerilme deformasyon davranışı ideal elastik davranıştır. Türev mertebesinin bir ( $\alpha=1$ ) olması durumunda, gerilme deformasyon davranışı viskoelastik davranıştır. Klasik Kelvin-Voigt türü model için (5) bağıntısı ile verilen gerilme deformasyon ifadesi yerine spring-pot kullanan Kelvin-Voigt türü model için (6) bağıntısı ile tanımlanan gerilme ifadesi kullanılarak malzemelerdeki viskoelastik davranışı betimleyen sünme (creep) ve gevşeme (relaxation) davranışları daha iyi temsil edilebilir.

#### 4. Sonlu Eleman Yöntemi ile Modelleme İşlemi

Basit geometrik modeller için (4) ile verilen hareket denkleminin analitik çözümü mümkün olmasına karşın, karmaşık geometrik özellikler gösteren modeller için analitik çözüm üretmek çoğu durumda olanaksızdır. Bu nedenle, uygulamalarda yaklaşık sayısal çözüm yöntemlerinden yararlanılır. Bu türden problemlerin çözümünde, karmaşık sorunları ele alış biçimi ve programlamaya getirdiği üstün özelliklerinden dolayı sonlu eleman yöntemi çoğu durumda tercih edilmektedir. Dörtgen (quadrilateral) bir sonlu eleman üzerindeki herhangi bir noktada yerdeğiştirme, şekil (interpolasyon) fonksiyonlarına ve sonlu elemanın düğüm noktasındaki yerdeğiştirme değerine bağlı olarak,

$$u = N\hat{u} \quad (7)$$

ile verilebilir [8]. Burada  $u$ , sonlu eleman üzerinde herhangi bir noktadaki yerdeğiştirme değeri,  $\hat{u}$  eleman düğüm noktasındaki yerdeğiştirme değeri ve  $N$  şekil fonksiyonudur. Sonlu elemanda gelişen deformasyon, eleman düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmelere bağlı olarak,

$$\varepsilon = B\hat{u} \quad (8)$$

ile verilir. Burada  $B$ , şekil fonksiyonlarının uzaklığına bağlı türevlerini içeren dizey olup “yerdeğiştirme-deformasyon dizeyi” veya “kinematik dizey” adını alır [8]. (8) ifadesi (6) ile verilen gerilme bağıntısında kullanılırsa, gerilme ifadesi, sonlu elemanın düğüm noktalarındaki yerdeğiştirmelere bağlı olarak,

$$\sigma = EB\hat{u} + \eta BD^\alpha \hat{u} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanır. Sanal yerdeğiştirmeler ilkesine göre, bir cismin denge durumu,

$$\int_V \varepsilon^T \sigma dv + \int_V \rho \ddot{u} u^T dv = f u^T \quad (10)$$

ile verilir [18]. Burada  $\rho$ ,  $\ddot{u}$  ve üst simge  $T$ , sırasıyla birim hacim ağırlığını, yerdeğiştirme zamanına göre ikinci türevini (ivme) ve bir dizeyin dönüştürme (transpose) göstermektedir. (7)-(9) ifadeleri (10) denkleminde yerine yazılırsa, (4) ile verilen hareket denklemi,

$$m\ddot{u}(t) + cD^\alpha \hat{u}(t) + k\hat{u}(t) = f(t) \quad (11)$$

biçiminde elde edilir [9]. (11) ifadesi ile verilen hareket denkleminde  $m$ ,  $c$  ve  $k$  sırasıyla kütle, sönüm ve sıkılık katsayılarıdır. Bu katsayılar çok serbestlik dereceli titreşim sistemleri için dizey yapısındadır ve sonlu eleman yapısındaki bu dizeyler;

$$\begin{aligned} k &= \int_V B^T E B dv \\ c &= \int_V B^T \eta B dv \\ m &= \int_V N^T \rho N dv \end{aligned} \quad (12)$$

ile tanımlanır. (11) ifadesiyle verilen hareket denkleminin doğrudan integral yöntemleriyle çözülebilmesi  $\ddot{u}$  ivme değerlerinin bilinmesini gerektirir.  $(t+1)$  zamanı için  $\ddot{u}$  ivme değerinin belirlenmesinde Newmark-Beta yaklaşımı [10], koşulsuz durağan çözüm vermesinden dolayı uygulamalarda yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Newmark-Beta yaklaşımı, ortalama ivme yaklaşımının



genelleştirilmiş halidir. Bu yaklaşımda  $(t+\Delta t)$  zamanı için yerdeğiştirme ve hız değerleri:

$$\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{u}(t) + \Delta t \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{\Delta t^2}{4} [\ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)] \quad (13)$$

$$\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) = \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{\Delta t}{2} [\ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)] \quad (14)$$

ile tanımlanır [10]. (13), (14) ve (1) ifadeleri (11) hareket denkleminde kullanılırsa, sonlu eleman yapısında hareket denklemi:

$$\left[ \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{m} + \left( \frac{t}{N} \right)^{-a} \mathbf{A}_1 \mathbf{c} + \mathbf{k} \right] \mathbf{u}(t + \Delta t) = \quad (15)$$

$$\mathbf{f}(t + \Delta t) + \mathbf{m} \left[ \frac{4}{\Delta t^2} \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{4}{\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t) \right] - \mathbf{c} \left( \frac{t}{N} \right)^{-a} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{A}_{i+1} \dot{\mathbf{u}}(t - j \frac{t}{N})$$

elde edilir [9]. Burada efektif sıklık düzeyi  $k_{eff}$  için

$$\mathbf{k}_{eff} = \frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{m} + \left( \frac{t}{N} \right)^{-a} \mathbf{A}_1 \mathbf{c} + \mathbf{k} \quad (16)$$

ve efektif kuvvet vektörü  $\mathbf{f}_{eff}$  için

$$\mathbf{f}_{eff} = \mathbf{f}(t + \Delta t) + \mathbf{m} \left[ \frac{4}{\Delta t^2} \dot{\mathbf{u}}(t) + \frac{4}{\Delta t} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \ddot{\mathbf{u}}(t) \right] - \mathbf{c} \left( \frac{t}{N} \right)^{-a} \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{A}_{i+1} \dot{\mathbf{u}}(t - j \frac{t}{N}) \quad (17)$$

yazılırsa,  $\hat{\mathbf{u}}(t + \Delta t)$  yerdeğiştirmesi doğrusal denklem yapısında,

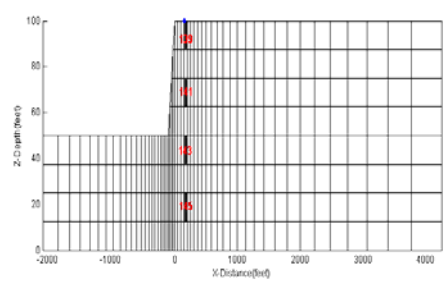
$$\mathbf{k}_{eff} \hat{\mathbf{u}}(t + \Delta t) = \mathbf{f}_{eff} \quad (18)$$

şeklinde verilebilir. Bu şekilde, titreşim problemi doğrusal denklem takımı yapısına indirgenerek kolaylıkla çözülebilir. Çözüm işlemi, zaman değişkenine bağlı olarak adım adım yürütülür.

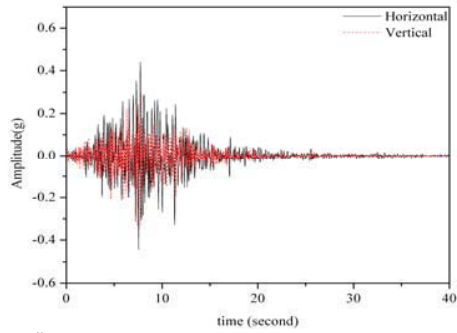
### Örnek model

Şekil 4' de sonlu eleman ağı verilen örnek model, 6000 feet genişliğinde ve 100 feet kalınlığındaki kil biriminden oluşmaktadır. Model, [1]' den alınmıştır. Model üzerinde 139, 141, 143 ve 145 numaralı elemanlarda (Şekil 4) makaslama gerilmelerinin zamanla değişimi, 164 ve 167 numaralı düğümlerde yatay ivmelerin zamanla değişimi Rayleigh sönüm yaklaşımı kullanan Quad4m [1] ve kesirsel mertbe türevli sönüm yaklaşımını kullanan Dyn2d [11] adlı bilgisayar programları kullanılarak hesaplanmıştır. Burada hesaplama sonucu elde edilen ivme zaman geçmişi sonuçları sadece 164 nolu düğüm için gösterilmiştir (Şekil 7). Temel kayadan modele gelen deprem ivme kaydı için, Loma Priate-1989 California depremi ( $M=7.1$ ) ivme kaydı ( $PGA=0.409g$ )

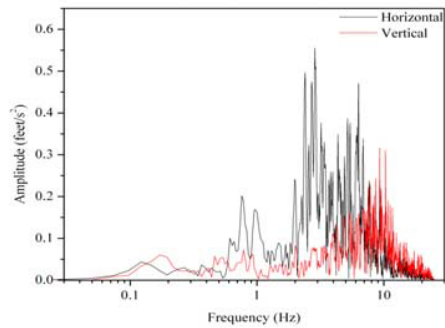
kullanılmıştır. Kullanılan deprem ivme kaydı Şekil 5' de ve ivme kaydının Fourier izgesi (spectra) Şekil 6' da gösterilmiştir. Şekil 7 ve Şekil 8' de sırasıyla her iki program tarafından 164 numaralı düğümde (Şekil 4) hesaplanan yatay ivme zaman geçmişi ve Fourier izgesi gösterilmiştir. Her iki program tarafından makaslama gerilmelerin hesaplandığı elemanlar, Şekil 4' de sonlu eleman ağı üzerinde koyu renkle gösterilmiştir. Şekil 9' da Dyn2D programı ile hesaplanan makaslama modül oranının ( $G/G_{max}$ ) deformasyon ile değişimi gösterilmiştir. Hesaplanan değişimlere ilişkin elemanlar, Şekil 4 deki sonlu eleman ağındaki içi dolu dikdörtgenler ile işaretlenmiştir. Şekil 10' da her iki program tarafından hesaplanan gerilmelerin derinlikle değişimi verilmiştir.



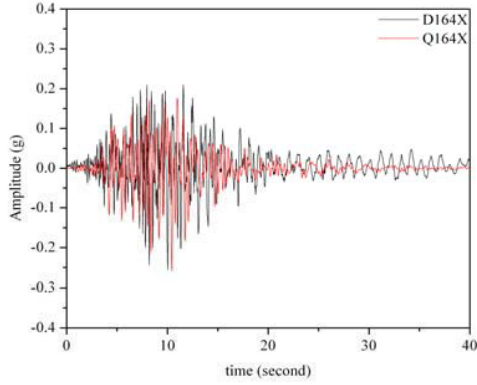
Şekil 4. Örnek model sonlu eleman ağı (içi dolu elemanlar gerilmelerin ve yerdeğiştirme geçmişlerinin tutulduğu elemanları gösterir)



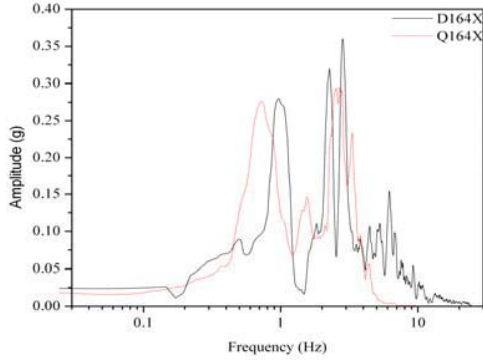
Şekil 5. Örnek modelde kullanılan deprem ivme kaydı



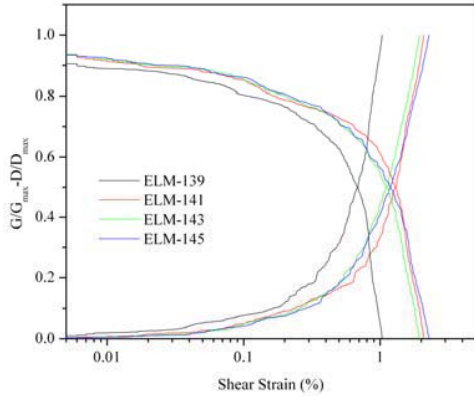
Şekil 6. Loma Priate-1989 California depremi ( $M=7.1$ ,  $PGA=0.409g$ ) ivme kaydının Fourier izgesi



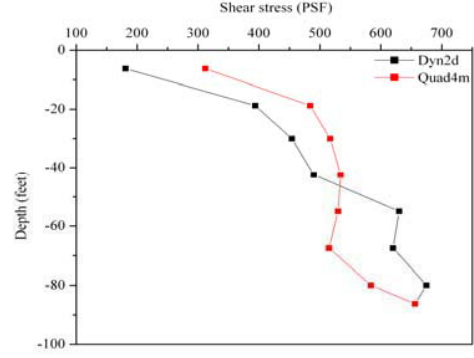
Şekil 7. 164. düğüm (Bkz. Şekil 4) noktasında hesaplanan yatay ivme zaman geçmişi



Şekil 8. 164. düğüm noktasında hesaplanan yatay ivme zaman geçmişiye ait Fourier izgesi



Şekil 9. Makaslama modül oranı ( $G/G_{max}$ ) ve sönüm oranının ( $D/D_{max}$ ) makaslama deformasyonuna bağlı değişimi (eleman numaraları için bkz. Şekil 4)



Şekil 10. Maksimum makaslama gerilmesinin derinlikle değişimi (Makaslama gerilme değerleri Şekil 4' de verilen elemanlardaki hesaplanan en büyük değerlerdir)

## 5. Tartışma ve Sonuçlar

Rayleigh sönüm yaklaşımının uygulamalarda kullanılmasının temel nedeni, titreşim sistemlerinin matematiksel ifadesi olan diferansiyel denklemin çözümüne doğrusal bir terim olarak katılması ve hesaplamalarda kolaylık sağlamasıdır. Uygulamada sıkça kullanılan Rayleigh sönüm yaklaşımı gerçekte fiziksel karşılığı olmayan bir yaklaşımdır [12],[13]. Çünkü, bu sönüm yaklaşımında modelin etkin titreşim frekansı civarında minimum sönüm uygulamakta bunun dışında maksimum sönüm oluşturmaktadır [1]. Oysa, titreşimlerin söz konusu olduğu problemlerde en büyük genlik büyütme, kimi zaman dış kuvvetin ortamdaki kalktığı durumlarda gerçekleşebilmektedir. Bu nedenle, uzun zaman aralığı gerektiren titreşim problemlerinde Rayleigh sönüm yaklaşımı yetersiz kalmaktadır [14], [15]. Modelleme işleminde Rayleigh sönüm yaklaşımı kullanıldığında, titreşim genliklerinin modelin doğal titreşim frekansı ile modele girer olarak verilen deprem ivme kaydının etkin titreşim frekansı dışında büyütülmesine izin verilmemektedir. Bu durum doğrudan hesaplanan ivme ve gerilme değerlerini etkilemektedir. Kesirli mertebeli türevli viskoelastik sönüm yaklaşımı, deformasyon geçmişine bağlı sönüm uygular. Verilen örnek modelde türev mertebesi  $\alpha=0.5$  ile sabit tutulmasına karşın farklı zemin birimleri için bu değer 0 ile 1.5 arasında değiştiği görülmüştür. Kesirli mertebe türev içeren sönüm yaklaşımı ile modelleme işlemi az sayıda parametre ile yürütülebilir.

## 6. Kaynakça

- [1] Hudson M., Idriss I. M., Beikae M. 1994. *User manual for Quad4m: A computer program to evaluate the seismic response of soil structures using Finite element procedures and incorporating a compliant base*, University of California, California

- [2] Hardin O. B., Drnevich V.P. 1972a. *Shear modulus and damping in soils: measurement and parameter effects*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, SM6,603-624
- [3] Hardin O. B., Drnevich V. P. 1972b. *Shear modulus and damping in soils: design equations and curves*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, SM7, 667-692
- [4] Schnabel P. B., Lysmer J., Seed H. B. 1972. *SHAKE: A computer program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites*, report no. EERC 72-12, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley
- [5] Oldham K.B., Spanier J. 1974. *The fractional calculus: Theory and Applications of differentiation and integration to arbitrary order*, Academic Press.
- [6] Grünwald A. K. 1867. *Über begrenzte Derivationen und deren Anwendungen* Zeitschrift für Mathematik und Physik, 12, 441-480,
- [7] Koeller R. C. 1984. *Application of fractional calculus to the theory of viscoelasticity*, Journal of Applied Mechanics v. 51, 299-307
- [8] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. 1991. *Finite element method, Solid and fluid mechanics dynamics and Non-Linearity*, v. 2, McGraw-Hill Book Corp.
- [9] Dikmen Ü., 2005. *Modeling of Seismic wave attenuation in soil structures using fractional derivative scheme*, Journal of Balkan Geophysical Society, v.8, n. 4 p.175-188
- [10] Newmark N. 1959. *A method of computation for structural dynamics*. Journal of Engineering Mechanics Division ASCE: 67-94
- [11] Dikmen Ü., 2004, *Zeminlerde sismik dalga sönümünün kesirsel türev yaklaşımı ile modellenmesi*, Doktora tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
- [12] Chopra A., 1995, *Dynamics of structures, theory and application to earthquake engineering*, Prentice-Hall.
- [13] Cook R.D., 1995, *Finite element modeling for stress analysis*, John Willey and Sons
- [14] Bathe K.J., Wilson E.L., 1973, *Stability and accuracy analysis of direct integration methods*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, v.1, 287-291
- [15] Hughes T. J. R., 1987, *Linear static and dynamic finite element method*, Prentice-Hall
- [16] Podlubny I., 1999, *Fractional Differential Equations: An introduction to fractional derivatives, fractional differential equations to method of their solution and some of their applications*, Academic Press.
- [17] Schmidt A ve Gaul L., 2001, *FE Implementation of Viscoelastic Constitutive Stress Strain Relations Involving Fractional Time Derivatives, Constitutive models for rubbers II*. A.A. Balkema Publishers, Tokyo
- [18] Rao S.S., 1989, *The Finite Element Method in Engineering*, 2.ed. Pergamon Press
- [19] Dillard D. A. 1999, *Phenomenological Viscoelasticity of Polymers*, Virginia Tech.

# Bilinmeyen Parametreye Sahip Kesir Dereceli Kontrol Sistemleri için Kazanç ve Faz Sınır Payı Analizi

Ö. Faruk Özgüven

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
İnönü Üniversitesi Malatya  
ofozguven@inonu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada ayarlanabilir veya bilinmeyen parametrelili kesir dereceli sistemler için arzu edilen kazanç sınır payı ve/veya faz sınır payını sağlayacak şekilde bu parametrelerin belirlenmesine yönelik bir yaklaşım önerilmiştir. Bilinmeyen parametrelerin belirlenmesi için kazanç-faz sınır payı test edicisi kullanılmaktadır. Arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarını sağlamak için gerekli genel formülasyonlar türetilerek, bilinmeyen parametrelerin uzayında bu sınır paylarına ait eğriler elde edilmektedir. Önerilen metodun en önemli avantajı kesirli dereceli sistemler için ayarlanabilir veya bilinmeyen parametrelerin kazanç ve faz sınır payları üzerine olan etkilerinin tümünün tek bir grafik üzerinde gözlemlenebilmesidir. Verilen simülasyon çalışması metodun verimliliğini açık bir şekilde göstermektedir.

## 1. Giriş

Klasik kontrol teorisinde, kontrol sistemlerinin tasarım ve analizi için kazanç sınır payı (gain margin) ve faz sınır payı (phase margin) iki önemli performans ölçütüdür [1]. Bu sınır payları sistemin kararlılık ve zaman cevabı performansına ait bilgiler içerdikleri gibi, aynı zamanda sistemin dayanıklılığı (robustness) ile ilgili önemli ipuçları da vermektedir [2]. Nyquist, Bode ve Nichols' un çalışmalarına dayalı olan frekans bölgesi yaklaşımı, tasarımcıya basit olarak sistemin kazanç sınır payı ve faz sınır payını nasıl hesaplayacağını gösterir. Bununla birlikte, bu frekans bölgesi yaklaşımları iki veya daha fazla ayarlanabilir veya bilinmeyen parametresi bulunan sistemler için yetersiz kalmaktadır [3]. Diğer taraftan parametre-düzlemi metodu [4, 5], D-ayırıştırma metodu [6] ve kararlılık-denklemleri metodu [7] gibi yaklaşımlar kararlılık sınırlarının çizdirilmesi ve sistem parametrelerinde meydana gelen değişikliklerin etkisinin incelenmesi için oldukça faydalıdır. Ancak bu metotlarla elde edilen sonuçlarda da kazanç sınır payı ve faz sınır payına ait herhangi bir bilgi bulunmamaktadır. İki yada daha fazla ayarlanabilir parametreye sahip olan sistemlerin [4-7]'de verilen metotlardan biri ile elde edilen genel kararlılık bölgesi içinde, arzu edilen kazanç sınır payı ve faz sınır payına ait bölgeleri belirlemek amacıyla Chang ve Han [3] "kazanç-faz sınır payı test edicisi" (KFST- gain-phase margin tester) kullanımını önermiştir. Bu metotta bir parametre düzlemi/uzayı üzerinde sabit kazanç sınır payı ve faz sınır payına ait değerler istenildiği şekilde bulunabilmektedir. Bu iki sınır payı

bilgisinin belirlenmesinin yanı sıra kazanç ve faz kesim frekansı değerleri de doğrudan elde edilebilmektedir. Ayrıca KFST kullanılarak parametreleri belli olan bir sistemin PID kontrolörleri ile kontrolünde, arzu edilen kazanç ve faz sınır payına sahip kontrolör parametrelerinin belirlenmesine ait değişik çalışmalar da rapor edilmiştir [8-10]. Bununla birlikte buraya kadar anlatılan bütün bu çalışmalarda göz önüne alınan problemler tamsayı dereceli sistemler ile ilgilidir.

Son yıllarda, kontrol teorisinde kesirli-dereceli sistemler ve kesirli-dereceli kontrol artan bir ilgiyle çalışılmaya başlanmıştır [11]. Bunun en önemli sebebi doğada bulunan gerçek sistemlerin tamsayı dereceli diferansiyel denklemlere göre kesirli dereceli diferansiyel denklemlerle daha iyi modellenenebilmesidir [12]. Bu nedenle sistem modellemesi ve gösteriminde kesirli dereceli transfer fonksiyonu ve kesirli dereceli durum uzay gösterimi kullanılmaya başlanmıştır. Bununla birlikte tamsayı dereceli sistemler için iyi bilinen sistem teorisi ve kontrol sistem tasarımına ait çoğu konular, kesirli dereceli sistemler için henüz çözülmemiş problemler olarak üzerinde araştırmalar yapılmasını beklemektedir. Bu konulardan biri olan iki veya daha fazla bilinmeyen parametrelili kesirli dereceli sistemler için arzu edilen kazanç sınır payı ve faz sınır payını karşılayan parametrelerin belirlenmesi konusu halen çalışılmamış bir konudur. Bu çalışmada türetilen formülasyon ve yapılan simülasyon örnekleri, literatürdeki boşluğu doldurmak amacıyla gerçekleştirilmiştir. Verilen metodun en önemli avantajlarından birisi, önerilen yaklaşımın zaman gecikmeli kesirli dereceli sistemler için de kullanılabilir olmasıdır.

Yayının genel düzeni şu şekilde özetlenebilir: İkinci bölümde kesirli matematiğin konu ile ilgili kısımları ve kesirli dereceli sistemler hakkında bazı temel bilgiler özetlenmiştir. Ele alınan bir sistem için parametre uzayında arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarına ait eğrilerin elde edilmesi için gerekli formüllerin türetilmesi üçüncü bölümde verilmiştir. Dördüncü bölümde verilen simülasyon çalışmalarıyla metodun kullanılabilirliği ortaya konmuş ve son bölümde ise sonuçlar tartışılmıştır.

## 2. Kesirli Dereceli Sistemler

Kesirli dereceli matematik, klasik matematiğin genelleştirilmiş bir şeklidir. Çünkü klasik matematikte kullanılan türev, integral v.b. temel operatörler, kesirli dereceli matematikte kesirli dereceli olarak kullanılmaktadır. Böylece, örneğin birinci mertebeden türev için  $dx/dt$  ile

ikinci mertebeden türev  $d^2x/d^2t$  arasında sayılamayacak kadar çok kesirli dereceli türevler ( $d^n x/d^n t$  ;  $1 \leq n \leq 2$ ) tanımlanabilir. Bu ise temelinde türev, integral ve diferansiyel denklem bulunduran tüm mühendislik alanlarında yeni bir çığır açılmasını sağlamıştır. Kesirli dereceli türev için en genel bir gösterim;

$$x^{(\gamma)}(t) = \frac{d^\gamma x}{dt^\gamma} \quad (1)$$

ile ifade edilebilir. Burada  $x$  kesirli dereceden türevi alınması istenen fonksiyon ve  $\gamma$  ise kesirli dereceyi ifade etmektedir. Benzer şekilde kesirli dereceli integral için de

$$x(t) = \int_0^t x(\tau) (d\tau)^\gamma \quad (2)$$

tanımlaması yapılır [13]. Verilen bir  $f(t)$  fonksiyonunun kesirli dereceden türev ve integrali Grünvald-Letnikov [14] denklemi kullanılarak

$${}_a D_t^\gamma f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\gamma} \sum_{j=0}^{\lfloor (t-a)/h \rfloor} (-1)^j \binom{\gamma}{j} f(t-jh) \quad (3)$$

$$\binom{\gamma}{j} = \frac{\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\gamma-j+1)} \quad (4)$$

ile elde edilir. Burada  ${}_a D_t^\gamma f(t)$ ,  $f(t)$  fonksiyonunun kesirli dereceli türev/integralini ifade ederken,  $\Gamma(\cdot)$  gamma fonksiyonu,  $h$  zaman artışı ve  $[\cdot]$  ise tamsayı yuvarlama operatörüdür.

Kesirli dereceli sistemler için daha çok transfer fonksiyonu gösterimi tercih edilmektedir. Buna göre kesirli dereceli olarak modellenen bir sistemin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{N_n s^{b_n} + N_{n-1} s^{b_{n-1}} + \dots + N_1 s^{b_1} + N_0 s^{b_0}}{D_n s^{a_n} + D_{n-1} s^{a_{n-1}} + \dots + D_1 s^{a_1} + D_0 s^{a_0}} \quad (5)$$

şeklinde tanımlanır. Burada  $N_i$ ,  $D_i$ ,  $a_i$  ve  $b_i$  gerçel sayılar olup, kesirli dereceler için  $b_n > \dots > b_1 > b_0 \geq 0$  ve  $a_n > \dots > a_1 > a_0 \geq 0$  şartı sağlanmalıdır. Bu denklem zaman bölgesinde  $(n+1)$ -terimli kesirli-dereceli bir diferansiyel denkleme karşılık gelir.

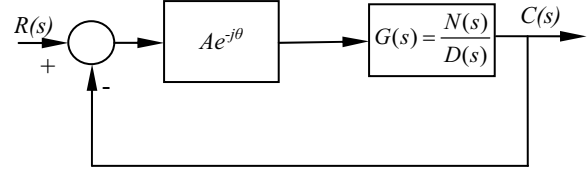
### 3. Arzu Edilen Sınır Payları için Bilinmeyen Parametrelerin Belirlenmesi

Şekil 1'de verilen geri beslemeli kontrol sistemi göz önüne alınsın. Şekilde görülen  $G(s)$  belirsiz parametrelere sahip olan kesirli dereceli sistemi ve  $Ae^{j\theta}$  ise kazanç-faz sınır payı test edicisini ( $A$ : kazanç sınır payı,  $\theta$  faz sınır payı) ifade etmektedir.

$G(s)$ , en genel şekilde transfer fonksiyonu formunda

$$G(s) = N(s)/D(s) \quad (6)$$

olarak göz önüne alınsın.  $s=jw$  yardımı ile  $w$  düzlemine geçildiğinde, denklem (6)



Şekil 1: Kazanç-faz sınır paylarını belirlemek için birim geri beslemeli kontrol sistemi blok diyagramı

$$G(jw) = N(jw)/D(jw) \quad (7)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $G(jw)$  polar şekilde yazılırsa

$$G(jw) = |G(jw)| e^{j\theta} \quad (8)$$

elde edilir. Eğer

$$A = |1/G(jw)| \quad (9)$$

$$\Phi + 180^\circ = \theta \quad (10)$$

kabul edilirse, (7) ve (8) nolu denklemlerden

$$D(jw) + Ae^{-j\theta} N(jw) = 0 \quad (11)$$

bulunur. (11)'deki eşitliğin her iki tarafı  $D(jw)$ 'ya bölünerek

$$F(jw) = 1 + Ae^{-j\theta} G(jw) = 0 \quad (12)$$

şeklinde “kesirli dereceli karakteristik denklem” elde edilmiş olur. Bu denklemde, kararlılık analizi yapabilmek için bilinmeyen parametrelerin de gösterime dahil edilmesi gerekir. Bu çalışmada, bilinmeyen parametrelerin  $\alpha$  ve  $\beta$  şeklinde iki değişken olduğu kabul edilmektedir. Buna göre, (12) nolu denklem

$$F(jw) = F(\alpha, \beta, A, \theta, jw) = 0 \quad (13)$$

şeklinde ifade edilir.  $F(jw)$  ifadesi gerçel ve sanal kısımlarına ayrılırsa

$$F_g(\alpha, \beta, A, \theta, w) = 0 \quad (14)$$

ve

$$F_s(\alpha, \beta, A, \theta, w) = 0 \quad (15)$$

olur. (14) ve (15) nolu denklemler düzenlenirse

$$F_g(\alpha, \beta, A, \theta, w) = \alpha B_1 + \beta C_1 + D_1 = 0 \quad (16)$$

ve

$$F_s(\alpha, \beta, A, \theta, w) = \alpha B_2 + \beta C_2 + D_2 = 0 \quad (17)$$

şeklinde elde edilir.

(16) ve (17) nolu denklemler,  $\alpha$  ve  $\beta$  'ya göre iki bilinmeyenli bir denklem sistemini ifade eder. Bu denklem sistemi çözüldüğünde  $\alpha$  ve  $\beta$  'yı veren denklemler  $w$ 'ya bağlı olarak şu şekilde hesaplanır:

$$\alpha = \frac{C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot D_1}{\Delta} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{D_1 \cdot B_2 - D_2 \cdot B_1}{\Delta} \quad (19)$$

$$\Delta = B_1 \cdot C_2 - B_2 \cdot C_1$$

Denklem (18) ve (19)'da  $A=1$  ve  $\theta=0^\circ$  için, denklemlerde  $0/0$  belirsizliği oluşturmayacak şekilde  $w$  frekansı  $(0, \infty)$  aralığında değiştirilerek  $(\alpha, \beta)$ -düzleminde kararlılık sınır eğrisi elde edilir. Bu eğri parametre düzlemini birçok bölgeye ayırır. Bu bölgelerden değişik test noktaları seçilerek, kontrol sisteminin birim basamak fonksiyonu cevabı çizdirilir ve hangi bölgelerin kararlı olduğu tespit edilir. Değişik kazanç ve faz sınır payına sahip olan parametre değerleri de, bu kararlılık bölgesinin içinde bulunacağından ikinci bir test işlemine gerek duyulmadan  $A$  ve  $\theta$  için arzu edilen değerler seçilerek yeni alt-bölgeler elde edilir.

#### 4. Örnekler

**Örnek 1:** Şekil 1'de gösterilen kontrol sistemi için  $G(s)$  açık çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{1}{\alpha s^{2.2} + \beta s^{0.9} + 1} \quad (20)$$

şeklinde verilsin. Burada amaç, arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarını sağlayan  $\alpha$  ve  $\beta$  değer kümesini elde etmektir. (20)'de  $s=jw$  yerine konularak karakteristik denklem

$$F(w) = \alpha (jw)^{2.2} + \beta (jw)^{0.9} + 1 + Ae^{-j\theta} = 0 \quad (21)$$

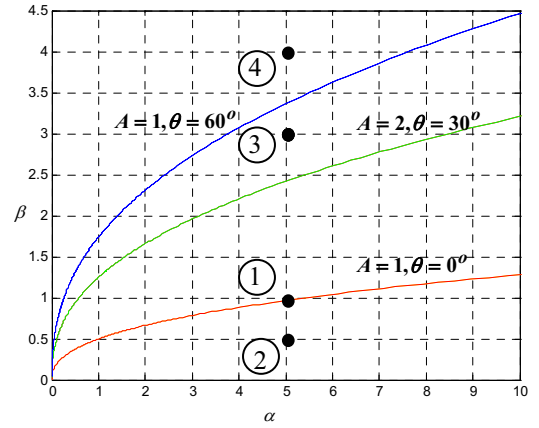
şeklinde elde edilir. (21) nolu denklem düzenlenip, gerçel ve sanal kısımları ayrı ayrı sıfıra eşitlenirse

$$F_g(\alpha, \beta, A, \theta, w) = \alpha B_1 + \beta C_1 + D_1 = \alpha w^{2.2} \cos\left(\frac{\pi}{2} 2.2\right) + \beta w^{0.9} \cos\left(\frac{\pi}{2} 0.9\right) + A \cos \theta + 1 = 0 \quad (22)$$

$$F_s(\alpha, \beta, A, \theta, w) = \alpha B_2 + \beta C_2 + D_2 = \alpha w^{2.2} \sin\left(\frac{\pi}{2} 2.2\right) + \beta w^{0.9} \sin\left(\frac{\pi}{2} 0.9\right) - A \sin \theta = 0 \quad (23)$$

sonucu bulunur..

$A$  ve  $\theta$ 'nın kritik çeşitli değerleri için  $w$ 'nın değeri 0.2 ile 100 arasında değiştirildiğinde Şekil 2'deki karakteristik elde edilir. Şekil 2'de verildiği gibi  $A=1$  ve  $\theta=0^\circ$  durumunda  $Ae^{-j\theta} = 1$  olacağından kontrol sistemi için kararlılık sınırları belirlenmiş olur. Bu eğrinin alt kısmında kalan bölgede alınan her  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya ilişkin noktalar sistemin kararsız çalışmasına ve bu eğrinin üst bölgesinden alınan her  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya ilişkin noktalar sistemin kararlı çalışmasına neden olmaktadır. Bu durum, Şekil 3-6'da verilen birim basamak fonksiyonu cevaplarından açıkça görülmektedir.

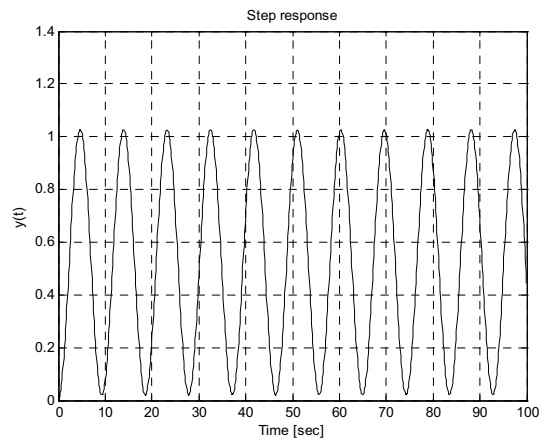


Şekil 2: Kontrol sistemi transfer fonksiyonu  $\alpha$  ve  $\beta$  karakteristikleri.

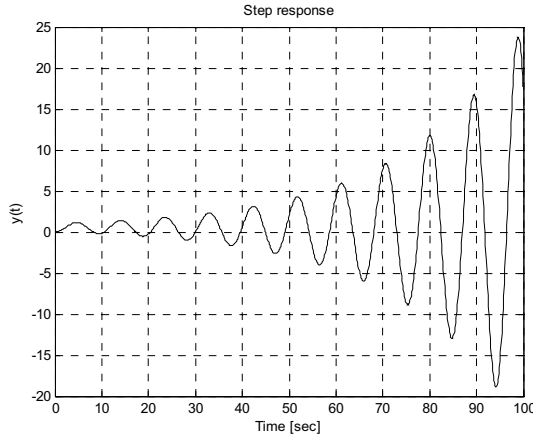
Şekil 2'de görülen 1 nolu  $\alpha$  ve  $\beta$  noktası için sistemin girişine birim basamak işareti uygulanmış ve kesirli dereceli kontrol sisteminin çıkış cevabı çizilmiştir (Şekil.3).  $A=1$  ve  $\theta=0^\circ$  için sistemin karakteristik denklem köklerinin gerçel kısmı sıfır olacağından sistem sınırda (asimtotik) kararlardır. Bu durumda sistem bir osilator olarak çalışır. Bu eğri kararlılık sınırını belirler.

2 nolu noktada eğrinin alt bölümünde alınan her  $\alpha$  ve  $\beta$  noktasında sistem kararsızdır. Bu durum Şekil 4'de verilen birim basamak fonksiyonu cevabından açıkça görülmektedir.

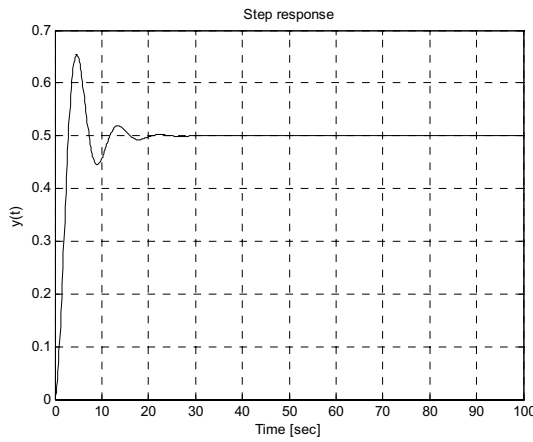
Şekil 5'te  $A=2$ ,  $30^\circ < \theta < 60^\circ$  bölgesinde seçilen 3 nolu nokta için ve ayrıca Şekil 6'da,  $A=2$ ,  $\theta > 60^\circ$  bölgesinde seçilen 4 nolu nokta için sistemin birim basamak fonksiyonuna ilişkin cevapları çizilmiştir. Bu sonuçlara bakıldığında, göz önüne alınan kontrol sisteminin, şekilde belirtilen  $\alpha$  ve  $\beta$  sabit değerleri için kararlı olduğu görülmektedir. Birim basamak fonksiyonu cevapları, geçici rejimden sonra son değeri olan 0.5 değerinde kalıcı hale ulaşmaktadır.



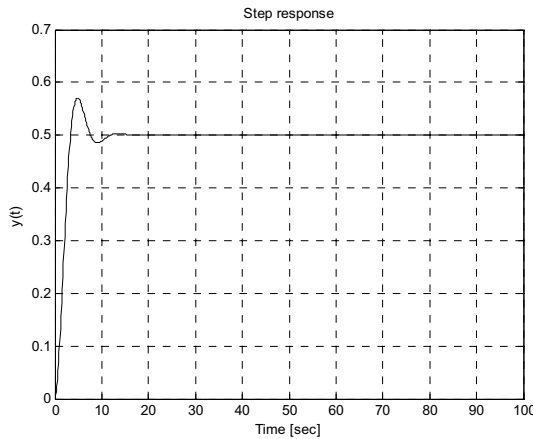
Şekil 3:  $\alpha=5$ ,  $\beta=0,89$  için sistemin birim basamak cevabı



Şekil 4:  $\alpha=5$ ,  $\beta=0,5$  için sistemin birim basamak cevabı



Şekil 5:  $\alpha=5$ ,  $\beta=3$  için sistemin birim basamak cevabı



Şekil 6:  $\alpha=5$ ,  $\beta=4$  için sistemin birim basamak cevabı

**Örnek 2:** Karmaşık düzlemin sol tarafında sıfırı bulunan belirsiz bir sisteminin transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{\alpha s^{0.5} + 0.5}{\beta s^{0.7} + 0.7 s^{0.3}} \quad (24)$$

şeklinde verilsin. (24)'de verilen sistem için kesirli dereceli karakteristik denklem elde edilerek  $s=jw$  yerine konursa

$$F(w) = \beta (jw)^{0.7} + 0.7(jw)^{0.3} + Ae^{-j\theta} [\alpha (jw)^{0.5} + 0.5] = 0 \quad (25)$$

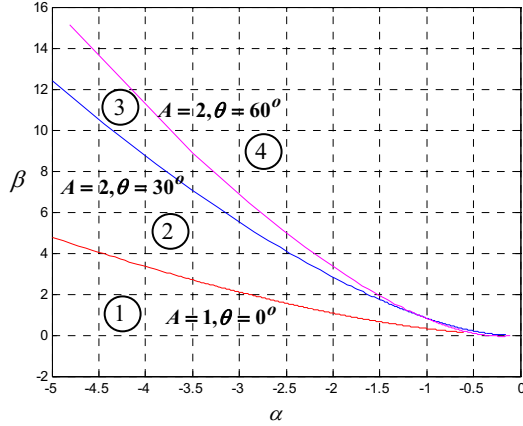
elde edilir. Karakteristik denklemin gerçel ve sanal kısımları sıfıra eşitlenerek

$$\begin{aligned} F_g(\alpha, \beta, A, \theta, w) &= \alpha B_1 + \beta C_1 + D_1 \\ &= \alpha A w^{0.5} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2} 0.5\right) \cos \theta + \sin\left(\frac{\pi}{2} 0.5\right) \sin \theta \right] \\ &\quad + \beta w^{0.7} \cos\left(\frac{\pi}{2} 0.7\right) + 0.7 w^{0.3} \cos\left(\frac{\pi}{2} 0.3\right) \\ &\quad + 0.5 A \cos \theta = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} F_s(\alpha, \beta, A, \theta, w) &= \alpha B_2 + \beta C_2 + D_2 \\ &= \alpha A w^{0.5} \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2} 0.5\right) \cos \theta - \cos\left(\frac{\pi}{2} 0.5\right) \sin \theta \right] \\ &\quad + \beta w^{0.7} \sin\left(\frac{\pi}{2} 0.7\right) + 0.7 w^{0.3} \sin\left(\frac{\pi}{2} 0.3\right) \\ &\quad - 0.5 A \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

elde edilir.

$A$  ve  $\theta$  kritik çeşitli değerleri için değişik karakteristikler elde edilir. Şekil 7'de belirtildiği gibi  $w=0.2$  ile  $w=100$  arasında değiştirildiğinde şekil 7'deki  $A=1$  ve  $\theta=0^\circ$  durumunda  $Ae^{-j\theta} = 1$  olacağından kontrol sisteminin kararlılık sınırını belirleyen eğri bulunur. Kesirli dereceli kontrol sistemin kararlılığının belirlenmesi için, 1, 2, 3, 4 numaralı bölgelerde, her bölgeye ilişkin çeşitli  $\alpha$  ve  $\beta$  noktalarında kontrol sisteminin, birim basamak girişine karşılık, çıkış cevabı alınmıştır. Bu durumda  $A=1$  ve  $\theta=0^\circ$  için çizilen eğrinin alt kısmında kalan bölgede alınan her  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya ilişkin noktalar (1 nolu bölge) sistemin kararsız ve bu eğrinin üst bölgesinden alınan her  $\alpha$  ve  $\beta$ 'ya ilişkin noktalar (2, 3, 4 ve 5 nolu bölgeler) sistemin kararlı çalışmasını sağlamaktadır.



Şekil 7: Kontrol sistemi transfer fonksiyonu  $\alpha$  ve  $\beta$  karakteristikleri

## 5. Sonuçlar

Bu metot ile belirsiz parametrelere sahip kesirli dereceli kontrol sistemlerinin, arzu edilen kazanç ve faz sınır paylarına göre bu belirsiz parametrelerinin belirlenmesi hedeflenmektedir. Önerilen bu metodun en önemli avantajı kazanç ve faz sınır payları için türetilen açık bağıntıları kullanarak, bilinmeyen parametrelerin kolay ve tam olarak belirlenmesidir. Metot, kesirli dereceli kontrol sistemleri için parametre düzleminde veya uzayında kazanç ve faz sınır payı sınırlarını belirlediği için hem analiz ve hem de tasarım işlemine yönelik çok faydalı bir metottur. Metodun bir diğer avantajı, bilinmeyen parametreleri olan zaman gecikmesine sahip kesirli dereceli sistemler için de uygulanabilir olmasıdır.

## 6. Kaynakça

- [1] N. Tan, "Computation of stabilizing PI and PID controllers for processes with time delay," ISA Transactions, Cilt: 44, s:213-223, 2005.
- [2] Q.-G. Wang, H.-W. Fung ve Y. Zhang, "PID tuning with exact gain and phase margins," ISA Transactions, Cilt: 38, s:243-249, 1999.
- [3] C.-H. Chang ve K.-W. Han, "Gain margins and phase margins for control systems with adjustable parameters," J. of Guidance, Control, and Dynamics, Cilt: 13, No: 3, s:404-408, 1990.
- [4] D.D. Siljak, "Analysis and synthesis of feedback control systems in the parameter plane," IEEE Trans. Appl. and Industry. Cilt: 83, s:466-473, 1964.
- [5] D.D. Siljak, Nonlinear Systems - the Parameter Analysis and Design, New York: Wiley, 1969.
- [6] J. I. Neimark, "D-decomposition of the space of quasi-polynomials (on the stability of linearized distributive systems)," AMS Translations, Seri: 2, Cilt: 102: Ten papers in analysis. AMS, Providence, s:95-131, 1973.
- [7] Y. K. Chen, K. W. Han and G. J. Thaler, "Analysis of control systems with transport lag," IEEE Trans. Industry Genel. Appl., Cilt: 7, No: 5, s:576-579, 1971.
- [8] A. Datta, M.-T. Ho ve S. P. Bhattacharyya, Structure and Synthesis of PID Controllers. Springer-Verlag, UK, 2000.

- [9] N. Tan, I. Kaya, C. Yeroglu ve D.P. Atherton, "Computation of stabilizing PI and PID controllers using the stability boundary locus," Energy Conversion and Management, Cilt: 47, s:3045-3058, 2006.
- [10] S.E. Hamamci ve N. Tan, "Design of PI controllers for achieving time and frequency domain specifications simultaneously," ISA Transactions, Cilt: 45, No: 4, s:529-543, 2006.
- [11] S.E. Hamamci, "Stabilization using fractional-order PI and PID controllers," Nonlinear Dynamics, (kabul edildi, on-line olarak basıldı) DOI: 10.1007/s11071-007-9214-5.
- [12] L. Debnath, "Recent applications of fractional calculus to science and engineering," Int. J. of Mathematics and Mathematical Sciences, Cilt: 54, s: 3413-3442, 2003.
- [13] I. Podlubny, Fractional Differential Equations. Academic Press, San Diego, 1999.
- [14] I. Podlubny, "Fractional-order systems and PI<sup>λ</sup>D<sup>μ</sup>-controllers," IEEE Trans. on Automatic Control, Cilt: 44, No: 1, s:208-214, 1999.









# Pnömatik Sistemde Elman Yapay Sinir Ağı Algoritması İle Arıza Tespiti

*Mustafa Demetgül, Osman Yazıcıoğlu*

Marmara Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Makine Eğitimi, Göztepe, İstanbul

{mdemetgul}@marmara.edu.tr  
{oyazicioglu}@marmara.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada, pnömatik sistemde bir arıza meydana geldiğinde bunun çok çabuk teşhis edilmesi ve gerekli önlemlerin alınması için Elman yapay sinir ağı kullanılmıştır. Deney amaçlı geliştirilen şişe dolum tesisinde bir arıza olduğunda sistemin değişik yerlerine konulan basınç sensörleri ile doğrusal cetvellerden gelen analog değerlere göre hiçbir müdahale olmadan sistemin neresinde arıza olduğu tespit edilmektedir. Yapay Sinir Ağı (YSA) ile deney seti üzerindeki şişe yok, B kapak kapama silindiri çalışmıyor, C kapak sıkıştırma silindirene hava gelmiyor, sistemin hava basıncı yetersiz, su yok, sistemin hava basıncı az arızaları bulunmaktadır. Arıza tespitinde geleneksel programlama veya PLC yardımı ile arıza tespiti yapmak mümkündür. Yapay sinir ağı kullanılması sebebi kullanıcıya arızanın bulunduğu yeri bildirmesi ve farklı sistemler üzerinde bu geliştirilen programın kullanılabilir olmasıdır. Amaç, pnömatik sistemde bir arıza olduğunda sistem üzerinden veri toplama kartı ile alınan verileri kullanarak yapay sinir ağı vasıtasıyla gerçek zamanlı olarak arıza teşhisi yapmaktır. Geliştirilen programın mekatronik sistemlerin bulunduğu tesislerde arıza tespitine katkı sağlaması beklenmektedir.

## 1. Giriş

Teknolojik gelişmelere paralel olarak otomasyon sistemleri oldukça yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bazı otomasyon sistemleri pnömatik sistemlerden meydana gelmektedir. Bir fabrikanın tamamı otomasyon sistemleri ile çalışıyorsa bir yerde problem olduğu zaman bütün işlem bundan etkilenmekte ve ekonomik kayıplar ortaya çıkmaktadır. Pnömatik sistemde tek tek arıza aramak yorucu ve zaman alıcıdır. Bunu önlemek için yapay sinir ağları ile anında arıza tespitine ihtiyaç vardır. Son yıllarda sanayide aşılması zor problemlerin çözümünde yapay sinir ağı uygulamalarına başvurulmaktadır. YSA'nın temel görevi, kendisine gösterilen bir girdi setine karşılık gelebilecek bir çıktı seti bulmasıdır. Bunun için ağ, ilgili olayın örnekleri ile eğitilerek genelleme yapabilecek yeteneğe kavuşturulur. Bu genelleme ile benzer olaylara karşılık gelen çıktı setleri belirlenir.

Bu konuda yapılan çalışmalarda Samanta dişli arızalarının tespiti için yapay sinir ağı geliştirmiştir. Çalışmada makinelerdeki titreşimlere göre arıza tespiti yapılmaktadır. Matlab Neural Network Toolbox'ında geriye yayılım algoritması kullanılmıştır [1]. Yang ve arkadaşları dönme işlemi yapan mekanizmalardaki arızaların tespiti için yapay sinir ağları kullanmışlardır. Algoritma olarak ART-KOHONEN algoritması uygulanmıştır [2]. Angeli ve Smirni

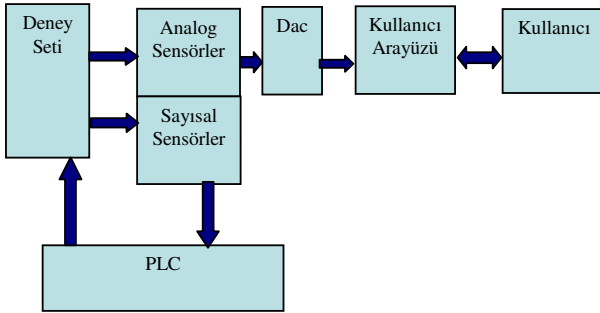
hidrolik sistemde meydana gelen arızaların tahmini için bir çalışma yapılmıştır. Bu çalışma DASYLab ve KPW yazılımları ile geliştirilmiştir [3]. Chen ve Wang çalışmada dişli arızalarının sınıflandırılmasında çok katmanlı ağ kullanmışlardır. Çıktılar hedef ve hatalı sonuçlar olarak ikiye ayrılmıştır. Farklı gizli katman nöron sayıları, momentum sabiti, iterasyon sayıları için yapay sinir ağı denenmiştir. Geri beslemeli ağ algoritması kullanılmıştır [4]. Bayır ve Bay marş motorunda meydana gelen arızaların tespiti için Visual Basic 6.0'da yapay sinir ağı geliştirmişlerdir. Ağ yapısı olarak geri beslemeli ağ algoritması kullanılmıştır [5]. Karpenko ve arkadaşları Fisher Resemount G67 kontrol valfinde arıza aramak için yapay sinir ağı geliştirmişlerdir. Çok katmanlı ağ yapısı kullanılmıştır [6]. Demetgül ve Yenitepe pnömatik sistemde arızaların tespiti için bir uzman sistemi Visual Basic 6.0 ile geliştirmişlerdir. Bu çalışma bilgisayar ortamında kullanıcıya pnömatik sistemde olabilecek arızaları sormakta ve verilen evet yada hayır cevapları ile kullanıcıya olabilecek arızayı tahmin etmektedir [7]. Sandt ve arkadaşları gerçek zamanlı olarak hidrolik sistemde arıza tespiti için yapay sinir ağı kullanmışlardır. Sistemin arızaları titreşimlere göre bulunmaktadır [8]. Wang ve arkadaşları dönen makine elemanlarında meydana gelen arızaların tahmini için Neuro-Fuzzy algoritmasını kullanmışlardır. Geliştirilen yapay sinir ağı ısınmış, çatlamış ve yüzey pürüzlülüğü olan dişlilerin tespit etmektedir [9]. Seong ve arkadaşları yapay sinir ağı ile çek valflerde meydana gelen arızaların tespitini yapmışlardır. Ekustik emisyon sensörleri ve hız değişim sensörlerinden gelen veriler yapay sinir ağına işlenmiştir. Ağ algoritması olarak geri yayılım algoritması kullanılmıştır [10].

Karkoub ve arkadaşları eksenel pistonlu pompanın performansının yapay sinir ağı ile tahminine çalışmışlardır. Geri yayılım algoritması kullanmışlardır. Sistemin performansını deney setinin belirli yerlerine yerleştirdikleri akış ölçer ve basınç ölçerlerden aldıkları verilerle tahmin etmeye çalışmışlardır [16]. Wang ve arkadaşları dönen makine elemanlarında meydana gelen arızaların tahmini için Neuro-Fuzzy algoritmasını kullanmışlardır. Geliştirilen yapay sinir ağı ısınmış, aşınmış ve yüzey pürüzlülüğü olan dişlilerin tespiti için kullanılmıştır [17]. Sınıflandırma yapıldığında bugüne kadar dönen makine elemanlarında, otomobil motorlarında, yataklarda, hidrolik servo valflerde, servo motorlarda, odun bölme makinesinde, dönen makine elemanlarında, çek valflerde, marş motorunda, elektrik motorlarında, dişlilerde, makinelerde, dişli kutusu, bilyelerde, hidrolik sistemde, pompalarda, gaz türbinlerinde, eksenel pistonlu pompalarda, Fisher Rosemount isimli özel valfte, su motorunda, kompresör arızalarının tespitinde yapay sinir ağı kullanılmıştır. Yapay sinir ağı algoritması olarak arıza tespitinde en çok Levenberg Marquart, Geri Yayılım, Neuro-Fuzzy, Art-Kohonen, SOFM (Self Organization Feature Maps),

LVQ (Learning Vector Quantisation), RBF (Radial Basis Function) algoritmaları kullanılmıştır [18].

## 2. Deney seti

Sekil 1 de sistemin genel çalışma şekli gösterilmiştir. Sistemde Analog sensör olarak basınç sensörleri ve doğrusal cetveller kullanılmıştır. Sayısal sensör olarak sistemin kontrolünü sağlayan sınır anahtarları, indüktif ve kapasitif sensörler kullanılmıştır.



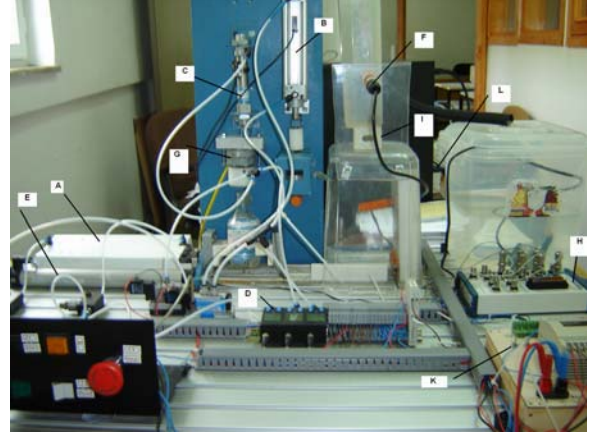
Şekil 1: Sistemin çalışma şekli

Analog sensörlerden alınan verilerin örnekleme frekansı 2 dir. Basınç sensörlerinin vermiş olduğu volt cinsinden değerler 1V 1 bar basınca eşittir. Doğrusal cetvellerdeki 1 V 15 mm ye eşittir. Pnömatik sistem 140 saniyede bir proses yapmaktadır. Veriler Matlab Real Time Windows Target da Dac (Veri Toplama Kartı) vasıtasıyla alınmaktadır. Sistemdeki analoog sensörlerin verileri Dac(Veri toplama kartı) kartı vasıtasıyla alınmaktadır. Kullanıcı arayüzü sistem üzerindeki değişikliklerin izlenmesinde kullanılmaktadır.

Tasarlanan deney seti Şekil 2 de gösterilmektedir. Deney setinde A ile gösterilen silindir boş olan şişeyi alıp ileri doğru götürür. Şişe olmadığında şişe algılama sensörü yardımıyla sistem çalışmaz. A silindiri ileri konuma ulaştığında sınır anahtarı sinyal verdiğinde 'I' ile gösterilen Selenoid vana açılır ve şişeye su dolar. Selenoid vananın üst kısmında su haznesi bulunmakta ve burada su bittiğinde yan tarafta bulunan su deposundan su depolanır.

Şişe istenilen seviyeye kadar su ile doldurulduktan sonra seviye algılama sensörü yardımı ile selenoid vana kapanır. A silindiri, su dolduktan sonra biraz bekler ve geri hareket yapar. A silindiri orta konuma geldiğinde durur.

B ile gösterilen şişe kapak kapama silindiri aşağıya inerek şişenin kapağını kapatır. Daha sonra B silindiri geri konuma geçer. A silindiri son konuma gelir. C şişe kapak kapama silindiri aşağıya iner. Adım motoru enerjilenir. Kapak sıkıştırılır. C silindiri geri konuma gelir. Böylece bir süreç tamamlanmış olur.



Şekil 2: Tasarlanan deney seti

Deney setinde harfle gösterilen parçalar Tablo 1 de açıklanmıştır.

Tablo 1 :Şekil 3 teki deney seti elemanları

|   |                         |
|---|-------------------------|
| A | A Silindiri             |
| B | B Silindiri             |
| C | C Silindiri             |
| D | Basınç Sensörü          |
| E | Lineer Potansiyometre   |
| F | İndüktif Sensör         |
| G | Step Motor              |
| H | Ara Bağlantı Bloğu      |
| I | Selenoid Vana           |
| K | PLC                     |
| L | Dac(Veri toplama kartı) |

## 3. YSA nın oluşturulması

Yapay zeka tekniklerinden olan YSA günümüzde oldukça sık kullanılmaktadır. YSA, insan beyninin özelliklerinden olan öğrenme yolu ile yeni bilgiler türetebilme, yeni bilgiler oluşturabilme ve keşfedebilme gibi yetenekleri herhangi bir yardım almadan otomatik olarak gerçekleştirmek amacı ile geliştirilen bilgisayar sistemleridir. Bu yetenekleri geleneksel programlama yöntemleri ile geliştirmek oldukça zor veya mümkün değildir. O nedenle, YSA' ların, programlanması çok zor veya mümkün olmayan olaylar için geliştirilmiş adaptif bilgi işleme ile ilgilenen bir bilgisayar bilim dalı olduğu söylenebilir. Elman ağının çıktı değerleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

Elman ağının net girdi değeri 1 deki şekilde hesaplanır.

$$NET_i(k) = \sum_{j=1}^N A_{ji}^s u(k) + \sum_{i=1}^M A_{ij}^i x(k-1) \quad (1)$$

Bir k. zaman diliminde çıktı katmanındaki j. elemanın çıktısı 2 deki şekilde hesaplanır.

$$y_j(k) = \sum_{i=1}^M A_i^a(k) X_i(k) \quad (2)$$

Bir k. zaman diliminde j. çıktı elemanında oluşan hata 3 de gösterilmektedir.

$$E_j = B_j(k) - y_j(k) \quad (3)$$

Çıktı fonksiyonunu sigmoid olması durumunda k. zaman diliminde ağırlıklara dağılacak olan hata şu şekilde belirlenir.

$$\delta(k) = y(k) - [1 - y(k)]E(k) \quad (4)$$

Elman Ağına Tablo 2 de belirtildiği gibi girişi A, B, C silindiri konum değişimi ve A,B,C valfi basınç değişimidir. Ağ çıkışları normal, şişe yok, B kapak kapama silindiri çalışmıyor, C kapak sıkıştırma silindiri çalışmıyor, sistem hava basıncı yetersiz, şişeye su dolmuyor ve sistem hava basıncı az arızalarıdır.

Tablo 2 :Yapay sinir ağı girişi ve çıkışları

|                            |   |
|----------------------------|---|
| A Silindiri Konum Değişimi | Normal                                  |
| B Silindiri Konum Değişimi | Şişe Yok                                |
| C Silindiri Konum Değişimi | B Kapak Kapama Silindiri Çalışmıyor     |
| A Valfi Basınç Değişimi    | C Kapak Sıkıştırma Silindiri Çalışmıyor |
| B Valfi Basınç Değişimi    | Sistem Hava Basıncı Yetersiz            |
| C Valfi Basınç Değişimi    | Şişeye Su Dolmuyor                      |
|                            | Sistem Hava Basıncı Az                  |

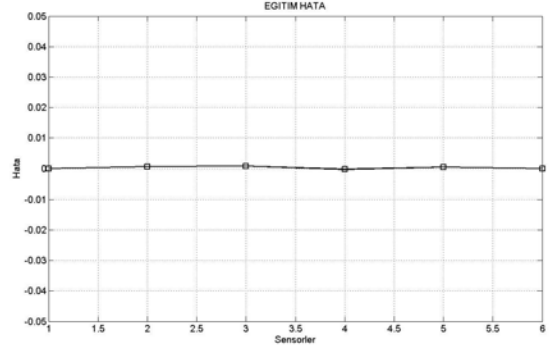
Elman ağına eğitilmesinde bazı değişkenlerin girilmesi gerekmektedir. Ağın performansı bu değerlere göre değişmektedir. Tablo 3 de belirtildiği gibi iterasyon sayısı 1000, hata oranı 1e-3, gizli katman nöron sayısı 15 ve gizli katman transfer fonksiyonu olarak tansig alınmıştır.

Tablo 3: Ağı eğitme değerleri

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| İterasyon                   | 1000   |
| Hata Oranı                  | 1e-3   |
| Gizli katman Nöron Sayısı   | 15     |
| Gizli Katman Transfer Fonk. | tansig |

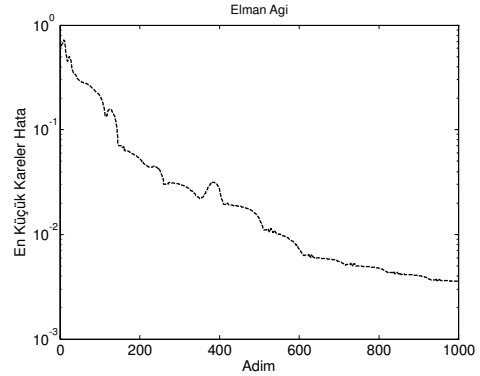
#### 4.Sonuçlar

Elman ağı eğitildiğinde bulunan eğitim değerleri ile hedef değer olan 1 değeri arasındaki fark şekil 3 de gösterilmektedir. Elman ağı en küçük kareler yöntemine göre eğitildiğinde ağı performansı şekil 4 de gösterilmektedir. Hedef olarak 0.001 hata verilmiştir. Ağ bu hata değerine yaklaşmıştır. Ek 1 de yatay eksenle gösterilen sistemde kullanılan sensörlerdir. ADC, ABS sensör A doğrusal cetveli ve A basınç sensörüdür. BDC, BBS sensörler B doğrusal cetveli ve B basınç sensörüdür. CDC, CBS sensör C doğrusal cetveli ve C basınç sensörüdür.



Şekil 3: Eğitim hata sonuçları

Düşey eksen yapay sinir ağına çıktı değerini göstermektedir. Sistemden her bir sensör 140 veri almaktadır. Her bir sensörden alınan 140 veri 1 e eşitlenmektedir. Toplam 840 veri ile ağ eğitilmektedir. Sonra arıza teşhisinde her bir sensörden gelen verilerin 1 e ne kadar yakın olduğuna bakılmaktadır. Ağı normal, şişe yok, B kapak kapama silindiri çalışmıyor, C Kapak sıkıştırma silindiri çalışmıyor, Sistem hava basıncı yetersiz, şişeye su dolmuyor sistem hava basıncı az arızalarında çıkış değeri gösterilmektedir.



Şekil 4 :Ağın performansı

Şişe yok arızasında 6 sensör çıkış değerleri 0 a yakın değerler olmaktadır. Çünkü sistem çalışmamaktadır. B Kapak kapama silindiri çalışmıyor arızasında BDC ve BBS sensör çıktıları 0 a yakın ve diğerleri ise 1 e yakındır. C Kapak sıkıştırma silindiri çalışmıyor arızasında CDC ve CBS sensör çıkış değerleri 0 a yakın çıkmıştır. Sistemin hava basıncı yetersiz olduğunda ağ çıkış değerleri 0 a yakın çıkmaktadır. Şişeye su dolmuyor arızasında A silindiri ileriye gittiğinde arıza olduğu için yapması gereken hareketin yarısını yaptığı için doğrusal cetvel ve basınç sensörü çıkışı 0.4 değerlerinde kalmışlardır. Diğer sensör çıkışları 0 a yakın ve 1 den büyük çıkmıştır. Çünkü su olmadığı için şişeye su dolamış ve B ile C silindirleri çalışmamışlardır. Sistemin hava basıncı az olduğunda ağ çıkış değerleri 1 olması gerekirken sensör çıkış değerleri 0.4-0.7 arasında değişmektedir.

## 5. Tartışma ve değerlendirme

Yapay sinir ağı insan beyni gibi düşünüp uzman kişi gibi karar vermektedir. Bu çalışmada lineer potansiyometrelerden ve basınç sensörlerinden gelen analog bilgiler yardımıyla sistem üstünde olan ya da olabilecek arızaların erken teşhisi yapılmıştır. Bu çalışmada eğitim girdileri ile yapay sinir ağının bu konuda uzmanlaşması sağlanmıştır. Test girdi değerleri ile yapay sinir ağının bu konuda ne kadar uzman olduğu, ne kadar anladığı test edilmektedir. Bu gerçek zamanlı yapay sinir ağının sanayide değişik sistemlere uygulanması mümkündür. Sistem üzerindeki sensörler yapay sinir ağına bağlandıktan sonra yapay sinir ağı eğitilecektir. Daha sonra sistem üzerinde bir problem olduğunda eğitim verileri ile arızalı veriler yapay sinir ağı ile karşılaştırılacak ve arıza tespit edilecektir. Böylece erken arıza teşhisi yapılabilecektir.

## 6. Kaynakça

- [1] Samanta B., *Gear Fault Detection Using Artificial Neural Network and Support Vector Machines with Genetic Algorithms*, Mechanical Systems and Signal Processing, Cilt: 18, s:625-644, 2004.
- [2] Yang B.S., Han T., An J.L., *ART-KOHONEN Neural Network for Fault Diagnosis of Rotating Machinery*, Mechanical Systems and Signal Processing, Cilt: 18, s:645-657, 2004.
- [3] Angeli C., Smirni N., *An Online Expert System for Fault Diagnosis in Hydraulic Systems*, Expert System, s:115-120, May 1999.
- [4] Chen D., Wang J.W., *Classification of Wavelet Map Patterns Using Multi-Layer Neural Networks for Gear Fault Detection*, Mechanical Systems and Signal Processing, s:695-704, August 2000.
- [5] Bayır R., Bay Ö.F., *Serial Wound Starter Motor Faults Diagnosis Using Artificial Neural Network*, IEEE ICM'04, İstanbul, s:194-199, 2004.
- [6] Karpenko M., Sepehri N., Scuse D., *Diagnosis of Process Valve Actuator Faults Using a Multilayer Neural Network*, Control Engineering Practice, s:1289-1299, 2003.
- [7] Demetgöl M., Yenitepe R., *Pnömatik Sistem Arızalarının Giderilmesi Bir Uzman Sistem Uygulaması*, Z.K.Ü. Teknoloji Dergisi, Sayı2, s:289-295, 2004.
- [8] Sandt J., Rinkinen J., Laukka J., *Particle and Water Online Monitoring for Hydraulic System Diagnosis*, The Fifth Scandination International Conference on Fluid Power, Linköping, Sweden, s:257-268, Vol: 3, 1997.
- [9] Wang W.Q., Golnaraghi M. F., Ismail F., *Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems*, Mechanical Systems and Signal Processing, Cilt: 18, s:813-831, 2004.
- [10] Seong S.H., Hur S., Kim J.S., Kim J.T., Park W.M., Lee U.C., Lee S.K., *Development of diagnosis algorithm for the check valve with spectral estimations and neural network models using acoustic signals*, Annals of Nuclear Energy, Cilt: 32, s:479-492, 2005.
- [11] Öztemel E., *Yapay Sinir Ağları*, Papatya Yayınları, İstanbul, 2003.
- [12] Efe M.Ö., Kaynak O. , *Yapay Sinir Ağları ve Uygulamaları*, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, 2000.
- [13] Feeman J.A., Skapura D.M., *Neural Networks (Algorithms, Application and Programming Techniques)*, Addison-Wesley, Texas, ABD, 1991.
- [14] Haykin S., *Neural Networks*, Prentice Hall, New Jersey, ABD, 1994.
- [15] Nabyev V.V., *Yapay Zeka (Problemler-Yöntemler-Algoritmalar)*, Seçkin Yayınları, Ankara, 2003.
- [16] Karkoub M.A., Gad O.E., Rabie M.G., *Predicting axial piston pump performance using neural network*, Mechanism and Machine Theory, Cilt: 34, s:1211-1226, 1999.
- [17] Wang W.Q., Golnaraghi M. F., Ismail F., *Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems*, Mechanical Systems and Signal Processing, Cilt: 18, s:813-831, 2004.
- [18] Parlos A.G., Kim K., Bharadwaj R.M., *Sensorless Detection of Mechanical Faults in Electromechanical Systems*, Mechatronics, Cilt: 14, s:357-380, 2004.

**Ek 1**

| <b>Arızalar</b>                | <b>ABS</b> | <b>ADC</b> | <b>BBS</b> | <b>BDC</b> | <b>CBS</b> | <b>CDC</b> |
|--------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Normal Sistem                  | 0.997      | 0.992      | 1.017      | 0.995      | 0.999      | 1.012      |
| Şişe Yok                       | -1.306     | -1.593     | 0.730      | -1.086     | -1.467     | 0.761      |
| B Kapak Kapama                 | 0.826      | 0.754      | -0.387     | -0.411     | 1.398      | 0.910      |
| C Kapak Sıkıştırma             | 1.001      | 1.234      | 1.132      | 1.314      | -0.145     | -0.257     |
| Sistemin Hava Basıncı Yetersiz | 0.155      | -0.039     | 0.671      | -0.233     | 0.009      | 0.110      |
| Su Yok                         | 0.404      | 0.531      | 0.336      | 1.929      | 2.249      | 0.375      |
| Sistemin Hava Basıncı Az       | 0.660      | 0.539      | 0.742      | 0.635      | 0.424      | 0.538      |



# Rulman Titreşim Analizi ile Bölgesel Hataların İncelenmesi

Cüneyt Aliustaoglu<sup>1</sup>, Hasan Ocak<sup>2</sup>, H. Metin Ertunc<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Mekatronik Mühendisliği Bölümü

Kocaeli Üniversitesi{cuneyt.aliustaoglu, hocak, hmertunc}@kou.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada kestirimci bakım teknolojisine dayalı, rulman hata tespiti üzerine bir inceleme gerçekleştirilmiştir. Bir elektrik motoruna bağlı mil üzerinde bulunan rulmandan alınan veriler titreşim analizinde kullanılmak üzere toplanarak, titreşimlere neden olan bölgesel hata kaynaklarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla bir rulman test düzeneği kurulmuş, rulmanın iç ve dış bileziklerinde yapay kusurlar oluşturularak titreşim sinyalleri toplanmıştır. Bu titreşim sinyallerinin frekans spektrumuna bakılarak hasarlı rulmanın hata durumu ve gelişimi kestirilmeye çalışılmıştır. Sonuç olarak rulman hata frekanslarına ait genliklerin, hatanın gelişimiyle artma eğilimine girdikleri gözlenmiştir.

## 1. Giriş

Günümüz otomasyon sistemlerinde kullanılan makinalarda hareket, büyük oranda dönme kuvveti ile gerçekleştirilmektedir. Rulmanlar, bu dönme hareketini gerçekleştiren motor sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır [1]. Dönel makina elemanlarındaki bozuklukların sebep olduğu üretim kaybı ve bakım masrafları büyük oranda rulman kaynaklıdır [2]. Yapılan araştırmalara göre arızalar %41 oranında rulman kaynaklı olup bu oranı %37 ile stator kaynaklı hatalar, %10 ile rotor kaynaklı hatalar takip etmektedir. Tespit edilen diğer hataların oranı ise %12 olarak rapor edilmiştir [3]. İmalat veya montaj sırasında rulman parçaları üzerinde çeşitli hatalar oluşabileceği gibi, rulmanların sürekli bir mekanik sürtünme içerisinde olması da zaman içinde aşınmasını kaçınılmaz kılacaktır.

Hatalı rulman bağlı olduğu elektrik motorunun arızalanarak yanmasına sebep olabilir. Motorun yanması üzerinde çalışılan parçanın da zarar görmesine sebep olacak ve üretim bir süre kesintiye uğrayabilecektir. Bütün bu sonuçlar maliyetin katlanmasına neden olacaktır. Bu nedenle, oluşan rulman hatalarının tehlikeli bir boyuta gelmeden tespit edilmesi ve gerekli önlemlerin alınması gerekmektedir. Rulman hatalarını tespit etme amaçlı çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Genel olarak kestirimci bakım olarak bilinen bu yöntemler arasında en etkili olanı titreşim analizidir [4].

Çalışan makinalarda titreşimden kaçınmak oldukça zordur. Bu titreşimler sistem dinamiklerinin doğal bir etkisi olarak gerçekleşmektedir. Sisteme ait parçalar üzerinde hata oluşması veya parçaların zamanla aşınması, oluşan titreşimlerin genel karakteristiği üzerinde hissedilir ve yorumlanabilir etkiler yaratır.

Bu konu pek çok araştırmacı için uzun yıllar boyunca çalışma konusu olmuştur. Arslan vd. [1] radyal bilyalı rulmanlardaki bölgesel yüzey kusurlarını titreşim yöntemi ile inceleyerek sistem için teorik bir model oluşturmuşlar ve bu modele göre sistemin benzetimini gerçekleştiren bilgisayar programı geliştirmişlerdir. McInerny ve Dai [5], işaretlerin zarf (envelope) analizini inceleyerek, rulman hata frekanslarının genlik modülasyonu/ demodülasyonu ile olan ilişkilerini açıklamışlardır. Orhan vd. [6] gerçek bir sistemde hata oluşan rulman üzerinde titreşim davranışını incelemişlerdir. Ayaz vd. [7] titreşim ve akım sinyallerinin, istatistiksel ve dalgacık analizi ile özellik çıkarma işlemine tabi tutularak melez bir yapay zeka sistemi ile izlenmesi işlemini gerçekleştirmişlerdir. Chow vd. [2] ise yapay sinir ağı tabanlı bir sistem oluşturmuşlar ve bu sistemi benzetim sonuçlarıyla da destekleyerek rulman hata tespiti için kullanılacak stratejilerini eniyileme yolunu seçmişlerdir. Daha sonra gerçek ölçümlerden alınan işaretleri inceleyerek yapay sinir ağlarının hata tespitindeki önemini vurgulamışlardır. Lou ve Loparo [8] dalgacık dönüşümü ve sinirsel bulanık mantık (ANFIS) kullanarak rulman hata tanısında bulunan bir sistem gerçekleştirmişlerdir. Dalgacık dönüşümüyle özellik vektörü çıkartarak, sistemi ANFIS kullanarak eğitmişler ve eğitilmiş sistemi de hata tanılamak için kullanmışlardır. Ocak ve Loparo [9] titreşim işaretlerini analiz ederek rulman iç bilezik dönme hızını ve hata frekanslarını tahmin etmeyi başarmışlardır. Bir diğer çalışmalarında ise, Saklı Markov Modelleri (HMM) [10] kullanarak rulman hataları başarılı bir şekilde teşhis edilmiştir. Zarei ve Poshtan [11] ise stator akım verilerini Dalgacık (Wavelet) Dönüşümü ile kullanarak hata tespitinde bulunan bir çalışma yapmışlardır. Böylelikle hem motor akımının mil titreşim verilerine bir alternatif olarak kullanılabilirliğini, hem de Dalgacık Dönüşümünün Fourier analizine göre avantajlarını rapor etmişlerdir.

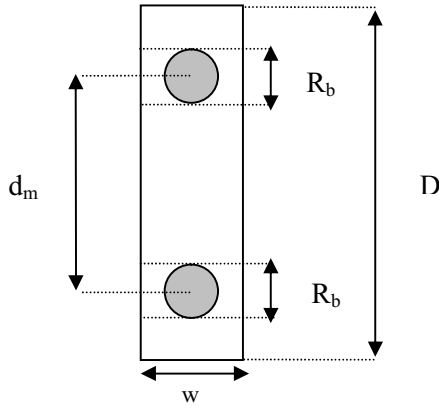
Bu çalışmada paketten yeni çıkmış normal bir rulman ve çeşitli boyutlarda bölgesel hatalar oluşturulmuş rulmanlardan alınan titreşim verileri üzerinde frekans analizi yöntemi kullanılarak hatanın tespiti ve gelişme durumunun kestirilmesi incelenmiştir. Bu amaçla, oluşturulan mil-rulman düzeneğinden, ivme ölçer ve veri toplama işlemi ile titreşim sinyalleri bilgisayara aktarılmıştır. Deney düzeneği dakikada 1200, 1600, 2000 ve 2400 devir için her biri 0.3 mm, 0.6 mm, 1 mm ve 2 mm çapında deliklere sahip iç bilezik ve dış bilezik hata rulmanlar için birbirinden bağımsız olarak çalıştırılmıştır. Hatalar elektriksel erozyon (Electrical Discharge Machining - EDM) tekniği ile yapay olarak oluşturulmuştur. Toplanan veriler bilgisayarda MATLAB üzerinde frekans analizi teknikleri ile işlenmiştir.

## 2. Frekans Analizi

### 2.1. Rulman Hata Karakteristikleri ve Hatanın Tespiti

Rulman, üzerinde bir hata oluştuğunda veya sürtünmenin doğal bir etkisi olarak aşındığında, çeşitli frekanslarda titreşim üretir. İç bilezik, dış bilezik ve yuvarlanma elemanları (bilya) üzerinde rulmanın fiziksel ve geometrik yapısına bağlı olarak birbirinden bağımsız frekans bileşenleri oluşur. Bu bileşenler oluşan hatanın türü ve gelişimi hakkında çok önemli bilgileri ihtiva eder. Genlik spektrumunda titreşim frekansı hatanın türünü, genliği ise gelişimini belirtmektedir. Hata frekansları motorun devriyle doğrusal bir ilişki içerisinde. Motor devri arttıkça (veya azaldıkça) yuvarlanma elemanlarının hatalı bölge üzerinden geçiş sıklıkları artar (veya azalır). Buna bağlı olarak da hata frekansları değişir.

Geometrik yapısı Şekil 1’de verilen rulman için genel hata frekansları denklem 1,2,3 ve 4’te verilmiştir.



Şekil 1: Temas açısı 0°, bilya sayısı 9 olan rulmana ait temel özellikler. (6205).

Tablo 1: Kullanılan rulmana ait temel ölçüler.

| Parametre      | Değer (mm) |
|----------------|------------|
| D              | 52         |
| R <sub>b</sub> | 7,895      |
| d <sub>m</sub> | 38,95      |
| w              | 15         |

$$\text{Temel frekans (TF)} = \frac{f_s}{2} \left[ 1 - \frac{R_b}{d_m} \right] \quad (1)$$

$$\text{Bilya dönme frekansı (BD)} = \frac{f_s}{2} \frac{d_m}{R_b} \left[ 1 - \left( \frac{R_b}{d_m} \right)^2 \right] \quad (2)$$

$$\text{Dış bilezik frekansı (DB)} = N(\text{TF}) \quad (3)$$

$$\text{İç bilezik frekansı (İB)} = N(f_s - \text{TF}) \quad (4)$$

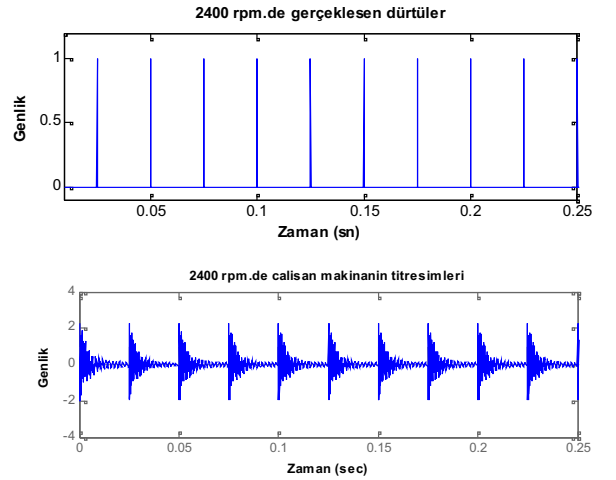
Denklem 1-4’te verilen  $f_s$ ,  $R_b$  ve  $d_m$  sırasıyla, Şekil 1’de de görüldüğü üzere dönme frekansı, bilya çapı ve bilya merkezleri arası uzaklık olarak hesaplanmaktadır.

### 2.2. Yüksek Frekans Demodülasyonu

Fiziksel bir sistem, zamana bağlı olarak bir değişim göstermiyorsa dengededir. Ancak sistem bozucu bir etkiye maruz bırakılırsa, denge konumu etrafında bir titreşim hareketi oluşur. Öz titreşim frekansı, bir dürtü kuvveti ile uyarılan sistemin kendi yapısına bağlı olarak titreşimine denir. Sisteme periyodik bir uyarı yapılırsa iki durumdan söz edilebilir. Uyarı frekansı, öz titreşim frekansından farklı olursa sistem üzerinde farklı bir frekans bileşeni oluşur. Ancak uyarı frekansı ve öz titreşim frekansı birbirine eşit olursa bu durumda titreşim frekansının genliği maksimum olur. Bu duruma rezonans denir.

Rulman üzerinde (iç bilezik, dış bilezik, bilya vs.) hata oluştuğu zaman, dönen elemanların hatanın üzerinden geçmesi sonucu ani darbeler üretilir. Bu ani darbeler sistemde titreşime yol açar. Şekil 2’de dış bilezik hatasına sahip rulmanın ürettiği ani darbeler ve bu darbelerin sebep olduğu titreşim verilerine ait benzetim sonuçları görülmektedir. Bu benzetim için mekanik sistemin transfer fonksiyonu denklem 5’te verilmiştir. Darbelerin frekansı rulmanın dış bilezik hata frekansı olan 108 Hz’e eş düşmektedir. Titreşim sinyalleri, mekanik sistemin rezonans frekansını oluşturan, genlik modülasyonlu işaretleri ve taşıyıcı frekansı olarak düşünülebilir. Bu nedenle modülasyon işaretini taşıyıcı frekanstan ayırmak gerekir. Bu işlem zarf analizi (envelope analysis) olarak da bilinen yüksek frekans demodülasyonu ile gerçekleştirilmektedir.

$$H(s) = \frac{2.283s^4 + 642.6s^3 + 4.457 \times 10^8 s^2}{s^4 + 619.3s^3 + 4.42 \times 10^8 s^2 + 4.234 \times 10^{10} s + 5.697 \times 10^{15}} \quad (5)$$



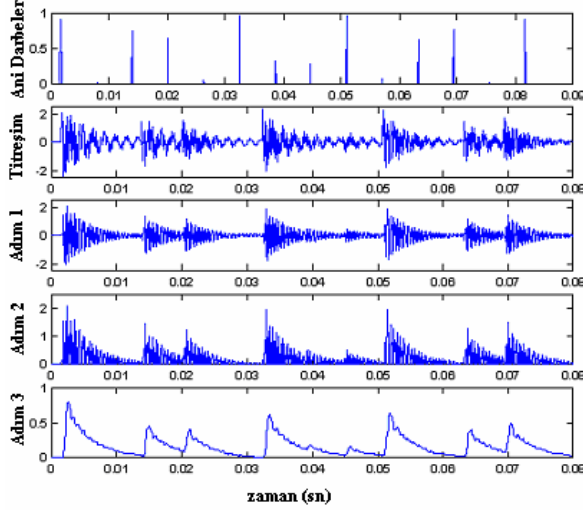
Şekil 2: Titreşimlerin oluşması.

Demodülasyon üç aşamadan oluşur:

- 1. Adım: Bant geçiren filtre
- 2. Adım: Yarım-dalgı doğrultmaç
- 3. Adım: Alçak geçiren filtre

Bant geçiren filtrenin merkez frekansı sistemin rezonans frekansı olarak seçilmelidir. Alçak geçiren filtre, yüksek frekanslı bileşenleri eleme ve rulmanın arızası ile ilgili bilgileri

taşıyan düşük frekanslı bileşenleri koruma amaçlı olarak icra edilir. Şekil 3'te benzetim yoluyla oluşturulmuş titreşim işaretlerinin her bir adımdaki demodülasyonu görülmektedir. Makinanın dönmesiyle meydana gelen ani darbelerin oluşturduğu titreşim verilerine 1. adımda bant geçiren filtre, 2. adımda yarım dalga doğrultmaç ve son olarak 3. adımda alçak geçiren filtre uygulanarak elde edilen işarete zarf analizi denir.



Şekil 3: Zarf analizi.

### 3. Deney Düzenegi

Deneyler, Şekil 4'te görülen bir AC elektrik motoruna bağlı mil rulman düzeneği üzerinde gerçekleştirilmiştir. Elde edilen titreşim verileri ivme ölçer sensörle veri toplama sistemi üzerinden toplanarak bilgisayarda işlenmiştir. Deneyde kullanılan malzemeler, ORS firmasına ait 6205 tipi polyamid kafesli sabit bilyalı rulman, ve National Instruments firmasına ait 6211 model veri toplama kartı olarak seçilmiştir.



Şekil 4: Deney düzeneği.

Deneyler, sağlam ve her biri 0.3 mm, 0.6 mm, 1 mm ve 2 mm büyüklüğünde iç bilezik ve dış bilezik hatalı rulmanlar için 1600 RPM hızında verilerin elde edilmesiyle gerçekleştirilmiştir.

Hataları oluşturmak için öncelikle rulman kafesleri çıkartılarak iç bilezik, dış bilezik, kafes ve bilyalar olmak

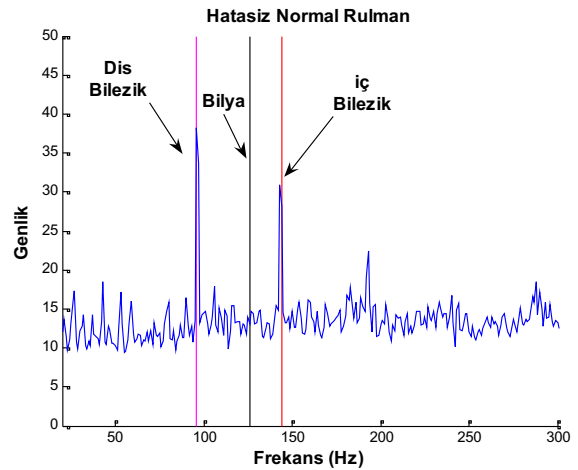
üzere parçalara ayrılmıştır. Sökülen bu elemanlardan ilgili olanlarda EDM yoluyla hata oluşturulduktan sonra rulmanlar yeniden monte edilerek eşit miktarlarda yağlanmıştır.

Mil-rulman düzeneği AC servo motora bağlı olarak çalıştırılmaktadır. Kullanılan servo motor sayesinde motor titreşimi minimize edilerek ölçülen titreşimin sadece rulman kaynaklı olması hedeflenmiştir.

### 4. Deneysel Sonuçlar

Genel formu Denklem 1-4'de verilen, dış bilezik kusuru bulunan rulmanlarda, bilyaların her birinin hatanın üzerinden geçmesi 1600 rpm'de çalışan makinanın titreşiminde 96 Hz'lik bir bileşen oluşturur. Aynı şekilde iç bilezik hatası 144 Hz'lik, bilya hatası ise 126 Hz'lik bir bileşen oluşturur. Hata frekansları dışında, rulmanın bağlı olduğu milin dönme frekansı rulman hata frekansları ile birleşerek yan bantlar oluşturur. Titreşimler düzenli olarak izlenirse, rulman bilezikleri ve yuvarlanma elemanlarındaki aşınmanın gelişimine bağlı olarak, hata frekansları ve yan bantlarındaki bileşenlerin genliğinde bir artış görülür. Bu artış gözlemlenerek, hata tehlikeli boyutlara ulaşmadan rulmanın değiştirilmesi sağlanabilir.

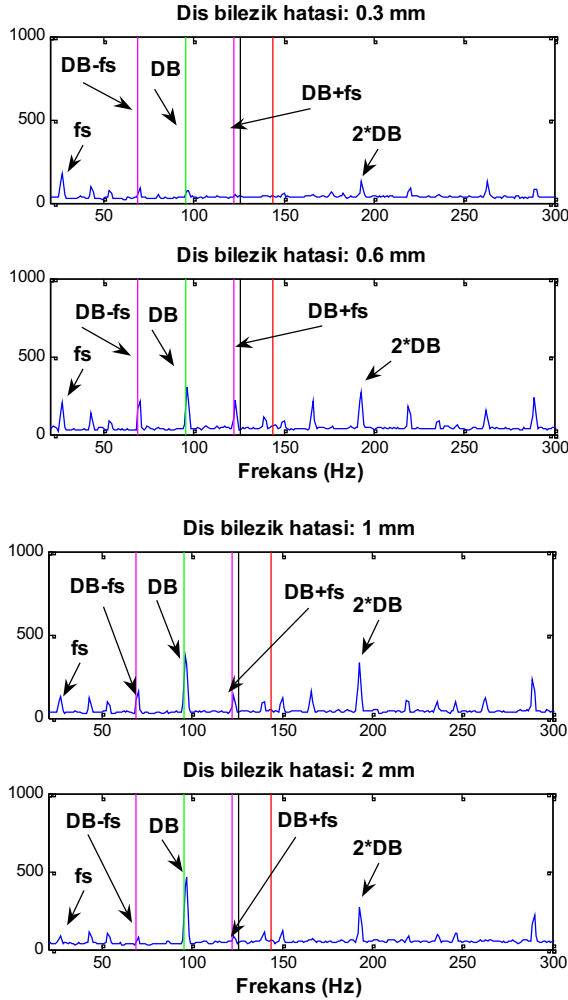
Üretimden yeni çıkmış bir rulmanda bile çok az da olsa bölgesel hata karakteristiklerine rastlanabilir. Bu durum rulman yüzeyinin kusursuz bir pürüzsüzlükte olmamasından kaynaklanır. Şekil 5'te de görüldüğü gibi sağlam bir rulmandan elde edilen titreşim verilerinde de rulman hata frekanslarına rastlanmıştır. Rulman iç ve dış bileziğinde bulunan pürüzler düşük genlikli frekans bileşenleri oluşturmuştur. Hasar gelişimi belirlenirken bu genlikler baz alınmalıdır. Şekil 5'te görülen ve frekans eksenini dik kesen çizgiler, bölgesel hata frekanslarının görülmesi beklenen bileşeni belirleme amacıyla kullanılmıştır. Bu çizgilerin hata frekanslarıyla örtüşmesi bahsi geçen pürüzlerin varlığını ispatlamaktadır. Bu nedenle titreşimsiz bir mekanik sistem düşünülemez denilebilir.



Şekil 5: Yüksek frekans demodülasyonuna tabi tutulmuş normal rulman titreşim verilerinin frekans spektrumu (1600 rpm hızında).

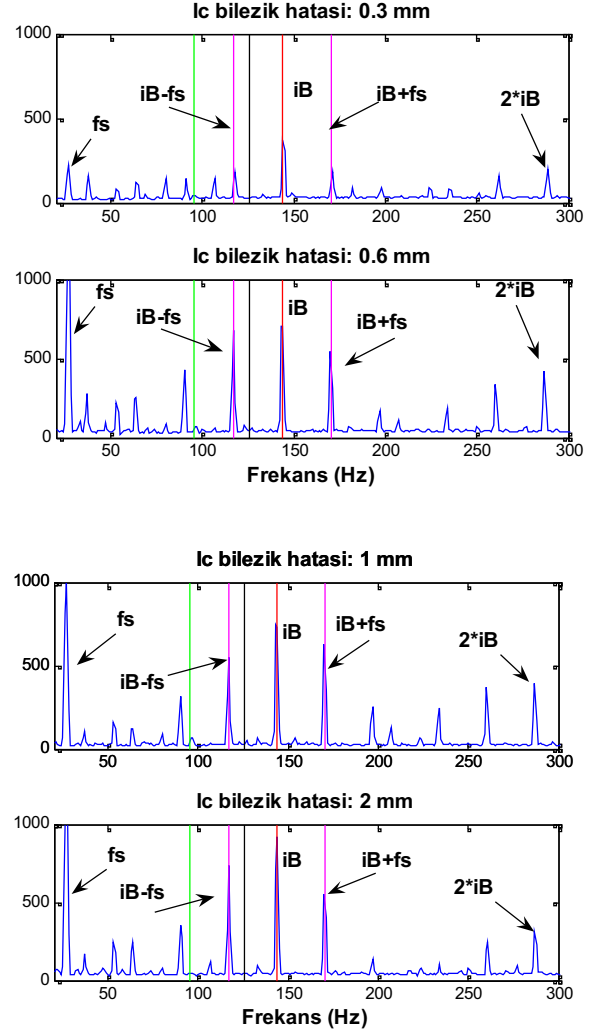
Hatasız rulmanlar, yapay bölgesel kusurlar oluşturulduktan sonra dakikada 1200, 1600, 2000 ve 2400 devir hız ile çalıştırılmış ve titreşimler kaydedilmiştir. Şekil 6 ve 7'de 1600 rpm dönme hızı için hesaplanan yüksek frekans demodülasyonu sonuçları verilmektedir. Bu hızdaki dış ve iç bilezik hata frekansları sırasıyla 96 Hz ve 144 Hz olarak hesaplanmıştır.

Şekil 6'da 0.3 mm, 0.6 mm, 1 mm ve 2 mm çapındaki dış bilezik hataları için elde edilen yüksek frekans demodülasyon işaretlerinin frekans spektrumları gösterilmektedir. Dış bilezik hata frekansı (DB) olan 96 Hz bileşeni çok net bir şekilde gözlenmektedir. Bu bileşenin genliği şekilden de görüldüğü gibi hata büyüklüğü arttıkça artmaktadır. Gözlemlenen 96 Hz frekans dışında bu bileşenin harmonikleri ve 26.6 Hz olan mil dönme hızı da belirgin olarak görülmektedir. Bununla beraber hata frekansı kadar belirgin olmamakla beraber hata frekansı etrafında dönme hızı yan bantları da ( $DB \pm f_s$ ,  $DB \pm 2f_s$ , ...,  $2 \cdot DB \pm f_s$ ,  $2 \cdot DB \pm 2f_s$ ) görülmektedir. Hata frekansının ikinci harmoniğinden itibaren genliğin azaldığı belirlenmiştir.



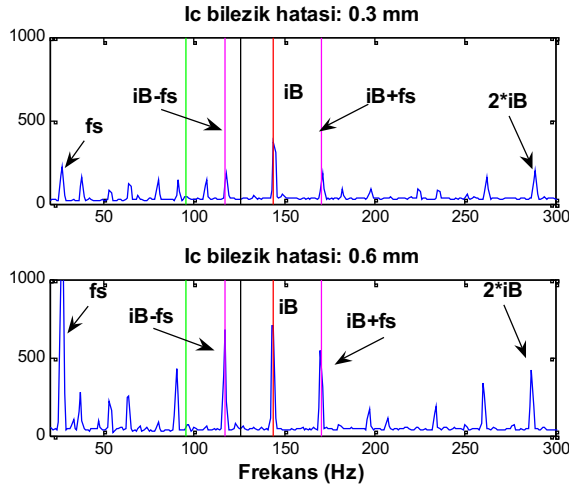
Şekil 6: Dış bilezik hata frekansları (1600 rpm).

Şekil 7'de ise yine aynı büyüklüklere sahip iç bilezik hataları için yüksek frekans demodülasyon işaretlerinin frekans spektrumları verilmiştir. İç bilezik hata frekansı (İB) 144 Hz'lik ve bu bileşenin dönme hızı yan bantları ( $İB \pm f_s$ ,  $İB \pm 2f_s$ , ...,  $2 \cdot İB \pm f_s$ ,  $2 \cdot İB \pm 2f_s$ ) da yine gözlemlenmektedir. Ancak dış bilezik hatasından farklı olarak iç bilezik hatasında mil dönme hızı ve yan bantlar çok daha belirgindir. Bunun nedeni ise iç bilezik hatasının dış bilezik hatasının aksine mil dönme hızında dönüyor olmasıdır.

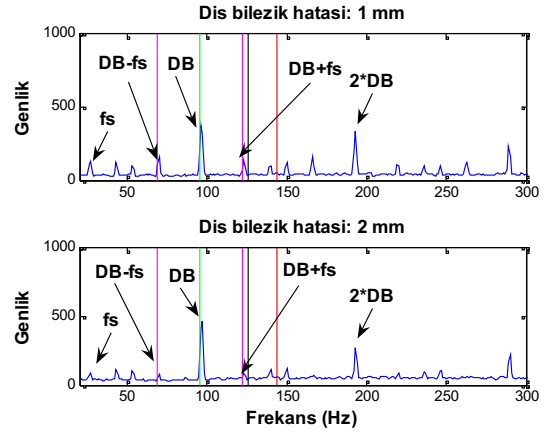
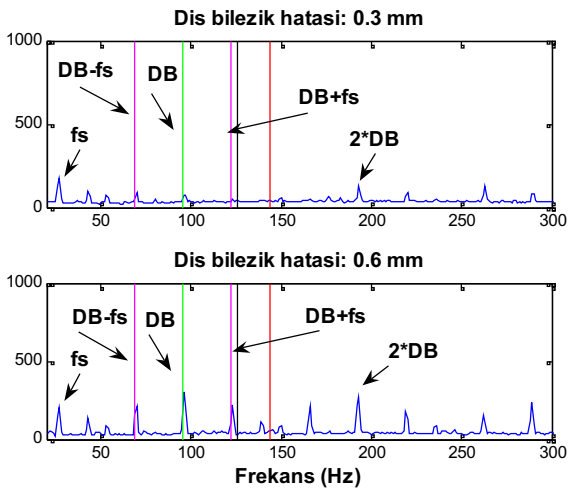


Şekil 7: İç bilezik hata frekansları (1600 rpm).

Şekil 8 ve 9'da ise Şekil 6 ve 7'dekine benzer olarak 2400 rpm için elde edilen grafikler görülmektedir. Bu hız için dış bilezik hata frekansı 119.5 Hz, iç bilezik hata frekansı ise 180 Hz olarak hesaplanmıştır.

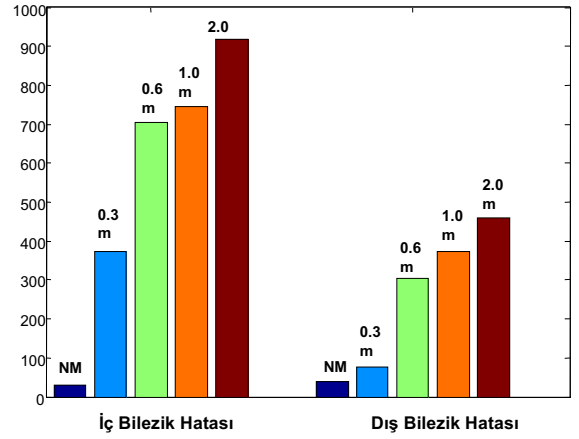


Şekil 8: Dış bilezik hata frekansları (2000 rpm).



Şekil 9: Dış bilezik hata frekansları (2000 rpm).

Grafikler incelendiğinde, yapay olarak oluşturulan hataların derinliği arttıkça frekans analizinden elde edilen temel harmoniğin genliğinin düzenli olarak arttığı; bununla birlikte yan bant harmoniklerinin de göreceli olarak arttığı gözlemlenmiştir. Şekil 10'da bu harmoniklere ait genlik değişimleri sunulmuştur. Burada NM, normal rulmanı simgelemektedir. Bu şekil, hatasız bir rulmanda düşük genlikli hata frekanslarının hatanın gelişimiyle orantılı olarak arttığı gözlemlenmektedir.



Şekil 10: Frekans spektrumunda temel hata harmoniklerine ait genliklerin hatanın genişliği ile değişimi (1600 rpm).

## 5. Genel Sonuçlar

Bu çalışmada bilyalı rulmanlarda, titreşim analizi ile bölgesel hata kaynaklarının yeri ve gelişim durumunun gözlemlendiği bir deney yapılmıştır. Bu amaçla sağlam rulmanlara yeri ve gelişim durumu önceden tanımlanmış çeşitli yapay hatalar verilmiştir. Önceden bilinen bu hataların, titreşim işaretlerinin analizi sonucu kestirilen hatalarla örtüşme durumları incelenmiştir.

Dış ve iç bilezik hataları ile bu hataların yan bantları makinenin çalışma devrine göre hesaplanarak frekans spektrumundaki yerleri önceden işaretlenmiştir. Titreşim işaretinin frekans cevabının, aynı grafikte, önceden hesaplanarak işaretlenen frekans bileşenleriyle örtüştüğü gözlemlenmiştir.

Deneyler laboratuvar ortamında gerçekleştiğinden çevre etkileşimi göz ardı edilmiş ve sistem tek rulmanlı makineler için kurulmuştur. İleriye yönelik çalışmalarda sistemin daha karmaşık yapılar için oluşturulmasının sağlanması amaçlanacaktır.

Sonuç olarak, titreşim işaretlerine ait frekans spektrumu incelendiğinde, hata frekans bileşenlerinin hatanın varlığını; bu bileşenlere ait genliklerin ise hatanın gelişme durumunu gösterdiği ispatlanmıştır.

## 6. Teşekkür

Bu çalışma Kocaeli Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği Bölümü tarafından yürütülen 106M208 no'lu Tübitak projesi kapsamında yapılmaktadır. Bu bildirinin yazarları, katkılarından dolayı Tübitak kurumuna teşekkür ederler.

## 7. Kaynakça

- [1] Arslan H., Orhan S. ve Aktürk N., “Bilyalı Rulman Hasarlarının Neden Olduğu Titreşimlerin Modellenmesi”, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der., Cilt: 18, No: 4, s:123-146, 2003.
- [2] Chow M., Tipsuwan Y. ve Hung J. C. “Neural-Network-Based Motor Rolling Bearing Fault Diagnosis”, *IEEE Transactions Industrial Electronics*, Vol 47, No. 5, 2000.
- [3] Şeker S. ve Ayaz E., “Endüstriyel Süreçlerde Durum İzleme ve Öngörülü Bakım Teknolojileri”, İstanbul Üniversitesi Elektrik-Elektronik Dergisi, Cilt 1, Sayı 1, 140-142, 2002.
- [4] Purushotham V., Narayanan S. ve Suryanarayana A.N. Prasad., “Multi-fault Diagnosis of Rolling Bearing Elements Using Wavelet Analysis and Hidden Markov Model Based Fault Recognition”, *NDT&E International* 38, s:654-664, 2005.
- [5] McInerny S. A. ve Dai Y. “Basic Vibration Signal Processing for Bearing Fault Detection”, *IEEE Transactions on Education*, Vol: 46, No: 1, Şubat 2003.
- [6] Orhan S., Arslan H. ve Aktürk N., “Titreşim Analiziyle Rulman Arızalarının Belirlenmesi”, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der., Cilt: 18, No: 2, s: 39-48, 2003.
- [7] Ayaz E. ve Şeker S., “İleri İşaret İşleme Yöntemleri ile Elektrik Motorlarında Rulman Arıza Tanısı,” *itüdergisi/d mühendislik* Cilt: 1, No: 1, 2002
- [8] Lou X. ve Loparo K.A., “Bearing Fault Diagnosis Based On Wavelet Transform and Fuzzy Inference”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18 (2004) s: 1077-1095, 2003.
- [9] Ocak H. ve Loparo K.A., “Estimation of the running speed and bearing defect frequencies of an induction motor from vibration data”, *Mechanical Systems and Signal Processing* 18, s: 515-533, 2004.
- [10] H. Ocak and K.A. Loparo, “A new bearing fault detection and diagnosis scheme based on hidden Markov modeling of vibration signals” *IEEE International Conference on*

*Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)* 5 s: 3141–3144, 2001.

- [11] Zarei. J. ve Poshtan J., “Bearing fault detection using wavelet packet transform of induction motor stator current”, *Tribology International* 40, s: 763-769, 2007.

# Bağımsız Bileşenler Analizi Kullanılarak Asenkron Motorlarda Sargı Hatalarının Tespiti

Erdal Kılıç<sup>1</sup> Okan Özgönel<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun  
ekilic@omu.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun  
okanoz@omu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada asenkron motor sargı arızaları bağımsız bileşenler analizi (BBA) kullanılarak tespit edilmeye çalışılmıştır. Önerilen yöntemin başarısını sınamak amacı ile deneysel amaçlı özel bir asenkron motor üzerinde çok sayıda gerçek zamanlı deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Asenkron motorun faz akımları BBA ile çözümlenmiş ve yazılım dili olarak MATLAB™ kullanılmıştır. Önerilen teknik ile asenkron motorlarda sargı hataları etkin bir biçimde tespit edilmiştir.

## 1. Giriş

Asenkron motorlar düşük maliyetleri ve mekanik kararlılıkları yüzünden günümüzde sanayide oldukça yoğun şekilde kullanılmaktadırlar. Bunlar özellikle sanayide gerçekleştirilen üretim tesislerinde bu üretim süreçlerinin kritik parçalarını oluşturmaktadırlar. Herhangi bir üretim tesisinde meydana gelebilecek hatalar ürün ve zaman kaybına yol açmaktadır. Eğer bu hatalar önceden tespit edilemezse üretim tesislerinde çok ciddi para ve insan kaybına neden olabilmektedir.

Asenkron motorlarda oluşan hatalar genellikle stator, rotor ve rulman hataları şeklinde üç temel başlık altında toplanabilir. Rotordaki herhangi bir arıza motorda vibrasyona, yüksek ısıya ve tork değişikliklerine neden olur. Bu hataları tespit için mekanik hata tespit yöntemleri kullanılsa da literatürdeki bu yöndeki çalışmaların çoğunluğu stator ve rotor akımlarının elektriksel olarak algılanması ve analizi üstüne yoğunlaşmaktadır [1], [2], [3].

Üç fazlı asenkron motorlardaki en zor problemlerden birisi iç arızaların algılanmasıdır. Bunların algılanması işletme maliyetlerinin azaltılmasına, ürün kayıplarının en aza indirilmesine yardımcı olur. Bu nedenlerden dolayı asenkron motorlarda hata tespit ve tanılama gittikçe artan biçimde ilgi görmektedir [4], [5], [6].

Bu çalışmadaki temel amaç farklı asenkron motor hatalarının motor akım bilgisi kullanılarak gerçek zamanlı olarak tespit edilmesidir. Bu yöntem motor akım işaret analizi (MAİA) olarak ta adlandırılabilir.

MAİA günümüzde rotor bar kırıklarını ve normal olmayan hava aralığı bozukluklarını tespit etmek için de kullanılmaktadır [7], [8]. MAİA yöntemleri genellikle FFT temellidirler. Son zamanlarda dalgacık (wavelet) tabanlı tekniklere de literatürde sıkça rastlanmaktadır [9], [10], [11], [12].

Temel bileşenler analizi (TBA) ve bağımsız bileşenler analizi (BBA) ise hata tespit için kullanılan istatistiksel yöntemlerdir. Bunların kullanılmasındaki amaç verinin boyunu azalttığından gerçek zamanlı çalışan yöntemlerde işlem kolaylıkları sağlamalarındandır. Literatürde bu yöntemlerin değişik varyasyonlarını görmek mümkündür [13], [14], [15], [16].

## 2. BBA'nın Hata Algılama Probleminde Kullanılması

### 2.1 BBA'nın Temelleri

BBA çok değişkenli verilerde özellik çıkartma yöntemlerinden biridir. BBA'yı diğer çözümleme yöntemlerinden ayıran fark, bileşenlerin hem istatistiksel olarak bağımsız hem de gauss dağılımına uymamasıdır. Örneğin temel bileşenler analizinde (TBA) artıklık (fazlalık) veriyi oluşturan elemanlar arasındaki ilişki ile ölçülür ancak BBA da 'bağımsız olma' fikri kullanılır. Bir veri takımı gauss dağılımına sahipse temel bileşenleri istatistiksel olarak ilişkisizdir ve zamanda bağımsızdır. İstatistiksel olarak birbirinden bağımsız bileşenlerden herhangi biri bir diğer bileşen hakkında hiçbir bilgi içermez.. Ancak, gerçek veri takımları sıklıkla gauss dağılımını desteklemeyebilir. Örneğin, bir çok veri takımı süper-gauss dağılımına sahiptir. Bunun anlamı rasgele değişkenlerin nispeten ya sıfır ya da çok yüksek değerlere sahip olmasıdır.

Örneğin, döner bir makineden titreşim nedeniyle yayınlan işaretleri ve bu işaretleri alan çok sayıda algılayıcı olduğu düşünelim. Eğer algılayıcılar çok farklı konumlara yerleştirilirse, her biri çok küçük farklarla orijinal kaynak işaretlerini alacaklardır. Her bir ayrıncı anında kaydedilmiş işaret  $x_i$  ve  $j$  inci orijinal kaynağın işaretini de  $s_j$  olarak adlandırılırsa,  $x = As$  olarak şeklinde bir eşitlik yazılabilir. Burada  $x$  değişkeni  $x_i$ 'nin,  $s$  değişkeni ise  $s_j$ 'nin birer elemanıdır. Karışım matrisi olarak adlandırılan  $A$  matrisinin



$a_{ij}$  elemanları sabit katsayıdır ve bilinmediği kabul edilen karışık ağırlıkları simgelemektedir.

Burada kör kaynak ayırma problemi BBA'yı anlatmak için bir başka örnek olarak verilebilir. Kör kaynak problemindeki amaç kaynaklardan yayılan karışmış sinyallerden orijinal kaynağı ayırt etmektir. Burada 'kör' terimi orijinal kaynak ve karışım işareti hakkında çok az bir bilgiye sahip olduğunu ifade etmektedir. Karışım katsayıları,  $A$  matrisinin tersinin alınabilmesi için farklı olduğu kabul edilmektedir. Bu yüzden orijinal kaynağı,  $s = Wx$ , ortaya çıkarmak amacıyla  $W = A^{-1}$  gibi bir matris oluşturulur. Bu aşamadan sonra  $W$  matrisinin katsayılarının bilinmesi gerekmektedir. Bu sorunun temel çözüm yollarından biri  $x$ 'in farklı doğrusal birleşimlerinin istatistiksel bağımsızlıklarının hesaba katılmasıyla elde edilebilmektedir [20], [21].

[21] nolu kaynakçada ise, bağımsız bileşenlerin bulunması karşılıklı bilgi kavramına göre ilintilendirilmiştir. İlk olarak  $f(\cdot)$  yoğunluklu  $y$  rasgele vektörünün  $H$  fark dağılımı (entropy) denklem (1)'deki gibi ifade edilebilir.

$$H(y) = - \int f(y) \log f(y) dy. \quad (1)$$

Bir gauss değişkeni eşit değişimli (varyanslı) bütün değişkenler arasında en büyük dağılıma sahiptir. Fark dağılımı negentropy (dağılımın tersi) tanımını elde etmek için normalize edilirse,

$$J(y) = H(y_{\text{gauss}}) - H(y) \quad (2)$$

Denklem (2)'deki  $y_{\text{gauss}}$  vektörü  $y$  ile aynı ortak değişinti (covaryans) matrisine sahip gauss dağılımlı rasgele bir vektördür. Negentropy gauss değişkenleri için sıfırdır ve daima negatif değerdedir. Rasgele değişkenlerin ( $y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ) karşılıklı (ortak) bilgisi ( $I$ ) ve negentropy ( $J$ ) kullanılarak; değişkenleri ilişkisiz olmaya zorlayarak aşağıdaki gibi bir ifade yazılabilir.

$$I(y_1, y_2, \dots, y_n) = J(y) - \sum_i J(y_i) \quad (3)$$

Karşılıklı bilgi rasgele değişkenlerin bağımsızlığının kuramsal ölçüm bilgisi olduğundan, BBA dönüşümünü elde etmek için kullanılması doğaldır. Böylece karışık  $x$  değişkenlerinin doğrusal bileşiminin ortak bilgisini en aza indirgeyebilen  $W$  matrisi belirlenir. Negentropy tersi alınabilen doğrusal dönüşümler ( $W$ ) için hep sabit olduğundan ortak bilgi kabaca negentropy'nin en büyük olduğu yönleri bulmaya eşdeğerdir.

Yukarıdaki eşitliği kullanmak amacıyla negentropy veya fark dağılımı için basit bir tahminin yapılması gereklidir. Bu amaçla en hızlı biçimde arzu edilen noktaya ulaşmak için çok farklı seçenekler önerilmiştir.

Hızlı BBA yöntemi zaman serilerinde bağımsız bileşenlerin tahmini için çok etkin bir yoldur. Tek nokta yineleme kullandığı için TBA gibi 'geleneksel derece alçaltma' yöntemlerinden 10-100 kat daha hızlı olduğu gözlenmiştir. Bu çalışmada MATLAB™ ortamında oluşturulan ve kaynak kodları açık olan hızlı BBA araç kutusu kullanılmıştır [17], [18], [19].

## 2.2 BBA Kullanarak Hata Tespiti

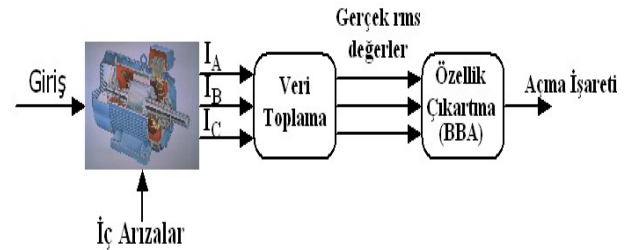
Bu çalışmada bağımsız bileşenler önerilen hata tespit algoritmasında kullanılarak doğrusal olmayan sistemlerdeki arızaları algılamak amacıyla kullanılmışlardır. Önerilen hata algılama algoritması aşağıdaki gibidir.

### Hata Algılama Algoritması

1. Hatasız örneklenmiş sinyal ölçüm değerlerini  $x = As$  eşitliğinde kullanarak bağımsız bileşenleri ve  $A$  matrisini hesapla.
2.  $W = A^{-1}$  ilişkiden 1. adımda hesaplanan  $A$  matrisini kullanarak  $W$  matrisini hesapla.
3. Gerçek çalışma esnasında ölçülmüş büyüklükleri  $x_g$  ve 2 nolu adımda hesaplanan  $W$  matrisini kullanarak tahmin edilen bağımsız bileşenleri  $s_{\text{tah min}} = Wx_g$  eşitliğini kullanarak hesapla.
4. Hatayı  $\|s - s_{\text{tah min}}\|^2$  ifadesini kullanarak hesapla.
5. Hata değerini daha önceden belirlenmiş bir eşik değeri ile kıyasla. Eğer bu değer daha önceden belirlenen eşik değerinin üstünde ise sistemde hata var; değilse hata yok demektir.

## 3. Deneysel Çalışmalar

Deneysel çalışmalarda üç fazlı 1000VA, 4 kutuplu 50 Hz'lik bir asenkron motor kullanılmıştır. Asenkron motorun stator sargılarında iç arızaların oluşturulabilmesi amacıyla çeşitli kademeye uçları dışarı çıkartılmıştır. Olası iç arıza deneyleri bu motor üzerinde gerçekleştirilmiştir. Şekil 1'de laboratuvar ortamında gerçekleştirilen deneysel düzenek görülmektedir.



Şekil 1. Laboratuvar çalışmaları

İç arızalar elektro-mekanik bir röle ve anahtar ile oluşturulmuştur. Arıza anları keyfi olarak seçilmiştir. Hem iç arıza akımını sınırlamak hem de yüksek empedanslı arızaların benzeşimini yapmak amacıyla 1Ω'lık arıza direnci kullanılmıştır. Arıza direnci arızalı sargıya seri bağlanmıştır. Her faza ait anlık motor akım değerlerini kullanarak gerçek rms değerler hesaplanmıştır. Hesaplanan gerçek etkin değerler kullanılarak bir periyot için 80x3 boyutlu bir matris haline getirilerek hızlı BBA işlemine tabi tutulmuştur. Örneklem frekansı 4000 Hz olup, periyot başına 80 örnek alınmıştır. 80 örnekli veri gruplarının BBA için yeterli olduğu gözlenmiştir.

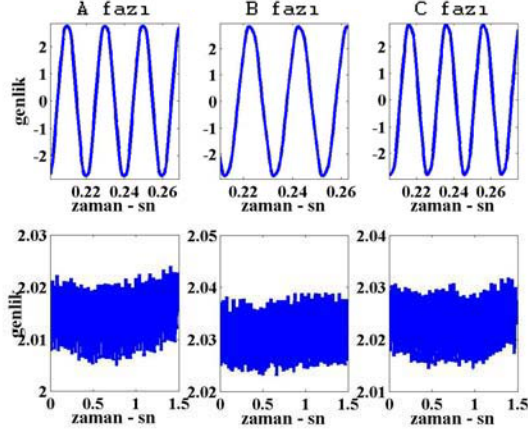
Arızasız durumda hesaplanan  $W$  matrisi kullanılarak elde edilen bağımsız bileşenler ile arızalı durumda hesaplanan bağımsız bileşenlerin farkının *norm*'unun karesi hata işareti olarak tanımlanmıştır.



$$hata = \|s_{arizasiz} - s_{TahminEdilen}\|^2 \quad (4)$$

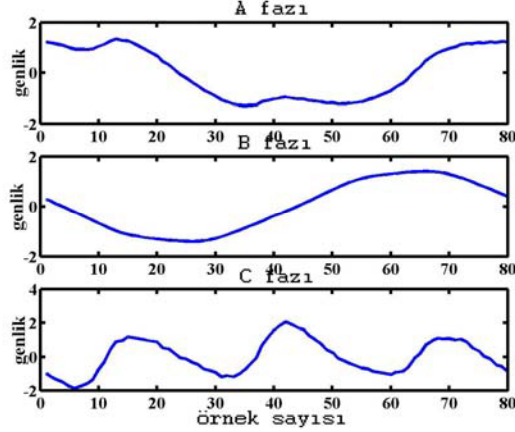
Gerçek zaman akım işareti NI-DAQ PCI 16MIO-E serisi bir veri toplama kartı kullanılarak örneklenmiş ve kaydedilmiştir.

Şekil 2’de normal çalışma koşulları altında (arızasız) anlık ve etkin motor akım değerleri görülmektedir.



Şekil 2. Normal çalışma koşulları altında anlık ve etkin değerler

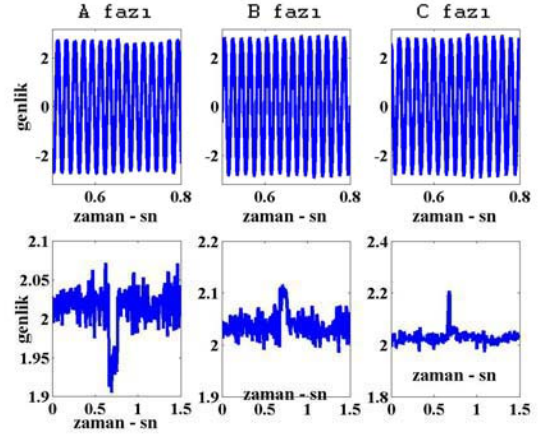
Birinci sırada yer alan şekiller her faza ait anlık değerleri, ikinci sıra yer alanlar ise her faza ait gerçek etkin değerleri göstermektedir. Arızasız duruma ilişkin hesaplanan bağımsız bileşenler ise Şekil 3’de görülmektedir.



Şekil 3. Her faza ait arızasız duruma ilişkin bağımsız bileşenlerin değişimi

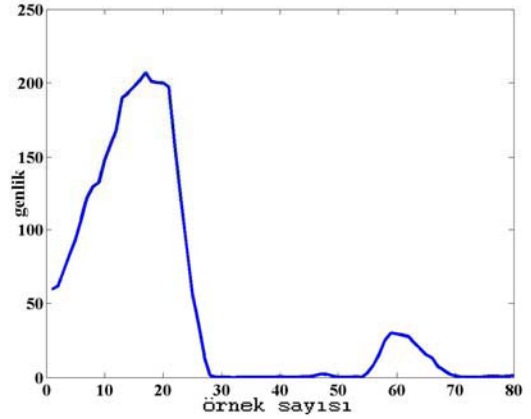
Stator sargıları içinde iç kısa devre arızalarını oluşturmak amacı ile stator sarımları kademeler halinde sarılmıştır. İç arıza akımının sargıya zarar vermemesi amacıyla arıza noktasına  $1.5 \Omega$ ’luk arıza direnci seri bağlanmıştır. Her faz sargısından 20 – 40 – 60 ve 80 sarımlardan kademe sargıları çıkartılmıştır. Şekil 4’de A fazında 60 – 80 arası 0.66 sn ve 0.76 sn arasında iç kısa devre arızası sonucu oluşan faz akımları ve bunların etkin değerleri görülmektedir.

Şekil 5’de ise BBA ile elde edilen bu arızalı duruma ilişkin hata vektörü görülmektedir. Hata vektörü (4) nolu eşitlik yardımıyla hesaplanmıştır.

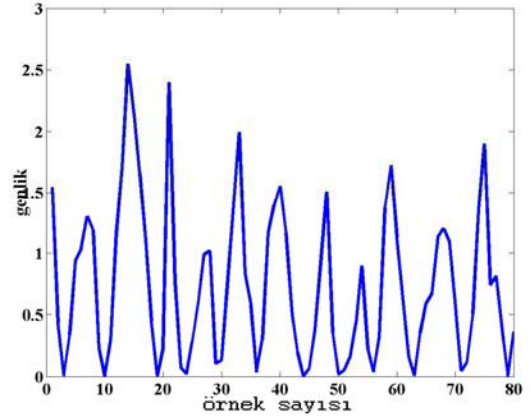


Şekil 4. A fazı stator sargısında iç arıza durumu

Şekil 6’da BBA yöntemi kullanılarak hesaplanan arızasız duruma ilişkin hata vektörü görülmektedir. Şekil 5 ve Şekil 6’daki hata vektörleri genlik bakımından karşılaştırıldığında arızalı durumdaki hata vektörünün genliğinin diğerine oranla çok daha yüksek olduğu görülmektedir. Önceden seçilecek bir eşik seviyesi kullanılarak stator iç sargı arızaları en kısa sürede algılanabilir.



Şekil 5. Arızalı duruma ilişkin hata vektörünün değişimi



Şekil 6. Arızasız duruma ilişkin hata vektörünü değişimi

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada asenkron motor iç arızaları için BBA tabanlı yeni bir arıza tespit yöntemi önerilmiş ve gerçekleştirilmiştir. Deneysel 3 fazlı 1KVA'lık asenkron motor üzerinde çok sayıda iç arıza çalışmaları yapılmış ve önerilen tekniğin arıza akımlarını başarı ile ayırt ettiği gözlenmiştir.

Gelecek çalışmada, BBA ve yapay sinir ağı kullanarak arızanın hangi sargıda ve hangi yüzde ile oluştuğu ele alınacaktır.

#### 5. Kaynakça

- [1] Kyusung Kim, Alexander G. Parlos, "Induction motor fault diagnosis based on neuropredictors and wavelet signal processing", IEEE/ASME Trans. On Mechatronics, Vol. 7, No. 2, June 2002.
- [2] P. Vas, *Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines*. Oxford, U.K.: Clarendon Press, 1993.
- [3] G. Didien, *et all*, "Fault detection of broken rotor bars in induction motor using a global fault index", IEEE Trans. On Industry Applications, Vol. 42, No. 1, January 2006.
- [4] Tak Son Cheang, Linzheng Zhang, "A new prototype of diagnosis system of inner-faults for three-phase induction motors developed by expert system", Electrical Machines and Systems, 2001. ICEMS 2001. Proceedings of the Fifth International Conference on Volume 1, 18-20 August 2001, Page(s):312 – 316.
- [5] Masoud Haji, Hamid A. Toliyat, "Pattern recognition – a technique for induction machines rotor fault detection 'eccentricity and broken bar fault'", Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE Volume 3, 30 Sept.-4 Oct. 2001 Page(s):1572 – 1578.
- [6] M.E.H. Benbouzid, H. Nejjari, "A simple fuzzy logic for induction motors stator condition monitoring", IEEE Transactions on Power Electronics Volume 14, Issue 1, January 1999, Page(s):14 – 22.
- [7] Benbouzid M. "A review of induction motors signature analysis as a medium for faults detection", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, No. 5, 2000, pp. 984-993.
- [8] I. Tsoumas, E. Mitronikas, A. Safacas, "Induction motor mixed diagnosis based on wavelet analysis of the current space vector", Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on Volume 3, 27-29 Sept. 2005 Page(s):2186 – 2191.
- [9] Mohamed El Hachemi, Michelle Vieira, Celine Theys, "Induction motors' faults detection and localization using stator current advanced signal processing techniques", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 14, No. 1, January 1999.
- [10] S.H. Chetwani, M.K. Shah, M. Ramamoorthy, "Online condition monitoring motors through signal processing", Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on Volume 3, 27-29 Sept. 2005 Page(s):2175 – 2179.
- [11] Mohamed El Hachemi, Michelle Vieira, Celine Theys, "Induction motors' faults detection and localization using stator current advanced signal processing techniques", IEEE Trans. On Power Electronics, Vol. 14, No. 1, January 1999.
- [12] Arfat Siddique, G.S. Yadava, Bhim Singh, "Identification of three phase induction motor incipient faults using neural network", IEEE Int. Symposium on Electrical Insulation, Indianapolis, USA, 19-22 September, 2004.
- [13] Vedam H. and V. Venkatasubramanian, "PCA-SDG based process monitoring and fault diagnosis", *Control engineering practice*, pp 903-917 vol.7,1999.
- [14] Zang H., A. K. Tangirala, S. Shah, "Dynamic process monitoring using multiscale PCA", *Proceeding of the 1999 IEEE Canadian conference on electrical and computer engineering*, pp 1579-1584, Edmonton, Alberta, Canada May 1999.
- [15] Haiging W., S. Zhihuan and L. Ping, "Improved PCA with optimized sensor locations for process monitoring and fault diagnosis", *Proceeding of the 39th IEEE Conference on Decision and Control*, pp 4353-4358, Sydney, Australia, December, 2000.
- [16] Moya E., G. I. Sainz, B. Grande, M. J. Fuente and J. R. Peran, "Neural PCA based fault diagnosis", *Proceeding of the European Control Conference*, pp 809-813, 2001.
- [17] <http://www.cis.hut.fi/projects/ica/fastica/> , En son erişim tarihi: 20/02/2007.
- [18] A. Hyvärinen. "Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis" *IEEE Transactions on Neural Networks* 10(3):626-634, 1999.
- [19] A. Hyvärinen. "Gaussian moments for noisy independent component analysis", *IEEE Signal Processing Letters*, 6(6):145-147, 1999.
- [20] Sanna Pöyhönen, Pedro Jover, Heikki Hyötyniemi, "Independent component analysis of vibrations for fault diagnosis of an induction motor", *Proceedings of IASTED International Conference Circuits, Signals, and Systems*, May 19-21, 2003, Cancun, Mexico.
- [21] G. Gele, M. Colas, C. Serviere, "Blind source separation: A tool for rotating machine monitoring by vibration analysis", *Journal of Sound and Vibration*, 248(5), 2001, page(s):865-885.

## Küçük Ebatlı Radomların Test Edilmesi

*Mustafa ECE<sup>1</sup>, Mustafa Yılmaz<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>2 nci Hava İkmal Bakım Merkez Komutanlığı  
Uçak FASBAT Md.lüğü, Kayseri  
mece@hvkk.mil.tr

<sup>2</sup> Makina Mühendisliği Bölümü  
Erciyes Üniversitesi, Kayseri  
yilmazm@erciyes.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, uçaklarda değişik amaçlarla kullanılan küçük ebatlı radomların (radar muhafazası) test edilmesi için gerekli ekipmanların temin, tasarım ve üretimi sağlanarak test işleminin gerçekleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu nedenle radom konusunda kısaca bilgi verilmiş, literatür taraması yapılmış, kurulacak test sistemi için gerekli olan sistem elemanlarının hazırlanması, tasarımı ve üretimi hakkında bilgi verilmiş, bilgisayar kontrollü olarak yapılan test işlemlerinden elde edilen veriler yorumlanmış ve ulaşılan sonuçlar değerlendirilmiştir.

### 1. Giriş

Radom radar antenlerinin üzerine kaplama şeklinde yapılan ve antenleri çevresel etkilerden koruyan yapılara verilen isimdir. İngilizce “radar” ve “dome” kelimelerinin birleşiminden oluşturulmuştur. “Radar”, radyo dalgalarının gönderilip, yansımaları alınarak cisimlerin yer ve uzaklığının tespitine yarayan aygıttır. “Dome” kelimesi ise, kubbe veya yarımküre anlamındadır.

#### 1.1. Radomun Görevi, Fonksiyonu ve Önemi

Radom, havacılık ve uzay faaliyetlerinde oldukça önem kazanan haberleşme, atış kontrol, yer komuta kontrol ve izlemede, füze güdüm teknolojisinde, yer ve deniz araçlarında kullanılan radarları çevresel etkenlerden koruyan, elektromanyetik ışınların bozulmadan geçebildikleri kompozit esaslı yapılardır. Bu yapıların kullanım görevi; anteni dış etkilerden (özellikle hava şartlarından) korumaktır.

Radarin içinden bakması gereken bir pencere olan radom, radarın pasif parçası olabilir ve hasarsız görünebilir, fakat radomun durumu radar performansını büyük ölçüde etkilemektedir. Bu sebeple havacılık ve uzay faaliyetlerindeki görevlerin kusursuz olarak yerine getirilebilmesinde, radomun fonksiyonlarını en ideal ölçülerde gerçekleştirdiğinden emin olunması önemli bir faaliyettir.

#### 1.2. Literatür Taraması

Haberleşme teknolojilerindeki gelişmelere paralel olarak radomların gelişiminin sağlanması ve radomlardan istenen performansın alındığının garanti edilebilmesi yönündeki çalışmalar artmıştır. Ülkemizde en kapsamlı radom test

kabiliyeti 2 nci Hava İkmal Bakım Merkez Komutanlığı (2 nci HİBM K.lığı)’nda bulunmaktadır. 2 nci HİBM K.lığındaki açık alan (outdoor) test kabiliyeti ile bir çok uçağın burun radomu açık alanda test edilebilmektedir. Ancak ülkemizde kapalı alanda (indoor), özellikle küçük ebatlı radomların test edilmesine yönelik herhangi bir çalışma tespit edilememiştir. Radom üzerine ülkemiz sınırları içerisinde çok kısıtlı da olsa bazı bilimsel çalışmalar yapılmıştır. S.ÇELİKEL, A.GÖRÜR [1] tarafından “Radom yapılarındaki anomalilerin radom performansına etkileri” konulu çalışma yapılmıştır. Konu ile ilgili Georgia Institute of Technology’de uzun süredir yapılan bir araştırma programında radomların dizayn teknolojileri üzerinde durulmuş, radom performansının yakın-alan (Near-Field) ölçüm teknikleri ve bu tekniğin uzak alan (Far-Field) ölçümlerine üstünlüğü deneysel olarak analiz edilmiştir [2].

#### 1.3. Çalışmanın Amacı

Radomlar, üzerini örttükleri radar antenlerini dış fiziksel etkilerden korurken, radar anteninin elektriksel performansını da yapısal olumsuzluklar nedeniyle olumsuz yönde etkilerler. Bu durum radoma giren ve radomdan çıkan elektromanyetik ışınların iletim kaybı, saçılması ve yansımaları şeklinde ortaya çıkar. Radom yapılarının neden olduğu ve radar performansını direkt olarak etkileyen unsurlar olan; iletim kaybının artması, görüş açısı hatası ve anten diyagram bozulması, bu amaçla geliştirilmiş test ve ölçüm sistemleriyle ölçülür ve değerlendirilir. Bu değerlendirmelerin amacı radomun anten performansını olumsuz yönde etkilememesi ya da bu etkinin kabul edilebilir seviyede olmasını sağlamaktır. Bu çalışma ile; yukarıda kısaca izah edilen test ihtiyacını karşılayabilecek, küçük ebatlı radomların üzerine monte edilebileceği bir pozisyonlandırıcı (fixture) tasarlayıp üreterek bunu bilgisayar kontrollü hale getirmek ve test işlemlerinde kullanmak amaçlanmıştır.

### 2. Radom Hasar Tespit, Onarım ve Test Faaliyetleri

Radomlarda tasarımdan, imalattan ya da kullanımdan kaynaklanan uygunsuzlukların öncelikle tespit edilmesi gerekmektedir. Hasarın tam olarak hangi bölgede ve hangi ebatlarda olduğunun tespit edilmesi onarım ve radomun sağlam olan kısımlarının da rahatsız edilmemesi açısından önemlidir. Bu tespit işlemlerinde metal para, ultrasonik test,

nem testi, mikrodalga testi, hasarsız kontrol yöntemleri kullanılabilir.[3] Radomda istenmeyen durumlar tespit edildikten sonra öncelikle hasar sınıflandırması yapılır. Bu sınıflandırma hasarın büyüklüğüne göre tasnif edilerek uygulanacak tamir yöntemine karar verilir. Radom tamiri için birçok değişik yöntemler olmakla birlikte; ıslak el ile yayma yöntemi, fiber malzeme takviyesi, yapıştırıcıyla ekleme, silikonlama ve kırık yamama en önemlilerindendir.[3]

Radomların kullanım amacına göre test işlemlerinde ölçülmesi gereken özellikler değişkenlik arz edebilmektedir. Ancak en geniş anlamda radom testlerinde ölçülmesi gereken parametreler; geçirgenlik (transmission), güç yansıması, pattern, anten ışın sapma oranı, fiziksel uygunluk, şeklinde sıralanabilir. Radom test sistemleri kapalı alan sistemleri (indoor systems) ve açık alan sistemleri (outdoor systems) olarak ikiye ayrılır. Kapalı alan test sistemlerinde tüm ölçüm cihazları ve radom aynı kapalı ortamda bulunur. Açık alan test sistemlerinde ise test tesisi iki kısımdan oluşur. Verici antenin bulunduğu verici binası ile radom pozisyonlandırıcı ile kontrol konsollarının bulunduğu ana binadır.

Kapalı Alan Sistemi kompakt alan tekniğine dayanır ve aşağıdaki alt sistemlerden oluşur. Alt sistemler, test sistem modülü içerisine toplanmıştır. Montaj modülü, yeteri kadar büyüklükte RF sızdırmaz kapalı bir alandan oluşmaktadır. Buna birleşik kontrol odası bulunmaktadır. Her bir kapalı alan kendi havalandırma, ısıtma ve basınç kontrol sistemlerini ihtiva eder. Basınçlandırma, test hücresi ve kontrol odası içerisinde pozitif bir basınç temin etmek ve toz ile diğer maddeleri elimine etmek için dış havayı pompalayarak elde edilir. Şekil 1’de bir kapalı alan radom test odası görülmektedir. Kompakt alan, yakın-alan pattern ölçümlerini gerçekleştirmek üzere, bilgisayarlı otomatik kontrol ve veri işleme ekipmanları ile birleştirilmiştir. [4]



Şekil 1: Kapalı Alan Radom Test Odası (Anechoic Chamber)

Kapalı alan test sistemleri, açık alan test sistemlerinin sağladığı bütün avantajları sağlamaktadırlar. Ayrıca test işlemlerinin azaltılması, büyük alan ihtiyacının elimine edilmesi, daha gelişmiş bir güvenlik, istenmeyen çevresel parazitlerin ortadan kaldırılması gibi faktörler, kapalı alan test sistemlerinin, açık alan test sistemlerine olan üstünlükleridir. Açık alan test sistemlerinin en büyük tercih sebebi maliyetinin düşük olmasıdır.

### 3. Test Düzeneginin Hazırlanması

Bu bölümde test düzeneginin hazırlanabilmesi için yapılan işlemler izah edilecektir. Yapacağımız test işlemi için gerekli olan test elemanları aşağıda listelenmiştir.

#### 3.1. Radom

Küçük ebatlı radomlar kapsamında test edilmesi hedeflenen radomlar, Hv.K.K.lığımızda test edilmesine ihtiyaç duyulabilecek radomlardan seçilmiştir. Bu kapsamda değerlendirilebilecek radomlardan biri F-16 Uçaklarında kullanılan Şekil 2’de görülen “Radar Warning Receiver Radomu”dur. Bu radomların projemizi etkileyen yönlerinin ağırlık ve pozisyonlandırıcıya bağlama kısımlarının büyüklükleri olacağı değerlendirilmiştir. Yapılan incelemeler neticesinde bu radomların en ağırlığının 2 kg, en büyüğünün çapının 12 cm., derinliğinin ise 25 cm. olduğu tespit edilmiştir. Bu veriler üretilecek pozisyonlandırıcının ve temin edilecek motorların özelliklerini belirlemede referans olarak kullanılmıştır.



Şekil 2: Testlerde Kullanılan Radom

#### 3.2. Motorlar

Motorlar radom pozisyonlandırıcının en önemli parçalarını teşkil etmektedir. Adım motorlarının: otomatik kontrol alanında yaygın olarak kullanılmaları, hız ve pozisyon kontrolünde geri besleme olmadan kontrol devrelerinde rahatlıkla kullanılabilmeleri, mevcut hatanın bir adımdan diğer adıma geçmemesi, kontrol devreleri ve bilgisayar kontrolü ile rahatlıkla kullanılabilmeleri, düşük hızlarda yüksek tork verebilmeleri, çok düşük hızlarda kullanılabilir olmaları gibi avantajlarından dolayı testlerimizde adım motoru kullanılmasına karar verilmiştir.

Motor tipinin seçiminden sonraki en önemli aşamalardan biri şüphesiz ki temin edilecek motorlardan beklenen özelliklerdir. Bu kapsamda ilk olarak test yapılması hedeflenen radomlar ve sistem imalatında kullanacağımız malzeme ağırlıklarını hesaplayarak, dönme “roll”, düşey “elevation”, yatay “azimuth” hareketini yaptıracağımız motordan beklediğimiz torklar hesaplanmış ve bu torku üretebilecek step motorun seçimi yapılmıştır. Bu değerlendirmelerle roll motoru için 1Nm., elevation motoru için 3 Nm. Azimuth motoru için 4.5 Nm’lik tork değerlerinin yeterli olacağı değerlendirilmiştir. Neticede aşağıda listelenen step motorları ve bu motorlara ait sürücü devreleri seçilmiştir. [5]

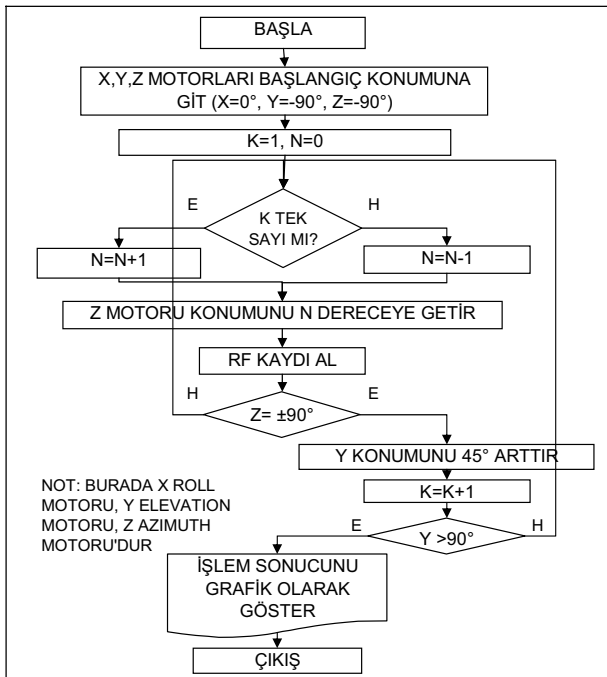
- Mini açılı MT23AK30046B401 Step Motor ve SDLWT180V Step Motor Sürücüsü.
- Mini açılı MT34AP37043M8 Step Motor ve SDLWD180V Step Motor Sürücüsü.
- Mini açılı MT34FN47035M8K Step Motor ve WPW08 Step Motor Sürücüsü.

#### 3.3. Sinyal Verici Anten, Sinyal Jeneratörü, Sinyal Alıcı Sinyal Dönüştürücü, Kontrol Ünitesi ve Sinyal Dönüştürücü – Kontrol Ünitesi Arabirimi

8.20-12.4 GHz aralığında çalışan “Model 640 Narda Standart Gain Horn ” sinyal verici anten olarak; “HP 8350B Sweep Oscillator” sinyal jeneratörü olarak; kullanılacak olan radomun kendi üzerinde bulunan sabit sinyal alıcı; “437B HP Power Meter” sinyal dönüştürücü olarak; Pentium III 866 kişisel bir bilgisayar kontrol ünitesi olarak; “General Purpose Interface Bus (GPIB) Card” arabirim olarak kullanılmıştır.

### 3.4. Yazılım

Yazılım olarak HP Basic Programlama dili kullanılmıştır. Hazırlanan yazılımla ilgili transmisyon testi algoritması Şekil 3’te, sunulmuştur. Hazırlanan yazılım ile bilgisayarın paralel portundan step motor sürücülerine sinyaller gönderilmekte, böylece motorların hareketi sağlanmaktadır. Bu hareketler esnasında da sinyal alıcı ve sinyal dönüştürücü vasıtasıyla alınan veriler GPIB kart üzerinden bilgisayara kaydedilmekte ve bunların analizi yapılmaktadır.



Şekil 3: Transmisyon Testi Algoritması

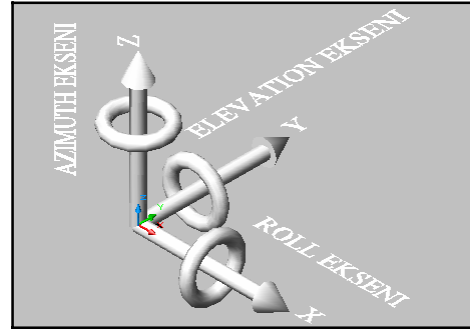
### 3.5. Pozisyonlandırıcı

Test edeceğimiz radom ve sinyal alıcı ünitelerini üzerinde üç eksende istediğimiz açılarda hareket ettirilebilecek özelliklerde bir pozisyonlandırıcı tasarlanmış ve üretilmiştir. Bu pozisyonlandırıcıda olmasını sağladığımız özellikler şunlardır:

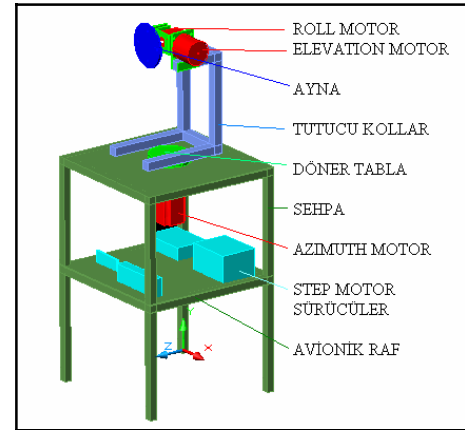
- Radomun montajının mümkün olması.
- Yeterli yapısal kararlılık ve sağlamlıkta olması.
- Üzerine bağlanacak olan radomun, Şekil 4’te gösterilen x ekseninde etrafında en az 180 derece “roll hareketi”, y ekseninde etrafında en az 90 derece “elevation hareketi”, z ekseninde etrafında en az 90 derece “azimuth hareketi” yapabilmesinin mümkün olması.

Özgün olarak tasarlanan ve üretilen pozisyonlandırıcı, ağırlığı en fazla 2.5 kg., çapı en fazla 21 cm. ve derinliği en fazla 27 cm. olan radom-sinyal alıcı ikilisinin “azimuth”,

“elevation” ve “roll” hareketlerini yapabilecek boyutlardadır. Şekil 5’de genel olarak sistem elemanları görülmektedir.



Şekil 4: Hareket Eksenleri



Şekil 5: Pozisyonlandırıcı Genel Görüntü

Test sisteminin mekanik montajının yanı sıra, sağlıklı bir şekilde çalışabilmesi için elektriksel bağlantıları yani kablolama işlemi de önem arz etmektedir. Sistem montajının tamamlanabilmesi için birimler arasındaki kablolar sistem emniyetini riske etmeden gerekli kalınlıklarda kablolarla yapılmış ve bu kablolar pozisyonlandırıcının hareketlerine engel olmayacak şekilde düzenlenmiştir. Motorların harekete ilk başlayacağı noktanın referans alınabilmesi için üç adet limit siviç motorlar üzerine yerleştirilmiştir. Sistem bağlantılarının bütün detaylarını gösteren şema Şekil 6’da sunulmuştur.

## 4. Yapılan Testler

Testlerde kullanılan F-16 uçaklarının “Radar Warning Receiver Radomu” sinyal alıcı ünitesinin fonksiyonelliğinde en önemli iki husus pattern ve transmisyon özelliği olduğu için test olarak pattern testi ve transmisyon testi yapılmıştır. Radom pozisyonlandırıcıya monte edildiğinde yapılacak olan hareketler, radomun uçağa montajlı halde maruz kaldığı ortam şartlarını simüle etmiş olacaktır.

### 4.1. Transmisyon Testi

Transmisyon testinden sinyal alıcı önce radomsuz olarak test edilerek değerler alınır. Daha sonra da radomlu olarak aynı işlem yapılarak iki ölçüm kıyaslanır. Eğer radomun RF



geçirgenliği kabul edilebilir limitlerin altında ise kullanımına izin verilmez. Bu transmisyon testinden beklenen radomun iletim miktarının en az %75, ortalama gücün en az %90 olmasıdır. Transmisyon testinde çalışma frekansı: 9 GHz'dir. Test elevation offset azimut tarama şeklinde yapılmıştır. Tarama esasındaki açı değerleri Roll değeri=0° olmak üzere Elevation 0°, ±45° ve ±90° değerleri için ±90° (180 derece) azimuth taramalar şeklindedir. Radom, roll pozisyonu değiştirilmeden sıfır derece roll açısında tutulur. Elevation offset değerleri -90°'den başlayarak +90°'ye kadar 45'er derece artırımlar yapılırken her değerde azimuth -90° +90° aralığında 180°'lik tarama yapar. Böylece radomun RF penceresi test işlemine tabi tutulmuş olur. Şekil 7'de grafiksel olarak hareketler gösterilmiştir.

## 4.2. Pattern Testi

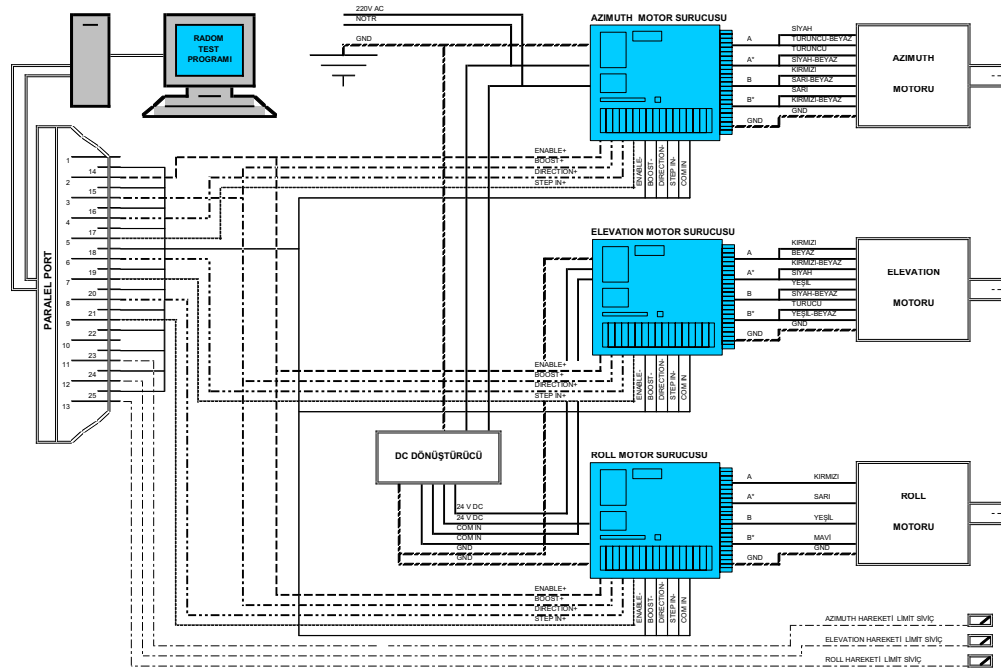
Pattern testinde beklenen, radomun sinyal alıcının patternini bozup bozmadığını anlamaktır. Bu test de radomlu ve radomsuz kıyaslama suretiyle gerçekleştirilir. Çalışma frekansı: 9 GHz.'dir. Test azimuth ofset, roll tarama şeklinde yapılmıştır. Tarama esnasındaki açı değerleri elevation

değeri=0° olmak üzere°, Roll=0°, ±45 ve ±90 Offset değerleri için ±90° (180 derece) Azimuth Taramalar şeklindedir. Radom, elevation pozisyonu değiştirilmeden sıfır derece elevation açısında tutulur. Roll offset değerleri -90°'den +90°'ye kadar 45'er derece artırımlar yapılrken her değerde azimuth -90° +90° aralığında 180°'lik tarama yapar. Böylece radomun RF penceresi test işlemine tabi tutulmuş olur. Şekil 8'de grafiksel olarak hareketler gösterilmiştir.

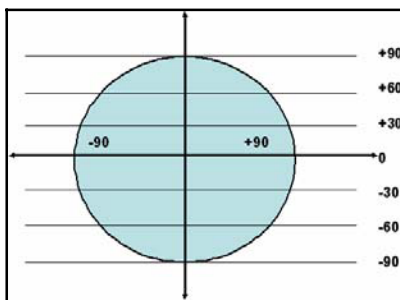
Şekil 9'da verilen ekran sayfası ile açılan program vasıtasıyla yapılan testlerde elde edilen veriler grafikler şeklinde aşağıda verilmiş ve değerlendirmeleri yapılmıştır.

### 4.3. Transmisyon Testi Sonuçları ve Değerlendirmesi

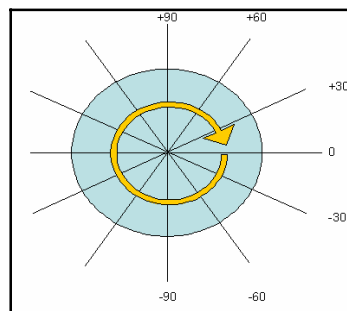
Transmisyon test grafiklerinden bazıları Şekil 10, Şekil 11, ve Şekil 12’de görülmektedir. Burada görüldüğü gibi radom alıcı antenin alım kabiliyetini biraz zayıflatmış olsa da bu zayıflatma hiçbir zaman %90 değerine inmemiştir.



Şekil 6: Sistem Bağlantı Şeması



Şekil 7: Transmisyon test hareketleri

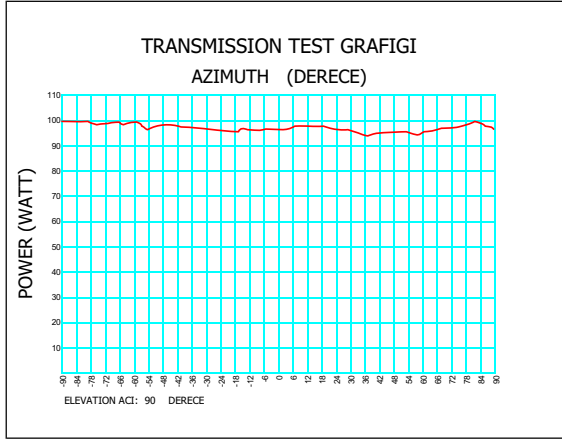


Şekil 8: Pattern Test Hareketleri

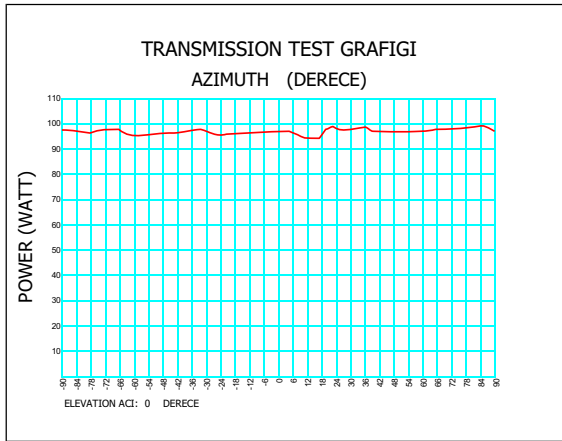


Şekil 9: Program Giriş Ekran Görüntü

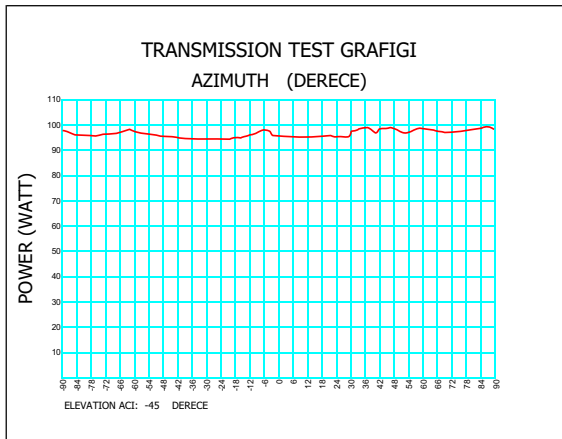
Transmisyon test grafiklerinden bazıları Şekil 10, Şekil 11, ve Şekil 12’de görülmektedir. Burada görüldüğü gibi radom alıcı antenin alım kabiliyetini biraz zayıflatmış olsa da bu zayıflatma hiçbir zaman %90 değerine inmemiştir.



Şekil 10: Transmisyon Test Grafiği (90° Elevation’da 180°’lik Azimuth Tarama)



Şekil 11: Transmisyon Test Grafiği (0° Elevation’da 180°’lik Azimuth Tarama)

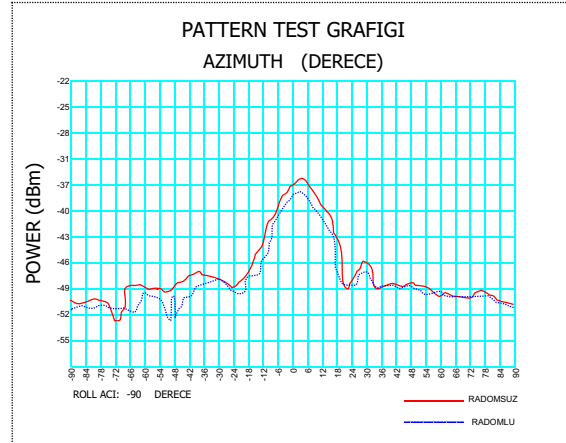


Şekil 12: Transmisyon Test Grafiği (-45° Elevation’da 180°’lik Azimuth Tarama)

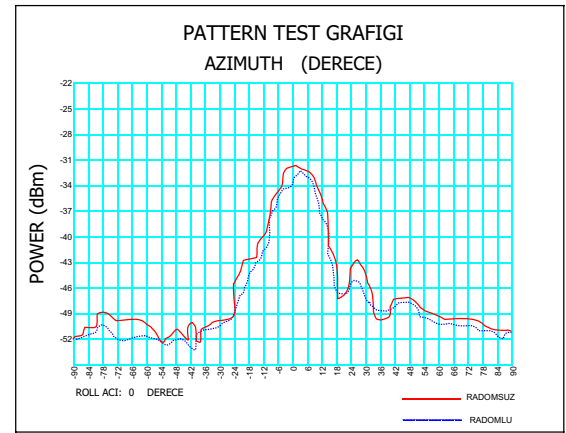
Bu durum radomun çok ideal bir radom olduğunun göstergesidir. Bu test diğer açı değerleri için de tekrarlanmış ancak veriler çok istikrarlı olarak sunulan grafiklere benzer çıkmıştır.

#### 4.4. Pattern Testi Sonuçları ve Değerlendirmesi

Pattern testlerinde elde edilen grafiklerden bazıları Şekil 12, Şekil 13 , Şekil 14 ve Şekil 15’te sunulmuştur. Testler neticesinde sinyal alıcının en iyi performansının merkez pozisyonundan  $\pm 30^\circ$  sağa ve sola konumunda olduğu görülmüştür.



Şekil 13: Pattern Test Grafiği (-90° Roll’da 180°’lik Azimuth Tarama)

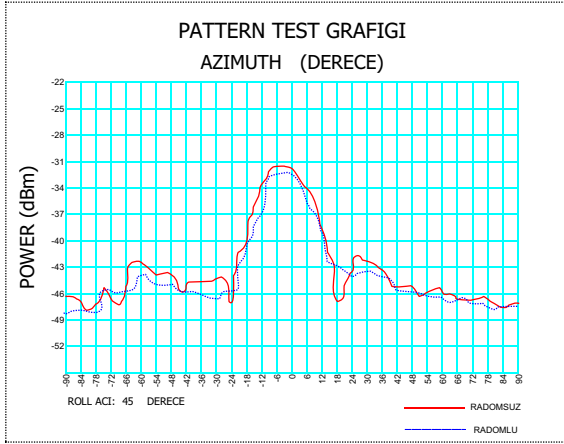


Şekil 14: Pattern Test Grafiği (0° Roll’da 180°’lik Azimuth Tarama)

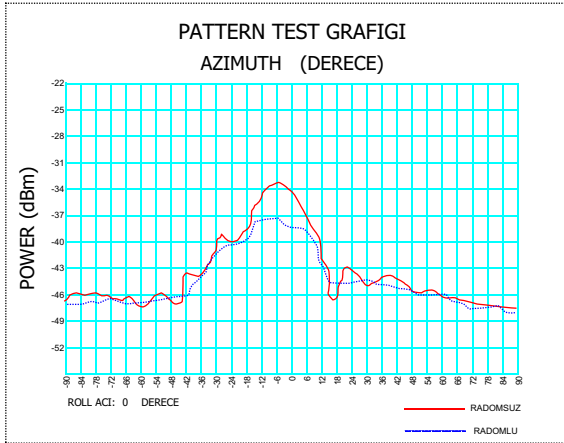
Radomsuz yapılan testte elde edilen verilerden, radomun ciddi bir pattern bozulmasına sebebiyet vermemesi üzerine radom üzerinde yapay bir bozucu etken yerleştirilerek test yapılmıştır. Bu test neticesinde alüminyum bant ile yapay olarak tam orta bölgesinden hasarladığımız radomun, sinyal alıcının performansını ciddi oranda, oranında azalttığı görülmektedir. Şekil 16’da yapılan bu testin verileri görülmektedir.

Tasarlayıp hazırladığımız test düzeneğinin, her yönüyle beklenen özelliklere cevap verdiği görülmüştür. Aynı testlerin tekrarlı olarak yapılması ve verilerin karşılaştırılması neticesinde elde edilen verilerin istikrarlı

olduğu, aynı ortam şartları altında aynı sonuçların elde edildiği görülmüş, tasarlanan sistemin çok iyi düzeyde görev edildiği görülmüş, tasarlanan sistemin çok iyi düzeyde görev yaptığı değerlendirilmiştir. Şekil 17’de testler esnasında çekilmiş bir adet fotoğraf sunulmuştur.



Şekil 15: Pattern Test Grafiği (45° Roll’da 180°’lik Azimuth Tarama)



Şekil 16: Yapay Bozucu Etkenli Radoma Ait Pattern Test Grafiği (0° Roll’da 180°’lik Azimuth Tarama)

## 5. Sonuç

Havacılıkta özellikle uçak ünitelerinin bakım onarım ve test işlemlerinde, uçuş simülasyonu yapmak, yani uçağın veya ünitelerinin uçak uçmadan havada uçuyormuş gibi davranmasını temin etmek, hem bakım onarım masraflarını en aza indirmekte hem de uçağın uçuş emniyetinin artırılması için büyük önem arz etmektedir.

Hazırlamış olduğumuz üç eksenli kontrol ve test düzeneği aslında bir radomun uçak uçuyorken maruz kaldığı ortam şartlarının yerde başarılı bir şekilde simüle edilmesini temin etmiş bulunmaktadır. Bütün testler boyunca yaptığımız azimuth hareketi uçağın “sapma” hareketine, roll hareketi uçağın “yalpa” hareketine ve elevation hareketi de uçağın “yunuslama” hareketine karşılık gelmektedir. Bu test düzeneğinin küçük ebatlı radomlar olarak tarif ettiğimiz radomların test edilmesinde kullanılmasında herhangi bir sakınca olmadığı görülmüştür. Hareketlerin bilgisayar

kontrolünde ve step motorlar marifetiyle yapılması test işlemlerindeki “kontrol” etkeninin yüksek olmasını sağlamış bu da testin doğruluk ve güvenilirliğini arttırmıştır. Çalışma, böyle bir sistemin daha başka uçak ünitelerinin testlerinde de kullanılabilmesi ihtimalini ortaya çıkarmış ve bu yönüyle çalışma ufuk açıcı olmuştur.



Şekil 17: Test Yaparken Çekilmiş Fotoğraf

Sonuç olarak; küçük ebatlı radomların test edilmesi hedefiyle başlatılan bu çalışmanın, test için gerekli malzeme ve ünitelerin temini, tasarım ve üretim çalışmalarının tamamlanması ve en son olarak montaj ve testlerin yapılması ile sonuçlandırılmıştır. Sonuçlanan bu projenin uygulamaya konulmasıyla, 2 nci HİBM K.lığının küçük ebatlı radomların test edilebileceği ve ayrıca indoor test kabiliyetini kazanması yönünde önemli bir adım olacağı değerlendirilmektedir. Ayrıca üç eksen kontrolü konusunda yapılan bu çalışma başka birçok konuda, yapılabilecek çalışmalara ışık tutar nitelikte olmuştur.

## 6. Kaynakça

- [1] S.ÇELİKEL, A.GÖRÜR “Radom yapılarındaki anomalilerin radom performansına etkileri” Sivil Havacılık Sempozyum Bildirisi, Erciyes Üniversitesi (1998).
- [2] B.JOY, R.E.WILSON, C.HILL, W.D.CARAWAY and S.J.EDWARDS “Near Field Measurement of Radome The Eight Electromagnetic W Symposium Georgia Institute of Technology Atlanta, (Eylül, 1986)
- [3] T.O. 1-1-24
- [4] EDWARD B.JOY, MICHAEL G.GULER, RICHARD E.WILSON, JOHN R. DUBBERLY, ASHLEY L.STAPPY, SCOTT C.WAID AND A.RENEE DOMINY, “Near Field Measurement of Radome Anomalies”, The Eighteenth Electromagnetic Window Symposium sayfa 137-151, (Eylül, 1986)
- [5] [http:// www.everetttronica.com](http://www.everetttronica.com)



# Renk Algılayıcı ve Renklere Göre Ayırıcı Sistem

Gülşah Özer<sup>1</sup>, Gökhan Bektaş<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Trakya Üniversitesi, Edirne  
gulsahozer@gmail.com

<sup>2</sup>Optoelektronik Bölümü  
TÜBİTAK UEKAE, Kocaeli  
gokhan@uekae.tubitak.gov.tr

## Özetçe

Bu çalışmada cisimlerin renklerini algılayıp, bu cisimleri renklerine göre ayrı ayrı depolayacak bir otomasyon sistemi yapılmıştır. Sistem, bir renk algılayıcısı, ışık kaynağı, adım motorlu taşıyıcı düzenek ve denetim işlerini yapan bir mikrodenetleyiciden oluşmaktadır. Geliştirme aşamasında, rengi algılanıp ayrılacak cisimler, üzeri renkli kağıt kaplı metal parçaları şeklinde seçilmiştir. Bu sayede bir elektromıknatıs kullanılarak bu parçaların tutulup başka bir yere taşınması daha kolay olacaktır.

## 1. Giriş

Yıllardır endüstriyel otomasyon sistemlerinde sıklıkla kullanılan basınç, sıcaklık, nem algılayıcılarının yanında, optik algılayıcılar da yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. En bilinen temel optik algılayıcılar, fotosel, fotodiyot, fototransistör, ve kameralardır. Bu algılayıcılar daha çok mesafe, parlaklık, şekil, hareket ve renk algılamak için kullanılmaktadır.

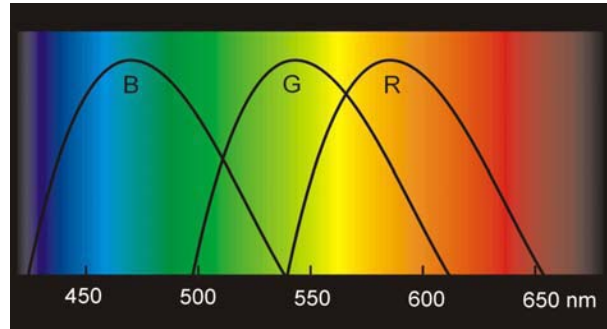
Renk, retinaya düşen ışığın değişik dalgalı boylarındaki bileşenlerinin beyin tarafından yorumlanması ile algılanır. İnsan gözü 380nm ile 780nm arasındaki dalgalı boylarını algılayabilir. Bu yüzden elektromanyetik spektrumun bu bölümüne görünür ışık denir. Tablo 1'de bazı renkler ve dalgalı boyu aralıkları gösterilmiştir.

Tablo 1 : Görünür ışık dalgalı boyları.

| Renk      | Dalgalı boyu (nanometre) |
|-----------|--------------------------|
| Kırmızı   | ~ 625-740                |
| Turuncu   | ~ 590-625                |
| Sarı      | ~ 565-590                |
| Yeşil     | ~ 500-565                |
| Camgöbeği | ~ 485-500                |
| Mavi      | ~ 440-485                |
| Mor       | ~ 380-440                |

Rengi ifade etmek için çeşitli modeller kullanılmaktadır. RGB (red-green-blue – kırmızı-yeşil-mavi) modeli, üç temel rengin karışımı ile tüm renkleri ifade eden en yaygın renk modelidir.

RGB modelinde harfler R:'Red' (Kırmızı), G:'Green' (Yeşil), B:'Blue' (Mavi) anlamına gelir. Bu modelin temeli insanın göz retinasında bu renklere karşılık gelen ışık algılayıcılarıdır. Bunların arasında kalan dalgalı boylarında da bu üç algılayıcının her biri değişik seviyelerde tepki verir ve bu tepki beyinde renk algısını yaratır. Örneğin gökkuşağının sarı olarak adlandırılan dalgalı boyunda bir ışık göze geldiğinde ağırlıklı olarak kırmızı ve yeşil algılayıcılar uyarılır. İnsan beyinde bu algılayıcıların toplam tepkisi sarı renk olarak yorumlanır. Kırmızı ışık geldiğinde ise sadece kırmızı algılayıcılar uyarılır. Hem kırmızı hem yeşil hem de mavi ışığın aynı anda gelmesi beyaz ışığı oluşturur. Bu yüzden, bu üç renkte ışık kaynağı varsa ve ayrı ayrı parlaklıkları ayarlanabiliyorsa tüm renkleri elde etmek mümkündür.



Şekil 1 : İnsan gözündeki renk algılayıcı hücrelerin duyarlılıkları.

Beyaz ışık, görünür bölgedeki tüm renklerin karıştırılmasından oluşur. Beyaz ışık kaynağından verilen ışık, beyaz bir cisme düştüğü zaman, cisim tüm renkleri eşit miktarda yansıtır. Eğer beyaz ışık kırmızı bir cisme düşürülürse, sadece kırmızı renk bileşenini yansıtır diğer renkleri yutacağından, cisim kırmızı olarak görülür. Aynı şey yeşil ve mavi renkler için de geçerlidir.

Tablo 2 : Işık bileşenlerinin değişik renklerdeki cisimlerden yansımaları.

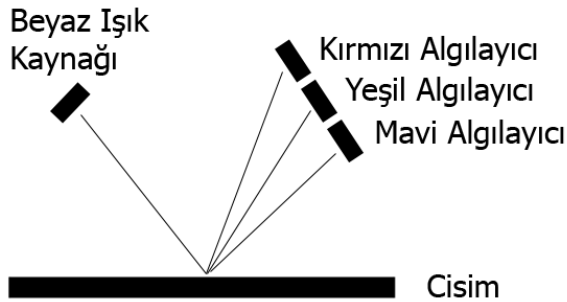
| Işık Kaynağı | Cismin Rengi | Yansıyan Işık |
|--------------|--------------|---------------|
| Beyaz        | Beyaz        | Beyaz         |
| Beyaz        | Kırmızı      | Kırmızı       |
| Beyaz        | Yeşil        | Yeşil         |
| Beyaz        | Mavi         | Mavi          |
| Kırmızı      | Beyaz        | Kırmızı       |
| Yeşil        | Beyaz        | Yeşil         |
| Mavi         | Beyaz        | Mavi          |
| Kırmızı      | Siyah        | Siyah         |
| Yeşil        | Siyah        | Siyah         |
| Mavi         | Siyah        | Siyah         |
| Kırmızı      | Kırmızı      | Kırmızı       |
| Kırmızı      | Yeşil        | Siyah         |
| Kırmızı      | Mavi         | Siyah         |
| Yeşil        | Kırmızı      | Siyah         |
| Yeşil        | Yeşil        | Yeşil         |
| Yeşil        | Mavi         | Siyah         |
| Mavi         | Kırmızı      | Siyah         |
| Mavi         | Yeşil        | Siyah         |
| Mavi         | Mavi         | Mavi          |

Tablo 2’de, RGB renk modeli kullanılarak, saf kırmızı, saf yeşil ve saf mavi ışık ve tek renkli cisimler kullanıldığı varsayılarak cisim rengi ve gelen ışık rengi ile yansıyan ışık renginin ilişkisi gösterilmiştir. Bu yansıma özelliklerini kullanarak basit renk algılayıcıları yapmak mümkündür.

### 1.1 Beyaz Işık Kullanan Algılayıcı

Beyaz ışık veren bir kaynak (örneğin beyaz LED) ve renkleri algılamak için ışığa duyarlı elemanlar kullanılabilir.

Cisme beyaz ışık düşürülüp, üç ayrı renge duyarlı üç algılayıcının çıkış gerilimleri ayrı ayrı okunur, birbirleriyle karşılaştırılıp renge karar verilir.



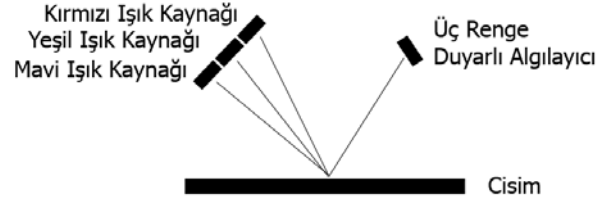
Şekil 2 : Tek ışık kaynaklı renk algılayıcı.

Algılayıcıların sadece bir renge duyarlı olması, önlerine renk filtreleri yerleştirilerek sağlanabilir.

### 1.2 Kırmızı-Yeşil-Mavi Işık Kullanan Algılayıcı

Işık kaynağı olarak, kırmızı, yeşil ve mavi LED'ler kullanılabilir. LED'ler tek tek yakılır ve her biri için algılayıcının çıkış gerilimi okunur. En yüksek yansıma, en yüksek gerilimi verecektir. Örneğin mavi bir cisim, mavi ışığı

en fazla yansıtacağı için algılayıcı mavi ışık açıkken en yüksek çıkışı verecektir. Kırmızı ve yeşil ışıklar açıkken çok düşük bir çıkışa sahip olacaktır.



Şekil 3 : Üç ışık kaynaklı renk algılayıcı.

## 2. Renk Algılayıcı ve Renklere Göre Ayırıcı Sistemin Tasarımı

Bu çalışmada cisimlerin renklerini algılayıp, bu cisimleri renklerine göre ayrı ayrı depolayacak bir otomasyon sistemi yapılmıştır. Sistem, bir renk algılayıcı, ışık kaynağı, adım motorlu taşıyıcı düzenek ve denetim işlerini yapan bir mikrodenetleyiciden oluşmaktadır. Rengi algılanıp ayrılacak cisimler metal oldukları için taşınmaları için elektromıknatıs kullanılmıştır. Kullanılan metal numune parçalarını renklendirmek için yüzeyleri renkli kağıtlar ile kaplanmıştır.

Çalışma süresince, cisimlerin rengini algılayacak ve renge göre işlem yapacak, mikrodenetleyicili bir elektronik devre tasarlanıp gerçekleştirilmiştir. Bu mikrodenetleyicinin kontrol ettiği bir elektromıknatıs ve adım motoru, cisimlerin taşınması için kullanılmıştır.

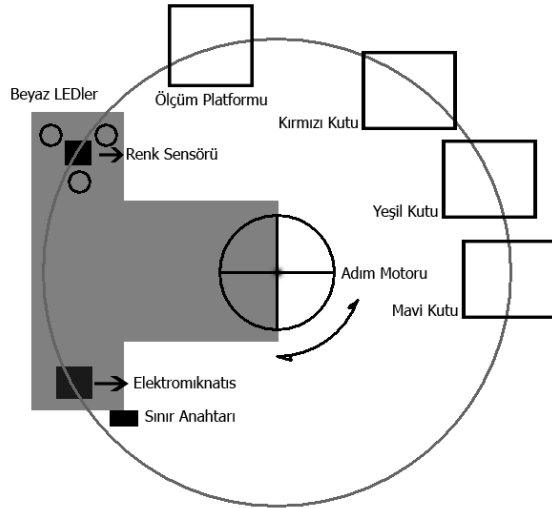
Kullanılan adım motoru, düşey pozisyonda durmaktadır ve bu motorun miline, diğer tüm devre elemanlarını içeren baskı devre kartı monte edilmiştir. Taşınacak cisimler çok hafif olduğundan baskı devre kartı, aynı zamanda taşıyıcı eleman olarak kullanılmıştır. T harfi şeklinde tasarlanan kartın, kısa kenarının bir ucunda renk algılayıcı ve üç adet beyaz LED'den oluşan aydınlatma sistemi, diğer ucunda ise elektromıknatıs vardır. Elektromıknatısın çalışıp çalışmadığının görülebilmesi için paralel bir LED de elektromıknatısa bağlanmıştır.

İlk aşamada sadece temel renklerin algılanıp ayrılması amaçlanmıştır. Bu sebeple, kırmızı, yeşil ve mavi kağıtlarla kaplanmış metal parçalarından numuneler hazırlanmıştır. Devre kartının üzerinde gösterge amacıyla kullanılan, kırmızı, yeşil ve mavi LED'ler, algılanan renge göre, cismin tutulması ve taşınması süresince yanmakta, böylelikle sistemin çalışması sırasında ne yapmakta olduğunun daha rahat anlaşılması sağlanmaktadır.

Baskı devre kartı, monte edilmiş olduğu adım motoru sayesinde 360 derece döndürülebilmektedir. Motorun çalışma sırasında, dört ayrı konumda durması öngörülmüştür:

### 2.1. Başlangıç Konumu

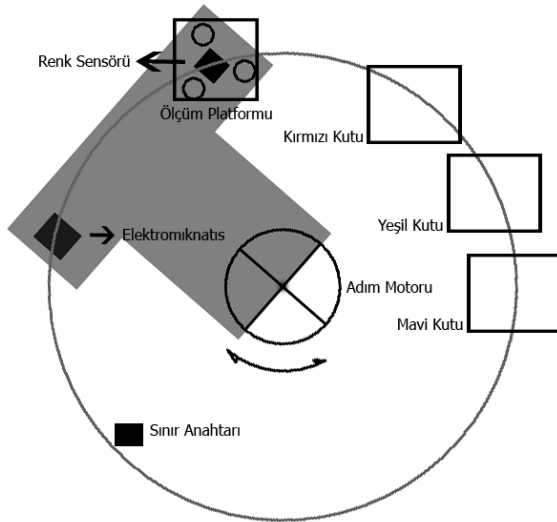
Sisteme ilk enerji verildiği anda sistem, adım motorunun saat yönünün tersine bir dönüş hareketi yapar. Dönmekte olan baskı devre kartının, başlangıç konumunu belirten sınır anahtarına temas etmesine kadar hareket sürer. Böylelikle sistem Şekil 4'te gösterilen başlangıç konumunu alır. Diğer tüm konumların motor adımı cinsinden mesafeleri, başlangıç konumu referans alınarak belirlenmiştir.



Şekil 4 : Başlangıç konumu.

## 2.2. Ölçüm Konumu

Adım motorunun saat yönünde 50 adım atması ile renk algılayıcısı, cismin bulunduğu platformun üzerine gelir. Bu konumda sistemin durumu Şekil 5'te gösterilmiştir. Ölçüm sırasında beyaz aydınlatma LED'leri 250ms boyunca yanarak cismi aydınlatır. Cismin rengi algılandığı takdirde adım motoru sayesinde sistem hareket eder ve tutma pozisyonuna geçer. Daha önceden tanımlanmamış bir rengin algılanması halinde sistem cismi olarak platform dışına taşıyıp bırakır.



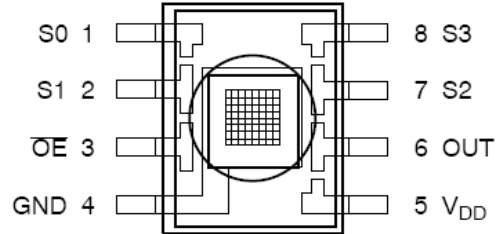
Şekil 5 : Ölçüm konumu.

### 2.2.1. Renk Ölçümü

Cisimlerin, sistem ölçüm konumundayken, renk algılayıcısının altına başka bir otomasyon sistemi ile geleceği varsayılmıştır. Bu yüzden denemeler boyunca cisimler, algılayıcının altındaki platforma el ile konulmuştur. Bu platformun yüksekliği, cismi aydınlatan LED'lerin odak uzaklığı ve cisimden yansıyan

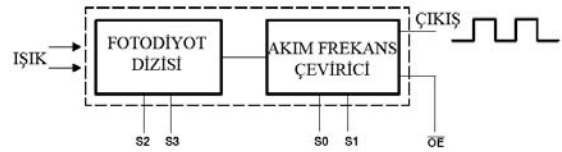
ışığın miktarının kritik olması nedeniyle hassas bir şekilde ayarlanmalıdır. Böylelikle renk algılayıcı ile cisimlerin mesafesinin optimumunda tutulması sağlanabilir.

Cisimlerin renklerinin algılanması için Texas Instruments firmasının alt kolu olan TAOS Inc.'e ait TCS230D adlı ışık-frekans dönüştürücü entegre devresi kullanılmıştır. Üzerinde kırmızı, yeşil, mavi ve beyaz ışığa duyarlı fotodiyotlar ile, bu fotodiyotların akımlarını frekansa dönüştürmek için kullanılan akım-frekans dönüştürücü devre yer alır.



Şekil 6 : TCS230D renk algılayıcı entegre devresi.

Algılayıcının çıkış sinyali 6 numaralı OUT adlı bacadan alınır. Çıkış sinyalinin frekansı seçili olan fotodiyot grubunun üzerine düşen ışığın şiddeti ile doğrudan orantılıdır. 16 fotodiyot mavi filtreye, 16 fotodiyot yeşil filtreye, 16 fotodiyot kırmızı filtreye sahiptir. 16 fotodiyodun önünde ise renk filtresi yoktur. Aynı renk filtreye sahip her 16 fotodiyot birbirine paralel bağlanmıştır. Fotodiyotların her biri 120µm boyutundadır.



Şekil 7 : TCS230D entegresinin iç yapısı.

Renk algılama devresi, öncelikle beyaz aydınlatma LED'leri kapalıyken, kırmızı, yeşil ve mavi ışık ölçümü yapar ve üzerine çevredeki ışık kaynakları yüzünden ( Güneş, lamba gibi ) doğrudan veya dolaylı olarak düşen ışığın bileşenlerinin miktarını ölçer. Ardından beyaz LED'ler çalıştırılır ve tekrar ölçüm yapılır. LED'ler açıkken yapılan ölçümden kapalıyken yapılan ölçüm sonuçları çıkarılır. Bu sayede ortam ışığının ölçüm sonuçlarını etkilemesi engellenmiş olur. Aksi takdirde, ortamın kalibrasyonun yapıldığı ana göre aydınlık veya karanlık olmasına, ortamı aydınlatan ışığın türünün değişmesine göre hatalı ölçümler yapılması söz konusu olacaktır.

Tablo 3 : TCS230D entegresinin çıkış ayarı girişleri.

| S0 | S1 | Çıkış   |
|----|----|---|
| 0  | 0  | Güç Tasarrufu Modu ( Çıkış yok )                            |
| 0  | 1  | %2 ölçek. Normal çıkış frekansının %2'si maksimum frekans   |
| 1  | 0  | %20 ölçek. Normal çıkış frekansının %20'si maksimum frekans |
| 1  | 1  | %100 ölçek.   |

TCS230D entegresinin S0 ve S1 bacakları, akım frekans çeviricinin çıkış frekansını ölçeklemek için kullanılır. Bu bacaklar mikrodenetleyicinin çıkışlarına bağlanmıştır. Çıkış frekansı 1/5 veya 1/50 oranında yavaşlatılarak kullanılabilir. Tablo 3'te çıkış ayarlarına ait tablo verilmiştir.

Kullanılan mikrodenetleyici entegre devresi PIC18F2320'nin TIMER1 sayma ünitesi, harici girişle sayacak şekilde ayarlanıp, algılayıcının çıkışı bu ünitenin girişine bağlandığından, %100 ölçekte dahi sorunsuz bir şekilde çıkıştaki darbeler sayılabilmektedir. Bu yüzden S0 ve S1 girişleri kullanımda 1 yapılmıştır.

S2 ve S3 girişleri ile, üzeri filtre kaplanarak belli bir renge duyarlı hale getirilmiş fotodiyot gruplarından biri seçilerek, algılayıcının üzerine düşen ışığın, sadece o bileşenin şiddeti ölçülebilir. Örneğin, kırmızı bir cisim, beyaz ışıkla aydınlatılırsa, cisimden sadece kırmızı ışık yansayacaktır. Yansıyan ışık sensörün üzerine düşürülürse ve, sırayla kırmızı, yeşil ve mavi ışığa duyarlı fotodiyot grupları tek tek etkinleştirilip, sensörün çıkış frekansı ölçülürse, en yüksek frekansın, kırmızıya duyarlı fotodiyotlar seçtiği zaman alındığı görülecektir. Diğer renkler için de aynı şey geçerlidir. Algılayıcının üzerine düşen ışığın bileşenlerinin şiddetinden faydalanarak, hangi renk olduğuna karar vermek mümkün olabilmektedir. Tablo 4'te renk seçimi girişleri ile etkinleştirilen fotodiyotların tablosu verilmiştir.

Tablo 4 : TCS230D entegresinin renk seçimi girişleri.

| S2 | S3 | Seçili Olan Fotodiyot Grubu          |
|----|----|--------------------------------------|
| 0  | 0  | Kırmızı                              |
| 0  | 1  | Mavi                                 |
| 1  | 0  | Beyaz (Filtresiz Fotodiyotlar aktif) |
| 1  | 1  | Yeşil                                |

Ölçüm öncesinde, TIMER1 sayacı sıfırlanmakta, 50ms beklenip TIMER1 sayacının değeri okunmaktadır. Böylece 50ms içinde kaç adet darbe geldiği sayılmış olmaktadır. Eğer ışık şiddeti yüksek ise, okunan değer büyük, düşük ise okunan değer küçük olacaktır. Bunun için "say" adı verilen fonksiyon kullanılmıştır:

```
int16 say( void ) {
    int16 sayac;
    sayac = 0;
    SET_TIMER1( 0 );
    Delay_Ms( 50 );
    sayac = GET_TIMER1();
    return sayac;
}
```

### 2.1.2. Renk Ölçümü Kalibrasyonu

Sistemde üç ana renk olan kırmızı, yeşil ve mavinin algılanması amaçlanmıştır. Cismin hangi renk olduğuna, kırmızı, yeşil ve mavi filtre grupları etkinken "say" fonksiyonunun döndürdüğü değerlerin hepsinin bir arada değerlendirilmesi ile karar verilmektedir. Bu değerlerin

sınırlarının belirlenmesi için bir kalibrasyon aşaması geliştirilmiştir.

Kalibrasyon için 50ms boyunca, TCS230D'nin verdiği darbe sayısını sayacak, mikrodenetleyicinin bir çıkış bacağından, bu darbe sayısı ile orantılı uzunlukta darbe vermesini sağlayacak bir kod parçası yazılmıştır. TCS230D'den aldığı her darbe için 1ms olacak uzunlukta bir darbe vermesi sağlandığından, örneğin 50ms'de 9500 darbe sayılmışsa, toplam uzunluğu 9.5sn olan bir darbe üretilmektedir. Kalibrasyon için bu kod çalıştırılıp sırasıyla kırmızı, yeşil ve mavi cisimler algılayıcının karşısına konarak, mikrodenetleyicinin verdiği darbenin uzunluğu osiloskop ile ölçülmüştür ve Tablo 5'te verilen değerler elde edilmiştir. Bu değerler ölçümlerden ortam ışığının değeri çıkarılmış halini göstermektedir.

Tablo 5 : Renk Ölçümü Kalibrasyonu Değerleri

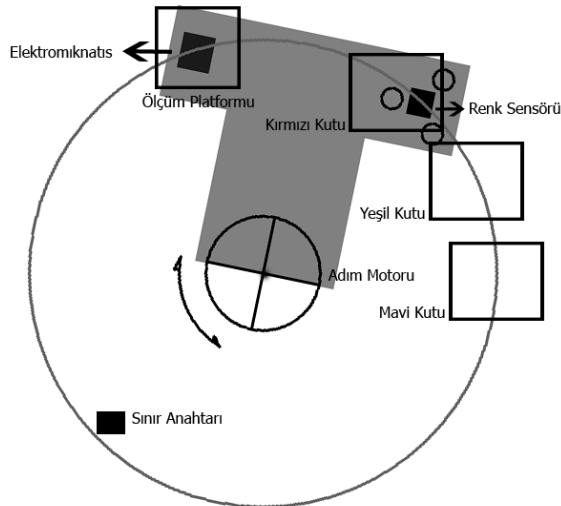
| Cisim   | Kırmızı Değer | Yeşil Değer | Mavi Değer |
|---------|---------------|-------------|------------|
| Kırmızı | 13250         | 3950        | 3350       |
| Yeşil   | 5750          | 7400        | 4650       |
| Mavi    | 7550          | 7650        | 9750       |

Sistem her ölçüm yaptığında, okuduğu kırmızı, yeşil ve mavi değerlerini, kalibrasyon değerleri ile karşılaştırarak değerlendirmekte ve cismin hangi renk olduğuna karar vermektedir.

Üç temel rengin algılanması sağlandıktan sonra mikrodenetleyiciye bağlanan iki buton ile sistemin herhangi bir numuneyi referans alarak yeni renkler öğrenebilmesi sağlanmıştır. Sisteme enerji verilirken bu butonlardan biri olan 'öğrenme' butonuna basılı tutularak öğrenme moduna girilir. Öğrenme moduna girildikten sonra birinci renk kanalının gösterge LED'i olan kırmızı LED sürekli yanıp sönerek, öğrenme butonuna tekrar basılırsa, yapılacak ölçüm sonucu alınacak olan referans değerlerinin, birinci kanala kaydedileceğini gösterir. Diğer buton olan 'kanal' butonu ile sırayla diğer kanallar seçilip, bu kanallara yeni renkler tanımlanabilir. Hangi kanal aktifse, o kanalın gösterge LED'i yanıp sönerek aktif kanalı gösterir. Yeni renk tanımlanırken, karanlık ölçümü, ardından beyaz LEDler ile normal ölçüm yapılır. Karanlık ölçümünde alınan değerler normal ölçümden çıkarılır ve hangi kanal aktifse, mikrodenetleyicinin EEPROM'unda o kanal için ayrılmış olan bölgeye bu değerler yazılır. Sistem her açıldığında bu değerleri EEPROM'dan geri okuduğu için, öğrenilen renkler, sistemin enerjisi kesildikten sonra da tanınabilir. Normal çalışma modundayken, daha önceden tanımlanmış bir renk algılanırsa, birinci kanalla eşleştirilmişse, kırmızı numune kutusuna, ikinci kanalla eşleştirilmişse, yeşil numune kutusuna, üçüncü kanalla eşleştirilmişse, mavi numune kutusuna taşınır ve bırakılır.

### 2.3. Tutma Konumu

Ölçme işleminden sonra, adım motorunun saat yönündeki dönme hareketi ile sistem Şekil 8'de gösterilen tutma konumuna geçer. Bu konumda, elektromıknatıs cismin tam üzerine gelir ve elektromıknatıs enerjilendirilerek cismin tutulması sağlanır. Renk algılayıcı ve elektromıknatıs, merkezi adım motorunun mili olan aynı yay üzerine denk gelecek şekilde monte edildikleri için, sistemin dönme hareketinden sonra, elektromıknatıs, tam olarak renk algılayıcının gördüğü noktaya gelir.



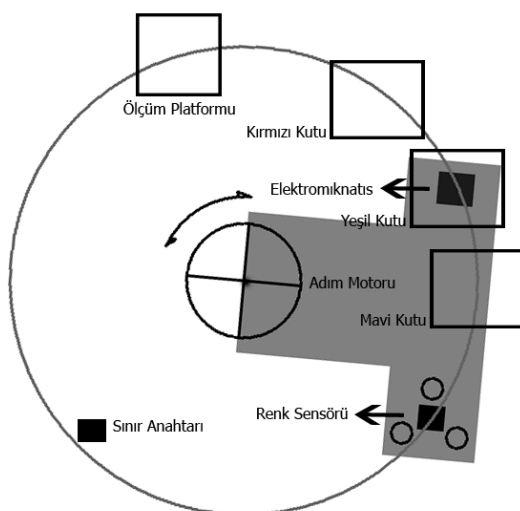
Şekil 8 : Tutma konumu.

## 2.4. Birakma Konumu

Ölçüm konumunda rengi algılanıp, tutma konumunda elektromıknatis tarafından tutulan cisim, adım motorunun saat yönündeki dönme hareketi ile kırmızı, yeşil veya mavi renklerdeki cisimlerin atıldığı depolama kutularından birinin üzerine gelir. Şekil 9'da örnek olarak yeşil renkli cisim için sistemin konumu gösterilmiştir.

Kırmızı, yeşil ve mavi depolama kutuları belirli uzaklıklarla, renk algılayıcı ve elektromıknatısın üzerinden geçen yay üzerine denk gelecek şekilde yerleştirilmiştir. Mikrodenetleyici, algıladığı renge göre sistemin değişik açılarda dönmesini sağlayarak, elektromıknatıs ile tutulmuş olan cismi, rengine karşılık gelen kutunun üzerine taşır. Elektromıknatısın enerjisi kesilir ve cismin yerçekimi sayesinde kendi rengine ait kutuya düşmesi sağlanır.

Eğer cismin rengi tanımlanamamışsa adım motoru saat yönünün tersi yönde, sınır anahtarına kadar döner ve elektromıknatısın enerjisini keserek cismi sistem dışına atmış olur.

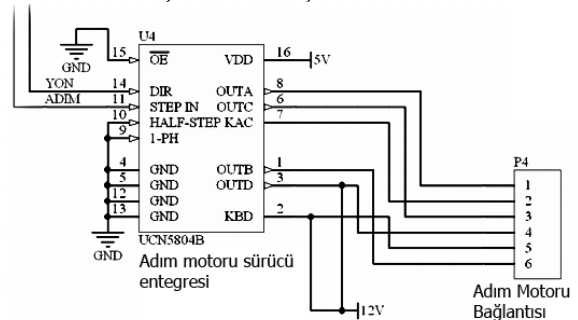


Şekil 9 : Bırakma konumu.

## 2.5. Adım Motoru Sürücü

Sistemde 200 adım/tura sahip bir adım motor kullanılmıştır. Kullanılan adım motorunun sürücüsü de T harfi şeklindeki baskı devre kartının üzerinde gerçekleştirilmiştir. Adım motorunu sürmek için Allegro firmasının UCN5804B adlı adım motoru sürücü entegresi kullanılmıştır.

UCN5804B, sadece yön ve adım darbesi girişleri ile kontrol edilerek bir adım motorunu sürülebilmektedir. Yön girişine 0 veya 1 verilmesine göre motorun dönme yönü seçilmektedir. Adım darbesi girişine her darbe sinyali verildiğinde motor bir adım atar. Şekil 10'da adım motor sürücüsünün devre şeması verilmiştir.



*Şekil 10 : Adım motoru sürücü devresi*

### 3. Tartışma

Ölçüm donanımı geliştirildikten sonra, yazılım geliştirme ve test sırasında, sistemin ortam ışığından etkilenecek cisimlerin renklerini hatalı algılayabildiği farkedilmiştir. İlk yazılımda, sistem ölçüm sırasında cisim beyaz LEDlerle aydınlatmakta, kırmızı, yeşil ve mavi ışık bileşenlerini ölçüp, cismin rengine karar vermekteydi. Ancak ölçülen ışık bileşenlerinde, cisimden yansıyan beyaz LED ışığının yanında, algılayıcıya ortam ışığı da gelmektedir. Bu yüzden, floresan lamba ile aydınlatılmış bir odada kalibrasyonu yapılmış sistem, güneş ışığı alan bir odada, cisimlerin renklerini tanımlayamamakta veya yanlış tanımlamaktaydı.

Bu sorunu çözmek için yazılımda, beyaz LEDler yakılmadan önce ortam ışığının bileşenlerinin ölçülmesi ve ardından LEDler yanıyorken ölçülen bileşenlerden çıkarılması sağlandı. Böylece ölçümlerin ortam ışından etkilenmemesi sağlanmıştır.

## 4. Sonuçlar

Bu çalışmada endüstriyel amaçlı renk ayırma sistemi modeli yapılmış ve çalıştırılmıştır. Bu model saha uygulamalarında kullanılabilecek benzer sistemlerin geliştirilmesinde çıkabilecek sorunların tespiti ve çözülmesinde yardımcı olması amacıyla tasarlanmıştır. Saha uygulamalarında, taşıyıcı sistem, uygulamaya uygun olacak şekilde pnömatis, piston, bantlı konveyör gibi elemanlarla tekrar tasarlanabilir.

## 5. Kaynakça

- [1] Electro-Optics Handbook, Waynant, R.W. and Ediger, M.N., Editors, Optical and Electro-Optical Engineering Series, McGraw-Hill, 1994.

- [2] Waldman, Gary, Introduction to Light, The Physics of Light, Vision and Color, Prentice-Hall, 1983.
- [3] PIC18F2220/2320/4220/4320 Datasheet, Microchip Technology Inc., 2003.
- [4] TCS230D Programmable Color Light-To-Frequency Converter Datasheet, Texas Advanced Optoelectronic Solutions Inc., 2007.
- [5] ULN5804 BiMOS II Unipolar Stepper-Motor Translator / Driver Datasheet, Allegro Microsystems Inc., 1998.
- [6] ULN2803A Darlington Transistor Array Datasheet, Texas Instruments, 2006.

## PLC Tabanlı Vinç Otomasyonu

Eda Kocaman<sup>1</sup>, Semir Beyaztunç<sup>2</sup>, Musa Alci<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ege Üniversitesi, Lisans Öğrencisi, İzmir  
eda\_kocaman@yahoo.com

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ege Üniversitesi, Lisans Öğrencisi, İzmir  
msemirb@gmail.com

<sup>3</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Ege Üniversitesi, İzmir  
musa.alci@ege.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışma vinç kontrolü üzerine yapılmış bir uygulama üzerinedir. Uygulamayı gerçekleştirmek amacıyla donanımlar kullanılarak devre yapısı ve devreyi yönetecek yazılım tasarlanmıştır. Uygulamadaki temel hedef motor milinin dönüş yönü ve hızının programlanabilir mantıksal denetleyici aygıtları (PLC) kullanılarak kontrol edilmesidir. Böyle bir sistemin nerelerde hangi amaçlarla kullanılabileceğinden bahsedilerek ve aynı zamanda yazılım ve donanım ayrıntılarıyla tanıtılmıştır. Proje tasarım aşamaları, donanımların ara bağlantı şekilleri ve birbirleriyle entegre edilmesi, çalışma düzeni, dinamik kontrolün sağlanma biçimi anlatılmıştır.

### 1. Giriş

Bu uygulama çeşitli alanları içine almaktadır. Bunlardan bazıları, mühendislik alanındaki çalışma ortamlarından bir tanesi olan fabrika tesis kontrolü kapsamında ileride karşılaşmamız muhtemel olan AC asenkron motorların çalışma prensipleri [1], frekans dönüştürücünün içyapısı, elektriksel bağlantıları, parametre ayarları, devreye alınması, girilen parametre değerleri ile çalışma şeklinin istenildiği şekilde belirlenmesi [2], PLC programlama [3], PLC kontrolünü sağlamak için gerekli yazılımın Simatic Manager ile hazırlama [4], PC-PLC arası haberleşmenin kurulması, PLC modüllerinin tanınması, giriş ve çıkış bağlantılarının yapılması, proje için gerekli her türlü donanım elemanının tanınması, çalışma mantıklarının öğrenilmesi [5][6] gibi alanlarda teorik bilgi, pratik uygulama becerisi ve deneyim sahibi olmamızı gerektirmektedir.

Böyle bir proje sayesinde endüstriyel bir ağır sanayi kuruluşunda çalışma imkânı bularak, oradaki zor çalışma koşullarını, sanayi tesisat yapısını, çalışma esnasında karşılaşılabilecek hayati tehlikeleri, fabrikanın enerji sistemini

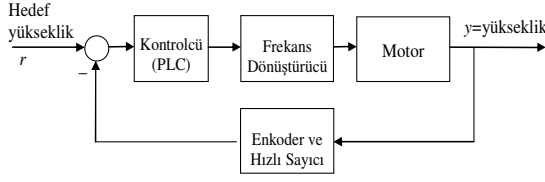
ve en önemlisi insan ilişkilerini ve mühendislik disiplini yerinde etüt etmiş olduk. Bununla birlikte böyle bir ortamda bir proje geliştirerek endüstriyel cihazları kullanma şansını bulduk.

### 2. Sistemin Tanıtımı ve Çalışma Prensipleri

Sistem temel olarak yazılım ve donanım kısımlarından oluşmaktadır. İstenilen şekilde çalışması için tasarlanan yazılım dış dünyadan alınan verileri programda işleyerek istenilen çıktıları üretir.

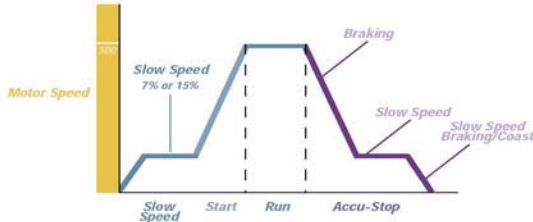
Bu uygulamada vinç kancasına bağlı bir AC Asenkron Motorun hız ve konum kontrolünün PLC aygıtı ile sağlanmasına dayanan bir sistem kurulmuştur. Motorun kontrolü bir frekans dönüştürücü ile sağlanmaktadır. Frekans dönüştürücünün kontrolü ise Siemens PLC yardımıyla yapılmaktadır. Motorun miline takılı enkoder cihazından PLC'ye gönderilen kare dalga sinyalleri, PLC'nin hızlı sayıcı modülünde sayılarak, gerekli darbe ve mesafe hesapları ile kancanın konum bilgisine dönüştürülür. Kancanın bulunduğu konum, hedef olarak girilen konum, sürekli konum bilgileri gibi değerler Simatic Manager Programı içinde belli adreslere atanıp, yazılımda işlenerek motorun kontrolünü sağlayan sinyaller üretirler. PLC'de üretilen bu kontrol sinyalleri Frekans dönüştürücü cihazı girişine verilir. Kanca hedef olarak girilen konum değerine ulaşana kadar motor hareket etmeye devam eder. Sistemin çalışma biçiminin blok diyagramı *Şekil 1* de görülmektedir. Bu süreçte, eğer girilen mesafe hızlanma ve yavaşlama bölgelerinden daha uzun ise motor iki kademe hız ile çalışır. Motorun konuma göre hareketi *Şekil 2*'de görülmektedir. PLC; motor, ilk kalkış ve durmaya yakın konumlarda iken yavaş kademe hız sinyali üretirken, ara konumlarda iken yüksek kademe hız sinyalleri üretir.





Şekil 1. Sistemin çalışma biçiminin blok diyagramı

Vinç kancası hedef konum değerine ulaştığı anda motorun durması yine iki kademede gerçekleşmektedir. Durma aşamasında ilk olarak, motorun direkt kontrolünü sağlayan frekans dönüştürücü freni (manyetik fren) devreye girer. Motora, maksimum tork, minimum moment uygular. Bu esnada motor şebekeden fazla enerji çekmektedir, dolayısıyla bu frenleme sisteminin kısa süre devrede kalması gerekmektedir [1]. Frekans dönüştürücü freni devrede iken mekanik fren devreye alınmaktadır. Hemen ardından da frekans dönüştürücü freni devre dışı bırakılmaktadır. Bu sayede motorun şebekeden aşırı akım çekme süresi mümkün olduğunca en aza indirilmektedir.



Şekil 2. Vinç konum kontrolü gerçekleştirilmesi.

### 3. Benzetim Çalışması

Uygulamada kullanılan yazılım Siemens Simatic Manager programında tasarlanmış ve benzetim çalışması yapılmıştır. Program networklere, ayrı ama birbirleriyle bağlantılı parçalar halinde, her biri yazılımın bir temel taşı olacak biçimde tasarlanmaktadır. Projede enkoder tarafından motor mili döndükçe üretilen kare dalga darbelerinin benzetimi yazılım bazında iki zamanlayıcının ardışık bağlanmasıyla sağlanmış ve bu sayede yazılıma kare dalga kaynağı oluşturulmuştur. Oluşturulan bu kare dalgalar sayıcıya verilmiş ve sayıcının ürettiği çıkışlar milimetre cinsinden mesafeye çevrilerek işlenmiştir. Simatic Manager programında bulunan benzetim uygulaması sayesinde girişlere müdahale edilebilmekte ve her giriş için programın ürettiği çıkışlar (bit) ve sayısal değerler (byte) gözlemlenebilmektedir. Program enkoderden gelen kare dalgalarını motorun döndüğü yönüde göz önünde bulundurarak saymaktadır. Her kare dalgaının mesafe olarak belli bir karşılığı vardır. Bu sayede alınan mesafe hesaplanmakta, alınan mesafe işlenerek bulunulan konum elde

edilmekte ve konumun değerine ve programdaki algoritmaya göre çıkışlar üretilmektedir.

Enkoderden gelen kare dalgalar PLC'nin hızlı sayıcı modülünde sayılmaktadır. Hızlı sayıcı yazılıma entegre edilirken ayrıca programlanması gerekmekte ve Siemens Simatic Manager[7] programına ek olarak ayrıca programı yüklenmektedir.

Uygulamanın yazılımı adım, adım gerçekleştirilmiştir. İlk adımda, kancanın aldığı yolun mesafe bilgisi milimetre cinsinden hesaplanmak istenmektedir. Hızlı sayıcıdan alınan enkoder darbe sayısı bilgisi, sistemin milimetre/darbe oranı ile çarpılarak, kancanın aldığı yolun milimetre olarak hesabı yapılmaktadır. Kancanın harekete başlamadan önceki konumu ile alınan mesafe bilgisi toplanarak, kancanın yerden yüksekliği hesaplanmaktadır. Başlangıç değeri olarak yüksekliği iki buçuk metre olarak belirlenmiş olan kanca, program çalışır çalışmaz kendini 2.5 metrede farz eder. Kancanın sürekli konum bilgisi iki buçuk metreyi geçince motor durur. Bu bir üst sınır değeridir. Ayrıca PLC dijital giriş modülünden verilen reset sinyali de motoru durdurmak için kullanılabilir. Kancanın varması istenen hedef konum, karşılaştırma devrelerinde kullanılmak, hedef konuma varıldığında motorun durmasını sağlamak üzere ileriki adımlarda kullanılacaktır. Bu amaçla bu değerden elli milimetre çıkartılarak ve elli milimetre ilave edilerek yeni iki değer bulunur. İlave edilmiş yeni değer, yükün kazandığı atalet dolayısıyla hedefe elli milimetre kala motorun frenlemeye başlamasını sağlar. Elli milimetre çıkarılmış diğer yeni değer ise motorun ters yönde dönerken, yani kancanın yukarı doğru yol alırken, hedefe elli milimetre kala frenlemeye başlamasını sağlar.

Hedef konum bilgisi ile kancanın yerden yükseklik bilgisi sürekli karşılaştırılarak, motorun hedefe varıncaya kadar duruma göre sağa ya da sola dönmesi sağlanır. Motorun dönüş yönü kancanın aşağı ya da yukarı doğru hareketini sağlamaktadır. Aşağı dönüş yönü aktif ise çıkarma işlemlerinin ardından karşılaştırmalar yapılır, yukarı dönüş yönü aktif ise de toplama işlemleri ile yapılarak karşılaştırmalar yapılmaktadır.

Motorun hareketi, PLC dijital giriş modülüne buton yardımıyla verilen sinyal yardımı ile başlamaktadır. Hareket, butuna basılı olduğu sürece devam etmektedir. Elimizi butondan çekerek çekmez, hedef konuma varılmamış olsa bile motor frenlemesi başlamaktadır.

### 4. Donanım Bazında Deneyisel Olarak Sistemin İncelenmesi

Sistemin gerçekleştirilmesi için kullanılan donanımlar birden fazladır. Birbirine peş peşe bağlanan donanım birimleri, her biri kendi görevini yerine getirip, bir sonraki aşamada kullanılmak üzere aktif olarak çalışan çıkış sinyalleri üretmektedirler. Projenin gerçekleştirme devresinin gösteren Şekil 3'te donanımlar ve ara bağlantıları görülmektedir.

Bunlardan ilki Siemens S7 300 PLC [5] cihazıdır. Bu cihaz, sistemin temel birimini teşkil etmektedir. Temel



işlem merkezi ve değişik alanda özelleşmiş modülleri bulunan bu aygıt, süreç işleminin kontrolünü gerçekleştirmektedir. Dijital giriş, dijital çıkış, analog giriş, analog çıkış, hızlı sayıcı gibi her biri belirli bir görevi yerine getirmek amacıyla tasarlanmış birçok modüle sahiptir. Bu tasarımın gerçekleştirilmesi amacıyla dijital giriş, dijital çıkış ve hızlı sayıcı modüllerinden faydalanılmaktadır.

Frekans dönüştürücü[2], güç işleme birimi olarak kullanılmaktadır. Bu cihazın istenilen çıkış sinyallerini üretebilmesi için ayrı olarak programlanması gerekmektedir. PLC dijital çıkış modülü tarafından gönderilen sinyalleri kendi programını da göz önüne alarak işleyip, istenilen çıkışları üretmektedir. Üretilen bu çıkış sinyalleri, motor girişleri olup motorun hızı ve dönme yönünü belirlemektedir. Bu aygıt programlanırken yöneteceği motorun anma akım, gerilim değerleri, devir sayısı, güç faktörü gibi motorun nominal çalışma değerleri, hızlanma zamanı ile yavaşlama zamanı gibi parametreler aygıtta girilmektedir.

Bu uygulamada kullanılan diğer bir donanım elemanı da üç fazlı AC asenkron motordur [1].

Motorun, PLC cihazı ile kullanıcı tarafından programlanan frekans dönüştürücü kontrolünde hızı ve konumu ayarlanmaktadır.

Enkoder motor miline takılan bir donanım elemanıdır. Motor mili dönerken kare dalgalar şeklinde darbe sinyalleri üreterek motor kontrolünün sağlanmasına yardımcı olur. Enkoderdan gelen gelen kare dalgalar, PLC'nin hızlı sayıcı modülünde kancanın kat ettiği mesafe bilgisinin hesaplanmasına yardımcı olmaktadır. Bunun yanında hareketin hangi yöne olduğu bilgisini de taşımaktadır.

Uygulamada kullanılan son donanım elemanı olan redüktör, motor miline takılarak, motor mil hızını belirli ölçülerde düşürmeye yaramaktadır.



Şekil 3. Vinç konum kontrolü gerçekleştirilmesi.

## 5. Sonuçlar

Bir PLC aygıtının sağladığı olanaklar ile birçok kontrol ve denetim mekanizması kolaylıkla işletilebilir. PLC cihazının dış dünya ile bağlantısını sağlayan dijital giriş, dijital çıkış, analog giriş, analog çıkış, hızlı sayıcı gibi çok işlevli

birimleri kullanılarak, hemen hemen her türlü kontrol gerçekleştirilebilir.

Sonuç olarak bu tasarım ile yapılan AC asenkron motor kontrolüdür ve AC asenkron motor kontrolünün endüstrideki yeri büyüktür. Bu proje asansör sistemlerinde, üretim bandlarında vs. kullanılmak amacıyla geliştirilmeye açık bir sistemdir. Burada kanca konumu tek boyutta kontrol edilmiştir, fakat aynı proje ikinci ve üçüncü boyutlarda da kontrol amaçlı olarak kullanılabilir.

## 6. Teşekkür

Bu çalışmanın yapılmasında destek ve yardımlarını esirgemeyen Habaş Demir Çelik çalışanlarına ve haddehane müdürü Elek. Müh. Haşim Ayten beye teşekkürü borç biliriz.

## 7. Kaynakça

- [1] <http://www.osd.org.tr/elektriklarac.pdf>
- [2] Control Techniques Commander SK Kullanım Kılavuzu
- [3] K. Clements-Jewery, W. Jeffcoat, *The PLC Workbook*, 1996, Prentice Hall
- [4] Recep ÇETİN, *S7-200 PLC'lerle Otomasyon*, Pelin Matbaacılık 4. baskı, Eylül 2006, ANKARA
- [5] Siemens S7-300 Kullanım Kılavuzu
- [6] İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi Kontrol Mühendisliği Bölümü Endüstriyel Otomasyon Laboratuvarı S7-300 Temel Seviye Eğitim Notları
- [7] FM350 High Speed Counter Kullanım Kılavuzu

## Mikro Montaj İş İstasyonu

*Emrah Deniz Kunt<sup>1</sup>, Ahmet Teoman Naskali<sup>2</sup>, Kazım Çakır<sup>3</sup>, Asif Sabanovic<sup>4</sup>*

<sup>1,2</sup>Mekatronik Mühendisliği  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
{edkunt, teoman}@su.sabanciuniv.edu

<sup>3,4</sup> Mekatronik Mühendisliği  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
{kcakir, asif}@sabanciuniv.edu

### Özetçe

Bu makalede, mikro boyuttaki komponentlerin verimli ve güvenilir montajı için açık-mimarili, tekrar yapılandırılabilir bir mikromontaj iş istasyonu sunulmaktadır. Bu iş istasyonu mikro dünyadaki problemlerin çözümlendirilmesine yardımcı olmak amacıyla bir araştırma aracı olarak tasarlanmıştır. Böyle bir iş istasyonunun geliştirilmesi aşağıdaki alt sistemlerin tasarımını içermektedir: (i) montaj görevlerinin gerçekleştirilebilmesi için yeterli hareket menziline ve hassasiyeti sağlayabilecek hareket platformlarından oluşan bir manipülatör sistemi, (ii) mikro dünyanın görselleştirilmesini ve montajı yapılacak olan mikro parçaların konum ve yönelimlerini belirleyebilmek için bir görü sistemi, (iii) dayanıklı bir denetleme sistemi ve bunlara ek olarak manipülasyon araçlarının kolayca değişmesine olanak sağlayan ve sistemin önceden belirlenmiş göreve hazır hale getirilmesine yardımcı olacak uç takımlar için gerekli fiş türler. Ayrıca sistemde kumandalı ve yarı otomatik montaj uygulamaları da gerçekleştirilmiştir. Tasarım mikro parça manipülasyonu içeren çeşitli uygulamalar yapılarak test edilmiştir. İş istasyonunun çok yönlülüğü ve yüksek doğrulukta konumlama yeteneği yapılan deneylerle gösterilmiştir.

### 1. Giriş

Son yıllarda minyatürleştirme alanında büyük bir çaba sarfedilmektedir. Bu minyatürleştirme eğiliminin örneklerine yaşamımızın her alanında rastlamak mümkün. Kullandığımız dizüstü bilgisayarlardan cep telefonlarına kadar hep daha küçük olan tercih edilmektedir. “Daha küçük daha iyi” fikrinin zihinlere işlemesi ve minyatürleşmenin daha ileri gitmesiyle kişinin daha çok becerikli aletle donatılabilmesi bu tercihin nedenlerini oluşturmaktadır. Fakat teknik açıdan bakıldığında minyatürleştirme sürecinde, ölçekleme etkileri, üretim teknikleri ve tahmin edilebileceği üzere montaj konularında birçok sorunla karşılaşmaktadır. Materyaller arasındaki uyumsuzluklar, her bir komponentin işleme yöntemlerindeki çeşitlilik ve fonksiyonel bir mikro yapının oluşturulabilmesi için bu komponentlerin bileşiminin gereksinimi, çok yönlü bir

montaj teknolojisi ve özgül süreçler, yöntemler ve makinelerin geliştirilmesi ihtiyacını doğurmaktadır.

Çeşitli komponentlerden oluşan ve birçok fonksiyonla donatılmış mikro sistemlerin üretimi, değişik özelliklerde parçaları düzgün bir şekilde toplayacak, yöneltecek, hareket ettirecek ve doğru noktalara yerleştirebilecek esnek, modüler ve hassas mekanizmalar gerektirmektedir. Bir ürün bünyesinde çeşitli fonksiyonlar çeşitli malzemelerin varlığına gereksinimine yol açtığı için mikro parçalar açısından düşünüldüğünde montaj kilit bir süreç halini almaktadır.

Mikro montaj işlemlerinde istenen sonucu alabilmek için mikro işleme teknikleriyle üretilmiş mikro parçaların verimli ve güvenilir montajına olanak sağlayan açık-mimarili, yeniden yapılandırılabilir bir mikro montaj iş istasyonunun geliştirilmesi gerekmektedir. İnsan yeteneklerinin yerini otomatik bir makine alacağından, mikro dünyada insan elinden daha üstün mikro ölçekli manipülasyon araçları, bu araçların materyal özellikleri ve montajı yapılacak olan mikroparçaların özellikleri büyük önem kazanmaktadır. Manipüle edilecek parçaların boyutlarının küçüklüğünden kaynaklanan, yüksek hassasiyet gereksinimi ve birtakım mikro dünyaya özgü temel problemler tamamen incelenmediği için, mikro montaj konusu halen önemli bir problem olarak süregelmektedir.

Mikro montaj sistemleri geliştirmeye yönelik birçok araştırma yürütülmüş ve yürütülmektedir. Bu bağlamda, [1] [2] ve [3]’te montaj işlemleri otomatik olarak kontrol edilen mikro robotlar tarafından gerçekleştirilen, esnek mikro robot tabanlı masa üstü mikro montaj istasyonları sunulmuştur. [4]’te sadece uygulamaya özgü değil genel kullanıma uygun olma amacı taşıyan bir robotik iş istasyonu önerilmiş ve mikro bobinlerin yapımında kullanılmıştır. [5]’te haptik ve görsel ara birim aracılığıyla mikro parçaların manipülasyonuna dayanan bir mikro manipülasyon sistemi ve [6]’da MOEMS ve mikro akışkan cihazların montajında kullanılan bir mikro montaj iş istasyonu sunulmuştur.

Bu makalede, mikro parçaların verimli ve güvenilir montajına olanak sağlayacak, yineleyebilir, güvenilir, açık-mimariliye sahip ve yeniden yapılandırılabilir bir mikro montaj iş istasyonu önerilmektedir. Mikro montajda, her türlü montaj görevine uygun evrensel bir tutucu kavramı mümkün gözükmeyeceği için gerçekleştirilecek uygulamaya ve manipüle edilecek parçaların özelliklerine göre uygun bir manipülasyon aracı kullanılmalıdır. Bu nedenle, manipülasyon aracının kolayca değiştirilmesine olanak sağlayarak çeşitli mikro

montaj işlemlerini gerçekleştirebilecek ve böylece manipülasyon aletine bağlı kısıtlamaları ortadan kaldıracak bir platform sunulmaktadır.

Öte yandan, mikro montaj işlemlerinde yüksek doğruluk derecesine ihtiyaç duyulması, mikro ölçekteki parçaların otomatik montajı için mikro montaj sistemlerinin hareket hassasiyetleri mikrometre ve hatta nanometre seviyelerde olmalıdır. İş istasyonu için bu yüksek hassasiyet gereksinimine odaklanılarak hareket denetlemede nanometre seviyesinde hassasiyet elde edilmiştir.

## 2. Mikro Montaj İş İstasyonu

### 2.1. Tasarım Gereksinimleri

Makro dünyadaki montaj işlemleriyle karşılaştırıldığında mikro dünyadaki montaj gereksinimleri önemli farklılıklar göstermektedir. Bu iki dünyadaki montaj arasındaki en temel farklılık montaj makinelerinin konumlama doğruluklarıdır. Montajı yapılacak parçaların boyutları küçüldükçe parçaların montajının doğru bir şekilde yapılabilmesi için hareket hassasiyetinin de daha iyi seviyelerde olması gerekmektedir. Makro dünyadaki robotik manipülatörlerde hassasiyet seviyesi genellikle birkaç mikron seviyesindedir fakat mikro dünya için mikron seviyesinden daha iyi hassasiyetler gerekmektedir. Hassas ve doğru ölçümlerin zorluğu ve esnek bağlantıların yapısal titreşimlere yol açması mikro dünyada konumlandırma işlemini önemli derecede zor hale getirmektedir.

Mikroskop oryantasyonu, büyütme oranı ve alan derinliği gibi konularda kısıtlamalar olması nedeniyle mikro dünyada görselleştirme de dikkat edilmesi gereken önemli konulardan biridir. Mikroskoplar ilgilenilen nesnenin direk görüntülenebilme yetisini kısıtlamaktadırlar. Mikro dünyayı görselleştirme için gerekli olan yüksek büyütme oranları görüş alanını çok küçük boyutlara çekmektedir ve bu da nesnenin global konum bilgisinin edinilmesinde zorluklar yaratmaktadır. Yüksek büyütme oranları, alan derinliği de önemli bir sorun haline gelmekte ve kısıtlı alan derinliği düzensiz olmayan nesnelerin ve hareket eden yapıların net görüntülerinin elde edilmesini engellemektedir. Bir diğer sorun da mikroskopun çalışma alanının manipülasyon işlemlerini kısıtlamasıdır. Hareket serbestlik derecesinin artması da karmaşık uç takımı yapılarından kaynaklanabilecek görüntü engellenmelerine yol açabileceği için bir dezavantaj olabilmektedir.

Mikro manipülasyonda çok büyük öneme sahip bir diğer konu da kuvvet ölçeklendirilmesidir. Nesnelerin boyutları küçüldükçe eylemsizlik kuvvetleri yapışma kuvvetlerine kıyasla daha hızlı küçülmektedir. Bunun nedeni de eylemsizlik kuvvetleri nesnenin hacmine bağlı iken yapışma kuvvetlerinin yüzeye bağlı kuvvetler olmasından kaynaklanmaktadır. Yapışma kuvvetlerinin etkisinden dolayı nesnenin tutulduktan sonra bırakılması büyük bir problem haline gelmektedir. Bu nedenle, yapışma kuvvetlerinin etkileri, gürbüz bir mikro manipülasyon işlemi ve nesnenin hareketini engellemek gibi kısıtlamalara yol açmakta ve dikkatlice incelenmesi gerekmektedir.

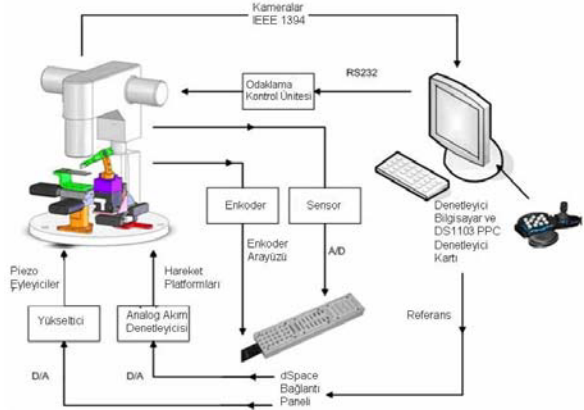
Makro ve mikro dünyadaki montaj arasındaki farklılıklar mikro montaj iş istasyonu tasarımının temel gereksinimlerini oluşturmaktadır.

Hem donanım hem de yazılım açısından açık mimarili ve yeniden yapılandırılabilir bir mikro montaj iş istasyonunun

çeşitli uygulamalara kolayca uyum sağlayabilmesi öznel bir tasarım süreci gerektirmekte ve sistemin bu özelliği esneklik kavramını da bir diğer tasarım gereksinimi olarak öne çıkarmaktadır.

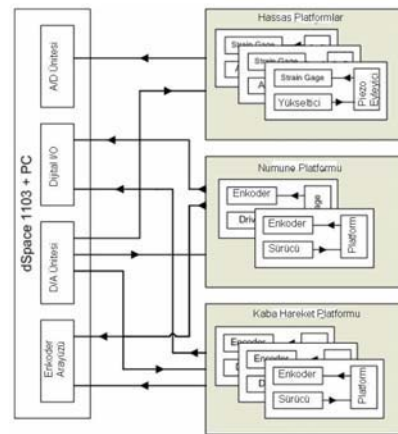
### 2.2. Tasarım ve Gerçekleme

Hassas, esnek ve gürbüz bir mikro montaj iş istasyonu hedeflendiği için sistemin yapılandırılması olabildiğince basit ve yüksek verimlilik sağlayacak şekilde olmalıdır. Sistemin genel yapısı Şekil 1'de gösterilmiştir. Sistem şu alt sistemlerden oluşmaktadır:



Şekil 1: Sistem Genel Yapısı

Manipülasyon sistemi mikro manipülasyon işlemleri için gerekli olan hareketi sağlayan araç manipülatörü ve numune platformundan oluşmaktadır. Araç manipülatörü manipülasyon için gerekli olan hareket menzili ve gerekli hassasiyette hareketi sağlayabilen kaba ve hassas konumlandırma platformlarından oluşmaktadır. Kaba hareket platformlarından kaynaklanan konumlandırma hataları hassas konumlandırma platformu tarafından giderilerek gerekli hassasiyet böylece sağlanabilmektedir. Numune platformu, manipüle edilecek parçaların bulunduğu ürün nesne tablasının değişik bölgelerini görme alanına getirerek bu nesne tablasının daha verimli kullanılabilmesini sağlamaktadır.

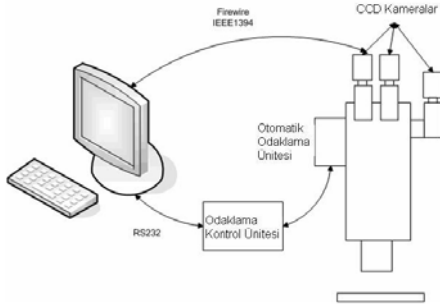


Şekil 2 : Denetleme Sistem Mimarisi

Denetleme sistemi bir kişisel bilgisayardan ve gömülü bir denetleme kartından oluşan sistemin ana denetleme ünitesidir.

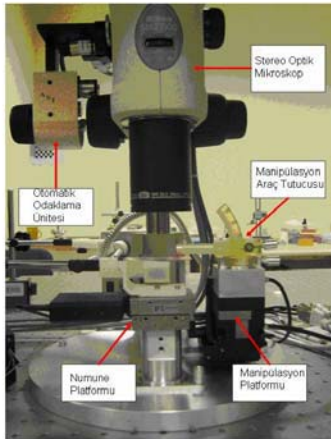
Bütün eksenlerin aynı anda gerçek zamanlı denetlemesini yapabilecek kapasiteye sahip olması gerekmektedir. Merkezi bir yapı oluşturmak için; hiçbir algılayıcı veya eyleyici ile direk olarak bağlantısı olmayan gerekli referans değerlerini belirleyen bir ana denetleme bilgisayarı ve ana denetleme bilgisayarıdan referans değerlerini alarak hızlı bir denetleme döngüsü gerçekleştirebilen bir alt denetleme bilgisayarı gerekmektedir. Yüksek performanslı bir kişisel bilgisayar (PC) ana denetleme bilgisayarı olarak yapılandırılmış ve sistem yapısı Şekil 2’de gösterilmiştir.

Görüntü sistemi stereoskopik bir optik mikroskop, CCD kameralar, otomatik odaklama ünitesi ve bir ayna düzeneği ve kaynak olarak da fiber aydınlatıcı kullanılarak yapılandırılan bir alttan ışıklandırma sisteminden oluşmaktadır. Bu yapı Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3: Görü Sistemi

Uç takımları ve gereken fiktürler sistemde değişimli olarak kullanılmaktadır. Mikro tutucular, miller ve diğer manipülasyon araçları kullanılabilir ve bunlar için gerekli fiktürler sisteme kolayca entegre edilebilir şekilde tasarlanmıştır. Çevresel titreşimlerden etkilenmemesi için sistem aktif olarak kontrol edilen bir sönümleme masası üzerine yerleştirilmiştir. Tasarlanan sistem Şekil 4’te gösterilmiştir.



Şekil 4: Mikro Montaj İş İstasyonu

### 2.3. Sistem Yönetimi ve Denetleme

Hassasiyet ve doğruluk çoğunlukla denetleme performansına bağlı olduğu için hareket denetlemesi mikro montaj iş

istasyonunun temellerini oluşturmaktadır. Sistem yönetim ve denetlemesi ana olarak hareket denetlemesi ve imge işleme süreçlerini kapsamaktadır. Hareket yüksek doğruluk seviyelerine erişebilmek için denetleme metodu dikkatli bir şekilde seçilmelidir. Görü sistemi diğer algılayıcılardan gelen geri beslemelerle birlikte hareket denetleme ünitesi için harici geri besleme sağlamaktadır. Birtakım görüntü işleme teknikleri kullanılarak, otomatik montaj görevleri için gerekli olan manipüle edilecek parçaların ve manipülasyon araçlarının birbirlerine göre konumları elde edilmektedir. Hareket üniteleri görü sisteminden gelen geri beslemeye göre çalıştığı için, montaj işlemlerinin gerçekleştirilebilmesi adına görü sisteminin çok hassas çalışması gerekmektedir. Kumandalı işlemlerde kullanıcı hareketi tanımladığı için sadece kalibrasyon büyük öneme sahipken otomatik işlemlerde çıkarılan konum bilgisine göre hareket referansını görü sistemi sağladığı için çok daha büyük önem kazanmaktadır.

#### 2.3.1. Hareket Denetimi

Yüksek hassasiyette hareket denetlemesi gereken sistemlerde kontrol algoritmasının gürbüzlüğü en önemli faktördür. Hatta sistem histerezis ve sürtünme gibi doğrusalsızlıklar içermekteyse nominal sistem parametrelerine bağlı olan ve parametre belirsizliklerini reddeden gürbüz bir denetleyici daha avantajlı olmaktadır.

Kayan kipli kontrol, önceden belirlenmiş bir küme anahtarlama yüzeylerine ulaşmaya yönelik yapı değiştiren süresiz bir denetleme aksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Bu denetleme, yapısı içerisinde muhteva ettiği bozucu etken reddetme sayesinde modellenmemiş dinamikleri telafi ederek ve bunun sonucunda yüksek hassasiyet ve hızlı tepki elde edilmesi olasılığı yaratan gürbüz bir sistem ortaya çıkarabilmektedir.

Kayan kipli denetleyicinin kesik zamanlı gerçekleştirimi aşağıdaki gibidir:

Aşağıdaki sistemi ele aldığımızda;

$$\dot{x} = F(x, t) + B(x, t)u \quad (1)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  sistemin durum vektörü,  
 $F(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  sistemin kontrolsüz dinamiklerini tanımlayan sürekli ve sınırlandırılmış doğrusal veya doğrusal olmayan.  $B(x, t) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$  her  $x, t$  çifti için denetleme girdisine bağlı olarak sistemi doğrusal yapan ve  $rank(B) = m$  olan sürekli ve sınırlandırılmış bir matristir.  $t \in \mathbb{R}^+$  bağımsız zaman değişkenini göstermektedir. Denetleme kanununun türetilmesi kesin pozitif bir Lyapunov fonksiyonu adayı seçimiyle başlamaktadır,  $v(\sigma)$  Lyapunov kararlılık kriterlerini sağladığı varsayılırsa;

$$\dot{v}(\sigma)v(\sigma) < 0 \quad (2)$$

Bu formdaki bir Lyapunov fonksiyonu için

$$v(\sigma) = \frac{\sigma^T \sigma}{2} \quad (3)$$

Fonksiyonun türevi

$$\dot{v}(\sigma) = \sigma^T \dot{\sigma} \quad (4)$$

Denetleme fonksiyonunu şu şekilde tasarlandığında

$$\dot{\sigma} + D\sigma = 0 \quad (5)$$

Lyapunov fonksiyonunun türevi kesin negatif bir fonksiyon olmaktadır

$$\dot{v}(\sigma) = -\sigma^T D\sigma \quad (6)$$

ve Lyapunov kararlılık kriterlerini sağlamaktadır,  $D \in \mathbb{R}^{m \times m}$  herboyutta kayma manifoldunun eğimini tanımlayan kesin pozitif simetrik bir matris. Lyapunov fonksiyonu ve türevinin karşıt işaretlere sahip olması denetlemenin de yardımıyla sistemi  $\dot{v}(\sigma) = v(\sigma) = 0$  gitmeye zorlar ve kararlılık sağlanır. Kesik zamanlı kayan kipli denetleyici tasarlanırken, sürekli hareket denklemi de kesik zamanlı eşleniği ile değiştirilmelidir.

$$x_{k+1} = F_k(x_k) + B_k(x_k)u_k \quad (7)$$

yukarıdaki (7) denkleminde  $x_i = x(i\Delta t)$   $x \in \mathbb{R}^n$ ,

$$F_i = \Delta t F(x_i, i\Delta t) + x_i \quad F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n,$$

$$B_i = \Delta t B_i(x_i, i\Delta t) \quad B_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}, \quad u_i = u(i\Delta t)$$

$u_i \in \mathbb{R}^m$ ,  $i \in \mathbb{Z}^+$  şeklinde tanımlanmıştır ve  $\Delta t$  örnekleme zamanıdır.

$e_x = x^{ref} - x$  şeklinde bir takip hatası için,  $\sigma$   $\sigma(x) = Ge_x$  olarak seçildiğinde  $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$  için  $\sigma(x) = 0$  kayma manifoldunda denetleme amaçlarını sağlamak için  $\det(GB_k) \neq 0$  olmalıdır.

$$\dot{\sigma} = GB(u - u_{eq}) \quad (8)$$

yukarıdaki (8) denklemi  $u_{eq}$  için çözüldüğünde

$$u_{eq} = u - [GB]^{-1} \dot{\sigma} \quad (9)$$

$u_{eq}$  sürekli bir fonksiyon olduğu için o anki  $u_{eq}$  değerinin yaklaşık değeri;

$$\widehat{u_{eqk}} \approx u_{eqk-1} = u_{k-1} + [GB_k]^{-1} \dot{\sigma}_{k-1} \quad (10)$$

$\dot{\sigma}$  Euler yaklaşımı kullanılarak kesikli formda yazıldığında

$$\dot{\sigma}_{k-1} = \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\Delta t} \quad (11)$$

(8) ve (5)  $u_k$  için çözüldüğünde

$$u_k = u_{eqk} - [GB_k]^{-1} D\sigma_k. \quad (12)$$

Aşağıdaki yaklaşım kullanıldığında

$$u_k \cong u_{eqk-1} - [GB_k]^{-1} D\sigma_k \quad (13)$$

(10) ve (11) beraber çözüldüğünde

$$u_{eqk-1} = u_{k-1} - [GB_k]^{-1} \frac{\sigma_k - \sigma_{k-1}}{\Delta t} \quad (14)$$

(14) ü (13) le kullanınca

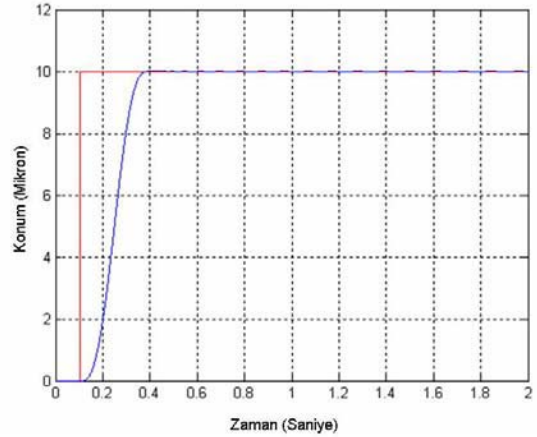
$$u_k = u_{k-1} - [GB_k]^{-1} \left( \left( D + \frac{1}{\Delta t} \right) \sigma_k - \frac{\sigma_{k-1}}{\Delta t} \right). \quad (15)$$

Sadeleştirmeler sonucunda aşağıdaki denklem elde edilir;

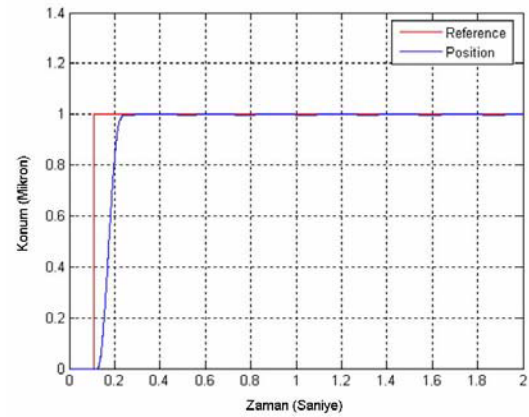
$$u_k = u_{k-1} - [GB_k \Delta t]^{-1} ((1 + DT)\sigma_k - \sigma_{k-1}) \quad (16)$$

(16) daki denetleme yapısı hareket platformları ve piezo eyleyiciler için kesikli kayan kipli denetleyici olarak kullanılmıştır.

Hareket platformlarının 10 ve 1 mikronluk adım tepkileri takip eden şekillerde gösterilmiştir.



Şekil 5 : Hareket Platformlarının 10 µm Adım Tepkisi



Şekil 6: Hareket Platformlarının 1 µm Adım Tepkisi

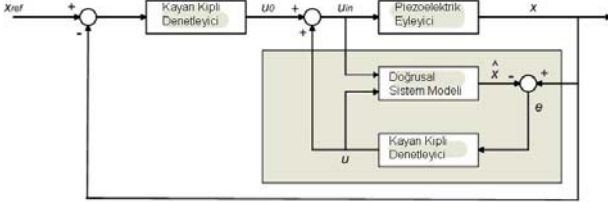
Şekillerden de görülebileceği üzere konum referansları verildiğinde hareket platformlarının performansları tatmin edici derecelerde fakat enkoder çözünürlüğüne karşılık gelen 0.007 mikronluk bir salınım sorunu gözükmemektedir. Bu genlikteki bir hata ihmal edilebilir bir seviyede çünkü bu hata hassas piezo hareket platformu tarafından telafi edilebilir.



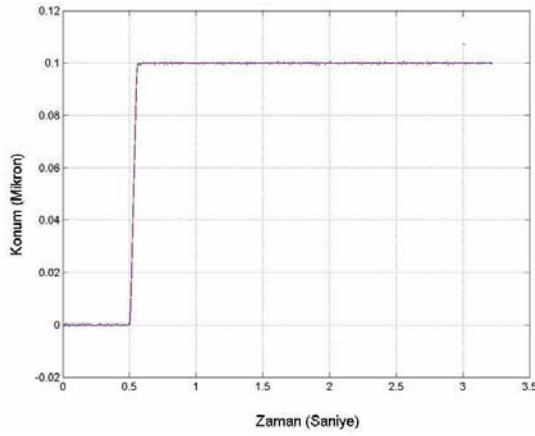
Piezo eyleyiciler için bozucu etken gözlemcisi (Şekil 7) [7] de detaylı olarak açıklanmış ve sistemde aynı şekilde kullanılmıştır.

Piezo eyleyicilerin çeşitli referans değerleri için adım tepkileri Şekil 8’de gösterilmiştir.

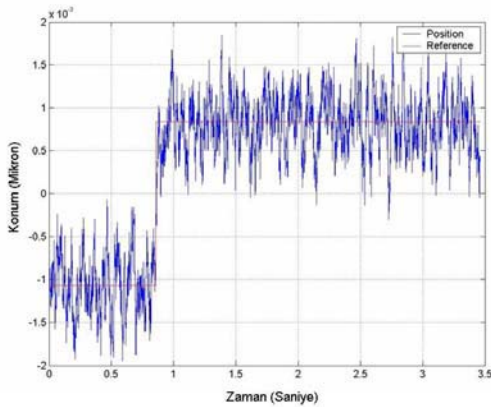
Şekillerden de görülebileceği gibi sistem istenen konuma hızlı bir şekilde ulaşmaktadır. Fakat ölçüm aygıtlarından kaynaklanan ve sistemin durağan halini etkileyen ve 1-1.5 nanometre genlikte bir titreşime sebep olan yüksek frekans aralığındaki gürültüden etkilenmektedir.



Şekil 7 : Gözlemci Gerçekleşmesi



Şekil 8 : Piezo Eyleyicilerin 100 nm Adım Tepkisi



Şekil 9: Piezo Eyleyicilerin 2 nm Adım Tepkisi

### 2.3.2. Görü Sistemi

Görü sisteminin ana görevi manipülasyon görevleri için kullanıcıya rehberlik etmek ve otomatik montaj işlemleri için

gerekli konum bilgisinin görüntüden elde edilmesini sağlamaktır. Mikro montaj sürecinde konum çıkarımı işlemlerinden tipik uygulamalar; manipüle edilecek parçaların, manipülasyon araçlarının, itme ve tutma noktalarının konumlarının belirlenmesi gibi görevleri içermektedir. Konum belirleme süreci şu aşamaları içermektedir; kameradan alınan görüntülerin eşikleme ile segmentasyonu, görüntü içerisinde bulunan nesnelerin sınırlarını oluşturan kenar ve köşeleri belirten keskin kontrast değişimlerinin çıkarımı, nesnelerin tanımlanması ve gereken bilginin çıkarımı. Konum belirlemeye ek olarak görü sistemiyle ilgili birtakım ön işleme süreçleri bulunmaktadır.

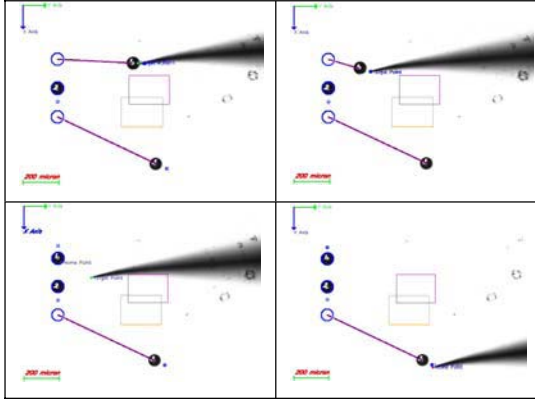
Bu ön işleme süreçleri montaj işlemleri gerçekleştirilmeden önce tamamlanması gereken ve sistem parametrelerinin ve tanımlanacak nesnelerin modelleri hakkındaki bilgilerin elde edilmesi ve belirlenmesi için gerekli olan birtakım işlemleri içermektedir. Bu işlemler; görüntü işleme algoritmalarının gerçekleştirilmesi için gereken temiz görüntü elde edilmesi süreci için otomatik odaklama, derinlik bilgisi ve görüntü uzayının gerçek dünya koordinatlarına eşlenmesini için gerekli kamera kalibrasyon süreçlerini içermektedir. Bu bağlamda, görüntü işlemleri yapısı şu şekildedir; öncelikle ileriki işlemler için gerekli olan temiz görüntünün elde edilmesi için otomatik odaklama, görüntü uzayında gerekli nesne konumlarının çıkarımı ve son olarak kalibrasyon sayesinde çıkarılan parametrelere göre gerçek dünya koordinat verisinin montaj işlemini gerçekleştirmek üzere hareket sistemine iletilmesi.

### 2.4. Deneyler ve Sonuçlar

Sistemin güvenilirliğini test etmek amacıyla kumandalı ve yarı otomatik olmak üzere iki değişik modda deneyler gerçekleştirilmiştir. Bu makalede açıklanan deneylerde 70 µm çapında polystyrene küreler ve manipülasyon aracı olarak da sivri uçlu tungsten miller kullanılmıştır. Kumandalı mikro montaj işlemleri iki farklı şekilde gerçekleştirilmiştir; (i) ekran üzerinde fare ile komut verilerek, (ii) joystick kullanılarak. Yarı otomatik mikro montaj işlemleri kullanıcının belirli bir kapsamda müdahalesini içermektedir. Kullanıcı sadece manipüle edilmesini istediği parçayı ve hangi noktaya hareket ettirilmesini istediğini belirtir ve geri kalan işlemler otomatik olarak gerçekleştirilir.

Kumandalı sistemlerde kullanıcının el hareketleri bir insan makine ara birimi (MMI) aracılığıyla hareket sistemine aktarılmaktadır. Sistemimiz kullanıcının bir joystick aracılığıyla manipülatör ve numune platformlarının X ve Y eksenlerini kontrol edebilmesine olanak sunmaktadır. Ayrıca kullanıcı fare aracılığıyla grafik ara birimi aracılığıyla ekran üzerine tıklayarak hareket başlangıç ve bitiş noktalarını seçmek suretiyle de sistemi kontrol edebilmektedir.

Şekil 10 önceden tanımlanmış bir doğru taslağı kullanılarak oluşturulmuş deney sonucunu göstermektedir. Parçaların hedef konumları ekranda dairelerle gösterilmiştir. Herbir küre kendisine en yakın hedef noktasına hareket ettirilmesi hedeflenmektedir. Kullanıcıya yardımcı olmak amacı ile parçaların itme noktaları ve mikro parçanın hareket rotası parçanın merkezi ve hedef nokta arasında bir doğru ile ekranda gösterilmektedir. Kullanıcı sadece ekrana tıklayarak mil ucunu itme noktasına getirir ve parçayı doğru yönünde itmek için yine tıklayarak gerekli komutları verir. Bu süreç her bir adımda tekrarlanmaktadır.



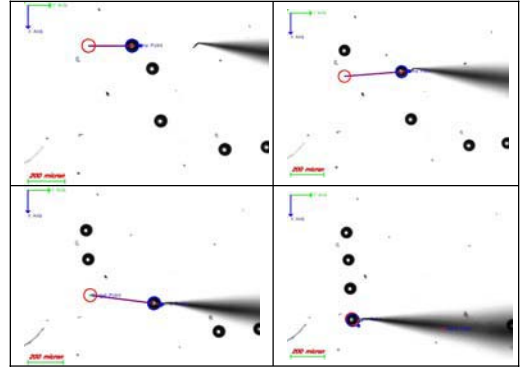
Şekil 10 – Kumandalı montaj aşamaları

Yarı otomatik mikro montaj işleminde kullanıcının montaj sürecine müdahalesi kısıtlanmıştır. Kumandalı montajda kullanıcının gerçekleştirdiği işlemler bu modda sistemde daha önceden tanımlanmıştır. Kullanıcı sadece hareket ettirilmek istenen parçayı ve nereye taşınmasını istediğini ekrana tıklayarak belirtmektedir. İşlemin geri kalanı otomatik olarak kullanıcı müdahalesi olmadan sistem tarafından gerçekleştirilmektedir. Kullanıcı tarafından ilk işlemler yapıldıktan sonra, parça ve hedef nokta arasında göreceli mesafe görüş sistemi tarafından hesaplanarak hareket sistemine iletilirken aynı anda hareket sisteminden konum bilgisi geri besleme olarak gönderilir. Hem kumandalı hem de yarı otomatik olarak gerçekleştirilen deneylerde gözlemlenmiştir ki; itme işlemi kademeli olarak itme, geri çekilme ve tekrar itme şeklinde gerçekleştirilmelidir. Bunun nedeni parçaları uzun mesafeli itmek parçaların kendi ve mil etrafında dönmelerine yol açmakta ve itme işlemini başarısız kılmaktadır. Ayrıca bu dönme nedeniyle parçalar mile yapışma olasılığı da ortaya çıkmaktadır. Parçaların mil etrafında dönmeleri sonucunda mil ve parça arasındaki temas yüzeyi artmakta ve parçaların mile yapışması ile montaj işlemi başarısızlıkla sonuçlanmaktadır. Bu nedenle yarı otomatik montaj işlemleri kademeli bir şekilde gerçekleştirilmektedir. Mil belirlenen itme noktasına hareket ettirilmekte ve belirlenen doğrusal yörünge doğrultusunda küçük bir miktar itilmekte ve son olarak da mil geri çekilmektedir. Bu aşamalar parça belirlenen noktaya götürülene kadar devam etmektedir. Küre parçalar kullanılarak bir doğru oluşturma deneyinin aşamaları Şekil 11'de gösterilmiştir. Bu deneyde, kullanıcı parçayı ve hedef noktayı seçmekte ve bunu her parça için yapmaktadır. Herbir parçanın istenilen noktaya yerleştirilmesinden sonra mil başlangıç pozisyonuna geri dönmekte ve sistem yeni görev için bekler duruma geçmektedir.

### 3. Sonuçlar

Bu makalede mikro parçaların verimli ve güvenilir montajının yapılabilmesini sağlayan açık mimarili ve yeniden yapılandırılabilir bir mikro montaj iş istasyonunun tasarımı ve gerçekleştirilmesi sunulmuştur. Otomatik bir sistem için tasarım gereksinimleri açıklanmış ve bu gereksinimler gözönüne alınarak sistemin hayata geçirilmesi anlatılmıştır. Yapılan iş istasyonu algılayıcı geri beslemelerine dayalı mikro parçaların otomatik montajı konusunda önemli bir adım oluşturmaktadır. Sistemin kumandalı ve yarı otomatik gibi

değişik çalışma modlarında fonksiyonelliğini test edilmiş ve hassasiyet, doğruluk, güvenilirlik ve tekrar edilebilirlik gibi konularda iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Hareket planlama algoritmalarının da eklenmesiyle, sistem hiçbir insan müdahalesi olmadan tam otomatik moda çalışabilmektedir.



Şekil 11- Yarı otomatik montaj aşamaları

### 4. Kaynakça

- [1] S. Fatikow, J. Seyfried, S. Fahlbusch, A. Buerkle, and F. Schmoeckel, "A flexible microrobot-based microassembly station," presented at Emerging Technologies and Factory Automation, 1999. Proceedings. ETFA '99. 1999 7th IEEE International Conference on, 1999.
- [2] H. Woern, J. Seyfried, S. Fahlbusch, A. Buerkle, and F. Schmoeckel, "Flexible microrobots for micro assembly tasks," presented at Micromechatronics and Human Science, 2000. MHS 2000. Proceedings of 2000 International Symposium on, 2000.
- [3] S. Fatikow and U. Rembold, "An automated microrobot-based desktop station for micro assembly and handling of micro-objects," presented at Emerging Technologies and Factory Automation, 1996. EFTA '96. Proceedings., 1996 IEEE Conference on, 1996.
- [4] N. Dechev, W. L. Cleghorn, and J. K. Mills, "Construction of a 3D MEMS Microcoil Using Sequential Robotic Microassembly Operations," presented at ASME International Mechanical Engineering Congress, IMECE2003, Washington, DC, 2003.
- [5] D.-H. Kim, K. Kim, K.-Y. Kim, and S.-M. Cha, "Dexterous teleoperation for micro parts handling based on haptic/visual interface," presented at Micromechatronics and Human Science, 2001. MHS 2001. Proceedings of 2001 International Symposium on, 2001.
- [6] D. Popa, B. H. Kang, J. Sin, and J. Zou, "Reconfigurable micro-assembly system for photonics applications," presented at Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA '02. IEEE International Conference on, 2002.
- [7] S. Khan, M. Elitas, E. D.Kunt, and A. Sabanovic, "Discrete Sliding Mode Control of Piezo Actuator in Nano-Scale Range," presented at IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT 2006), Mumbai, India, 2006.







# Kayma Kipli Kontrolde İkinci Derece Sistemler için Açısal Yer Değiştirmeye Sahip Kayma Yüzeyi Tasarımı

Sezai Tokat

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü  
Pamukkale Üniversitesi, 20017, Denizli  
stokat@pamukkale.edu.tr

## Özetçe

İkinci derece sistemler için kayma yüzeyi parametresi kayma yüzeyinin konumunu belirler. Genel olarak literatürde doğrudan bu parametrenin değiştirilmesi ile elde edilen sürekli veya ayrık harekete sahip doğrusal kayma yüzeyi tasarımları bulunmaktadır. Fakat farklı kayma yüzeyi değerlerinde oluşturulacak aynı miktardaki bir değişiklik, kayma yüzeyinin konumunda farklı miktarda yer değiştirme sağlamaktadır. Bu ise en temel olarak yerleşme zamanı başarımında bir düşüşe neden olur. Bundan dolayı bu çalışmada kayma yüzeyi açısal bir bilgi ile tanımlanmış ve kayma yüzeyi hareketi bu açılı bilgisi ile elde edilmiştir. Yeni yöntemle elde edilen iyileştirme literatürdeki diğer yöntemlerle benzetimler yolu ile karşılaştırılarak verilmiştir.

## 1. Giriş

Geleneksel kayma kipli kontrolde sistemi kayma yüzeyi üzerine getirecek bir kontrol kuralı ile sınırlı bozucu işaretlerine ve yine sınırlı parametre belirsizliklerine duyarlı olmayan bir kontrol yapısı elde edilir. Bu olumlu etki sistemin önceden belirlenen anahtarlar kayma yüzeylerine ulaşması ve orada kalması sağlandığında geçerlidir [1]. Sistemin kayma yüzeyine ulaşmadan önceki davranışı ulaşma kipi olarak adlandırılır. Ulaşma kipi boyunca sınırlı parametre belirsizlikleri ve dış bozulmalara karşı duyarlılık söz konusudur. Literatürde bu süreyi kısaltmak veya tamamen ortadan kaldırmak için önerilmiş birçok farklı yöntem bulunmaktadır.

Geleneksel kayma kipli kontrolör için ulaşma zamanı iyileştirildiğinde sistemin geçici yanıt başarımını belirleyen en önemli etmenlerden olan yerleşme zamanı kötüleşir. Bu ikisi arasındaki ödünleşimin üstesinden gelmek için uygun bir ayarlama düzeneği, kontrol yapısının üzerinde anahtarlandığı kayma yüzeyini değiştirerek elde edilebilir. Durum değişkenlerine göre doğrusal olmayan yapıda kayma yüzeyleri kullanılması ile doğrusal olmayan bir sistemin dinamiklerine daha uygun durum uzayı davranışı elde edilebilir [2]. Fakat, bekleneneği gibi, doğrusal olmayan bir yapı kontrol kuralındaki denklemleri daha karmaşık hale getirecektir. Bu karmaşıklık doğrusal fakat zamanla değişen kayma yüzeyleri kullanılarak indirgenebilir. Doğrusal ve zamanla değişen bir kayma yüzeyi ile karakteristik olarak doğrusal olmayan bir kayma kipi elde edilir [3].

Doğrusal ve zamanla değişen kayma yüzeyleri ile ilgili öncü bir çalışma dönme ve öteleme düzenlerine sahip ayrık

hareketli kayma yüzeylerinin tanımlandığı çalışmadır [4]. Ayrık hareketli kayma yüzeylerindeki temel düşünce, kayma yüzeyi parametrelerinin başlangıçta, keyfi olarak seçilen başlangıç koşullarından geçen bir kayma yüzeyi elde edecek şekilde seçilmesi ve daha sonra kayma yüzeyinin belirli aralıklarla hareket ettirilmesidir. Böylece bozucuların etkisi indirgenmektedir. Ayrık hareket algoritması ile kayma yüzeyi belirli bir örnekleme aralığı boyunca hesaplanan değerinde kalmakta ve bir sonraki örnekleme anında yeni hesaplanan kayma yüzeyine geçilmektedir. Bu geçişler bozuculara karşı bir duyarlılık oluşturmaktadır [4]. Bu olumsuz etkiyi engelleme düşüncesi ile zamana bağlı sürekli bir fonksiyon kullanılarak sürekli hareketli kayma yüzeyleri tanımlanmıştır [5]. Sürekli hareket algoritması için zamana bağlı kübik polinomlar kullanılarak başarımla iyileştirmesi [6] ve koordinat dönüşümüne dayalı yeni bir kayma yüzeyi tanımlayarak farklı kayma yüzeylerinin elde edilmesi [7] üzerine çalışmalar da bulunmaktadır.

Yukarıda bahsedilen hem ayrık hem de sürekli hareket algoritmasında kayma yüzeyinin hareketi doğrudan kayma yüzeyi parametresinin değiştirilmesi ile elde edilmektedir [4, 5]. Fakat farklı kayma yüzeyi değerleri için kayma yüzeyi parametresindeki aynı miktarda bir değişim kayma yüzeyinin konumunda benzer miktarda bir değişiklik anlamına gelmez. Kısacası, küçük eğim değerlerinde parametredeki aynı miktarda bir değişiklik büyük eğim değerlerinde olduğundan çok daha fazla bir yer değiştirme sağlar. Bunun en açık etkisi ise başlangıçta sistemin geçici yanıtında iyi bir yükselme zamanı elde edilebilecek olmasına karşın yerleşme zamanının aynı şekilde iyileştirilememesi olmaktadır.

Bu bildiri çalışmasında, açısal bilgi kullanılarak kayma yüzeyi tanımlanmış ve kayma yüzeyinin daha iyi bir yerleşme zamanı sağlayacak şekilde hareketi sağlanarak kayma yüzeyine ulaşma zamanı ve yerleşme zamanı ödünleşimi ele alınmıştır. Elde edilen başarımla farklı kayma yüzeyi hareket algoritmaları kullanan kayma kipli kontrolörler ile ve geleneksel sabit kayma yüzeyine sahip kayma kipli kontrolör ile benzetim çalışmaları yardımı ile gösterilmiştir.

## 2. Kayma Kipli Kontrol

Sistem parametrelerine ve bunların belirsizliklerine göre doğrusal bir durum geribeslemesi bileşenine sahip, sistem parametrelerinin ve modellenmiş dış bozucuların uyumluluk koşulunu sağladığı, kontrol girişinin bozuculardan etkilenmediği, tek girişli,  $n$ . mertebeden, kontrol edilebilir kanonik biçimli ikinci derece bir sistem

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i(t)) f_i(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t) u(t) + d(\mathbf{x}, t)\end{aligned}\quad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $a_i$  ( $i=1\dots n_s$ ) sistemin sahip olduğu sabit parametreleri,  $\Delta_i(t)$  ( $i=1\dots n_s$ ) ise sınırlı belirsizliklere sahip parametre sarsımlarını belirleyen fonksiyonlardır [8]. Sistemdeki doğrusal olmayan parametrelerin ve bu parametrelere ait belirsizliklerin sayısı  $n_s$  değeri ile belirlenmektedir. Bu değer sistem modelinin tasarımı sırasında kullanılmaktadır. Her  $t$  anı için parametre belirsizlikleri ve dış bozucuların

$$\Delta_i^- \leq \Delta_i(t) \leq \Delta_i^+ \quad \text{ve} \quad \gamma^- \leq d(t) \leq \gamma^+ \quad (2)$$

şeklinde sınır değerli oldukları varsayılmıştır. Burada  $\Delta_i^-, \Delta_i^+$  ve  $\gamma^-, \gamma^+$  bilinen sabit değerli skaler büyüklüklerdir. İzleme problemi durumunda, (1) sistemine ait genel bir kayma yüzeyi ifadesi şu şekilde seçilebilir [8]:

$$s(\mathbf{e}) = e_2(t) + c_1 e_1(t) \quad (3)$$

Burada  $\mathbf{e}$  durumlara ait izleme hatasıdır ve

$$\mathbf{e}(t) \triangleq [e_1(t) \ e_2(t)] = [x_1(t) - x_{d1}(t) \ x_2(t) - x_{d2}(t)] \quad (4)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $x_{di}$  değeri  $i$ . duruma ait istenen sistem yörüngesini temsil eder. Eşdeğer kontrol kuralını elde etmek amacı ile  $\dot{x}_{d1} = x_{d2}$  alınarak  $\dot{e}_1 \triangleq e_2$  olduğu varsayılır ve  $s(\mathbf{e})=0$  için (3) denkleminin diferansiyeli hesaplanırsa

$$\dot{s}(\mathbf{e}) = c_1 e_2 - \dot{x}_{d2} + \sum_{i=1}^{n_s} (a_i + \Delta_i) f_i + bu + d \quad (5)$$

elde edilir. Belirsiz parametrelere ait kısım ayrı yazılır ve  $\dot{s}(\mathbf{e}) = 0$  yapan kontrol kuralını elde etmek için  $u(t)$  çekilirse, eşdeğer kontrol kuralı

$$bu_{eq}(t) = -c_1 e_2 + \dot{x}_{d2} - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i - \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i f_i \quad (6)$$

olarak bulunur. Fakat (6)'da son terim sistem belirsizliklerinden dolayı gelir ve bu belirsizlikten dolayı (6) denkleminin fiziksel olarak elde edilmesi mümkün değildir. Bunun için (6) yerine

$$bu_{eq}(t) = -c_1 e_2(t) + \dot{x}_{d2} - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i(\mathbf{x}, t) \quad (7)$$

alınır. (7) kontrol kuralı anma (nominal) eşdeğer kontrol kuralı olarak adlandırılır. Kontrol kuralı

$$u(t) = u_{eq}(t) + u_N(t) \quad (8)$$

şeklinde. Burada  $u_{eq}(t)$  sistemin kayma yüzeyine gelmesini sağlayan eşdeğer kontrol,  $u_N(t)$  ise kayma yüzeyinde hareketi garanti eden süreksiz kontrol işaretidir. (8)'de eşdeğer kontrol kuralı için (7) kullanılır ve bu değer (5)'de yerine koyulursa

$$\dot{s}(\mathbf{e}) = \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}, t) + bu_N(t) + d(t) \quad (9)$$

değeri elde edilir. Burada artık tasarım problemi  $u_N(t)$ 'nin elde edilmesi sorunudur [8]. Kontrol kuralının süreksiz bileşeni  $u_N(t)$ 'yi tasarlamak için kullanılabilecek bir ifade

$$u_N(t) = -K(\mathbf{x}, t) \text{sign}(s) \quad (10)$$

şeklinde yazılabilir. Gördüğü gibi,  $K(\mathbf{x}, t)$  süreksiz kontrol kuralına ait kazanç değerinin parametre belirsizliklerine bağlı sınırlarını verir ve kesin pozitif gerçel bir fonksiyondur. Ulaşma koşulu olarak

$$s\dot{s} \leq -\mu|s| \quad (11)$$

alınabilir [8]. Burada  $\mu$  küçük değerli pozitif skaler bir tasarım ölçütüdür. Eğer (11) koşulu (9) için sınırlırsa,

$$\begin{aligned}s\dot{s} &= s \left( \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) + bu_N(t) + d(t) \right) \\ &= s \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) - bK|s| + s.d(t) \\ &\leq |s| \left( \left| \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i(t) f_i(\mathbf{x}) \right| - bK + |d(t)| \right)\end{aligned}\quad (12)$$

olduğu görülür. Denklem (11)'de verilen ulaşma koşulunu sağlamak amacı ile (12)'deki  $K(\mathbf{x}, t)$  için

$$b.K(\mathbf{x}, t) \geq \left| \sum_{i=1}^{n_s} \Delta_i f_i \right| + \mu + |d| \quad (13)$$

sağlayan farklı biçimde tasarımlar yapılabilir. Parametrelerin ve bozucuların (2)'deki gibi sınır değerli olma koşulu altında her zaman için

$$b.K(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{n_s} |\bar{\Delta}_i f_i| + \mu + \bar{\gamma} \quad (14)$$

elde edilebilir. Burada  $\bar{\Delta}_i$  ve  $\bar{\gamma}$  değerleri (2)'de verilen sınır değerleri altında

$$\bar{\gamma} = \max\{|\gamma^-|, |\gamma^+|\} \quad \text{ve} \quad \bar{\Delta}_i = \max\{|\Delta_i^-|, |\Delta_i^+|\} \quad (15)$$

sağlayacak şekilde seçilir. (14)'teki  $K(\mathbf{x}, t)$  değerini (12)'de yerine koyarsak ulaşma koşulunun sağlandığı görülür. Bu durumda, ideal kayma kipinin sonlu zamanda elde edileceği garanti edilmiş olur. Elde edilen kontrol kuralı

$$u = \frac{1}{b} (-c_1 e_2 - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + \dot{x}_{d2}) - K \text{sign}(s) \quad (16)$$

şeklinde. Bu kontrol yapısı ölçeklenmiş röle yapısı olarak adlandırılır [8].



koşulu (11)'i sağlayacak bir kontrol işareti

$$u(t) = \frac{1}{b} \left( -\dot{c}_1 e_1 - c_1 e_2 - \sum_{i=1}^{n_s} a_i f_i + \dot{x}_2^d \right) - K \text{sign}(s) \quad (24)$$

şeklinde elde edilebilir. Burada (16)'dan farklı olarak gelen  $\dot{c}_1 e_1$  terimi kayma yüzeyi parametresinin türevinden gelmektedir. Denklem (20)'den  $\dot{c}_1$  değeri

$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} h_1, & \text{if } e_1 e_2 \leq 0, \text{ ve } d_r c_1(t) < d_r c_f \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (25)$$

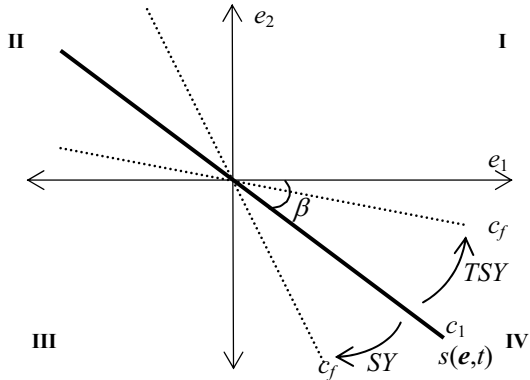
olarak elde edilir. Böylece sürekli olarak dönme hareketi sağlanmış olur.

### 3.3. Önerilen Yöntem: Açısal Dönme Düzeni

Bu bildiri çalışmasında, (17) biçimindeki doğrusal kayma yüzeyi için yeni bir kayma yüzeyi parametresi

$$c_1(t) = \begin{cases} \tan(\beta), & \text{Eger } e_1 e_2 \leq 0, \text{ ve } d_r c_1(t) < d_r c_f \\ c_f, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (26)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $\beta$  değişkeni  $e_1$ -ekseni ve kayma yüzeyi arasındaki açı olarak tanımlanmış ve Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 3. Önerilen çalışma için dönme yönlerinin ve  $\beta$  açısının gösterilimi

Hem saat yönü hem de ters saat yönü için kayma yüzeyi parametresinin zamana göre değişimi Şekil 4'te verilmiştir. Şekil 2'den farklı olarak kayma yüzeyi zamana göre doğrusal olmayan bir yapıda değişmektedir. Ayrıca, ulaşma koşulunu sağlayan bir kontrol işareti aynı (24)'te olduğu gibi elde edilir ve  $\dot{c}_1$  değeri bu durumda

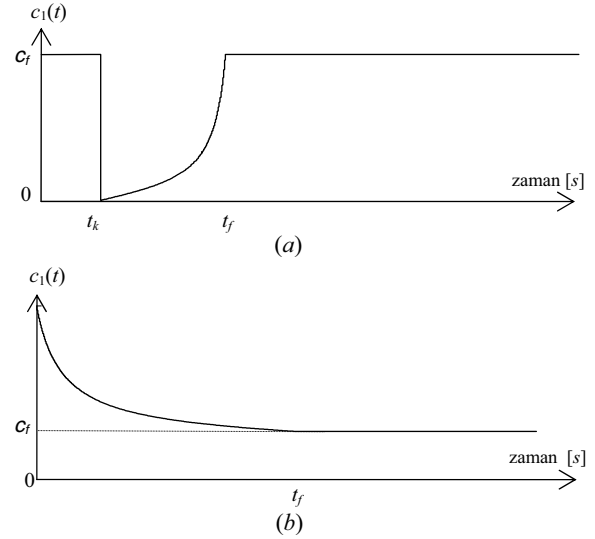
$$\dot{c}_1(t) = \begin{cases} \dot{\alpha} \sec^2(\alpha), & \text{Eger } e_1 e_2 \leq 0, \text{ ve } d_r c_1(t) < d_r c_f \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases} \quad (27)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $\dot{\alpha}$  bir sabittir ve dönme hızını belirler. Bu sabit değer, dönme hareketinin  $t_k$ 'den  $t_f$ 'e gerçekleştiği tüm açısal değerler doğru orantılıdır ve şu şekilde

verilebilir:

$$\dot{\alpha} = \frac{|\arctan(c_f) - \arctan(c_1(t_k))|}{k_1} \quad (28)$$

burada  $k_1$  dönme hızını belirleyen bir parametredir ve sistemin fiziksel özelliğine bağlı olarak belirlenir.



Şekil 4. Önerilen yöntemde  $c_1(t)$  kayma yüzeyi parametresi: a) SY, b) TSY.

## 4. Benzetim Sonuçları

Sayısal benzetim çalışmaları [4] ve [5]'te de kullanılan yay-damper sisteminin ikinci derece doğrusal olmayan modeli üzerinde gerçekleştirilmiştir. Durum uzayı gösterilimi (1) biçimindedir ve  $n_s=4$  için sistem parametreleri

$$b = 1/m$$

$$f_1 = x_1/m, f_2 = x_1^3/m \quad (29)$$

$$f_3 = x_2/m, f_4 = x_2|x_2|/m$$

$$a_1 = a_2 = -0.45, \quad a_3 = a_4 = -0.25$$

şeklinde seçerek elde edilir. Burada  $m=1$  kg damper kütesidir. Sınır değerli parametre belirsizlikleri ve dış bozucular

$$\Delta_1 = \Delta_2 = -0.25 \sin(5\pi)$$

$$\Delta_3 = \Delta_4 = -0.15 \sin(7\pi) \quad (30)$$

$$d(t) = 0.05 + 0.25 \cos(3\pi)$$

şeklinde modellenmiştir. Bu çalışmada üzerinde durulan ilgili kontrolörlerin hepsi de birbirleri ile kıyaslanmıştır. Bu kontrolörler sabit kayma yüzeyine sahip geleneksel kayma kipli kontrolör (SMC-Klasik), Choi v.d. [4] tarafından önerilen ayrık dönme düzenine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Ayrık), Bartoszewicz [5] tarafından önerilen sürekli dönme

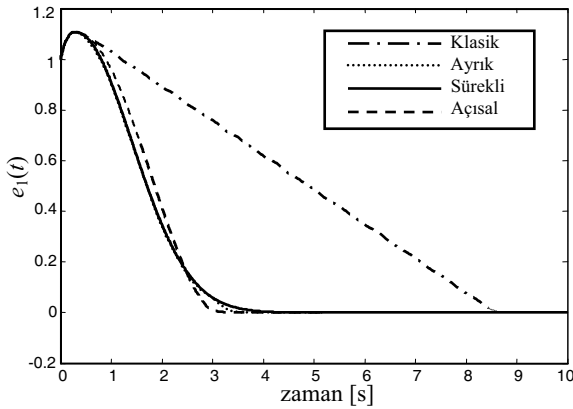
düzenine sahip kayma kipli kontrolör (SMC-Sürekli) ve bu bildiri çalışmasında önerilen açılal dönme hareketine sahip kayma kipli kontrolördür (SMC-Açılal). Tüm benzetimler [0:10] saniye zaman aralığında gerçekleştirilmiştir. Denklem (16) ve (24)'te verilen kontrol kurallarında  $K=1$  ve  $c_1=7$  alınmıştır. SMC-Ayrık için  $\Delta_{fr}=0.466$ , SMC-Sürekli için  $c_f=7$ ,  $h_1=0.796$ ,  $h_2=-0.234$  ve SMC-Açılal için  $c_f=7$ ,  $k_1=2.557$  alınmıştır.

Tüm benzetimlerde örnekleme aralığı  $\Delta\tau=0.001s$  seçilmiştir. Başlangıç koşulları  $(x_1(0), x_2(0))=(0.5, 1)$  ve izlenmesi istenen durum yörüngesi

$$\begin{aligned} x_{d1}(t) &= -0.5 \cos(\pi/5) \\ x_{d2}(t) &= 0.1\pi \sin(\pi/5) \end{aligned} \quad (31)$$

olarak seçilmiştir. Doğru bir karşılaştırma yapabilmek amacı ile tüm yöntemlerde kontrolör parametreleri  $|e_2| \leq 0.6$  olacak şekilde ayarlanmıştır. Çünkü  $|e_2|$  değeri daha büyük alınarak daha iyi geçici durum yanıtları elde edilebilir. Fakat, fiziksel olarak bu değer bir üst sınırı olduğu için sınır belirlemeksizin parametreleri ayarlamak gerçekçi olmayacaktır.

Sistemin  $e_1(t)$  hata durumuna ait geçici yanıt Şekil 5'te verilmiştir. Görüldüğü gibi tüm hareket algoritmaları SMC-Klasik'ten daha iyi geçici yanıt davranışına sahiptir.

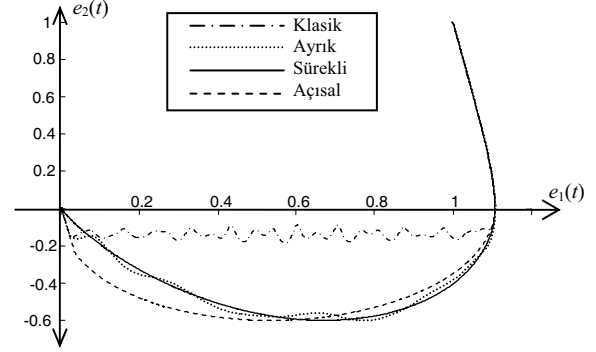

 Şekil 5. Hata durumu  $e_1(t)$ 

Tablo 1'de ulaşma zamanı ( $t_{reach}$ ) ve başarımlı ölçütü olarak mutlak hatanın integrali (integral of absolute error -IAE), mutlak hata ile zamanın integrali (integral of time with absolute error -ITAE), ve  $e_1(t)$  için yerleşme zamanı ( $t_s$ ) verilmiştir. SMC-Açılal elde edilmesi düşünüldüğü gibi en iyi yerleşme zamanına sahiptir. IAE ve ITAE sonuçları birbirine yakın olmasına rağmen SMC-Ayrık ve SMC-Sürekli için bir miktar daha iyi IAE ve ITAE değeri elde edildiği görülmektedir.

 Table 1. Hata durumu  $e_1(t)$  için başarımlı ölçütleri

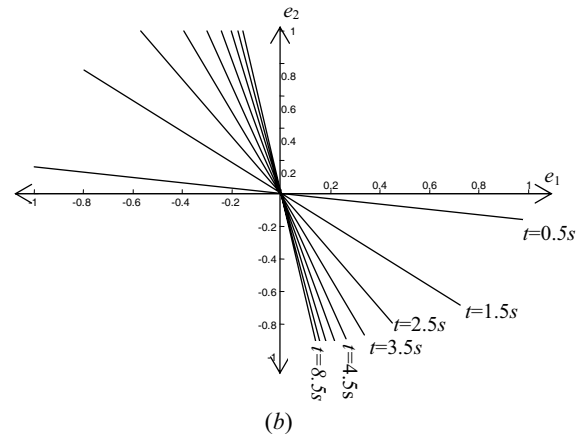
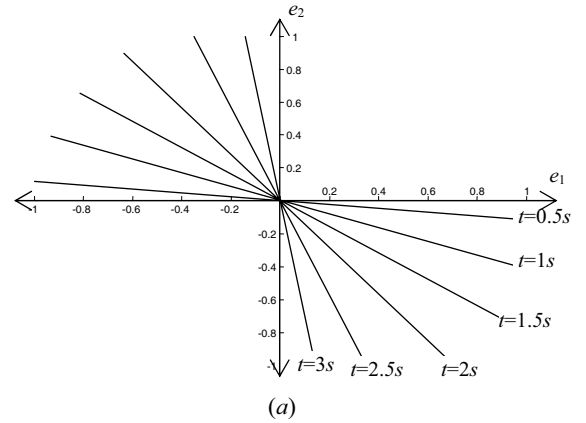
| SMC     | IAE( $e_1$ ) | ITAE( $e_1$ ) | $t_s(e_1)$ | $t_{reach}$ |
|---------|--------------|---------------|------------|-------------|
| Klasik  | 4.9797       | 14.3171       | 8.536      | 8.420       |
| Ayrık   | 1.8463       | 1.8299        | 3.339      | 3.235       |
| Sürekli | 1.8729       | 1.8966        | 3.731      | 0.294       |
| Açılal  | 1.9421       | 1.9371        | 3.023      | 0.294       |

Şekil 6'da ilgili kontrolörler için  $(e_1, e_2)$  hata faz düzlemi yörüngeleri verilmiştir. SMC-Ayrık'ta bekleme sürelerinden kaynaklanan bozucu etkisi daha açık görülmektedir. SMC-Açılal ve SMC-Sürekli ise kararlı bölgeye girme anı olan  $t_k=0.294$  s'den itibaren kayma yüzeyi üzerinde tutulduğu için  $t_k$  anından sonra bozuculardan etkilenmemektedir.

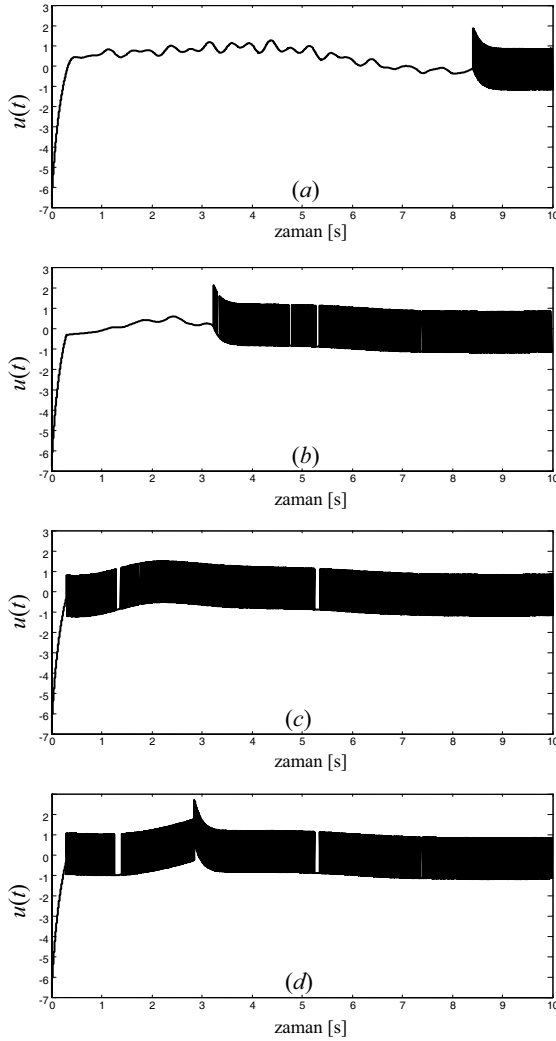


Şekil 6. Hata durum uzayı yörüngesi

Önerilen yöntemin temel farkı Şekil 7'de görülmektedir. SMC-Sürekli için  $c_1(t)$  değeri büyüdükçe kayma yüzeyindeki yer değiştirme giderek küçülme bu ise sistemin başarımını etkilemektedir. SMC-Açılal da ise  $c_1(t)$ 'nin tüm değerleri için aynı yer değiştirme korunmaktadır.



Şekil 7. Belirli anlarda zamanla değişen kayma yüzeyinin konumu: a) SMC-Açılal, b) SMC-Sürekli



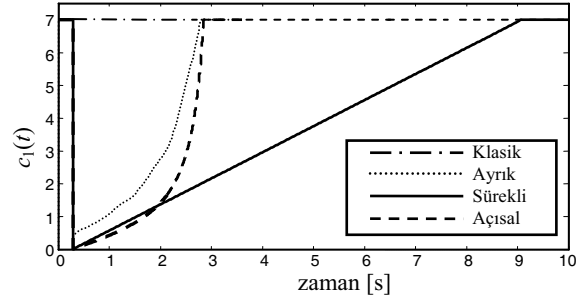
Şekil 8. Kontrol işaretleri: a) SMC-Klasik, b) SMC-Ayrık, c) SMC-Sürekli, d) SMC-Açısal.

Kontrol işaretleri Şekil 8’de verilmiştir. Kontrol işaretinin alt sınırı tüm kontrolörlerde aynı ve üst sınırdan daha büyük genliktedir. Kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$  Şekil 9’da ve kayma yüzeyi değişkeni  $s(e,t)$  ise Şekil 10’da verilmiştir. Zamanda sürekli değişen bir yöntem olmasına karşın önerilen SMC-Açısal’ın literatürdeki SMC-Ayrık’a olan dikkat çekici benzerliği görülmektedir. Her ikisi için de  $c_1(t)$  değerinde zamana göre doğrusal olmayan bir değişim gözlenmektedir. SMC-Sürekli için ise bu değişim doğrusaldır. SMC-Ayrık’ta her bir ayrık adımda dönme miktarı, kayma yüzeyinin sistem hata durum yörüngesinin yakınında tutulmasını sağlayacak şekilde seçilmektedir. Bu açıdan ele alındığında zamana göre sürekli değiştirilen bir yöntemle SMC-Ayrık’a benzer bir değişimin elde edilmiş olması önemlidir.

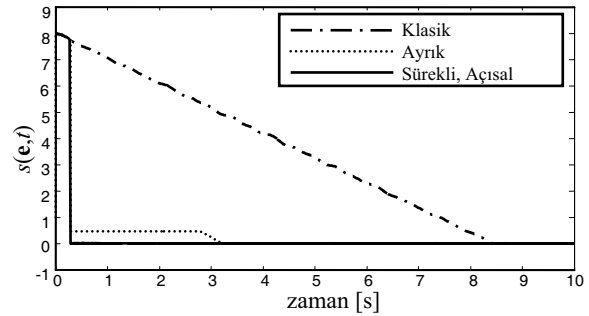
## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, açısallık bilgisi kullanılarak sürekli zamanla değişen yeni bir kayma yüzeyi hareket algoritması elde edilmiştir. Yeni yöntemin sistem başarımını özellikle yerleşme zamanı açısından diğer yöntemlere göre daha iyi sağladığı benzetimler ile gösterilmiştir. Bu çalışmada açısallık yer değiştirilmesinin sabit olduğu kabul edilmiştir. Açısallık yer değiştirme bilgisi değişen

ortama veya sisteme uyum sağlamak amacı ile sistem durumları veya zaman bilgisinden yararlanılarak ayarlanabilir ve böylece istenen farklı sistem yörüngeleri de elde edilebilir.



Şekil 9. Kayma yüzeyi parametresi  $c_1(t)$



Şekil 10. Kayma yüzeyi değişkeni  $s(e,t)$

## 6. Kaynakça

- [1] V.I. Utkin, “Sliding mode control”, *Variable Structure Systems: From Principles to Implementation*, A. Sabanovic, L. Fridman, and S. Spurgeon (editörler), IEE Control Series 66, London, United Kingdom, 3-17, 2004.
- [2] S. Tokat, I. Eksin, M. Guzelkaya ve T. Soylemez, “Sliding mode control with a nonlinear time-varying sliding surface,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Cilt:25, No:2, s:145-162, 2003.
- [3] H. Lee, E. Kim, H.J. Kang ve M. Park, “Design of a sliding mode controller with fuzzy sliding surfaces,” *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Cilt: 145, No:5, s: 411-418, 1998.
- [4] S.B Choi, C.C. Cheong ve D.W. Park, “Moving switching surfaces for robust control of second order variable structure systems,” *International Journal of Control*, Cilt: 58, No: 1, s: 229-245, 1993.
- [5] A. Bartoszewicz, “A comment on ‘A time varying sliding surface for fast and robust tracking control of second-order uncertain systems’,” *Automatica*, Cilt: 31, No: 12, s: 1893-1895, 1995.
- [6] K.B. Park ve T. Tsuji, “Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems,” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Cilt: 9, s:769-780, 1999.
- [7] S. Tokat, I. Eksin ve M. Guzelkaya, “A new design method for sliding mode controllers using a linear time-varying sliding surface,” *Journal of Systems and Control Engineering*, Cilt: 216, s: 455-466, 2002.
- [8] C. Edwards ve S.L. Spurgeon, *Sliding Mode Control: Theory and Applications*, Taylor&Francis, London, 1998.

# Denizaltıların Deniz Etkilerine Karşı Yeniden Yapılanabilir Kayar Kipli Denetleyiciler Yardımı ile Derinlik Kontrolü

Ufuk Demirci<sup>1</sup>, Feza Kerestecioğlu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Deniz Harp Okulu, Tuzla, İstanbul  
udemirci@dho.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Kadir Has Üniversitesi, Cibali, İstanbul  
kerestec@khas.edu.tr

## Özetçe

Yeniden yapılanabilir denetleyiciler son yıllarda arızaya müsamahalı sistemlerde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu çalışmada deniz durumunun sualtı araçlarının derinlik kontrolündeki olumsuz etkilerinin giderilmesi amacıyla kayar kipli denetim tekniği eşdeğer veya düzeltici kazanç kısımları üzerinde uyarlanır denetim yöntemleri ayrı ayrı kullanılmıştır. Önerilen yaklaşımlarda ortak olan husus deniz durumu etkilerinin bir doğrusal gözetleyici yardımı ile takip edilerek sistem dinamiği üzerindeki etkileri bir bozucu dağıtım matrisi oluşturularak ortaya konulmuş ve bu matristeki bozucu etki kadar kayar kipli denetleyicinin eşdeğer veya düzeltici kazanç kısımları modifiye edilerek deniz durumunun sualtı aracının derinlik kontrolündeki olumsuz etkileri ortadan kaldırılmıştır. Bu çalışmanın katkısı, önerilen bozucu etkilere müsamahalı uyarlanabilir denetleyiciler yardımı ile sistem performanslarının en kötü ortam şartlarında dahi muhafaza edilmesi veya kontrolden çıkmasının engellenmesinin örneklerle açıklanmasıdır.

## 1. Giriş

Otonom olarak denetleyicilerin yeniden yapılandırılması günümüzde mevcut sistemlerin karmaşık yapısı gereği çok önemli bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır[1]. Bu karmaşık sistemler çevresel şartlardan kaynaklanan bozulmalar nedeni ile sürekli çalışmalarının garanti edilebilmesi için gürbüzlüğe ihtiyaç duymaktadırlar. Bu çalışmada kayar kipli denetim yöntemini temel denetleyici [2] olarak kullanan aktif yeniden yapılanabilir yeni denetleyiciler önerilmektedir.

Beklenmeyen bozulmalardan kaynaklanan belirsizlikler doğrusal gözetleyici yardımı ile elde edilmektedir. Denetleyici belirsizlik bilgisine göre yeniden yapılandırılmakta ve denetleyicinin kararlılığı kayar kipli denetim metodunun gürbüzlük özelliği yardımı ile garanti edilmektedir. Kayar kipli denetleyicinin gürbüzlük özelliği küçük bozulmaları karşılayabilir. Önerilen denetleyiciler yardımı ile sürekli gözlemlenen bozulma bilgisine göre kendini değiştirebilen denetleyiciler yardımı ile daha büyük bozulmalar karşılanabilir. Önerilen her iki yaklaşımda çok iyi bilinen

kayar kipli denetim yöntemini temel denetleyici olarak kullanan aktif denetim metodlarıdır. Bu çalışmada önerilen denetleyici yaklaşımları daha önce bir doğrusal sistem modeli üzerinde ve sistem arızaları durumundaki performansları ile gösterilmiştir [3]. Ancak her iki yaklaşımın uygulama alanı olarak sualtı araçlarında kullanılması bu çalışma ile gerçekleştirilmektedir.

Kayar kipli denetleyicinin düzeltici veya eşdeğer kazanç vektörü, gözetleyici yardımı ile sistem dinamiği gözlemlenerek sistem dinamiği değişimine neden olan bir arıza veya çevresel etki durumunda bahse konu arıza veya çevresel etkiyi karşılayacak kadar yeniden yapılandırılmaktadır.

Sistem dinamiğinde beklenmedik değişiklikler ilave bir bozulma olarak işlem gördüğünden bozulma dağılım bilgisi yardımı ile kayar kipli denetleyicinin gürbüzlüğü iki ayrı yaklaşımla artırılmaktadır.

Kayar kipli denetleyicilerin en olumsuz özelliklerinden olan çatırdama nominal sistem dinamiği için yumuşak bir doğrusal olmayan anahtarlama fonksiyonu kullanılarak giderilmektedir. Çatırdama, bozulmalara açık bir sistem için istenmeyen etkilerin ortadan kaldırılması nedeniyle denetim faaliyeti artacağından kaçınılmaz bir olgudur.

Nominal veya bozulmaya maruz sistem dinamiği için çevrimiçi yeniden yapılanabilir denetleyicinin kararlılığı temel denetleyici için kayar kipli denetleyici kullanıldığından garanti edilmektedir. Önerilen yaklaşımlarda tanımlanan kayar manifold boyunca kararlılığın garanti edildiği bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanmaktadır [4].

## 2. Problemin Açıklanması

### 2.1. Sığ Suda Dalmış Denizaltı Faaliyeti

Periskop kullanımı veya dizel çalıştırarak bataryaların şarj edilmesi faaliyetleri nedeniyle konvansiyonel denizaltılar için dalmış durumda sığ suda seyir icra etmek çok hayati bir faaliyettir. Deniz durumunun denizaltı üzerindeki olumsuz etkileri nedeniyle deniz sathına yakın dalmış denizaltılarda derinlik kontrolü daha zor gerçekleştirilmektedir. Önerilen yeni



yaklaşımın etkinliği sığ suda dalmış olan ve deniz dalgalarının olumsuz etkilerine maruz kalan denizaltıların derinlik kontrolü problemi ile gösterilmektedir. Sığ suda dalmış denizaltılar daha çok deniz dalgalarından etkilenmekte olduğundan deniz akıntılarının etkileri bu çalışmada ihmal edilmiştir.

Çalışmada kullanılan denizaltı modeli [5]'de detaylı olarak incelenmiş olan denizaltı modelidir. Bahse konu denizaltı modelinin Türk Denizaltıcılığında baş ve kış ufki dümenler olarak adlandırılan iki adet kontrol yüzeyi bulunmaktadır. Ayrıca tirim sarnıçlarındaki deniz suyu miktarı sabit bir kontrol girdisi olarak kullanılmaktadır. Ancak tirim sarnıçlarındaki deniz suyu miktarının mevcut uygulamada olduğu şekilde tirim tablosunda belirlendiği şekilde dalışa başlanmadan önce belirlenerek uygulandığı kabul edilmektedir. Derinlik ölçümü bir hidrostatik basınç algılayıcısı (umk metre) ile baş-kış yalpa açısı ise dönü ölçer sistem (cayro) ile ölçülmektedir. Denizaltının başlangıçta ileri yolda düşük süratte seyrettiği kabul edilmektedir. Ayrıca denizaltının yalpa ekseninde kararlı olduğu ve yalpa hareketi için kontrol ihtiyacı olmadığı öngörülmektedir. Bu nedenle Türk Denizaltıcılığında amudi dümen olarak bilinen dümen yardımı ile kontrol edilen yanlama hareketinin baş-kış yalpa hareketinden bağımsız olduğu kabul edilmektedir.

Dalmış durumda sığ suda bulunan denizaltı deniz durumuna bağlı olarak deniz kuvvetleri ve deniz momentlerinin etkilerine maruz kalmaktadır. Bu kuvvetler sinüs biçimli dalga örüntülerinin birinci ve ikinci derece kısımlarından oluşmaktadır. Birinci derece kuvvetler denizaltı gövdesi boyunca birbirlerinin etkilerini ortadan kaldırdıklarından denetleyici tasarımında ihmal edilebilirler. Dalga etkilerinin ikinci derece kısımları denizaltıyı yüzeye (satha) doğru çekme eğilimi göstermektedirler. Bu kuvvete çekme kuvveti adı verilmektedir. Çekme kuvveti etkileri denizaltı dalış derinliği arttıkça azalmaktadır.

Denizaltıların hareket denklemleri doğrusal olmayan diferansiyel denklemler olarak ifade edilebilir ve altı serbestlik derecesinde incelenir [6]. Bu çalışmada kontrol faaliyeti yalpa ve yatay yalpa eksenlerinde uygulanmadığından denetleyici tasarımında baş-kış yalpa ve denize dik olan eksen denklemleri kullanılmaktadır. Doğrusal model ile çalışmak daha basit olacağından baş-kış yalpa ve denize dik eksenlerdeki denklemler bir denge noktası etrafında doğrusal hale getirilmiştir.

Daha gerçekçi bir denetleyici tasarımı gerçekleştirilebilmek amacıyla denizaltının modellenmesinde deniz dalgalarının etkileri de dikkate alınmıştır. Deniz durumu dalga yüksekliklerine bağlı olarak 0'dan 9'a kadar tanımlanmaktadır. Bu çalışmada 1 (sakin-çirpıntılı) ile 6 (çok sert fırtına) arasındaki deniz durumları modellenerek farklı deniz dalga yükseklikleri için denetim performansı incelenmektedir. Önerilen yeniden yapılanabilir denetim yapısı denizaltının derinlik kontrolü amacıyla uygulanmıştır. Çekme kuvvetinin ve dalgaların etkisi ile denizaltının derinlik kontrolünü sağlaması ve belirlenen derinlikte dalmış durumunu koruması amaçlanmaktadır.

## 2.2. Denizaltı Dinamikleri

Denizaltı modelinin türetilmesi ayrıntılı olarak [5]'de incelenmiştir. Denizaltının z- eksenindeki hareket denklemi (normal kuvvet)

$$\dot{w}(t) = \frac{Z'_w U}{L m_3} w(t) + \frac{1}{m_3} (Z'_\theta + m') U \dot{\theta}(t) + \frac{Z'_\theta L}{m_3} \ddot{\theta}(t) + \frac{Z'_{\delta B} U^2}{L m_3} \delta B(t) + \frac{Z'_{\delta S} U^2}{L m_3} \delta S(t) + \frac{2}{\rho L^3 m_3} Z_{wave}(t) + W_e(t) \cos \theta \cos \phi \frac{2}{\rho L^3 m_3} \quad (1)$$

denklemden  $w(t)$  denizaltının z-ekseni boyunca sürati,  $\theta$  baş kış yalpa açısı,  $\rho$  deniz suyu yoğunluk değeri,  $L$  denizaltının tam boyu,  $m$  denizaltının ağırlığı,  $U$  ileri yol sürati,  $\delta B$  baş ufki dümen kontrol değeri,  $\delta S$  kış ufki dümen kontrol değeri,  $Z_{wave}$  denize dik dalga nedeniyle oluşan anlık kuvvet,  $m' = 2m / \rho L^3$ ,  $m_3 = m' - Z'_w$  ve  $W_e(t) = M_e(t) \cdot g$  'dir. Burada  $M_e(t)$  dalış tirim sarnıcının ağırlığı ve  $g$  yerçekimi ivmesidir.

y-ekseni boyunca hareket denklemi (baş kış yalpa momenti)

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{M'_w}{L I_2} \dot{w}(t) + \frac{M'_w U}{L^2 I_2} w(t) + \frac{M'_\theta U}{L I_2} \dot{\theta}(t) + \frac{M'_{\delta B} U^2}{L^2 I_2} \delta B(t) + \frac{M'_{\delta S} U^2}{L^2 I_2} \delta S(t) + \frac{2mg(z_G - z_B)}{\rho L^5 I_2} \theta(t) + \frac{M_{wave}(t)}{\frac{\rho}{2} L^5 I_2} \quad (2)$$

denklemden  $z_G$  ve  $z_B$  denizaltı boyutları,  $M_{wave}$  baş kış yalpa ekseninde dalga nedeniyle oluşan anlık moment,  $I_2 = I'_{G_y} - M'_\theta$  ve  $I'_{G_y}$  yerçekimi merkezindeki atalet momentidir. (1) ve (2) nolu denklemlerdeki tüm üstlü ifadeler hidrodinamik katsayılardır.

(1) ve (2) nolu denklemler ile 7nci bölümdeki hidrodinamik katsayılar ve denizaltının boyutları kullanılarak aşağıdaki denklemler elde edilir,

$$\begin{aligned} \dot{w}(t) = & -2.45313 \times 10^{-2} w(t) + 1.5174 Q(t) + 4.6192185 \times 10^{-2} \delta B(t) - 7.9592688 \times 10^{-2} \delta S(t) \\ & + 1.62 \times 10^{-2} \theta(t) - 2.2 \times 10^{-9} M_{wave}(t) + 3.06 \times 10^{-6} Z_{wave}(t) + 9.8 \times 10^{-5} M_{e_{aux}}, \\ \ddot{\theta}(t) = & 3.3720 \times 10^{-4} w(t) - 7.71345 \times 10^{-2} Q(t) + 4.79688 \times 10^{-4} \delta B(t) - 2.184535 \times 10^{-3} \delta S(t) \\ & - 0.003975 \theta(t) + 5.42 \times 10^{-10} M_{wave}(t) - 2.20 \times 10^{-9} Z_{wave}(t) - 7.14 \times 10^{-8} M_{e_{aux}} \end{aligned} \quad (3)$$

burada  $\dot{Q}(t) = \ddot{\theta}(t)$  ve  $U = 8.43 \text{ Ft/sn}$ .'dir.

Durum değişkenleri baş kış yalpa açısal hızı ve denize dik eksenindeki denizaltı (dalma) hızı olan denklemler denizaltı dinamiğinin durum denklemleridir. (3)'den denizaltı dinamiğinin durum uzayı denklemleri aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) + \mathbf{Rd}(t) \quad (4)$$

bu denklemde

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [w(t), Q(t), \theta(t)]^T, \\ \mathbf{u}(t) &= [\delta B(t), \delta S(t), M_{e_{aux}}]^T, \\ \mathbf{d}(t) &= [Z_{wave}(t), M_{wave}(t)]^T. \end{aligned}$$

$\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  durum değişken vektörü,  $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^r$  denetim giriş vektörü  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^m$  çıkış ölçüm vektörüdür ve A, B matrislerinin değerleri (3)'den elde edilebilir.  $\mathbf{d}(t) \in \mathbb{R}^h$  vektörü z-ekseni boyunca deniz dalgalarının kuvvetini ve y-eksenindeki deniz dalgaları momentini içeren bozulma vektörüdür.  $\mathbf{R}_n$  matrisi ise bozulma dağılım matrisidir.

### 2.3. Deniz Modeli

Dalmış durumdaki denizaltılar denizin neden olduğu kuvvetlere ve momentlere maruz kalırlar. Bu kuvvetler sinüzoidal dalga örüntülerinin birinci ve ikinci dereceden bölümlerinden oluşurlar[7]. Birinci derece kuvvetler denizaltı gövdesi boyunca birbirlerinin etkilerini ortadan kaldırdıklarından denetleyici tasarımında etkileri gözardı edilebilir. Bu çalışmada verilen deniz modeli ITTC tarafından kabul edilen deniz dalga modelidir ve deniz seviyesi hareketlerinin tayfını aşağıdaki şekilde gösterir [8],

$$S(\omega) = 8.1 \times 10^{-3} \omega^{-5} \exp\left(-\frac{3.11}{H_s^2} \omega^{-4}\right) \quad (m^2 s) \quad (5)$$

burada  $H_s$  metre olarak dalga yüksekliği,  $\omega$  rad/sn olarak frekansı ve  $g = 9.81 m/s^2$ 'dir.

Deniz dalgalarının gemi dinamikleri üzerinde bozucu etken olarak iki tip etkisi vardır; bir tanesi kuvvet dinamikleri üzerindeki bozucu etken diğeri moment dinamikleri üzerindeki bozucu etkendir [9] ve aşağıdaki şekilde modellenebilir,

$$Z_{wave}(t) = \left[ 2.2772 \times 10^5 - 1.4552 \times 10^4 \sum_{i=1}^N F_i \sin \omega_{ei} t \right] \cdot \sum_{i=1}^N F_{li} \sin \omega_{ei} t, \quad (6)$$

$$M_{wave}(t) = 1.7780 \times 10^7 \cdot \sum_{i=1}^N F_i \cos \omega_{ei} t.$$

$Z_{wave}(t)$  ve  $M_{wave}(t)$  'in hesaplanması  $\omega_{ei} (i=1, \dots, N)$  gibi  $N$  farklı frekans için  $S(\omega)$  'nin örneklenmesine ve bahse konu frekanslardaki  $F_i$  'lerin (denizaltı dalış derinliğindeki duruş rotasından kaynaklanan kuvvet) elde edilmesine dayanmaktadır [5], [10].

### 2.4. Eyleyici Dinamikleri

(4)'deki denizaltı modeli üç adet eyleyici tarafından sisteme uygulanan üç adet denetim sinyalini içermektedir. Elektrohidrolik eyleyici olan iki tanesi baş ve kıç ufki dümenleri sürmede kullanılmaktadır. Üçüncü giriş için eyleyici ise dalış tirim sarnıcını imla ve boşaltmada kullanılan tulumbadır. Eyleyiciler mekanik cihazlar olduğundan denetim faaliyetleri sınırlıdır. Denizaltı modelindeki baş ve kıç ufki dümenlerin sınırları  $\pm 30^\circ$  'dir. Baş ve kıç ufki dümenlerin dinamiği bir sayısal süzgeç ile aşağıdaki şekilde gösterilebilir [5],

$$x_h(k+1) = 0.885x_h(k) + 0.115u_h(k) \quad (7)$$

burada  $x_h$  kumanda edilen ufki dümen açısı ve  $u_h$  gerçekleşen dümen açısıdır.

## 3. Yeniden Yapılanabilir Kayar Kipli Denetleyici Tasarımı

Önerilen denetleyiciler kayar kipli denetleyicinin [11] değiştirilmiş iki ayrı versiyonudur. Denizaltı dinamikleri baş kıç yalpa açısı  $\theta(t)$  bilinen bir bozulma gibi değerlendirilerek ve dalış tirim sarnıcındaki su miktarı  $M_{e_{aux}}$  baş ve kıç ufki dümen giriş değerlerinden ayrı olarak hesaplanarak, iki girişli iki durumlu yapıya azaltılmıştır. Azaltılan denizaltı dinamiklerinin durum uzay modeli aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\dot{\mathbf{x}}_n(t) = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) + \mathbf{B}_n \mathbf{u}(t) + \mathbf{R}_n \mathbf{d}(t) + \mathbf{F} \theta(t) \quad (8)$$

burada

$$\mathbf{x}_n(t) = [w(t), Q(t)]^T, \\ \mathbf{u}(t) = [\delta B(t), \delta S(t), M_{e_{aux}}]^T,$$

olarak gösterilir. (3) ve (8) arası denklemlerden,

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} -0.0245313 & 1.5174 \\ 0.0003372 & -0.0771345 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_n = \begin{bmatrix} 0.046192185 & -0.079592688 \\ 0.000479688 & -0.002184535 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0.0162 & 0 \\ 0 & -0.003975 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Denklem (8)'deki sistem için durum kestirimleri Luenberger gözlemleyici ile aşağıdaki şekilde bulunabilir,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_n(t) = (\mathbf{A}_n - \mathbf{L})\hat{\mathbf{x}}_n(t) + \mathbf{B}_n \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \theta(t) + \mathbf{L} \mathbf{x}_n(t), \quad (10)$$

Durum kestirim hatası tanımlanarak (9) ve (10)'dan aşağıdaki şekilde gösterilebilir,

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_n(t) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}_n(t), \quad (11) \\ = [(\mathbf{A}_n - \mathbf{L})\mathbf{e}(t) + \mathbf{R}_n \mathbf{d}(t)],$$

Denklem (11)'den bozulma dağılım bilgisi aşağıdaki şekilde elde edilebilir,

$$\mathbf{R}_n \mathbf{d}(t) = \dot{\mathbf{e}}(t) - (\mathbf{A}_n - \mathbf{L})\mathbf{e}(t) \quad (12)$$

Belirsizliğin üst sınırı verildiğinde kayar kipli denetleyicinin sistem dinamiklerindeki belirsizliklere gürbüz yapılabileceği bilinmektedir [4]. Aşağıda önerilen iki ayrı denetleyici yaklaşımında model uyumsuzluğu veya bozulmalardan kaynaklanan belirsizliklerin üst sınırları için ilave bir bilgiye ihtiyaç bulunmamaktadır. Denklem (12)'den elde edilen bozulma bilgisi kayar kipli denetleyicinin düzeltici veya eşlenik denetim kısımlarına ilave bir terim olarak kullanılmaktadır.

### 3.1. Birinci Yaklaşım: Değiştirilen Düzeltici Denetim Kısımı

Birinci yaklaşım denetleyicinin düzeltici denetim kısmına ilave edici bir kısım olarak çıkartılan bozulma dağılım bilgisinin kullanılmasıdır.

Sistemin (8)'deki tüm durumlarının verilen yörüngeleri aynı anda takip edebilmelerinin sağlanabilmesi için manifold aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır [19],

$$\mathbf{s}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t) + \Lambda \int \tilde{\mathbf{x}}(t) dt \quad (13)$$

Burada  $\mathbf{s}$  kayar yüzey vektörü,  $\Lambda$  kayar yüzeylerin eğimlerini tanımlayan kare matris,  $\tilde{\mathbf{x}}$  durum vektörü için takip hatasıdır ve aşağıdaki şekilde gösterilir,

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_n - \mathbf{x}_d \quad (14)$$

Aşağıdaki şekilde bir Lyapunov fonksiyonu tanımlandığında,

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (15)$$

$\dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{s}}\mathbf{s} < 0$  ( $\forall t > 0$ ) şartı sağlandığında tüm sistem cevabı için kararlılık sağlanması kayar kipli denetimin önemli özelliklerindendir[4],[11]. Kayar yüzey fonksiyonunun birinci türevi (8), (13) ve (14)'den,

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) + \mathbf{B}_n \mathbf{u}(t) + \mathbf{F} \theta(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t) + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (16)$$

Giriş sinyali yalnız bırakıldığında,

$$\mathbf{B}_n \mathbf{u}_{eq}(t) = [-\mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) - \mathbf{F} \theta(t) + \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)], \quad (17)$$

veya

$$\mathbf{u}_{eq}(t) = \mathbf{B}_n^{-1} [-\mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) - \mathbf{F} \theta(t) + \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)]. \quad (18)$$

$\mathbf{u}_{eq}$  istenilen yörüngeleri sistem durumlarının takibini garantileyen denetleyicinin eşlenik kısmıdır. (18)'deki tüm terimler bozulma bilgisi hariç bilinmektedir. Burada  $\mathbf{R}_n \mathbf{d}$  (12)'den bulunan kestirimi ile değiştirilebilir. Kayar şartı sağlamak için kayar kipli denetleyicilerde bir düzeltici denetim kısmı kullanılır. Düzeltici denetleyici ile beraber denetleyicinin denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilir [6], [11],

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_{eq}(t) - \mathbf{B}^{-1}[(\mathbf{k}) \text{sat}(\frac{\mathbf{s}}{\Phi})] \quad (19)$$

$\mathbf{k}$  düzeltici kazanç vektörüdür ve anahtarlama yüzey vektörü  $\mathbf{s}(t)$ 'de kayar bir rejimi garantilemek maksadıyla kullanılır.  $\text{sat}(\mathbf{s})$  kayar yüzey vektörü  $\mathbf{s}$ 'nin herbir değişkenine göre doyum fonksiyonudur.

Bozulma dağılım bilgisi  $\mathbf{R}_n \mathbf{d}$  denetleyici denklemine ilave edildiğinde denetleyici yeniden yapılabilir. Yani uyarlanırlı bir yapıda çalışır ve deniz dalgalarının neden olacağı olumsuz etkileri karşılayabilir.  $\mathbf{k}$  kazanç vektörü için istenen şart (18) ve (19)'u (17)'de kullanarak aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{B}_{fault}^{-1} [-\mathbf{A}_{fault}\mathbf{x}(t) + \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)] - \dot{\mathbf{x}}_d(t) \\ &\quad + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{B}\mathbf{B}_{fault}^{-1} \mathbf{k} \text{sgn}(\mathbf{s}), \\ &= (\mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\mathbf{B}_{fault}^{-1} \mathbf{A}_{fault}\mathbf{x}(t)) \\ &\quad + (\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{B}_{fault}^{-1})(-\dot{\mathbf{x}}_d(t) + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)) - \mathbf{B}\mathbf{B}_{fault}^{-1} \mathbf{k} \text{sgn}(\mathbf{s}). \end{aligned} \quad (20)$$

Bu durumda  $\mathbf{k}$  vektörü aşağıdaki şartı sağlamalıdır,

$$\mathbf{k} \geq \|\mathbf{B}^{-1} \mathbf{B}_{fault} \mathbf{A} \mathbf{x}(t) - \mathbf{A}_{fault} \mathbf{x}(t) + (\mathbf{B}^{-1} \mathbf{B}_{fault} - \mathbf{I})(-\dot{\mathbf{x}}_d(t) + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t))\| + \eta \mathbf{B}^{-1} \mathbf{B}_{fault} \quad (21)$$

Eğer sistem matrisinde bir belirsizlik varsa ancak giriş matrisinde yoksa, diğer bir deyişle  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{fault}$ , bu durumda,

$$\mathbf{k} \geq \|\mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{A}_{fault} \mathbf{x}(t) + (\mathbf{I} - \mathbf{I})(-\dot{\mathbf{x}}_d(t) + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t))\| + \eta \mathbf{I}, \quad (22)$$

Sonuç olarak,

$$\mathbf{k}_{fault} \geq \mathbf{R}_n(t) \mathbf{d} + \eta, \quad (23)$$

(19)'daki düzeltici kazanç vektörü  $\mathbf{k}$  deniz durumunun artması ve dolayısıyla deniz dalgalarının olumsuz etkileri arttığında bozulma dağılım bilgisi ile olmadığında nominal vektör ile yer değiştirilmektedir. Bozulma bilgisi gözlemleyici ile tespit edildiğinde, aşağıda gösterildiği şekilde bozulma dağılım vektörünü kullanacak şekilde kayar kipli denetleyicinin düzeltici denetleyici kazanç kısmı değişmektedir.

$$\mathbf{k} = \begin{cases} \mathbf{k}_{nom} = \eta & \text{nominal durum} \\ \mathbf{k}_{fault} = \mathbf{R} \mathbf{d} + \eta & \text{bozulma durumu} \end{cases} \quad (24)$$

$\eta$  nominal durum için kullanılan kazanç değerlerine sahip pozitif vektördür. Burada  $\mathbf{R}_n \mathbf{d}$  yerine (12)'den elde edilen bozulma dağılım matrisi kestirimi kullanılmaktadır.

### 3.2. İkinci Yaklaşım: Değiştirilen Eşlenik Denetim Kısımı

Bu yaklaşımda ise denetleyicinin eşlenik denetleyici kısmına kestirilen bozulma dağılım bilgisi ilave edilir. Aynı yöntemle (8) ve (12) kullanılarak [3],

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) + \mathbf{B}_n \mathbf{u}(t) + \mathbf{R}_n \mathbf{d}(t) + \mathbf{F} \theta(t) - \dot{\mathbf{x}}_d(t) + \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t), \quad (25)$$

Giriş kısmı (25)'den çekilerek,

$$\mathbf{B}_n \mathbf{u}_{eq}(t) = [-\mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) - \mathbf{R}_n \mathbf{d}(t) - \mathbf{F} \theta(t) + \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)], \quad (26)$$

veya

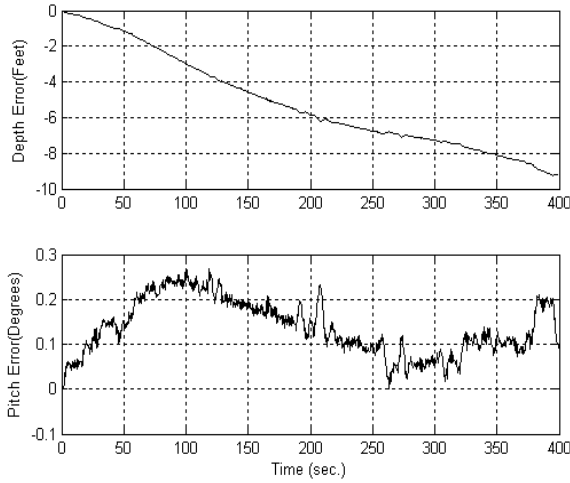
$$\mathbf{u}_{eq}(t) = \mathbf{B}_n^{-1} [-\mathbf{A}_n \mathbf{x}_n(t) - \mathbf{R}_n \mathbf{d}(t) - \mathbf{F} \theta(t) + \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \Lambda \tilde{\mathbf{x}}(t)]. \quad (27)$$

Bu yaklaşımda ise (27)'den anlaşılacağı gibi her bir bozulma dağılım vektör terimi standart kayar kipli denetleyicinin eşlenik denetleyici kısmına ilave edilmektedir. Bir başka şekilde ifade edilecek olursa, deniz durumunda değişiklik olduğunda denetleyici sistem dinamiklerini eşlenik denetleyici kısmından uyarlamaktadır.

#### 4. Benzeşim Çalışmaları

Benzeşimler Matlab-SIMULINK yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Benzeşimler esnasında 0'dan 30 feet derinliğe 400 sn'de dalışı gösteren bir denizaltı dalış profili kullanılmıştır. İlk olarak standart bir kayar kipli denetleyici nominal denizaltı modelinin derinlik kontrolü için tasarlanmış ve en kötü durum olan deniz durumu 6'daki bozulma durumundaki performansı incelenmiştir.

Şekil 1'den görüleceği üzere denetleyici performansı yeterli olmayıp denizaltı deniz yüzeyinden ayrılp dalışa geçememektedir.



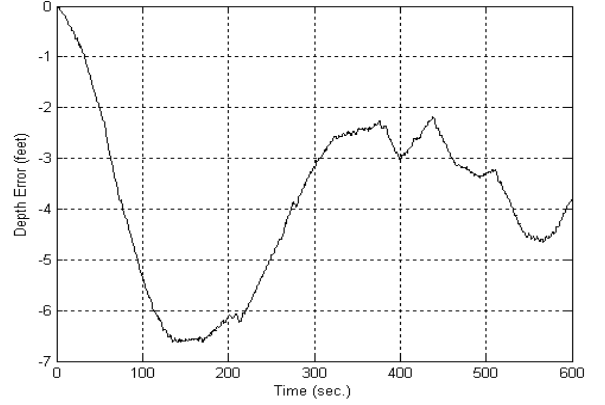
Şekil 1: Standart kayar kipli denetleyici ile deniz durumu 6 için derinlik ve baş-kıç yalpa hata değerleri

(19)'da gösterilen birinci yaklaşım ile denetleyicinin düzeltici denetim kısmının değiştirilmesi yaklaşımı ile gerçekleştirilen denetleyici ile deniz durumu 6 için yapılan benzeşim sonuçları Şekil 2'de incelendiğinde denetim faaliyetinin arttığı açıkça gözlenmektedir.

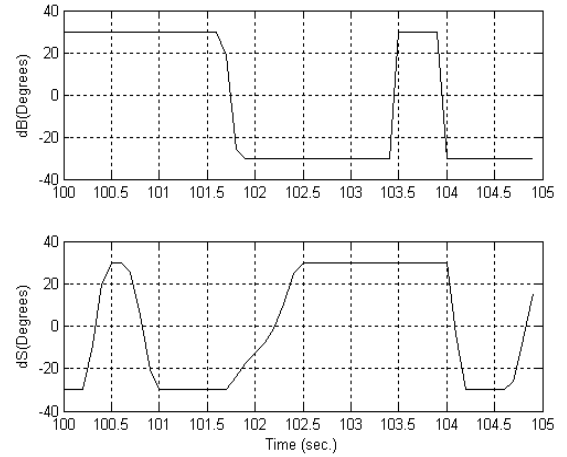
Standart kayar kipli denetleyici ile karşılaştırıldığında derinlik hatasındaki performans artımı gözlenebilmektedir. Denetim faaliyeti artmakta Şekil 3'deki 5 saniyelik benzeşim

incelendiğinde bazı yerlerde baş ve kıç ufki dümenlerin sınırlarına geldiği ve doyuma ulaştığı görülmektedir.

Bu istenmeyen bir durum olmakla beraber deniz durumu 6'da denizaltının dalmış durumdaki durumunu muhafaza edebilmesi için gerekli olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 2: Birinci yaklaşım (değiştirilen düzeltici denetleyici kısmı) ve deniz durumu 6 için derinlik hatası.

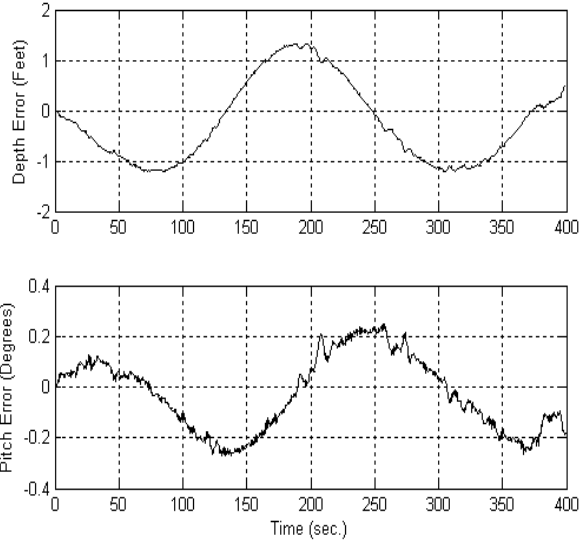


Şekil 3: Birinci yaklaşım ve deniz durumu 6 için baş ve kıç ufki dümen değerleri.

İkinci yaklaşımla tasarlanan ve kayar kipli denetleyicinin eşlenik denetim kısmının deniz durumu etkilerine karşı uyarlanırlı biçimde değiştirilmesi yaklaşımı ile tasarlanan denetleyici ile yapılan benzeşimlerdeki derinlik hataları ile standart kayar kipli denetleyici ve birinci yaklaşımda önerilen kayar kipli denetleyicinin düzeltici denetim kısmının deniz durumu etkilerine karşı uyarlanırlı biçimde değiştirildiği denetleyicinin derinlik hataları karşılaştırıldığında ikinci yaklaşımla tasarlanan denetleyici ile Şekil 4'den de görülebileceği gibi derinlik hatası nispi olarak oldukça azalmış ve daha iyi sonuçlar alınmıştır.

Bu durumda derinlik hatası 1ft civarında oldukça küçük bir değerde muhafaza edilebilmektedir. Standart kayar kipli

denetleyici ile hata değeri 10 ft civarında iken önerilen birinci yaklaşımda azami 6.5 ft olmaktadır.



Şekil 4: İkinci yaklaşım (değiştirilen eşlenik denetleyici kısmı) ve deniz durumu 6 için derinlik hatası.

## 5. Sonuçlar

Bilinen kayar kipli denetleyicilerden farklı ve öncelikli olarak deniz dalgalarının denizaltılar üzerindeki olumsuz etkilerini gidermek amacıyla iki ayrı yaklaşıma sahip yeniden yapılanabilir kayar kipli denetleyiciler önerilmiştir. Birinci yaklaşım kayar kipli denetleyicinin düzeltici denetim kısmına kestirilen deniz dalga bozulma bilgisinin kestirimini ilave ederek denetleyici değiştirilmektedir. Bu yaklaşım ile yapılan benzeşimlerde derinlik hatası sonuçları bilinen standart kayar kipli denetim benzeşim derinlik hatası sonuçları ile kıyaslandığında daha iyi performans vermiştir.

Diğer taraftan ikinci yaklaşım ise kestirilen deniz dalga bozulma bilgisini kayar kipli denetleyicinin eşlenik kısmına ilave ederek deniz dalgalarının etkilerini azaltmaktadır. Diğer benzeşim çalışmalarında kullanılan denetleyicilerle karşılaştırıldığında ikinci yaklaşım en iyi sonuçları vermektedir. Benzeşimler ile önerilen denetim yaklaşımlarının büyük boyutlu bir sualtı aracı olan denizaltılarda kullanılabileceği gösterilmiştir. Aynı yaklaşımların daha küçük boyutlardaki insansız sualtı araçlarının sığ sularda deniz dalgalarının etkilerine maruz kaldığı durumlardaki denetim problemlerinin çözümünde de kullanılabileceği değerlendirilmektedir.

## 6. Kaynakça

- [1] Rauch, H.E., "Autonomous Control Reconfiguration," *IEEE Control Syst. Mag.*, Dec., 1995.
- [2] Patton, R.J., "Fault-tolerant Control Systems: The 1997 situation," Proc. SAFEPROCESS 97, Hull, UK, s:1033-1054, 1997.

- [3] Demirci, U., Kerestecioğlu, F., "Fault Tolerant Control with Re-configuring Sliding-mode Schemes," *Turkish Journal of Electrical Engineering*, 13, s: 175-187, 2005.
- [4] Khalil, H.K., *Nonlinear systems*, 3<sup>rd</sup> Edition. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 2002.
- [5] Dumlu, D., Istefanopulos, Y., "Design of an Adaptive Controller for Submersibles via Multimodel Gain Scheduling," *Ocean Engineering*, Vol. 22, s: 593-614, 1995.
- [6] Fossen, T.I., *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons, NY, 1994.
- [7] Richards, R.J., Stoten, D.P., "Depth Control of a Submersible Vehicle," *Int. Shipbuilding Progr.*, Vol 29, No.326, s: 30-40, 1982.
- [8] Sükan, L.M., *Açık Deniz Yapılarının Hidrodinamikleri*, İstanbul Teknik Üniversitesi Ofset Baskı Atölyesi, İstanbul, 1985.
- [9] Borgman, L.E., "Ocean Wave Simulation for Engineering Design," *Journal of Waterways and Harbours Division, ASCE*, WW4, s: 557-583, 1969.
- [10] Mandzuka, S., "Mathematical Model of a Submarine Dynamics at the Periscope Depth," *Brodogradnja*, 36, 5-6, 1998.
- [11] Slotine, J.J.E., Li, W., *Applied Nonlinear Control* Prentice Hall, 1991.

## 7. Denizaltı Hidrodinamik Katsayıları

### 7.1. Normal Kuvvet

$$\begin{aligned} Z'_w &= -0.0110 & Z'_{\dot{w}} &= -0.0075 & Z'_{\ddot{w}} &= -0.0045 \\ Z'_{\dot{\theta}} &= -0.0002 & Z'_{\dot{\delta}_B} &= -0.0025 & Z'_{\dot{\delta}_S} &= -0.0050 \end{aligned}$$

### 7.2. Dikey Yalpa Momenti

$$\begin{aligned} M'_w &= 0.0030 & M'_{\dot{w}} &= -0.0002 & M'_{\ddot{w}} &= -0.0025 \\ M'_{\dot{\theta}} &= -0.0004 & M'_{\dot{\delta}_B} &= 0.0005 & M'_{\dot{\delta}_S} &= -0.0025 \\ I'_y &= 5.6867 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

### 7.3. Deniz Dalga Kuvvetleri

$$\begin{aligned} C_{M1} &= 0.35 & C_{Z1} &= 1.28 & C_{Z2} &= 0.77 \\ L &= 286 Ft. & \nabla &= 7.6 \times 10^4 Ft^3 & \rho &= 2.0 slugs / Ft^3 \\ U &= 8.43 Ft / sn. \end{aligned}$$

# Bulanık Mantıklı Sınır Tabakası Kalınlığı Ayarlaması ile Kayan Kipli Robot Kontrolü

Kemalettin Erbatur<sup>1</sup>, Berk Çallı<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
erbatur@sabanciuniv.edu

<sup>2</sup> Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
berkc@su.sabanciuniv.edu

## Özetçe

Kontrol sinyalindeki çatırtı kayan kipli kontrol uygulamalarında önemli bir sorundur. Sınır tabakası yaklaşımı, çatırtıyı önlemek için, literatürdeki birçok düzenlemeden biridir. Bu yöntemde, süresiz kayan kipli kontrol yerine, yüksek kazanımlı geri besleme kontrol yasası kullanılmıştır. Sınır tabaka kalınlığı önemli bir tasarım parametresidir. Bu bildiri, sistemin çatırtı olmadan en iyi performansı göstermesi için, sınır tabaka kalınlığını çevrimiçi bir bulanık mantık kullanarak ayarlama yöntemini önermektedir. Bu metod kontrol sinyalindeki çatırtının ölçümünü gerektirmektedir. Bildiri, iki serbestlik dereceli, doğrudan tahrikli bir robot kolu üzerinde yapılan deneyleri de içermektedir.

## 1. Giriş

Birbirine bağlı, doğrusal olmayan sistem dinamikleri ve değişen sistem parametrelerinin zorluk yarattığı robot manipulator kontrolü konusunda, Kayan Kipli Kontrol (KKK) [1-4] gürbüz bir kontrol stratejisi olarak önerilmektedir. KKK'nın birincil özelliği kontrol sinyalinin süresiz olmasıdır. Belirli koşullar sağlandığında, bir durum uzayının önceden tanımlanmış altuzayında, sistem durumunun sürekli olarak anahtarlama yüzeyinden geçtiği bir kayma hareketi elde edilir. Birçok çalışmada Kayan Kipli Kontrol'ün kesikli zamanda uygulamasına ve kararlılık analizine değinilir [5-9]. [9], örnekleme periyodu yeteri kadar kısa tutulduğunda, sürekli zamanda geçerli olan kararlılık ispatlarının, kesikli zamanda da geçerli olacağı belirtilmektedir.

Kayan kipi sağlanması için gerekli olan yüksek hızlı (ideal olarak sonuz frekanslı) anahtarlama, kayan yüzeyinin çevresinde salınımlara neden olur. Kayan kipli hareket kontrolü uygulamalarında, çatırtı adı verilen kontrolör çıkışındaki yüksek frekanslı salınımlar problem teşkil eder. Bu problemin neden olduğu sorunlar ve problemi yaratan etkenler [2]'de açıklanmıştır. Pratik uygulamalarda çatırtı, modellenmemiş yüksek frekanslı plant dinamiklerini tetikleyebileceği ve bunun da daha önceden öngörülemez kararsızlıklara yol açabileceği için oldukça istenmeyen bir olgudur.

Bu problemin üstesinden gelmek için, orijinal Kayan Kipli Kontrol kuralının üstünde birçok değişik modifikasyonlar önerilmiştir [10], [11]. Bu modifikasyonlar arasında en popüler, sistemin hareketi kayma yüzeyinin yakın komşusu  $\beta$  'ya ulaştığında

yüksek kazanımlı geribesleme kullanmak anlamına gelen sınır tabaka yaklaşımıdır [4]. Bu yaklaşım yüksek kazanımlı sistemler ve kayan kipli sistemlerin denkliği fikrine dayanır [12]. Bu metotta sınır tabaka kalınlığının belirlenmesi büyük önem taşımaktadır. Çok dar bir sınır tabaka, çatırtı problemini çözemeyeceği gibi, çok kalın bir sınır tabaka da referans izleme performansı ve gürbüzlük açısından düşüş demektir.

Akıllı kontrol alanının gelişmesi ile bulanık mantık, yapay sinir ağları ve evrimsel hesaplama dayalı yeni kontrol yaklaşımları da sık olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu kontrol metodları, kontrol mühendislerinin problemi kendi anlayışları ile çözümlemesinde, belirsizlik, kesinsizlik veya hassassızlık problemlerinin üstesinden gelmelerinde, geniş bir özgürlük alanı sağlamaktadır. Bulanık kontrol sistemleri, belirsizlik ve kesinsizlik problemlerine çözüm olan bir araç olarak, insan deneyiminin sistem kontrolünde kullanılabilmesine aracılık edebilirler. Bu sistemler robot yörünge kontrolü alanının kullanıldıklarında, kontrol yapısına iki katkıdan birini sağlarlar. Bunlardan biri kontrol sinyalinin bulanık kuralları ile hesaplanmasıdır. Diğer ise diğer kontrol mekanizmalarının, belirsizlikler karşısında veya değişik çalışma noktalarında, daha iyi performans göstermesi için değişkenlerinin ayarlaması veya adapte etmesidir. Bulanık mantık ve kayan kipli kontrolörlerin birleştirilmesi bir çok araştırmacı tarafından çalışılmıştır ve yakın zamanda bu konuda yapılmış bir araştırma [13]'te verilmiştir.

Bu bildiri sınır tabaka kalınlığını çevrimiçi bulanık mantıkla ayarlayan bir algoritma önermektedir. Bu metod bir çatırtı değişkeninin tanımlanmasına dayanır [14-16]. Bulanık sistem, çatırtı değişkenini ve kayan değişkenini uygulanabilir bir sınır tabaka kalınlığı belirlemek için kullanır. Bu ayarlama yöntemi [16] da öne sürülen yöntem ile benzerdir, ancak, değişik üyelik fonksiyonları kullanmakta ve bu metodu deneyler ile doğrulamaktadır.

Bir sonraki bölüm, diğer bölümlerdeki tartışmalara ışık tutması için, ikinci dereceden tek giriş tek çıkış sistemlerde sınır tabakalı klasik kayan kipli kontrolörün tasarımını ana hatları ile anlatmaktadır. Üçüncü bölüm çevrimiçi ayarlama metodunun üzerinde durmaktadır. İki serbestlik dereceli doğrudan tahrikli robot kolu üzerindeki deneyler dördüncü bölümdedir. Beşinci bölümde ise sonuçlar sunulmaktadır.

## 2. Sınır Katmanı Kullanan Klasik KKK

Bu bölümde klasik kayan kipli kontrolör özetlenmiştir. Sadelik açısından, ikinci derecen tek giriş tek çıkışlı sistemler üzerinde

odaklanılmıştır. Bu kontrolör durum uzayı denklemleri aşağıdaki gibi olan sistemler için tasarlanmıştır.

$$\ddot{x} = f(X) + b(X)u \quad (1)$$

Bu denklemde  $X$ , durum uzay değişkenlerinin dizilmesinden oluşan vektördür ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$X = [x \quad \dot{x}]^T \quad (2)$$

$u$  kontrol girdisidir ve girdi kazanım vektörü  $b$  sadece pozitif değerlerden oluşur. İzleme hatası aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$e = x_d - x \quad (3)$$

Burada  $x_d$  arzu edilen  $x$  değeridir. İkinci derecen sistemlerin kayan kipli kontrolünde, genel olarak, arzu edilen dinamik cevap aşağıdaki gibi verilir.

$$s(e) = \dot{e} + \lambda e = 0 \quad (4)$$

Burada  $\lambda$  kararlılık için kullanılan pozitif bir sayıdır. Eğer  $s$  sıfıra çekilebilirse, arzu edilen dinamiklere ulaşılır ve (4)'te dikte edilen, faz düzleminde eğimi  $-\lambda$  doğruya karşılık gelen (Şekil 1) dinamikler ile izleme hatası sıfıra yakınsar. Literatürde, genelde,  $s$  cisinden olan Lyapunov fonksiyonu (V) seçen yaklaşımlar kullanılır ve bu fonksiyon aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (5)$$

Kontrol kuralı, faz düzlemindeki durum yörüngeleri için çekici bir kayan doğruyu yaratmak için tasarlanır.

Bu  $\dot{V}$  'in kesin eksi olmasının ile sağlanır ki bu da orijin dışında hep negatif değerler alması anlamına gelir. Kesin eksi bir  $\dot{V}$  için yapılan seçin aşağıdaki denklemde verilmiştir.

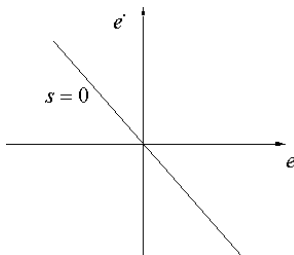
$$\dot{V} = s\dot{s} = -K'|s| \quad (6)$$

Burada  $K'$  pozitif bir sabittir. (1-4) kullanılarak,  $\phi$  aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$\phi(t) = \dot{x}_d + \lambda x_d \quad (7)$$

ve bu denki olan denklemin aşağıda verilmiştir.

$$s(\dot{\phi}(t) - f(X) - b(X)u - \lambda \dot{x}) = -K'|s| \quad (8)$$



$$u = \frac{1}{b} (\dot{\phi} - f - \lambda \dot{x}) + \frac{K'}{b} \text{sign}(s) \quad (9)$$

Burada,  $\text{sign}(s)$  işaret fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s < 0 \\ 0 & \text{if } s = 0 \\ 1 & \text{if } s > 0 \end{cases} \quad (10)$$

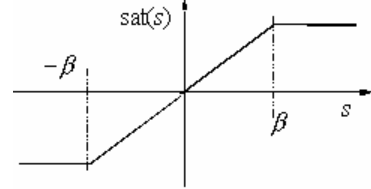
Pratikte  $f$  ve  $b$  matrisleri kesin olarak bilinemez, dolayısıyla yerlerine bu matrislerin tahmini değerleri kullanılır. Böylece kontrol kuralı aşağıdaki hale gelir.

$$u = \frac{1}{\hat{b}} (\dot{\phi} - \hat{f} - \lambda \dot{x}) + K \text{sign}(s) \quad (11)$$

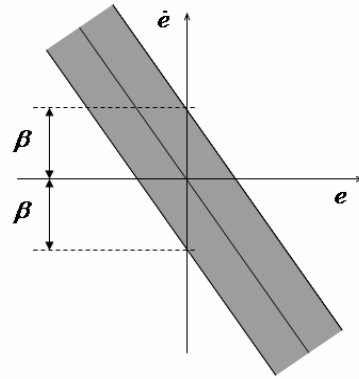
Burada  $K = K' / \hat{b}$  'dır. Eğer  $f$  ve  $b$  üzerindeki belirsizliklerin sınırı biliniyor ise,  $K$  kazanımı yeteri kadar büyük seçilerek bu belirsizliklere karşı gürbüzlük sağlanabilir. Teoride işaret fonksiyonu sistem durumlarını kayan doğrusunun üstünde tutmak için sonsuz frekansta anahtarlama gerektirir. Fakat, kontrol dijital bilgisayar ile uygulandığında kaçınılmaz olan aktüatör sınırlamaları ve gecikmeler gibi bazı etkenler yüzünden sonsuz frekansta anahtarlama uygulanabilir bir yöntem değildir. Bunun sonucu olarak durum yörüngelerinin kayan doğrusunun üzerinden sık atlamaları gözlemlenir. Bu sık atlamalar kayan kipli kontrol teminolojisinde çatırtı olarak isimlendirilir. Bu durum, hareket kontrolü alanında da kontrol girdisinde ve hız sinyalinde yüksek frekanslı ve yüksek şiddetli salınımlar olarak ifade edilir. Çatırtı probleminin üstesinden gelebilmek için orijinal kontrol kuralı üzerinde birçok düzenlemeler önerilmiştir. Bu çözümler arasında en basit ve popüler olanı, işaret fonksiyonunun doyum fonksiyonu ile değiştirilmesi olan sınır tabaka yaklaşımıdır (Şkl. 2).

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} -1 & \text{if } s \leq -\beta \\ s / \beta & \text{if } -\beta < s < \beta \\ 1 & \text{if } \beta < s \end{cases} \quad (12)$$

Bu durumda kontrol yasası aşağıdaki gibidir.



Şekil 2: Doyum fonksiyonu



Şekil 3: Sınır tabakası

$$u = \frac{1}{b}(\dot{\phi} - \hat{f} - \lambda \dot{x}) + Ksat(s). \quad (13)$$

Şekil 3'te de gösterildiği gibi  $\beta$  parametresi sınır tabakanın kalınlığıdır.

### 3. Çevrimiçi Ayarlama Metodu

Dijital bilgisayarların kullanıldığı pratik uygulamalarda, örnekleme zamanından kaynaklanan zaman gecikmeleri yüzünden, sonsuz frekansta anahtarlama mümkün değildir. Dolayısıyla, kayan doğrusunun izlenmesi yerine, kayan doğrusu etrafında zigzag hareketi gözlenir. Kesikli zamanda kayan kipli kontrolörleri inceleyen bir çok bildiri literatürde mevcuttur ve sürekli zamandaki kararlılık analizleri kesikli zamandaki eşitleri mevcuttur [5-9]. Genel olarak kesikli zamanda kararlılığı sağlayan koşullar, örneklenmiş kayan değişkenini içeren eşitsizlikler şeklindedir ve bu koşulları sağlayan kontrol yasaları, önceki bölümde değinilenden farklı olarak, kesikli zaman denklemleridir. Ayrıca, sürekli zamanda tasarlanmış kontrol yasalarının kararlılığının, örnekleme periyodu yeterince kısa seçilirse kesikli zamanda da geçerli olacağına [9]'da değinilmiştir. Bu bildiride önceki bölümde, sürekli zamanda tasarlanan kontrolör kullanılmıştır. Fakat, uygulamanın dijital bilgisayarlarda yapılacağı kabul edilmiş ve bunun etkileri incelenmiştir.

Dijital uygulamada, işaret fonksiyonlu klasik kayan kipli kontrol uygulansa bile, izleme performansı garanti değildir. Zigzag hareketi küçük sınır katman kalınlığı değerlerinde bile gözlenmektedir. Yüksek  $\beta$  değerleri için çatırtı ortadan kalkmaktadır, fakat  $\beta$ 'yı arttırmak, izleme performansında gerilemeye yol açmaktadır. Bu durum kritik bir  $\beta$  değeri olduğunu ve bu değerin altında çatırtının oluşacağını, üstünde de izleme performansının düşeceğini göstermektedir. Ayrıca, [15], sinusoidal bir referans yörüngesi için elde edilebilen minimum izleme hatasının bu  $\beta$  değeri ile sağlanabileceğini açıklar (Şekil. 4). Bu durum, kayan doğrusu eğimi, kazanım parametresi K ve eşdeğer kontrolün hesaplanması aynı tutulduğu farz edilirse, sınır tabaka yöntemi ile elde edilebilecek performansı sınırlayan bir faktördür.

Sınır tabakanın kalınlığını sınırlandırarak bu kritik değer deneylerle, deneme yanılma ile, bulunabilir. Fakat, bu değer deneyde kullanılan referans yörüngesine oldukça bağlı bir değer olabilir. Ayrıca gerçek uygulamalarda, parametreyi ayarlama sırasında, mekanik sistem hiç istenmeyen yüksek şiddette çatırtıya maruz kalabilir. Ayrıca, sistem dinamiğindeki küçük değişimlerin bile, sistemi denge durumundan çatırtı seviyesine çekebileceği söylenebilir.

Dolayısıyla, olabilecek en iyi performansı elde edebilmek için, sınır tabaka kalınlığının, kontrol sinyalindeki çatırtıya göre değiştirilmesi gerekir.

Çatırtıyı ölçmek için (14)'üncü denklemde, çatırtı değişkeni,  $\Gamma$ , tanımlanmıştır.

$$\Gamma = |\dot{u}| \quad (14)$$

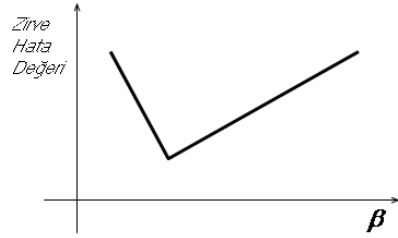
Kontrol sinyalinin türevinin mutlak değeri,  $|\dot{u}|$ , Dijital uygulamada Euler yaklaşımı ile elde edilir. Şekil 5, bu değişkenin, çok fazla kontrol işlemi olduğunda ya da kontrol sinyali çok değiştiğinde, gösterdiği tipik davranışı belirtir.

Birçok çeşitli çatırtı değişkeni tanımlanabilir. Benzer çatırtı değişkenleri, kayan kipli kontrolörlerinin parametrelerinin çevrimiçi ayarlanmasında [14] ve [15] de kullanılmıştır. Bu çatırtı ölçüsünü kullanarak sınır tabaka kalınlığı  $\beta$ 'yı kontrol aktivitesi ile

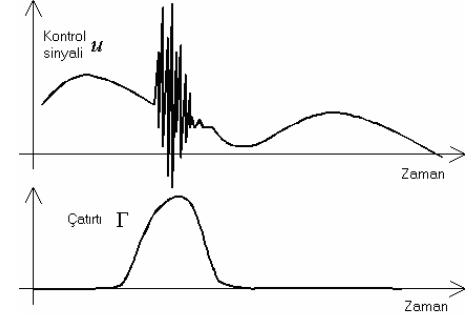
ilişkilendiren birçok parametre ayarlama metodu geliştirilebilir. Ana mantık aşağıdaki gibi özetlenebilir.

(i) Çatırtı oluştuğunda, sınır tabaka kalınlığı, kontrol girdisini daha yumuşatmak için, arttırılmalıdır.

(ii) Kontrol aktivitesi az olduğunda sınır tabaka kalınlığı azaltılmalıdır. Bunun nedeni, en iyi izleme performansını elde etmek için bir miktar kontrol aktivitesi gerekmektedir ve aynı zamanda bizim amacımız sistemi çatırtı limitinde tutmaktır. Düşük kontrol aktivitesi, çatırtı değişkeni  $\Gamma$  'nın değerinin küçük olmasından anlaşılabilir.



Şekil 4: Tipik sınır tabaka kalınlığı – hata ilişkisi



Şekil 5: Çatırtı değişkeni

(i) ve (ii)'de bahsedilen kurallar, [15]'te anlatıldığı gibi, kendi başlarına sınır tabaka kalınlığını ayarlamak için kullanılabilir. Fakat bu yöntemler, sadece sistemdeki çatırtı bilgisine dayanır. Sınır tabaka kalınlığını ayarlama başka bir değerli bilgi de kayan değişkenidir. Aşağıda belirtilen kurallar, bu bildiride, sınır tabaka kalınlığı ayarlamasında, kayan değişkenine dayanan kurallardır.

(iii) Kayan değişkeninin mutlak değeri düşük olduğunda, faz yörüngesi kayan doğrusuna yakın demektir, dolayısıyla düşük bir doyum fonksiyonu çatırtıyı beraberinde getirir.

(iv) Kayan değişkeninin mutlak değeri yüksek olduğunda, faz yörüngesi kayan doğrusundan uzak demektir, dolayısıyla arzu edilen, kayan doğrusuna ulaşma zamanını azaltmak için, düşük bir doyum değeri kullanmaktır.

Bu dört kural,  $\beta$  ayarlama mekanizması kurmak için çeşitli şekillerde kullanılabilir.  $\Gamma$ ,  $s$  ve  $\beta$  arasındaki analitik bir ilişki yöntemlerden biri olabilir. Bu bildiride önerilen metod  $\beta$  parametresini bulanık sistemler kullanarak ayarlanmasıdır. Daha önce de bahsedildiği gibi, bulanık sistemler, bir sistemin sözel tanımlarını (yukarıdaki dört kural gibi), kontrol elde etme problemini veya adaptasyon mekanizmalarını yaratmak için doğal yöntemlerdir.

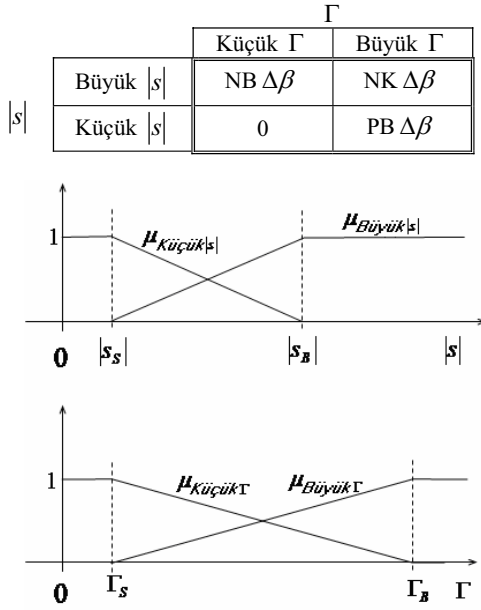
Tablo I ve şekil 6 ayarlama kullanılan dört bulanık kuralı tarif eder. Tablo 1'de "NB" negative büyük, "NK" ise negatif küçük, PB is pozitif büyük anlamına gelir. Durulama işlemi (15)'teki ifade ile gerçekleşir ve son olarak  $\beta$ , kontrol döngüsündeki her  $k$  için (16)'daki gibi tanımlanır.



$$\Delta\beta = \frac{\mu_{Büyük\ s} \mu_{Küçük\ \Gamma} \Delta\beta_{NB} + \mu_{Büyük\ s} \mu_{Büyük\ \Gamma} \Delta\beta_{NK} + \mu_{Küçük\ s} \mu_{Büyük\ \Gamma} \Delta\beta_{BP}}{\mu_{Büyük\ s} \mu_{Küçük\ \Gamma} + \mu_{Büyük\ s} \mu_{Büyük\ \Gamma} + \mu_{Küçük\ s} \mu_{Küçük\ \Gamma} + \mu_{Küçük\ s} \mu_{Büyük\ \Gamma}} \quad (15)$$

$$\beta(k) = \beta(k-1) + \Delta\beta(k-1) \quad (16)$$

Tablo I: Bulanık Mantık Kuralı



Şekil 6: Üyelik fonksiyonları

Kolayca görülebilir ki, yukarıda belirtilen kural tabanı, (i) - (iv)'te bahsedilen kuralları sağlamaktadır. Bir sonraki bölümde simülasyon çalışmalarına yer verilmiştir.

#### 4. Deneysel Sonuçlar

Sabancı Üniversitesi Robotik Laboratuvarı'nda yapılmış olan, iki serbestlik dereceli doğrudan tahrikli robot Şekil 7'de gösterilmiştir. Bu manipulatör, deneysel çalışmalar için test düzeneği olarak kullanılmıştır. Bu manipulatörün kol kütle ve uzunlukları Tablo II'de verilmiştir. Yokogawa Dynaserv marka doğrudan tahrikli motorlar, zemin ve kol eklemlerinde kullanılmıştır ve 1024000 puls/devir çözünürlükte pozisyon sinyali üretmektedirler. Bu deneyde, çatırtısız kayan kipli algoritma, doğrudan tahrikli manipulatörün kontrolünde kullanılmıştır. Zemin motorunun tork kapasitesi 200 Nm, kol motorunun tork kapasitesi ise 40 Nm'dir. Robot kolunu kontrol etmek için dSpace 1102 DSP tabanlı bir sistem kullanılmıştır. Kullanıcı arayüzü Pentium 3 bir PC'de bulunmaktadır. C dilinde yazılmış servo rutinleri bu düzende derlenmiş ve DSP'ye yüklenmiştir.

Robotun dinamik denklemleri aşağıdaki gibidir.

$$\left( \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_2 \end{bmatrix} + D(q_1, q_2) \right) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \left( C(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2) + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{c1} \\ F_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$q_1$  zemin eklemi açısai pozisyonunu,  $q_2$  ise kol eklemi açısai pozisyonunu temsil etmektedir.



Şekil 7: SCARA tipi doğrudan tahrikli robot kolu

Tablo II: Robot kollarının kütle ve uzunlukları

|                             |        |
|-----------------------------|--------|
| Kol 1(üst kol) ağırlığı     | 23 kg  |
| Kol 2(dirsek kolu) ağırlığı | 4 kg   |
| Kol 1(üst kol) uzunluğu     | 0.4 m  |
| Kol 2(dirsek kolu) uzunluğu | 0.32 m |

$J_1$  ve  $J_2$ , sırasıyla, zemin ve kol eklemleri rotor eylemsizlik değerleridir.  $D$  manipulatör eylemsizlik matrisidir.  $C$  matrisi merkezci ve Coriolis etkilerini temsil eder.  $B_1$  ve  $B_2$  iki kolun sabit akışkan sürtünme katsayılarıdır.  $F_{c1}$  ve  $F_{c2}$  Coulomb sürtünme torklarıdır. Robot, eklem sürme torkları olan  $u_1$  ve  $u_2$  tarafından kontrol edilir. Eklemlerin yatay kinematik düzenleri sayesinde eklemlere yerçekimi etkisi yoktur.

$D$  ve  $C$  matrisleri, robot kolları ve doğrudan işlemlerli motorların çeşitli kütle, uzunluk ve eylemsizlik parametreleri kullanılarak, Euler-Lagrange metodu ile elde edilir [17].  $J_1$  ve  $J_2$  değerleri üretici dökümantasyonundan elde edilebilir. Oysa ki sürtünme parametrelerinin, özellikle Coulomb sürtünmesinin, modellenmesi zordur.

Bu sistemin kayan kipli kontrolü, (13)'ü bütün eklemlere ayrı ayrı uygulayarak elde edilir. Bağımsız kabul edilen robot kollarının tek giriş tek çıkışlı basitleştirilmiş hareket denklemlerin, sabit ve etkin eylemsizlik ve sönümleme parametreleri ile elde edilmiş hali aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} (J_1 + D_{11-\text{tahmini}}) \ddot{q}_1 + \hat{B}_1 \dot{q}_1 &= u_1 \\ (J_2 + D_{22-\text{tahmini}}) \ddot{q}_2 + \hat{B}_2 \dot{q}_2 &= u_2 \end{aligned} \quad (18)$$

olduğunda,

$$J_{ef1} = (J_1 + D_{11-\text{rahmini}}), \quad J_{ef2} = (J_2 + D_{22-\text{tahmini}}). \quad (19)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $D_{11-\text{tahmini}}$  and  $D_{22-\text{tahmini}}$  eylemsizlik matrisi  $D(q_1, q_2)$  'nin kollar dik uzanır haldeki diyagonal

elemanlarıdır.  $\hat{B}_1$  ve  $\hat{B}_2$  deneylerden elde edilen tahmini akışkan sürtünme değerleridir. Linklerin birbirine olan etkileri, merkezci ve Coriolis etkiler ile Coulomb sürtünmeleri ihmal edilmiştir. Robotun dinamiği ile ilgili çok sınırlı bilgi kullanılmıştır.

(18)'deki denklemler, aynı zamanda, (1)'de değinilen şekle getirilebilir.

$$\begin{aligned}\ddot{q}_1 &= -\frac{\hat{B}_1}{J_{eff1}}\dot{q}_1 + \frac{1}{J_{eff1}}u_1 \\ \ddot{q}_2 &= -\frac{\hat{B}_2}{J_{eff2}}\dot{q}_1 + \frac{1}{J_{eff2}}u_2\end{aligned}\quad (19)$$

Böylece (13)'teki kontrol kuralı aşağıdaki gibi uygulanır.

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{1}{\hat{b}_1}(\dot{\phi}_1 - \hat{f}_1 - \lambda_1\dot{x}_1) + K_1\text{sat}(s_1), \\ u_2 &= \frac{1}{\hat{b}_2}(\dot{\phi}_2 - \hat{f}_2 - \lambda_2\dot{x}_2) + K_2\text{sat}(s_2)\end{aligned}\quad (20)$$

Denklemden kullanılan değişkenler aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}x_1 &= q_1, \quad \hat{f}_1 = -\frac{\hat{B}_1}{J_{eff1}}\dot{q}_1, \quad \hat{b}_1 = \frac{1}{J_{eff1}}, \\ x_2 &= q_2, \quad \hat{f}_2 = -\frac{\hat{B}_2}{J_{eff2}}\dot{q}_2, \quad \hat{b}_2 = \frac{1}{J_{eff2}}.\end{aligned}\quad (20)$$

Bulanık ayarlama için gereken kontrolör parametreleri ve parametre değerleri Tablo III'te verilmiştir. 1 ms'lik kontrol döngüsü kullanılmıştır. İki robot koluna da 0.1 radyanlık basamak referans yörüngesi uygulanmıştır. Sistemin başlangıç durumunda, robot kolları dik uzanır şekilde ve durağandır.

Kontrol sinyali, eklem pozisyon hatası ve  $\beta$  parametresinin değişim grafikleri Şekil 8'de verilmiştir. Durağan durumda  $3.0 \times 10^{-5}$  rad'lık hata elde edilmiştir. Benzer sonuçlar zemin ekleminde de elde edilmiştir. Fakat bu sonuçlara, yer darlığından dolayı bu bildiride yer verilmemiştir.

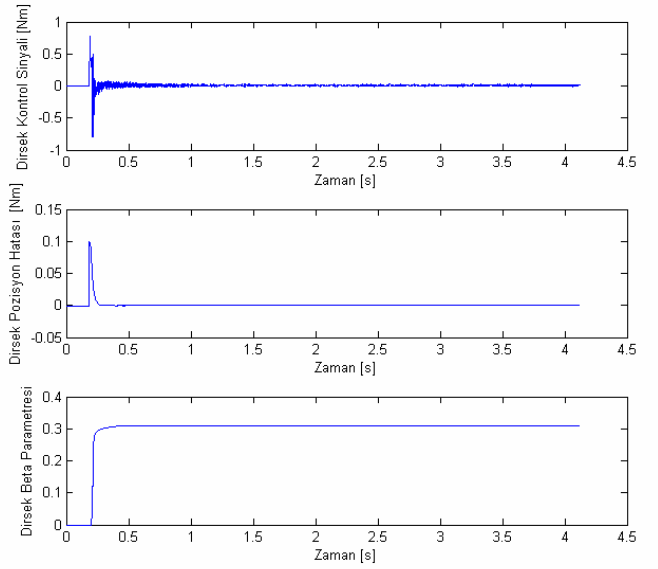
Görülebilir ki, çok yüksek kontrol akivitesi, sınır tabaka kalınlığında ani artımlara yol açmaktadır. Bunun sonucu olarak da, kontrol sinyalinde yumuşama ve çatırtıda azalma gözlemlenmiştir.

Şekil 6'daki üyelik fonksiyonlarından ve Tablo I'deki kurallardan görülebildiği gibi, kayan değişkeninin mutlak değeri  $|s_s|$ 'den küçük ve çatırtı değişkeni  $\Gamma_s$ 'den küçük olduğunda  $\beta$  parametresinde değişiklik yapılmamaktadır. Dolayısıyla, kayan doğrusuna arzu edilen yakınlığa ve kabul edilebilir bir çatırtı seviyesine ulaşıldığında  $\beta$  parametresi hızlı bir şekilde yakınsar.

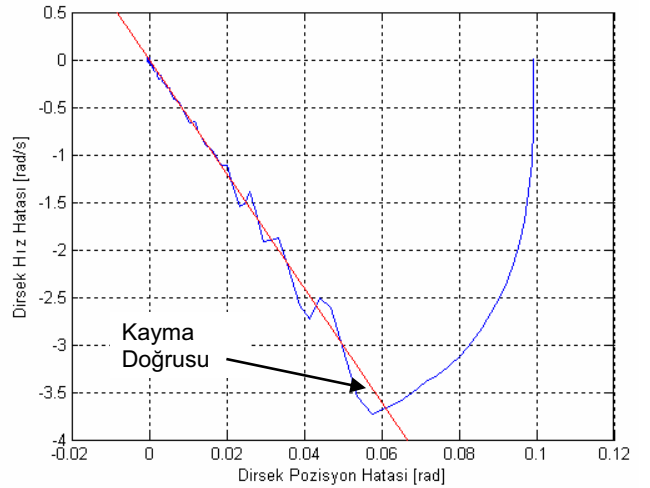
Zemin eklemi için, faz düzlemi yörüngesi ve kayan doğrusu Şekil 9'da gösterilmiştir. KKK sistemlerine sıkça gözlenen, kayan doğrusunu yukarı ıskalama problemi çok geniş bir sınır tabaka ile çözülmemiştir. Kayan doğrusu tam olarak izlenememiştir. Fakat, izleme çok yakındır ve arzu edilen hata dinamikleri iyi bir yakınsama ile elde edilmiştir. Bu da gösterir ki sınır tabaka kalınlığı için kullanılan çevrimiçi ayarlama algoritması başarılıdır.

Tablo III: Kontrolör parametreleri

| Parameter   | Value  | Parameter          | Value |
|-------------|--------|--------------------|-------|
| $K_1$       | 30     | $ s_B $            | 4     |
| $K_2$       | 15     | $ s_S $            | 0.01  |
| $\lambda_1$ | 50     | $\Delta\beta_{BP}$ | 0.1   |
| $\lambda_2$ | 80     | $\Delta\beta_{NB}$ | -0.1  |
| $\Gamma_B$  | 200000 | $\Delta\beta_{NK}$ | -0.05 |
| $\Gamma_S$  | 2000   |                    |       |



Şekil 8: Dirsek eklemi için kontrol ve hata sinyalleri ve sınır tabaka parametreleri. Durağan durum hatası  $3 \times 10^{-5}$  rad'dır.



Şekil 9: Dirsek eklemi için Faz düzlemi yörüngesi

## 5. Sonuç

Sınır tabaka yaklaşımını kullanan kayan kipli kontrolörler literatürde oldukça aygın olarak çalışılmıştır. Bu yaklaşım çatırtı problemini çözmektedir fakat orjinal kayan kipli algoritma ile karşılaştırıldığında izleme performansında bir düşüş gözlenmektedir. En iyi performansı veren ve yine de çatırtıyı engelleyebilen bir sınır tabaka kalınlığının belirlenmesi önemli bir tasarım konusudur. Bu bildiri, sınır tabaka kalınlığını ayarlamak için, çevrimiçi bir ayarlama metodu önermiştir. Sınır tabaka kalınlığı, çevrimdışı deneme yanılma yöntemleri olmadan belirlenmiştir. Bu çevrimiçi algoritma, sürekli olarak, kayan değişkenindeki ve çatırtı seviyesindeki değişimlere, sınır tabaka kalınlığını ayarlayarak karşılık vermektedir. Deneylerde de görüldüğü gibi, önerilen metodun performansı ve çatırtıyı ortadan kaldırması, metodu endüstride kullanılmaya aday bir metod olarak sunmaktadır.

## 6. Kaynakça

- [1] Utkin, V. I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes," IEEE Transactions on Automatic Control, ACC-22-2, pp.212-222, 1977.
- [2] Young, K. D., V. I. Utkin, and U. Ozguner, "A Control Engineer's Guide to Sliding Mode Control," IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 7, No. 3, pp. 328-342, May 1999.
- [3] Utkin, V. I., Sliding Modes in Control Optimization, New York: Springer-Verlag, 1992.
- [4] Slotine, J. J., and S.S. Shastri, "Tracking Control of Nonlinear Systems Using Sliding Surfaces with Application to Robot Manipulators," International Journal of Control, v. 38, pp. 465-492, 1983.
- [5] Milosavljevic, C., "General Conditions for the Existence of a Quasi-Sliding Mode on the Switching Hyperplane in Discrete Variable Structure Systems," Automatic Remote Control, 46, No. 3, pp. 307-314, 1985
- [6] Sarpturk, S., Y. I Stefanopulos and O. Kaynak, "On the Stability of the Discrete-Time Sliding Mode Control Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, 32, No. 10., pp. 930-932, 1987
- [7] Sira-Ramirez, H., "Nonlinear Discrete Variable Structure Systems in Quasi-Sliding Mode," International Journal of Control, 54, 445-456, 1991
- [8] Koshkouei, A. J. and A. S. I. Zinober, "Sliding Mode Control of Discrete Time Systems," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 122, pp. 793-802, 2000
- [9] Chen, X. and T. Fukuda, "Computer-Controlled Continuous-Time Variable Structure Systems with Sliding Modes," International Journal of Control, Vol. 67, No. 4. pp. 619-639, 1997
- [10] Slotine, J. J., and W. Li, Applied Nonlinear Control, New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [11] Elmali, H., and N. Olgac, "Robust Output Tracking Control of Nonlinear MIMO Systems via Sliding Mode Technique," Automatica, v.28, pp.145-151, 1992.
- [12] Izosimov, D. B., and V. I. Utkin, "On Equivalence of Systems with Large Coefficients and Systems with Nonlinear Control," Automation and Remote Control, v.11, pp. 189-191, 1981.
- [13] Kaynak, O., K. Erbatur, M. Ertugrul, "The Fusion of Computationally Intelligent Methodologies and Sliding Mode Control - A Survey", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 48, No. 1, pp. 4-17, Feb. 2001.
- [14] Erbatur, K., O. Kaynak, A. Sabanovic and I. Rudas, "Fuzzy Adaptive Sliding Mode Control of a Direct Drive Robot," Robotics And Autonomous Systems, Vol. 19, No, pp. 215-227: 2, 1996.
- [15] Erbatur, K., A. Kawamura, "Automatic Tuning of the Boundary Layer Thickness for Sliding Mode Motion Controllers via the Use of Chattering Detection," Proc. of Japanese IASC'01, Vol.3, pp. 1557-1562, Matsue, Japan, 2001.
- [16] Erbatur, K., A. Kawamura, "Chattering Elimination via Fuzzy Boundary layer Tuning," Proc. IECON 2002, Annual Conf. IEEE Ind. Elect. Oc, pp. 2131-2135, 2002
- [17] Spong, M. V. and M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control," John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA, 1989.

## Bir Elektromekanik Sistemin Farklı Parametreler Üzerinden Kayan Kip Hız Kontrolü

Gürsel ŞEFKAT<sup>1</sup>, Sevda TELLİ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Uludağ Üniversitesi, Bursa  
sefkat@uludag.edu.tr

<sup>2</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
Uludağ Üniversitesi, Bursa  
sevda@uludag.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada elektromekanik sistem olarak bir elektrik motoru tarafından tahrik edilen dört-çubuk mekanizması ele alınmıştır. Öncelikle motor-mekanizma sisteminin bütün olarak matematiksel modeli oluşturulup hareket denklemleri çıkartılmış ve bu denklemler nümerik olarak çözülmüştür. Daha sonra sistemin hız kontrolü, Kayan Kip Kontrol (KKK) tekniği kullanılarak akım ve hız farkları üzerinden yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlardan, kayan kip kontrol metodu hız kontrolünün; hızdaki düzgünlük, maksimum aşma, kalıcı durum hatası ve ortalama hız bakımından akım kontrolünden daha iyi bir performans gösterdiği görülmüştür.

### 1. Giriş

Dört-çubuk mekanizmaları en basit çubuk mekanizmalarından biri olmakla beraber endüstrinin çok değişik alanlarında oldukça yaygın bir şekilde kullanılmaktadırlar. Bu mekanizmaların gerek sentez gerekse analiz işlemleri esnasında yapılan en temel kabullerden biri mekanizmada krankın (tahrik uzvunun) açısal hızının sabit olduğudur. Ancak, mekanizma şayet bir elektrik motoru tarafından tahrik ediliyorsa, bu kabul geçerliliğini yitirir. Çünkü mekanizmanın çalışması sırasında mekanizma ataletinde oluşan zamana bağlı değişimler motor miline periyodik olarak değişen bir dış yük gibi etki eder ve motor momentinde dalgalanmalara dolayısıyla da krankın açısal hızında değişimlere sebep olur. Çeşitli mekanik veya elektronik yöntemler kullanılarak açısal hızdaki bu düzgünlüklerin giderilmesi veya en azından belli limitlerde minimize edilmesi amaçlanır. Hızdaki dalgalanmayı mekaniksel olarak gidermenin veya kabul edilebilir bir seviyeye indirmenin en bilinen yolu mekanizmaya uygun bir volan ilave etmektir. Öte yandan elektrik motorunun giriş gerilimini kontrol ederek motor milinin dönme hızını istenen değerlerde tutmak da mümkündür. Motor milinin arzu edilen hıza göre giriş geriliminin kontrolünde en önemli nokta denetleyicinin tasarımıdır. Burada ele alınan motor-mekanizma sistemi doğrusal olmayan olduğundan klasik kontrol teknikleri ile sistem denetimini sağlamak mümkün değildir.

En yaygın kontrol metodu olan PID kontrol, doğrusal olmayan sistemlerde uygulandığında denetleyicinin kazanç sabitleri teorik olarak tayin edilemediğinden ancak deneme

yoluyla belirlenebilir. Bu hem oldukça zahmetli hem de çoğunlukla sisteme uygun sabitlerin tam olarak tespit edilememesi ile sonuçlanan bir yoldur. Tao ve Sadler, dört-çubuk mekanizmasının hız kontrolünde PID metodu kullanmış, ancak klasik PID tahrik milindeki hız dalgalanmalarını arzu edilen seviyeye getirmede yetersiz kaldığından denetim sinyalinin orantı kısmına zamanla değişen bir integral terimi ilave etmiştir. Doğrusal olmayan PID (NL PID) olarak adlandırılan bu metotta Tao ve Sadler en uygun kazanç sabitlerini nümerik metotlarla optimizasyon yaparak belirlemiştir [1].

Gündoğdu ve Erentürk ise yaptıkları çalışmalarında dört-çubuk mekanizmasının hız kontrolünde PID yerine modern kontrol tekniklerinden biri olan bulanık mantık metodu kullanmışlardır [2].

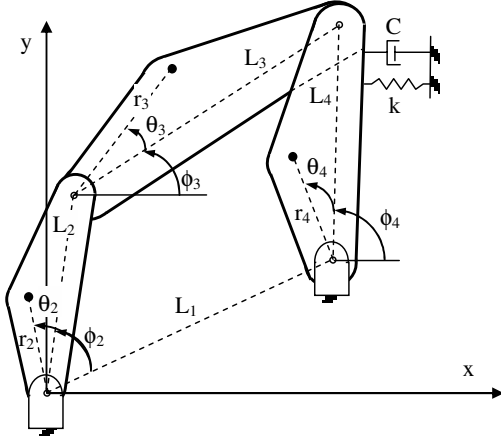
Bu çalışmada ise yine modern kontrol tekniklerinden biri olan kayan kip metodu vasıtasıyla bir elektrik motoru tarafından tahrik edilen dört-çubuk mekanizmasının hız kontrolü ele alınmıştır. Sistemin hız kontrolü, Kayan Kip Kontrol (KKK) tekniği kullanılarak akım ve hız farkları üzerinden yapılmıştır.

KKK metodu, değişken yapıli denetim algoritmalarına dayanan bir metot olup gerek sistemin parametre değişimlerini dikkate alabilmesi gerekse sistem dışından gelen bozucu etkilere karşı hassas olmaması nedeniyle doğrusal olmayan sistemlerin kontrolüne elverişli bir metottur. Özellikle pratik uygulamalarda çevreden gelen bozucu etkenlere karşı dayanıklılığı nedeniyle tercih edilen KKK metodu yüksek dereceden sistemlerde derece indirilmesi yapması hasebiyle de avantaj sağlamaktadır.

Değişken yapıli denetim sistemleri 1960'ların başında Rus araştırmacıları Emel'yanov ve Barbashin'in öncü çalışmalarıyla geliştirilmiştir. Bu düşünce, 1976'da Itkis tarafından yazılan bir kitap ve 1977'de Utkin tarafından yapılan bir araştırma makalesinin İngilizce yayınlandığı 1970'lerin ortalarına kadar, Rusya dışında görülmemiştir. Değişken yapıli denetim kavramı, sonradan gürbüz düzenleyiciler, model izleme sistemleri, uyarılma şemaları, izleyici sistemler, durum gözleyicili ve hata bulma şemalarının tasarımında kullanılmıştır. Bu düşünce, otomatik uçuş kontrol, elektrik motorlarının kontrolü, kimyasal süreçler, helikopter kararlılığını artırıcı sistemler, uzay sistemleri ve robotlar gibi çeşitli problemlere başarıyla uygulanmıştır [3].

## 2. Motor Tahrirli bir Mekanizmanın Matematik Modeli

Şekil 1, dört çubuk mekanizmasının genelleştirilmiş şemasını gösterir. Burada koyu dairelerle her bir çubuğun ağırlık merkezi belirtilmiştir.  $i$  inci çubuk için ağırlık merkezinin konumu  $r_i$  ve  $\theta_i$  ile; çubuğun kütlesi  $m_i$  ile; kütle atalet momenti  $J_i$  ile ve çubuğun boyu  $L_i$  ile gösterilmiştir. Genelleştirilmiş mekanizma modeline göre,  $k$  rijitlik sabiti ile bir burulma yayı ve  $C$  sönümleme katsayısına sahip bir burulma sönümleyicisi mekanizmaya ilave edilmiştir.



Şekil 1. Dört çubuk mekanizmasının şematik gösterimi

Genelleştirilmiş koordinatlarda mekanizmanın hareketini tanımlamak için krank açısı  $\phi_2$  kullanılarak, Lagrange ifadeleri şöyle yazılabilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \frac{\partial K}{\partial \phi_2} + \frac{\partial P}{\partial \phi_2} + \frac{\partial D}{\partial \phi_2} = T \quad (1)$$

burada  $K$ ; kinetik enerjiyi,  $P$  potansiyel enerjiyi ve  $D$  kayıp enerjiyi gösterir.  $T$ , kranka verilen dış giriş momentini temsil eder. Mekanizmanın toplam kinetik enerjisi;

$$K = \sum_{i=2}^4 \left( \frac{1}{2} m_i (V_{ix}^2 + V_{iy}^2) + \frac{1}{2} J_i \dot{\phi}_i^2 \right) \quad (2)$$

dir. Burada  $\dot{\phi}_i$   $i$  inci çubuğun açısal hızını ve  $V_{ix}$  ve  $V_{iy}$   $i$  inci çubuğun kütle merkezi hızının  $x$  ve  $y$  bileşenlerini temsil eder.  $\phi_3$  ve  $\phi_4$ ,  $\phi_2$ 'nin fonksiyonu olarak ifade edilebileceğinden  $\dot{\phi}_i$ ,  $V_{ix}$  ve  $V_{iy}$  için,

$$\begin{aligned} V_{ix} &= \alpha_i \dot{\phi}_2 & i &= 2,3,4 \\ V_{iy} &= \beta_i \dot{\phi}_2 & i &= 2,3,4 \\ \dot{\phi}_i &= \gamma_i \dot{\phi}_2 & i &= 2,3,4 \end{aligned} \quad (3)$$

yazabiliriz. Bu eşitlikler (2) nolu ifadede yerine konulursa;

$$A(\phi_2) = \sum_{i=2}^4 \left( m_i (\alpha_i^2 + \beta_i^2) + J_i \gamma_i^2 \right) \quad (4)$$

olmak üzere

$$K = \frac{1}{2} A(\phi_2) \dot{\phi}_2^2 \quad (5)$$

elde edilir. Mekanizmanın toplam potansiyel enerjisi ise,

$$P = P_s + P_g \quad (6)$$

olup, burada  $P_s$  burulma yayında depolanan potansiyel enerjiyi  $P_g$  da ağırlık potansiyelini temsil etmektedir. Bu enerjileri,

$$P_s = \frac{1}{2} k (\phi_4 - \phi_{4,0})^2 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} P_g &= \{ m_2 r_2 \sin(\phi_2 + \theta_2) \\ &+ m_3 (L_2 \sin \phi_2 + r_3 \sin(\phi_3 + \theta_3)) \\ &+ m_4 (L_1 \sin \phi_1 + r_4 \sin(\phi_4 + \theta_4)) \} g \end{aligned} \quad (8)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada  $\phi_{4,0}$ , sarkaç kolun burulma yayındaki sıfır sıkışmaya karşılık gelen konumu ve  $g$  ise yerçekim ivmesidir. Sistemdeki kayıp enerji ise,

$$D = \frac{1}{2} C \dot{\phi}_4^2 \quad (9)$$

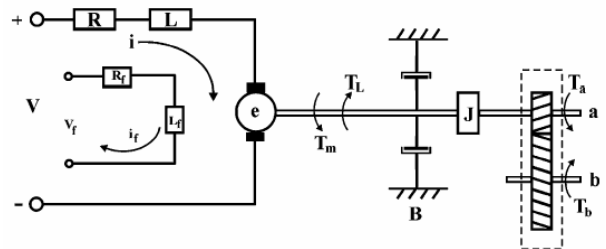
ifadesi ile verilebilir. (5), (6) ve (9)'da verilen enerji eşitlikleri (3) nolu bağıntı da göz önünde bulundurularak (1)'de verilen Lagrange denkleminde kullanıldığında mekanizmanın hareket denklemini için,

$$A \ddot{\phi}_2 + \frac{1}{2} \frac{dA}{d\phi_2} \dot{\phi}_2^2 + k \gamma_4 (\phi_4 + \phi_{4,0}) + C \gamma_4^2 \dot{\phi}_2 = T \quad (10)$$

elde edilmiş olur.

## 3. Elektrik Motorunun Matematik Modeli

Mekanizmayı tahrik eden dc elektrik motoru ve dişli kutusunun şematik gösterimi Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Motor ve dişli kutusunun şematik gösterimi

Dişlinin çevrim oranı şöyle verilir.

$$n = \frac{T_b}{T_a} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad (11)$$

burada  $\omega_a$  ve  $\omega_b$  sırasıyla a ve b millerinin açısal hızlarıdır. Sistemin girişi V gerilimi, çıkışı Lagrange denklemine T ile gösterilen  $T_b$  momentidir.  $i_f$ ,  $R_f$  ve  $L_f$  sırasıyla alanın akımı, direnci ve indüktansiyken R, L ve i sırasıyla rotor (armatür) direnci, indüktansı ve akımıdır. J rotorun atalet momenti ve B yatakların viskoz sürtünmesidir.  $T_L$  fırça sürtünmesi, dişli sürtünmesi veya kuru yatak sürtünmesinden vb. dolayı oluşan sabit mekanik yüküdür.

Kirchhoff'un gerilim kanununun uygulanmasıyla;

$$V = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + e \quad (12)$$

elde edilir. Burada e motorda üretilen zıt elektromotor kuvvettir. Diğer taraftan rotor ve redüktör üzerinden moment dengesiyle;

$$T_b = n(T_m - T_L - B\omega_a - J\dot{\omega}_a) \quad (13)$$

elde edilir. İfadedeki  $T_m$  momenti, manyetik motor momentini ve n, (11) nolu ifadede tanımlanan dişli çevrim oranını temsil eder. Verilen sabit bir alan akımı  $i_f$  için, manyetik moment ve üretilen elektro motor kuvvet şöyle tanımlanır.

$$T_m = K_m i(t) \quad (14)$$

ve

$$e = K_g \omega_a \quad (15)$$

burada  $K_m$  ve  $K_g$  sırasıyla motor momentini ve motor gerilimi için sabitlerdir. Mekanizmanın krankını b mili tahrik ettiğinden (11) nolu ifadede;

$$\omega_a = n\omega_b = n\dot{\phi}_2 \quad (16)$$

yazılabilir. (14-16) ifadeleri (12) ve (13) nolu ifadelerde yerine koyulursa, motorun matematik modeli,

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} (V - Ri(t) - nK_g \dot{\phi}_2) \quad (17)$$

ve

$$T = nK_m i - nT_L - n^2 B \dot{\phi}_2 - n^2 J \ddot{\phi}_2 \quad (18)$$

şeklinde elde edilir.

#### 4. Durum Uzayı Gösterimi

Çubuk mekanizmasının hareketini temsil eden (10) nolu ifade ile elektrik motoru için yazılan (18) nolu ifadenin birlikte değerlendirilmesiyle motor-mekanizma sisteminin hareket denklemi elde edilir:

$$\begin{aligned} A\ddot{\phi}_2 + \frac{1}{2} \frac{dA}{d\phi_2} \dot{\phi}_2^2 + k\gamma_4 (\phi_4 - \phi_{4,0}) + C\gamma_4^2 \dot{\phi}_2 \\ = nK_m i(t) - nT_L - n^2 B \dot{\phi}_2 - n^2 J \ddot{\phi}_2 \end{aligned} \quad (19)$$

(19) ifadesinden görüldüğü gibi bütün sistemin hareket denklemi iki bağımsız değişkenli, ikinci mertebeden, doğrusal olmayan bir denklemdir. Sistemin birinci mertebeden durum denklemleri için aşağıdaki gibi bir değişken dönüşümleri yapmak mümkündür:

$$\begin{aligned} x_1 &= \phi_2 \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{\phi}_2 \\ x_3 &= i(t) \end{aligned} \quad (20)$$

(17) ve (19) denklemleri durum değişkenleri cinsinden,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= A_0 (A_1 x_2^2 + A_2 x_2 + nK_m x_3 + A_3) \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{L} (V - Rx_3 - nK_g x_2) \end{aligned} \quad (21)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{A(\phi_2) + n^2 J} \\ A_1 &= \frac{1}{2} \frac{dA}{d\phi_2} \\ A_2 &= -(n^2 B + C\gamma_4^2) \\ A_3 &= -k\gamma_4 (\phi_4 - \phi_{4,0}) - nT_L \end{aligned} \quad (22)$$

eşitlikleri ile verilmektedir.  $A(\phi_2)$  ve  $dA(\phi_2)/d\phi_2$  terimleri için de,

$$\begin{aligned} C_0 &= J_2 + m_2 r_2^2 + m_3 L_2^2 \\ C_1 &= J_3 + m_3 r_3^3 \\ C_2 &= J_4 + m_4 r_4^2 \\ C_3 &= 2m_3 r_3 L_2 \end{aligned} \quad (23)$$

olmak üzere,

$$A(\phi_2) = C_0 + C_1 \gamma_3^2 + C_2 \gamma_4^2 + C_3 \gamma_3 \cos(\phi_3 - \phi_2 + \theta_3) \quad (24)$$

ve

$$\frac{d\gamma_3}{d\phi_2} = \frac{L_2 (D_1 + D_2)}{L_3 \sin^2(\phi_3 - \phi_4)} \quad (25)$$

$$\frac{d\gamma_4}{d\phi_2} = \frac{L_2 (D_3 + D_4)}{L_4 \sin^2(\phi_3 - \phi_4)} \quad (26)$$

burada

$$\begin{aligned} D_1 &= (\gamma_4 - 1) \sin(\phi_3 - \phi_4) \cos(\phi_4 - \phi_2) \\ D_2 &= (\gamma_4 - \gamma_3) \sin(\phi_4 - \phi_2) \cos(\phi_3 - \phi_4) \\ D_3 &= (\gamma_3 - 1) \sin(\phi_3 - \phi_4) \cos(\phi_3 - \phi_2) \\ D_4 &= (\gamma_4 - \gamma_3) \sin(\phi_3 - \phi_2) \cos(\phi_3 - \phi_4) \end{aligned} \quad (27)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\phi_2} &= 2C_1 \gamma_3 \frac{d\gamma_3}{d\phi_2} + 2C_2 \gamma_4 \frac{d\gamma_4}{d\phi_2} \\ &+ C_3 \left\{ \frac{d\gamma_3}{d\phi_2} \cos(\phi_3 - \phi_2 + \theta_3) \right. \\ &\quad \left. - \gamma_3 \sin(\phi_3 - \phi_2 + \theta_3) (\gamma_3 - 1) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

yazmak mümkündür.

## 5. Analiz ve Benzetim Sonuçları

Bu çalışmada ele alınan motor-mekanizma sistemine ait doğrusal olmayan denklem takımlarının çözümü için 5.mertebeden Runge-Kutta metoduna dayanan MATLAB® kodları kullanılmış ve motor-mekanizma çiftinin analiz sonuçları elde edilmiştir. Mekanizma ve motora ait parametreler Tablo 1 ve Tablo 2’de sunulmuştur. (21) nolu durum denklemleri için başlangıç şartları ve yay sabiti k ile sönümleme katsayısı C sıfır alınmıştır.

Tablo 1. Mekanizmaya ait sabitler

|         | L (m)  | r (m) | m (kg) | J (kgm <sup>2</sup> ) | θ(rad) |
|---------|--------|-------|--------|-----------------------|--------|
| Çubuk 1 | 0.5593 |       |        |                       |        |
| Çubuk 2 | 0.102  | 0.0   | 1.362  | 0.00071               | 0.0    |
| Çubuk 3 | 0.610  | 0.305 | 1.362  | 0.0173                | 0.0    |
| Çubuk 4 | 0.406  | 0.203 | 0.2041 | 0.00509               | 0.0    |

Tablo 2. Motora ait sabitler

| R<br>(Ω) | L<br>(H) | K <sub>m</sub><br>(Nm/a) | K <sub>g</sub><br>(Vs) | J<br>(kgm <sup>2</sup> ) | T <sub>L</sub><br>(Nm) | B<br>(Nms) |
|----------|----------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|------------|
| 0.4      | 0.05     | 0.678                    | 0.678                  | 0.056                    | 0.00                   | 0.226      |

Dört çubuk mekanizmasını tahrik eden DC motorun açısal hız denetimi için kayan kip denetici tekniği ele alınmıştır. Bu kontrol sistem yapısının avantajı, hızlı dinamik cevap ve hem elektrik hem de mekanik alt sistemlerin yüksek gürbüzlük (robustness) sergilemesidir [4].

### 5.1 Akım Üzerinden Hız Kontrolü

DC motorun hız kontrolü için, genellikle içte akım kontrolünün dışta da hız kontrolünün olduğu kademeli kontrol yapısı kullanılır. Kontrol giriş sinyali sürekli veya süreksiz olabilir. Bu çalışmada ele alınan kayan kip kontrolün doğası gereği kontrol sinyali süreksizdir.

Akım üzerinden hız kontrolünde anahtarlama fonksiyonu;

$$s = i^* - i \quad (29)$$

olup, başvuru akımı ile gerçekleşen akım arasındaki fark olarak tanımlanır. Süreksiz kontrol sinyali;

$$v = v_0 \text{sign}(s) \quad (30)$$

burada v uygulanan gerilimi temsil eder. Kayan kipi uygulamak için  $s\dot{s} < 0$

$$s\dot{s} = s \left( \frac{di^*}{dt} + \frac{R}{L}i + \frac{K_g}{L}n\phi_2 \right) - \frac{1}{L}v_0|s| < 0 \quad (31)$$

$$\Rightarrow \left| L \frac{di^*}{dt} + Ri + nK_g\phi_2 \right| < v_0$$

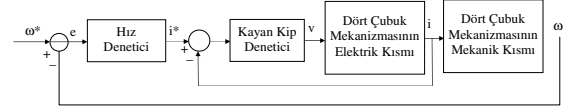
olacak biçimde denetim kazancı  $v_0$  seçilebilir. Hız izleme hatasının üssel bir kararlılığın istendiği varsayımı ile tasarım;

$$c(\omega^* - \omega) + (\dot{\omega}^* - \dot{\omega}) = 0 \quad (32)$$

burada c yakınsama oranını belirten pozitif bir sayıdır. (17-18) nolu ifadelerden istenen  $i^*$  akım değeri;

$$i^* = \frac{nJc}{K_m}(\omega^* - \omega) + \frac{nJ}{K_m}\dot{\omega}^* + \frac{1}{K_m}T_l + \frac{B}{J}\omega - \frac{1}{n^2J}T_b \quad (33)$$

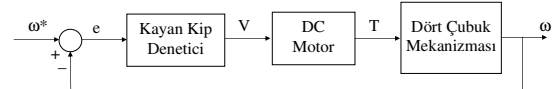
şeklinde elde edilir. Şekil 3, akım üzerinden hız kontrol sisteminin blok diyagramını gösterir.



Şekil 3. Akım üzerinden hız kontrol sisteminin blok şeması

### 5.2 Hız Hatası Üzerinden Hız Kontrolü

Şekil 4, DC motor tahrikli dört çubuk mekanizma sisteminin kontrol yapısını gösterir. İstenen krank başvuru açısal hızı  $\omega^*(t)$  ve gerçekleşen açısal hız  $\omega(t)$  olmak üzere hız hatası  $e = \omega^* - \omega$  şeklinde tanımlanır. Sisteme ait (21) nolu durum denklemleri göz önüne alınırsa sistemin ikinci dereceden olduğu görülür.



Şekil 4. Kayan Kip Denetimli sistemin blok şeması

Aşağıda verilen değişken yapı yasası kullanılmasıyla;

$$u(t) = \begin{cases} v_0 & \text{eğer } s(e, \dot{e}) > 0 \\ -v_0 & \text{eğer } s(e, \dot{e}) < 0 \end{cases} \quad (34)$$

burada anahtarlama fonksiyonu şöyle tanımlanır;

$$s(e, \dot{e}) = ce + \dot{e} = c(\omega^* - \omega) + (\dot{\omega}^* - \dot{\omega}) \quad (35)$$

burada c pozitif bir tasarım katsayısıdır. ‘Anahtarlama fonksiyonu’ terimini kullanmanın nedeni, (34) nolu ifadede verilen fonksiyonun, faz yüzeyinde herhangi bir  $(e, \dot{e})$  noktasında hangi denetim yapısının kullanılacağına karar vermek için kullanılmasıdır. (34) nolu ifade, genellikle daha kısa olarak şöyle yazılır;

$$u(t) = v_0 \text{sgn}(s(t)) \quad (36)$$

burada sgn(.) signum veya daha çok kullanılan adıyla işaret fonksiyonunu temsil etmektedir. İşaret fonksiyonu şu özelliği sergiler;

$$s \text{sgn}(s) = |s| \quad (37)$$

Bununla birlikte,  $\dot{e}$  değerleri için  $c|\dot{e}| < 1$  eşitsizliği sağlanırsa;

$$s\dot{s} = s(c\dot{e} + \ddot{e}) = s(c\dot{e} + v_0 \text{sgn}(s)) < |s|(|c|\dot{e} + v_0) < 0$$

veya denk olarak;

$$\lim_{s \rightarrow 0^+} \dot{s} < 0 \quad \text{ve} \quad \lim_{s \rightarrow 0^-} \dot{s} > 0 \quad (38)$$

sonuç olarak,  $c|\dot{e}| < 1$  ken sistemin izlediği yörünge, kayma yüzeyini temsil eden  $L_s$  çizgisinin her iki tarafındaki noktalardan bu çizgiye doğrudur.

$$L_s = \{(e, \dot{e}): s(e, \dot{e}) = 0\} \quad (39)$$

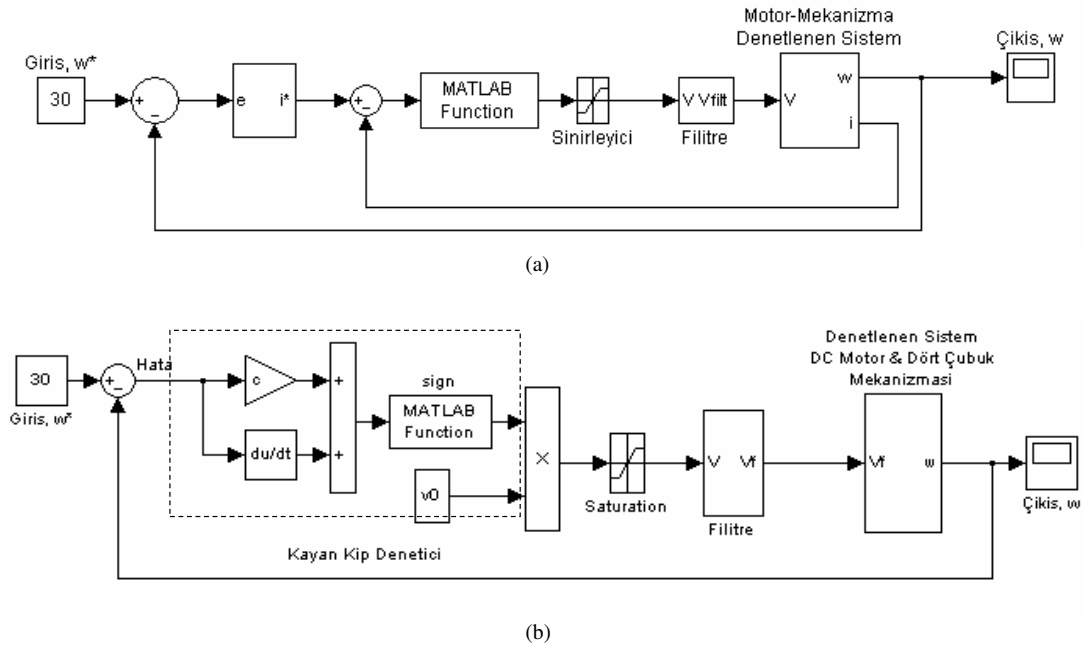
İki farklı denetim yasası arasında yüksek anahtarlama frekansı, sistemin izlediği yörüngede tekrarlı olarak çizgisinin karşılıklı tarafına yerleşeceği aşıkardır. Bu yüksek frekans hareketi çatırtı (*chattering*) olarak tanımlanır. Eğer sonsuz anahtarlama frekansı mümkün olsaydı, hareket  $L_s$  doğrusu üzerinde kalmaya şartlanırdı.  $L_s$  doğrusu doğrulanırken hareket,  $s(e, \dot{e})=0$  yeniden düzenlenmesinden elde edilen farklı denklemleri sağlar, yani,

$$\dot{e}(t) = -ce(t) \quad (40)$$

Bu, birinci dereceye düşmeyi temsil eder ve yörünge,  $L_s$  doğrusu boyunca orijine kayar. Bu ifadelerle göre, hız izleme hatası  $e = \omega^* - \omega$ ,  $s=0$ 'la tanımlanan kayan kip aralığı yani anahtarlama yüzeyine ulaşmaya kadar üstel olarak azalır ve sonlu bir zaman sonra, sistem durumu kayan kip aralığına ulaşır. Bundan sonra sistem cevabı sadece  $c$  parametresinin tasarımına dayanır. Burada  $c$  sabiti yakınsama oranını tanımlar.

### 5.3 Sistemin SIMULINK Modeli

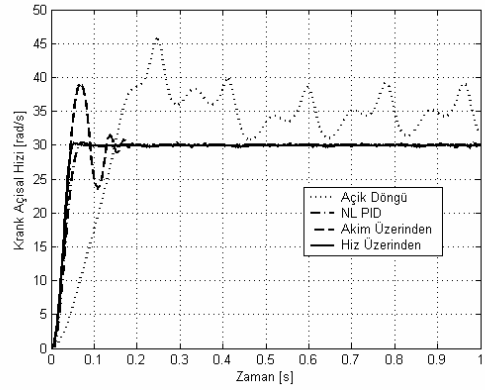
Kayan kip denetimi, doğası gereği süreksiz bir denetim sinyali sağlar. Pratikte bunu uygulamak mümkün olmadığından bu süreksizliği (*chattering* etkisini) ortadan kaldırmak için, zaman sabiti  $\tau = 0.0025$  olan alçak geçiren bir filtre kullanılmıştır. Açısal hız denetim sisteminin Simulink modeli her iki yöntem için de Şekil 5'deki gibi verilmiştir. Şekil 5'den görüldüğü gibi bir gerilim sınırlayıcı, kayan kip deneticisinin ardına yerleştirilmiştir. Bu sınırlayıcı, motora yol verme esnasında motorun aşırı gerilim talebini sınırlamak için kullanılmıştır.



Şekil 5. Açısal hız denetim sisteminin Simulink modeli a) Akım üzerinden b) Hız hatası üzerinden

## 6. Sonuçlar

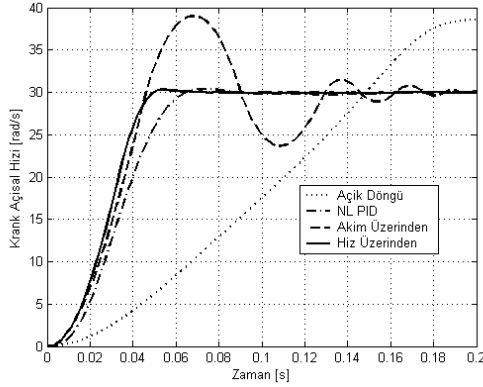
Bu makalede, DC motor tahrikli dört-çubuk mekanizmasının giriş mili hızının kontrolü için kayan kip deneticisi tasarlanmıştır. Kayan kip deneticisinin tasarımında anahtarlama fonksiyonu akım ve hız farkları üzerinden oluşturulmuş ve elde edilen benzetim sonuçları Şekil 6'da gösterilmiştir. Şekilde (...) çizgi tipi ile verilen açık döngü benzetim sonuçlarından, tahrik motoruna sabit gerilim uygulandığında giriş mili hızında hayli belirgin periyodik düzensizlikler olduğu rahatlıkla görülmektedir. Ancak çoğu mekanizma tasarım ve analizinde sabit giriş mili hızı istendiğinden hız denetimi yapılması zorunlu bir durum olarak ortaya çıkmaktadır.



Şekil 6. Açısal hız değişimi



Benzetim sonuçlarına ait eğrilerin Şekil 7’de verilen genişletilmiş ölçekteki gösterimlerine bakıldığında; ele alınan elektromekanik sistemde hız kontrolü amaçlı bir denetleyici kullanılması halinde açık döngü çalışan sisteme göre sadece hızdaki düzgünlük bakımından değil, başarımlı ölçütleri olarak ele alınan diğer göstergelerden kalıcı durum hatası, maksimum aşma ve yükselme zamanı bakımından da oldukça iyi sonuçlar elde edildiği görülmektedir.



Şekil 7. Genişletilmiş açıl hız değişimi eğrisi

Denetleyici tasarımı için bu çalışmada uygulanan tekniklerinden akım farkı üzerinden yapılan KKK, maksimum aşma ve başvuru hız değerine oturma zamanı bakımından performansı en düşük yöntem olarak karşımıza çıkmaktadır. KKK metodunda akım farkı yerine hız farkı dikkate alınarak anahtarlama fonksiyonu tarif edildiğinde ise hem maksimum aşma sıfırlanmakta hem de oturma zamanı çok küçük değerlere düşürülebilmektedir. Akım farkı üzerinden tasarlanan kayan kip denetleyicide, kontrol giriş sinyali olarak başvuru hız değerinden sapmalara dayalı bir hata fonksiyonu kullanılırken hız üzerinden yapılan KKK’de istenen hız değerinin yanısıra hızın zamanla değişimini ifade eden ivmedeki arzu edilen değerden sapma miktarlarının da göz önüne alınıyor olması hız üzerinden KKK metodunu daha etkin kılmaktadır. Doğrusal olmayan PID metodu ise maksimum aşma ve oturma zamanı bakımından akım üzerinden yapılan KKK’e göre daha iyi değerler vermekle beraber uygun denetici katsayılarının bulunması için nümerik optimizasyon tekniklerine muhtaç olması nedeniyle KKK metoduna kıyasla önemli bir uygulama zorluğu dezavantajına sahiptir.

Bütün bu gözlemler neticesinde; sabit motor hızı istenen bir doğrusal olmayan elektromekanik sistemde hız farkları üzerinden tasarlanmış bir kayan kip denetleyicinin, hem sistemde oluşacak zamana bağlı değişimlere ve dışardan gelebilecek bozucu etkilere karşı dayanıklı olması hem de denetleyici başarımlı ölçütlerindeki performansı nedeniyle en iyi denetleyici tiplerinden biri olduğu rahatlıkla söylenebilir.

## 7. Kaynakça

- [1] J.Tao. ve J.P.Sadler, “Constant Speed Control of a Motor Driven Mechanism System,” *Mechanism and Machine Theory*, Cilt:30, No:5, s:737-748, 1994.
- [2] Ö.Gündoğdu ve K.Erentürk, “Fuzzy Control of a DC Motor Driven Four-Bar Mechanism,” *Mechatronics*, Cilt:15, No:4, s:423-438, 2005.
- [3] C.Edwards ve S.K.Spurgeon, *Sliding Mode Control Theory and Applications*, Taylor & Francis, UK, 1998.
- [4] V.Utkin, J.Guldner ve J. Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*, Taylor & Francis, UK, 1999.

# Kilitlenmeyen Fren Sistemi (KFS) için Gri Kayma Kipli Denetleyici Tasarımı

Yeşim Öñiz<sup>1</sup>, Erdal Kayacan<sup>2</sup>, Okyay Kaynak<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
{yesim.oniz}@boun.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
{erdal.kayacan}@ieee.org

<sup>3</sup>Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, Türkiye  
{okyay.kaynak}@boun.edu.tr

## Özetçe

Kilitlenmeyen Fren Sistemi (KFS)'nin en temel amacı, kayma değerini daima  $\mu - \lambda$  eğrisinin tepe noktasında tutarak yol ve tekerlekler arasındaki sürtünme kuvvetini arttırmaktır. KFS 'nin denetiminde genellikle en iyi kayma değerinin sabit olduğu varsayılır. Bu çalışmada ise, taşıtın anlık doğrusal hızına bağlı olarak değişen en iyi kayma değerini kontrol etmek amacıyla bir gri kayma kipli denetleyici önerilmiştir. KFS, yüksek derecede doğrusal olmayan elektromekanik bir sistemdir ve belirsizlikler içeren bazı özniteliklere sahiptir. Bu güçlüklerin üstesinden gelebilmek için gürbüz denetim yöntemleri kullanılmalıdır. Öngörülse yetenek kazandırılmış gri kayma kipli denetleyici, geleneksel denetim yöntemlerine bir alternatif olarak sunulmuştur. Önerilen denetleyici, anlık kayma ve en iyi kaymayı öngörerek sistemin anlık kayma değerinin hedeflenen değerde tutulmasını amaçlamaktadır. Geliştirilen denetim algoritması, çeyrek taşıt modeli üzerinde uygulanmış; hızlı yakınsama ve daha iyi başarımlar gösterdiği benzetim sonuçları ile doğrulanmıştır.

## 1. Giriş

KFS, acil frenleme durumlarında tekerleklerin kilitlenmesini önleyerek sürücünün direksiyon hakimiyetini kaybetmemesini sağlayan elektromekanik bir denetim sistemidir. Bununla birlikte KFS, fren basıncını tekerleklerin kilitlenme noktasının hemen altında tutarak frenleme kuvvetinin en üst seviyede olmasını sağlar ve bunun sonucu olarak durma mesafesini en aza indirir.

Geleneksel bir KFS'de, tekerleklerin açılma hızı ve taşıtın doğrusal ivmesi bilgileri duyargalar yardımıyla ölçülür. Elde edilen ölçüm değerleri, taşıt tekerleğinin kilitlenme noktasına yakın olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılır. Eğer tekerlekler kilitlenme eğiliminde ise, fren basıncı düşürülür. Kilitlenme tehlikesi atlatıldıktan sonra, fren basıncı yeniden yükseltilir [1].

İvmelenme veya frenleme sırasında oluşan sürtünme kuvvetleri, taşıtın ağırlık vektörünün yere dik olan bileşeni ile doğru orantılıdır. Bu orana yol tutunma katsayısı adı verilir ve  $\mu$  simgesi ile gösterilir. Bu katsayı kuru zeminde yüksek, ıslak zeminde daha düşük, buzlu zeminde ise en düşük değerlerdedir. Çeşitli araştırmalar yol tutunma katsayısı  $\mu$ 'nın kayma değeri  $\lambda$ 'nin doğrusal olmayan bir fonksiyonu olduğunu göstermiştir [2]. Herhangi bir yol durumu için tipik bir  $\mu$ - $\lambda$  eğrisi çok sayıda deney sonucunda elde edilen verilere dayanarak oluşturulmaktadır. KFS denetleyicilerinin çoğu, kayma değerini yol tutunma katsayısının en yüksek olduğu noktada tutmaya çalışır.

Uzun yıllardır yapılan araştırmalara rağmen, KFS'nin eksiksiz ve tam doğru bir matematiksel modeli oluşturulamamıştır. Bu durumun başlıca nedenlerinden biri, denetleyicinin en üst düzeyde başarımlar sağlamak için kararsız bir denge noktasında çalıştırılmak zorunda olmasıdır. Denetleyici girişinde meydana gelebilecek ufak bir değişiklik, sistemin çıkışında oldukça ciddi değişimlere neden olabilmektedir. Dahası, günümüzde yol yüzeyinin durumunu eksiksiz ve tam doğru olarak algılayıp denetleyiciye gönderebilecek duyargalar mevcut değildir. Sistem özniteliklerinin yol durumuna yüksek oranda bağlı olduğu ve geniş bir aralıkta değiştiği gerçeği düşünülürse, KFS'nin başarımlarını her zaman istenilen düzeyde olmayabilir. Son olarak, duyarga çıkışlarındaki işaretler genellikle gürültülüdür [3].

KFS'nin doğrusal olmayan ve belirsizlikler içeren yapısından dolayı, kaymayı istenilen değerde tutacak denetleyicilerin tasarımında pek çok sorunla karşılaşılır. Kayma Kipli Denetleyici (KKD), değişken çalışma koşulları altında sistemin gürbüzlüğünü koruyabilmesinden ötürü sıkça tercih edilen bir denetim yöntemidir. Lin, kararlılık koşullarını sağlayabilmek için anahtarlıca yüzeyi tasarımını ortaya koymuştur [4]. Tan[5] ve Chin[6] çalışmalarında, kaymanın en iyi değerinin bilindiği varsayılmaktadır. Drakunov [7], kaymanın en iyi değeri bilinmeksizin en yüksek sürtünme kuvvetine ulaşmak

için KKD'yi kullanmıştır. Kachroo ve Tomizuka kayma değerini herhangi bir hedef düzeyde tutabilmek amacıyla değişik bir KKD tasarımı önermişlerdir [8]. Unsal, hedeflenen kayma değerini takip etmek amacıyla kayma kipli bir gözlemleyici ve kayma yüzeyinde meydana gelen titreşimleri azaltmak amacıyla da PI benzeri bir denetleyici tasarlamıştır [9].

Bu çalışmanın temel amacı, hıza bağlı değişen hedef kayma değerinin takip edilebilmesi için gri öngörüsül yetenek kazandırılmış bir KKD tasarlanmasıdır. Gri öngörüsül denetleyici, o anda elde bulunan veriler yardımıyla sistemin gelecekteki çıkışlarını öngörmektedir. Bu çalışmada, gri öngörücü anlık kayma ve hedeflenen kayma değerlerinin gelecekteki seviyelerini öngörmekte ve KKD kayma değerini istenilen düzeyde tutmaktadır. Bir sonraki bölümde, basitleştirilmiş çeyrek taşıt modeli tanımlanmıştır. KKD ve gri öngörücü sırasıyla Bölüm 3 ve Bölüm 4'te anlatılmıştır. Benzetim sonuçları Bölüm 5'te verilmiştir.

## 2. Çeyrek Taşıt Modeli

Şekil 1'de frenleme sırasında taşıtın doğrusal ve tekerlerin açılma hareketini gösteren çeyrek taşıt modeli verilmiştir. Model oldukça basitleştirilmiş olsa da gerçek sistemin en temel özelliklerini içermektedir. Sistemin dinamik denklemlerinin çıkarımında birçok varsayımlar yapılmıştır. İlk olarak, taşıtın sadece doğrusal hareketi dikkate alınmıştır; yan ve dik hareket göz ardı edilmiştir. Daha sonra, frenleme nedeniyle çok küçük değerlerde olan dönme direnç kuvveti göz ardı edilmiştir. Ayrıca taşıtın dört tekerleği arasında bir etkileşim olmadığı varsayılmıştır.

Tablo 1: Sistem Değişkenleri

|             |  |
|-------------|--|
| $m$         | Çeyrek taşıtın toplam ağırlığı               |
| $V$         | Taşıt hızı                                   |
| $F_t$       | Yol sürtünme kuvveti                         |
| $F_N$       | Yola uygulanan toplam dik yük                |
| $R$         | Tekerlek yarıçapı                            |
| $\mu$       | Yol tutunma katsayısı                        |
| $J$         | Tekerlek ataleti                             |
| $w$         | Tekerlek açılma hızı                         |
| $T_t$       | Tekerlek sürtünme momenti                    |
| $T_b$       | Frenleme momenti                             |
| $\lambda$   | Kayma  |
| $\lambda_R$ | Hedeflenen kayma                             |
| $s$         | Anahtarlama fonksiyonu                       |
| $T_b, eq$   | Eşdeğer denetim frenleme momenti             |
| $T_b, h$    | Çarpma denetim frenleme momenti              |
| $\eta_s$    | Tasarım parametresi                          |
| $\sigma_0$  | Lastik uzama katsayısı                       |
| $\sigma_1$  | Lastik sönüm katsayısı                       |
| $\sigma_2$  | Viskos sönüm katsayısı                       |
| $\mu_s$     | Normalize edilmiş statik sürtünme katsayısı  |
| $\mu_c$     | Normalize edilmiş Coulomb sürtünme katsayısı |
| $V_s$       | Stribeck hızı                                |
| $V_r$       | Göreceli hız                                 |

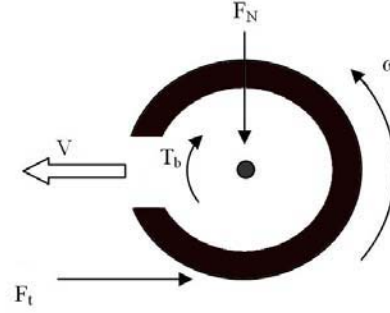
### 2.1. Taşıt Dinamiği

Newton'un ikinci kuralı kullanılarak basitleştirilmiş taşıt modelinin hareket denklemi aşağıdaki gibi bulunur:

$$m\dot{V} = -F_t \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemde,  $F_t$  yol sürtünme kuvveti olup Coulomb kuralı kullanılarak şöyle hesaplanır:

$$F_t = \mu(\lambda, V)F_N \quad (2)$$



Şekil 1: Çeyrek taşıt modeli.

### 2.2. Tekerlek Dinamiği

Yavaşlama esnasında, tekerlek ve taşıt hızının düşürülmesi amacıyla tekerleklere frenleme momenti uygulanır. Tekerleğin dönme direnç kuvveti, yol ile tekerlekler arasında oluşan sürtünme kuvvetinden çok küçük olduğu için hesaplamalarda ihmal edilebilir. Newton'un ikinci kuralı kullanılarak tekerleğin hareket denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$J\dot{w} = -T_b + F_t R \quad (3)$$

Normal çalışma koşullarında, tekerleğin doğrusal hızı ile taşıtın doğrusal hızı birbirine eşittir. Frenleme başladığında, tekerler ile yol arasında sürtünme kuvveti oluşur ve bu durum tekerleğin hızının azalmasına yol açar. Tekerlekteki sürtünme kuvvetinin artmasıyla, tekerleğin doğrusal hızı ile taşıtın doğrusal hızı arasında bir fark oluşacak ve bu durum kaymaya neden olacaktır. Bu iki hız farkı sonucunda oluşan kayma,  $\lambda$ , aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\lambda = \frac{V - wR}{V} \quad (4)$$

Kaymanın 0 olması tekerleğin ve taşıtın doğrusal hızlarının birbirine eşit olduğunu; 1 olması ise tekerleklerin kilitlendiğini ve taşıtın kontrolden çıktığını ifade eder.

Yol tutunma katsayısı, taşıtın hızının ve kayma değerinin de dahil olduğu pek çok fiziksel değişkenin doğrusal olmayan bir fonksiyonudur. LuGre sürtünme modeli, sürtünmenin taşıtın hızına bağlı olduğunu belirtir [10]. Yi, hıza bağlı sürtünme kuvveti için aşağıdaki eşitliği önermiştir [11]:

$$F_t = -F_N h(V_r) \left[ 1 + 2\gamma \frac{h(V_r)}{\sigma_0 L |\eta|} \left( e^{-\frac{\sigma_0 L |\eta|}{2h(V_r)}} - 1 \right) \right] - F_N \sigma_2 V_r \quad (5)$$

Denklem (5)'de  $\eta = \frac{\lambda}{\lambda-1}$ ,

$$h(V_r) = \mu_c + (\mu_s - \mu_c)e^{-|V_r/V_s|^{1/2}} \text{ ve}$$

$\gamma = 1 - \frac{\sigma_1|\eta|}{Rwh(V_r)}$  olup kullanılan sayısal değerler aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_0 = 100 \quad (1/m),$$

$$\sigma_1 = 0.7 \quad (s/m),$$

$$\sigma_2 = 0.011 \quad (s/m),$$

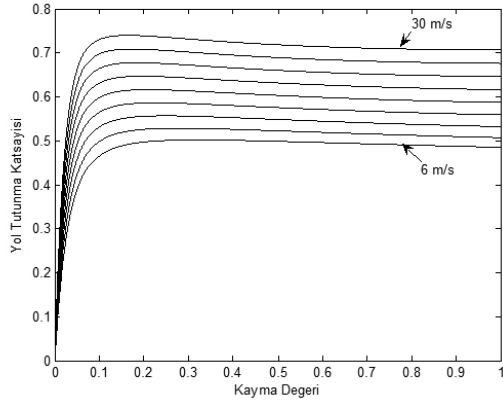
$$\mu_s = 0.5,$$

$$\mu_c = 0.35,$$

$$V_s = 10 \quad (m/s),$$

$$L = 0.25 \quad (m).$$

Denklem (5)'den anlaşılabileceği gibi, taşıtın hızı değiştiğinde eğri de değişmektedir. Eğrilerdeki değişim, taşıtın hızındaki değişimden daha çabuk gerçekleşmektedir. Bu sebeple, her adımda eğrinin tepe noktasının değerini hesaplamak mümkün olmaktadır. Şekil 2,  $\mu$  ve  $\lambda$  arasındaki ilişkiyi 6m/s'den 30m/s'ye kadar 3m/s'lik artışlarla göstermektedir.



Şekil 2: Değişik hızlar için  $\mu$ - $\lambda$  ilişkisi.

### 3. Kayma Kipli Denetleyici (KKD)

KKD doğrusal olmayan sistemlerin denetiminde kullanılan gürbüz denetim yöntemlerinin basit ve verimli bir uygulamasıdır. KKD'de, n. dereceden diferansiyel denklemlerle tanımlanmış sistem 1. dereceden diferansiyel denklem ile ifade edilir.

Bu çalışmada, KKD belirtilen hedef kayma değerini takip etmekte kullanılır. Bu sebeple, anahtarlama fonksiyonu,  $s$ , aşağıdaki şekilde tanımlanır [12]:

$$s = \lambda - \lambda_R \quad (6)$$

Bu denklemde  $\lambda_R$  hedef kayma değerini ifade etmektedir. Kayma hareketi, sistem durumları  $(\lambda_R, \dot{\lambda}_R)$  kayma yüzeyine (bu çalışmada bir nokta,  $s = 0$ ) ulaştığında başlar. Sistem durumlarını bu yüzeyde tutan denetim yöntemine eşdeğer denetim denir. Bu çalışmada, sözü geçen ifade eşdeğer denetim frenleme momenti,  $T_{b,eq}$ , olarak adlandırılır. Kayma durumundayken sistem dinamiği aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\dot{s} = 0 \quad (7)$$

Yukarıdaki (6) denkleminin türevi alınıp (7) denklemine konulursa aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\dot{\lambda} = \dot{\lambda}_R \quad (8)$$

Denklem (4) türevlenirse Denklem (9) elde edilebilir:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{V} \left[ \frac{-R}{J} (F_t R - T_b) + \frac{(1-\lambda)}{V} \dot{V} \right] \quad (9)$$

Eğer hedef kayma değeri sabit kabul edilirse,

$$\dot{\lambda} = 0 \quad (10)$$

Denklem (9), Denklem (8)'e konulursa:

$$0 = \frac{1}{V} \left[ \frac{-R}{J} (F_t R - T_b) + \frac{(1-\lambda)}{V} \dot{V} \right] \quad (11)$$

Denklem (11), eşdeğer denetim frenleme momenti için çözülecek olursa Denklem (12) elde edilebilir:

$$T_{b,eq} = -F_t R - (1-\lambda) \frac{\dot{V} J}{R} \quad (12)$$

Eğer sistem durumları  $(\lambda_R, \dot{\lambda}_R)$  kayma yüzeyi üzerinde değilse, çarpma denetim frenleme momenti işareti  $(T_{b,h})$  adlı yeni bir ifade genel frenleme momenti denetimi işaretine eklenir. Sistem durumları kayma yüzeyine ulaştığında, çarpma denetim frenleme momenti işareti etkisini yitirir. Çarpma denetim frenleme momenti işareti, Denklem (13) yardımı ile belirlenir.

$$s\dot{s} \leq -\eta_s |s| \quad (13)$$

Denklem (7) ve (10) kullanılarak Denklem (13) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$s\dot{\lambda} \leq -\eta_s |s| \quad (14)$$

Denklem (9), Denklem (14)'e konulursa aşağıdaki denklem ortaya çıkar:

$$\frac{s}{V} \left[ \frac{-R}{J} (F_t R - (T_{b,eq} - T_{b,h} \operatorname{sgn}(s))) + \frac{1-\lambda}{V} \dot{V} \right] \leq -\eta_s |s| \quad (15)$$

Denklem (15)'i  $T_{b,h}$  için çözecek olursak Denklem (16) elde edilir. Bu denklemde  $F \geq \frac{(1-\lambda)|\dot{V}-\hat{V}|}{V}$  olup  $\hat{V}$  tahmin edilen taşıt ivme değerini göstermektedir.

$$T_{b,h} = \frac{VJ}{R} (F + \eta_s) \quad (16)$$

Toplam frenleme momentinin aşağıdaki biçimde olduğu varsayılır:

$$T_b = T_{b,eq} - T_{b,h} f(s) \quad (17)$$

Denetleyici girşinin süresiz olduğu ve yüksek hızda anahtarlama gerektiği durumlarda ortaya çıkan titreme sorunuyla baş edebilmek için anahtarlama fonksiyonu, Denklem (18) ile değiştirilir [13]:

$$f(s) = \frac{s}{|s| + \delta}, \quad \delta \geq 0 \quad (18)$$

Böylece, frenleme denetim moment işareti aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$T_b = F_t R - (1-\lambda) \frac{\dot{V} J}{R} - \frac{VJ}{R} (F + \eta_s) f(s) \quad (19)$$

#### 4. Gri Kayma Kipli Denetleyici (GKKD)

Denetim kuramında bir sistem, hakkında sahip olunan net bilginin derecesine göre bir renk ile tanımlanabilir. Örneğin bir sistemin dinamiğini tanımlayan matematiksel denklemleri elde edilemiyorsa veya öznitelikleri tamamen belirsizse bu sistem "siyah sistem" (kara kutu) olarak tanımlanabilir. Diğer yandan, bir sistemin matematiksel modelinin tamamı hiçbir belirsiz noktaya meydan vermeksizin ve hassas bir şekilde elde edilebilmiş ise bu sistem "beyaz sistem" olarak adlandırılabilir. Yukarıdaki siyah ve beyaz sistem tanımlarından hareketle, eğer bir sistem bilinen matematiksel modelinin yanısıra bilinmeyen bir takım bilgiler ve özellikler de içeriyorsa bu sistem "gri sistem" olarak adlandırılabilir. Gerçek hayatta tüm endüstriyel denetim sistemleri, az veya çok fakat her zaman, belirsizlik kavramını içerdiklerinden dolayı her sistem gri sistem olarak düşünülebilir.

Gri sistem kuramı temelleri, ilk kez 1982 yılında Çinli bir bilim insanı olan Deng Ju-long tarafından ortaya konulmuştur [14]. Gri sistem kuramı disiplinlerarası bir düşüncedir. Uluslararası bilgi dağarcığına tanıtıldığı yıldan bu yana araştırmacıların çok dikkatini çekmiş, birçok sahaya uygulanmış ve özellikle gerçek zamanlı sistemlerde büyük başarı elde etmiştir. Bu çalışmada gri öngörücü, taşıtın doğrusal hızını ve tekerleklerin açısal hızını öngörmekte kullanılmıştır.

Gri sistem kuramına göre; bir gri sistemden elde edilen veri dizisindeki rastlantısallık bir şekilde azaltılırsa, o sisteme ait gelişim öznitelikleri daha kolay bulunup ortaya çıkartılacaktır. Sistemden elde edilen ve GM(1,1) modelinin oluşturulmasında kullanılacak olan verinin rastlantısallığını azaltmak amacıyla, ilkel veriye aşağıda ayrıntıları açıklanan Birikim Üretme İşlevi (BÜİ) uygulanır [15]. Geliştirilen gri diferansiyel denklem, sistemin n-adım ilerideki değerinin öngörülmesi amacıyla çözülür. Hesaplanan öngörölmüş değerleri kullanarak veriye Ters Birikim Üretme İşlevi (TBÜİ) uygulanır ve ilkel verinin öngörölmüş değerleri hesaplanmış olur.

##### 4.1. GM(n,m) Model

Gri modeller, bir endüstriyel denetim sisteminin dinamik denklemleri bilinmeksizin sistemden gelen yeni verileri kullanarak sistem çıkışlarının gelecekteki değerlerini yüksek doğruluk oranıyla öngörebilirler. Gri sistem kuramında GM(n,m), n'inci mertebeden bir diferansiyel denklemi ve m tane değişkenli bir modeli temsil eder. GM(1,1) modeli uluslararası bilgi dağarcığında en yaygın kullanılan gri modeldir ve "Birinci Mertebeden Bir Değişkenli Gri Model" şeklinde okunur. Söz konusu model, bir zaman serisi öngörme modelidir ve katsayıları zamanla değişen diferansiyel denklemlerden oluşur. Başka bir deyişle, öngörücüye yeni bilgiler geldikçe model yenilenmektedir.

##### 4.2. GM(1,1) Modeli

Tek giriş tek çıkışlı bir sistemin çıkışının aldığı değerleri  $X^{(0)}$  veri dizisi ile gösterelim:

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)), n \geq 4 \quad (20)$$

Yukarıda  $X^{(0)}$  ile gösterilen veri dizisinin her elemanı

sıfırdan büyüktür ve n işleme giren veri sayısıdır. Bu veri dizisine BÜİ uygulanırsa  $X^{(1)}$  veri dizisi elde edilir ve söz konusu bu dizinin monoton artan bir dizi olduğu kolayca görülebilir.

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)), n \geq 4 \quad (21)$$

Yukarıda  $x^{(1)}(k)$  ile gösterilen ifadelerin matematiksel açılımı şöyledir:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), k = 1, 2, 3, \dots, n \quad (22)$$

$X^{(1)}$  dizisinin ardışık ortalama dizisi olan  $Z^{(1)}$  şu şekilde tanımlanır:

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (23)$$

Yukarıda  $z^{(1)}(k)$  ile gösterilen dizi elemanları, işlenmemiş veri dizisinin ardışık iki elemanının ortalama değerleridir:

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), k = 2, 3, \dots, n \quad (24)$$

Gri diferansiyel denklem GM(1,1) ifadesinin en küçük kareler yöntemi ile yaklaşık ifadesi aşağıdaki gibidir [15]:

$$x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b \quad (25)$$

Veri beyazlatma işlemi ise aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b \quad (26)$$

Yukarıda,  $[a, b]^T$  değişkenleri aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$[a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (27)$$

Y matrisi ve B matrisi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$Y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T \quad (28)$$

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Denklem (26)'ya göre,  $x^{(1)}(t)$  ifadesinin k anındaki çözümü:

$$x_p^{(1)}(k+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (30)$$

Gri modeli oluşturabilmek ve dolayısıyla işleme giren ilkel verinin (k+1) anındaki öngörülen değerini hesaplayabilmek için TBÜİ kullanılır:

$$x_p^{(0)}(k+1) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} (1 - e^a) \quad (31)$$

İlkel verinin H adım sonraki değeri (k+H)'ın öngörülen değerinin hesaplanması için aşağıdaki matematiksel ifade kullanılır:

$$x_p^{(0)}(k+H) = \left[ x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-a(k+H-1)} (1 - e^a) \quad (32)$$

Yukarıdaki GM(1,1) modeli ifadesi içinde geçen  $(-a)$  değişkeni  $X_p^{(1)}$  ve  $X_p^{(0)}$ 'ın geliştirme evrelerini yansıtır ve bu değişkene geliştirme katsayısı adı verilir. Aynı model içinde geçen  $b$  parametresi ise verinin geçmiş değerlerinden elde edildiği için veri içindeki zamanla olmuş veya olacak değişimleri yansıtır ve bu değişkene grileştirme miktarı denir [16].

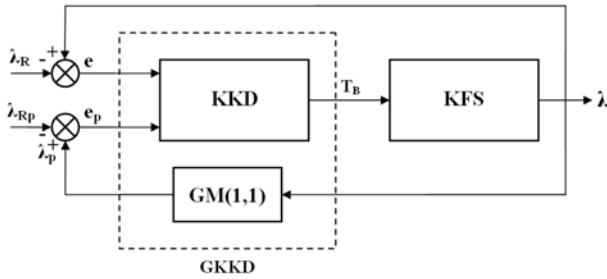
Gri öngörücü kuramını, KKD'ye uygulamak için yeni bir kayma yüzeyi tanımlanır:

$$s(\lambda, t) = e + e_p \quad (33)$$

Denklem (33)'de  $e_p = \lambda_p - \lambda_{Rp}$  gri öngörücü tarafından belirlenen bir değer,  $\lambda_p$  öngörülen kayma değeri ve  $\lambda_{Rp}$  öngörülen hedef kayma değeridir. Lyapunov aday fonksiyonu  $V_L$  Denklem (34)'deki gibi tanımlanır:

$$V_L = \frac{1}{2} (s(\lambda, t))^2 \quad (34)$$

Bu durumda sistemin takip etme hatasının GKKD için geleneksel bir KKD'den daha küçük olması garanti edilmiştir [17]. Şekil (3) genel bir GKKD yapısını göstermektedir.

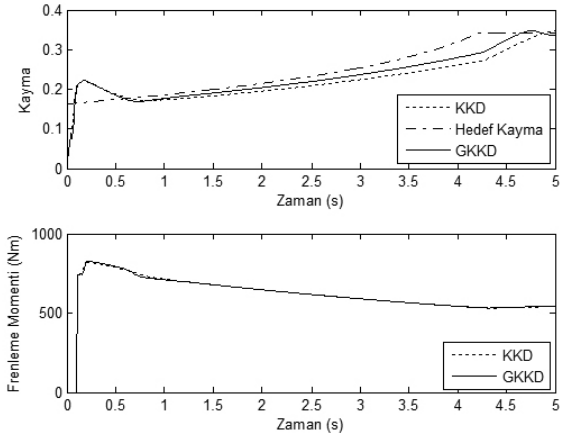


Şekil 3: GKKD yapısı.

## 5. Benzetim Çalışmaları

Öngörücü yetenek kazandırılmış GKKD tipi denetleyicilerin başarımlarını incelemek için ikinci bölümde matematiksel modeli verilen KFS üzerinde bir dizi benzetim çalışması yapıldı. Tüm benzetim çalışmalarında; örnekleme zamanının  $T_s = 10\text{ms}$ , taşıtın başlangıç hızının  $V = 30\text{m/s}$  olduğu ve düz bir yolda ilerlediği varsayılmıştır. 2. Bölüm'de bahsedildiği gibi, hedef kayma değerine karşılık gelen sürtünme katsayısını hesaplamak için aracın doğrusal hız bilgisi kullanılmıştır. Bu değerler kullanılarak bir tablo oluşturulmuştur. Daha sonra, denetim çevriminin her adımında aracın hızına bağlı olarak değişen hedef kayma değeri, denetleyiciye bir giriş olarak verilmiştir.

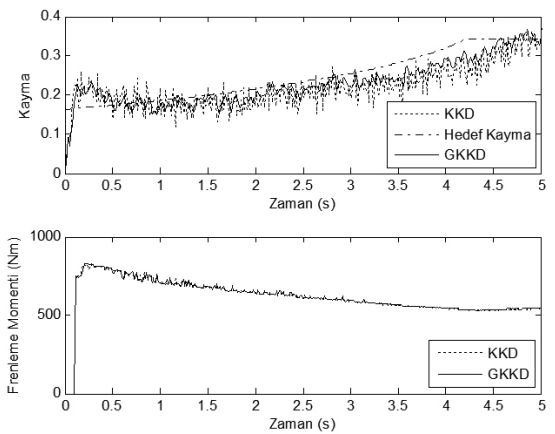
Şekil (4), GKKD ve KKD için sistem yanıtlarını göstermektedir. Frenleme sisteminde mekanik zaman sabiti 0.1s olarak kabul edilmiştir. Bu değer gerçek hayattaki değerlere daha uygun bir değerdir. Her iki denetleyici için  $\eta_s = 0.12$  ve  $\delta = 0.025$  olarak belirlenmiştir. Sistem yanıtları karşılaştırıldığında; frenleme momentleri her iki denetleyici için benzer sonuçlar verirken, takip etme hatası GKKD için beklendiği gibi KKD'ye oranla daha küçüktür.



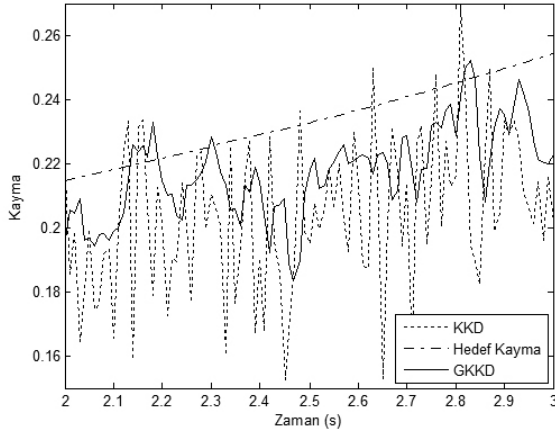
Şekil 4: KKD ve GKKD için benzetim sonuçları, H= 30.

Şekil (5), sistem çıkışında (kayma değeri) band sınırlamalı beyaz gürültü olduğu durumda sistemin geleneksel ve gri KKD tipi denetleyicilere verdiği yanıtları göstermektedir. Gürültü gücü  $5 \times 10^{-6}$  olarak seçilmiştir. Gürültülü çıkış ölçümleri olduğu durumda, KKD için sistem yanıtı kabul edilebilir olmasına rağmen GKKD için sistem yanıtı daha gürültüdür. Gri öngörücü denetleyicilerin en parlak başarımlarını gerçek zamanlı sistemlerde elde etmelerinin bir sebebi de sistem çıkışında olabilecek beyaz gürültüye veya diğer bozulmalara karşı daha gürbüz yanıtlar verebilmelerinden kaynaklanmaktadır.

Şekil (6)'da Şekil (5)'in büyütülmüş bir parçası, 2. ve 3. saniyeler arası zaman dilimi, görülmektedir. Şekilden de görüleceği gibi, gri öngörücü için adım büyüklüğü doğru seçildiği takdirde sistemin gürültü yanıtı kayda değer oranda iyileşmektedir.



Şekil 5: KKD ve GKKD için beyaz gürültü eklenmiş benzetim sonuçları, H= 6.



Şekil 6: Şekil 5'in büyütülmüş bir parçası.

## 6. Sonuç

Bu çalışmada, KFS için bir GKGD tasarımı önerilmiştir. Çeşitli benzetim çalışmaları sonucunda, önerilen denetleyici modelinin en başarılı özelliğinin sistemde oluşabilecek çeşitli belirsizliklerde dahi gürbüzlüğü koruyabilmesi olduğu görülmüştür. GKGD bu yeteneği sayesinde, frenleme sırasında daha kararlı bir yanıt ve daha iyi bir durma başarımı sağlayabilmektedir. Bu benzetim sonuçlarından cesaret alarak deneysel bir araştırma yapılmasına karar verilmiştir.

## 7. Ek Bilgi

Bu bildiri büyük oranda, 4-7 Eylül 2007 tarihleri arasında Las Vegas-ABD'de düzenlenecek olan 2007 ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference-ASME2007 çalıştayında sunulan *A Grey Sliding Mode Controller Design for Antilock Braking System* isimli bildirinin türkçesine dayanmaktadır.

## 8. Teşekkür

Bu bildirinin yazarları, 06A206 numaralı projeden aldığı mali destekler için Boğaziçi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri'ne teşekkür eder.

## 9. Kaynakça

- [1] Y. Hattori, T. Takahashi and A. Tanaka, "An Application of the Adaptive Method for the Sliding Mode Control of the Brake System", *The International Symposium on Advanced Vehicle Control*, Nagoya, pp.611-616, 1998.
- [2] A. Harifi, A. Aghagholzadeh, G. Alizadeh and M. Sadeghi, "Designing a Sliding Mode Controller for Antilock Brake System", *The International Conference on Computer as a Tool*, Serbia and Montenegro, pp.611-616, 2005.

- [3] M. R. Akbarzadeh, K. J. Emami and N. Pariz, "Adaptive Discrete-Time Fuzzy Sliding Mode Control for Anti-Lock Braking Systems", *Annual Meeting of the North American*, pp. 554-559, 2002.
- [4] W. C. Lin and Y. K. Chin, "Variable-Structure Brake Control for Anti-skid and Anti-spin", Report No. EG-275, General Motors Research Laboratories, Warren, Michigan.
- [5] H. S. Tan and M. Tomizuka, "An Adaptive Sliding Mode Vehicle Traction Controller Design", *American Control Conference*, 1989.
- [6] Y. K. Chin, W. C. Lin, D. M. Sidlosky and M. S. Sparschu, "Sliding-mode ABS Wheel Slip Control", *American Control Conference*, pp 1-6, 1992.
- [7] S. Drakunov, U. Ozguner, P. Dix and B. Ashrafi, "ABS Control Using Optimum Search Via Sliding Modes", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 3, No 1, pp:79-85, 1995.
- [8] P. Kachroo and M. Tomizuka, "Sliding Mode Control with Chattering Reduction and Error Convergence for a Class of Discrete Nonlinear Systems with Application to Vehicle Control", *International Mechanical Engineering Congress and Expo*, ASME 1995 Meeting, DSC-Vol. 57-1, pp. 225-233, 1995.
- [9] C. Unsal and P. Kachroo, "Sliding Mode Measurement Feedback Control for Antilock Braking Systems", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 2, 1999.
- [10] J. Svendenius, "The Models for Use in Braking Applications", Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Sweden, 2003.
- [11] J. Yi, L. Alvarez, R. Horowitz and W. C. Canudas, "Adaptive Emergency Braking Control using a Dynamic Tyre/road Friction model", *Proceedings of 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, 2000.
- [12] K. R. Buckholtz, "Reference Input Wheel Slip Tracking Using Sliding Mode Control", in *SAE 2002 World Congress*, Detroit, Michigan, 2002, Report No. 2002-01-0301.
- [13] C. Edwards and S. K. Spurgeon, "Sliding Mode Control Theory and Applications", Taylor and Francis Ltd, 1998.
- [14] J. L. Deng, "Control Problems of Grey System", *Syst. and Contr. Lett.*, Vol. 1, pp. 288-294, 1982.
- [15] J. L. Deng, "Introduction to Grey System Theory", *The Journal of Grey System*, Vol. 1, pp. 1-24, 1989.
- [16] S. F. Liu and Y. Lin, *An Introduction to Grey Systems*, PA, USA, IIGSS Academic Publisher, 1998.
- [17] H. C. Lu, "Grey Prediction Approach for Designing Grey Sliding Mode Controller", *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, pp 403-408, 2004.

# Piezoelektrik Aktüatörler için Analog Kayan Kipli Denetleyici

Selim Yannier<sup>1</sup>, Asif Sabanovic<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
selimy@su.sabanciuniv.edu

<sup>2</sup>Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Mekatronik Programı  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul  
asif@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu çalışmada Kayan Kipli Denetim (KKD) metodunun analog elektronikte uygulanması ve geliştirilen denetleyicinin piezoelektrik aktüatörlere uygulanması incelenmiştir. Sayısal uygulamalar öncelikle ADC ve DAC çeviricilerin yavaşlığı nedeniyle sınırlı hızlara erişebilirler. Öte yandan piezoelektrik aktüatörler neredeyse sayısal işlemcilerin çalışma frekansına yaklaşan yüksek rezonans frekansları ve sahip oldukları histerezis nedeniyle kontrolü güç, doğrusal olmayan sistemlerdir. Direk analog uygulama ile çalışma frekansında sınırlama olmadan performansın iyileştirilmesi beklenmektedir.

## 1. Giriş

Piezoelektrik etki bir maddenin elektrik alan altında genişmesi veya daralmasıdır. Ters piezoelektrik etki ise basınç altında malzemenin elektrik potansiyel yaratmasıdır. İlk olarak Curie kardeşler tarafından bu etki, piezoelektrik malzemelerin hem aktüatör hem de algılayıcı olarak kullanılmasına olanak vermektedir. Temelde asimetrik kristal yapı nedeniyle ortaya çıkan bu etki, mekanik sistemlerde görülen “yapışma - kayma” gibi problemler barındırmaz ve teorik olarak sonsuz çözünürlük sağlar. Halen birçok yerde kullanılmaktadır; özellikle kameraların odaklanmasında kullanılan ultrasonik motorlar, spor malzemeleri (akıllı kayaklar, akıllı bisiklet) [1], havacılık ve uzay sanayi [2], katı disk sürücüler [3], taramalı elektron mikroskobu ve atomik kuvvet mikroskobu [4] sadece birkaç örnektir.

Ancak, elektrik alan ile buna bağlı olarak oluşan gerinim arasındaki doğrusal olmayan ilişkinin baskınlığı sebebiyle piezoelektrik aktüatörlerin hassas kontrolü oldukça zordur [5-7]. Histerezis olarak adlandırılan bu ilişki, denge konumuna yakın artık bir yer değiştirme ve aktüatörün ileri ve geri hareketlerinde farklı şekilde davranmasına sebep olur. Başka bir deyişle, girilen her bir giriş sinyali için, geçmişteki hareketlerin de etkisi ile, birden fazla çıkış vardır [8].

Doğrusal olmayan yapının modellenmesine dayanan birçok açık devre denetim tasarlanmış ve doğrusal olmayan bileşenlerin ileri beslemesi araştırılmışsa da [5-8] birçok piezoelektrik aktüatör uygulaması kapalı devre denetim gerektirecek yüksek hassasiyetli hareket istemektedir.

Dinamik modellemenin daha önemsiz kaldığı bulanık mantık ve yapay sinir ağlarına dayanan denetleyiciler ise

genellikle zayıf performansları sebebiyle çok da ilgi görmemiştir [9].

Kayan kipli denetim (KKD) doğrusal olmayan sistemlerde oldukça etkili ve gürbüz bir denetim sistemidir. Denetleyicinin temelinde sistem dinamiğinin kayan kip isimli manifolda taşınarak burada hapsine dayanır. Ayrıca KKD özellikle kayan kip üzerinde modelleme hataları ve parametre değişikliklerine dayanıklıdır [10, 11]. KKD, piezoelektrik aktüatörlerin gerek hareket denetiminde gerekse de kuvvet denetiminde başarıyla kullanılmıştır [11]. Bahsi geçen çalışmada KKD'in performansının denetimin uygulandığı frekansa bağlı olduğu da kanıtlanmıştır. Buna göre denetleme hızındaki artış performans artışına yol açacaktır.

Bu çalışmanın amacı ise, bahsi geçen çalışmadakine benzer bir denetimin analog elektronikte uygulanması yoluyla denetim hızının artırılması, dolayısıyla da performans artışıdır.

## 2. Kayan Kipli Denetim

Bu makalede, aşağıdaki denklem ile ifade edilebilen, belirli bir sınıf doğrusal olmayan dinamik sistemi ele alacağız,

$$\dot{x} = f(x) + B(x)u + d \quad (1)$$

burada  $x^T \in \mathcal{R}^n$  durum vektörü,  $u \in \mathcal{R}^m$  denetim vektörü,  $f(x) \in \mathcal{R}^n$  bilinmeyen, sınırlı ve sürekli ama doğrusal olmayan bir fonksiyon,  $B(x) \in \mathcal{R}^{nm}$  elemanları sınırlı ve sürekli, bilinen bir giriş matrisi ( $rank(B(x))_{\forall x} = m$ ),  $d \in \mathcal{R}^n$  ise bilinmeyen dış rahatsızlıklardır. Hem  $f(x) \in \mathcal{R}^n$  hem de  $d \in \mathcal{R}^n$  uyum şartlarını sağlamaktadır ve tüm elemanları sınırlıdır;  $\|f_i(x)\|_{\forall x} \leq M$  ve  $\|d_i(t)\|_{\forall t} \leq N$ . Tam aktüe edilmiş mekanik sistemler (1) ile ifade edilebilen sınıfa dahildirler. Bu tip sistemler birbirine bağlı  $m$  alt sistem ile ifade edilebilirler;  $\dot{x}_i = h_i(x_i, \dot{x}_i) + b_i(x_i, t) \cdot u_i + g_i(x_i, x_j)$ . Genellikle  $h_i(x_i, \dot{x}_i)$  Coulomb sürtünmesini,  $g_i(x_i, x_j)$  ise etkileşimleri kapsar.



Amaç,  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  sistem durumlarını istenilen yörüngeye  $x_{d_1}(t), \dots, x_{d_n}(t)$  oturtacak denetleme girişlerini  $u = [u_1, \dots, u_m]^T$  bulmaktır.

## 2.1. Denetleyici Tasarımı

Denetleyici tasarımı öncelikle istenilen sistem dinamiklerinin tanımlı olduğu kayan kip seçimi ile başlayacak ve KKD yöntemi ile Lyapunov kararlılık analizini sağlayacak kontrol hesaplanacaktır. Lyapunov fonksiyon adayının kayan kip cinsinden seçilmesi, kayan kipi varlığını sağlamanın ve dolayısıyla istenilen geri beslemeli dinamiğin yakalanmasının doğal bir yoludur. Son olarak, denetleyici girişinin Lyapunov kararlılık analizine göre seçilmesi gerekmektedir.

### 2.1.1. Kayan Kip

Sistem (1) için en doğal kayan kip seçimi

$$\sigma = Ge_i = 0 \quad (2)$$

şeklinde olmalıdır. Burada  $e_i = [e_1, \dots, e_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ,  $e_i = x_{d_i} - x_i$  hata vektörünü,  $\sigma = [\sigma_1, \dots, \sigma_m]^T \in \mathbb{R}^m$ ,  $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ise kayan kipi tanımlar.

### 2.1.2. Gerekli Denetleyici Hareketinin Hesaplanması

Lyapunov fonksiyon adayı  $V \in \mathbb{R}$  aşağıdaki gibi seçilebilir

$$V = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma \quad (3)$$

Bu fonksiyon  $V = (1/2) \|\sigma\|_2^2$  şeklinde de yazılabilir di ( $\|\cdot\|_2$  burada  $V(0) = 0$  olduğu durumdaki Euclidian normdur). Lyapunov fonksiyon adayının zaman türevi  $\dot{V}$  negatif tanımlı olmalıdır. Bu şartın denetim seçiminde de kullanılabilmesi için  $\dot{V}$ 'ın önceden belirli bir formu sağlamasını isteyebilir ve buna göre Lyapunov fonksiyon adayının zaman türevini aşağıdaki negatif tanımlı fonksiyona eşitleyebiliriz

$$\dot{V} = -\sigma^T D \sigma - \mu \frac{\sigma}{\sigma^T \sigma} \quad (4)$$

burada  $D$  pozitif tanımlı simetrik bir matris, ve  $\mu > 0$ 'tir. Dolayısıyla Lyapunov şartları sağlanmıştır. Denklem (3)'ün (4)'e eklenmesi ile

$$\sigma^T \left( \dot{\sigma} + D \sigma + \mu \frac{\sigma}{\sigma^T \sigma} \right) = 0 \quad (5)$$

sonucu çıkar. Buna göre  $\sigma \neq 0$  olduğunda denetim aşağıdaki denklemden hesaplanabilir ve kayan kip garantilenmiş olur.

$$\left( \dot{\sigma} + D \sigma + \mu \frac{\sigma}{\sigma^T \sigma} \right) = 0 \quad (6)$$

Kesikli terim  $\mu \frac{\sigma}{\sigma^T \sigma}$  çatırdamayı engellemek için küçük seçilebilir ve hatta ihmal edilebilir. Aynı zamanda, sadece sürekli terimin uygulanması ile sürekli denetim ile kayan kipi sağlanabileceği kanıtlanmıştır [12, 13]. Buna göre analizimizde denklem (6)'yı  $(\dot{\sigma} + D \sigma) = 0$  şeklinde

kullanacağız, ancak tüm çalışma  $D \sigma$  teriminin  $(D \sigma + \mu \sigma / \sigma^T \sigma)$  şeklinde kullanılması ile tekrar edilebilir.

Kayan kip manifoldu (2) ile sistem (1) için  $(\dot{\sigma} + D \sigma) = 0$  şartını sağlayan denetim

$$u = -(GB)^{-1} (G(f + d - \dot{x}_d) - D \sigma) = u_{eq} + (GB)^{-1} D \sigma \quad (7)$$

şeklinde hesaplanır. Burada  $x_d = [x_{d_1}, \dots, x_{d_n}]^T$ 'dir ve denk denetim olarak adlandırılan  $u_{eq}$ ,  $\dot{\sigma} = GB(u_{eq} - u) = 0$  denkleminin çözümüdür.

Denklem (7)'nin denklem (1) ile kullanılmasından, sistem (1)'in kayan kip (2) üzerindeki hareket denklemleri  $\sigma = Ge_i = 0$  şeklinde elde edilir. Bu hareket denklemlerine yaklaşma ise (6) tarafından yönetilir. Bu, sistem durumlarının ölçülebilir sistem çıktılarından türevi cinsinden seçilmesi ile sistem (1)'in yapının bir sonucudur.

Bu denetleyicinin uygulanabilmesi için, sistem dinamiği ve dış rahatsızlıklar hakkında bilgi gereklidir ki bu oldukça zordur. Ayrıca, çözüm denk kontrol bilgisini de içerdiğinden  $u_{eq}$ 'in bilinmesi veya yeterli hassasiyette tahmin edilmesi gereklidir. Bu probleme çözüm olarak

$$\tau \dot{z} + z = (u - (GB)^{-1} \cdot \dot{\sigma}) \quad (8)$$

denkleminde yeteri kadar küçük  $\tau$  filtre zaman sabiti kullanıldığında  $u_{eq} = z$  gerçekliğini kullanacağız [14, 15].

Böylelikle  $u_{eq} = -(GB)^{-1} G(f + d - \dot{x}_d)$  direk hesaplamasını atlamış oluyoruz.

Denklem (8) yeteri kadar küçük filtre zaman sabitleri için, denklem (7) de verilen denetim ile kullanıldığında aşağıdaki son denklem elde edilir;

$$u = \frac{u_{eq}}{\tau \cdot s + 1} + (GB)^{-1} D \sigma = \frac{u}{\tau \cdot s + 1} + K \cdot \left( D \sigma + \frac{\dot{\sigma}}{\tau \cdot s + 1} \right), \quad K = (GB)^{-1} \quad (9)$$

## 2.2. Piezo Aktüatör Modeli

Bu çalışmada kullanılan piezoelektrik aktüatör, piezoelektrik kristal, bu kristal üzerine monte edilmiş bir gerilimölçer (strain gage) ve bunları kaplayan, EDM kesimli hazneden oluşmaktadır. Özel tasarımı sayesinde sürtünme ve/veya yapışma gibi mekanik etkileşimlerden muaf, yüksek kazançlı bir aktüatördür.

Piezoelektrik aktüatörün dinamik modeli basitçe dış kuvvetlerin ve histerisisin de eklendiği bir ikinci derece denklem ile ifade edilebilir;

$$m_{eff} \ddot{x} + c_{eff} \dot{x} + k_{eff} x = T(u(t) - h(x, u)) - F_{ext} \quad (10)$$

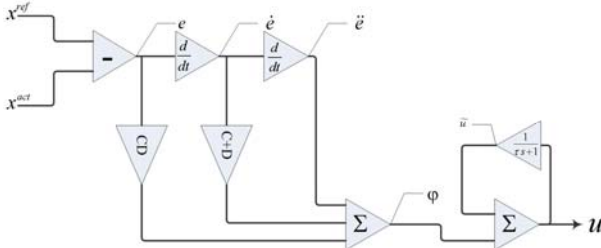
burada  $x$  aktüatörün uzama miktarı,  $m_{eff}$  fiili kütle,  $c_{eff}$  fiili sönüm,  $k_{eff}$  fiili sertlik,  $T$  elektromekanik çevrim katsayısı,  $u$  giriş voltajı,  $h(x, u)$  doğrusal olmayan histerisiz ve  $F_{ext}$  dışarıdan aktüatöre uygulanan kuvvettir [6, 16].

Denklem (10) ile gösterilen modelde mekanik hareket bakımından histerezis, uyumluluk şartlarını sağlayan bir rahatsız edici kuvvet olarak görülebilir. Bu durumda kayan kipli denetleyici, histerezisin mekanik hareket üzerindeki doğrusal olmayan etkilerini yenebilmelidir. Aynı zamanda,

histerezis ve sisteme dışarıdan etki eden kuvvet tahmin edilebilir ve rahatsızlık dışlayıcı metodunun sisteme uygulanmasına izin verir.

### 3. Analog Denetleyici Tasarımı

#### 3.1. Analog Denetleyici Tasarımı



Şekil 1: Denetimin hesaplanması için gerekli analog işlem özet olarak şekildeki gibidir.

Bir önceki bölümde belirtilen sistem (1)'in,  $x = \begin{bmatrix} x & \dot{x} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2$  sistem durumlarını kullanarak, denetlenmesi için aşağıdaki kayan kip manifoldu seçilebilir,

$$\sigma = Ge_i \in \mathbb{R} \quad (11)$$

burada izleme hata vektörü  $e_i = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^2$ , elemanları  $e_i = x_{d_i} - x_i$  şeklindedir ve  $G = \begin{bmatrix} C & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ 'dir.

Denklem (9)'da belirlenen denetleyicinin, işlemsel yükselteçler kullanılarak hesaplanabilmesi için denklem (8) kullanılarak biraz daha basitleştirilmesi gereklidir,

$$u = \tilde{u} + K \cdot (DCe + (D+C)\dot{e} + \ddot{e}) \quad (12)$$

$$u = \tilde{u} + K \cdot \varphi$$

Bu son denklemden  $\tilde{u} = \frac{u}{\tau \cdot s + 1}$ ,  $e = e_1 = x_d - x$  ve  $\dot{e} = e_2 = \dot{x}_d - \dot{x}$  şeklinde kullanılmıştır. Bu denklemden denetleyicinin hesaplanması Şekil 1'de özetlenmiştir.

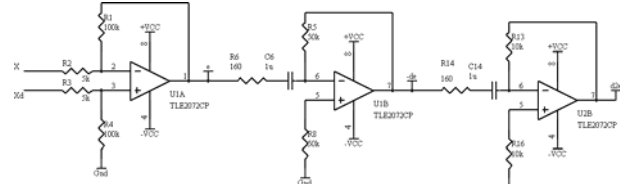
Tablo 1: Sinyal ve parametreler içi beklenen en büyük değerler.

| Parametre  | En Büyük Değer |
|------------|----------------|
| $C$        | 400...500      |
| $D$        | 400...500      |
| $K$        | $O(10^{-6})$   |
| Sinyal     | En Büyük Değer |
| $e$        | 0.05V          |
| $\dot{e}$  | 1V             |
| $\ddot{e}$ | 100V           |
| $\varphi$  | 500V           |
| $U$        | 1V             |

Ancak uygulamada dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta var; elektronik devredeki sinyal boyutları, çok ender durumlar dışında gerçek sistem değişkenlerine eşit olmaz. Bunun başlıca sebebi güç kaynaklarının ve işlemsel yükselteçlerin çıkışlarının sınırlı olmasıdır. Ayrıca yüksek sinyaller kadar küçük sinyaller de sistemde istenmez; çok küçük sinyaller gürültü ile bütünüleşir, bilgi kaybına neden olur. Sistemde kullanılan kazançlar da pratik olarak üretmesi

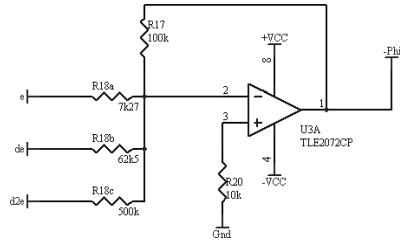
mümkün olmayan değerlerde olabilirler. Bu nedenle tüm sistem denklemleri, sinyalleri ve kazançları normalize edecek "boyutlandırma" katsayılarıyla çarpılırlar. Tüm denklemler bu katsayılar göre tekrar yazıldığında genel olarak sistem değişmemiş ancak pratik uygulamaya elverişli hale getirilmiş olur. Analog bilgisayarlar zamanında da kullanılan bu yöntemin ismi analog boyutlandırmadır. Kullanılan maksimum sinyal büyüklükleri ile parametre değerleri Tablo 1'de özetlenmiştir.

#### 3.2. Devre Tasarımı

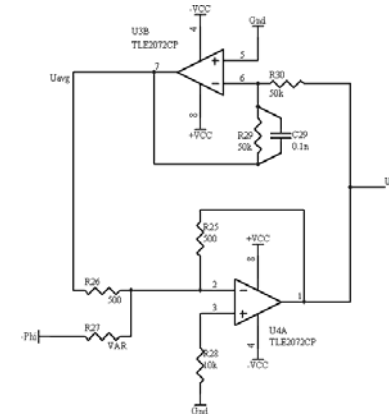


Şekil 2: Ölçülen  $x$  ve istenilen  $x_d$  sistem durumlarından, değişkenlerin hazırlanması ( $e$ ,  $\dot{e}$  ve  $\ddot{e}$ ).

Denklem (12)'de sunulan denetleyici işlemsel yükselteç blokları kullanılarak oluşturulabilir. Tasarlanan devre üç aşamada sunulacaktır; öncelikle ölçülen  $x$  ve istenilen  $x_d$  sistem durumlarından  $e$ ,  $\dot{e}$  ve  $\ddot{e}$  değişkenlerinin hazırlanması (Şekil 2), daha sonra ara değişken  $\varphi$ 'nin hesaplanması için toplama işlemi (Şekil 3) ve son olarak da  $u = \tilde{u} + K \cdot \varphi$  denetimin hesaplanması (Şekil 4).



Şekil 3: Diğer değişkenlerden  $\varphi$ 'nin hesaplanması.



Şekil 4: Denetimin hesaplanması;  $u = \tilde{u} + K \cdot \varphi$ ,  $\tilde{u}$  denetimin birinde derece filtrelenmiş halidir.  $K$  ise  $R_{25} / R_{27}$  oranı ile ayarlanır.

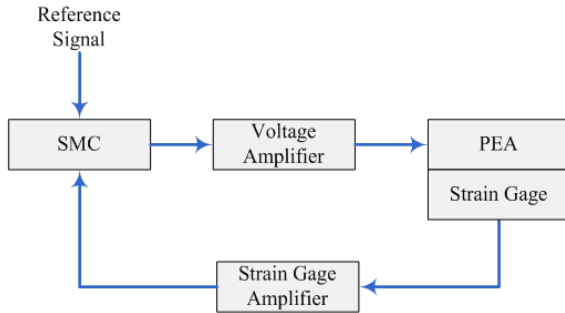
$e$ ,  $\dot{e}$  ve  $\ddot{e}$  değişkenlerinin hazırlanması için bir fark yükselteç bloğu ile öncelikle hata  $e$ 'yi hesaplar. Daha sonra alçak geçiren filtre de içeren ardı ardına yerleştirilmiş iki

türev bloğu  $\dot{e}$  ve  $\ddot{e}$  değişkenlerini hazırlar (Şekil 2). Ara değişken  $\varphi$ , bu değişkenlerin uygun katsayılarla toplanmasından elde edilecektir. Bu durumda bir toplama bloğu kullanılmıştır (Şekil 3). Son kısımda denetim  $u = \ddot{u} + K \cdot \varphi$ 'yi hesaplamak için denklem (12) bir toplama bloğu bir de alçak geçiren filtre ile gerçekleştirilmiştir. Fitrenin katsayısı  $10^{-6}$  mertebesinde seçilmiş ve yukarıda belirtilen koşullara uygunluğu sağlanmıştır.  $C$ ,  $D$  ve  $K$  parametrelerinin ayarlanması direnç değerleriyle sağlanmaktadır. Bu nedenle ayarlanabilir potansiyometreler kullanılmıştır.

## 4. Deneyler

### 4.1. Deney Düzenegi

Deneyler için Şekil 5'te özetlenen düzenek kurulmuştur. Kullanılan voltaj kuvvetlendirici Piezomechanik SVR 150-3, piezoelektrik aktüatör üzerine gerilimölçer monte edilmiş Piezomechanik PSt 150/5/60, gerilimölçer sinyal kuvvetlendirici ise Vishay Ölçüm Grubunun BA501 kodlu ürünüdür. SMC ile gösterilen blok DSP (sayısal kodlama deneylerinde) veya analog devredir (analog denetleyici deneylerinde). Tüm deneylerde, tam içeriği ve transfer fonksiyonu bilinmeyen voltaj kuvvetlendirici, basit bir alçak geçiren filtre şeklinde ele alınmıştır.



Şekil 5: Piezoelektrik aktüatör deney düzenegi.

Tüm deneylerde sunulan sonuçlar Agilent Technologies 54622D dijital osilograf ile elde edilmiştir. İzlenme hatalarının daha belirgin görülebilmesi için referans sinyali ile çıkış sinyali aynı sıfır noktası üzerinde gösterilmiştir. Çıktılarda görünen üçüncü kanal ise direk osilografın anlık hesapladığı iki sinyal arasındaki fark yani izleme hatasıdır.

Çıktılarda gösterilen ölçüler gerilimölçerim çıkış sinyalidir ve doğal olarak voltaj cinsindendir. Çevirim için 1 Volt  $17.96\mu m$ 'ye denk gelmektedir.

### 4.2. Nümerik Denetim ile Pozisyon Kontrolü

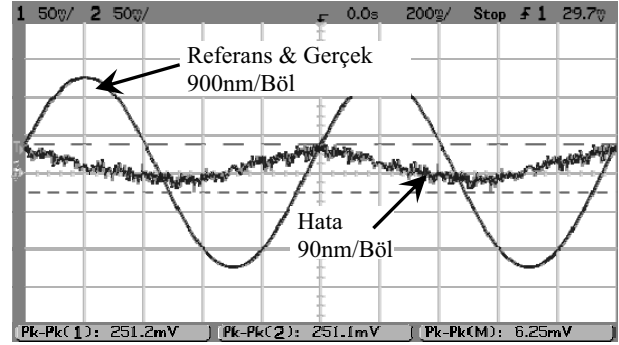
Karşılaştırma amaçlı olarak aynı algoritma bir de DSP üzerinde nümerik olarak uygulanmıştır. 40MHz işlemci hızlı, 50ns çevrim süreli TMS320C31 DSP çipi üzerine kurulu dSpace DS1102 kartı için C dilinde yazılan uygulamada Euler yaklaşımı kullanılmıştır. Kart giriş/çıkış olarak iki adet 16-bit ADC (giriş)  $\pm 10V$  ve 4 adet 12-bit DAC (çıkış)  $\pm 10V$  kullanıyor.

Öncelikle 4.5 $\mu m$  ve 10,8 $\mu m$ , 1Hz sinüs dalgasının izlenmesi test edilmiştir. Sonuçlar Şekil 6 ve Şekil 7'de görülmektedir. Buna göre izleme hataları sırası ile 110nm ve 200nm'dir ki bu da %2,5 ve %1,9'a denk gelir.

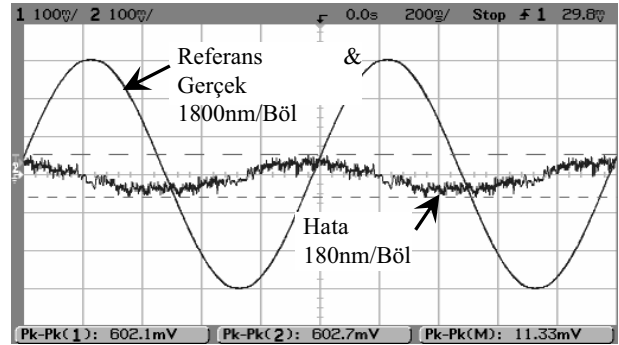
### 4.3. Analog Denetim ile Pozisyon Kontrolü

Benzer deneyler KKD'nin analog uygulanması ile de yapılmıştır. 10,8 $\mu m$ , 1Hz sinüs dalgasının izlenmesi 360nm veya başka bir deyişle %3,3 hatayla gerçekleştirilmiştir (Şekil 8). Nümerik uygulamadaki %2,5 hata payıyla karşılaştırınca kabul edilebilir bir sonuçtur ancak üzerinde daha çalışılması gerektiğinin de göstergesidir.

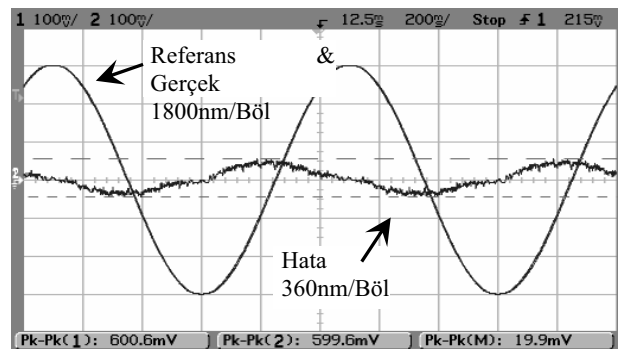
Temel hata kaynağı, daha gerilimölçer çıkışında sisteme dahil olan gürültüdür. Bu gürültü özellikle türev bloklarında, filtrelemlere rağmen, yükseltilmektedir. Aşırı filtreleme bilgi kaybına yol açtığı gibi faz kayması sebebiyle de istenmeyen bir durumdur. Ayrıca işlemsel yükselteçlerin ofset hataları da sistemde yayılmakta hataya yol açmaktadır.



Şekil 6: 4,5 $\mu m$ , 1Hz sinüs referansın DSP ile izlenmesi.



Şekil 7: 10,8 $\mu m$ , 1Hz sinüs referansın DSP ile izlenmesi.



Şekil 8: 10,8 $\mu m$ , 1Hz sinüs referansın analog denetleyici ile izlenmesi.

Sistem performansını daha iyi incelemek için kare (Şekil 9) ve üçgen (Şekil 10) referansların izlenmesi de denemiştir. Buna göre, ofset hatalarının ince ayarı ve sistem parametreleri  $C$ ,  $D$  ve  $K$ 'nin dikkatli ayarlanması ile farklı sinyallerin izlenebileceği gösterilmiştir. Üçgen referansın sürekli olmadığını hatırlatmak isteriz.

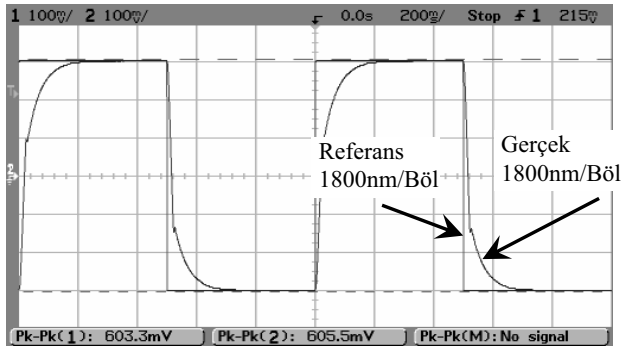
## 5. Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada, [11, 13-15]'deki çalışmaları temel alan, piezoelektrik aktüatörlerin pozisyon kontrolünde kullanılmak üzere analog uygulamaya de yatkın ve sürekli denetim çıktısı sağlayan bir KKD tasarımı sunduk. Daha önceki çalışmalarda KKD'nin denetimindeki sistemin referans izleme hata payının çevirim hızının karesiyle ters orantılı olduğu gösterilmiştir. Buna göre hızdaki artış performans artışı sağlamalıdır.

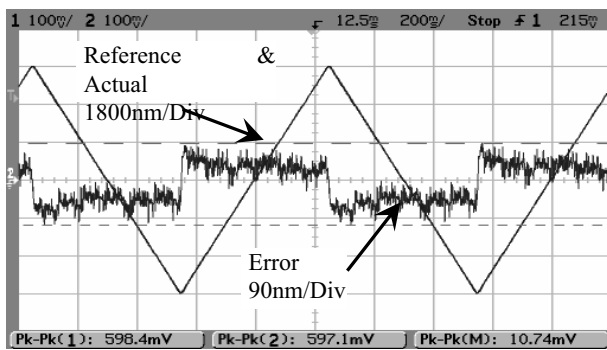
DSP, PC, mikrokontrolör ve/veya FPGA üzerindeki uygulamalarda sistem genellikle analog – nümerik alanlar arasındaki çevirim (ADC ve DAC) hızıyla sınırlıdır. Ayrıca çok serbestlik dereceli sistemlerde işlemci yükü de fazladır.

Deneyler göstermiştir ki analog uygulan KKD denetleyici DSP üzerinde nümerik uygulamaya yakın sonuçlar vermektedir. Ancak sistem genel olarak gürültüye karşı hassastır. Bunun iki temel sebebi yüksek kazanç ve kayan kip manifoldudur. Yüksek kazançlı denetleyici mili voltlarla ifade edilen hatayı gürültüden ayırıp yüz voltlar seviyesindeki denetleyici sinyalini üretmelidir. Kayan kip manifoldu ise hata küçüldükçe sıfıra yaklaşmakta ve gürültü seviyesine inmektedir. Bu durumda sistem gürültüyü giriş; "anlık hata" kabul edip etkisizleştirecek denetim sinyalini üretmektedir.

Sonuç olarak analog denetleyici fikri denemiş ve nümerik uygulamalara yakın sonuçlar sağlamıştır. Ancak sistemden beklenen performansın elde edilmesi için biraz daha çalışma gereklidir.



Şekil 9: 10,8um, 1Hz kare referansın analog denetleyici ile izlenmesi.



Şekil 10: 4,5um, 1Hz üçgen referansın analog denetleyici ile izlenmesi.

## 6. Kaynakça

[1] S. Ashley, "Digital dampers," in *Mechanical Engineering*, vol. 120: American Society of Mechanical Engineers, 1998, pp. 130.

[2] "Shape shifting aircraft," in *Design Engineering*: Centaur Communications, 2001, pp. 5.

[3] B. M. Chen, T. H. Lee, C.-C. Hang, Y. Guo, and S. Weerasooriya, "An Hinf almost disturbance decoupling robust controller design for a piezoelectric bimorph actuator with hysteresis," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 7, pp. 160-174, 1999.

[4] H. Richter, E. A. Misawa, D. A. Lucca, and H. Lu, "Modeling nonlinear behavior in a piezoelectric actuator," *Precision Engineering*, vol. 25, pp. 128-137, 2001.

[5] H. J. M. T. S. Adriaens, W. L. De Koning, and R. Banning, "Modeling piezoelectric actuators," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 5, pp. 331-341, 2000.

[6] M. Goldfarb and N. Celanovic, "Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation," *Control Systems Magazine, IEEE*, vol. 17, pp. 69-79, 1997.

[7] H. Jung, H. Jung, J. Y. Shim, J. Y. Shim, D. Gweon, and D. Gweon, "New Open-loop Actuating Method of Piezoelectric Actuators for Removing Hysteresis and Creep," *Review of Scientific Instruments*, vol. 71, 2000.

[8] J.-J. Tzen, S.-L. Jeng, and W.-H. Chieng, "Modeling of piezoelectric actuator for compensation and controller design," *Precision Engineering*, vol. 27, pp. 70-86, 2003.

[9] R.-J. Wai and J.-D. Lee, "Intelligent motion control for linear piezoelectric ceramic motor drive," *Systems, Man and Cybernetics, Part B, IEEE Transactions on*, vol. 34, pp. 2100-2111, 2004.

[10] K. D. Young, V. I. Utkin, and U. Ozguner, "A control engineer's guide to sliding mode control," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 7, pp. 328-342, 1999.

[11] K. Abidi, A. Sabanovic, and S. Yesilyurt, "Sliding mode control based disturbance compensation and external force estimation for a piezoelectric actuator," presented at Advanced Motion Control, 2004. AMC '04. The 8th IEEE International Workshop on, 2004.

[12] W.-C. Su, S. V. Drakunov, and U. Ozguner, "An O(T<sup>2</sup>) boundary layer in sliding mode for sampled-data systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 45, pp. 482-485, 2000.

[13] S. Drakunov and V. Utkin, "A semigroup approach to discrete-time sliding modes," presented at American Control Conference, 1995. Proceedings of the, 1995.

[14] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 22, pp. 212-222, 1977.

[15] V. Utkin, J. Guldner, and J. Shi, *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*. London; Philadelphia, PA: Taylor & Francis, 1999.

[16] M. Goldfarb and N. Celanovic, "Behavioral implications of piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation," presented at Robotics and Automation, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on, 1996.







## Çift Taraflı Kontrol Sistemlerinin Biomedikal Alanda Uygulamaları

Meltem Elitaş<sup>1</sup>, Muhammet Ali Hocaoglu<sup>1</sup>, Asif Şabanović<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi

Sabancı Üniversitesi, İstanbul

{meltemelitas,muhammet}@su.sabanciuniv.edu, asif@sabanciuniv.edu

### Özetçe

Hareket kontrol sistemleri tasarlanırken, (a) çevre ile ya da herhangi bir sistem ile etkileşimi olmayan serbest hareket sistemleri, (b) çevre ile veya başka sistemler ile belirli fonksiyonel etkileşimi olan kısıtlı hareket (constrained motion) sistemleri dikkate alınmalıdır. Her iki durumda da kontrol, istenen sistem konfigürasyonu sağlamayı amaçlamaktadır. İstenen sistem konfigürasyonu; yörünge takibi, etkileşim kuvvet kontrolü, empedans kontrolü gibi, bilinen sistem görevlerinin yapısını oluşturma açısından aynıdır. Ele alınan tasarım, belirli fonksiyonel ilişkileri korumak zorunda olan bir çok sistemde uygulanmaktadır. Bu çalışma, çift taraflı sistemlerin bahsettiğimiz kontrol yöntemi ile kontrolü ve benzetim sonuçlarını sunmaktadır.

### 1. Giriş

Günümüz ameliyatları, biyoteknoloji çalışmalarındaki gelişmeler, modern hareket kontrol sistemlerine insan-çevre arasında uyumu sağlayan “elçi” görevi yüklemektedir. Bu çerçevede kontrol sistemlerinin tasarımı geniş bir çalışma alanında değişik nitelikte görevleri gerçekleştirecek şekilde genişletilmiştir. Düşük seviye kontrol görevleri denildiğinde; motor kontrolü, birinci dereceden serbest sistemler, robot manipulatorleri gibi bireysel sistemler düşünülebilir. Sistem seviyesinde kontrol görevleri denildiğinde ise, aynı ya da farklı yapıdaki sistemlerin; çok taraflı etkileşim kontrolü, ana ve bağlı robotların (master ve slave) uzaktan kontrolü, kuvvet yansıtımlı benzetim sistemleri (haptics), paralel mekanizmalar düşünülmelidir. Genel anlamda hareket sistemlerinin kontrolü (i) serbest hareketler – çevre ile ya da diğer sistemler ile etkileşimde bulunmayan, (ii) diğer sistemler ile etkileşimlerine rağmen yörüngesini korumak zorunda olan hareket sistemleri – bozucu etkilerin (disturbance) yok edilmesi görevi, (iii) çevreye ya da başka bir sistemle etkileşimine göre davranışını ayarlanan kısıtlı hareket sistemleri ya da diğer sistemler ile “gerçek ya da sanal” istenen etkileşimini koruyan sistemler ve (iv) bilinmeyen çevreyi operatöre hissettirme yeteneğine sahip uzaktan operasyon sistemlerini kapsar.

Hareket kontrol sistemleri uygulamalarında dağıtılmış denetim sistemleri (decentralized control) umut verici çalışma alanlarından biridir. Dağıtılmış denetim sistemleri, esneklik, hata toleransı, genişletilebilirlik, ve hızlı cevap verebilirlik gibi iyi özellikler taşımaktadır. Dağınık denetim

sistemlerinin, bütünü kapsama mimarisi (subsumption architecture) [1], çok aracıli sistemler (multi-agent system) [2], hücre yapısı (cell structure) [3], ve hata toleranslı sistemler (tolerant systems) [4] gibi robot kontrolü alanında bir çok uygulaması vardır. Arimoto and Nguyen [5] belirli koşullar altında sistemin kontrol girişlerinin (input) doğrusal üstüne koyma (superposition) ile tasarlanabileceğini gösterdi. Tatani and Nakamura tekil değer ayrışımına (singular value decomposition) dayanan bir yöntem önerdi [6]. Tsuji, Nishi ve Ohnishi fonksiyonellik tabanlı denetleyici tasarımı geliştirdi [7]. Onal ve Sabanovic fonksiyonelliği kayan kipli kontrol kullanarak çift taraflı kontrol sisteminde uyguladı [8].

Bu çalışmada sunacağımız hareket sistemleri denetleme tasarımı, sistemin fonksiyonel davranışını koordinatlar arasında belirli fonksiyonel ilişkiyi kurma fikrine dayandırmaktadır. Bu yaklaşıma 3-bacaklı bir paralel mekanizmanın konum ve yöneliminin bacak boylarının fonksiyonu şeklinde kontrolü örneği verilebilir [9]. Sistemin görevini, kısıtlayıcı hareketlerin kombinasyonu şeklinde yazmak bazı durumlarda sistemin denetleyici tasarımını kolaylaştırır ve doğrusal olmayan dinamikleri ayrıştırabilir. Esasında bu yöntem kayan kipli denetleyici tasarlama işleminin aynısıdır.

Bildirinin gelişme bölümü denetim ve matematiksel ön hazırlık ile 2. bölümde başlamakta, 3. bölümde denetim probleminin formülasyonu, 4. bölümde denetim girişinin seçimi yer almaktadır. 5. bölümde ise etkileşim altındaki genel sistemlerin denetimi anlatılmakta, çift taraflı kontrol sistemi hesaplamaları ve benzetim sonuçları ile bildiri sonlandırılmaktadır.

### 2. Matematiksel Ön Hazırlık

Tamamen harekete geçirilmiş (actuated) mekanik sistemlerin (eyleyicilerinin sayısı birincil kütlelerinin sayısına eşit) matematiksel modeli aşağıdaki denklemler ile verilmektedir:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{F} - \mathbf{F}_{ext} \quad (1)$$

$$\mathbf{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$$

Burada  $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$  genelleştirilmiş konumlar,  $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$  genelleştirilmiş hızlar,  $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{M} \leq \mathbf{M}(\mathbf{q}) \leq \mathbf{M}$  genelleştirilmiş pozitif tanımlı, sınırlandırılmış parametrelili eylemsizlik matrisi,  $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ ,  $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \leq \mathbf{N}^*$  yerçekimi ve sürtünmeyi içeren bağlayıcı (coupling) kuvvetler vektörünü göstermektedir.



$\|F\| \leq F^+$  genelleştirilmiş giriş kuvvet vektörünü temsil etmekte,  $F_{ext} \in R^{m1}$ ,  $\|F_{ext}\| \leq F_{0ext}$  ise harici kuvvetleri ifade etmektedir.  $M^-, M^+, N^+$  ve  $F^+, F_{0ext}$  bilinen büyüklüklerdir.

Harici kuvvetler sistemin  $q_e$  konumun çevre ile etkileşimi sonucu oluşur ve genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$F_{ext}(q, q_e) = \begin{cases} F_{ext}(q, q_e), & \text{eğer etkileşim var ise} \\ 0, & \text{eğer etkileşim yok ise} \end{cases} \quad (2)$$

Bir çok durumda sistemlerin etkileşimi yay ve söndürücü ile modellenir böylece etkişim kuvveti konumların doğrusal kombinasyonu olarak  $F_{ext} = K_s(q - q_e) + K_D(\dot{q} - \dot{q}_e)$  şeklinde elde edilir. Sistemler arası sanal etkileşim de aynı yöntem ile modellenmektedir.

### 3. Denetim Probleminin Analizi

Genelleştirilmiş konum ve hız vektörleri mekanik sistemin konfigürasyonunu  $\xi(q, \dot{q})$  oluşturur. Genellikle, sistemlerin denetleme görevleri genelleştirilmiş girişin (input) seçimi ile belirlenir.

(i) sistem konum takibi olarak istenen hareketi gerçekleştirir, (ii) sistem çevre ile temas halindeyken tanımlanan kuvveti gösterir, (iii) sistem, çevre ile temasa ya da harici kuvvet girişine istenen empedans ile tepki gösterir. Birinci görev (i) çevre ile etkileşimli ya da etkileşimsiz olarak referans yörüngeyi takip etmeyi gerektirir- bundan dolayı çok yüksek rijitlik sağlanmalı ve bozucu etken çok iyi yok edilememlidir. İkinci (ii) ve üçüncü (iii) görevler çevre ile etkileşim içinde olan sistemler için özelleştirilmişler ve her ikisinde çevre ile temas halindeyken istenen sistem davranışını gösterebilmek için sistem durumlarının (state) değişimini gerektirir. Literatürde genelde bu problem ayrı ele alınır [8] ve bir görevden diğerine geçiş gerektiren hareket melez kontrol çalışma alanında incelenir [10]. En genel anlamda tamamıyla harekete geçirilmiş mekanik sistemlerin, sistemin istenen konfigürasyonunu sağlama görevi  $\xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})$  olarak ifade edilebilir. Denetim sistem gereksinimlerini, mekanik sistemin gerçek ve istenen konfigürasyonlarını sağlayan  $\sigma=0 \Rightarrow \xi=\xi^{ref}$  için  $\sigma(\xi(q, \dot{q}), \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}))=0_{m1}$  olan analitik sınırlamalar ile ifade edilebileceğini kabul edelim. Şimdi kontrol problemi, denetim girişinin seçimi  $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{m1}$  'in çözümü sistem yörüngeleri üzerinde kararlı olacak şekilde tanımlanabilir. Bu formülasyon ile kayan kipli denetim (KKD) formülasyonun, KKD'in  $\alpha_{\xi, \xi^{ref}}=0_{m1}$  'e ulaşma zamanının sonlu olması koşulu hariç aynı olduğu fark edilmelidir. Bu çalışmada genelliği kaybetmeden, sistem konfigürasyonu genelleştirilmiş konum ve hızların doğrusal kombinasyonu olarak  $\xi(q, \dot{q})=Cq+Q\dot{q}$  yazılabilir ve sonuç olarak  $\xi^{ref}=Cq^{ref}+Q\dot{q}^{ref}$  şeklinde ifade edilebilir. Şimdi denetim problemi denetim girişinin seçimi olarak elde edilir ve sistemin durumları  $S_q$  manifoldunda kalmaya zorlanır.

$$S_q = \left\{ q, \dot{q} : \sigma(\xi(q, \dot{q}), \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref})) = \xi(q, \dot{q}) - \xi^{ref}(q^{ref}, \dot{q}^{ref}) = 0 \right\}, \quad (3)$$

$$\sigma, \xi, \xi^{ref} \in \mathbb{R}^{m1}; C, Q \in \mathbb{R}^{m \times m}; C, Q > 0,$$

$$\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n]^T$$

Burada  $\xi^{ref}(q, \dot{q}) \in R^{m1}$  sistemin referans konfigürasyonu olarak kalır ve zamana göre birinci dereceden türevleri ile düzgün sınırlı bir fonksiyondur,  $C, Q \in R^{m \times m}$  matrisleri tam ranka sahiptir,  $\text{rank}(C) = \text{rank}(Q) = n$ .  $C, Q \in R^{m \times m}$  matrisleri diyagonal seçilerek (3) bir set n adet birinci dereceden denklem  $\sigma_i = g_i(\dot{q}_i^{ref} - \dot{q}_i) + h_i(\dot{q}_i^{ref} - \dot{q}_i) = 0, i=1,2,\dots,n$  ile ifade edilebilir.

### 4. Denetim Girişinin Seçimi

Sistem (1)'nin denetim girişlerinin tasarımı  $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{m1}$  'in kararlılığını sağlar ve manifold (3)'e asimtotik ya da sonlu sürede ulaşır. Denetimi elde etmenin en kısa yolu sistem (1)'in yörüngeleri üzerinde  $\sigma(\xi, \xi^{ref})=0_{m1}$  'in çözümü için Lyapunov kararlılık koşullarını uygulamaktır. Lyapunov fonksiyon adayı olarak  $v = \frac{1}{2} \sigma^T \sigma > 0$ , zamana göre birinci türevi  $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma}$  ile birlikte seçilebilir. Lyapunov fonksiyonun türevi kararlılığı sağlaması için negatif tanımlı olmak zorundadır ve bu  $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T \Psi(\sigma) < 0$  ile gerçekleştirilmektedir.

$-\sigma^T \Psi(\sigma) = -\rho \delta < 0$  ile  $\rho > 0$  ve  $\frac{1}{2} \leq \delta < 1$  kararlılık koşulları sağlanır ve kayan kipli manifolda sonlu zamanda yakınsama elde edilir. Denklem  $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma} = -\sigma^T \Psi(\sigma)$  'den  $\sigma^T (\dot{\sigma} + \Psi(\sigma)) = 0$  elde edilir ve sonuç olarak kontrol  $\dot{\sigma} + \Psi(\sigma) = 0$  sağlayacak şekilde seçilmektedir. (3)'ün türevini alıp (1). denklemde yerine koyunca  $C, Q \in R^{m \times m}$  sabit ve  $(QM^{-1})^{-1}$  oluşması kabulleri altında (4). ifade oluşturulur.

$$(\dot{\sigma} + \Psi(\sigma))|_{\sigma=0} = QM^{-1}(F - F_{eq}) + \Psi(\sigma) = 0 \quad (4)$$

Denetim girişi ise (5). denklemdeki gibi elde edilebilir.

$$F = F_{eq} - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) \quad (5)$$

$$F_{eq} = (F_{ext} + N) - (QM^{-1})^{-1} (C\dot{q} - \dot{\xi}^{ref})$$

Denetim girişi  $F_{eq}$ ,  $\dot{\sigma} = 0$  analitik denklemden elde edilir. Kontrol girişinin bu değeri  $\sigma = 0$  çözümünü sıfır başlangıç koşulları ile sağlar. Açık olarak denetim girişinin yapısı  $\Psi(\sigma)$  'in seçimine bağlıdır,  $\Psi(\sigma)$  ise  $\sigma = 0$  çözümü için kararlılık koşullarını sağlayacak şekilde seçilerek  $\sigma \rightarrow 0$  gösterir. Sistem (1)'in hareket denklemi (5) numaralı kontrol ile (3)'ün kararlı çözümünün oluşmasını aşağıdaki gibi sağlar.

$$M\ddot{q} + N = F_{eq} - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) - F_{ext} \quad (6)$$

$$M\ddot{q} + N = (F_{ext} + N) - (QM^{-1})^{-1} (C\dot{q} - \dot{\xi}^{ref}) - (QM^{-1})^{-1} \Psi(\sigma) - F_{ext}$$

$$M\ddot{q} = (QM^{-1})^{-1} \left[ (\dot{\xi}^{ref} - C\dot{q}) - \Psi(\sigma) \right] = M\ddot{q}^{des}$$

$Q \in R^{n \times n}$  ve  $M \in R^{m \times m}$  matrislerinin tam rankı olduğundan  $(QM^{-1})^{-1} = MQ^{-1}$  (5) aşağıdaki şekilde yazılabilir

$$\ddot{q}^{des} = Q^{-1} \left[ \left( \xi^{ref} - C\dot{q} \right) - \psi(\sigma) \right] \quad (7)$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}^{des}$$

Sistem (1)'nin hareketi (7), (5)'in denetimi altında, (3) manifoldunun seçimine (matris  $C$  ve  $Q$ ) ve referans konfigürasyonu  $\xi^{ref} \in R^{m \times 1}$  'a bağlıdır. Kapalı döngü sistemi

$\frac{d}{dt} Q^{-1} \left[ \left( \xi^{ref} - C\dot{q} \right) - \psi(\sigma) \right]$  ile tanımlanan, istenilen ivme ile ivme denetimi gerçekleştirir.  $\psi(\sigma) = D\sigma$  için hareket (7)

$\xi^{ref} = C\dot{q}^{ref} + Q\ddot{q}^{ref}$  aşağıdaki formu oluşturur.

$$\ddot{q} = \left[ \left( C\dot{q}^{ref} + Q\ddot{q}^{ref} - C\dot{q} \right) - D\sigma \right]$$

$$\ddot{q} = \ddot{q}^{ref} - Q^{-1} (C + DQ) (\dot{q}^{ref} - \dot{q}) - Q^{-1} DC (\dot{q}^{ref} - \dot{q}) \quad (8)$$

$$\dot{\sigma} + D\sigma = 0$$

Hareket (8), tasarım parametreleri ( $C$ ,  $D$  ve  $Q$  matrisleri) ve eğer  $D \in R^{m \times m}$  matrisi diagonal seçilir ve manifold (3)'e  $\mathcal{E}$  komşulukta yeterince yakın olursa, manifoldu oldukça hızlı yakalar ve sistemin hareketi  $C$  ve  $Q$  matrisleri tarafından tanımlanan baskın kutuplar tarafından belirlenir. Eğer denetim, manifoldu (3) sonlu sürede yakalayacak şekilde seçilir ve KKD,  $D$  matrisinin  $n$  kutubu yerine orijindeki  $n$  kutup ele alınırsa hareket  $C\Delta\dot{q} + Q\Delta\ddot{q} = 0$  ile yönetilir.  $\Delta\dot{q} = \dot{q}^{ref} - \dot{q}$  ve sonuç olarak  $t \rightarrow \infty$  iken

$\Delta\dot{q} = \dot{q}^{ref} - \dot{q} \rightarrow 0$  olur. (8). denklem ideal durumda hareketin denkleminin sistemin çevre ile etkileşimine göre değişmediğini gösterir, bundan dolayı bu çözüm mekanik sistemlerin konum takibi için uygundur.

Sistemin referans konfigürasyonu  $\xi^{ref}(\dot{q}^{ref}, \ddot{q}^{ref})$  değiştirilerek hareketi değiştirilebilir. Denetimin amacı ve sistemin davranışının tanımı açıkça sistemin referans konfigürasyonun seçimine ve sistemden istenen özelliklere bağlıdır. Gelecek bölümlerde gerçek ya da sanal belirli fonksiyonel ilişkileri gerçekleştirecek referans konfigürasyonun seçimi ele alınacaktır. Sisteme etki eden harici kuvvetin bozan etkileri de içerdiğini ve bu etkilerin sistemin denetleyicisi tarafından yok edilirken sistem ve çevre arasındaki etkileşim kuvveti  $g_{ij}(q, q_e)$ 'nin korunması

gerektiği kabul edilirse, sisteme etki eden harici kuvvet  $F_{ext} = F_d + g_{ij}$  olur. Denetim görevi olarak, yörünge takibi gereksinimini ve sistem konfigürasyonu değişikliği olarak sistem ve çevre arasında istenen etkileşimin korunmasını ele alalım. Mekanik sistemler için yörünge takibi en temel görev olduğundan  $\xi^{ref}(\dot{q}^{ref}, \ddot{q}^{ref})$  fonksiyonu istenen yörüngeye bağlıdır ve yörünge çevre ile istenen etkileşimi korumak için değişebilmelidir. Sistem (1)'in bu davranışı istenen manifoldun (3) çevresel etkileşim denetimini içermesi gerekir. İlaveten, hareket sistemleri çevre ile etkileşim içerisindeyken sistem yörüngesini sistem ve çevre arasındaki etkileşimi korumak için ayarlamalıdır. Her iki gereksinimi gerçekleştirecek olası bir yapı (9). denklemdeki gibi seçilebilir.

$$S_{qg} = \left\{ q, \dot{q} : \xi(q, \dot{q}) - \xi^{ref} - \partial \left( \Delta g_{ij} \right) + \Gamma g_{ij} = \sigma = 0 \right\} \quad (9)$$

$$\xi^{ref} \left( \dot{q}^{ref}, \ddot{q}^{ref} \right) = C\dot{q}^{ref} + Q\ddot{q}^{ref};$$

$$\xi(q, \dot{q}) = C\dot{q} + Q\ddot{q}$$

$$g_{ij} = \begin{cases} g_{ij}(q, \dot{q}, q_e, \dot{q}_e) & \text{çevre ile etkileşim var} \\ 0 & \text{çevre ile etkileşim yok} \end{cases}$$

$$\text{Etkileşim denetim girişi } \nu(\Delta F_e), S_F = \left\{ (q, \dot{q}) : F(q, \dot{q}) - F^{ref}(t) = \sigma_F = 0 \right\}$$

manifodunda sistem hareketinin kararlılığını koruyabilecek denetim, [9]'da hesaplanmıştır. Sistemde etkileşim olmadığı zaman  $g_{ij} = (\Delta g_{ij})$  sıfır olmalıdır.

## 5. Etkileşim Altındaki Genel Sistemlerde Denetim

Yukarıda bahsettiğimiz durumda, etkileşim altında bir tek sistemin denetimi ele alındı, diğer sistemlerin etkileşime katılan hareketleri bozucu etken kabul edildi. Hareket denetim sistemlerinin belirli sistem konfigürasyonları istenen fonksiyonel ilişkiyi korur (çift taraflı kontrol sistemleri ve kooperatif robotlar vb..). Bu tür sistemlerde denetim bütün alt sistemlerde fonksiyonel ilişkiyi sağlayacak şekilde korunmalıdır. Benzer durum "fonksiyonel kontrol" çerçevesinde [7], "sistem rolü" kavramı "kullanıcı tarafından robottan istenen tanımlama" ve "sistem rolünün minimum bileşenleri" olarak tanımlanan "basit fonksiyonlar" ile gösterilerek incelendi. Tasarım aşamasında uygulanan işlemler adım adım aşağıdaki gibi önerildi.

- (i) Denetim tasarımcısı sistem rolünü belirler,
- (ii) Tasarımcı sistem rolünü basit bileşenlere ayırır,
- (iii) Fonksiyonların önem sırası belirlenir,
- (iv) "Fonksiyonel uzaya" geçiş yapılır,
- (v) Robot uzayındaki nesneler için fonksiyon tabanlı denetleyiciler tasarlanır ve bu nesneler için gerçek denetim girişlerini bulabilmek amacıyla robot uzayına geri dönüşüm yapılır.

$n$  adet tek serbestik dereceli hareket sistemlerinin herbiri aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$S_i : m_i(q_i)\ddot{q}_i + n_i(q_i, \dot{q}_i, t) = f_i - f_{iext}, i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$S : M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}, t) = BF - d_{\Sigma} \quad (11)$$

$q \in \mathcal{R}^{n \times 1}, rank B = rank M = n, N, d_{\Sigma}$  vektörleri eşleşme koşullarını sağlar.

$S$  sisteminden istenen görev,  $\phi \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  düzgün, doğrusal, bağımsız fonksiyonlar seti  $\zeta_1(q), \zeta_2(q), \dots, \zeta_n(q)$  ve görev vektörü  $\phi^T = [\zeta_1(q) \dots \zeta_n(q)]$  ile gösterilir.

(11) ile gösterilen sistemin denetim tasarımını inceleyelim, görev vektörü  $\phi \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  düzgün referansı  $\Phi^{ref} \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  takip etsin.

Kayan kipli manifold  $\sigma_{\phi} \in \mathcal{R}^n$ ,

$$S_{\phi} = \left\{ (q, \dot{q}) : \xi_{\phi}(q, \dot{q}) - \xi_{\phi}^{ref} \left( \dot{\phi}^{ref}, \ddot{\phi}^{ref} \right) = \sigma_{\phi} = 0 \right\} \quad (12)$$

(12) ile tanımlansın.

$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial q} \end{bmatrix} \dot{q} = J_{\phi} \dot{q}$ ,  $J_{\phi} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial q} \end{bmatrix}$  ile  $\hat{B} = J_{\phi} M^{-1} B$  hesapladığında  
 $\ddot{\phi} = \hat{B}F + \hat{d}_{\Sigma}$  ve  $\hat{d}_{\Sigma} = J_{\phi} M^{-1} (-N(q, \dot{q}, t) d_{\Sigma}) + \dot{J}_{\phi} \dot{q}$  alınarak  
 $\ddot{\phi} = \hat{B}F + \hat{d}_{\Sigma}$  'e karar verilebilir.  $\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \phi} \end{bmatrix} = C_{\phi}$  'ı tanımlayarak ve  
sistem hareket manifoldu  $S_{\phi}$  'nin iz düşümü  $\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial \phi} \end{bmatrix} = C_{\phi}$ ,

$$\frac{d\sigma_{\Phi}}{dt} = Q_{\Phi} \hat{B}F + (\hat{d}_{\Sigma} + C_{\Phi} \dot{\phi} - \dot{\xi}_{\Phi}^{ref}) \quad (13)$$

(13) nolu denklem ile ifade edilebilir.  $\hat{d}_{\Phi} = \hat{d}_{\Sigma} + C_{\Phi} \dot{\phi} - \dot{\xi}_{\Phi}^{ref}$   
ve  $F_{\Phi} = Q_{\Phi} \hat{B}F$  ile  $\dot{\sigma}_{\Phi} = F_{\Phi} + \hat{d}_{\Phi}$  şeklinde basitleştirilebilir.  
Sanal nesneleri tanımlayan n adet birince dereceden sistem  
 $\dot{\sigma}_{\Phi_i} = F_{\Phi_i} + \hat{d}_{\Phi_i}$ ,  $i=1, \dots, n$  formunda yazılır ve bu sistem için  
 $F_{\Phi_i}$  denetimi kolay ve (8). algoritma veya denetimin  
değişimi doğrudan uygulanabilir. Eğer  $(Q_{\phi} \hat{B})^{-1} = (Q_{\phi} J_{\phi} M^{-1} B)^{-1}$   
oluşursa, ters dönüşüm ile orjinal durum uzayındaki denetim  
 $F = (Q_{\phi} \hat{B})^{-1} F_{\phi}$  elde edilir.  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ve  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  kare ve  
tam ranklı matrisler olduğundan  $(Q_{\phi} J_{\phi} M^{-1} B)^{-1}$  'ün oluşması  
için  $J_{\phi}$  ve  $Q_{\phi}$  'nun sağlaması gereken koşullar belirlenebilir.

$J_{\phi}, Q_{\phi}, M, B \in \mathbb{R}^{nm}$  ve  $\text{rank}(Q_{\phi} J_{\phi}) = n$  olduğundan  $F$  'in bir tek  
çözüme sahip olması için gereken koşullar sağlanmaktadır.

### 5.1 Çift Taraflı Kontrol

Çift taraflı kontrol, ana robot ve bağlı robotun birbiri ile etkileşimini belli bir uyum içerisinde kontrol etmeye dayanan kısıtlı hareket sistemidir. Bağlı robotun görevi, operatörün ana robota verdiği konum referansını takip etmektir. Bağlı robotun çevre ile etkileşiminden bir etki kuvveti oluşmaktadır ve bu kuvvet tepki kuvveti olarak ana robot aracılığı ile operatöre iletilmektedir. Kısaca, çift taraflı kontrol operatörün doğrudan temasta bulunmadığı ortamdaki etkileşim kuvvetlerini işlemi herhangi bir aracı olmadan yapıyormuşcasına hissettirir. Operatörün hissettiği kuvvetin gerçek etkileşim kuvveti ile uygunluğuna "şeffaflık" (transparency) denir ve çift taraflı kontrol sistemlerinde kararlılıktan sonra sağlanması gereken en önemli unsurdur [9].

Çift taraflı sistemlerden beklenen ideal davranışlardan biri ana ve bağlı robotun konumlarının birbirine eşit olması, diğeri ise bu robotlarda oluşan kuvvetlerin eşit büyüklükte, zıt yönlü, etki-tepki kuvveti olmasıdır. Tasarlanan denetim sisteminin (14) ve (15) sağlaması gerekir.

$$x_m = x_s \quad (14)$$

$$F_m = -F_s \quad (15)$$

Ana ve bağlı robotlara uygulanan kuvvetler ise (16) ve (17) eşitlikleri ile elde edilir.

$$F_m = K_{Fm} i_m = K_{Fm} i_h \quad (16)$$

$$F_s = K_{Fs} i_s \quad (17)$$

Ana ve bağlı robotların dinamik denklemleri (18) ve (19) eşitlikleri ile verilmektedir.

$$M_m \ddot{x}_m = K_{Fm} i_h - F_{md} \quad (18)$$

$$M_s \ddot{x}_s = K_{Fs} i_s - F_{sd} \quad (19)$$

Tablo 1: Ana ve bağlı robotların parametreleri

| Parametreler                 | Açıklamalar                                 |
|------------------------------|---|
| $F_h, (F_e)$                 | Ana (bağlı) robota uygulanan kuvvet         |
| $F_m, (F_s)$                 | Ana (bağlı) robotta oluşan kuvvet           |
| $F_{md}, (F_{sd})$           | Ana (bağlı) robota uygulanan bozucu etken   |
| $M_m, (M_s)$                 | Ana (bağlı) robotun kütlesi                 |
| $K_{Fm}, (K_{Fs})$           | Ana (bağlı) robot için kuvvet sabiti        |
| $x_m^{ref}, (x_s^{ref})$     | Ana (bağlı) robot için konum referansı      |
| $x_m, \dot{x}_m, \ddot{x}_m$ | Ana robotun konumu, hızı, ivmesi            |
| $x_s, \dot{x}_s, \ddot{x}_s$ | Bağlı robotun konumu, hızı, ivmesi          |
| $i_m, (i_s)$                 | Ana (bağlı) robot için akım girişi          |
| $i_h$                        | Ana robot için insanın ürettiği akım girişi |

Bu çalışmada, kayan kipli kontrol için kayma yüzeyi; konum kontrolü için oluşturulan ve konum hatasına dayanan kayma yüzeyi (20) ile kuvvetlerin toplamından oluşan kuvvet hatasına dayanan kayma yüzeyi (21)'in kesişimi olarak alınır ve çift taraflı kontrol bu iki yüzeyin kesişiminden oluşan (23)'de gerçekleşir.

$$S_x = \{(x_m, x_s) : \xi_m(x_m, \dot{x}_m) - \xi_s(x_s, \dot{x}_s) = \sigma_x = 0\} \quad (20)$$

$$S_F = \{(x_m, x_s) : F_h(x_m, \dot{x}_m) + F_e(x_s, \dot{x}_s) = \sigma_F = 0\} \quad (21)$$

Operatörün empedansını dikkate aldığımızda  $F_m = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m$ , ana robot için oluşturulan kayma yüzeyi aşağıdaki gibi yeniden formüle edilebilir.

$$S_F = \{(x_m, x_s) : (C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m) + (C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s) = \sigma_F = 0\} \quad (22)$$

$$S_B = \{(x_m, \dot{x}_m, x_s, \dot{x}_s) : S_x \cap S_F, \sigma_x \cap \sigma_F = 0\} \quad (23)$$

Konum hatası ve kuvvet hatası (24) ve (25) de verilmiştir.

$$\varepsilon_{x-} = x_m - x_s \quad (24)$$

$$\varepsilon_F = F_m + F_s \quad (25)$$

(20)'deki konum kayma yüzeyi, (21)'deki kuvvet kayma yüzeyi hatalar cinsinden

$$S_x = \{(x_m, x_s) : \dot{\varepsilon}_x + C_x \varepsilon_x = \sigma_x = 0\} \quad (26)$$

$$S_F = \{(\varepsilon_{x+}, \dot{\varepsilon}_{x+}, x_s) : C_h \dot{\varepsilon}_{x+} + D_h \ddot{\varepsilon}_{x+} + (C_e - C_h) \dot{x}_s + (D_e - D_h) \ddot{x}_s = \sigma_F = 0\} \quad (27)$$

(27)'deki gibi elde edilebilir.

Sistem bozucu etken gözlemcisi kullanarak, (28)'deki gibi tanımlanan harici kuvvetler ve bozucu etkenlerin olmadığı, nominal sistem haline getirilir.

$$\varsigma(x_s, \dot{x}_s) = (C_e - C_h) \dot{x}_s + (D_e - D_h) \ddot{x}_s \quad (28)$$

Sistem hareketinin kesişim yüzeyine iz düşümü aşağıdaki eşitlikler ile ifade edilir.

$$\sigma_x = \dot{e}_x + C_x e_x \quad (29)$$

$$\dot{\sigma}_x = \left( \frac{1}{M_m} F_m - \frac{1}{M_s} F_s \right) + C_x \dot{e}_x \quad (30)$$

$$\dot{\sigma}_F = \left( D_h \ddot{e}_{x+} + C_h \dot{e}_{x+} \right) + \varsigma(x_s, \dot{x}_s) \quad (31)$$

$$\dot{\sigma}_F = D_h \left( \frac{1}{M_m} F_m + \frac{1}{M_s} F_s \right) + \varsigma(x_s, \dot{x}_s) \quad (32)$$

(30) ve (32) denklemleri  $\dot{\sigma}_x = i_{\mathcal{E}x-}$  ve  $\dot{\sigma}_F = i_F$  şeklinde yeniden düzenlenebilir. Bu denklemler iki basit birince dereceden sistemi ifade eder ve kontrol seçimi kararlılığı  $S_B = S_x \cap S_F$  kesişim yüzeyinde oluşmaya zorlar.

Kararlılığı ve şeffaflılığın sağlanması amacıyla kullanılan KKD [9] çalışmasında elde edilmiştir ve benzetimde Tablo 2'deki parametreler kullanılmıştır.

Tablo 2: Kayan Kipli kontrol parametreleri

| Parametreler | Değerler |
|--------------|----------|
| C            | 30       |
| D            | 1000     |
| Ku           | 0.000001 |

Konum hatasına dayanan “fark sanal nesnesi” (33)’deki gibi oluşturulur, bozucu etkileri ortadan kaldırdığımızda konum kontrolü için gerekli giriş ise (34)’de verilmiştir.

$$\ddot{e}_{x-} = \ddot{x}_m - \ddot{x}_s \quad (33)$$

$$i_{\mathcal{E}x-} = \frac{K_{Fm}}{M_m} i_h - \frac{K_{Fs}}{M_s} i_s \quad (34)$$

Kuvvet denetleyicisi tasarımı için operatörün uyguladığı kuvvet ve çevre ile etkileşim sonucu oluşan kuvveti modellemeye Tablo 3 ile verilen değerler kullanılmaktadır. Kuvvetler aşağıdaki denklemler ile hesaplanmaktadır.

$$F_m = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m \quad (35)$$

$$F_s = C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s \quad (36)$$

$$\dot{e}_{F+} = C_h \dot{x}_m + D_h \ddot{x}_m + C_e \dot{x}_s + D_e \ddot{x}_s \quad (37)$$

$$i_{F+} = C_h \dot{x}_m + C_e \dot{x}_s + D_h \frac{K_{Fm}}{M_m} i_h + D_e \frac{K_{Fs}}{M_s} i_s \quad (38)$$

Kuvvetleri toplayarak oluşturduğumuz “toplam sanal nesnesinin” dinamik denklemi (37)’de, bozucu etkenleri yok ederek oluşturduğumuz kontrol girişi ise (38)’de verilmiştir.

## 5.2 Benzetim Sonuçları

Benzetim için uygulanan senaryoda ana robota operatör tarafından bir kuvvet uygulanır ve ana robotun konumu değişir, konum değişikliği bağıl robotun takip etmesi gereken yörüngeyi oluşturur. Bu koşullar için denetimin görevi  $\mathcal{E}_x \rightarrow 0$  yapmaktır. Bağıl robotun bulunduğu çevrede sinusoidal bir engel oluşturulup, etkileşim kuvvetleri bu engelin fonksiyonu şeklinde ifade edilmektedir. Bağıl robotun hareketi sonucu engelle teması etkileşim kuvvetini oluşturur ve bu kuvvet ana robot için referans olmaktadır. Kuvvetler için uygulanan denetim ile  $\mathcal{E}_F \rightarrow 0$  yapmak hedeflenmiştir.

Yukarıdaki senaryoya bağlı kalınarak iki benzetim sonucu sunulmaktadır. I. benzetimde, operatör ve çevreyi modellemeye aynı empedans değerleri kullanılırken, II.

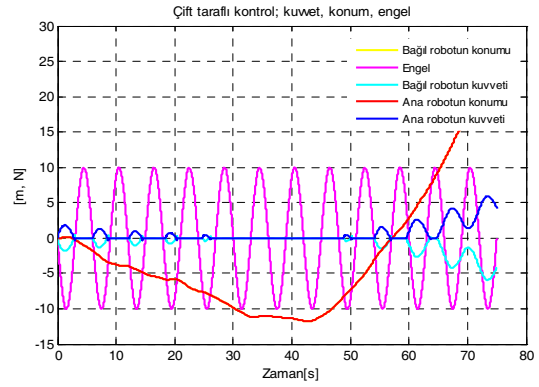
benzetimde empedans değerleri Tablo 3 de gösterildiği şekilde değiştirilmiştir.

Tablo 3: İnsan ve çevre modelleme parametreleri

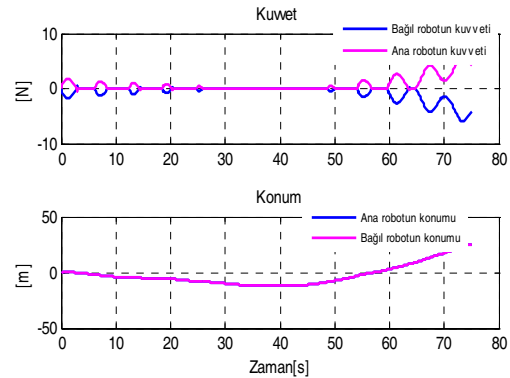
|  |                   |  |
|--|-------------------|--|
| <b>I. Benzetim</b><br>Yay (C) katsayısı<br>Söndürücü(D) katsayısı  | Operatör ve Çevre | $C_h = C_e = 0.17658$<br>$D_h = D_e = 0.03476$ |
| <b>II. Benzetim</b><br>Yay (C) katsayısı<br>Söndürücü(D) katsayısı | Çevre için        | $C_e = 0.17658$<br>$D_e = 0.03476$             |
|  | Operatör için     | $C_h = 0.1555$<br>$D_h = 0.0111$               |

### 5.2.1 I. Benzetim

Şekil 1, çift taraflı kontrol benzetiminde incelediğimiz çıkışların tümü gösterilmiştir. Bu grafikte vurgulanmak istenen kuvvet ve engel ilişkisidir. Ana ve bağıl robotların konumları engelle dokunmadığında robotlara herhangi bir kuvvet etki etmemektedir. (örnek: 30. ve 47. saniyeler arasında sistemin cevabı.)

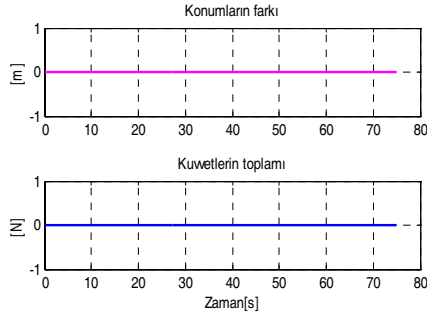


Şekil 1: Çift taraflı sistemin çıkışları



Şekil 2: I. Benzetim kuvvet – konum grafikleri

Operatör ve insanı modellemeye kullanılan yay-söndürücü parametrelerinin aynı olmasından etki-tepki kuvvet çiftleri oluşmaktadır. Konumlar tamamen birbirini takip etmektedir.

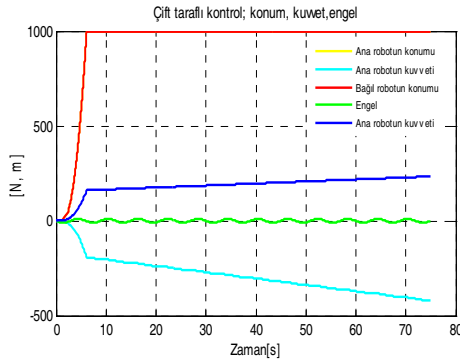


Şekil 3: I. Benzetim hata grafikleri

Şekil 3'de  $\varepsilon_{x-} \rightarrow 0$  ve  $\varepsilon_F \rightarrow 0$  gösterilmiştir.

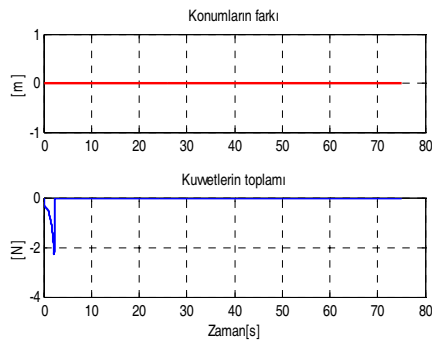
### 5.2.2 II. Benzetim

Şekil 4, çevre empedansının değiştirilmesi durumunda elde edilen çıkışları göstermektedir. Robotların konumları konum limitine girip sabit kalırken, kuvvetler üzerinde bir denetim söz konusudur. Bu benzetim için de I. Benzetimde kullanılan engel modeli kullanılmıştır.



Şekil 4: II. Benzetim kuvvet – konum grafikleri

Şekil 5'deki kuvvetlerin toplam hatası, operatör ve çevreyi modellemeye kullanılan parametrelerin farklılığından dolayı başlangıç anında sıfırdan farklıdır.



Şekil 5: II. Benzetim hata grafikleri

## 6 Sonuçlar

Bu çalışmada hareket denetiminin görevleri, kararlılığın sistem durum uzayında seçilen manifoldda olmasını sağlamaktadır. Sistemim diğer sistemler ile ya da çevre ile etkileşimine bakmaksızın bütün hareket sistemlerinde uygulanabilecek denetleyici tasarımı sunulmuştur. Bu yaklaşım, etkileşimli sistemler arasında istenilen fonksiyonel ilişkiyi korumaya dayanan, çift taraflı kontrol ve fonksiyonel kontrol gibi sistemlerde de uygulanabilmektedir. Benzetim sonuçları, sunulan denetim sisteminin çift taraflı kontrol sistemlerindeki performansını göstermektedir.

## 7 Teşekkür

Bu çalışma kısmen, Meltem Elitaş'a verilen Yousef Jameel bursu, Muhammet Ali Hocaoglu'na verilen SÜ İç Araştırma Fonu No. IACF06-00417 ve 104E021 nolu TÜBİTAK projesinin katkılarıyla olmuştur.

## 8 Kaynakça

- [1] R. A. Brooks, *A Robust Layered Control System For A Mobile Robot*, IEEE J. R. & A, vol. RA-2, No. 1, pp. 14–23, 1986.
- [2] M. C. L. Sabatucci, and A. Chella, *A Possible Approach to the Development of Robotic Multi-Agent Systems*, Proc. IEEE/WIC Int. Conf. Intelligent Agent Technology, pp. 539–544, 2003.
- [3] T. Ueyama, T. Fukuda, F. Arai, Y. Katou, S. Matsumura and T. Uesugi, *A Study on Dynamically Reconfigurable Robotic Systems*, (10th Report, Distributed Control Structure for Organization using an Evaluation of Network Energy for Group Structure of Cebot) J. JSME, Part C, Vol. 58, No. 549, pp. 132–139, (in Japanese), 1992.
- [4] Y. Fujimoto, T. Sekiguchi, *Fault-Tolerant Configuration of Distributed Discrete Controllers*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, vol. 50, No. 1, pp. 86–93, (2003).
- [5] S. Arimoto, P. T. A. Nguyen, Principle of Superposition for Realizing Dexterous Pinching Motions of a Pair of Robot Fingers with Soft-tips, IEICE Trans. Fundamentals, vol. E84-A, No. 1, pp. 39–47, 2001.
- [6] M. Okada, K. Tatani, Y. Nakamura, *Polynomial Design of the Nonlinear Dynamics for the Brain-Like Information Processing of Whole Body Motion*, Proc. of IEEE Int. Conf. on R & A, pp. 1410–1415, 2002.
- [7] T. Tsuji, K. Ohnishi, *A Controller Design Method of Decentralized Control System*, IEEJ Int. Power Electronics Conf. (IPEC-NIIGATA), 2005.
- [8] C. D. Onal and A. Sabanovic, *Bilateral Control with a Reflex Mechanism on the Slave Side*, Proc. of the 31st Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON2005), pp. 195–200, 2005.
- [9] M. Elitas, A. Sabanovic, *Controlling Interactions in Motion Control Systems*, The 5<sup>th</sup> IFAC Intl. WS DECOM-TT-2007
- [10] M. R. Raibert and J.J. Craig, *Hybrid position/Force Control of Manipulators*, J. Dyn. Sys. Contr., vol. 102, 126–133, 1981.

# Servo Elektronik Valf (SEV) ile Hidrolik Asansörlerde Hız Kontrolü

Çağrı Bahadır<sup>1</sup>, K. Ferhat Çelik<sup>2</sup>, Fuat Gürleyen<sup>3</sup>, C. Erdem İmrak<sup>4</sup>

<sup>1,3</sup>Kontrol Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
cagri@elk.itu.edu.tr, gurleyen@elk.itu.edu.tr

<sup>2</sup>Elektronik Valfler Bölümü  
Blain Hydraulics GmbH, Heilbronn  
ferhat.celik@blain.de

<sup>4</sup>Makine Mühendisliği Bölümü  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul  
imrak@itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada bir hidrolik asansörün hızı, servo valfler yardımıyla kontrol edilmeye çalışıldı. Öncelikle fiziksel ölçüm ve niceliklerden yararlanılarak sistemin doğrusal olmayan modeli çıkarıldı. Daha sonra çıkarılan bu model, seçilen bir çalışma noktası etrafında doğrusallaştırılarak sistem transfer matrisi oluşturuldu. Oluşturulan transfer matrisinden yararlanılarak PID ve Kayma Kipli kontrolörler tasarlanıp, SIMULINK ortamında bu kontrolörlerin testleri yapıldı. Son olarak, elde edilen veriler düzenlenip, bazı adaptasyonlar yapılarak gerçek bir hidrolik asansörün hız kontrolü istenen performans ölçütlerini sağlayacak şekilde gerçekleştirildi.

Anahtar Sözcükler: Hidrolik asansör, servo valf kontrolü

## 1. Giriş

Akışkan olarak ilk zamanlarda su kullanılan hidrolik asansörler yeni bir icat olmayıp prensip olarak çok eskiye dayanır. Önceleri sadece fabrikalarda ve depolarda kısa mesafeli yük asansörü olarak tercih edilen hidrolik asansörler, 1950 yıllarından itibaren yaygın olarak insan asansörü olarak da kullanılmaya başlanmıştır [1].

İnsan faktörünün devreye girmesiyle beraber hidrolik asansör ve benzeri prensiple çalışan hidrolik tesisler üzerine değişik modelleme ve kontrol çalışmalarına gidilmiştir. İnsanoğlunun yolculuk konforunu ve güvenliği arttırmak amacıyla, hidrolik sistemlerin konum, hız ve basınç durumlarının kontrolü üzerine değişik çalışmalar yapılmıştır.

Kutlu, yaptığı çalışmada bir hidrolik konum kontrol sisteminin ikili bir yön valfi ile kontrolünü gerçekleştirdi. Sistemi doğrusallaştırarak dördüncü derece ölçeklendirilmiş durum uzay modelini elde etti. Yaptığı ölçeklendirme sayesinde durumların çıkışı olan etkilerini inceleme olanağı buldu [2].

İstif ve beraberindekiler yaptıkları çalışmada Bond Grafiği yöntemiyle bir elektro-hidrolik asansör sisteminin beşinci dereceden durum uzay modelini çıkarmış ve bu modele farklı koşullarda PD kontrolör uygulamışlardır.

Simülasyon sonucunda asansörün hız eğrisine bakıldığında kontrolün hızlanma sürecinde ve tam hızda başarıya ulaştığı, fakat kalkış ve yavaşlama sürecinde dalgalanmalara neden olduğu görülmüştür [3]. Bu çalışmada ise yukarıdakinden farklı olarak kalkış sürecinde açık çevrim kumanda ve yavaşlama sürecinde durum uyarlamalı kontrol kullanılarak asansörün sert kalkış ve sert yavaşlama sorunu giderilmiştir.

Sha ve beraberindekiler deneysel bulgulardan elde ettikleri verilerle geliştirdikleri dinamik sürtünme modelini kullanarak yeni bir hidrolik asansör modeli geliştirdiler. Geliştirdikleri modele bozuculara karşı uyarlanmış kayma kipli kontrol yöntemini uyguladılar. Tasarladıkları kayma kipli kontrolör hızlanma ve yavaşlama sürecinde başarıya ulaşmasına rağmen kayma kipli kontrol, yapısından kaynaklanan nedenlerden dolayı tam hızda anlık bir sarsıntı etkisi oluşturmaktadır [4]. Kalkış sürecinde ise açık çevrim kumanda uygulamadıklarından, yolcuları aşırı derecede rahatsız edecek derecede bir kalkış eğrisi elde edilmektedir. Aynı zamanda bu sarsıntılar, bu çalışmada uygulanan kontrol yönteminde harcanan güce nazaran daha fazla güç tüketimine neden olacaktır.

Kim ve beraberindekiler değişken debili bir pompa ile tahrik edilen bir hidrolik asansör sistemi için deneysel bulgulardan elde ettikleri veriler ile silindirik, pompa sürtünmeleri ve pompa sızıntısını da içeren 14. derece durum uzayı modeli geliştirdiler. Geliştirdikleri model üzerine, hız takibi için belirsizlik ve eğriliğin getirdiği bozuculara karşı dayanıklı eğrisel kontrolör tasarladılar. Tasarladıkları dayanıklı eğrisel kontrolör; asansörde yukarı yönlü hareket için tamamen başarılı olmasına rağmen, valf kontrollü aşağı yönlü hareket durumunda sarsıntılarla sonuçlandı. Kontrolör geniş bir yük aralığında dayanıklı olmasına rağmen, çekilen akım ve güç tüketimi bakımından aşırı yüksek değerler elde edilmiştir [5].

Guojun ve beraberindekiler yaptıkları çalışmada, hidrolik asansör için debi geri besleme kontrol sistemlerinin problemleri üzerine durmuş ve hız geri beslemesinin debi geri beslemesinin yol açtığı sorunları çözdüğünden bahsetmiştir. Sert kalkışların önlenmesi için hedef

eğrisine başlangıç koşulu eklenmiş ve bu başlangıç koşulu belirli bir süre gerçek sisteme öğretilerek yumuşak kalkış sağlandığı gösterilmiştir [6]. Bu çalışmada, buradakinden farklı olarak debi geri beslemesi yapıldı. Her ne kadar asansör hız kontrolü açısından kısmi kapalı çevrim olsa bile, hız geri beslemesi yapılan sistemden çatırtı açısından çok daha iyi sonuçlara ulaşıldı. Diğer bir nokta; hız geri beslemesi yapıldığında sıcaklık ve basınç değerleri ölçülerek sisteme girdi olarak etkilmesi gerekmektedir. Aksi taktirde sürüş konforunda önemli değişiklikler oluşmaktadır. Buna karşın debi geri beslemesi yapılan sistemlerde oldukça geniş bir sıcaklık (25°C–65°C) ve basınç aralığında (maksimum basınç/minimum basınç=3) bu değerleri ölçülmeden konforlu kontrol yapılabilir.

Çelik ve beraberindekiler İstanbul Teknik Üniversitesinde kurulan hidrolik asansör test ünitesinin konstrüksiyonu yanında, kontrolör tasarımıyla kullanılan yazılım ve donanım sistemlerini detaylı olarak açıklamışlardır [7].

## 2. Hidrolik Asansör Modeli

Bu çalışmada hidrolik asansörün tamamının modeli verilmektense, kontrolör tasarımıyla can alıcı nokta olan Servo Elektronik Valfin (SEV'in) modeli çıkarıldı. İstenildiği takdirde diğer çalışmalarda türetilen benzer pompa, silindir, piston ve yük denklemleri de bu modele eklenebilir. Modellemede amaçlanan bozucu etkisini gidermek olmayıp, hız takibini sağlamak olduğundan sürtünme denklemleri modele eklenmeyip, yerine modele deneysel olarak elde edilen bozucu yüklerin yerleştirilmesi gerçekleştirildi. SEV'in yukarı ve aşağı yönlü hareketi temsil eden iki ayrı modeli yapıldı. Bu modellerin sırasında elde edilen verilerin bir kısmı servo valf üzerinden ölçüldü, diğer bir kısmı ise üretici firma Blain Hydraulics GmbH tarafından katalog bilgisi olarak sağlandı.

Sistemin dinamik denklemleri çıkarılmadan önce modelleme yapılırken kullanılan SEV'in çalışma prensibi aşağıda açıklanmaktadır (Bkz. Şekil 1).

### 2.1. Yukarı Yönde Hareket

Sabit debili pompa çalışmaya başladığında P bölgesi akışkanla dolmaya başlar, bu sırada akışkanın büyük bir kısmı U pistonundaki yarıklardan geçerek tanka tahliye olur, diğer kısmı ise 2 no'lu orifizden geçerek UC pilot çemberini doldurur. İlk anda P bölgesindeki basınç düşük olduğundan çek valf yayı hareket etmez ve Z silindir haznesine akışkan kaçırmaz. UC pilot çemberinden akışkanın tek kaçış yolu, normalde açık A selenoidini aşarak tanka ulaşmasıdır. UC çemberinden tanka kaçan sıvı debisi, A selenoidinin sarımlarından akan akım sayesinde elde edilen manyetik kuvvetin akış yolunu genişletip daraltılmasıyla kontrol edilir. Bu durumda A bobini enerjilendirilerek UC pilot çemberindeki akışkan miktarı arttırılırsa, U pistonu yukarı yönde hareket eder ve P bölgesinden tanka tahliye olan akışkanın yolunu daraltır. P bölgesine sabit debiyle akışkan dolmasına karşın, bu bölgeden çıkan akış yolunun daralması, bu bölgede basınç artışına neden olur. Artan basınç nedeniyle çek valf hareket ederek, P bölgesinden Z silindir haznesine akışkan geçişi sağlanır. Akışkan Z silindir haznesinden silindire doğru hareket

ederken akış debisinin şiddetine göre I indüktif sensörü önündeki Q yaylı pistonunu bir miktar hareket ettirir ve bu I sensörü tarafından algılanır. Q pistonunun hareket miktarı silindire akan debiyle doğru orantılıdır. Ölçülen debi ise asansör kabininin hızıyla doğru orantılı olup, hız kontrolü için gerekli hız ölçümü hesaplanmış olur. Son olarak silindire dolan akışkan pistonu yukarı hareket ettirir, bu sayede asansör kabini de yukarı yönde hareket etmiş olur.

UC pilot çemberindeki basınç değişimi denklem (1)' deki gibi gerçekleşir.

$$\frac{dP_{UC}}{dt} = \frac{\beta_e}{V_{UC0} + A_v x_U} (Q_{vi} - Q_{vo}) \quad (1)$$

U pistonunun hareketi (2) de olduğu gibi modellenir.

$$m_U \ddot{x}_U = P_{UC} A_{UC} - P_P A_{PU} - B_U \dot{x}_U - K_U x_U \quad (2)$$

Orifiz 2'den kaçan akış miktarı (3) de verilir.

$$Q_{vi} = C_2 A_2 \sqrt{\frac{2(P_P - P_{UC})}{\rho}} \quad (3)$$

A selenoidinin oluşturduğu kuvvetin denklemi ve selenoitden tanka kaçış miktarı (4) ve (5) 'te olduğu gibi hesaplanır.

$$m_A \ddot{x}_A = B_P i - B_A \dot{x}_A - K_A x_A \quad (4)$$

$$Q_{vo} = C_A (a_A x_A) \sqrt{\frac{2(P_{UC} - P_0)}{\rho}} \quad (5)$$

E çek valfinin hareket denklemi ve çek valf üzerinden silindire kaçan akış miktarı denklem (6) ve (7)'de olduğu gibidir.

$$m_E \ddot{x}_E = P_Z A_Z - P_P A_{PZ} - B_E \dot{x}_E - K_E x_E \quad (6)$$

$$Q_Z = C_E (n a_E (-x_E)) \sqrt{\frac{2(P_P - P_Z)}{\rho}} \quad (7)$$

P odasındaki basınç değişimi denklem (8)' deki gibi gerçekleşir.

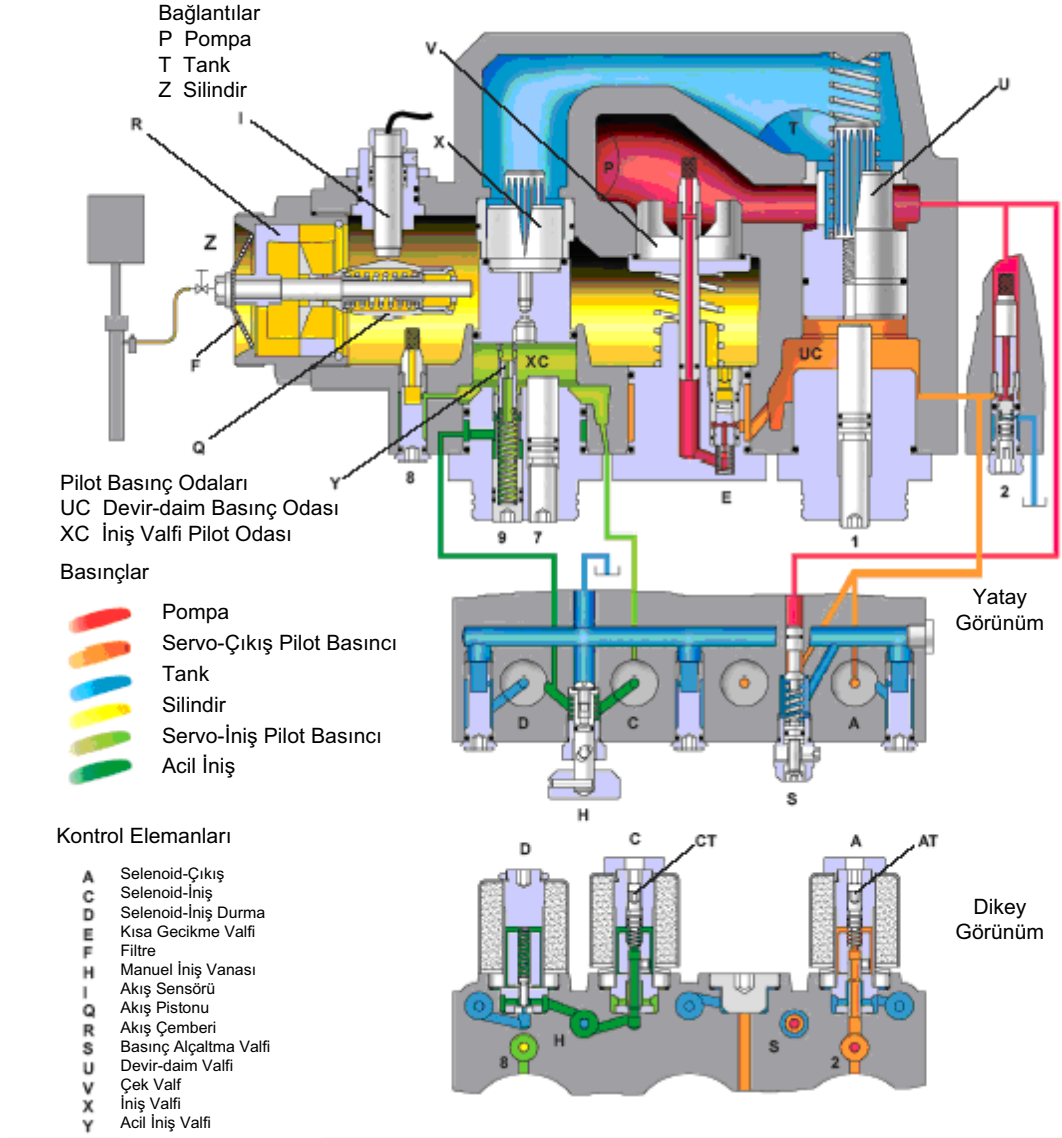
$$\frac{dP_P}{dt} = \frac{\beta_e}{V_P} (Q_P - Q_{vi} - Q_L - Q_T) \quad (8)$$

P odasından T tankına kaçan akış miktarı ise (9)' daki gibi hesaplanabilir.

$$Q_T = C_T (n a_U (-x_U)) \sqrt{\frac{2(P_P - P_0)}{\rho}} \quad (9)$$

### 2.2. Aşağı Yönde Hareket

Aşağı yönde çalışma esnasında hidrolik asansörlerin halatlı asansörlere göre en büyük avantajı, kabin ve yükün potansiyel enerjisi kullanılarak, pompa motoru çalıştırılmadan dolayısıyla enerjiden tasarruf edilerek aşağı inişin sağlanmasıdır.



Şekil 1: Dinamik denklemleri çıkarılan SEV' in kesit görüntüsü

İlk anda Z silindir haznesinde basınçlı akışkan bulunmaktadır. Z silindir haznesindeki basınçlı akışkan orifiz 8 'den geçerek XC çemberini doldurur. XC çemberindeki akışkan ve 9 numaralı valf iniş pistonuna kuvvet uygulayarak, pistonun Z silindiri ile T tankı arasındaki akış yolunun kapalı tutmasını sağlar. Akışkanın XC çemberinden tek kaçış yolu D selenoidi üzerindendir. Burada D aç-kapa selenoidi, C ise akışı kontrol eden normalde kapalı selenoidlerdir. Aşağı yönde hareketin başlaması için C ve D bobinleri aynı anda enerjilendirilir. C selenoidinin bobinine verilen akımla yol genişletilirse XC çemberinden tanka sıvı akışı hızlanır. XC bölgesindeki basınç ve akışkanın miktarı düşer. Bu sayede iniş pistonu hareket eder ve Z silindiri ile T tankı arasındaki akış yolunu açar, bu yöntemle silindirdeki akışkan, C bobinine verilen enerji miktarı kontrol edilerek (istenen hızda tanka akıtılarak) asansör kabininin aşağı yönlü hareketi sağlanmış olur. Kabin hızının algılanması yukarı yönlü harekette olduğu gibi I indüktif sensörü tarafından sağlanır.

XC çemberindeki basınç değişimi denklem (10)'daki gibi gerçekleşir.

$$\frac{dP_{XC}}{dt} = \frac{\beta_e}{V_{XC0} + A_{XC}x_X}(Q_8 - Q_C) \quad (10)$$

Orifiz 8 den geçen akış miktarı (11)'deki gibi verilir.

$$Q_8 = C_8 A_8 \sqrt{\frac{2(P_Z - P_{XC})}{\rho}} \quad (11)$$

C Selenoidinin oluşturduğu kuvvetin denklemi ve selenoidten tanka kaçış miktarı (12) ve (13) 'te olduğu gibi hesaplanır.

$$m_C \ddot{x}_C = B_P i - B_C \dot{x}_C - K_C x_C \quad (12)$$

$$Q_C = C_C (a_C x_C) \sqrt{\frac{2(P_{XC} - P_0)}{\rho}} \quad (13)$$

X pistonunun hareketi (14) de olduğu gibi modellenilebilir.



$$m_X \ddot{x}_X = P_{XC} A_{XC} - P_Z A_Z - B_X \dot{x}_X - K_X x_X \quad (14)$$

Sistemin çıkış modeli ise C selenoidinden ve X pistondaki yarıklardan geçen akışların toplamı olarak aşağıdaki gibi modellenebilir.

$$Q_L = Q_C + C_{XT} (a_{XT} (-x_X)) \sqrt{\frac{2(P_Z - P_0)}{\rho}} \quad (15)$$

Burada  $P$  ile ifade edilen semboller ilgili basınçları,  $x$  ile ifade edilenler ilgili piston ve pim konumlarını,  $Q$  ile ifade edilenler ilgili debileri,  $C$  ile ifade edilenler ilgili akış sabitlerini,  $A$  ile ifade edilenler ilgili alanları,  $a$  ile ifade edilenler ilgili uzunlukları,  $V$  ile ifade edilenler ilgili hacimleri,  $m$  ile ifade edilenler ilgili kütleleri,  $B$  ile ifade edilenler ilgili sönüm katsayılarını,  $K$  ile ifade edilenler ilgili yay sabitlerini göstermektedirler. Ayrıca,  $i$  selenoidin sarımlarından akıtılan akımı,  $\beta_e$  eş değer Bulk modülünü,  $\rho$  akışkanın özkütlesini ve  $P_0$  atmosfer basıncını ifade etmektedir.

### 3. Kontrol Yöntemi

Bu kısımda, mümkün olduğunca basit tutulan sistem modeli belirli çalışma noktalarında doğrusallaştırılıp sistem transfer matrisi oluşturuldu. Daha sonra sistem; kutup ve sıfır bazında analiz edilip, kontrolör tasarımına geçildi.

Genel anlamıyla, doğrusal bir sistem için durum uzayı modeli (16) ve (17) denklemleri uyarınca verilebilir.

$$\dot{x} = A.x + B.u + E.w \quad (16)$$

$$y = C.x + D.u + F.w \quad (17)$$

Burada  $x$  durumları,  $\dot{x}$  durumların türevlerini,  $y$  çıkışı,  $u$  kontrol girişlerini,  $w$  nedenini belirli ve belirsiz tüm bozucu girişleri ifade eder.  $A, B, C, D, E, F$  ise sistem dinamiğini içeren parametre matrislerdir.

Yukarı yönlü hareket için giriş olarak  $i$ ; A selenoidinin sarımlarından akan akım ve çıkış olarak da  $Q_Z$ ; silindire akan debi seçilirse; sistem durum vektörü,

$$x = \begin{bmatrix} x_U \\ \dot{x}_U \\ x_A \\ \dot{x}_A \\ x_E \\ \dot{x}_E \\ P_{UC} \\ P_P \end{bmatrix} \quad (18)$$

sistem evrim matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_U}{m_U} & -\frac{B_U}{m_U} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{A_{UC}}{m_U} & -\frac{A_{PU}}{m_U} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_A}{m_A} & -\frac{B_A}{m_A} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_E}{m_E} & -\frac{B_E}{m_E} & 0 & -\frac{A_{PZ}}{m_E} \\ D_{U1} & 0 & D_{A1} & 0 & 0 & 0 & D_{UC1} & D_{P1} \\ D_{U2} & 0 & 0 & 0 & D_{E2} & 0 & D_{UC2} & D_{P2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

sistem çıkış matrisi,

$$C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ G_E \ 0 \ 0 \ G_P] \quad (20)$$

olarak verilir. Burada  $D$  ve  $G$  parametreleri, doğrusallaştırma sabitleri olup, sistem çalışma noktasında Taylor Serisi'ne açılarak hesaplanır ve her bir çalışma noktası için değeri değişir.

Aşağı yönlü hareket için giriş olarak  $i$ ; C selenoidinin sarımlarından akan akım ve çıkış olarak da  $Q_T + Q_C$ ; silindirden tanka akan debiler toplamı seçilirse; sistem durum vektörü,

$$x = \begin{bmatrix} x_X \\ \dot{x}_X \\ x_C \\ \dot{x}_C \\ P_{XC} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Sistem evrim matrisi,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_X}{m_X} & -\frac{B_X}{m_X} & 0 & 0 & \frac{A_{XC}}{m_X} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_C}{m_C} & -\frac{B_C}{m_C} & 0 \\ D_X & 0 & D_C & 0 & D_{XC} \end{bmatrix} \quad (22)$$

Sistem çıkış matrisi,

$$C = [G_X \ 0 \ G_C \ 0 \ G_{XC}] \quad (23)$$

olarak verilir. Burada da  $D$  ve  $G$  parametreleri, doğrusallaştırma sabitleri olup, sistem çalışma noktasında Taylor Serisi'ne açılarak hesaplanır ve her bir çalışma noktası için değeri değişir.

#### 3.1. PID Kontrol

SEV için PID kontrol tasarımına geçmeden önce, sistem kutup ve sıfırlarının yerleri saptandı. Yukarı ve aşağı yönlü hareketler için sistemin kararlılık analizi yapıldı ve bir PID kontrolör ile sistemin kararlılık, kutup, sıfır yerleşimi açısından kontrol edilebileceği gözlemlendi.

Yukarı yönlü hareket için; tüm kutup sıfır sadeleştirmeleri sonucunda açık çevrim sistemin 5

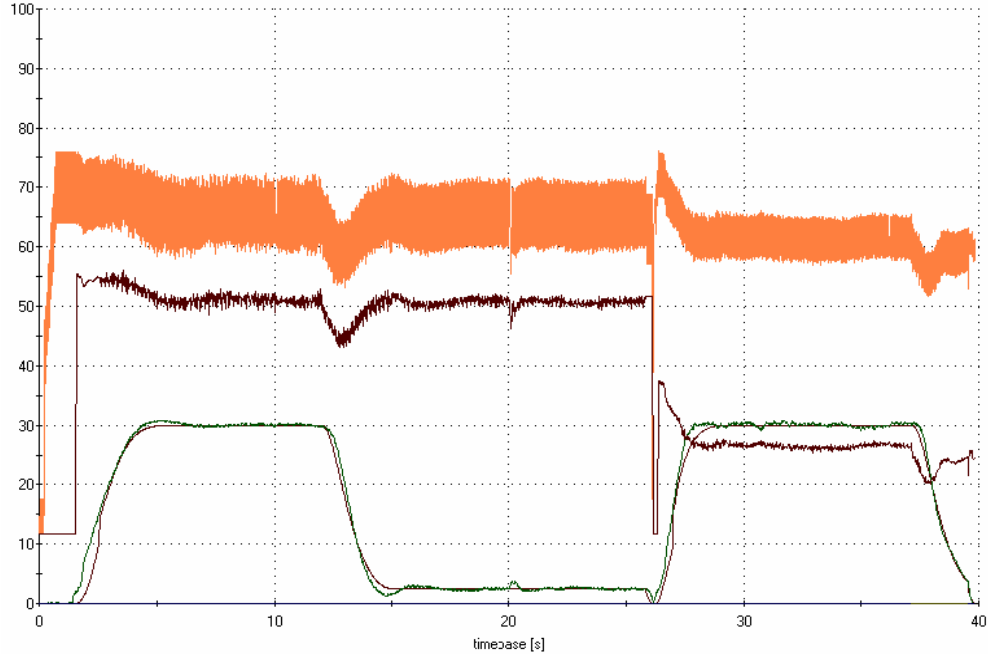
kutbunun 1 de sıfırının olduğu görüldü. Bu sadeleştirmeler kararlı bölgedeki kutup ve sıfırlar arasında olduğu için dinamik model hatasına neden olmamaktadır. Aynı zamanda sistemin açık çevrimde kararsız olduğu ve PID kontrolörün sistemi hem kararlı yapabileceği hem de istenen sistem başarı ölçütlerini sağlatabileceği gözlemlendi. Sistemin durumları tamamen kontrol edilebilir olmamasına rağmen sistem çıkışının kontrol edilebilirliği saptandı.

Aşağı yönlü hareket için; açık çevrim sistemin 5 gerçel kutbu ve ikisi karmaşık eşlenik olmak üzere 3 sıfırı bulunduğu gözlemlendi. Aynı zamanda sistemin kararlı olduğu ve PID kontrolörün sisteme istenen sistem başarı

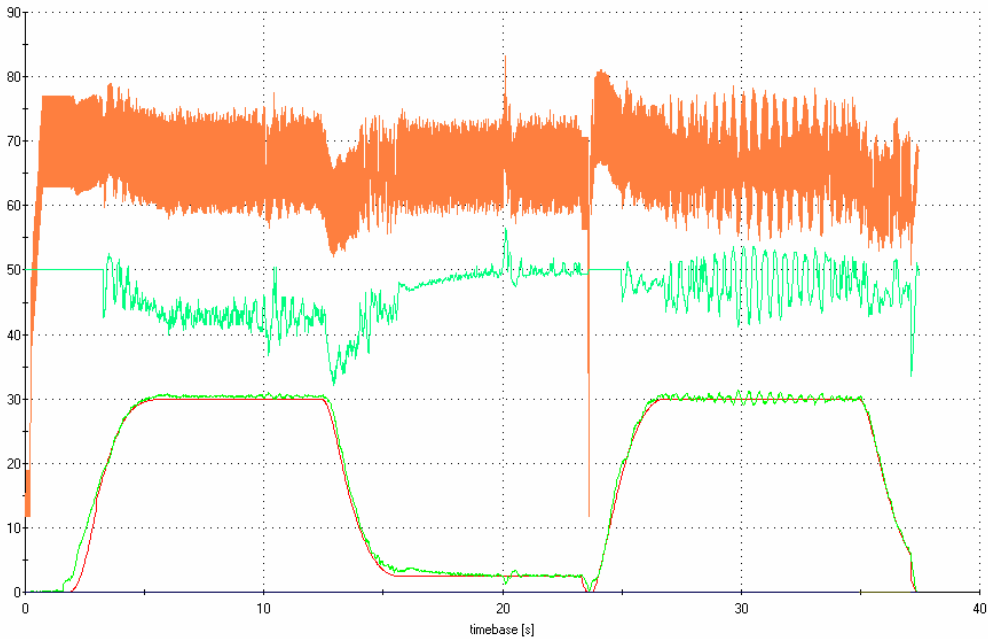
ölçütlerini sağlatabileceği görüldü. Sistemin tümüyle durum ve çıkış kontrol edilebilir olduğu saptandı.

Temel anlamıyla PID kontrol yapısı (24)'te verilmiştir. Referans debi ile ölçülen debi karşılaştırılarak hata fonksiyonu ( $e$ ) bulunmuştur. Bulunan hatanın kendisi, türevi ve integrali kutup atama yöntemi ile hesaplanan katsayılarla çarpılıp, kontrol işareti oluşturulmuştur.

$$u = K_p e + K_D \dot{e} + K_I \int e dt \quad (24)$$



Şekil 2: PID Kontrolör ile Sürülen Asansörün Hareket Grafiği



Şekil 3: Kayma Kipli Kontrolör ile Sürülen Asansörün Hareket Grafiği

### 3.2. Kayma Kipli Kontrol

En iyi kayma kipli kontrol yapısının bulunması için çeşitli kayma yüzeyi fonksiyonları ve kontrol işaretleri önerilmiştir. Bu önerme kombinasyonları tablolara kaydedilip, daha sonra model üzerinde tek tek denenip, hangisinin en uygun olduğu saptanmaya çalışılmıştır. Önerilen veriler arasında, en iyi kayma yüzeyi ve kontrol işareti fonksiyonu denklem (25) ve (26)'daki gibi olduğu saptanmıştır.

$$s = k1.e + k2.\dot{e} \quad (25)$$

$$u = (M1 + M2|e|^{M3}).sign(s) \quad (26)$$

Burada,  $s$  kayma yüzeyi fonksiyonunu,  $u$  kayma kipi fonksiyonunu,  $k1, k2, M1, M2$  fonksiyon ağırlık katsayılarını ve  $M3$  ise değeri 1'den küçük bir sabiti temsil etmektedir.

### 4. Sonuçlar

Tasarlanan PID ve kayma kipli kontrolörler öncelikle SİMULINK ortamında çalıştırıldı ve sistemin çıkışta istenen başarı ölçütlerini sağlayacak olan kontrol katsayıları tekrar düzenlendi. Daha sonra simülasyonda kullanılan kontrol yöntemleri ve kontrol katsayıları, PID-Tool [11] adı verilen bir yazılım programı ile SEV kartına yazıldı ve hidrolik asansör sistemi tasarlanan kontrolörler ile gerçek zamanlı olarak çalıştırıldı.

Şekil 2 PID kontrollü asansörün yukarı ve aşağı yönlü hareketi için hedef eğrisini, takip eğrisini, kontrol işaretini ve harcanan enerjiyi belirli ölçeklemeyle göstermektedir. Görüldüğü üzere tasarlanan PID kontrolör hedef takibi açısından gayet başarılıdır. Kontrolöre koşullar eklenip, sistemin değişen parametrelere karşı belli sınırlar dahilinde adaptasyonu sağlanmıştır. Kontrolörde karşılan en büyük sorun yük parametresinin aşırı değişmesiyle sistem davranışının belirli oranda bozulmasıdır. Bu sorun ancak yük miktarının değişimine karşı kazancın değiştirilmesiyle önlenilebilir. Belirlenen yük aralıklarında optimum kazanç katsayısı saptanarak konforlu sürüşler elde edilebilir. Sıcaklık parametresi aşırı değiştiğinde yine hedef eğrisinden küçük sapmalar gözlenmektedir. Ayrıca sisteme dither (titreşim) işareti eklenip, durağan hallerde selenoid piminin yüzeye yapışması engellenmiş olur.

PID kontrolörlü sistemde karşılaşılan değişen parametrelerin istenmeyen etkilerini yok etmek amacıyla, kayma kipli kontrolör yapısının kullanılması yoluna gidildi. Şekil 3 kayma kipli kontrollü asansörün yukarı ve aşağı yönlü hareketi için hedef eğrisini, takip eğrisini, kontrol işaretini ve harcanan enerjiyi belirli ölçeklemeyle göstermektedir. Kontrolörün yapısı gereği oluşacak olan çatırtının etkisini azaltmak için kayma kipli kontrol işareti sabit bir işaret üzerine bindirildi. Yukarı yönlü takipte sistem istenen başarı ölçütlerini sağlamasına rağmen, aşağı yönlü takipte tam hıza ulaşıldığında çatırtı problemine yol açtı. Çatırtıyı önlemek için kayma kipli kontrolörü çatırtı filtresi ile birlikte kullanması önerilebilir. Buna karşın kayma kipli kontrolör dinamik

parametre değişimine karşı PID kontrolöre göre daha dayanıklı olduğu görüldü.

Genellikle literatürde yapılan çalışmalarda en çok atlanan konu, kalkıştaki hedef takibinin açık çevrim kumanda ile değil de, kapalı çevrim bir kontrolörle sağlanmasıdır. Bu tür kalkışlar ani basınç artışı ve sarsıntıya neden olur. Bu amaçla; bu çalışmada sistem açık çevrim başlatılıp, asansör maksimum hızının %30'una ulaştığı anda hedef eğrisi ile takip eğrisi birleştirilerek kapalı çevrim kontrol uygulanır. Bu sayede sarsıntı ve yolcular için düşük konfor sorunu çözülmüş olur.

### 5. Teşekkür

Yaptığımız çalışmayı, İTÜ Makine Fakültesi Asansör Laboratuvarına kurduğu hidrolik asansör sistemi ve aktardığı teknolojik bilgi ile destekleyen Blain Hydraulics GmbH'ye, bu sistemin projelendirmesi ve kurulumunda büyük emeği geçen Y.Elektrik Mühendisi Ersan Barlas'a teşekkür ederiz.

### 6. Kaynakça

- [1] Asansör Dünyası Dergisi, "Hidrolik Asansörler Tasarım ve Uygulamaları", Sayı:1, 1996.
- [2] K. Kutlu, "Hidrolik sistemlerde ikili konum kontrolü ve mikroişlemci uygulaması", İTÜ Doktora Tezi, 1988.
- [3] I. İstif, A. Sağrılı, K. Kutlu, "Bond Graph Modeling and Position Control of an Electrohydraulic Elevator", Proc. of ESDA, 2002.
- [4] D. Sha, V.B. Bajic, H. Yang, "New Model and Sliding Mode Control of Hydraulic Elevator Velocity Tracking System", Simulation Practice and Theory, Elsevier, p:366-385, 2001.
- [5] C.S. Kim, K.S. Hang, M.K. Kim, "Nonlinear Robust Control of an Hydraulic Elevator: Experiment based Modeling and Two-stage Lyapunov Design " Cont. Eng. Prac, Elsevier, p: 793-802, 2004.
- [6] Z.L. Guojun, Y. Hauyung, "Study on Control Technique of Velocity and Acceleration for Hydraulic Elevators " Zhejiang University of Technology, China.
- [7] K. F. Çelik, E. Barlas ve E. İmrak, "Test Unit Design for Hydraulic Elevator Valves", Proceedings of Elevcon 2006, Helsinki, p: 34-43.
- [8] N.D. Manring ve N. Olgac, "Hydraulic Control Systems", J. Wiley, 2005.
- [9] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems", Taylor Francis Inc., 1999.
- [10] Y. Huayung, Y. Jian, X. Bing, "Computational Simulation and Experimental Research on Speed Control of VVVF Hydraulic Elevator", Cont. Eng. Practice 12, Elsevier, p:563-568, 2003.
- [11] Blain Hydraulics, Research & Development Department, Heilbronn, Germany.

# Görsel Geri Beslemeli Kontrol Tekniklerinin Mikrosistem Uygulamalarında Karşılaştırılması

*Hakan Bilen, Muhammet Hocaoglu, Erol Özgür, Mustafa Ünel*

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul

{hakanbil, muhammet, erol}@su.sabanciuniv.edu

{munel}@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu bildiri kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrolün mikrosistemlerde deney-sel karşılaştırmasını sunmaktadır. İki görsel geri beslemeli kontrol tekniği de mikro-montaj iş istasyonu üzerinde denenmiştir, ve bunların regülasyon ve yörünge izleme performansları değerlendirilmiştir. Kalibre edilmiş görsel geri beslemeli kontrol imge Jakobyan'ı kestirimi için optik sistem kalibrasyonunu gerektirir ve eğer iyi bir optik sistem kalibrasyonu yapılmışsa, kalibre edilmemiş bir yaklaşımla karşılaştırıldığında daha iyi bir doğruluk, kesinlik ve yatışma süresini garanti eder. Diğer yandan, kalibre edilmemiş yaklaşım, optik sistem kalibrasyonu gerektirmez ve Jakobyan dinamik olarak kestirildiğinden daha esneklerdir.

## 1. Giriş

Mikrosistemlerin montajı, makro-montaj uygulamalarından yüksek hassasiyet gereksinimleri ve mikro-montajın mekaniği dolayısıyla ayrılır. Makro ölçekte tipik bir robotik manipülör için birkaç yüz mikron hassasiyet yeterli olmasına rağmen, mikro ölçekteki uygulamalarda, mikron-altı hassasiyet gereksinimi vardır ve bu düzeydeki bir hassasiyetin sağlanması endüstriyel montaj cihazlarının kapasitelerinin ötesindedir. Farklı hassasiyet gereksinimlerinin dışında, makro ve mikro montajdaki nesne etkileşimleri de farklıdır. Makro dünyada manipülasyonun mekaniği belli ölçüde kestirilebilir çünkü yerçekimine bağlı kuvvetler baskındır. Fakat mikro dünyada ölçekleme etkileri dolayısıyla makro dünyada önemli olmayan kuvvetler baskın hale gelir [1], [2]. Örneğin tutulacak parçaların boyut olarak 1 mm'den küçük olmaları durumunda, pens ile nesne arasındaki yapıştırıcı kuvvetler yerçekimine bağlı kuvvetlere nisbeten daha önemli hale gelir. Böyle sorunlar gerçek zamanlı görsel geri beslemeden yararlanarak çözümlenebilir. Görsel geri beslemeden yararlanan birçok mikro-montaj uygulamasında, kalibre edilmiş görsel geri beslemeli kontrol yaklaşımı kullanılmaktadır [3], [11].

Bu makalede kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrolün regülasyon ve yörünge izleme performansları bir mikro-montaj iş istasyonu üzerinde karşılaştırılmıştır. Kalibre edilmiş görsel geri beslemeli kontrolde kartezyen duruştaki değişimlerle onlara karşılık gelen görsel öznitelikleri ilişkilendiren imge Jakobyan matrisi,

mikroskop-kamera sisteminin iç ve dış parametrelerini içerir. Bu nedenle, kontrol tasarımında kullanılacak imge Jakobyan matrisini hesaplamak için sistem kalibre edilmelidir. Fakat Nelson ve öbürlerinin [8] belirttiği üzere optik mikroskobun kendine özgü özellikleri kalibrasyonda yeni zorluklar ortaya koymaktadır. Bu nedenle, optik sistem parametrelerinin kestiriminde farklı bir kalibrasyon yaklaşımı gereklidir. Diğer yandan, modelsiz veya bir başka deyişle kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrolde (robot+optik) sistem hakkında önceden bir bilgiye sahip olmak gerekli değildir çünkü robot ve imge Jakobyan'ının çarpımından oluşan birleşik Jakobyan dinamik olarak kestirilir [12]. Modelsiz görsel geri beslemeli kontrol, sistem modeli gerektirmemesi ve kendini sistem konfigürasyonundaki değişikliklere adapte etmesi dolayısıyla mikrosistemlerdeki görsel görevlerin gerçekleştirilmesinde daha fazla esneklik getirir.

Bu bildirinin organizasyonu şöyledir: Kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrolün kontrolör sentezi ile birlikte tanıtımı 2.bölümde yer almaktadır. Deney-sel sonuçlar ve tartışmalar 3.bölümde sunulmaktadır. Son olarak, bildiri bazı gözlemlerle birlikte 4.bölümde sonlandırılmaktadır.

## 2. İmge Tabanlı Görsel Geri Beslemeli Kontrol

Görüntü tabanlı görsel geri beslemeli kontrol yaklaşımları aşağıdaki diferansiyel ilişkiyi kullanır:

$$\dot{f} = J\dot{r} \quad (1)$$

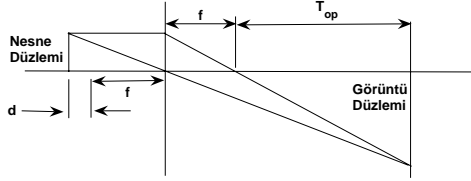
Burada  $f$  bir görsel öznitelikler vektörü,  $J$  görsel özniteliklerin ve görsel sensörün iç/dış parametrelerinin bir fonksiyonu olan imge Jakobyan matrisi, ve  $\dot{r}$  görev ortamındaki hız vektörüdür.

Jakobyan matrisi, optik sistem kalibrasyonu ile analitik olarak hesaplanabilir ya da uyarlamalı bir model kullanarak dinamik olarak kestirilebilir.

### 2.1. Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol

#### 2.1.1. Optik Mikroskop Kalibrasyonu

Literatürdeki çeşitli kalibrasyon yöntemleri [4]-[6], çoğunlukla makro ölçekteki görme uygulamalarında kullanılanlardır. Fakat bu yöntemler, CCD kamera bağlı olan bir optik mikroskobun



Şekil 1: Optik modelin ışın diyagramı

kalibre edilmesinde optik sistemin kendine özgü karakteristikleri dolayısıyla doğrudan kullanılamaz. Büyük sayısal açıklıklar ve yüksek optik büyütme, ve böylece oluşan optik mikroskopların çok küçük alan derinliği özelliği, kalibrasyonu tek bir paralel düzlem ile kısıtlar. Tsai ve Zhang'ın algoritmalarında yapılan değişiklikler, kamera bağlı optik mikroskoplarda kullanılabilecek çeşitli kamera kalibrasyon algoritmaları [7]-[9] ile sonuçlanmıştır.

Bu çalışmada, Zhou ve Nelson'ın parametrik kalibrasyon yöntemi [8] kullanılmıştır çünkü bu yöntemin, sistemimiz üzerindeki başarılı deneylerle geçerliliği doğrulanmıştır. Bu yöntemde optik yol üzerindeki görüntü oluşturma öğelerinin karmaşık bileşimi, Şekil 1'de gösterildiği gibi objektif odak uzaklığı ( $f$ ), tüp uzunluğu ( $T_{op}$ ), ve objektif düzlemi ile ön odak düzlemi arasındaki uzaklık ( $d$ ) ile modellenilebilir.

Algoritmanın [8] ilk aşaması Tsai'nin algoritmasındaki Radyal Hizalama Kısıtı (RAC)'ni kullanır. RAC, dünya koordinat sisteminden objektif koordinat sistemine dönüşümü sağlayan üç dönüş açısını ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ), ve öteleme vektörünün ( $T$ ),  $T_x$  ve  $T_y$  elemanlarını verir. İkinci aşamada, doğrusal olmayan optimizasyonu gerçekleştirirken kullanılacak olan, sistemin toplam büyütme ( $M$ ) ve radyal bozulum katsayısını ( $\kappa_1$ ) elde etmek için paralel düzlem varsayımı yapılır. Üreticinin belirttiği objektif odak uzaklığını ( $f$ ) kullanarak,  $T_{op}$ ,  $f$ ,  $d$ , ve  $\kappa_1$  iç parametreleri elde edilebilir. Nesne düzlemi ve görüntü düzlemi arasındaki paralele yakınlık varsayımı optik eksen boyunca olan ötelemeyi  $T_z = f + d$  şeklinde elde etmemizi sağlar.

### 2.1.2. İmge Jakobyana'nın Elde Edilişi

Gözlenen bir öznitelik noktasının, objektif koordinat sistemine göre ifade edilişi  $P_o = (X_o, Y_o, Z_o)$  olsun. Görüntü koordinat sistemini CCD dizisinin ortasında konumlandırır ve zayıf perspektif izdüşümü varsayımı yapılırsa, objektif koordinat sistemindeki bozulmamış görüntü koordinatları ( $x'_s, y'_s$ ) şöyle verilebilir:

$$x'_s = MX_o, y'_s = MY_o \quad (2)$$

Burada  $M = \frac{T_{op}+f}{f+d}$  optik sistemin toplam büyütmesidir.

Lensin radyal bozulma parametresi  $\kappa_1$  çok küçük olduğu için, bozulmuş görüntü koordinatları ( $x_s, y_s$ ) piksel cinsinden

şöyle yazılabilir:

$$x_s \approx x'_s = \frac{M}{s_x} X_o, y_s \approx y'_s = \frac{M}{s_y} Y_o \quad (3)$$

Burada  $s_x$  ve  $s_y$  geçerli piksel büyüklükleridir.

Optik akış denklemleri, (3) nolu eşitliğin zamana bağlı türevi alınarak elde edilebilir.

$$\dot{x}_s = \frac{M}{s_x} \dot{X}_o, \dot{y}_s = \frac{M}{s_y} \dot{Y}_o \quad (4)$$

P noktasının manipülörün uç kısmına bağlı olduğunu, ve  $\Omega_o = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$  açısal hızı ve  $V_o = (V_x, V_y, V_z)$  öteleme hızı ile hareket ettiğini varsayalım. Bu durumda objektif koordinat sistemindeki hareket aşağıdaki eşitlikle verilebilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ V_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ V_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5) nolu eşitliği (4) nolu eşitlikte yerine koyup, (3) nolu eşitliği kullanırsak aşağıdaki eşitlikleri elde ederiz.

$$\dot{x}_s = \frac{M}{s_x} V_x + \frac{M}{s_x} Z_o \omega_y - \frac{s_y}{s_x} y_s \omega_z \quad (6)$$

ve

$$\dot{y}_s = \frac{M}{s_y} V_y - \frac{M}{s_y} Z_o \omega_x + \frac{s_x}{s_y} x_s \omega_z \quad (7)$$

(6) ve (7) nolu eşitliklerin ışığında, Jakobyana matrisi şöyle elde edilir:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{M}{s_x} & 0 & 0 & 0 & \frac{M}{s_x} Z_o & -\frac{s_y}{s_x} y_s \\ 0 & \frac{M}{s_y} & 0 & -\frac{M}{s_y} Z_o & 0 & \frac{s_x}{s_y} x_s \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 2.2. Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol

Robotun eklem değişkenleri vektörü  $\theta$  olsun. Görüntü düzleminde hata fonksiyonu şöyle tanımlanabilir:

$$e(\theta, t) = f(\theta) - f^*(t)$$

Burada  $f^*(t)$  ve  $f(\theta)$ ,  $t$  anında hareket eden bir hedefi ve manipülörün uç kısmını belirtmektedir.

Sistemin modelinin (robot+optik mikroskop) bilinmediği varsayıldığından, aşağıda ana aşamaları kısaca özetlenen, özinyeli en küçük kareler (RLS) algoritması [12], birleşik Jakobyana'ı  $J = J_I J_R$  kestirmekte kullanılır. Burada  $J_I$  ve  $J_R$  imge ve robot Jakobyana'dır. Jakobyana kestirimi, ilgin modelin zaman boyunca değişimlerinin ağırlıklı toplamından oluşan ceza fonksiyonunun küçültülmesi ile şöyle elde edilir:

$$\varepsilon_k = \sum_{i=0}^{k-1} \lambda^{k-i-1} \|\Delta m_{ki}\|^2 \quad (9)$$

Burada

$$\Delta m_{ki} = m_k(\theta_i, t_i) - m_i(\theta_i, t_i) \quad (10)$$

ve  $m_k(\theta, t)$ , hata fonksiyonunun,  $e(\theta, t)$ , ilgin modeli olan  $m(\theta, t)$ 'nin  $k$ .veri noktası etrafındaki açılımıdır ve şöyle gösterilebilir:

$$m_k(\theta, t) = e(\theta_k, t_k) + \hat{J}_k(\theta - \theta_k) + \frac{\partial e_k}{\partial t}(t - t_k) \quad (11)$$

(11) nolu eşitliğin ışığında, (10) nolu eşitlik şu hale gelir:

$$\Delta m_{ki} = e(\theta_k, t_k) - e(\theta_i, t_i) - \frac{\partial e_k}{\partial t}(t_k - t_i) - \hat{J}_k h_{ki} \quad (12)$$

Burada  $h_{ki} = \theta_k - \theta_i$ , ağırlık katsayısı,  $\lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$  şartını sağlar, ve bilinmeyen değişkenler  $\hat{J}_k$ 'in elemanlarıdır.

Küçültme probleminin çözümü, birleşik Jakobyian için aşağıdaki özyineli güncelleme kuralını verir.

$$\hat{J}_k = \hat{J}_{k-1} + (\Delta e - \hat{J}_{k-1} h_\theta - \frac{\partial e_k}{\partial t} h_t)(\lambda + h_\theta^T P_{k-1} h_\theta)^{-1} h_\theta^T P_{k-1} \quad (13)$$

Burada

$$P_k = \frac{1}{\lambda}(P_{k-1} - P_{k-1} h_\theta(\lambda + h_\theta^T P_{k-1} h_\theta)^{-1} h_\theta^T P_{k-1}) \quad (14)$$

ve  $h_\theta = \theta_k - \theta_{k-1}$ ,  $h_t = t_k - t_{k-1}$ ,  $\Delta e = e_k - e_{k-1}$ , ve  $k$ .yinelemede manipülatörün uç kısmının konumu ile hedef konumu arasındaki fark olan  $e_k = f_k - f_k^*$  değişkenini ifade eder.  $\frac{\partial e_k}{\partial t}$  terimi, gelecek yineleme için hata fonksiyonundaki değişimi öngörür, ve sabit kamera kullanılması durumunda, hedef görüntü öznitelik vektöründen birinci derece bir türev denklemi ile doğrudan şöyle kestirilebilir:

$$\frac{\partial e_k}{\partial t} \cong -\frac{f_k^* - f_{k-1}^*}{h_t} \quad (15)$$

### 2.3. Görsel Geri Beslemeli Kontrol Tasarımı

(1) nolu eşitlik kesikli zamanda şöyle yazılabilir:

$$f(k+1) = f(k) + TJ(k)u(k) \quad (16)$$

Burada  $f \in \mathbb{R}^{2N}$  takip edilen görsel özniteliklerin vektörü,  $N$  özniteliklerin sayısı,  $T$  görsel sensörün örnekleme zamanı, ve  $u(k)$  manipülatörün uç kısmının hız vektörüdür.

Deneylerde görsel geri beslemeli kontrolün amacı, manipülatörün uç kısmının hızını kontrol ederek, manipülatörün uç kısmını sabit veya zamanla değişen bir hedefte  $f^*(k)$  konumlandırmaktır. Bu yüzden [11]'de belirtilen küçültme fonksiyonu pikselize konum hatalarını ve kontrol enerjisini şöyle ilişkilendirir:

$$E(k+1) = (f(k+1) - f^*(k+1))^T Q(f(k+1) - f^*(k+1)) + u^T(k) L u(k) \quad (17)$$

Sonuç olarak oluşan en uygun kontrol girişi  $u(k)$  şöyle elde edilebilir:

$$u(k) = -(TJ^T(k)QTJ(k) + L)^{-1} TJ^T(k)Q(f(k) - f^*(k+1)) \quad (18)$$

Ağırlık matrisleri  $Q$  ve  $L$  istenilen sonucu elde etmek için uygun şekilde seçilebilir.

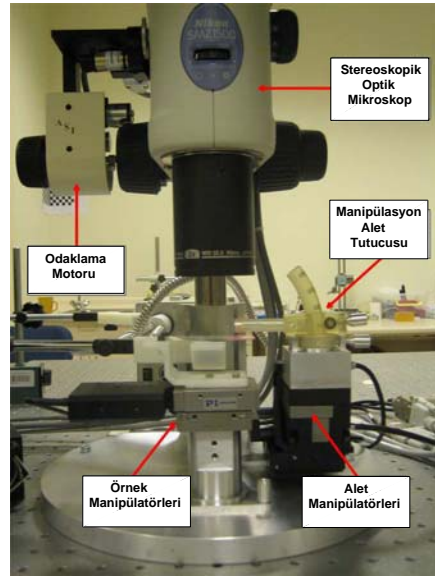
## 3. DeneySEL Sonuçlar

### 3.1. Kurulu Donanım

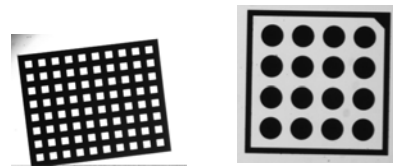
Deneyler, Şekil 2'de gösterilen mikro-montaj iş istasyonu üzerinde gerçekleştirilmiştir. Bu istasyon, x, y ve z konumlandırma eksenlerinde 50 nm hareket adımına sahip yüksek çözünürlüklü PI M-111.1 mikro-öteleme manipülatörlerinden oluşur ve bunlar dSpace ds1005 hareket kontrol kartı tarafından

kontrol edilir. 100  $\mu m$  ağız açıklığına sahip bir Zyvx mikropens, nesneleri tutmak ve kaldırmak için öteleme manipülatörüne monte edilmiştir.

Görsel geri besleme almak için, XY düzlemine dik olarak duran, 9.9  $\mu m \times 9.9 \mu m$  hücre büyüklüğüne sahip bir Basler A602fc kamera, Nikon SMZ 1500 stereomikroskop üzerine yerleştirilmiştir. Mikroskop, 1.6X objektif ve ilave büyütmeye sahiptir. Büyütme seviyeleri, 0.75X – 11.25X arasında değiştirilebilir ve bu da 15 : 1 büyütme oranını ifade eder. İki kalibrasyon deseni kullanılmıştır. Birincisi 50  $\mu m$  ve 200  $\mu m$  kenar büyüklüğüne sahip karelerden oluşan Edmund Optics IAM-1 ve ikincisi 70  $\mu m$ lik yarıçapa sahip dairelerden oluşan Mvtec kalibrasyon desendir (Şekil 3).



Şekil 2: Mikro-montaj İş İstasyonu



Şekil 3: Karesel ve Dairesel Kalibrasyon Desenleri

### 3.2. Kalibrasyon Sonuçları

Görsel geri beslemeli kontrol deneyleri gerçekleştirilmeden önce, optik sistemin kalibrasyonu parametrik bir model [8] kullanılarak mikron-altı hassasiyetle gerçekleştirilmiştir. Dünya ve görüntü koordinat sistemleri arasındaki ilişkiyi bulmak için, ~ 1.6 ve ~ 6.4 büyütme karşılık geldikleri Tablo 1'den doğrulanabilecek, 1X ve 4X büyütme seviyeleri altında, iki

Tablo 1: Hesaplanan İç ve Dış Parametreler

|                                   | 1X                        | 4X                       |
|-----------------------------------|---------------------------|--------------------------|
| $\alpha$ (derece)                 | 90.7144                   | 88.9825                  |
| $\beta$ (derece)                  | -2.7912                   | 2.6331                   |
| $\gamma$ (derece)                 | 175.9179                  | 0.9088                   |
| $T_x$ ( $\mu\text{m}$ )           | -781.4                    | 76.755                   |
| $T_y$ ( $\mu\text{m}$ )           | -55.002                   | -156.58                  |
| $T_z$ ( $\mu\text{m}$ )           | 204900                    | 36370                    |
| $M$                               | 1.5893                    | 6.3859                   |
| $d$ ( $\mu\text{m}$ )             | 78750                     | 4955.5                   |
| $f$ ( $\mu\text{m}$ )             | 126150                    | 31415                    |
| $T_{op}$ ( $\mu\text{m}$ )        | 200490                    | 200610                   |
| $\kappa_1$ ( $\mu\text{m}^{-2}$ ) | $-8.4408 \times 10^{-10}$ | $1.5399 \times 10^{-11}$ |

Tablo 2: 1X and 4X Büyütme Seviyeleri için 3D Yeniden İzdüşüm Hataları

|                                  | 1X     | 4X     |
|----------------------------------|--------|--------|
| Ortalama Hata ( $\mu\text{m}$ )  | 0.2202 | 0.0639 |
| Standart Sapma ( $\mu\text{m}$ ) | 0.3869 | 0.1321 |
| Maksimum Hata ( $\mu\text{m}$ )  | 1.7203 | 0.5843 |

farklı tipte kalibrasyon deseni kullanılmıştır. Karelerden oluşan desende, karelerin bütün kenarlarını elde etmek için, Sobel kenar işleyicisi, kenar bağlama ve çizgi oturtma algoritmaları kullanılmıştır. Kalibrasyon noktaları olarak, hesaplanan kenar çizgilerinin kesişiminden bulunan kare köşeleri kullanılmıştır. Dairesel kalibrasyon deseni için, dairelerin merkezleri, bir en küçük kareler çözümüyle hesaplanmıştır. Deneyler sonunda dairesel desenin daha doğru kalibrasyon sonuçları verdiği gözlenmiştir. Kusurlu ışıklandırma, lens sapması, sistematik ve rastgele sensör hataları dolayısıyla, görüntü bir Nokta Dağılım Fonksiyonu (PSF) ile bulanıklaşabilir ve öznitelikler doğru bir şekilde çıkarılamayabilir. Flusser ve Zitova'nın [10] iddia ettiği üzere PSFlerin birçoğu dairesel olarak simetrik ve dairesel şekiller bu tip PSF'ye karşı değişimsizdir. Bu yüzden, deneysel sonuçlarımız bu çıkarım ile uyumludur. Hesaplanan iç/dış kalibrasyon parametreleri ve 3D yeniden izdüşüm hataları, Tablo 1 ve Tablo 2'de, sırasıyla, gösterilmiştir.

Tablo 1'den gözlenebileceği üzere radyal bozulma kat-sayıları çok küçüktür. Bu durum, mikroskop lenslerinin çok hassas işlendiğini kanıtlar. Ayrıca,  $\beta$  ve  $\gamma$  açılarının sıfırdan farklı değerlere sahip olması, mikroskop düzleminin mekanik eğimi veya kalibrasyon deseninin hatalı tasarımından dolayı olabilir.

### 3.3. Gerçek-Zamanlı Öznitelik Takibi

Görüntü düzlemi üzerindeki özniteliklerin gerçek-zamanlı ölçümü verimli, doğru ve sağlam bir şekilde yapılmalıdır. Bu kriterleri sağlamak için, parametrik model kullanarak referans şablonu ile mevcut görüntü arasındaki hataların karelerinin toplamının (SSD) küçültülmesine dayalı olan verimli ikinci mertebe küçültme (ESM) algoritması [13] kullanılmıştır. ESM algoritması, Newton yöntemi gibi yüksek yakınsama oranına sahiptir ve ayrıca diğer takip algoritmalarına nisbeten saniye

başına daha fazla kareyi takip edebilir. Deneylerimizde ESM algoritması ile  $50 \times 50$  piksellik bir pencere 250 piksel/sn hızda 33 Hz (fps)'de takip edilebilmiştir.

### 3.4. Görsel Geri Beslemeli Kontrol Sonuçları

Deneylerde, kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrol algoritmalarının performanslarını karşılaştırmak için, 1X ve 4X büyütme oranları altında mikro-konumlandırma ve yörünge izleme uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Mikro-konumlandırma görsel geri beslemeli kontrol sonuçları, Şekil 4-7'de, ve ayrıca dairesel yörünge izleme sonuçları Şekil 8-9'de aktarılmıştır.

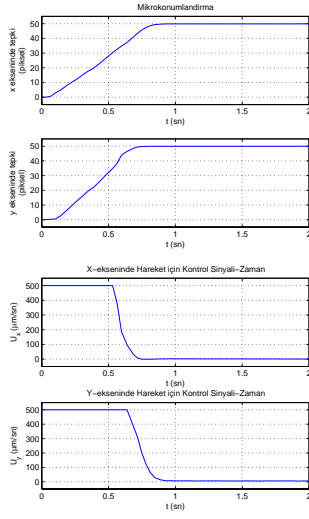
Her iki yaklaşımın mikro-konumlandırma uygulamasında, basamak giriş için yatışma zamanı ( $t_s$ ), doğruluk ve hassasiyet değerleri, Tablo 3'de sıralanmıştır. Ayrıca karesel, dairesel ve sinuzoidal yörünge izleme uygulamalarında, her iki yaklaşımın takip performansları Tablo 4-5'de sıralanmıştır.

Ciddi bir zaman kısıtlaması olmaması durumunda, her iki görsel geri beslemeli kontrol yaklaşımı da istenilen hedeflere yakınsamayı garanti eder. Uygulamada zamanla ilgili performansın önceliğe sahip olması durumunda, kalibre edilmiş yaklaşım, yatışma zamanı, doğruluk ve hassasiyet açısından kalibre edilmemiş yaklaşıma nisbetle daha iyi performans gösterir (Tablo 3). Üstelik, kalibre edilmiş yaklaşım, kalibre edilmemiş yaklaşıma nazaran daha doğru ve hassas bir takip performansına sahiptir. Bu yüzden, doğru ve hassas manipülasyonun kısıtlı bir zamanda yapılması öncelikliyse, kalibre edilmiş yöntem daha uygundur. Fakat büyük bir çalışma alanında ( $4 \times 3 \text{ mm}^2$ ),  $M = 1.5893$  ve  $M = 6.3859$  gibi küçük büyütme söz konusu olduğundan, sadece kaba bir mikro görsel geri beslemeli kontrol uygulaması varsayılabilir. Bu sebeple, kalibre edilmemiş yaklaşımın regülasyon ve takip problemlerindeki doğruluk ve hassasiyeti de kabul edilebilir düzeydedir ve iki yaklaşım arasındaki farklılık çok önemli değildir.

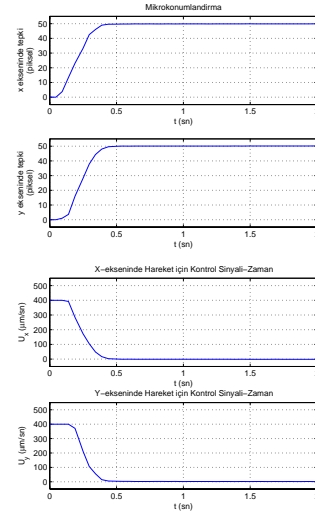
Ayrıca, kalibre edilmemiş yöntem daha esnek bir geri beslemeli kontrol sağlar çünkü optik sistem kalibrasyonu, önceki bölümlerde anlatıldığı üzere zorlu ve hataya eğilimli bir işlemdir ve optik sistemin her odaklama seviyesinde yeniden kalibrasyon yapmak gerekir. Bu yüzden, uygulamanın öncelikleri ve sistemin özelliklerine bağlı olarak kalibre edilmiş veya kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrol tercih edilebilir.

Tablo 3: Kalibre Edilmiş ve Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol için Mikrokonumlandırma Sonuçları

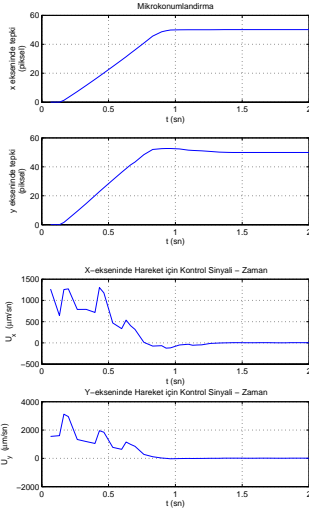
|    | Ref.<br>(piksel) | Kalibre Edilmiş |                            |                            | Kalibre Edilmemiş |                            |                            |
|----|------------------|-----------------|----------------------------|----------------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|
|    |                  | $t_s$<br>(sn)   | Doğr.<br>( $\mu\text{m}$ ) | Hass.<br>( $\mu\text{m}$ ) | $t_s$<br>(sn)     | Doğr.<br>( $\mu\text{m}$ ) | Hass.<br>( $\mu\text{m}$ ) |
| 1x | 50               | 0.80            | 9.86                       | 2.71                       | 1.6               | 8.60                       | 3.65                       |
| 4x | 50               | 0.45            | 1.35                       | 0.57                       | 1.6               | 4.74                       | 1.92                       |



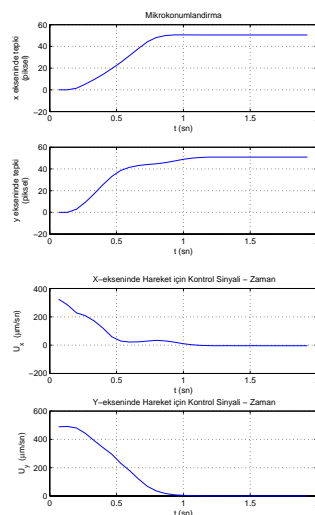
Şekil 4: Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 1X'de Basamak Tepkileri ve Kontrol Sinyalleri



Şekil 6: Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 4X'de Basamak Tepkileri ve Kontrol Sinyalleri



Şekil 5: Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 1X'de Basamak Tepkileri ve Kontrol Sinyalleri



Şekil 7: Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 4X'de Basamak Tepkileri ve Kontrol Sinyalleri

Tablo 4: Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol için Yörünge Takibi Sonuçları

|    | Karesel           |                   | Dairesel          |                   | Sinüzoidal        |                   |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|    | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) |
| 1x | 5.93              | 2.28              | 7.72              | 1.40              | 4.79              | 2.37              |
| 4x | 1.47              | 1.19              | 1.57              | 0.95              | 1.12              | 1.31              |

Tablo 5: Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrol için Yörünge Takibi Sonuçları

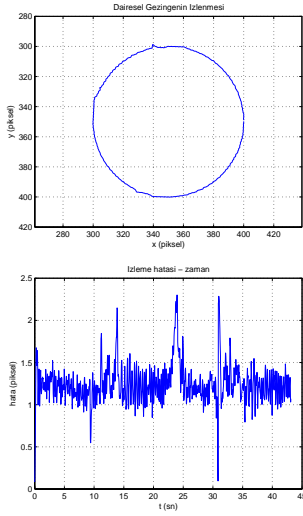
|    | Karesel           |                   | Dairesel          |                   | Sinüzoidal        |                   |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|    | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) | Doğr. ( $\mu m$ ) | Hass. ( $\mu m$ ) |
| 1x | 8.65              | 2.70              | 21.05             | 2.90              | 6.14              | 2.74              |
| 4x | 1.64              | 1.12              | 3.30              | 1.17              | 1.17              | 0.57              |

#### 4. Sonuç

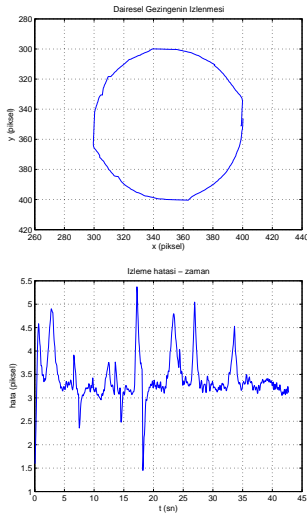
Bu çalışmada kalibre edilmiş ve kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrol yaklaşımlarının, mikro-montaj iş istasyonu

üzerinde, deneysel karşılaştırması yapılmıştır. Bu deneylerin sonuçları gösterdi ki kalibre edilmiş yaklaşım doğruluk, has-





Şekil 8: Kalibre Edilmiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 1X’de Dairesel Yörüngesi ve İzleme Hatası



Şekil 9: Kalibre Edilmemiş Görsel Geri Beslemeli Kontrolün 1X’de Dairesel Yörüngesi ve İzleme Hatası

sasiyet ve yatışma zamanı olarak kalibre edilmemiş yaklaşıma nisbeten daha iyi bir performans gösterir, fakat, bu farklılık kaba bir manipülasyon uygulaması için herhangi bir üstünlük ifade etmez. Üstelik, kalibre edilmemiş görsel geri beslemeli kontrol, sistem modeli gereksinimi duymadan bir görevi gerçekleştirme ve birleşik Jakobyan’ın dinamik kestirimi sayesinde değişik çalışma modlarına kendini uydurabilme yeteneğine sahiptir.

## 5. Teşekkür

Yazarlar, SÜ İç Araştırma Fonu No. IACF06–00417 tarafından sağlanan desteğe teşekkür ederler.

## 6. Kaynakça

- [1] R.S. Fearing, “A Planar Milli-Robot System on an Air Bearing,” *Robotics Research the 7th International Symposium*, edited by G. Giralt and G. Hirzinger, London, Springer-Verlag, 570-581, 1996.
- [2] I. Shimoyama, “Scaling in microrobotics,” *IEEE/RSJ Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Pittsburgh, PA, pp. 208-211, 1995.
- [3] Y. Mezouar and P. K. Allen, “Visual Servoed Micropositioning for Protein Manipulation Tasks,” *IEEE Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Switzerland, pp. 1766-1771, 2002.
- [4] R.Y. Tsai, “A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses,” *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. 3, No. 4, pp. 323-344, 1987.
- [5] Z.Y. Zhang, “Flexible Camera Calibration by Viewing a Plane from Unknown Orientations,” *IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 666-673, 1999.
- [6] B. Caprile and V. Torre, “Using Vanishing Points for Camera Calibration,” *International Journal on Computer Vision*, Vol. 4, pp. 127-140, 1990.
- [7] H. Zhuang and W. C. Wu, “Camera Calibration with a Near-Parallel Calibration Board Configuration,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, pp. 918-921, 1996.
- [8] Y. Zhou and B.J. Nelson, “Calibration of a parametric model of an optical microscope,” *Optical Engineering*, Vol.38, pp. 1989-1995, 1999.
- [9] M. Ammi, V. Fremont, and A. Ferreira, “Flexible Microscope Calibration using Virtual Pattern for 3-D Telemanipulation,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, pp. 3888-3893, 2005.
- [10] J. Flusser and B. Zitova, “Invariants to Convolution with Circularly Symmetric PSF,” *IEEE International Conference on Pattern Recognition*, pp. 11-14, 2004.
- [11] S.J. Ralis, B. Vikramaditya, and B.J. Nelson, “Micropositioning of A Weakly Calibrated Microassembly System Using Coarse-to-Fine Visual Servoing Strategies,” *IEEE Trans. On Electronics Packing Manufacturing*, Vol. 23, pp. 123-131, 2000.
- [12] J.A. Piepmeier, “Uncalibrated Eye-in-Hand Visual Servoing,” *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 22, pp. 805-819, 2003.
- [13] S. Benhimane and E. Malis, “Real-time image-based tracking of planes using Efficient Second Order Minimization,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 1, pp. 943-948, 2004.

## Çok Bileşenli Kesikli Dolgulu Damıtma Kolonunun Optimal Denetimi

*Hatice Ceylan, Canan Özgen*

Kimya Mühendisliği Bölümü  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06531, Ankara, Türkiye  
el19196@metu.edu.tr, cozen@metu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmanın amacı çok bileşenli kesikli dolgulu bir damıtma kolonunda, belirli bir zaman aralığında, en fazla ürünü elde etmek için optimal geri akış oranını belirlemektir. Benzetimler, kazan, dolgulu yatak ve soğutucu bölümlerindeki sıvı ve gaz derişimlerini, debileri, sıcaklık profillerini ve gaz – sıvı denge derişimlerini belirleyebilen, daha önce geliştirilmiş bir dinamik model ile yapılmıştır. Benzetimlerde cyclohexane, n-heptane ve toluene karışımını ayırtırmak üzere tasarlanan bir damıtma sistemi kullanılmıştır. Optimal denetimde atık tanklarda tutulan molar kütlelerin damıtma kolonuna geri döndürülmesi / döndürülmemesi durumları da incelenmiştir. Ürünlerin miktarını arttırmak için, çalışılan kesikli dolgulu damıtma kolonunda atıkların geri döndürülmesinin gerekli olduğu bulunmuştur.

### 1. Giriş

Kimya ve petrol endüstrilerinde kullanılan farklı temel ayırıştırma süreçleri içinde en çok kullanılan temel işlem damıtmadır. Son yıllarda, özellikle ayırıştırmadaki yüksek verimliliği nedeniyle, damıtma süreçlerinde tercihen dolgulu kolonlar kullanılmaktadır. Dolgulu damıtma kolonları, yüksek verimlilik yanında, düşük basınç düşmesi, az sıvı tutma özelliği ve aşındırıcı bileşenlere karşı yüksek dayanıklılıkları nedenleri ile de tercih edilmektedirler [1]. Damıtma süreci yapısının seçimi (kesikli ya da sürekli) besleme miktarına ve bileşenlerin özelliklerine göre yapılır. Günümüzde, kesikli damıtma işlemi, özellikle düşük hacimli hassas kimyasalların ve biyokimyasalların damıtılmasında yoğun olarak kullanılmaktadır [2]. Ayrıca, kesikli damıtma işlemi, tek bir damıtma kolonu kullanarak çok bileşenli sistemlerde besiyi, değişik tanklara bileşenlerine ayırıştırma özelliğine sahiptir. Kesikli damıtma kolonlarında kullanılan ürün ve atık tanklarının sayısı damıtılacak bileşenlerin sayısına bağlıdır. Örneğin, üç bileşenin ayrışmasında üç ürün tankı ve iki

atık tankı kullanılır. Bileşenlerin ayırıştırılmasında, kazan da en ağır bileşeni toplamak için, ürün tankı olarak kullanılabilir.

Kesikli damıtma işleminde verimliliği arttırmak için, bazı kriterler optimize edilebilir. Bu kriterler [3];

- maksimum damıtılan miktar,
- minimum işlem süresi,
- maksimum kâr.

Bu optimizasyonun yapılmasında değiştirilebilecek parametreler; “kazana yapılan besleme miktarı ve zamana bağlı bir fonksiyon olan geri akış oranı”dır[4]. Kesikli damıtma kolonunda uygulanabilecek yukarıda verilen üç optimal denetim kriteri, geri akış oranı kullanılarak birlikte ele alınabilirler.

1960’tan bu yana yukarıda belirtilen kriterler kullanılarak kesikli tablalı damıtma kolonlarında birçok araştırma yapılmıştır. Bu çalışmalarda, eşitlik ve eşitsizlik kısıtları olan, optimize edilecek bir fonksiyon belirlenmiş ve farklı çözüm yöntemleri kullanılmıştır. Luyben [4] çalışmasında, kapasite faktörünü (KF) kullanarak ürünün miktarının maksimizasyonunu çok bileşenli damıtmada uygulamıştır. Kapasite faktörünü kullanarak, sadece enerji ve tasarım üzerine olan harcamaların değil, ayrıca tabla sayılarının ve geri akış miktarının optimize edilebileceğini göstermiştir. Yine, optimal konfigürasyon üzerine olan ilk çalışmalar Luyben [4] tarafından verilmiştir. Cyclohexane, n-heptane ve toluene karışımlarının kesikli damıtma kolonu ile ayırıştırılmasında, atık miktarlarının geri döndürülmesi veya döndürülmemesi için yeni işlem parametreleri ile kapasite faktör kullanımı Bonny [5] tarafından incelenmiştir. Endüstrilerde, kesikli damıtma kolonuna giderek artan talep, araştırmacıların maksimum kâr kriteri üzerine odaklanmalarına neden olmuştur. Kim [6] dinamik model kullanarak bir kesikli damıtmanın optimal tasarımını ve optimal işlemini incelemiştir. Miladi and Mujtaba [7] benzetimli tavlama yaklaşımı (SA) kullanarak iki bileşenli damıtmada optimum tasarımı elde etmiştir. Çalışmasında farklı bir optimal denetim politikası uygulayan Low [8], genetik algoritma ve ceza fonksiyon yaklaşımlarını kullanarak, iki bileşenli

ve çok bileşenli sistemler için kesikli damıtmada optimum tasarımı ve optimal konfigürasyonu incelemiştir.

Bu çalışmanın amacı, derişim ve zamana bağı bir fonksiyon olan kapasite faktör yaklaşımını kullanarak, çok bileşenli kesikli-dolgulu damıtma kolonunda, optimal geri akış profilini belirlemektir. Araştırmada, daha önce geliştirilen bir benzetim paketi kullanılarak, damıtılan ürünlerin miktarını maksimize etmek için, aşamalı olarak atık miktarlarının geri döndürülmesinin etkisi incelenmiştir.

## 2. Geri Akış Oranının Optimizasyonu

Ürün miktarını, KF ile optimize etme yaklaşımı William L. Luyben tarafından 1971 yılında geliştirilmiş ve şu şekilde ifade edilmiştir: “Kesikli damıtmanın kapasite faktörü, toplam ayrıştırılan ürünlerin toplam kesikli işlem süresine bölümü olarak tanımlanır” [4] (Denklemler 1).

$$KF = \frac{\sum_{i=1}^{NC} P_i}{t_T + 0.5} \quad (1)$$

Denklemler 1’de  $P_i$ , ürün tanklarında biriken ürün miktarlarını, NC ise toplam bileşen sayısını vermektedir.  $t_T$  toplam ve normal geri akış işlemlerini de içine alan toplam işlem zamanını ifade etmektedir. Paydada yer alan 0.5 saat, bir günlük (24 saat) işlem saati süresince kazanı doldurmak ve boşaltmak için gereken süredir. Luyben [4] işlem başlangıcındaki toplam besleme miktarının toplanan ürün ve atık miktarının toplamına eşit olması gerektiğini belirtmiştir (Denklemler 2).

$$M_B = \sum_{i=1}^{NC} P_i + \sum_{i=1}^{NC-1} S_i \quad (2)$$

Denklemler 2’de  $S_i$  atık tanklarındaki atık miktarlarını tanımlamaktadır.

## 3. Çalışılan Sistem

Çalışılan sistem Mujtaba [9]’nın makalesindeki örnek sistemdir. Kolon ve besi özellikleri Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1:** Damıtma Kolon ve Besi Özellikleri

| Özellik                                  | Miktar |
|--|--------|
| Soğutucu Tutulma Miktarı, kmol           | 0.02   |
| Üst Basınç, Pa                           | 101600 |
| Maksimum Kaynama Oranı, kmol / saat      | 2.75   |
| Yeni Besleme Miktarı, mol                | 2930   |
| Kazandaki ilk derişimler                 |        |
| Cyclohexane                              | 0.407  |
| N- heptane                               | 0.394  |
| Toluene                                  | 0.199  |
| Birinci ürünün istenilen saflık derecesi | 0.9    |
| İkinci ürünün istenilen saflık derecesi  | 0.8    |

Mujtaba [9]’nın çalışmasında kolon özellikleri olarak tabla sayısı, işletme özellikleri olarak kaynama oranı, tablalardaki ve soğutucudaki tutulma miktarları ve kolondaki basınç düşmesi verilmiştir. Çalışılacak dolgu kolonda Mujtaba [9]’nın çalışmasındaki kaynama oranını elde etmek için, kolon çapını 0.35 m kabul edip, tasarım gaz oranı taşıma hızının %~40’ı olacak şekilde dolgu kolon boyu ayarlanmıştır. Kolonda yapılan değişiklikler ve kullanılan dolgu maddesinin özellikleri sırasıyla Tablo 2 ve 3’te verilmiştir. Çalışılan damıtma kolonunda sisteme verilen ısı en yüksek değerinde tutulmuş ve soğutucuda mükemmel seviye kontrolü varsayıldığı için, geri döngü oranı damıtılan ürün miktarını maksimum etmede optimum işlemi sağlamak için kullanılmıştır [10].

**Tablo 2:** Dolgulu Damıtma Kolonu İçin Hesaplanan İşlem Değişkenleri ve Parametreleri

| Değişken                    | Değer       |
|-----------------------------|-------------|
| Islanmış Basınç Düşmesi, Pa | 359.511919  |
| Taşkın Basınç Düşmesi, Pa   | 2637.232770 |
| Tasarım Gaz Oranı, %        | 38.050899   |
| Türevsel Element Sayısı     | 40          |
| Dolgu Yüksekliği, m         | 1.5         |

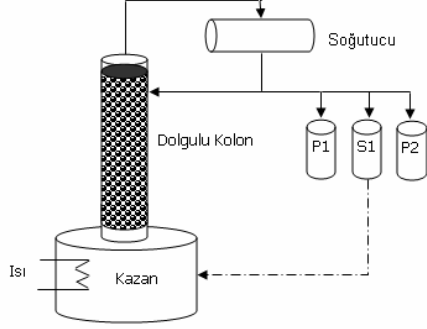
**Tablo 3:** Kullanılan Dolgu Maddesinin Özellikleri

|   |                 |
|---|-----------------|
| Dolgu Maddesi                                   | Seramik Raschig |
|   | Halka           |
| Çap, m  | 0.010           |
| Dolgunun Özellikli Yüzey Alanı, m <sup>-1</sup> | 472             |
| Gözeneklilik                                    | 0.655           |

## 4. Problem Tanımı

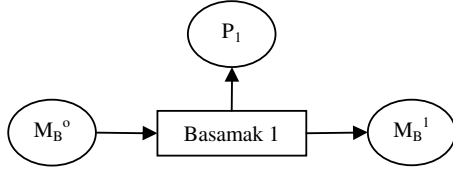
Kesikli damıtma kolonunun çalışma yöntemi üç bileşenli bir besi için Şekil 1’de gösterilmiştir. Tanklardaki  $P_1$  ve  $P_2$  ürünü  $S_1$  ise atığı tanımlamaktadır.

İşlem başlangıcında, kazana besi,  $M_B^0$  beslenir.  $P_1$  ürününün değişimi  $x_1^{**}$ ,  $P_2$  ürününün derişimi ise  $x_2^{**}$  olması istenir. Bu derişimlerin dışında elde edilen malzeme  $S_1$  ile gösterilen atık tankında toplanır.



Şekil 1: Kesikli İşlem İçin Geri Döndürme Sürecinin Şematik Gösterimi

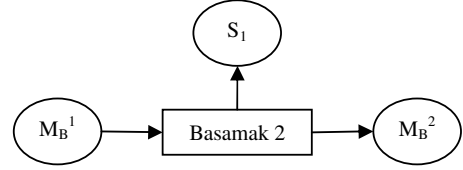
Çalışılan damıtma işlemi “durum görev ağı”(DGA) şekillendirilmesi ile ifade edilebilir. Bu şekillendirmede durum (çember ile gösterilen) belirli bir malzemeyi, görev (dikdörtgen kutu) girdilerin çıktı durumuna taşınmasını ifade etmektedir [9]. Optimize edilen KF kriterinin birinci basamağının DGA’sı Şekil 2’de verilmiştir.



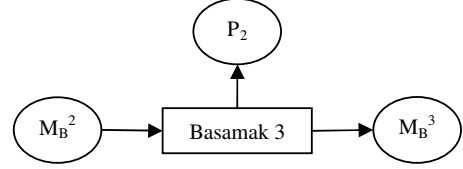
Şekil 2: Optimize Edilen Kriterin Birinci Basamak DGA’sı

Burada işlemin başlangıcında kazana verilen besinin miktarı,  $M_B^0$  ile ifade edilmektedir. İstenen ise  $P_1$ ’in miktarının  $x_1^{**}$  derişiminde maksimize edilmesidir.

Kazanda kalan karışım miktarı,  $M_B^1$ , soğutucu bölümündeki ikinci ürünün derişimi istenilen saflık derecesine ulaşmaya kadar damıtılır. Bu işlem Şekil 3’de verilmiştir. İstenen saflık derecesine sahip olmayan herhangi bir ürün  $S_1$  malzeme atık tankında, ikinci basamak süresince toplanır. Kazanda kalan karışım miktarı,  $M_B^2$ , ikinci ürün tankında ikinci derecede uçucu olan ürünün derişimi,  $x_2^{**}$ , istenilen saflık derecesinin altına düşünceye kadar damıtılır. Şekil 4’te, üçüncü basamak gösterilmektedir. Bu süreç besideki bileşenlerinin sayısı, NC, kadar basamak oluşturularak devam ettirilir.



Şekil 3: Optimize Edilen Kriterin İkinci Basamak DGA’sı



Şekil 4: Optimize Edilen Kriterin Üçüncü Basamak DGA’sı

## 5. Optimal Damıtma İşlemi Tanımı

Damıtılan ürün miktarını maksimize etmek için gerekli olan geri akış oranı, KF değeri optimize edilerek belirlenir. Damıtılan ürünün miktarının maksimizasyon problemi, seçilen kolon ve ürün özellikleri, ısı yüklemesi, besin derişimi, geri akış oranı, kazandaki başlangıç basınç değerleri kullanılarak geri akış profilinin belirlenmesi ile çözülür.

Bu problemin matematiksel ifadesi Denklem 3 ve 4’te verilmiştir[11];

$$\max KF = \frac{\sum_{i=1}^{NC} P_i}{t_T + 0.5} \quad (3)$$

$$-R \leq 0 \quad (3)$$

$$0 \leq R \leq 1 \quad (4)$$

Denklemde geri akış oranı R, sıvı molar akış hızının gaz molar akış hızına oranıdır.

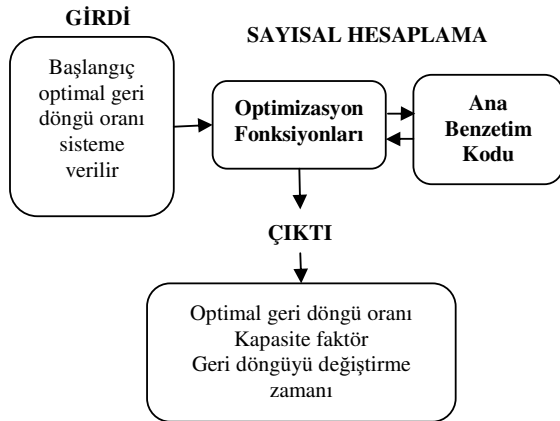
Luyben [4] ve Bonny [4]’in çalışmalarında belirtildiği üzere, çok bileşenli kesikli tablalı damıtma kolonunda atık tanklarında tutulan miktarların geridöndürülmesi, ürün miktarında ~16%’ lik bir artışa neden olmakta, ancak KF’yi etkilememektedir. Bu nedenle, üzerinde çalışılan dolgulu damıtma kolonunda, atık malzemenin geri döndürülerek aynı damıtma kolonunda ayrıştırılmasının verimlilik üzerine etkisi incelenmiştir.

## 6. Sonuçlar ve Tartışma

Mujtaba [9]'nın çalıştığı kolonda yapılan benzetim ve optimizasyon çalışmaları KF ve geri akış oranı, ürün miktarı maksimizasyonu için irdelenmiştir. Sonuçlar, optimizasyon fonksiyonu çalıştırılma yöntemi ve belirlenen geri akış oranının profili olarak verilmiştir.

Denklem 1'de verilen KF fonksiyonu MATLAB programlama dilinde “fmincon” komutu ile tanımlanmıştır[11]. Doğrusal olmayan optimizasyon probleminde optimal işlem noktasını bulmak için eşitlik ve eşitsizlik kısıtları Denklem 3 ve 4'te verilmiştir. Benzetim kodunda optimizasyon seçeneklerinin seçiminde, orta çapta algoritma dikkate alınmıştır. Eşitsizlik kısıtları nedeni ile, büyük çapta algoritma kullanılamamıştır. “Büyük çap” “off” durumda seçilip, optimum geri akış oranının sonlandırma toleransı  $10^{-3}$  olarak alınmıştır.

Optimal geri akış oranının belirlenmesinde, optimizasyon fonksiyonu, ana benzetim koduna çevrilirken, Yıldız [10]'ın çalışmasının değiştirilmiş benzetim algoritması olan ana benzetim kodu alt fonksiyona dönüştürülmüştür. Damıtılan ürün miktarını maksimum etmek için geri akış profilini optimize etmede kullanılan benzetimin algoritması Şekil 5'te verilmiştir.



**Şekil 5:** Optimum Geri Döngü Profili Benzetim Algoritmasının Akış Şeması

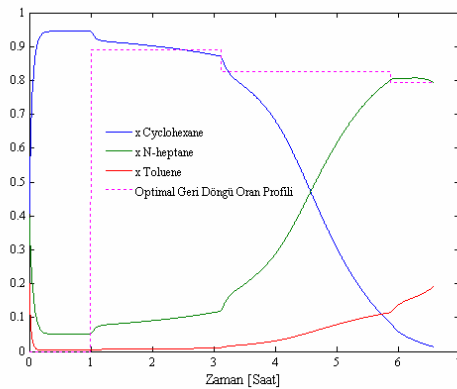
Optimal geri akış profilini belirlemede başlangıçta kazana doldurulan besinin miktarı  $M_B^0$  ve sıvı derişimleri  $x_1^0, x_2^0, x_3^0 \dots x_j^0$  olarak alınmıştır. Kaynama oranı kazana verilen ısı ile ayarlanmış ve sistem yatışkın derişim değerine ulaşmaya kadar, ya da, en uçucu bileşenin derişimi istenilen saflık derecesine ulaşmaya kadar, kolon toplam geri akış oranında çalıştırılmıştır. Toplam geri akış işleminden sonra, birinci ürün tankındaki derişim belirlenen saflık derecesinde olduğu

sürece birinci ürünü ürün tankına almak için, bir başlangıç geri akış oranı sisteme verilmiştir. Birinci ürün tankının derişimi saflık derecesinin altına düştüğünde, benzetim algoritması, optimal geri akış oranını bulmak için KF'yi kullanarak işlem süresini tekrar başlatmıştır. Hesaplanan geri akış oranlarında sonlandırma toleransı ( $10^{-3}$ ) elde edildiğinde işlem durdurulmaktadır. İkinci aşamada birinci ürün için elde edilen optimal geri akış miktarı benzetim algoritmasına girdi olarak verilir ve program tekrar yeni bir optimal geri akış oranı bulmak için çalıştırılır. Böylece, istenilen derişimin altında olan ara bir ürün atık tankında toplanmaya başlanır. Bu süreç, en ağır bileşenin kazanda istenilen saflık derecesine erişinceye kadar devam eder. Farklı geri akış değerlerinin benzetim algoritmasında kullanılması ile yapılan yürütümlerden sonra, her ürün ve ara ürün için, en büyük KF değerini veren optimal geri akış oranları profil olarak seçilir.

Tablo 4'te yukarıda anlatılan yöntemle elde edilen optimum geri akış oranları ve kullanılması gereken zaman aralıkları, kapasite faktör değerleri verilmiştir. Optimum geri akış oran profili ve benzetim paketi kullanılarak ve cyclohexane ve n-heptane ürünlerinin saflık dereceleri sırasıyla 0.9 ve 0.8 seçilerek dolgu kolonun soğutucu tankındaki ürün derişimlerinin dinamik davranışları Şekil 6'ta verilmiştir.

**Tablo 4:** Birinci Aşama Optimum Geri Akış Oranları ve KF Değerleri

| Parametre                     | Değerler |             |             |
|-------------------------------|----------|-------------|-------------|
| Zaman Aralığı (saat)          | 1 – 3.11 | 3.11 – 5.88 | 5.88 – 6.60 |
| Optimum Geri Akış Oranı (L/V) | 0.889    | 0.825       | 0.794       |
| Kapasite Faktörü (mol / saat) | 204.0511 | 108.0761    | 252.7456    |



**Şekil 6:** Soğutucu Tankındaki Sıvı Derişimlerinin Dinamik Davranışı

Kazanda toplanan üçüncü ürün olan toluenin benzetim çalışmalarında kazandaki saflık derecesi 0.69 olarak elde edilmiştir. Ancak, kolondaki dolgulu bölmede ve soğutucudaki tutulan miktarların kazanda biriken miktara ilave edilmesiyle kazandaki toluenin derişimi 0.66374'e düşmektedir. Atık tankındaki sıvı birikiminin, S<sub>1</sub>, derişimi Tablo 5'te verilmiştir. Damıtma sonucunda ürün ve atık tanklarında toplanan miktarlar ve derişimler de Tablo 5'te verilmiştir. S<sub>1</sub>'in miktarı 1261.05 mol olup bu değer başlangıçta kazana yapılan besi miktarının (2930 mol) % 43.04'üdür. Bu nedenle, damıtılan ürün miktarının artırılması, atık tankındaki birikimin tekrar aynı kolonda geri döndürülerek damıtılması ile mümkündür. Bu işlemin kaç kez yapılabileceği ayrıca incelenmiştir.

**Tablo 5:** Birinci Aşama Damıtma Verileri

| Tank | Tutulan Miktar (mol) | Sıvı Derişimleri [mol / mol] |           |         |
|------|----------------------|------------------------------|-----------|---------|
|      |                      | Cyclohexane                  | N-heptane | Toluene |
| P1   | 635.29               | 0.89996                      | 0.09260   | 0.00743 |
| S1   | 1261.05              | 0.49122                      | 0.45212   | 0.05665 |
| P2   | 369.93               | 0.03931                      | 0.80433   | 0.15635 |
| P3   | 663.89               | 0.00249                      | 0.33376   | 0.66374 |

Tablo 6'da ikinci aşama damıtma işlemi (atık tank içeriğinin aynı kolona birinci damıtma işlemi sonunda geri beslenmesi) sonuçları verilmiştir. İkinci aşama damıtmada optimum geri akış oranı 0.872 olarak bulunmuş ve süreç sadece 2.32 saat çalıştırılabilmiştir. Bunun nedeni, daha sonra hesaplanan geri döngü oranlarının toplam geri akış değerine çok yakın olmasıdır.

**Tablo 6:** Birinci Aşama Damıtma İşlemi Atık Tank Sıvılarının Geri İşlenme Damıtma Verileri

| Tank | Sıvı Derişimleri [mol / mol] |           |         | Tutulan Miktar [mol] |
|------|------------------------------|-----------|---------|----------------------|
|      | Cyclohexane                  | N-heptane | Toluene |                      |
| P1   | 0.90013                      | 0.09767   | 0.00222 | 456.97               |
| S1   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| P2   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| S2   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| P3   | 0.25703                      | 0.65479   | 0.08817 | 804.08               |

İkinci aşama damıtmada S<sub>1</sub> olarak elde edilen 1261.05 mol atık malzemenin 456.97 molü 0.9 derişimle cyclohexane olarak ayrıştırılabilmiştir. Kazanda toplanan ve P<sub>3</sub> olarak tanımlanan 804.08 mol, üçüncü damıtma işlemine tabi tutulmuştur. Burada geri akış oranı 0.2 olup, sistem sadece 1.39 saat çalıştırılabilmiştir. Üçüncü aşama damıtma sürecinin sonuçları Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7:** İkinci Aşama Damıtma İşlemi Atık Tank Sıvılarının Geri İşlenme Damıtma Verileri

| Tank | Sıvı Derişimleri [mol / mol] |           |         | Tutulan Miktar [mol] |
|------|------------------------------|-----------|---------|----------------------|
|      | Cyclohexane                  | N-heptane | Toluene |                      |
| P1   | 0.89926                      | 0.09830   | 0.00244 | 12.30                |
| S1   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| P2   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| S2   | 0                            | 0         | 0       | 0                    |
| P3   | 0.22300                      | 0.68390   | 0.09310 | 791.78               |

Görüldüğü gibi, üçüncü aşamadaki damıtmanın verimi çok düşüktür. Üç aşamalı damıtmanın toplam sonuçları Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8:** Üç Aşamalı Damıtma İşlemi Özeti

| Bileşen                  | Tutulma Miktarı [mol] |          |          |         |
|--------------------------|-----------------------|----------|----------|---------|
|                          | 1. Aşama              | 2. Aşama | 3. Aşama | Toplam  |
| Cyclohexane (90%)        | 635.29                | 456.97   | 12.30    | 1104.56 |
| N-heptane (80%)          | 369.93                | 0        | 0        | 369.93  |
| Toluene (66%)            | 663.89                | 0        | 0        | 663.89  |
| Amount of Slop Cut Tanks | 1261.05               | 804.08   | 791.78   | 791.78  |

Üç aşamalı damıtma sonucunda KF 180.83 mol / saat olarak hesaplanmıştır. Bu işlemde, toplam süreyi hesaplarken kazanı doldurmak ve boşaltmak için gerekli zaman üç kez (0.5x3 saat) ve ayrıca yeni besleme, birinci ve ikinci geri dönüşüm süreçlerinin işlem süreleri eklemiştir. Geri dönüşüm süreci olmadan elde edilen kapasite faktörü 252,7456 mol / saat, geri dönüşüm süreci uygulandığında ise 180,826 mol / saat'dir. KF'teki farklılık ürün tanklarında tutulan miktarın artmasının yanı sıra ilk besi ve atık tanklarının ayrışması için geçen sürenin de artmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca, Tablo 8'deki verilerden net verimlilik, toplam besinin %72.95'i olarak hesaplanabilir. Geri dönüşüm ile ayrıştırma verimliliğinde %28.072 artış olmuştur. Sonuç olarak, atık tanklarında toplanan birikimlerin geri döndürülmesi ayrıştırma verimliliğini önemli derecede arttırmaktadır.

## 7. Sonuçlar

Bu çalışmanın amacı çok bileşenli kesikli dolgulu damıtma kolonunda damıtılan miktarı belirli bir zamanda, arttırmak için optimal geri akış oranını kapasite faktörü kullanarak belirlemektir. Çalışmada optimal geri akış oran profiline derişime ve zamana bağlı parçalı sabit bir fonksiyon olduğu bulunmuştur. İkinci ve daha sonraki damıtma aşamalarında

kullanılmak üzere atık tanklarındaki birikimlerin geri döndürülmesi damıtılan ürünlerin miktarını ilk besinin %28.072'si kadar arttırmıştır. Çalışılan üç bileşenli damıtma kolonunda, ikinci aşamanın en uçucu bileşenini toplamak için yeterli olduğu, üçüncü aşamanın damıtılan ürün miktarına önemli bir katkısı olmadığı bulunmuştur. Bu nedenle, çok bileşenli kesikli dolgulu damıtma kolonlarında bir geri döndürme sürecinin gerekli olduğu belirlenmiştir.

## 8. Teşekkür

Yazarlar TUBITAK'ın çalışma sürecinde verdiği desteğe teşekkür ederler.

## 9. Kaynakça

- [1] R.H. Perry, D. W. Green, J. D. Maloney, "Perry's Chemical Engineer's Handbook", McGraw-Hill, NewYork, 7. edn, 1997.
- [2] B. H. L. Betlem, "Batch Distillation Column Low – Order Models for Quality Program Control", Chemical Engineering Science, Volume 55, pp. 3187 – 2194, 2000.
- [3] U. M. Diwekar, "Batch Distillation: Simulation, Optimal Design and Control", Taylor & Francis, Washington, 1996.
- [4] W. L. Luyben, "Multicomponent Batch Distillation 1. Ternary Systems with Slop Recycle", Ind. Eng. Chem. Res., Volume 27, pp. 642 – 647, 1988.
- [5] L. Bonny, "Multicomponent Batch Distillations: Study of Operating Parameters", Ind. Eng. Chem. Res., Volume 38, pp. 4759 – 4768, 1999.
- [6] Y. H. Kim, "Optimal Design and Operation of a Multi-product Batch Distillation Column Using Dynamic Model", Chemical Engineering and Processing, Volume 38, pp. 61 – 72, 1999.
- [7] M. M. Miladi and I. M. Mujtaba, "Optimisation of Design and Operation Policies of Binary Batch Distillation with Fixed Product Demand", Computers and Chemical Engineering, Volume 28, pp. 2377 – 2390, 2004.
- [8] K. H. Low and E. Sørensen, "Simultaneous Optimal Configuration, Design and Operation of Batch Distillation", AIChE Journal, Volume 51, No. 6, pp.1700 – 1713, June 2005.
- [9] I. M. Mujtaba and S. Macchietto, "Optimal Operation of Multicomponent Batch Distillation – Multiperiod Formulation and Solution", Computers Chem. Engng., Volume 17, No.12, pp.1191 – 1207, 1993.
- [10] U. Yıldız, "Multicomponent Batch Distillation Column Simulation And State Observer Design",

M. Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, 2002.

- [11] A. Bahar, "Modeling and Control Studies for a Reactive Batch Distillation Column", Ph. D. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, 2007.

## Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim Algoritması ile Van de Vusse Reaktör Denetimi

Levent Ucu<sup>1</sup>, İbrahim Beklan Küçükdemiral<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul  
lucun@yildiz.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul  
beklan@yildiz.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, Modele Dayalı Öngörülü Denetim(MDÖD) yönteminin en çok kullanılan algoritmalarından biri olan Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritmasının Van de Vusse reaktör denetiminde uygulanması gösterilmektedir. Bu çalışmada Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması ile ilgili teorik bilgiler verilmiş olup, bu algoritmanın Van de Vusse reaktör sisteminin denetiminde verdiği sistem çıkışı ve kontrol sinyali gibi sonuçlar üzerinde durulmuştur. Çalışmanın sonuçlar bölümünde Öngörülü Denetim ile elde edilen sonuçlar PID denetleyici ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Benzetimlerin ilk bölümünde sabit referans değeri için karşılaştırılan MDÖD ve PID denetleyicileri benzetimlerin ikinci bölümünde değişken referans için karşılaştırılmıştır.

### 1. Giriş

Modele Dayalı Öngörülü Denetim 1970'lerde ortaya atılmış ve günümüze değin büyük ölçüde geliştirilmiştir. MDÖD terimi tek bir kontrolör tasarım yöntemini değil, çok geniş bir denetim tasarım yöntemleri bütünü tanımlar. Bu yöntemlerin ortak özelliği sistem modelinin doğrudan kullanılması ve denetim işaretinin belirli bir ölçüte göre minimumlaştırarak elde edilmesidir. Bu tasarım yöntemleri ile elde edilen kontrolörler doğrusal yapıdadır [1].

MDÖD, sistemin gelecekteki davranışını optimize etmek için uygulanması gereken denetim dizisini hesaplayan bir kontrolör sınıfını nitelemektedir. MDÖD yöntemleri kullanılan sistem modeli, gürültü modelleri ve minimize edilecek olan ölçütler bakımından farklılık gösterirler. İlk olarak güç reaktörlerindeki ve petrol rafinerilerindeki denetim gereksinimlerine bağlı olarak özel geliştirilmiş olan bu yöntemler, günümüzde kimya, gıda, otomotiv, havacılık, metalürji ve kağıt endüstrilerini kapsayan geniş bir alana da uygulanmaktadır [2]. Son yıllarda hibrit yakıt pillerinin denetiminde de MDÖD algoritmaları kullanılmaya başlanmıştır [3].

Clarke, Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritmasını 1987'deki çalışmasında ortaya atmıştır. Bu algoritma

Genelleştirilmiş Minimum Varyans metodunun temellerine dayanmaktadır [4]. Daha sonraki yıllarda bu algoritma üzerinde özellikle kararlılık ve dayanıklılık konusunda son yıllarda pek çok çalışmalar yapılmıştır [5,6].

### 2. Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim Algoritması

#### 2.1. Sistem Modeli Kullanılarak Öngörü Parametrelerinin Bulunması

Tek girişli tek çıkışlı doğrusal olmayan sistemler bir denge noktası etrafında lineerleştirilerek denklem (1) biçiminde ifade edilebilir. Bu denklemde  $e(t)$  beklenen değeri sıfır olan beyaz gürültü,  $d$  ise sistemin ölü zamanıdır [1].

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})e(t) \quad (1)$$

A, B ve C polinomları ise

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n} \\ B(z^{-1}) &= b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nz^{-n} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_mz^{-m} \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde dir.

Denklem (1)'deki model "Controller Auto-Regressive Moving Average" (CARMA) modeli olarak bilinmektedir. Endüstride kullanılan sistemlerin çoğu durağan olmadığından dolayı entegre edilmiş CARMA (CARIMA) modelinin daha uygun olacağı düşünülmüştür [1].

CARIMA modeli, denklem (3)'de ifade edildiği şekilde oluşturulmuştur.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1) + C(z^{-1})\frac{e(t)}{\Delta} \quad (3)$$

$$\Delta = 1 - z^{-1}$$



Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması ile verilen amaç ölçütünü minimize edecek denetim işareti dizisi saptanmaya çalışılır.

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (4)$$

Denklem (4)'de  $\hat{y}(t+j|t)$  ifadesi,  $t$  anındaki bilgilerden ve modelden yararlanılarak elde edilen  $j$  adım ilerideki optimum sistem çıkışı öngörüsünü,  $N_1$  minimum ölçüt ufkunu,  $N_2$  maksimum ölçüt ufkunu,  $\delta(j)$  ve  $\lambda(j)$  ağırlık parametrelerini,  $w(t+j)$  ise gelecekteki referans yörüngesini ifade etmektedir.

Optimum  $\hat{y}(t+j|t)$  öngörü değerleri elde edilirken  $j \geq N_1$  ve  $j \leq N_2$  aralığı kullanılır.

Diophantine eşitliği; denklem (5)'de verilmiştir.

$$I = E_j(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-j}F_j(z^{-1}) \quad (5)$$

$$\tilde{A}(z^{-1}) = \Delta A(z^{-1})$$

$E_j$  ve  $F_j$  polinomları 1 sayısını, kalan  $z^j F_j(z^{-1})$ 'in çarpanı olana dek  $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölerek elde edilebilirler. Bu bölmenin bölümü  $E_j(z^{-1})$  polinomudur.

$$\tilde{A}(z^{-1})E_j(z^{-1})y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (6)$$

Denklem (6); denklem (7) olarak da yazılabilir.

$$(I - z^{-1}F_j(z^{-1}))y(t+j) = E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (7)$$

Denklem (7) tekrar düzenlendiğinde denklem (8) elde edilir.

$$y(t+j) = F_j(z^{-1})y(t) + E_j(z^{-1})B(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + E_j(z^{-1})e(t+j) \quad (8)$$

$E_j(z^{-1})$  polinomunun derecesi  $(j-1)$  olduğundan yukarıdaki eşitlikteki gübürlü terimi geleceğe ilişkindir.  $y(t+j)$  için en iyi öngörü ifadesi denklem (9) olacaktır.

$$\hat{y}(t+j|t) = G_j(z^{-1})\Delta u(t+j-d-1) + F_j(z^{-1})y(t) \quad (9)$$

Denklem (9) ifadesinde

$$G_j(z^{-1}) = E_j(z^{-1})B(z^{-1}), \quad (10)$$

ifadesi kullanılmıştır.

$E_j$  ve  $F_j$  polinomlarını elde etmek için rekürsif yöntemler vardır. Burada ise basit bir yöntem ele alınacaktır.

$E_j$  ve  $F_j$  polinomları, 1 sayısı  $z^j F_j(z^{-1})$  kalanın çarpanı olana kadar  $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölünerek elde edilir. Bu polinomlar denklem (11) ve (12) şeklinde tanımlanabilir.

$$F_j(z^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}z^{-1} + \dots + f_{j,na}z^{-na} \quad (11)$$

$$E_j(z^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}z^{-1} + \dots + e_{j,j-1}z^{-(j-1)} \quad (12)$$

Aynı yöntem  $E_{j+1}$  ve  $F_{j+1}$  değerlerini elde etmek için de kullanılır. Bu durumda ise 1 sayısı  $z^{-(j+1)}F_{j+1}(z^{-1})$  kalanın çarpanı olana dek  $\tilde{A}(z^{-1})$ 'ye bölünür. Bu durumda  $F_{j+1}(z^{-1})$  denklem (13)'de gösterildiği şekilde elde edilir.

$$F_{j+1}(z^{-1}) = f_{j+1,0} + f_{j+1,1}z^{-1} + \dots + f_{j+1,na}z^{-na} \quad (13)$$

Bu durumda,  $E_j$  ve  $F_j$  elde edilip  $E_{j+1}$  ve  $F_{j+1}$  ifadelerinin elde edilmesi için bölmenin bir adım daha yapılması yeterli olacaktır.  $E_{j+1}$  polinomu ise denklem (14)'de ifade edilen şekilde olacaktır.

$$E_{j+1}(z^{-1}) = E_j(z^{-1}) + e_{j+1,j}z^{-j} \quad (14)$$

$e_{j+1,j} = f_{j,0}$  olduğundan dolayı  $F_{j+1}$  polinomunun katsayıları denklem (15)'de ifade edildiği şekilde olacaktır.

$$f_{j+1,i} = f_{j,j+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1} \quad i = 0 \dots na-1 \quad (15)$$

Bu denklemler kullanılarak denklem (16) ve (17) ile ifade edilen eşitlikler elde edilir.

$$G_{j+1} = E_{j+1}B = (E_j + f_{j,0}z^{-j})B \quad (16)$$

$$G_{j+1} = G_j + f_{j,0}z^{-j}B \quad (17)$$

$$g_{j+1,j+i} = g_{j,j+1} + f_{j,0}b_i \quad i = 0 \dots nb \quad (18)$$

Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim probleminin çözülebilmesi için denklem (19)'da gösterilen ölçütü minimize edecek denetim işareti dizisinin bulunması gerekmektedir. Eğer sistemin ölü zamanı  $d$  örnekleme zamanına eşit ise sistem çıkışı sistem girişinden  $(d+1)$  örnekleme zamanı sonra etkilenecektir. Bu nedenle minimum öngörü ufkunu  $d+1$ 'den küçük seçmek anlamlı olmayacaktır.

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j|t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N_u} \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2 \quad (19)$$

Öngörü ufkı boyunca öngörü değerlerini denklem (20)'deki şekilde elde edilir [1].

$$\begin{aligned}\hat{y}(t+d+1|t) &= G_{d+1}\Delta u(t) + F_{d+1}y(t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) &= G_{d+2}\Delta u(t+1) + F_{d+2}y(t) \\ &\vdots\end{aligned}\quad (20)$$

$$\hat{y}(t+d+N|t) = G_{d+N}\Delta u(t+N-1) + F_{d+N}y(t)$$

Bu değerler toplu bir ifade olarak denklem (21)'de gösterildiği şekilde yazılabilir.

$$y = Gu + F(z^{-1})y(t) + G'(z^{-1})\Delta u(t-1) \quad (21)$$

Bu toplu ifadedeki elemanlar ise denklem (22)'de gösterilen açık ifadeleriyle verilmiştir.

$$\begin{aligned}y &= \begin{bmatrix} \hat{y}(t+d+1|t) \\ \hat{y}(t+d+2|t) \\ \vdots \\ \hat{y}(t+d+N|t) \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N-1) \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \cdots & g_0 \end{bmatrix} \\ G'(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} (G_{d+1}(z^{-1}) - g_0)z \\ (G_{d+2}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1})z^2 \\ \vdots \\ (G_{d+N}(z^{-1}) - g_0 - g_1z^{-1} - \cdots - g_{N-1}z^{-(N-1)})z^N \end{bmatrix} \\ F(z^{-1}) &= \begin{bmatrix} F_{d+1}(z^{-1}) \\ F_{d+2}(z^{-1}) \\ \vdots \\ F_{d+N}(z^{-1}) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (22)$$

Eğer t anında sisteme denklem (23)'teki şartları sağlayan bir basamak girişi uygulanırsa çıkışın beklenen değerleri, G matrisinin birinci sütununa eşit olacaktır.

$$\Delta u(t) = 1, \Delta u(t+1) = 0, \dots, \Delta u(t+N-1) = 0 \quad (23)$$

Serbest yanıt, rekürsif olarak denklem (24) ifadesi kullanılarak hesaplanabilir.

$$\begin{aligned}f_{j+1} &= z(1 - \tilde{A}(z^{-1}))f_j + B(z^{-1})\Delta u(t-d+j) \\ f_0 &= y(t), \Delta u(t+j) = 0 \quad \{j \geq 0\}\end{aligned}\quad (24)$$

## 2.2. Denetim Kuramının Elde Edilmesi

$y=Gu+f$  genel ifadesi kullanılarak amaç ölçütü denklem (25) biçiminde yazılabilir [7].

$$J = (Gu + f - w)^T (Gu + f - w) + \lambda u^T u \quad (25)$$

Denklem (25)'i daha sade bir ifade ile yazmak istersek denklem (26) elde edilir.

$$J = \frac{1}{2}u^T H u + b^T u + f_0 \quad (26)$$

Denklem (26)'da denklem (27)'de bulunan ifadeler yer verilmiştir.

$$\begin{aligned}H &= 2(G^T G + \lambda I) \\ b^T &= 2(f - w)^T (f - w) \\ f_0 &= (f - w)^T (f - w)\end{aligned}\quad (27)$$

J ölçütünü minimum yapmak için gereken denetim kuralı, kısıtlamaların bulunmadığı durumlarda J'nin türevi alınıp sıfıra eşitlenerek denklem (28) ifadesi olarak bulunabilir [4].

$$u = -H^{-1}b = (G^T G + \lambda I)^{-1}G^T (w - f) \quad (28)$$

Bu durumda denklem (28)'de elde edilen u vektörünün sadece ilk elemanı sisteme uygulanır.

$$(G^T G + \lambda I)^{-1}G^T \quad (29)$$

Denklem (29) ifadesinde elde edilen matrisin ilk elemanı K olmak üzere  $\Delta u(t)$ , denklem (30) şeklinde elde edilebilir.

$$\Delta u(t) = K(w - f) \quad (30)$$

Denklem (30)'dan anlaşılacağı üzere, eğer gelecekte sistemin serbest yanıtı ile referans arasında öngörü hatası yoksa ( $w-f=0$ ), bu durumda sistemin serbest yanıtıyla istenilen durum sağlandığından dolayı sisteme denetim sinyali uygulanmayacaktır. Aksi takdirde yani sistemde öngörülen bir hata varsa bu durumda gelecekteki bu hataya bağlı olarak denetim sinyalinde K vektörüne bağlı olarak bir artım olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta; sisteme uygulanan denetim hareketinin geçmişteki sistem hatalarından değil, gelecekteki öngörülen sistem hatalarından etkilenmesidir. Bu durum ise model öngörülü denetim algoritmalarını diğer algoritmalarından ayıran en önemli özelliklerden biridir [7].

## 3. Van de Vusse Reaktörü

Van de Vusse reaktörü, seçilen çalışma noktasına göre farklı giriş-çıkış karakteristiklerine sahip olması nedeniyle, farklı kontrol algoritmalarının uygulandığı çalışmalarda oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır [8,9]. Bu çalışmada, Tablo 1'de verilen çalışma noktası değerleri için sistem incelenmiştir [8].

Tablo 1: Van de Vusse Çalışma Noktası Değerleri

|          |                          |
|----------|--------------------------|
| $C_{As}$ | 3 g/mol/litre            |
| $C_{Bs}$ | 1.117 g/mol/litre        |
| $F_s/V$  | 0.5714 dak <sup>-1</sup> |

Van de Vusse reaktörünün dinamik denklemleri denklem (31)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\frac{dC_A}{dt} &= \frac{F}{V}(C_{Af} - C_A) - k_1 C_A - k_3 C_A^2 \\
\frac{dC_B}{dt} &= -\frac{F}{V}C_B + k_1 C_A - k_2 C_B \\
A &= \begin{bmatrix} -\frac{F_s}{V} - k_1 - 2k_3 C_{As} & 0 \\ k_1 & -\frac{F_s}{V} - k_2 \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} C_{Afs} - C_{As} \\ -C_{Bs} \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (31)$$

Bu denklemlerde  $k_1$ ,  $k_2$  ve  $k_3$  katsayıları bu sistemdeki reaksiyon katsayılarıdır.

$C_{As}$  karışımdaki birinci bileşenin konsantrasyonu,  $C_{Bs}$  ise karışımdaki ikinci bileşenin konsantrasyonu ve  $F_s/V$  ise seyreltme oranını ifade etmektedir.

Van de Vusse reaktörü durum uzayı formunda denklem (32)'de verilmiştir [8].

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} -2.4048 & 0 \\ 0.83333 & -2.2381 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 7 \\ -1.117 \end{bmatrix} \\
C &= [0 \quad 1] \quad D = [0]
\end{aligned} \quad (32)$$

Van de Vusse reaktör probleminde, sistem çıkışı ikinci bileşen konsantrasyonu, denetim sinyali ise seyreltme oranıdır. Bu durumda sistemin transfer fonksiyonu denklem (34)'de ifade edilmiştir. Analitik olarak transfer fonksiyonu denklem (33)'teki ifade kullanılarak hesaplanır.

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (33)$$

$$g_p(s) = \frac{-1.1170s + 3.1472}{s^2 + 4.6429s + 5.3821} = \frac{0.5848(-0.3549s + 1)}{0.1828s^2 + 0.8627s + 1} \quad (34)$$

#### 4. Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim Algoritmasının Probleme Uygulanması

Durum uzayı formundaki Van de Vusse reaktör problemini 0.1 örnekleme zamanı için ayrıştırdığımızda denklem (35)'teki ifade elde edilir.

$$G_z = \frac{-0.03852z^2 + 0.01263z + 0.5115}{z^2 - 1.584z + 0.6273} \quad (35)$$

G matrisinin elde edilmesi için gerekli olan  $\tilde{A}(z^{-1})$  polinomu CARMA modeli kullanılarak denklem (36)'de gösterildiği şekilde elde edilir.

$$\tilde{A} = 1 - 2.584z^{-1} + 2.211z^{-2} - 0.6273z^{-3} \quad (36)$$

Bu problem çözülürken öngörü ufkü 10, kontrol ufkü 1 olarak alınmıştır. Bu durumda elde edilen G matrisi denklem (37)'daki gibidir.

$$G = \begin{bmatrix} -0.0385 \\ -0.0869 \\ -0.0882 \\ -0.0600 \\ -0.0145 \\ 0.0398 \\ 0.0973 \\ 0.1544 \\ 0.2087 \\ 0.2590 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Denetim sinyalinin ağırlığı olan  $\lambda$ , bu problemde 0 olarak seçilmiştir. Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması kullanılarak K kazancı denklem (38)'teki şekilde elde edilmektedir.

$$(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T \quad (38)$$

Bu noktada dikkat edilmesi gereken durum, bu algoritmada kayan yüzey mantığı kullanıldığından dolayı K kazancı hesaplanırken denklem (38)'den elde edilen matrisin sadece ilk satırı dikkate alınır.

$$K = [-0.232 \quad -0.523 \quad -0.531 \quad -0.361 \quad -0.087 \quad 0.239 \quad 0.585 \quad 0.929 \quad 1.256 \quad 1.559] \quad (39)$$

Denklem (39)'daki K kazanç vektörü kullanılarak  $\Delta u(t)$  polinomu denklem (40)'da görüldüğü şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
\Delta u(t) &= 2.927w(t) - 3.5987\Delta u(t-1) - 3.0383\Delta u(t-2) \\
&\quad - 62.048y(t) + 96.4005y(t-1) + 37.2611y(t-2)
\end{aligned} \quad (40)$$

Van de Vusse Reaktör problemi için elde edilen denetim kuralı denklem (41)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
u(t) &= 2.927w(t) - 2.5987u(t-1) + 0.560u(t-2) + 3.0383u(t-3) \\
&\quad - 62.0648y(t) + 96.4005y(t-1) - 37.2611y(t-2)
\end{aligned} \quad (41)$$

Denetim sinyali  $u(t)$  hesaplandıktan sonra reaktörün matematiksel modeline uygulandığında sonuçlar bölümündeki grafikler elde edilmiştir.

#### 5. Tartışma

Şekil 1 ve Şekil 2'deki benzetim sonuçlarından görüldüğü üzere Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması ile kontrol edilen Van de Vusse sürecinde sistemin çıkış değeri üst aşım yapmamıştır ve PID denetleyiciye göre daha kısa zamanda referans değerine oturmuştur.

Uygulanan denetim sinyalinin değeri göz önüne alındığında ise Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması kullanıldığında PID denetleyiciye göre çok daha küçük değerli bir denetim sinyali kullanılarak sistem kontrol edilmiştir.

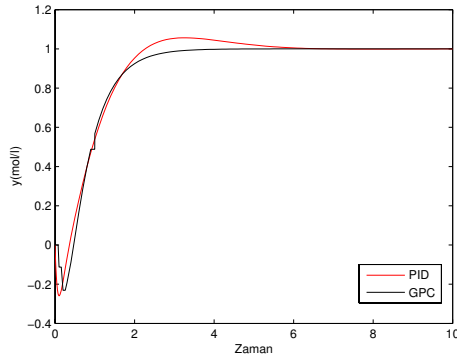
Şekil 3 ve Şekil 4'teki benzetim sonuçlarında ise önceki benzetimlerde sabit referans değerleri için karşılaştırılan Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim ve PID denetleyici

değişken referans değerleri için karşılaştırılmıştır. Değişken referans değerleri için de Genelleştirilmiş Öngörülü Kontrol algoritması kullanıldığında hem daha iyi bir sistem cevabı elde edilmekte, hem de daha az bir kontrol sinyali uygulanarak sistem kontrol edilebilmektedir.

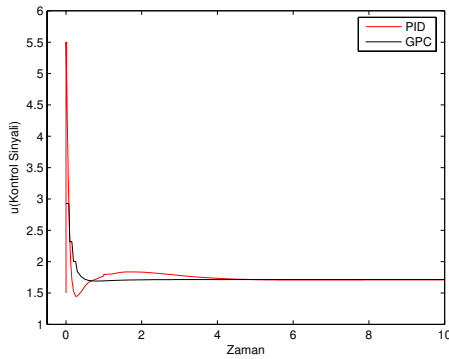
Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması ve diğer MDÖD algoritmaları öngörü ufkü, denetim ufkü ve denetim sinyalinin ağırlığı gibi parametreler doğru seçildiği ve sistem modellemesi doğru yapıldığı takdirde pek çok klasik denetim algoritmasından hem denetim sinyali hem de sistem çıkışı açısından daha iyi sonuç vermektedir [9].

## 6. Sonuçlar

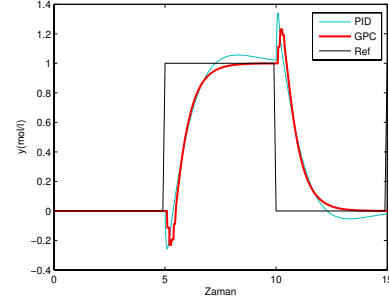
Bu çalışmada Van de Vusse reaktörünün denetimi Genelleştirilmiş Öngörülü Denetim algoritması kullanılarak yapılmıştır. Matlab ortamında elde edilen benzetim sonuçları, Ziegler-Nichols yöntemiyle tasarlanan PID denetleyicinin aynı probleme uygulanmasıyla elde edilen benzetim sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Şekil 1 ve Şekil 2’de sabit referans için sistem çıkışı ve kontrol sinyali değerleri, Şekil 3 ve Şekil 4’de ise değişken referans değeri için sistem çıkışı ve kontrol sinyali değerleri verilmiştir.



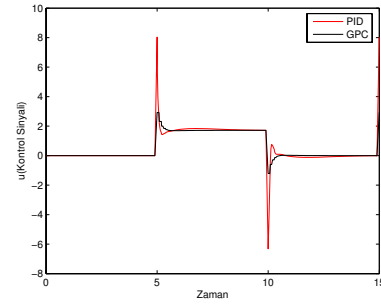
Şekil 1: Van de Vusse Reaktör probleminin PID denetleyici ve GPC algoritmalarına ait sistem çıkışı grafikleri (sabit referans)



Şekil 2: Van de Vusse Reaktör probleminin PID denetleyici ve GPC algoritmalarına ait denetim sinyali grafikleri (sabit referans)



Şekil 3: Van de Vusse Reaktör probleminin PID denetleyici ve GPC algoritmalarına ait sistem çıkışı grafikleri (değişken referans)



Şekil 4: Van de Vusse Reaktör probleminin PID denetleyici ve GPC algoritmalarına ait denetim sinyali grafikleri (değişken referans)

## 7. Kaynakça

- [1] E. F. Camacho and C. Bordons, *Model Predictive Control*, Springer, 2003.
- [2] J. M. Maciejowski, *Predictive Control with Constraints*, Prentice Hall, 2002.
- [3] Vahidi A., Stefanopoulou A., Peng H., "Current Management in a Hybrid Fuel Cell Power System: A Model-Predictive Control Approach", *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 2006.
- [4] Clarke D. W., Mohtadi C., "Properties of Generalized Predictive Control", *Automatica*, 25(6):859-875, 1989.
- [5] Wei H., Jiang J., Zhen X., Pan L., Wen G., "Simple Generalized Predictive Control Algorithm with Stability Design", *Intelligent Systems Design and Applications, 2006, Volume 2*, 2006.
- [6] Goma H.W., Owens D.H., "Stability analysis for generalized predictive control (GPC) and time varying weighting generalized predictive control (TGPC)", *Control Applications, 2004. Proceedings of the 2004 IEEE International Conference Volume 2*, 2004.
- [7] S. Amjad, H. N. Al-Duwaish, "Model Predictive Control of Shell Benchmark Process", *IEEE-ICECS*, 2003.
- [8] B. W. Bequette, *Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation*, Prentice Hall, 1998.
- [9] B. W. Bequette, *Process Control: Modeling, Design and Simulation*, Prentice Hall, 2003.

# Yüksek Duyarlılıklı Hareket Denetleyicilerin Deneysel İncelenmesi

Asanterabi Malima, Erhan Demirok ve Asif Sabanovic

Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi  
Sabancı Üniversitesi, İstanbul

{malima, erhandemirok}@su.sabanciuniv.edu, asif@sabanciuniv.edu

## Özetçe

Bu bildiride, mikro-nano ölçekli sistemlerdeki manipülatörler için yüksek duyarlılıkta hareket denetimi incelenmiştir. PID, kayan kipli denetleyici (KKD), ayrık kayan kipli denetleyici (AKKP) ve nöron-kayan kipli denetleyicisinin (NKKD) yüksek duyarlılıklı Maxon RE40 148877 DC motorlu sistem karakteristiğine etkisi ele alınmıştır. Sistemin kararlılığını sağlamak için kararlılık çözümlemesi Lyapunov ölçütü ile gerçekleştirilmiştir. MATLAB benzetim sonuçları ile dSpace deney düzeneğinden elde edilen sonuçlar karşılaştırma amacıyla sonuçlar kısmına eklenmiştir.

## 1.Giriş

Mekanik manipülatörleri, işleme makineleri, mikroelektronik üretim cihazları ve otomatik muayene makineleri gibi hareket denetleyicilerle desteklenen modern mekanik sistemlerin duyarlılık denetiminde yüksek hızda, doğrulukta ve dayanıklı konum referans izleme performansı beklenmektedir. Özellikle mikroelektronik ve modern mekanik cihazların minyatürleştirilmesinde yüksek duyarlılıkta denetimin gerekliliği kaçınılmazdır. Deneylerin gerçekleştirilmesinde gerekli duyarlılıkta denetim, ölçme ile belirlenir ve sınırlanır. Konum hata bilgisinin geçici (transient) zaman boyunca kodlayıcı (encoder) çözünürlüğünde hesaplanması amacıyla kodlayıcıyı kullanırken ölçmenin denetleyici duyarlılığı üzerine etkisi gözlemlenmiştir.

Bu bildirinin amacı, ikinci mertebeden ve m kütleli sarkaç modeli ile yüklenen bir elektrik motorundan oluşan sistem için yüksek duyarlılıkta bir denetleyici geliştirmektir. Sinüzoidal referans girişli ve akım sınırlı sarkaç yüklü DC motorun (Şekil 1) konum denetimini sağlayacak bir denetleyici tasarlanacaktır. Çok küçük cihazların mikro-nano ölçekli manipülasyonlarındaki çevre koşullarından dolayı böyle manipülatörler için yüksek duyarlılıklı hareket denetleyicileri gerektiğinden literatürde kullanılan değişik tiplerdeki denetleyiciler incelenmiş, sistemin modeli benzetilerek davranışı gözlemlenmiş ve sonunda denetleyiciler gerçek DC motor üzerinde gerçek zamanda dSpace 1103 arayüzü ve kartı kullanılarak uygulanmıştır.

Böyle bir deneyi gerçekleştirirken statik sürtünme (stiction), Coulomb ve viskoz sürtünmeleri gibi sürtünmelerden kaynaklanan belirsizlikler ile eylemsizlikten kaynaklanan belirsizlikler göz önünde bulundurulmuştur [1]. Bu belirsizliklerin etkisini ortadan kaldırmak için bağlantısız (offline) deneylerle doğrusal olmayan sürtünme modeli elde edilerek sürtünme dengelemesi (friction compensation) tabanlı duyarlı model önerilmiştir [1]. Bu tip bozan etkenlerin (disturbance) üstesinden gelebilmek için literatürde bozan etken gözlemleyicisi uygulaması [2] gibi daha verimli yaklaşımlar kullanılmıştır. Bozan etken gözlemleyicisinin en önemli getirisi, dc bozan etken sinyalleri ile sınırlı olmaması ile birlikte bozan etken söndürmesi (disturbance rejection) için gerekli bant genişliğinin her zaman ayarlanabilir olmasıdır. Ancak

gerekçemiz, duyarlılığın kullanılan denetleyicinin dayanıklı ve kararlı olmasına bağlı yapısal olmayan ortamlardaki duyarlı DC motorları, piezo eyleyicileri (actuator) ve diğer mekanik manipülatörlerin denetimidir. İlk defa Utkin'in [3] değişken yapıli sistemlere kayan kipli denetim fikrini ortaya atmasıyla birlikte getirisinden dolayı kayan kipli denetleyiciler (KKD) birçok uygulamada çekici hale gelmiştir. Kayan kip sadece belirlenen bir anahtarlama yüzeyi ile yönlendirilir ve bu yüzden durum yörüngesi (state trajectory) daha önce bahsettiğimiz belirsizliklere karşı duyarsızdır [3].

Kayan kipli ve ayrık kayan kipli denetleyicileri incelememizi genişletmek için Yıldız ve Sabanovic'in ele aldığı [4] nöro-kayan kipli denetleyicisi uygulaması da göz önünde bulundurulmuştur. Sistemdeki konum hata ortalamasının karesi olarak tanımlanan performans fonksiyonunun ağırlık katsayılarını güncellemek için geri yayılım algoritması kullanılmıştır.

2. bölüm sistem dinamiğinin kuramsal tartışmasını içermektedir. Sistem modellemesi ve denetleyici tasarımı için bu çözümleme gereklidir. Altbölüm 2.1'de derin ayrıntılara yer vermek yerine deneyde kullanılan PID denetleyicisi ile ilgili açıklamalar bulunmaktadır. Altbölüm 2.2 denetleyici tasarımı ve kayan kipli denetleyicinin (KKD) sistemimizdeki uygulamasını barındırırken altbölüm 2.3'te ise ayrık kayan kipli denetleyici (AKKP) uygulaması yapılmıştır. Altbölüm 2.4 sinir ağlarının kayan kipli denetleyicileri üzerindeki etkisini kapsamaktadır. 3. bölüm yüksek duyarlılıkta denetim, 4. bölüm deneyler ve sonuçları kapsamaktadır. 5. bölümde ise deney sonuçlarının yorumlanmasına yer verilmiştir.

## 2.Sistem Dinamiği ve Modelleme

Otomatik kontrol alanı telekomünikasyon, endüstriyel süreç, taşıtlar, güç sistemleri gibi uygulama alanlarında geribesleme ihtiyaçlarının ve problemlerin görülmesiyle 1940'lı yılların ortalarında ortaya çıkmıştır. Değişik özellikteki komponentlerden oluşan duyarlı güvenilir kuvvetlendiricilerin tasarımının anahtar problem olmasıyla telekomünikasyon sektörü geribeslemeli sistemlere başlıca etken olmuştur [8]. Bu fikir, bize denetleyici olarak kayan kipli denetleyicinin kullanılması hakkında motivasyon sağlamıştır.

Problemi genel çerçeve içerisinde vurgularsak, denetlenecek sistem olan DC motorun dinamik denklemi:

$$T = k_T i = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} \quad \dots\dots\dots(1)$$

olmaktadır ve yük olarak ucuna bir kütle bağlı sarkaç bulunmaktadır (Şekil 1)

Burada:

$T$ : DC motordan gelen tork

$k_T$ : Motorun tork sabiti

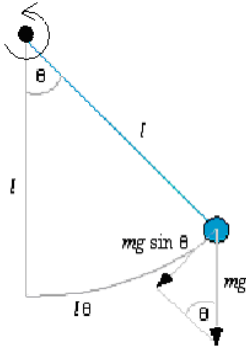
$J$ : Motorun rotor eylemsizliği

$b$ : Motorun sönüm katsayısı

$\ddot{\theta}$ : Açılal ivme

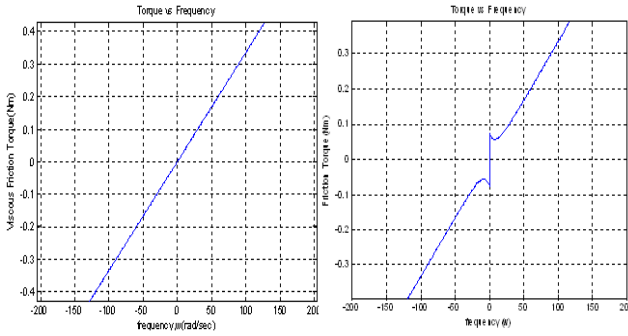
$\dot{\theta}$  : Açısal hız

$k_T$  ve  $J$  motor katalogunda verilen parametrelerdir.



Şekil 1: Motor yükü olarak basit sarkaç modeli

Deneyler gerçekleştirilirken Coulomb sürtünmesi doğrusal fonksiyon olarak dikkate alınmıştır ve benzetim için Coulomb sürtünmesi DC motorun statik sürtünmesiyle birlikte modellenmiştir (Şekil 2).



Şekil 2: (a)Sadece viskoz sürtünme ve (b)Viskoz ve statik sürtünmelerin sistemde birarada olmaları

Aşağıda sırayla ayrıntılandırılmış olarak öne sürdüğümüz denetleyici tasarımları sürekli hal hatalarını, salınımları ve modellenemeyen doğrusal olmayan sinyalleri ortadan kaldırmak için DC motorlu sistemimize uygulanmıştır.

- İlk olarak sistemin karakteristiği sürekli hal hatasının integral katsayısıyla ve geçici halinin denetiminin türev katsayısıyla incelenmesi için PID denetleyicisi kullanılmıştır.
  - DC motorlu sistem dinamiğindeki sürekli hal hatasını ve salınımları gidermek için kayan kipli denetleyici kullanılmıştır.
  - Daha sonra önceki adımda beklendiği gibi gözlemlenen dalgalanmaları veya çatırdamaları (chattering) önlemek için ayrık kayan kipli denetleyici kullanılmıştır.
  - Son olarak modellenemeyen doğrusal olmayan dinamikleri, çalışma esnasındaki parametre değişimlerini ve beklenmeyen dış bozucu etkenlerin üstesinden gelmek için nöro-kayan kipli denetleyici denenmiştir.
- İzleyen altbölümlerde yukarıda bahsedilen denetleyici tasarımlarının DC motorlu sistemimize nasıl uygulandığı hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir.

#### Sistemin Durum Uzay gösterimi:

Denkleml'e yük modeli eklendiğinde

$$T + T_l = k_T i = J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + mgl \sin \theta \dots\dots\dots(2)$$

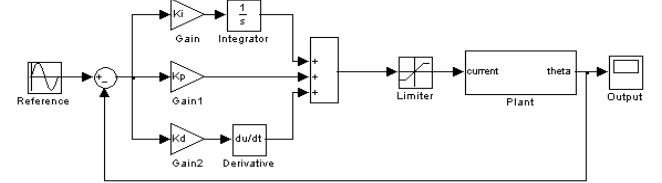
olmaktadır.  $x_1 = \theta$  ve  $x_2 = \dot{\theta}$  dinamik sistemimizin durum değişkenleri olarak alındığında bütün sistemin matematiksel modeli,

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{b}{J}x_2 - \frac{mgl \sin x_1}{J} + \frac{k_T}{J}i \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

olmaktadır.

#### 2.1.PID Denetleyicisinin Sistem Üzerinde Uygulaması

Hedeflenen denetim belirtilerine göre tanımlanan parametrelerden türev katsayısının ( $K_D$ ) sistemin geçici rejimini, integral katsayısının da ( $K_I$ ) sürekli rejimdeki hatayı ortadan kaldırması beklenmektedir.



Şekil 3: PI denetimli sistemin kapalı döngü formu

Şekil 3'te türev kısmının yüksek kazançlı gözlemleyici ile hesaplanan genel düzenleyici (regulator) olarak klasik PID denetleyicisi, onu izleyen sınırlandırıcı görülmektedir. Bu yüzden genel regülatör, bu klasik denetleyicilerin doğal bir uzantısı olarak görülebilir. Klasik PI ve PID denetleyicileri ile kayan kipli denetleyici arasında bu bağlantı kurulmuştur çünkü kayan kipli çözümlemenin araçları yerel olmayan sonuçlar elde etmemizi sağlamaktadır.

PID denetleyici parametrelerini bir önceki deney aşamasına göre değiştirildiğinde ve ayarlandığında daha iyi karakteristikte akım denetimi ve çıkış açısal yer değiştirme (displacement) elde edilmektedir. En sonunda PID denetleyicisinin parametreleri  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  sırasıyla 120, 190 ve 1.1 değerlerini almaktadır.

Özellikle sistemdeki sürekli hal hatasını düşürmek için integral katsayısı artırılmış ve geçici hal cevabı için orantı katsayısı etkili olmuştur.

#### 2.2.Kayan Kipli Denetleyicinin Sistem Üzerinde Uygulaması

Kayan kipli denetim, sistem parametre değişikliklerine karşı dayanıklı ve bozucu etkenlere karşı duyarsız olmasından dolayı ilgi çekici bir denetim tekniği olmuştur. Ancak kayan kipli denetimin dalgalanma veya çatırdama ile sadece belirsizlik eşleşmesi (matched uncertainties) durumunda dayanıklı olması gibi sınırlamalardan dolayı kararlılık çözümlemenin yapılması gereklidir [5,6]. Belirsiz dinamik sistemlerin denetiminde özellikle iki kategoride vurgu yapılmaktadır. Birincisi, Lyapunov fonksiyonunun kullanımı ve belli koşulları sağlamak için bu belirsizliklerin (dinamik denklemlerdeki belirsizlik ya da dış bozucu etken belirsizliği) "eşleşme koşulu" (matching condition) diye adlandırılan bazı koşulları sağlamış olması gerekmektedir [7].

İkinci kategori, değişken yapıli sistem kuramı tabanlıdır ve durum uzayında sistemin durum yörüngesinin anahtarlama yüzeyi üzerinde olması ve diğer bütün izleyen süre boyunca bu yüzey üzerinde kalması hedeflenmektedir. Böylece "kayan kip" denetimi sağlanmış olmaktadır [9].

Kayan kipli denetim ile dayanıklı asimptotik izleme gerçekleştirilir. Durum hareketinin yüzey ile sınırlandırıldığı asimptotik takibin sağlandığı kayan bir yüzey seçilmelidir. Daha sonra anahtarlama yüzeyini durum yörüngesine göre çekici hale getirmek ve sonlu bir zaman içerisinde bütün durum yörüngelerinin bu yüzey üzerine ulaşmalarını garantilemek için sürekli olmayan

bir denetim yasası (control law) tasarlanır. Kararlılık, Lyapunov kanununa göre ölçüt alınmıştır. Bu yüzden yüzey

$$\sigma = Ce + \dot{e} \quad (4)$$

olarak seçilebilir. Denetleyicinin hesaplanması için verilen konum (theta) hatası için denklem 2 göz önüne alındığında eğer,

$$J\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + T_l = T = \kappa_T i \quad (5)$$

ise sistem durumları,

$$x_1 = \theta \Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{\theta}$$

$$x_2 = \dot{\theta} \Rightarrow \dot{x}_2 = \frac{1}{J}[-bx_2 - T_l + \kappa_T u] \quad (6)$$

olmaktadır. theta için hata,

$$e = \theta_{ref} - \theta \quad (7)$$

$$\dot{e} = \dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta} \quad (8)$$

O zaman kayan manifoldu hata ve hatanın zamana göre türevi olarak tanımlayabiliriz,

$$\sigma = Ce + \dot{e} \quad (9)$$

Denklem 9, sistem durumlarının hareketinin kayan kip manifoldu üzerinde kalması için bir koşuldur. Sistem kayan hareketine başlamasından itibaren hata ve hatanın zamana göre türevinden oluşan hareket denklemi,

$$\sigma = 0 \Rightarrow \dot{e} = -Ce \quad (10)$$

olmaktadır. Burada "C" kayan manifoldun eğimidir ve hatanın sıfıra gitme hızını göstermektedir. Ancak aşmaya (overshoot) sebep vermesinden dolayı eğimin çok yüksek değerler alması mümkün olmamaktadır. Sistemin kararlılığı için Lyapunov fonksiyonu denklem 11'deki gibi seçilmiştir.

$$V = \frac{\sigma^2}{2}, \quad V > 0 \text{ bütün } \sigma \text{ değerleri için} \quad (11)$$

V=0 sadece  $\sigma = 0$  için

V, pozitif tanımlı fonksiyon

Asimptotik kararlılık için Lyapunov fonksiyonunun türevi negatif tanımlı olması gerekmektedir.

$$\dot{V} = \sigma \cdot \dot{\sigma} = \sigma \cdot (C\dot{e} + \ddot{e}) \quad (12)$$

Eğer akım genliğini M olarak seçersek, durum hareketini kayan manifoldda tutmak için aşağıdaki eşdeğer denetleyiciyi seçebiliriz:

$$u = M \cdot \text{sign}(\sigma) = \begin{cases} M \Rightarrow \sigma > 0 & \text{için} \\ -M \Rightarrow \sigma < 0 & \text{için} \end{cases} \quad (13)$$

Eğer seçilen denetleyici yeteri kadar büyükse asimptotik kararlılık elde edilir bu yüzden  $\dot{V}$ 'nin negatif tanımlı olması sağlanmış olunur:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0^+} (\dot{\sigma}) < 0, \quad \dot{V} < 0$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0^-} (\dot{\sigma}) > 0, \quad \dot{V} < 0 \quad (14)$$

### 2.3. Ayrık Kayan Kipli Denetleyicinin Sistem Üzerinde Uygulanması

Kayan kipli denetleyicide olduğu gibi ayrık kayan kipli denetleyici de parametre değişikliklerine karşı dayanıklı ve bozucu etkenlere karşı duyarsız olmasından dolayı dayanıklı bir denetim tekniğidir. Ancak ayrık kayan kipli denetiminin de dalgalanma veya çatırdama ile sadece belirsizlik eşleşmesi durumunda dayanıklı olması gibi sınırlamalardan dolayı kararlılık çözümlemenin yapılması gereklidir.

Denetleyici, bilgisayarda belirli bir örnekleme frekansında uygulandığında çatırdama veya salınım problemleri sınır

bölgesinde (boundary layer) gözlemlendiği için ayrık kayan kipli denetleyici (AKKD) geliştirilmiştir.

Eğer denklem 11 ve 12' deki gibi  $v = \frac{\sigma^T \sigma}{2}$  ve  $\dot{v} = \sigma^T \dot{\sigma}$  ise,

$$\dot{\sigma} + D\sigma = 0 \quad (15)$$

olmaktadır.

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + b_k(x_k)u_k \text{ and } \frac{\partial \sigma}{\partial x} = G \quad (16)$$

$$\sigma_{k+1} = G(x_{k+1}^{ref} - f_k(x_k) - b_k(x_k)u_k) \quad (17)$$

$$u_{eqk} = u_k + (Gb_k)^{-1} s_{k+1} \quad (18)$$

$$u_{eqk} \approx u_{k-1} + (Gb_k)^{-1} s_{k+1} \quad (19)$$

Dikkat çekilmesi gereken önemli nokta denetleyicinin sürekli olması ve bu yüzden sistemde çatırdamanın olmaması beklenir.

$$(Gb)^{-1} = \begin{bmatrix} C & 1 \\ K_t & J \end{bmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} K_t \\ J \end{pmatrix}^{-1} = \frac{J}{K_t} \quad (20)$$

### 2.4. Nöro-Kayan Kipli Denetleyicinin Sistem Üzerinde Uygulanması

Çoğu denetim sistemleri bilinmeyen doğrusal olmayan dinamiklere sahiptir. Bilindiği gibi sinir ağları (SA) denetim sistemlerindeki bilinmeyen doğrusal olmayan dinamikleri, parametre değişimlerini ve beklenmeyen dış bozucu etkenleri ortadan kaldırmak için doğrusal olmayan herhangi bir fonksiyonu yaklaşık olarak benzetebilir.

Bildiride, sistemin kararlı ve dayanıklı olması için Lyapunov kararlılık kriterinden yararlanılarak nöro-kayan kipli denetleyicinin kullanımı sunulmuştur. Aşağıda ayrıntılandırıldığı gibi bu tip denetleyicinin çatırdamayı tamamiyle ortadan kaldırması beklenmektedir.

Denetleyici için referans olan denetim girişi denklem 21'deki gibi verilmektedir:

$$u = w_1 e + w_2 \dot{e} + w_3 \quad (21)$$

burada  $w_i$ 'ler konum hatası  $e$ 'nin, hatanın zamana göre türevi  $\dot{e}$ 'nin ve 1'in ağırlık katsayılarıdır (Şek. 4).

Denklem 22'deki hata fonksiyonunu minimize etmek için nöro-denetleyicilerin ağırlık katsayıları online olarak güncelleştirilir.

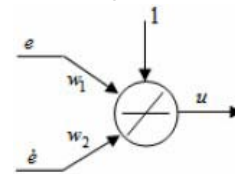
$$E = \frac{1}{2} (\dot{\sigma} + D\sigma)^2 \quad (22)$$

Burada,  $\sigma = Ce + \dot{e}$  (C ve D pozitif katsayılarıdır). Ağırlık katsayılarının güncellenmesi aşağıdaki gibidir:

$$W_1^{new} = W_1^{old} - n \frac{\partial E}{\partial W_1} \quad (23)$$

$$W_2^{new} = W_2^{old} - n \frac{\partial E}{\partial W_2} \quad (24)$$

$$W_3^{new} = W_3^{old} - n \frac{\partial E}{\partial W_3} \quad (25)$$



Şekil 4: Konum denetleyicisinin yapısı



Gerekli hesaplardan sonra aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$W_2^{new} = W_2^{old} - n(\dot{\sigma} + D\sigma)|e| \dots\dots\dots (26)$$

$$W_2^{new} = W_2^{old} - n(\dot{\sigma} + D\sigma)|\dot{e}| \dots\dots\dots (27)$$

$$W_3^{new} = W_3^{old} - n(\dot{\sigma} + D\sigma) \dots\dots\dots (28)$$

Burada  $\eta$  sabit bir terimdir.

### 3.Yüksek Duyarlılıklı Denetim

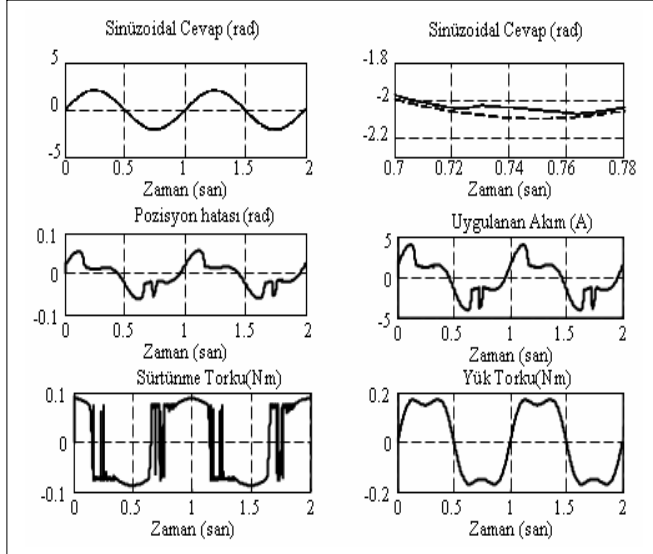
Daha önce belirttiğimiz gibi, amaç bir önceki bölümde kullandığımız denetleyicilerden elde edilen sonuçları karşılaştırarak uygun denetleyiciyi belirlemektir. Duyarlılık ihtiyacı, çalışma koşullarımızın mikro montaj istasyonumuzda kullanılan mekanik manipülatörler gibi sadece küçük ölçekte olmalarından değil manipülatörlerin hareket edebileceği alanın da sınırlı olmasından doğmaktadır.

Gerçek zamanlı deneylerde eğer kodlayıcı kullanılırsa amaç, konum hatalarını kodlayıcı çözünürlüğüne yakın değerlerde hesaplamaktır. Burada dayanıklılık sadece kararlılık için dayanıklılık anlamında değil performans için dayanıklılık anlamına da gelmektedir. Dinamik karakteristiğinin bir birimden diğerine geçerken ya da bir birimin karakteristiği çalışma sırasında değişirken denetleyici katsayılarının iyi ayarlanması işinden kaçınmak için bu önemli bir ihtiyaçtır [1].

### 4.Deneyler ve Sonuçlar

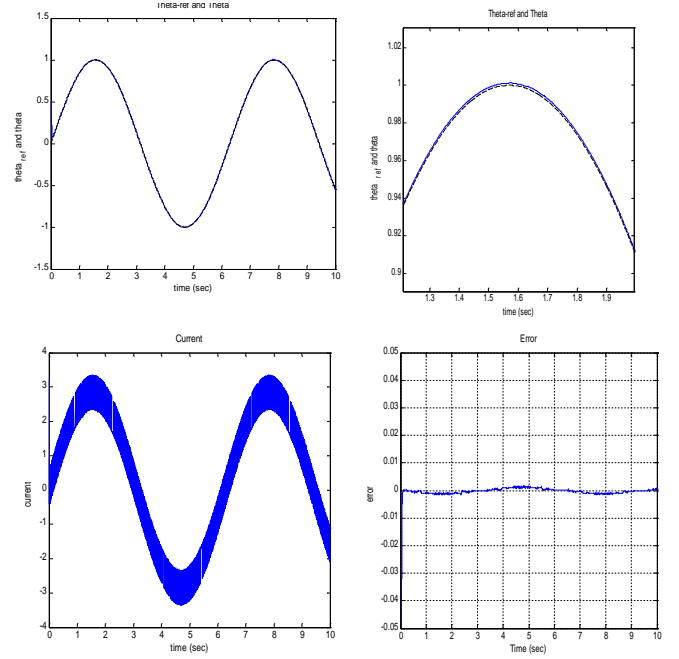
Önceki bölümlerde açıklandığı gibi bütün deneylerin MATLAB benzetim grafik sonuçları aşağıda gösterilmiştir.

Statik sürtünmenin dahil edildiği durumda PID denetleyicisi:



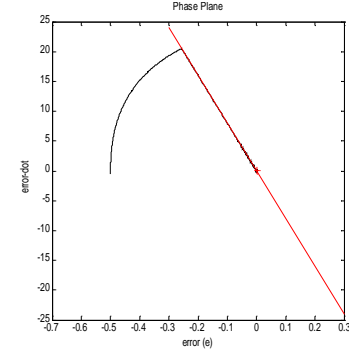
Şekil 5: Çıkış, referans giriş, konum hatası, akım, sürtünme ve yük torkunun karşılaştırılması

Sistemin kayan kipli denetleyici ile denetlenmesi :



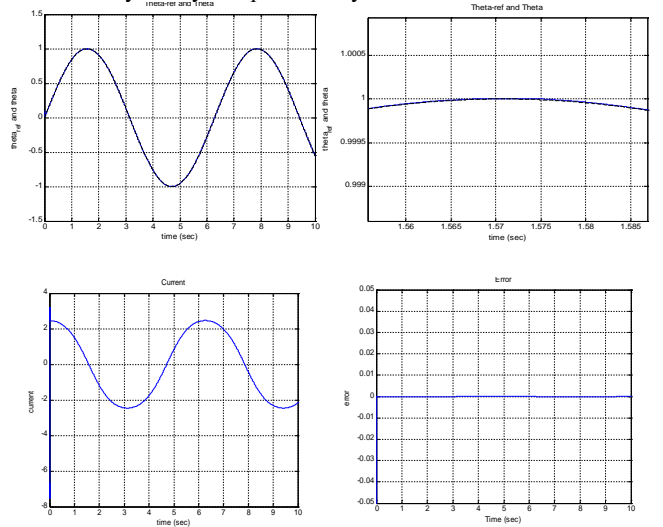
Şekil 6: C=80, M=2250 ve örnekleme zamanı=0,0001 saniye için sırasıyla çıkış ve referans konum, akım ve konum hatasının karşılaştırılması.

Faz grafiği:



Şekil 7: C=80, M=2250

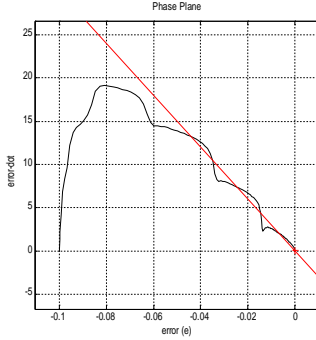
Sistemin ayırık kayan kipli denetleyici ile denetlenmesi:



Şekil 8: C=300, D=1000 ve örnekleme zamanı=0,0001 saniye için sırasıyla çıkış ve referans konum, akım ve konum hatasının karşılaştırılması.

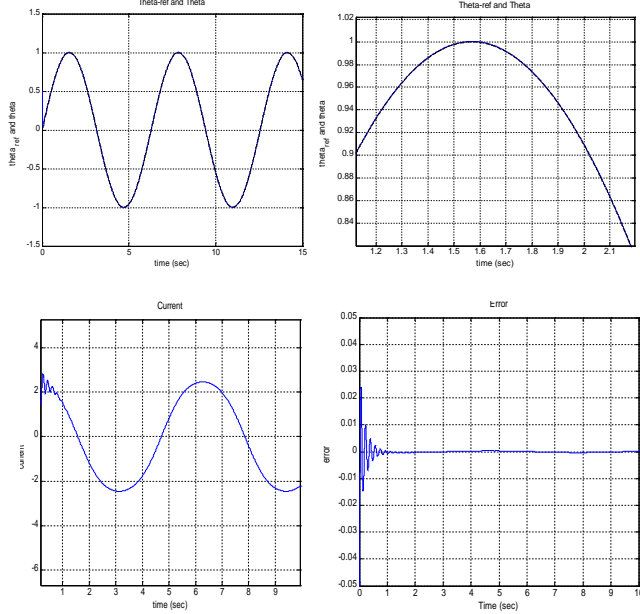


### Faz grafiği:

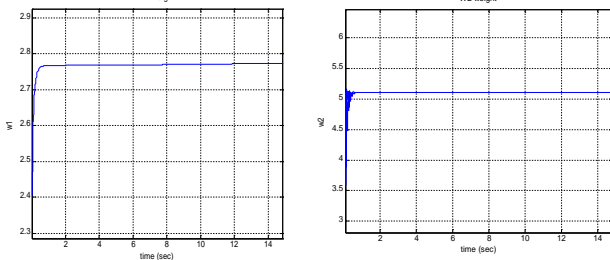


Şekil 9:  $C=300$ ,  $D=1000$ ,  $K_u=0,00022$  ve örnekleme zamanı=0,0001 saniye için faz grafiği

### Sistemin nöro-kayan kipli denetleyici ile denenmesi:



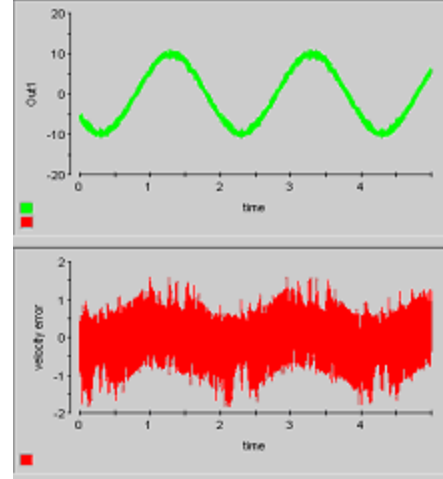
Şekil 10:  $C=200$ ,  $D=1000$ ,  $K_u=0,000222$  ve  $n=0,02$  için sırasıyla çıkış ve referans konum, akım ve konum hatasının karşılaştırılması.



Şekil 11: Sırasıyla ağırlık katsayıları  $w_1$  ve  $w_2$  grafikleri

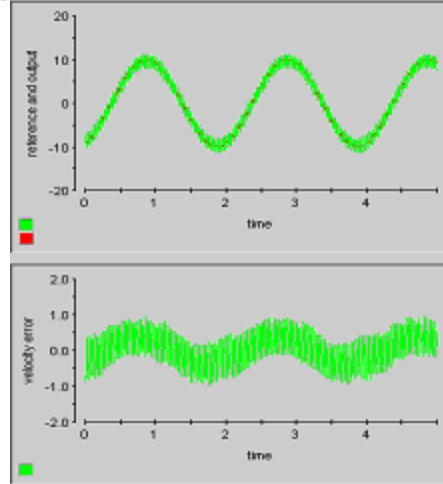
Gerçek zamanlı deneylerde Maxon RE40 148877 DC motorun denetimi için MATLAB R12 Simulink ile birlikte [dSpace DS1103](#) deney düzeneği ve sistemimize akım uygulamak için akım denetimli motor sürücüsü kullanılmıştır. Aşağıdaki sonuçlardan görüldüğü üzere system göz ardı edilemeyecek miktarda salınım yapmaktadır ve ölçümlere istenmeyen gürültü sinyalleri de eklenmiştir. Bu sonuçlar alçak geçiren filtrenin ve gerçek ortamda gözlemlenen bu sinyalleri ortadan kaldırmak için bozucu etken gözlemleyicilerinin kullanılması gerektiğini göstermektedir. dSpace ortamında elde edilen sonuçlar aşağıda görülmektedir:

### PID denetleyicisinin sisteme uygulandığı durum:



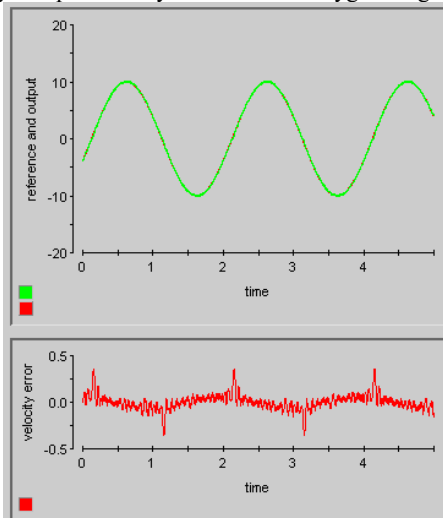
Şekil 12: En üstteki bölümde kırmızı referans, yeşil ise çıkışı (konum) gösterirken alttaki grafik  $K_p=1$ ,  $K_i=0,000005$  ve  $K_d=0,01$  için hız hatasını göstermektedir.

### Kayan kipli denetleyicisinin sisteme uygulandığı durum:



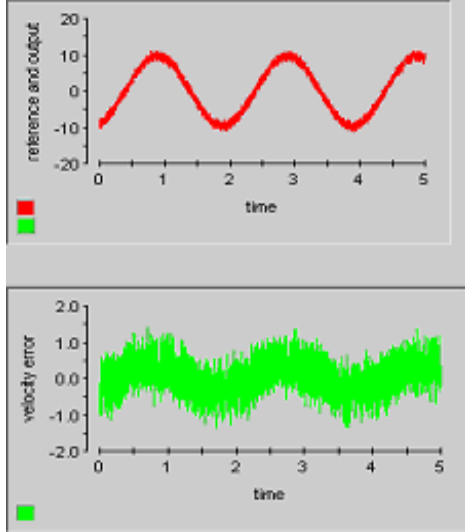
Şekil 13: En üstteki bölümde kırmızı grafik referansı, yeşil grafik konum çıkışını gösterirken alt bölümdeki grafik  $C=100$  ve  $M=0,08$  için hız hatasını göstermektedir.

### Ayrık kayan kipli denetleyicisinin sisteme uygulandığı durum:



Şekil 14: En üstteki bölümde kırmızı grafik referansı, yeşil grafik ise konum çıkışını gösterirken alt bölümdeki grafik  $C=30$ ,  $D=200$ , ve  $K_u=0,000005$  için hız hatasını göstermektedir.

Nöro-Kayan kipli denetleyicisinin sisteme uygulanması:



Şekil 15: En üstteki bölümde yeşil grafik referansı, kırmızı grafik ise konum çıkışı gösterirken alt bölümdeki grafik  $C=0,000001$ ,  $D=0,000001$  ve  $n=0,000001$  için hız hatasını göstermektedir.

## 5.Sonuç

Sonuç olarak altbölüm 2.1’de PID denetleyicisini kullanarak gerçekleştirilen çözümlemede, benzetimdeki modele statik sürtünmenin eklenmesiyle sistemde sadece viskoz sürtünmenin olduğu duruma göre daha büyük salınımlar meydana gelmiştir. Bu yüzden simulink modeline statik sürtünmenin eklenmesi sistemi denetlemesi daha zor haline getirmiş, bu salınımları ortadan kaldıracak daha dayanıklı bir denetleyici kullanılması sonucuna varılmıştır.

Altbölüm 2.2’de kayan kipli denetleyici (KKD) ile beklendiği gibi sonuçlarla karşılaşılmış ve hata değeri çok küçük değere düşürülmüş ancak sistemde çattırdamalar gözlenmiştir. Ayrıca açılal hızın çok yüksek frekanslarda değişik değerler aldığı görülmüştür.

Altbölüm 2.3’te ayrık kayan kip denetimli sistem ile daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bildiride 2. mertebeden ayrık kayan kip denetimli (AKKD) sistem üzerinde durulmasına rağmen, uygulamalar daha yüksek mertebeden mekanizmalara genişletilebilir. Ayrıca beklendiği gibi AKKD sistemde çattırdama veya salınım problemleri bastırıldığı gözlenmiştir.

En son sistemdeki çattırdamaları ortadan kaldırması beklenen nöro-kayan kipli denetleyicisi (NKKD) sistemde denenmiştir ancak birim genlikte sinüzoidal referans uygulandığında küçük bir hata gözlemlenmiştir. Ayrıca dSpace ortamında elde edilen sonuçların benzetim sonuçlarına göre tek farkı alçak geçiren filtre ihtiyacı getiren istenmeyen gürültü sinyallerinin ölçümlere eklenmesidir.

Araştırmanın daha sonraki aşamasında yük altındaki farklı denetleyicileri gerçek zamanda test etmek için filtreler ve gözlemleyicilerin sisteme uygulanmasına çalışılacaktır.

## 6.Referanslar

[1] H. S. Lee and M. Tomizuka, “Robust Motion Controller Design for High - Accuracy Positioning Systems”, 1996.

[2] K. Ohnishi, “A new servo method in mechatronics,” Trans. *Jpn. Soc.Elec. Eng.*, vol. 107-D, sayfa. 83-86, 1987.

[3] V. I. Utkin, “Variable structure systems with sliding modes,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 22, sayfa. 212–222, Nisan 1977.

[4] Y. Yildiz and A. Sabanovic, “A Neuro-Sliding Mode of Timing Belt Servo-System”, *International Workshop on Advanced Motion Control, AMC' 04* Kawasaki, Japan.

[5] V. I. Utkin – Sliding Modes in Control and Optimization, Springer Verlag 1992.

[6] C. Edwards and S. Spurgeon – Sliding Mode Control: Theory and Applications, Taylor & Francis, 1998.

[7] M. J. Corless and G. Leitmann, “Continuous state feedback guaranteeing uniform boundedness for uncertain dynamic systems”, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 24, sayfa 437–443, Ekim 1981.

[8] K. J. Åström. “Model Uncertainty and Robust Control”. Lund University, Sweden.

[9] K. Erbatur, M. O. Kaynak, , and A. Sabanovic, “A Study on Robustness Property of Sliding-Mode Controllers: A Novel Design and Experimental Investigations”, *IEEE*, vol. 46, NO. 5, Ekim 1999.







# Tedarik Zincirinde Kamçı Etkisi ve Kamçı Etkisinin Kontrolü

*Fahriye Telek, Engin Yeşil, İbrahim Eksin, Müjde Güzelkaya*

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi  
Kontrol Mühendisliği Bölümü, 34469, Maslak, İstanbul, Türkiye  
fahriyetelek@gmail.com, {yesil, eksin, gkaya}@elk.itu.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada tedarik zincirinin üreticiler ve müşterilerin arasındaki bilgi akışını meydana getiren “talep ile sipariş” ve “hedeflenen ile mevcut stok” kavramları arasında oluşan kamçı etkisinin nedenleri incelenip, bu etkinin en aza indirgenmesi için kontrol yapıları tasarlanmıştır. Sistemdeki bilinmeyenler ve kontrolör parametreleri genetik algoritma yöntemiyle bulunmuştur.

## 1. Giriş

Günümüzdeki hızlı değişim sürecinde, müşteri memnuniyetini karşılamak için kaliteli ve hızlı servis zorunluluğu üreticileri baskı altına almaktadır. Bu nedenle, malların ve hizmetlerin son kullanıcıya ulaştırılmasına kadar bütün etkinliklerin sistemli bir şekilde takibi ve yönetimi gerekliliği ortaya çıkmıştır ve “tedarik zinciri” kavramının doğmasına sebep olmuştur. Tedarik zinciri; Tedarikçiler, üreticiler, dağıtıcılar, toptancılar, perakendeciler ve müşterilerden oluşan, her üye arasında talep ve sipariş olarak adlandırılabilir iki yönlü bilgi akışının bulunduğu sistemlerdir[1].

1950’lerden sonra son kullanıcı talebinin perakendecilerde fazla değişkenlik göstermemesine rağmen, perakendecilerden toptancılara, toptancılardan dağıtıcılara, dağıtıcılardan fabrikaya, fabrikadan 3M gibi tedarikçilerine olan talebe baktıklarında talep dalgalanmasının giderek arttığı görülmüştür. Sistemdeki bilgi akışında meydana gelen bu durumu havada ileriye savrulan bir kamçının üzerindeki dalgalara benzetilerek “Kamçı Etkisi” ismi verilmiştir [2]. Tedarik zinciri sisteminin modellenmesi üzerine yapılan çalışmalar 1960’larda başlamıştır. Bu sürecin başında Jay Forrester kamçı etkisini ilk defa deneysel çalışmalarla ispatlamış ve sistem dinamiği yaklaşımını geliştirmiştir, bu durumu benzetim modelleri ile göstermiştir. 1997’ de Lee, Padmanabhan ve Whang kamçı etkisinin sebeplerinden en önemlilerinin; talep tahmini, temin süresi, parti siparişi, fiyat dalgalanmaları ve stok tahsisi olduğunu göstermişlerdir. 2000’lerden sonra Lin, Wong, Jang, Shieh ve Chu tedarik zincirindeki kamçı etkisinin kontrolör tasarlanarak azaltılması yönünde çalışmalar yapmışlardır[2].

## 2. Tedarik Zinciri Sisteminin Temel Dinamik Modeli

Kontrol yöntemlerinde modeller, analizler ve tasarımlar genellikle s düzleminde yapılır. Ancak dijital bir kontrolör tasarımı s düzleminde yapılamaz. Bunun içinde z düzleminde çalışmak gerekmektedir. Sürekli zamandan ayrık zamana

geçmek için örnekleme periyodu ile birlikte z-dönüşümünden yararlanılır. Bu çalışma süresince de ayrık zamanda yani z-düzleminde incelemeler yapılmıştır.

### 2.1. Temel Kavramlar ve Aralarındaki Matematiksel İlişkiler

Tedarik zinciri bu çalışmada en basit haliyle müşteri ve üretici olmak üzere iki kademedен oluşacaktır. Kullanılacak kavramlar ve değişkenler aşağıda tanımlanmıştır:

$U_{ji}(t)$ : Üreticiye ulaşan sipariş

$U_{kj}(t)$ : Müşteri talebi

$IP_j(t)$ : Mevcut stok durumu

$SP_j(t)$ : Hedeflenen stok durumu

$I_j(t)$ : Her hangi bir t anındaki stok durumu

$Y_{ij}(t)$ : Teslim edilmiş mal miktarı

$O_j(t)$ : t anındaki bekleyen sipariş miktarı

$L$ : Temin süresi

Tedarik zincirindeki temel kavramların birbirleri arasındaki matematiksel ilişkiler aşağıdaki gibidir [3]:

$$I_j(z) = \frac{z}{z-1} (z^{-L} Y_{ij}(z) - Y_{jk}(z)) \quad (1)$$

$$IP_j(z) = \frac{z}{z-1} (Y_{ij}(z) - Y_{jk}(z)) \quad (2)$$

$$U_{ji}(z) = K_j (SP_j(z) - IP_j(z)) \quad (3)$$

$$O_j(z) = \frac{z}{z-1} (U_{kj}(z) - Y_{jk}(z)) \quad (4)$$

$$Y_{jk}(z) = \begin{cases} 0 & z^{-1} O_j(z) \leq 0 \\ z^{-1} O_j(z) & 0 \leq z^{-1} O_j(z) \leq z^{-1} I_j(z) \\ z^{-1} I_j(z) & 0 \leq z^{-1} I_j(z) \leq z^{-1} O_j(z) \end{cases} \quad (5)$$

### 2.2. Kısıtlar ve Kararlılık Analizi

Tedarik zincirindeki kamçı etkisinin analiz edilebilmesi ve düzgün olarak kontrol edilebilmesi için bazı kısıtlar altında incelemeler yapılmıştır. Arz ve stok kısıtlarında yeterli stok ya da arz olmadığı durumlarda sistemin kararsızlığa gittiği ya da kontrolünün mümkün olmadığı görülmüştür bu nedenle “Sonsuz arz ve yüksek stok kapasitesi” varsayımıyla inceleme yapılmıştır.

### 2.2.1. Sonsuz Arz ve Yüksek Stok Kapasitesi

Üretici yeterli stoka sahiptir dolayısıyla bütün talepler karşılanmaktadır ve müşterilerin tüm taleplerini sağlayacak kadar stok her zaman mevcuttur. Bu koşullar altında:

$$Y_{jk}(z) = z^{-1}O_j(z) = z^{-1}U_{kj}(z) \quad (6)$$

eşitliği yazılabilir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise aşağıdaki gibidir:

$$IP_j(z) = \frac{K_j(SP_j(z) - U_{kj}(z))}{z - 1 + K_j} \quad (7)$$

Sistemin kararlı bir yapıda düzgün yanıt vermesi için  $K_j$  parametresinin nasıl seçileceği karakteristik denklemden yararlanılarak bulunabilir. (7)'den karakteristik denklem:

$$H_j(z) = z - 1 + K_j \quad (8)$$

olarak bulunur. Ayırık zamanda sistemin kararlı olabilmesi için karakteristik denklemin bütün köklerinin birim çember içerisinde olması gerekir. Buradan yola çıkarak;

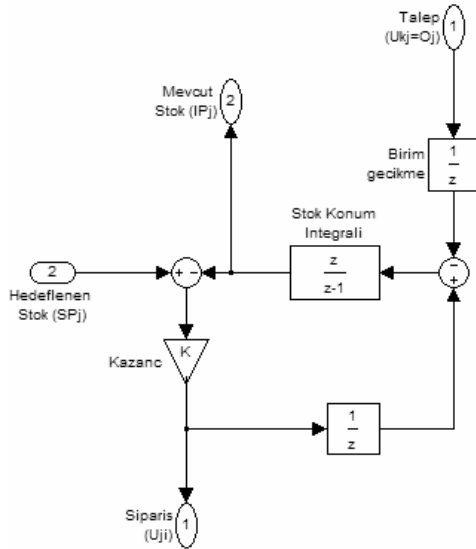
$$H_j(z) = z - 1 + K_j = 0$$

$$|z| = |K_j - 1| \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 \leq K_j \leq 2 \text{ olacaktır.}$$

Yukarıdaki eşitsizlikten de görüleceği gibi oransal kontrolör parametresi olan  $K_j$ , 0 ve 2 aralığında seçildiği sürece sistem kararlı olacaktır [3].

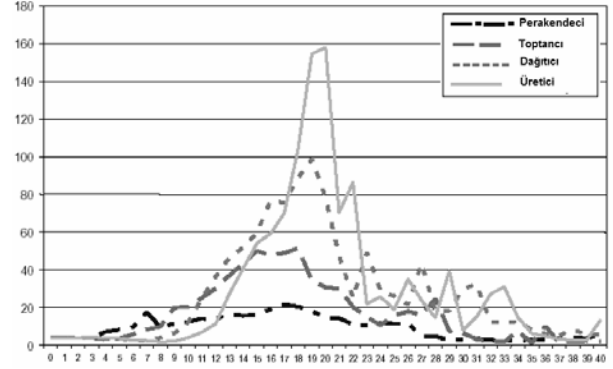
Sonsuz arz ve yüksek stok kapasitesi durumu için tedarik zinciri modeli MATLAB/Simulink programında gerçekleştirildiğinde Şekil 1'deki blok diyagram modeli meydana gelir[4].



Şekil 1: Sistemin Sonsuz arz ve yüksek stok kapasitesi durumunda Simulink blok diyagram modeli.

### 3. Kamçı Etkisi ve Nedenleri

Tedarik zinciri boyunca sipariş miktarlarında ve stok seviyelerinde görülen büyük dalgalanmalar “Kamçı Etkisi” olarak adlandırılmıştır. Tedarik zincirinde meydana gelen kamçı etkisi Şekil 2’deki gibidir.



Şekil 2 : Tedarik Zincirinde Kamçı Etkisi

Kamçı etkisinin sebepleri saldırgan sipariş, talep tahmini, temin süresi, fiyat dalgalanmaları ve stok tahsis oyunu olarak gösterilmiştir. Bu çalışmada verilen sebeplerden saldırgan sipariş, talep tahmini ve temin süresi ele alınacaktır. İkinci bölümde yapılan incelemede ise sonsuz arz ve yüksek stok kapasitesi durumu altında kamçı etkisinin analizinin yapılacağı belirlenmiştir. Bu koşullar altında (7)’deki transfer fonksiyonu (3)’ de yerine konulursa:

$$U_{ji}(z) = \frac{K_j(z-1)}{z-1+K_j} SP_j(z) + \frac{K_j}{z-1+K_j} U_{kj}(z) \quad (9)$$

eşitliği elde edilir. Kamçı etkisinin eşitliği ise:

$$KE = \sum \left| \frac{U_{ji}(z)}{U_{kj}(z)} - 1 \right| \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir[3].

#### 3.1. Saldırgan Sipariş

Dönemsel değişiklikler, müşteri tercihlerinin değişmesi, vb. nedenlerden dolayı siparişlerde ani ve yüksek genlikli artış ya da azalışlar meydana gelmektedir bu da “saldırgan sipariş” olarak adlandırılmaktadır.  $K_j$  değerinin 2’nin üzerine çıktığında sistemin kararsızlığa gittiği ispatlanmıştır. Bu bölümde ise istenen stok durumunda hiçbir değişiklik olmadığı varsayılarak (9)’dan:

$$\left| \frac{U_{ji}(z)}{U_{kj}(z)} \right| = \left| \frac{K_j}{z-1+K_j} \right| \quad (11)$$

Talep-sipariş oranında genliğin etkisini incelemek için frekans bölgesine geçilirse;

$$\left| \frac{U_{ji}(z)}{U_{kj}(z)} \right| = \left| \frac{K_j}{e^{j\omega} - 1 + K_j} \right| \quad (12)$$

olacaktır.

(10)'dan kamçı etkisinin söz konusu olması için (12)'deki eşitliğin 1'den büyük bir değer alması gerekmektedir.  $K_j > 1$  olduğu sürece eşitlik 1'den büyük bir değer alacaktır. ( $\forall \omega$  için). Sonuç olarak oransal kontrolör parametresi  $K_j < 1$  olduğu sürece kamçı etkisi azaltılabilecektir [3].

### 3.2. Talep Tahmini

Kamçı etkisinin sebeplerinden bir diğeri de talep tahminidir. Üreticiler planlama, stok kontrolü ve malzeme ihtiyaçlarını düzenlemek için talep tahmini yapmak zorundadır. Bu tahmini müşterilerinin en yakın zamanda verilmiş siparişlerini göz önüne alarak yaparlar[4]. Talep tahmini için kullanılan en basit yöntem 'Backlog' yani birikmiş siparişler yöntemidir. Bu durumda tahmin bloğu:

$$F(z) = \frac{1}{z} \quad (13)$$

Diğer bir yöntem ise üstel düzeltme yöntemidir. Bu yöntemde tahmin bloğu[3]:

$$F(z) = \frac{\alpha}{z + \alpha - 1} \quad (14)$$

İdari işlemler ve denetleme süresi göz önüne alındığında malın müşteriye teslimi  $t + L + 1$  zamanında gerçekleşebilecektir.  $t=1$  den dolayı  $(L+2)$  için[5]:

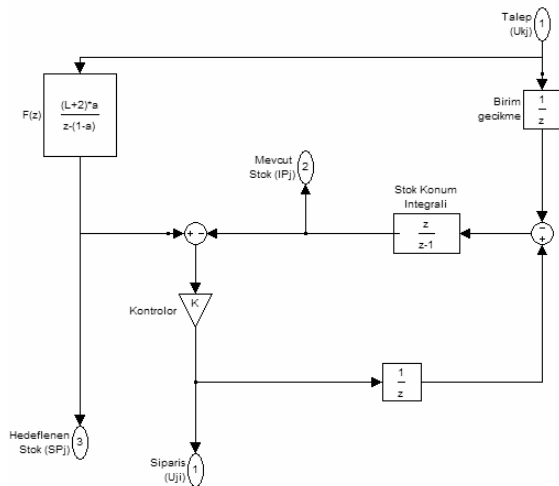
$$F(z) = \frac{\alpha}{z + \alpha - 1} (L + 2) \quad (15)$$

olacaktır.

### 3.3. Temin Süresi

Talep tahmini yapılan her durumda temin süresinden kaynaklanan kaçınılmaz bir gecikme oluşur. Temin süresi ne kadar uzarsa kamçı etkisi o kadar etkili olur. Bu nedenle  $L=1$  olarak kabul edilecektir[3].

Kamçı etkisinin nedenleri incelendiğinde, kısıtlar ve kabuller göz önüne alındığında sistemin modeli Şekil 3'deki gibi olacaktır[5].



Şekil 3: Sistemin Simulink Modeli

## 4. Amaç Fonksiyonu ve Kamçı Etkisinin Kontrolü

Bundan önceki bölümlerde sistemin kısıtları, kararlılığı, kamçı etkisinin nedenleri üzerinde duruldu. Bu bölümde ise kamçı etkisi en aza indirgenmeye çalışılmıştır. İkinci bölümde sonsuz arz ve yüksek stok kapasitesi durumu varsayımı altında inceleme yapılması gerekliliği sonucuna varılmıştır. Ancak yüksek kapasiteli stokun mevcut olması büyük ölçülerde stok tutulmasını gerektirmez çünkü ne kadar fazla stok tutulursa üreticiye o kadar çok maliyet getirecektir. Stokun düşük tutulması durumunda ise talepte saldırgan bir artış meydana gelirse siparişler karşılanamayacaktır ve müşteri memnuniyeti sağlanamayacaktır. Bu nedenle elde yüksek kapasiteli stok imkânı olsa da en iyi stok hedefi belirlenip bu hedefe en az sapmayla ulaşılması gerekir. Sonuç olarak kamçı etkisini (KE) azaltacak ve hedeflenen stok ile mevcut stok arasındaki farkı (TMH) en aza indireyecek aynı zamanda toplam stok seviyesini en iyi seviyede tutacak ve bunların tümünü birlikte gerçekleştirecek fonksiyona *Amaç Fonksiyonu* (AF) denir. Kamçı etkisinin ifadesi (10)'da verilmiştir. Bu ifade siparişin talebe olan oranın genliklerin toplamından yola çıkmaktadır, sonuçlara bakıldığında bu eşitlik  $10^{-3}$  gibi küçük değerlerde olduğu görülecektir. Saldırgan artışların olduğu durumlarda genliğin anlık artışından dolayı çıkan büyük bir değer bu küçük ifadeyi fazla etkileyeceği için sağlıklı sonuçlar vermeyecektir. Bu nedenle talep-sipariş arasındaki ilişki için yeni bir ifade oluşturulmuştur:

$$KE_2 = \sum U_{ji}(z) - \sum U_{kj}(z) \quad (16)$$

Kamçı etkisinin tanımında “talep-sipariş ve stoktaki dalgalanmalar” olarak geçmekteydi ancak (10)'daki ifade sadece “talep-sipariş” kısmını içermektedir bu nedenle stoklar arasındaki dalgalanma için “Toplam Mutlak Hata” tanımı kullanılacaktır [6]. Toplam Mutlak Hata, hedeflenen stok durumu ile mevcut stok durumu arasındaki farkın toplamıdır ve şu şekilde gösterilir (**TMH-Toplam Mutlak Hata**):

$$TMH = \sum |SP_j(z) - IP_j(z)| \quad (17)$$

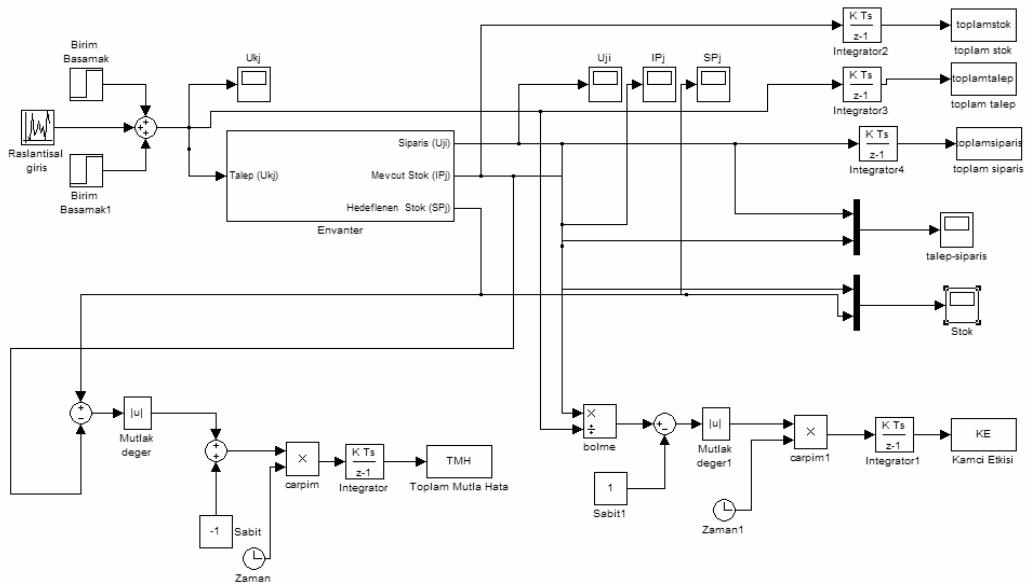
Bütün başarımlar ölçütleri doğrultusunda amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$AF = \gamma_1 KE + \gamma_2 KE_2 + \gamma_3 TMH + \gamma_4 \text{Toplam Stok} \quad (18)$$

Denklemdaki  $\gamma$  'lar her bir başarımlar ölçütünü karşılaştırılabilir seviyeye getirebilmek için belirlenmiş katsayılardır.

Kontrol yapıları incelenirken Lin [1]'in yapmış olduğu çalışmadan yola çıkılmış ve bu çalışma referans olarak alınmıştır. Bu çalışmada ise Lin[3]'in çalışmasındaki yöntemden farklı bir yöntem sunulmuştur. Önerilen Yöntem (ÖY)'de amaç fonksiyonunun en küçük değerini bulmak için farklı kontrolörler tasarlanmıştır. Tasarım yapılırken sırasıyla Oransal, PI ve Kaskat kontrol yapıları kullanılmıştır. Bu yapılarıdaki parametreler ise genetik algoritma yöntemi ile belirlenmiştir[7]. Tasarımlar süresince sistem için kullanılan MATLAB/Simulink modeli Şekil 4'te verilmiştir.





Şekil 4: Sistemin MATLAB/Simulink modeli

#### 4.1. Oransal Kontrol

Kontrolör tasarımı en basit yapı ile başlanılmıştır.  $K_j$  ile sistem kontrol edilmeye çalışılmıştır. Sistemdeki bilinmeyenler  $\alpha$  ve  $K_j$  dir. Oransal kontrol yapısındaki amaç fonksiyonuna yönelik algoritma oluşturulmuştur. Bu algorithmadaki parametreler genetik algoritma yöntemi ile belirlenmiştir [8]. Lin[3]'in çalışması ve ÖY ile yapılan çalışmanın parametre değerleri ve benzetim yanıtları aşağıdaki gibidir.

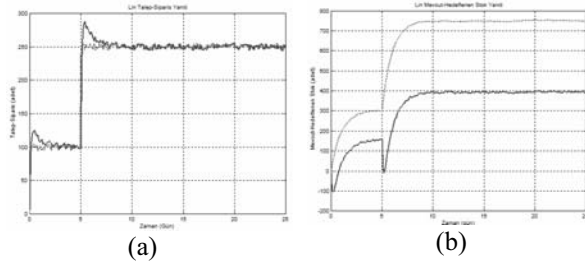
Tablo 1: Lin ve ÖY için parametre değerleri

|            | $\alpha$ | $K_j$   |
|------------|----------|---------|
| <b>Lin</b> | 0.1      | 0.7     |
| <b>ÖY</b>  | 0.00338  | 1.29963 |

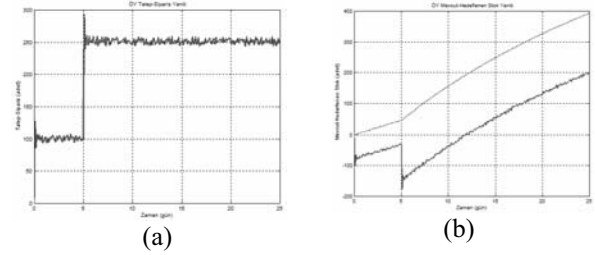
Tablo 2: Lin ve ÖY için başarımlar

|            | AF*    | KE**  | KE <sub>2</sub> | TMH    | Toplam Stok |
|------------|--------|-------|-----------------|--------|-------------|
| <b>Lin</b> | 19.196 | 864.3 | 39.4            | 108610 | 96222       |
| <b>ÖY</b>  | 11.974 | 739.4 | 20.2            | 58544  | 115510      |

(\*10<sup>8</sup>, \*\*10<sup>-3</sup>)



Şekil 5: Lin[3]'in çalışması için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)



Şekil 6: ÖY için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)

Tablo 2'den de görüleceği gibi ÖY ile yapılan çalışma Lin[3]'in çalışmasına göre her eşitlik için daha iyi sonuçlar vermiştir. ÖY'deki toplam stok değerinin Lin[3]'in çalışmasındaki değere göre yüksek çıkması kötü sonuç olarak algılanmamalıdır. Daha önce de bahsedildiği gibi önemli olan stoku en az seviyede tutmak değil maliyet ve talebi karşılama durumunu göz önüne alınarak en iyi stok seviyesini yakalamaktır. Şekil 6'ya bakıldığında Lin[3]'in çalışmasının Şekil 5'teki Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtına göre daha yavaş cevap verdiği gözlenmektedir. Kontrol sistemlerinde birim basamak yanıtının mümkün olduğunca hızlı ve sürekli hal hatası yapmaksızın girişi takip etmesi istenir. Burada sistem girişi yavaş olduğu için sistem yanıtı da girişi yavaş takip etmektedir cevapta bir gecikme yoktur. Hatta sistemin yavaş olması istenir çünkü hedeflenen en yüksek değere ne kadar geç oturursa altta kalan alan yani toplam stok değeri o kadar küçük olacaktır ve maliyetin azaltılmasına yardımcı olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta şudur; sistem istenilen noktaya en az hatayla ve daha yavaş ulaşmaktadır.

Her iki yöntemde de istenmeyen bir durum olan sürekli hal hatası mevcuttur.

#### 4.2. PI ile Kontrol

PI yapısında  $K_j$  ve  $\xi$  ile sistem kontrol edilmeye çalışılmıştır. Sistemdeki bilinmeyenler  $\alpha$ ,  $\xi$  ve  $K_j$  dir. PI ile kontrol yapısındaki amaç fonksiyonuna yönelik algoritma oluşturulmuştur. Bu algoritmadaki parametreler genetik algoritma yöntemi ile belirlenmiştir [9]. Lin[3]'ün çalışması ve ÖY ile yapılan çalışmanın parametre değerleri ve benzetim yanıtları aşağıdaki gibidir:

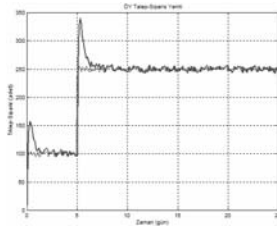
Tablo 3: Lin ve ÖY için parametre değerleri

|            | $\alpha$ | $K_j$   | $\tau$  |
|------------|----------|---------|---------|
| <b>Lin</b> | 0.1      | 0.67    | 3.3     |
| <b>ÖY</b>  | 0.00233  | 1.01967 | 1.17358 |

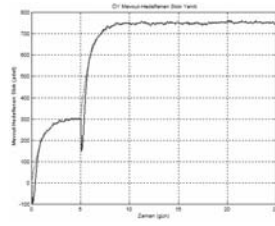
Tablo 4: Lin ve ÖY için başarımlar değerleri

|            | AF*    | KE**   | KE <sub>2</sub> | TMH    | Toplam Stok |
|------------|--------|--------|-----------------|--------|-------------|
| <b>Lin</b> | 11.466 | 1119.9 | 75.0            | 1208.0 | 184360      |
| <b>ÖY</b>  | 5.317  | 986.3  | 30.5            | 744.5  | 153130      |

(\*10<sup>8</sup>, \*\*10<sup>-3</sup>)

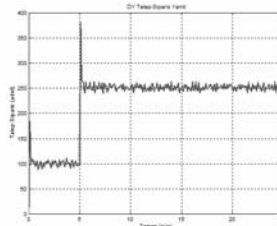


(a)

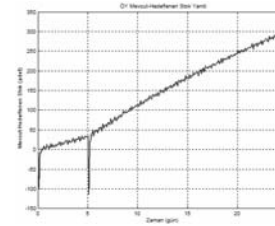


(b)

Şekil 7: Lin[3]'ün çalışması için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)



(a)



(b)

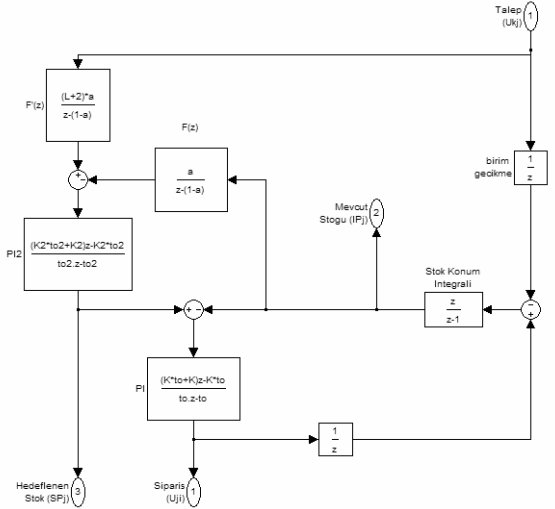
Şekil 8: ÖY için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)

Oransal kontrol yapısında olduğu gibi ÖY ile yapılan çalışma Lin[3]'ün çalışmasına göre bütün ölçütler daha iyi bir sonuç vermiştir (bkz. Tablo 4). Oransal kontrolde Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtındaki sürekli hal hatası PI' daki integratör ile yok edilmiştir. Şekil 8'de mevcut stok durumunun t=5'te anlık olarak eksi değere düştüğü görülmektedir. Bunun nedeni t=5'te yüksek talebin oluşmasıdır. Gerçek hayatta

olduğu gibi sistemde de stok erimesi meydana gelmektedir ancak bu kısa süreli bir olaydır ve sistem hızlıca girişi düzgün olarak takip etmeye başlar. PI kontrol yapısında da sistem hedeflenen stok değerine yavaşça ulaşarak toplam stok değerini azaltmaktadır.

#### 4.3. Kaskat ile Kontrol

Oransal ve PI ile kontrol yapılarından sonra son olarak kaskat ile kontrol yapısı incelenecektir. Sistem  $K_j$ ,  $\xi$ ,  $K_{j,2}$  ve  $\xi_2$  ile kontrol edilmeye çalışılmıştır.  $\alpha$ ,  $\xi$ ,  $K_j$ ,  $K_{j,2}$  ve  $\xi_2$  sistemdeki bilinmeyenlerdir. Kaskat ile kontrol yapısındaki amaç fonksiyonuna yönelik algoritma oluşturulmuştur. Bu algoritmadaki parametreler genetik algoritma yöntemi ile belirlenmiştir [10]. Sistemin MATLAB/Simulink modeli ile Lin[3]'ün çalışması ve ÖY ile yapılan çalışmanın parametre değerleri ve benzetim yanıtları aşağıdaki gibidir.



Şekil 9: Kaskat kontrol Yapısı ile sistem modeli

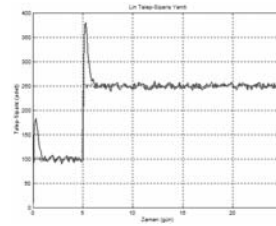
Tablo 5: Lin ve ÖY için parametre değerleri

|            | $\alpha$ | $K_j$  | $\tau$  | $K_{j,2}$ | $\tau_2$ |
|------------|----------|--------|---------|-----------|----------|
| <b>Lin</b> | 0.1      | 0.8    | 3.3     | 1.05      | 5.5      |
| <b>ÖY</b>  | 0.00051  | 0.9696 | 1.01201 | 0.0421    | 1.9393   |

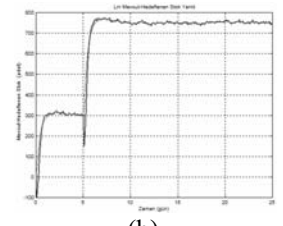
Tablo 6: Lin ve ÖY için başarımlar değerleri

|            | AF*    | KE**   | KE <sub>2</sub> | TMH    | Toplam Stok |
|------------|--------|--------|-----------------|--------|-------------|
| <b>Lin</b> | 11.336 | 1284.1 | 74.9            | 1249.3 | 184850      |
| <b>ÖY</b>  | 5.242  | 989.4  | 19.6            | 751.5  | 170380      |

(\*10<sup>8</sup>, \*\*10<sup>-3</sup>)

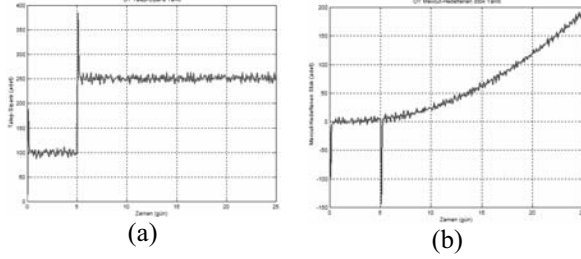


(a)



(b)

Şekil 10: Lin[3]'in çalışması için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)



Şekil 11: ÖY için (a) Talep-Sipariş yanıtı (Noktalı: Talep, Düz: Sipariş); (b) Hedeflenen-Mevcut Stok yanıtı (Noktalı: Hedeflenen Stok, Düz: Mevcut Stok)

Kaskat ile kontrol yapısında bundan önceki çalışmalarda olduğu gibi bütün ölçütler karşılaştırıldığında ÖY ile yapılan çalışma Lin[3]'in çalışmasına göre daha iyi sonuç vermiştir. Oransal kontrol ve PI'dan farklı olarak toplam stok zarfı gittikçe küçülen ve hedeflenen nokta civarında salınım yapan bir yanıt vermektedir. Toplam stok değeri yine Lin[3]'in çalışmasına göre daha küçük bir değerdedir. Önemli olan bir diğer nokta ise değeri üçüncü bölümde kamçı etkisinin kontrol edilip azaltılabilmesi için  $K_f$  değerinin 1 ve 0 arasında olması gerektiği gösterilmişti, önerilen yöntemle yapılan Kaskat kontrol yapısındaki çalışmada da bu değer birden küçük çıkmıştır.

## 5. Sonuç

Yapılan çalışmada öncelikli olarak tedarik zinciri sisteminin temel kavramları tanımlanmış ve aralarındaki matematiksel ilişkilerin incelenmiştir. Buradan yola çıkarak tedarik zinciri sisteminin temel dinamik modelinin çıkarılıp kararlılık analizleri yapılmıştır. Daha sonra kamçı etkisinin tanımı ve nedenleri üzerinde durularak etkinin azaltılmasına yönelik durum değerlendirmesi yapılmıştır. Değerlendirmeler sonucunda oluşturulan amaç fonksiyonu doğrultusunda genetik algoritma yöntemi kullanılarak farklı kontrolörler tasarlanmıştır. Amaç ise müşteri talebi ve sipariş oranının genliklerindeki dalgalanmaları düşük tutarak kamçı etkisini azaltmak ve hedeflenen stok durumu ile mevcut stok durumu arasındaki farkı en az seviyede tutmaktır. Böylece müşteri memnuniyetini sağlamak, toplam stok seviyesini en iyilemek ve en çok geliri elde etmek mümkün olacaktır. MATLAB/Simulink programında gerçekleştirilen sisteme tasarlanan kontrolörler uygulanarak sistem yanıtları incelenmiştir. Bu incelemede Lin[3]'in çalışması referans alınarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Tablo 2, Tablo 4 ve Tablo 6'dan da görüleceği gibi Oransal, PI ve Kaskat yapısında, Lin[3]'in çalışmasına göre ÖY ile yapılan çalışma bütün ölçütler için çok daha iyi sonuçlar vermiştir. Oransal kontrolörde toplam stok değerinin düşük çıkma nedeni hedeflenen stoku sürekli hal ile takip etmesidir. Yani hedeflenen stok değerinin altında stok tutulmaktadır. Değerin düşük olması belki daha az maliyet anlamına gelmektedir ancak hedeflenen değerde olmaması demek oluşabilecek saldırgan bir talepte siparişin karşılanamayacağı anlamına gelmektedir. Az stok tutarak elde edilen gelir, müşteri

memnuniyetsizliğinden kaynaklanacak uzun dönemli zararı karşılayamayacaktır.

ÖY ile yapılan çalışma Lin[3]'in çalışmasına göre daha iyi bir sonuç elde etmenin dışında, kendi içinde amaç fonksiyonunu Oransal kontrolden PI' ya, PI' dan Kaskat'a geçerken daha küçük değerlere indirgeyebilmiştir. Böylece müşteri talebi ve sipariş oranının genliklerindeki dalgalanmaları düşük tutarak kamçı etkisini azaltılması, hedeflenen stok durumu ile mevcut stok durumu arasındaki farkı en az tutarak müşteri memnuniyetinin sağlanması, toplam stok seviyesi en iyilenerek maliyetlerin düşürülmesi amaçlarına ulaşılmıştır.

Sonuç olarak bu çalışmada tedarik zincirinde kamçı etkisi probleminin doğasından kaynaklanan kamçı etkisi ve toplam mutlak hata ölçütlerine ek olarak kamçı etkisinin azalmasına yardımcı olacak yeni bir kamçı etkisi ölçütü ve maliyetleri etkileyecek toplam stok ölçütü oluşturulmuştur. Bütün bu ölçütler amaç fonksiyonu adı altında bir araya getirilmiştir ve en aza indirgenmeye çalışılmıştır. Analitik analizin yanında parametreler sayısal en iyileme yöntemlerinden genetik algoritmalar kullanılarak parametreler bulunmuştur.

## 6. Kaynakça

- [1] Paksoy T., Keskin E., Tedarik zincirinde bilgi çarpıtmasının etkisi: Kırbac etkisi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 2000.
- [2] Yörür P., Yörür B., Tedarik zincirinde kamçı etkisi ve bir simülasyon uygulaması, Yöneylem Araştırması / Endüstri Mühendisliği XXIV. Ulusal Kongresi, 2004.
- [3] Lin P.H., Shan D., Wong H., Jang S.S., Chu J.Z., Controller design and reduction of bullwhip for a model supply chain system using z-transform analysis, Journal of Process Control, 14, 487-499, 2004.
- [4] Dejonckheere J., Disney S.M., Lambrecht M.R., Towill D.R., Transfer function analysis of forecasting induced bullwhip in supply chains. International Journal of Production Economics, 2, 133-144, 2002.
- [5] Aktaş A.U., Bullwhip effect: a control engineering perspective, İTÜ Elektrik Elektronik Fakültesi, Lisans Tezi, 2006.
- [6] Balana S., Vratb P., Kumarc P. Information distortion in a supply chain and its mitigation using soft computing approach, The International Journal of Management Science, (basım aşamasında) 2007.
- [7] Eksin İ., Erol O. K., Evolutionary Algorithm with Modifications in the Reproduction Phase, IEE Proceedings - SOFTWARE, 148(2), pp.75-80, 2001.
- [8] Goldberg D.E., Genetic algorithms in search, optimisation and machine learning, Addison-Wesley, 1989
- [9] ED L.D., Handbook genetic algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [10] Åström K.J., Hägglund T., PID controllers: theory, design and tuning, ISA Pres: Research Triangle Park, NC., 1995

# İntegratör İçeren Ters Yanıtlı Ölü Zamanlı Süreçlerin PI-PD İle Denetimi

İbrahim Kaya

Elektrik-Elektronik Müh. Böl.  
Dicle Üniversitesi, Diyarbakır  
ikaya@dicle.edu.tr

## Özetçe

Endüstriyel uygulamalarda PID denetleyiciler hala oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak, bazı durumlarda, örneğin, açık-çevrim kararsız veya integratör içeren süreçlerde, PID denetleyiciler yetersiz kapalı-çevrim performans gösterebilmektedir. Eğer, süreç ayrıca kararlı/kararsız bir sıfır içeriyorsa, iyi bir kapalı çevrim cevabı elde etmek daha da zorlaşabilir. Bu durumlarda, PI-PD denetleyicilerin çok daha iyi sonuçlar verdiği literatürde yapılan farklı çalışmalar ile gösterilmiştir. Bu makalede, PI-PD denetleyicilerin integratör içeren ters yanıtlı süreçlerin denetiminde kullanımı verilmektedir.

## 1. Giriş

PID denetleyiciler endüstriyel uygulamalarda hala oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun nedenleri olarak: 1) PID denetleyicilerin uygulamacılar tarafından iyi bilinmeleri 2) PID denetleyicilerin denetimde kullanılan sadece üç parametresinin olması 3) PID denetleyicilerin, genelde, birçok açık çevrim kararlı süreçler için yeterli performans göstermesi, sayılabilir.

Ancak, PID denetleyiciler açık çevrim kararsız süreçlerde, integratör içeren süreçlerde ve karmaşık köklere sahip transfer fonksiyonu olan süreçlerde yetersiz kapalı çevrim performansa neden olmaktadır. Eğer, süreç açık-çevrim transfer fonksiyonu ayrıca bir sıfır içeriyorsa, iyi bir kapalı çevrim cevabı elde etmek daha da zorlaşabilir. PI-PD denetleyici, yukarıda bahsedilen durumlarda, PID denetleyicilerden çok daha iyi sonuçlar vermektedir[1].

Endüstriyel uygulamalarda integratör içeren süreçler ile sıklıkla karşılaşmaktadır. Buna en iyi örnek olarak sıvı seviye kontrolü verilebilir. İntegratör terimine ek olarak süreç transfer fonksiyonu, bazı durumlarda, sıfır da içerebilir [2]. Luyben [2] yaptığı çalışmada, PI/PID denetleyici kullanarak denetim işlemini gerçekleştirmiştir. Sonuçta, kapalı-çevrim sistemin basamak fonksiyonuna cevabında oldukça uzun yerleşme zamanı elde edilmiştir.

PI-PD denetleyicinin üstünlüğü, iç döngüde yer alan PD kısmı ile açık çevrim sistemin kutuplarının yer-kök eğrisinde daha uygun yerlere taşınabilmesidir. Dolayısıyla, ön döngüde yer alan PI denetleyici ile daha iyi bir kontrol sağlanabilmektedir. Standard formun üstünlüğü ise, kapalı çevrim sistemin performansının nasıl olacağı hakkında bilgi vermesidir.

Makalenin devamı şu şekilde düzenlenmiştir: Denetleyici tasarımında standart form kullanıldığı için, ikinci bölümde standart formlar hakkında çok genel bilgiler tekrarlanmıştır. İntegratör artı ters yanıtlı süreçlerin denetimi için önerilen kontrol yapısı ise üçüncü bölümde verilmiştir. Üçüncü bölümde ayrıca konuyla ilgili benzetim sonuçları da verilmiştir. Dördüncü bölümde sonuçlar yer almaktadır.

## 2. Standard Form

Kontrol sistemlerinin tasarımında, integral performans ölçütü yaygın olarak kullanılmaktadır. Bir çok kitapta, bu konuyu ele alan bölümler mevcuttur [3], [4].

Lineer sistemler için, Åström'un önerdiği algoritma [5] kullanarak, hatanın karesinin integrali (ISE) s-düzleminde kolaylıkla hesaplanabilir. Dolayısıyla,

$$J_0 = \int_0^{\infty} [e^2(t)]dt \quad (3)$$

integralinin s-düzleminde çözümü

$$J_0 = \frac{1}{2\pi j} \int_0^{\infty} E(s)E(-s)ds \quad (4)$$

ile verilir. Burada,  $E(s) = A(s)/B(s)$ .  $A(s)$  ve  $B(s)$  polinomları

$$A(s) = a_0s^m + a_1s^{m-1} + \dots + a_{m-1}s + a_m$$
$$B(s) = b_1s^{m-1} + b_2s^{m-2} + \dots + b_{m-1}s + b_m$$

ile verilmektedir.

$$J_n = \int_0^{\infty} (t^n e)^2 dt \text{ ile verilen integral performans ölçütleri}$$

de aynı şekilde s-düzleminde,  $L[tf(t)] = \frac{-d}{ds} F(s)$  özelliği

kullanılarak, kolaylıkla hesaplanabilir [6]. Yukarıda verilen yöntemi kullanarak farklı integral performans ölçütleri için kapalı çevrim sistemi eniyi yapacak denetleyici parametreleri elde edilebilir.

Direkt optimizasyona alternatif olarak standart form yaklaşımı da kullanılabilir. Standart form kullanarak, sadece kutupları olan kapalı çevrim bir sistemi optimum yapacak parametreler Graham ve Lathrop [7] tarafından sağlanmıştır. Ancak, bu standart formun pratikte kullanımı oldukça azdır. Çünkü, PI

gibi oldukça basit bir denetleyici dahi kullanıldığında kapalı çevrim sistemin transfer fonksiyonu bir sıfır içerir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu bir sıfır içeren sistemler için standart formun kullanımı Atherton ve Boz [8] tarafından sağlanmıştır.

Sıfır içermeyen açık çevrim bir transfer fonksiyonu,  $G(s)$ , ile sıfır içeren bir denetleyici,  $G_c(s)$ , ele alalım. Bu durumda, kapalı çevrim transfer fonksiyonu,  $T_{1j} = G(s)G_c(s)/[1 + G(s)G_c(s)]$ , aşağıda verilen

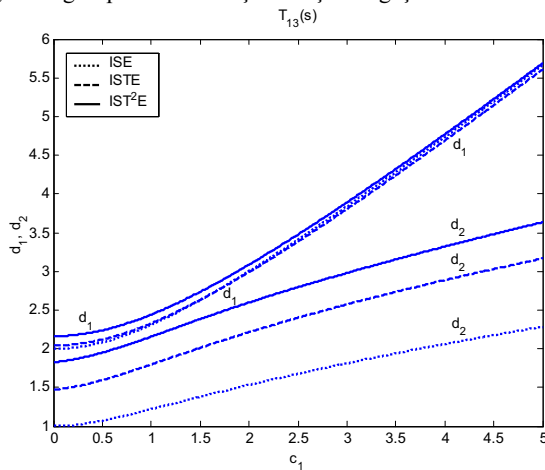
$$T_{1j} = \frac{c_1 s + 1}{s^j + d_{j-1} s^{j-1} + \dots + d_1 s + 1} \quad (5)$$

şeklinde elde edilebilir. Denklem (5)'te,  $T_{1j}$ 'deki alt-indis '1' kapalı çevrim transfer fonksiyonundaki sıfır sayısını, 'j' ise paydanın derecesini belirtir.

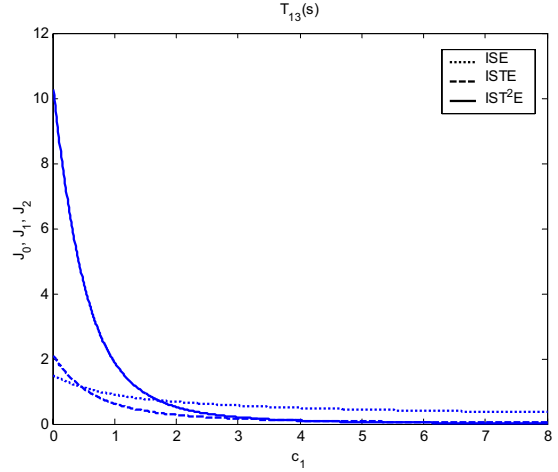
Bu durumda, birim basamak giriş fonksiyonu için hata

$$E_{1j} = \frac{s^{j-1} + d_{j-1} s^{j-2} + \dots + (d_1 - c_1)}{s^j + d_{j-1} s^{j-1} + \dots + d_1 s + 1} \quad (6)$$

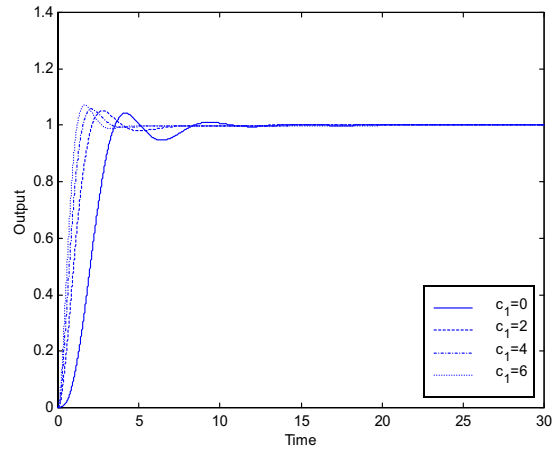
ile verilir. Farklı integral performans ölçütleri ( $J_0, J_1, J_2$ ) için değişen  $c_1$  değerine karşılık gelen optimum  $d$  değerleri  $T_{13}(s)$  transfer fonksiyonu için Şekil-1'de verilmiştir. Şekil-2'te ise değişen  $c_1$  değerine karşılık  $J_0, J_1$  ve  $J_2$  değerleri verilmiştir. Şekilden görüleceği gibi artan  $c_1$  değeri ile integral değerleri azalmaktadır. Yani kapalı çevrim sistemin basamak fonksiyonuna verdiği yanıt iyileşmektedir. Şekil-3'de değişik  $c_1$  değerleri için  $T_{13}(s)$  kapalı çevrim transfer fonksiyonunun basamak fonksiyonuna verdiği yanıtlar görülmektedir. Şekilden, artan  $c_1$  değeri ile kapalı çevrim sistemin yanıt hızının arttığı gözlenmektedir. Aynı durumun diğer integral performans ölçütleri için de geçerlidir.



Şekil-1:  $T_{13}(s)$  ve farklı integral ölçütleri için değişen  $c_1$  değerlerine karşılık gelen optimum  $d_1$  ve  $d_2$  değerleri



Şekil-2:  $T_{13}(s)$  için değişen  $c_1$  değerlerine karşılık gelen farklı integral değerleri



Şekil 3:  $T_{13}(s)$  ve  $J_1$  ölçütü için basamak fonksiyonu yanıtı

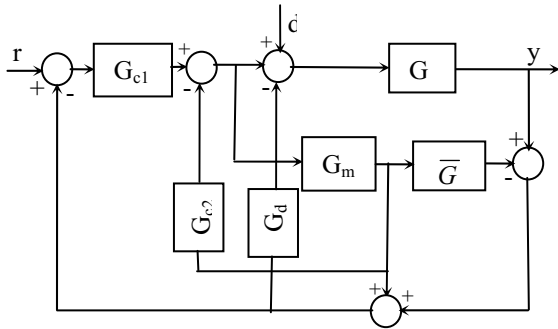
### 3. İntegratör Artı Ters Yanıtlı Süreçler İçin PI-PD Denetimi

İntegratör içeren ters yanıtlı süreçlerin kontrolü için Şekil-4'te verilen kontrol sistemini ele alalım.  $G_{c2} = 0$  ve  $G_d = 0$  olduğunda, kontrol sistemi iyi bilinen Smith predictor [9] kontrol yapısı olur. Şekil-4'te verilen kontrol yapısı, integratör artı büyük zaman gecikmesi içeren süreçlerin daha iyi kontrol edilebilmesi için Kaya [1] tarafından önerilmiştir. Burada, integratör artı ters yanıtlı süreçlerin kontrolüne uyarlanması verilecektir.

Şekil-4'te  $G_{c1}$  ve  $G_{c2}$ , sırasıyla, ideal PI ve PD denetleyicilerdir ve aşağıda verilen transfer fonksiyonlarına sahip oldukları varsayılmaktadır.

$$G_{c1}(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (7)$$

$$G_{c2}(s) = K_f + T_f s \quad (8)$$



**Şekil-4:** İntegratör içeren ters yanıtı süreçler için kontrol sistemi

$G_d(s)$  bozucu sinyallerin etkisini yok etmek için kullanılan ideal PD yapısına sahip denetleyicidir:

$$G_d(s) = K_d(1 + T_d s) \quad (9)$$

$G(s)$  kontrol edilen integratör artı ters yanıtı ve zaman gecikmeli süreç transfer fonksiyonudur:

$$G(s) = \frac{K(-T_1 s + 1)e^{-\theta s}}{s(T_2 s + 1)} \quad (10)$$

$G(s) = G_m(s)\overline{G}(s)$  diye ifade edildiğini varsayalım. Burada;

$$G_m(s) = \frac{K}{s(T_2s + 1)} \quad (11)$$

$$\overline{G}(s) = (-T_1 s + 1)e^{-\theta s} \quad (12)$$

Bu durumda, şekil-4'teki kontrol yapısının çıkış-giriş arasındaki kapalı çevrim transfer fonksiyonu ile çıkış-bozucu sinyal arasındaki kapalı çevrim transfer fonksiyonu, sırasıyla, aşağıdaki gibi olur:

$$T_r(s) = \frac{G_{c1}G_m\bar{G}}{1 + G_m[G_{c1} + G_{c2}]} \quad (13)$$

$$T_d(s) = \frac{G_m[1 + G_m(G_{c1} + G_{c2} - G_{c1}\bar{G})]\bar{G}}{1 + G_m[G_{c1} + G_{c2}][1 + G_d G_m \bar{G}]} \quad (14)$$

Denklem (13)'ye göre  $G_{c1}$  ve  $G_{c2}$  denetleyicilerinin parametrelerinin, süreç transfer fonksiyonunun zaman gecikmesi ve sağ-yarı düzlemdaki sıfırı içermeyen modeli, yani denklem (11) ile verilen kısmı, kullanılarak elde edilebilir. Ayrıca denklem (14)'e göre  $G_d$  denetleyicisi sadece sistemin bozucu sinyallere olan cevabını etkilemektedir. Dolayısıyla, önerilen kontrol yapısı iki serbestlik dereceli kontrol yapısına sahip olmaktadır. Gerekli ifadeler denklem (13)'de yerine konursa

$$T_{13}(s) = \frac{KK_c(T_i s + 1)}{T_2 T_i s^3 + (1 + K T_f) T_i s^2 + (KK_c + KK_f) T_i s + KK_c} \quad (15)$$

elde edilir. Pay ve payda  $KK_c$  'ye bölünür ve

$$s_n = s(T_2 T_i / KK_c)^{1/3} = s / \alpha \quad (16)$$

normalizasyonu denklem (15)'te kullanılırsa, aşağıda verilen  $T_{13}(s_n)$  standart formül elde edilir:

$$T_{13}(s_n) = \frac{c_1 s_n + 1}{s_n^3 + d_2 s_n^2 + d_1 s_n + 1} \quad (17)$$

Burada;

$$c_1 = \alpha T_i \quad (18)$$

$$d_2 = \frac{(1 + KT_f)T_i\alpha^2}{KK_c} \quad (19)$$

$$d_1 = \frac{(KK_c + KK_f)T_i\alpha}{KK_c} \quad (20)$$

$G_{c1}$  ve  $G_{c2}$  denetleyicilerinin parametrelerini bulmak için şu yol takip edilebilir.  $\alpha$  değeri ile sistemin yanıt hızı doğru orantılıdır. Yani artan  $\alpha$  değeri sistemin yanıt hızının artmasına, azalan  $\alpha$  değeri sistemin yanıt hızının azalmasına neden olur. Dolayısıyla, seçilen  $K_c$  ve  $T_i$  değerleri için bir  $\alpha$  değeri bulunur. Denklem (18)'dan bu  $\alpha$  değerine karşılık gelen  $c_1$  değeri elde edilir. Bu  $c_1$  değeri için sistemi optimum yapacak  $d_1$  ve  $d_2$  değerleri Şekil-2'den bulunur. Denklem (19) ve (20) kullanılarak, diğer denetleyici parametreleri  $T_f$  ve  $K_f$  elde edilir.

Sistemli girecek bozucu sinyallerin etkisini yok etmek için,  $G_d(s)$  denetleyicisinin parametrelerinin bulunması gerekir. Bunun için, denklem (14)'deki ifadenin paydasında yer alan ikinci ifadeye Nyquist kararlılık ölçütü uygulanabilir:

$$1 + G_d(s)G_m(s)\bar{G}(s) = 0 \quad (21)$$

$T_d = T_2$  seçilirse denklem (21) şu şekilde düzenlenebilir:

$$1 + \frac{KK_d(-T_1s+1)e^{-\theta s}}{s} = 0 \quad (22)$$

$K_d$  faz payı  $\varphi$  olacak şekilde seçilirse;

$$KK_d = \frac{\pi/2 - \varphi}{\sqrt{(T_1 + \theta)^2 + T_1^2 (\pi/2 - \varphi)^2}} \quad (23)$$

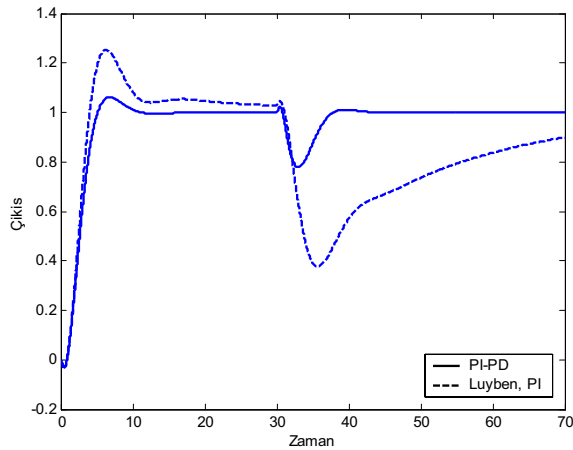
Faz payı  $\varphi = 61.3065$  olarak seçildiğinde,  $\pi/2 - \varphi = 1/2$  olur, ve denklem (23) aşağıdaki gibi basitleştirilebilir:

$$KK_d = \frac{1}{2\sqrt{(T_1 + \theta)^2 + 0.25T_1^2}} \quad (24)$$

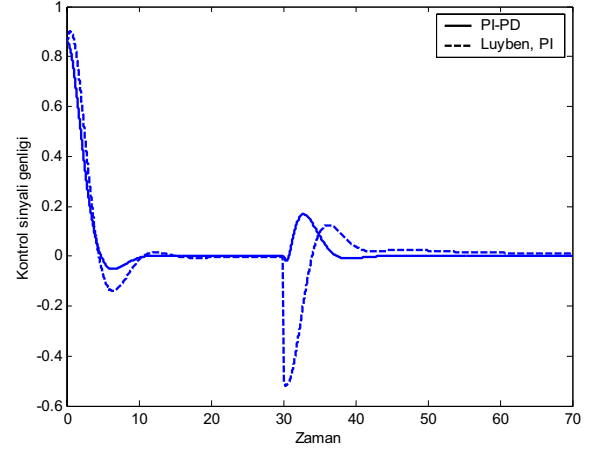
Önerilen metot ile elde edilen kapalı-çevrim sistemin performansını ölçmek için Luyben [2] tarafından incelenen ve açık-çevrim transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{0.547(-0.418s + 1)e^{-0.1s}}{s(1.06s + 1)}$$

olan sistemi ele alalım. Verilen sistemi kontrol etmek için Luyben [2] hem PI hem de PID denetleyici kullanmayı önermiştir. Luyben [2] tarafından önerilen PI denetleyicinin parametreleri  $K_c = 0.854$  ve  $T_i = 23$  olarak verilmiştir. Önerilen PI-PD denetleyicinin parametrelerini bulmak için, öncelikle  $K_c$  ve  $T_i$  değerlerinin bulunması gerekir. Burada,  $K_c$  ve  $T_i$  değerlerini, hem kolaylık hem de daha adil bir karşılaştırma için, Luyben [2] tarafından önerilen değerlere eşit, yani,  $K_c = 0.854$  ve  $T_i = 23$  alalım. Bu durumda, denklem (16)'den  $\alpha = 0.268$  ve denklem (16)'dan  $c_1 = 6.155$  bulunur. Bu  $c_1$  değerine karşılık gelen sistemin cevabını optimum yapacak  $d_1 = 6.701$  ve  $d_2 = 3.465$  değerleri  $J_1$  ölçütü için Şekil-2'den elde edilir. Dolayısıyla, denklem (19)'den  $T_f = -0.0314$  ve denklem (20)'den  $K_f = 0.0758$  bulunur. Bozucu sinyalin etkisini yok edecek denetleyicinin parametreleri ise  $T_d = T_2 = 1.06$  ve denklem (24)'ten  $K_d = 1.636$  olarak bulunur. Her iki yöntemin birim basamak giriş fonksiyonu ile genliği -0.5 olan basamak fonksiyonu şeklindeki bozucu sinyale verdikleri yanıt Şekil.5'te gösterilmiştir. Önerilen yöntemin performansının üstünlüğü aşıkardır. Her iki yönteme ait kontrol sinyalleri Şekil. 6'da verilmiştir.

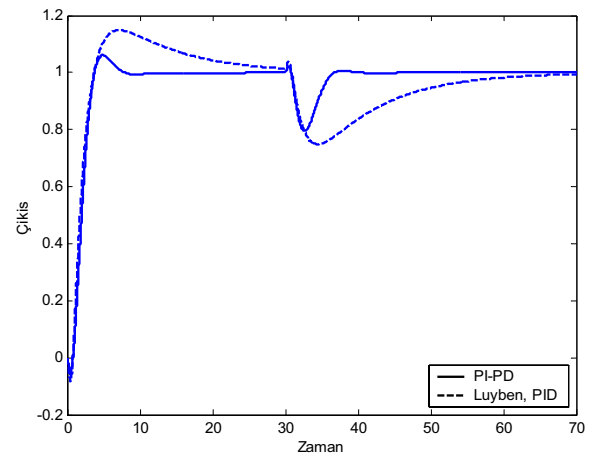


Şekil. 5: PI-PD denetleyici ile Luyben tarafından önerilen PI denetleyicinin performansları



Şekil. 6: PI-PD denetleyici ile Luyben tarafından önerilen PI denetleyicinin kontrol sinyalleri

Luyben [2] ayrıca ayar parametreleri  $K_c = 1.69$ ,  $T_i = 11.5$  ve  $T_d = 1.15$  olan bir PID denetleyici ile de sistemi kontrol etmeyi önermiştir. Önceki duruma benzer şekilde, Luyben [2] tarafından önerilen PID denetleyicinin kazanç ve integral zaman sabitlerini önerilen PI-PD denetleyicinin kazanç ve integral zaman sabitleri olarak alırsak  $\alpha = 0.423$  ve denklem (16)'dan  $c_1 = 4.868$  bulunur.  $J_1$  ölçütü için Şekil-2'den  $d_1 = 5.487$  ve  $d_2 = 3.132$  değerleri elde edilir. Dolayısıyla, denklem (19)'den  $T_f = 0.741$  ve denklem (20)'den  $K_f = 0.215$  bulunur. Bozucu sinyallerin etkisini yok edecek denetleyicinin ayar parametreleri daha önce bulunan değerlere eşit olur. Bu durumda, kapalı-çevrim sistemin performansı Şekil. 7'de gösterilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi PI-PD ile çok daha iyi bir performans elde edilmiştir. Şekil.8'de ise bu duruma ait kontrol sinyalleri verilmiştir. Şekil. 8'den görüldüğü gibi, Luyben [2] tarafından önerilen metot ile başlangıçta daha yüksek bir denetleme girdisi sarf edilmektedir.

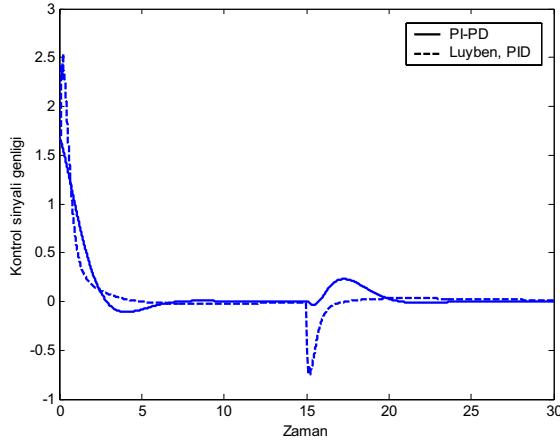


Şekil. 7: PI-PD denetleyici ile Luyben tarafından önerilen PID denetleyicinin performansları

**Not:** Luyben [2] tarafından önerilen yöntemin bir diğer önemli dezavantajı, denetleyici ayar parametrelerinin sayısal olarak hesaplanabilmesidir. Oysa, önerilen metotta böyle bir durum söz konusu değildir.

#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, integratör artı ters yanıtlı süreçlerin denetiminde PI-PD Smith predictor yapısı ve standart form kullanılarak elde edilen sonuçlar verilmiştir. Önerilen metot ile elde edilen kapalı çevrim sistemin yanıtları mevcut ve integratör artı ters yanıtlı süreçlerin denetimi için önerilmiş bir diğer metot ile karşılaştırılmış ve önerilen yöntemin açık üstünlüğü gösterilmiştir.



Şekil. 8: PI-PD denetleyici ile Luyben tarafından önerilen PID denetleyicinin kontrol sinyalleri

#### 5. Kaynakça

- [1] I. Kaya, *Relay feedback Identification and Model Based Controller Design*, Doktora tezi, Sussex University, U.K, 1999.
- [2] William L. Luyben, "Identification and Tuning of Integrating Processes with Deadtime and Inverse Response," *Ind. Eng. Chem. Res.*, Cilt: 42, No: 13, s:973-976, 2003.
- [3] R.C. Dorf, H. Bishop, *Modern Control Systems*, Addison-Wesley, Reading, 1995.
- [4] C.T. Chen, *Analog and Digital Control System Design*, Saunders College, 1993.
- [5] K.J. Åström, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic, New York, 1970.
- [6] M. Zhuang,, D.P. Atherton, "Automatic tuning of optimum PID controllers," *IEE Proceedings-D*, Cilt: 140, No: 3, p. 216-224, 1993.
- [7] D. Graham, R.C. Lathrop, "The synthesis of optimum response: criteria and standard forms," *II. Trans. AIEE*, Cilt: 72, s:273-288, 1953.
- [8] D.P. Atherton, ve A.F. Boz, "Using standard forms for controller design" *Int. Conference on Control, Control'98*, Swansea, UK, s:1066-1071, 1998.
- [9] O.J. Smith, "A controller to overcome dead time," *ISA J.*, Cilt: 6, No: 2, s:28-33, 1959.



# Tepkimeli Bir Kesikli Damıtma Kolonunda Durum Tahmini ve Algısal Denetim

*Almila Bahar, Canan Özgen*

Kimya Mühendisliği Bölümü  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, 06531, Ankara, Türkiye  
abahar@metu.edu.tr, cozgen@metu.edu.tr

## Özetçe

Tepkimeli bir kesikli damıtma kolonunun denetim çalışmasında, damıtma sistemini optimum geri akış oranı profili ile çalıştırmak için sistemin derişim değerlerini tahmin etmek için bir tahmin edici geliştirilmiştir. Tahmin edici, kolondaki sıcaklık ölçümlerini ve geri akış oranını kullanan bir Yapay Sinir Ağı (YSA)'dır. Kullanılan YSA, iki gizli katmanlı bir Elman ağıdır. Geliştirilen tahmin edicinin performansı, açık devrede test edildikten sonra, tahmin edici geri beslemeli algısal bir denetim algoritmasında kullanılmıştır. Kolondaki ürün derişimlerinin denetiminin, optimum geri akış oranı profili ile YSA tahmin edicisi kullanılarak (gerektiğinde hata düzeltilmesi ile) yapılabildiği bulunmuştur.

## 1. Giriş

Bir tepkimeli damıtma kolonunda istenilen saflıkta yüksek dönüşüm istenir ve bu yüksek performanstaki kapalı devre denetime bağlıdır [1]. Fakat, derişimlerin sürekli ölçümü birçok araştırmacının da belirttiği gibi endüstrideki tipik bir problemdir [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]. Ürün derişimlerinin ölçümleri, derişim analiz aletleri ile mümkündür. Fakat, bunlar pahalı, bakımı zor ve gecikmelere sebep olduğu için iyi bir geri beslemeli denetim sistemi mümkün değildir. Çok bileşenli damıtma kolonlarında ölçülemeyen bozan etkenler olduğunda, algısal denetim ölçülemeyen sistem çıktısının denetiminde tek çözümdür. Bu nedenle, derişimleri sıcaklık gibi ikincil ölçümlerden tahmin etmek önemlidir. Bu tahmin edilen derişim değerleri, ayarlanan değişkenleri ayarlamak için denetleç tarafından kullanılır.

Damıtma kolonlarında durum tahmini ile ilgili çoğu çalışma sürekli damıtma kolonları üzerinedir. Örneğin, sürekli tepsili bir damıtma kolonunda yapılan önceki bir çalışmada [8] durum tahmini, Yapay Sinir Ağları (YSA) kullanılarak başarılı olarak uygulanmıştır ve denetim algoritmasında kullanılmıştır. Ancak, kesikli damıtma kolonları daha karmaşık, doğrusal olmayan ve daha dinamik yapıda oldukları için bu sistemlerde durum tahmini daha da önem kazanmaktadır. Derişim profilleri ve çalışma koşulları işlem süresince geniş değerler aralığında değiştiğinden kesikli kolonlar için durum tahmin edicileri tasarlanmalıdır [9, 10]. Ayrıca, kesikli kolon, tepkimeli damıtma işlemlerinde tepkime çok yavaş olduğu zaman ve çok hızlı olduğu zaman çekici bir seçenektir [11].

Karmaşık ve bilinmeyen dinamikteki sistemlerin tanımlanması ve denetimi uzun yıllardır büyük önem taşımaktadır ve çeşitli stratejiler geliştirilmiştir. Bunların arasında en popüler olanı YSA'dır. YSA, özellikle girdi-çıkı

verilerini tanımlamada, zamana bağlı tahminler yapmada ve verileri sınıflandırmada kullanılan, doğrusal olmayan deneysel bir model olarak düşünülebilir [12]. YSA'nın gelişmesine sebep olan birçok neden vardır. YSA; doğrusal olmayan yapıda olabilir, yapıyla ilgili çok az ya da hiç ön bilgi gerektirmez, hata toleranslıdır ve geleneksel metotlarla çözülemeyen karmaşık problemleri çözebilir [13].

Bu çalışmanın amacı, tepkimeli kesikli bir damıtma kolonunda sıcaklık ölçümlerinden derişim değerlerini tahmin etmek için YSA tahmin edicisi geliştirmek ve bu tahmin değerlerini kullanarak kolondaki ürün derişimlerinin optimum geri akış profili ile algısal denetimini sağlamaktır.

## 2. Çalışılan Sistem

Bu çalışmada tepkimeli bir kesikli damıtma kolonu için daha önce geliştirilen dinamik bir benzetim modeli kullanılmıştır [14]. Çalışılan tepkimeli sistem, etanolün asetik asit ile esterleşerek etil asetat ve su üretimidir. Kolonun parametreleri ve çalışma koşulları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1 Kolonun Parametreleri ve Çalışma Koşulları

|   |                     |
|---|---------------------|
| Aşama sayısı (kazan ve toplam yoğunlaştırıcı dahil)             | 10                  |
| Toplam bes, mol   | 311.67              |
| Besi derişimi (etil asetat, etanol, su, asetik asit), mol oranı | 0.0, 0.5, 0.0, 0.5  |
| Kolondaki toplanan miktar, mol                                  |                     |
| soğutucu  | 30                  |
| iç tepsiler   | 0.779               |
| Kazan ısısı, J/saat   | $2.016 \times 10^6$ |
| Kolon basıncı, bar  | 1.013               |
| Soğutma suyu akış hızı, lt/dakika                               | 1.0                 |

## 3. Algısal Denetim

Kolondaki sıcaklık ölçümlerinden ürün derişimlerini tahmin eden YSA tahmin edicisi kullanan ve optimum geri akış profilini kullanarak geri beslemeli bir denetim sağlayan bir algısal denetim metodolojisi geliştirilmiştir.

### 3.1 Gözlemlenebilme Kriteri ve Ölçüm Noktalarının Seçimi

Tahmin edilen derişim değerleri kolonun denetiminde kullanılacağı için, tahmin ediciye girdi olarak kullanılacak sıcaklık ölçümleri uygun bir şekilde seçilmelidir. Çünkü,

ölçüm yerleri tahminlerdeki performansı önemli ölçüde etkilemektedir. Bütün sıcaklık ölçümlerini tahmin ediciye girdi olarak kullanmak, ölçüm fazlalığından dolayı uygun değildir. Venkateswarlu ve Kumar [17]'ın belirttiği gibi ölçümlerin uygunsuz kullanımı numerik problemlere ve tahmindeki doğruluğun azalmasına yol açabilir.

Bir damıtma kolonunun ölçüm sayısı en az NC-1 (NC: bileşen sayısı) olduğu zaman gözlemlenebilir olduğu bulunmuştur [3]. Çok bileşenli kesikli damıtma kolonunda doğrusal gözlemleyici için, teoride NC-1 sıcaklık ölçümünün gerektiği halde doğrusal olmayan gözlemleyicinin etkin olabilmesi için en az NC ölçüme gerek olduğu gösterilmiştir [15, 16].

Ayrıca, sıcaklık ölçümlerini NC'den daha fazla artırmanın daha iyi bir performansla sonuçlanmadığı gösterilmiştir [16]. Çok bileşenli bir kesikli damıtma kolonunda kazan ve en tepedeki tepsinin en duyarlı sıcaklık ölçüm yerleri olduğu bulunmuştur [17]. Benzer olarak, başka bir çalışmada, sıcaklık ölçüm noktalarının kolon boyunca homojen olarak dağıtılması gerektiği ve bunların kazanı ve en tepedeki tepsiyi kapsaması gerektiği bulunmuştur [16]. Bu tartışmaları dikkate alarak, derişim tahmininde kullanmak üzere kolonda 4 sıcaklık ölçüm yeri; kazan, 2. tepsisi, 5. tepsisi ve en tepedeki 8. tepsisi seçilmiştir.

### 3.2 Yapay Sinir Ağı (YSA) Tahmin Edicisi

Çalışılan dinamik sistem, doğrusal olmayan bir yapıdadır ve kolondaki derişim profillerinin farklı geri akış oranları ile önemli derecede değişmekte olduğu görülmüştür. Bu nedenle, sadece tek bir yapay sinir ağı oluşturmak ve onu değişik geri akış oranlarından elde edilen girdi-çıkı verileri ile eğitmek uygun değildir. Bu yüzden, her bir geri akış oranı için farklı bir ağ oluşturulmuştur ve geri akış oranının değeri de tahmin ediciye girdi olarak verilmiştir. Tahmin edicinin girdilerine (sıcaklıklar ve geri akış oranı) karşılık gelen çıktıları (soğutucu bölümündeki derişimleri), geri akış oranının aralarında kaldığı iki ağı çıktılarının enterpolasyonu ile bulunur. Örneğin, geri akış oranı,  $R_1$  and  $R_2$  geri akış oranları arasında ise tahmin edicinin çıktısı Denklem 1 ve 2'de verildiği şekilde bulunabilir. Burada  $d_1$ ,  $R$  ve  $R_1$  arasındaki uzaklığı belirtmektedir.

$$\begin{aligned} d_1 &= |R - R_1| \\ d_2 &= |R_2 - R| \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{tahmin edicinin çıktısı} &= \\ \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times \text{YSA}_2 \text{ çıktısı} + \frac{d_2}{d_1 + d_2} \times \text{YSA}_1 \text{ çıktısı} \end{aligned} \quad (2)$$

Herbir YSA; ağ yapısını, normalizasyonu ve ağ performansını dikkate alarak tasarlanmıştır.

#### YSA Yapısı

Yapay Sinir Ağları, iki çeşit yapıya ayrılırlar: ileri beslemeli ve yinelenen. İleri beslemeli ağlarda, herhangi bir andaki çıktı sadece girdilere ve o andaki ağırlıklara bağlıdır. Bu yüzden, bu ağlar dinamik bir yapıya sahip değildir. Bu ağları, dinamik bir sistemi tanımlamada kullanmak için, genellikle hareketli pencere metodu kullanılır. Hareketli pencere metodunda, şimdiki ve geçmişteki girdi ve çıktılar sinir ağının girdisi olarak kullanılır [8]. Bu metodun en büyük dezavantajları, girdi katmanındaki fazla miktarda ünitelerden dolayı yavaş hesaplama süresi ve dış gürültülerden çabuk etkilenmesidir.

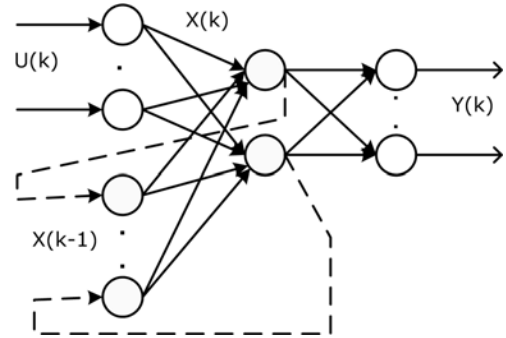
Ayrıca, eğitimdeki yapı geri çağırma yapısından farklı olduğu için, sinir ağı eğitim yapısında iyi eğitilmiş gibi gözükür fakat geri çağırma yapısında düşük bir performans gösterir. Bu nedenle, ileri beslemeli ağlarla dinamik bir sistemin tanımlanması kolay değildir. İleri beslemeli ağlara karşılık, yinelenen ağlarda, sinyaller hem ileri hem de geri yönlerde olabilir. Bir sinirin çıktısı, önceki katmandaki bir sinire geri gönderilir ve o sinirin çıktısı, hem t zamanındaki bir önceki katmandan gelen girdilerin hem de bir önceki zamandaki kendi çıktısının fonksiyonudur. Bu özelliklerinden dolayı, yinelenen ağlar dinamik bir yapıya sahiptirler.

Bu çalışmada, yinelenen bir ağ olan Elman ağı kullanılmıştır. Elman ağında, girdi katmanı, gizli katmanı ve çıktı katmanına ek olarak kontekst üniteler vardır. Girdi ve çıktı katmanlarının dış çevre ile etkileşimi vardır, fakat gizli ve kontekst ünitelerinin yoktur. Girdi katmanındaki üniteler, sadece sinyalleri değiştirmeden yollar. Çıktı katmanındaki üniteler, onlara gelen sinyalleri toplar. Gizli katmanındaki üniteler, doğrusal ya da doğrusal olmayan aktivasyon fonksiyonları olabilir. Kontekst üniteler de gizli katmandaki ünitelerin önceki aktivasyonlarını hatırlamak için kullanılır.

Belli bir k zamanında, gizli ünitelerin önceki (k-1 zamanındaki) aktivasyonları ve şu andaki (k zamanındaki) girdiler sinir ağının girdileri olarak kullanılır. Bu girdiler ileri doğru yayılarak çıktıları oluşturur. Sinir ağının eğitimi için standart "backpropagation" algoritması kullanılır. Eğitimden sonra, k zamanındaki gizli ünitelerin aktivasyonları kontekst ünitelere geri gönderilir ve bir sonraki zamanda (k+1 zamanında) kullanılmak üzere kaydedilir.

Şekil 1'de Elman ağı için örnek bir yapı verilmektedir. Sinir ağının dış girdileri  $U(k-1)$ , ağ çıktıları  $Y(k)$ , gizli ünitelerin aktivasyonları  $X(k)$  ve kontekst ünitelerin çıktıları  $X^c(k)$  ile gösterilmiştir. Ağırlık matrisleri  $W^{xc}$ ,  $W^{xu}$ ,  $W^{yx}$  ile belirtildiğinde, bunlar Denklem 3'de verildiği gibi gösterilebilir.  $F$  doğrusal olmayan vektör fonksiyonudur.

$$\begin{aligned} X(k) &= F\{W^{xc} X^c(k), W^{xu} U(k-1)\} \\ X^c(k) &= X(k-1) \\ Y(k) &= W^{yx} X(k) \end{aligned} \quad (3)$$



Şekil 1 Elman Ağına Temel Yapısı

Sinir ağının girdi/çıkı tasarımı; girdi, gizli ve çıktı katmanlarındaki ağırlıklara ve aktivasyon fonksiyonlarına göre oluşur. Girdi katmanındaki sinirlerin sayısı, sinir ağının girdi değişkenleri kadardır. Çıktı katmanındaki sinirlerin sayısı da istenilen çıktı değişkenlerinin sayısı kadardır. Gizli katmanların sayısı ve bu katmanlardaki sinir sayısının seçimi için ise matematiksel bir yaklaşım yoktur. Fakat, bu seçim sinir ağının eğitime bağlı olarak, farklı konfigürasyonlar

denenerek en az katman sayısı ve sinir sayısı ile minimum hata veren konfigürasyon seçilebilir.

Bu çalışmada, sinir ağından 4 bileşenin soğutucu bölümündeki derişimi çıktı olarak istendiğinden çıktı katmanında 4 sinir bulunmalıdır. Bu çalışmada, ağ yapısında birinci gizli katmanında 20 sinir, ikinci gizli katmanında 34 sinir içeren iki gizli katman kullanılmıştır. Gizli katmanlarda *tan-sigmoid* transfer fonksiyonları ve çıktı katmanında *purelin* transfer fonksiyonu kullanılmıştır.

#### Değişkenlerin Aralıkları

YSA, farklı geri akış oranları için yatışkın olmayan benzetim yardımıyla oluşturulmuş sıcaklık ve derişim verileri ile eğitilmiştir. Sinir ağı, eğer girdi-çıkı verileri eğitimde kullanılan veri dağılımının dışında kalırsa doğru tahmin yapamazlar.

Bu çalışmada, toplam geri akış işlemindeki yatışkın durumdan sonra sabit geri akış durumu için, geri akış oranı (L/V) 0.5 ile 1.0 arasında değiştirilmiştir. Geri akış oranının daha düşük değerleri damıtma işleminde uygun değildir. Eğitim verilerinin aralığını genişletmek için, optimum geri akış profilinin %20 altındaki ve üzerindeki geri akış oranı profilleri de eğitimde kullanılmıştır. Kapasite faktörünün maksimize edildiği optimum geri akış profili daha önceki bir çalışmadan alınmıştır [14] ve Tablo 2’de verilmektedir. Kapasite faktörü, Denklem 4’de verildiği gibi, belirlenen ürünlerin miktarlarının toplam kesikli işlem süresine oranı şeklinde tanımlanmıştır. Bu denklemde,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  ve  $P_4$  ürün toplama tanklarında elde edilen ürünlerin miktarlarını ve  $t_F$  toplam kesikli işlem süresini göstermektedir.

$$CAP = \frac{P_1 + P_2 + P_3 + P_4}{t_F} \quad (4)$$

Eğitimde kullanılan geri akış oranı değerleri Tablo 3’de verilmektedir.

Tablo 2 Optimum Geri Akış Oranı Profili

| Optimum Geri Akış Profili |                  |
|---------------------------|------------------|
| Zaman Aralığı (saat)      | Geri Akış Oranı  |
| 0 – 9.15                  | Toplam Geri Akış |
| 9.15 – 27.75              | 8.21             |
| 27.75 – 29.43             | 2.08             |
| 29.43 – 32.33             | 3.26             |
| 32.33 – 35.12             | 1.94             |
| 35.12 – 36.21             | 3.98             |
| 36.21 – 38.17             | 21.78            |

Tablo 3 YSA’nın Eğitiminde Kullanılan Geri Akış Oranı Değerleri

| Toplam geri akış işleminden sonraki geri akış oranı eğilimleri | Geri akış oranı değerleri (L/V)                                   |
|--|---|
| Sabit  | 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 1.0                          |
| Belli bir profile göre değişken                                | $R_{optimum}$<br>$\pm 10\% R_{optimum}$<br>$\pm 20\% R_{optimum}$ |

YSA’nın eğitimi, MATLAB benzetim programı ile “backpropagation” algoritması ve Tablo 3’de verilen geri akış oranları kullanılarak toplanan dinamik verilerle yapılmıştır.

#### Normalizasyon

YSA’nın girdi ve çıktı değişkenlerinin büyüklükleri aynı düzende olmazsa, bazı değişkenler olduklarından daha fazla anlam kazanır. Bu nedenle, her girdi ve çıktı parametresi sinir ağına kullanılmadan önce  $[-1....1]$  aralığına normalize edilmiştir. YSA’nın çıktısı da kendi orijinal değerine tekrar çevrilmiştir.

## 4. Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde, geliştirilmiş olan YSA tahmin edicinin açık devredeki performansı ve sonra da kapalı devrede algısal denetim algoritmasında kullanımı ile ilgili sonuçlar ve tartışmalar verilecektir.

#### 4.1 YSA Tahmin Edicisi

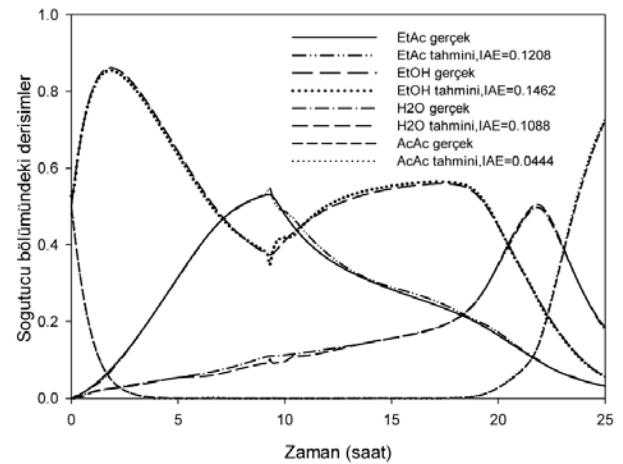
Çalışılan damıtma kolonunun algısal denetimi için, kolondaki sıcaklık ölçümleri, YSA yardımıyla derişim değerlerini tahmin etmek için kullanılmıştır.

#### Tahmin Edicinin Performansı

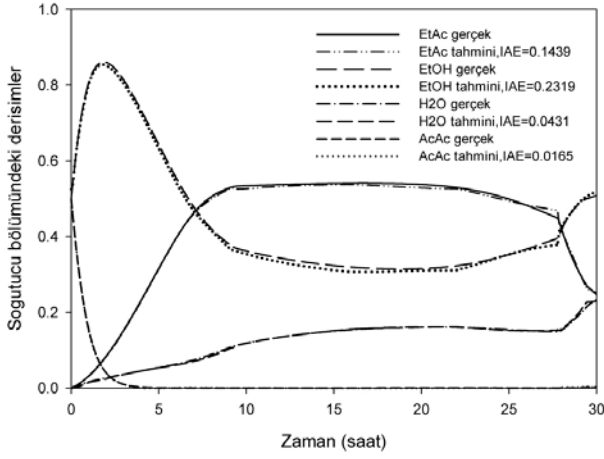
Eğitimden sonra YSA’nın performansı iki kriter için test edilir. Bunlardan birisi YSA’nın eğitildiği bir veri seti için gösterdiği performans (doğrulama testi), diğeri ise eğitimde kullanılmamış bir veri seti için gösterdiği performanstır (genelleme testi).

#### Doğrulama Testleri

Doğrulama testlerinde, YSA’nın performansı, eğitimde kullanılan belli girdi örnekleri için değerlendirilmiştir. Şekil 2 ve Şekil 3’de, kolondaki soğutucu bölümündeki derişimlerin 0.7’lik geri akış oranı (L/V) ve optimum geri akış profili için davranışları gösterilmektedir. YSA’nın çıktısının gerçek değerinden çok az saptığı görülmektedir.



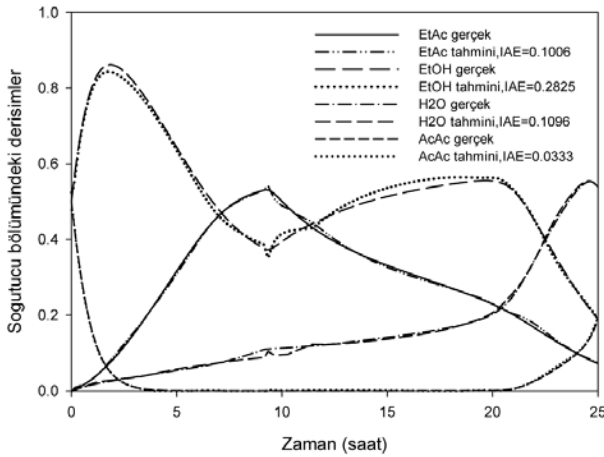
Şekil 2. Toplam geri akış işleminden sonra 0.7’lik geri akış oranı (L/V) ile soğutucu bölümündeki gerçek ve tahmini derişim değerleri



Şekil 3. Optimum geri akış profili ile soğutucu bölümündeki gerçek ve tahmini derişim değerleri

#### Genelleme Testleri

Genelleme testlerinde, YSA'nın eğitiminde kullanılmamış ama eğitim veri aralığında olan girdiler kullanılmıştır. 0.75'lik geri akış oranı için kolondaki soğutucu bölümündeki derişimlerin davranışları Şekil 4'te verilmektedir. Ayrıca, optimum geri akış oranı profilinden %10'luk bir artışa karşılık kolondaki soğutucu bölümündeki derişimlerin davranışları Şekil 5'te verilmektedir.

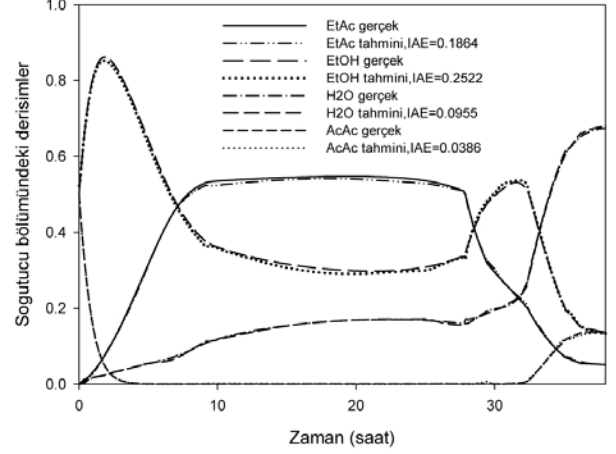


Şekil 4. Toplam geri akış işleminden sonra 0.75'lik geri akış oranı (L/V) ile soğutucu bölümündeki gerçek ve tahmini derişim değerleri

Şekillerden de görüldüğü gibi YSA, çıktıları doğru bir şekilde tahmin etmektedir. Tasarlanan YSA'nın doğrulama ve genelleme testlerindeki başarısını gördükten sonra, bir sonraki adım tahmin ediciyi denetim çalışmalarında kullanmaktır.

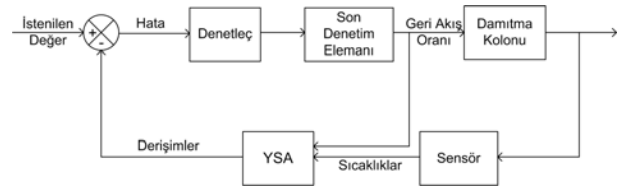
#### 4.2 Denetim Çalışmaları

YSA tahmin edici, onu tepkimeli kesikli damıtma kolonunun derişim denetimi algoritmasında kullanmak için tasarlanmıştır. Bu nedenle, YSA tahmin edicinin performansı, bu denetim algoritması içinde test edilmiştir.



Şekil 5. Optimum geri akış profilinin %10 fazlası ile soğutucu bölümündeki gerçek ve tahmini derişim değerleri

Soğutucu bölümündeki ya da ürün toplama tanklarındaki derişimler denetlecin girdileri ve geri akış oranı da ayarlanan değişkenlerdir. Kolonun optimum geri akış profili, denetim algoritmasında önceden belirlenmiş geri akış oranları olarak kullanılır. Tepe ürünün aktarılacağı tank ve geri akış oranının önceden belirli olan optimum değerine değiştirilme zamanı denetleç tarafından kararlaştırılır. Denetim algoritmasında, derişimler YSA tarafından sağlanır. Bu denetim yapısının blok diyagramı Şekil 6'da gösterilmektedir. Denetim çalışmalarında, öncelikle daha önceden doğrulanmış benzetim modeli, geri akış oranını ayarlamak için gerçek derişim değerlerini bulmak için kullanılmıştır. Daha sonra aynı prosedür, YSA'dan elde edilen tahmini derişim değerleri ile tekrarlanmıştır. Denetim çalışmalarında, ürün toplama tanklarındaki istenilen derişim değerleri; etil asetat için 0.52, etanol için 0.5, su için 0.65 ve asetik asit için 0.999'dur [14]. Kolon toplam geri akış oranında çalıştıktan sonra, etil asetat istek değerine geldiğinde ürün 1. toplama tankına toplanır. Bu tanktaki etil asetat derişimi istek değerinin altına düştüğünde, ürün 1. ara ürün toplama tankına toplanır. Daha sonra, soğutucu bölümündeki etanol derişimi istek değerine ulaştığında ürün 2. toplama tankında toplanır ve işlem bu şekilde devam eder. Sistemdeki en ağır ürün olan asetik asit ise kazan bölümünde toplanır. Derişimlerin tahminindeki IAE (mutlak hatanın integrali) değerleri, kapasite faktörü ve toplam süre, performans ölçümleri olarak kullanılmıştır.

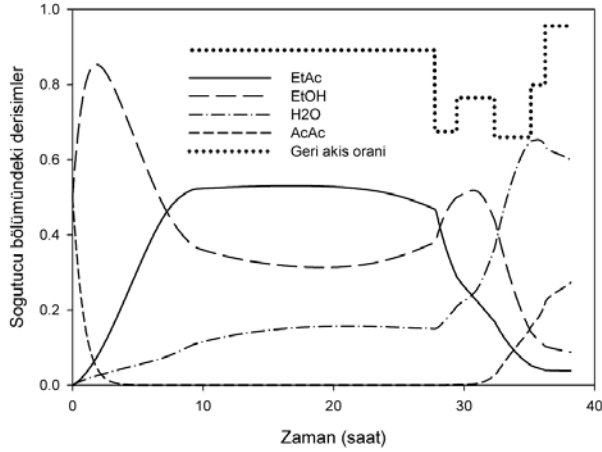


Şekil 6. Denetim Yapısının Blok Diyagramı

#### Gerçek Derişim Değerleri ile Denetim Çalışmaları

Denetim çalışmalarında, benzetim modelinden alınan derişim değerleri kullanıldığında kolondaki soğutucu bölümündeki derişimlerin davranışları Şekil 7'de verilmektedir. Şekilde görüldüğü gibi; etil asetat, etanol ve su, kolonun soğutucu bölümünde istenilen istek değerlerine ulaşmıştır. Damıtma

işlemi, daha önce belirtildiği gibi asetik asit, kolonun kazan bölümünde istenilen istek değerine ulaşana kadar devam etmiştir. Şekil 7’de, denetleç tarafından zamana bağlı olarak ayarlanan geri akış oranları da gösterilmektedir. Kapasite faktörü 5.35 mol/saat ve toplam süre 38.17 saat olarak bulunmuştur.



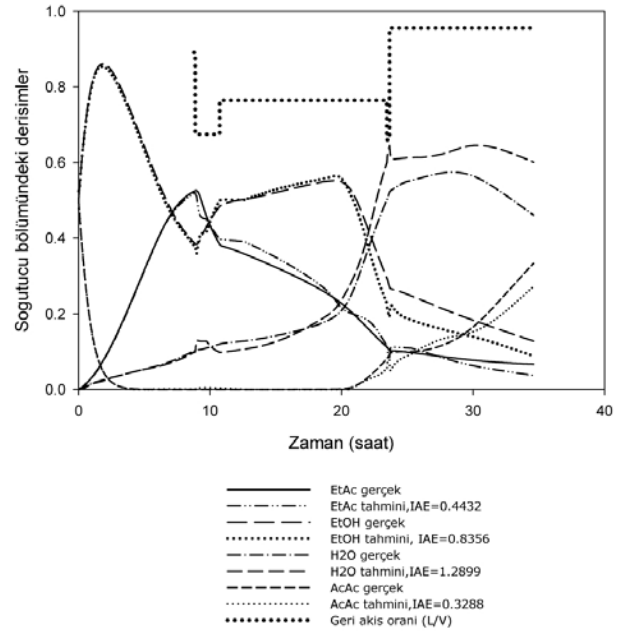
Şekil 7. Gerçek derişim değerleri geri beslemesi ile soğutucu bölümündeki derişim değerleri

#### Tahmini Derişim Değerleri ile Denetim Çalışmaları

Denetim çalışmalarında tahmin edilen derişim değerleri kullanıldığında soğutucu bölümündeki derişimlerin davranışları ve denetleç tarafından zamana bağlı ayarlanan optimum geri akış oranları Şekil 8’de verilmektedir. Şekilde görüldüğü gibi, derişimlerin IAE değerleri yüksektir. Ayrıca, 6.36 mol/saat olan kapasite faktöründeki ve 34.59 saat olan toplam kesikli işlem süresindeki hatalar (sırasıyla %19 ve %9) da büyüktür. Bu nedenle, YSA tahmin edicinin kapalı devredeki performansını artırmak için, belli zaman aralıklarında gerçek derişim değerlerini kullanarak derişim tahminlerindeki hatayı giderme düşünülmüştür. Gerçek bir işletmede böyle bir sistemin derişim ölçümleri 15 dakikalık aralıklarla yapılabilmektedir ve derişim tahminleri bu aralıklarla düzeltilebilir. Şekil 8’de derişim profillerindeki sapmanın toplam geri akış işleminden hemen sonra başladığı görülmektedir. Bu nedenle, bu noktadaki hata gidermenin kritik olduğu görülmektedir. Derişim tahminlerindeki hata giderme için, gerçek derişim değerleri kullanılarak toplam geri akış işlemi sırasında bir düzeltme ve bu işlemin bitiminden hemen sonra bir düzeltme yapılmıştır.

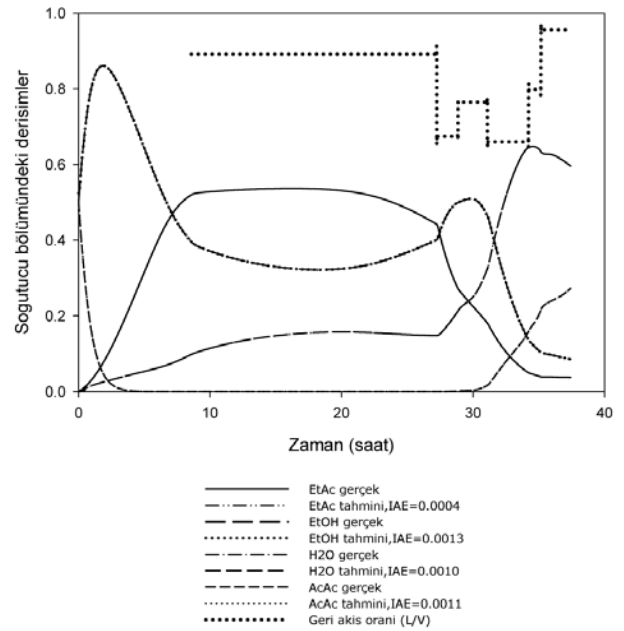
#### Tahmini Derişim Değerleri ile Denetim Çalışmaları (Hata Düzeltmesi ile)

Şekil 9’da geri beslemeli algısal denetim algoritmasında, yukarıda anlatıldığı gibi iki gerçek derişim değeri kullanılarak hata düzeltmesi ile soğutucu bölümündeki derişimlerin davranışları gösterilmektedir. Denetleç tarafından zamana bağlı olarak ayarlanan optimum geri akış oranları kesikli çizgi ile gösterilmektedir. Bileşenlerin derişim tahminlerindeki IAE değerlerinin fark edilebilir derecede azaldığı görülmektedir. Ayrıca, 5.34 mol/saat olan kapasite faktöründeki ve 37.41 saat olan toplam kesikli işlem süresindeki hatalar da (sırasıyla %5 ve %2) azalmıştır.



Şekil 8. Tahmini derişim değerleri geri beslemesi ile soğutucu bölümündeki derişim değerleri

Bu çalışmanın sonucunda, tepkimeli kesikli damıtma kolonunun değişken geri akış oranı ile derişim denetiminin, YSA tahmin edicisi kullanılarak yapılabildiği söylenebilir.



Şekil 9. Tahmini derişim değerleri geri beslemesi ile iki kez hata düzeltmesi yapıldığında soğutucu bölümündeki derişim değerleri

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, çok bileşenli tepkimeli bir kesikli damıtma kolonu için durum tahmini ve algısal denetimi çalışılmıştır. Çalışılan tepkime, etanol ile asetik asitin etil asetat üretimi için esterleşme tepkimesidir.

Algısal denetim algoritması için, kolondaki dört sıcaklık ölçümünden kolonunun soğutucu bölümündeki dört derişim değerini tahmin etmek için YSA tahmin edicisi geliştirilmiştir. Birinci gizli katmanında 20 sinir, ikinci gizli katmanında 34 sinir içeren iki gizli katmanlı bir Elman ağı kullanılmıştır. Tasarlanan YSA tahmin edicinin açık devredeki performansı iyi bulunmuştur. Kapalı devre çalışmalarında, tahmin edilen derişim değerleri, denetlece girdi olarak gönderilmiştir ve bu kolon için daha önceden bulunan optimum geri akış profili denetim kuralında önceden belirlenmiş geri akış oranları olarak kullanılmıştır. Kolonda daha iyi bir derişim denetimi için tahmindeki doğruluğun artırılması gerektiği görülmüştür. Bu amaçla, belli zaman aralıklarında gerçek derişim değerleri tahmindeki hata düzeltmeleri için kullanılmıştır. Durum tahmini ve denetim çalışmalarının sonucunda, çalışılan tepkimeli kesikli damıtma kolonunda, YSA tahmin edicisi kullanarak derişim denetiminin mümkün olduğu bulunmuştur.

## 6. Kaynakça

- [1] Tade, M.O., Tian, Y., (2000), "Conversion Inference for ETBE Reactive Distillation" Separation and Purification Technology, Vol. 19, pp. 85-91.
- [2] Patke, N.G., Deshpande, P.B., Chou, A.C., (1982), "Evaluation of Inferential and Parallel Cascade Schemes for Distillation Control", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., Vol. 21, No. 2, pp. 266-272.
- [3] Yu, C., Luyben, W.L., (1987), "Control of Multicomponent Distillation Columns Using Rigorous Composition Estimators", I.CHEM.E. Symposium Series, No. 104, pp. A29-A49.
- [4] Mejdell, T., Skogestad, S., (1991), "Composition Estimator in a Pilot-Plant Distillation Column Using Multiple Temperatures", Ind. Eng. Chem. Res., Vol.30, No. 12, pp. 2555-2564.
- [5] Quintero-Marmol, E., Luyben, W.L., (1992), "Inferential Model-Based Control of Multicomponent Batch Distillation", Chemical Engineering Science, Vol. 47, No. 4, pp. 887-898.
- [6] Baratti, R., Bertucco, A., Rold, A.D., Morbidelli, M., (1995), "Development of a Composition Estimator for Binary Distillation Columns. Application to a Pilot Plant", Chemical Engineering Science, Vol. 50, No. 10, pp. 1541-1550.
- [7] Kano, M., Miyazaki, K., Hasebe, S., Hashimoto, I., (2000), "Inferential Control System of Distillation Compositions Using Dynamic Partial Least Squares Regression", Journal of Process Control, Vol. 10, pp. 157-166
- [8] Bahar, A., Özgen, C., Leblebicioğlu, K., Halıcı, U., (2004), "An Artificial Neural Network Estimator Design for the Inferential Model Predictive Control of an Industrial Distillation Column", Industrial and Engineering Chemistry Research, Vol. 43, No. 19, pp. 6102-6111
- [9] Mujtaba, I.M., Macchietto, S., (1996), "Simultaneous optimization of design and operation of multicomponent batch distillation column—single and multiple separation duties", Journal of Process Control, Vol. 6, Iss. 1, pp. 27-36.
- [10] Oisiovici, R.M., Cruz, S.L., (2000), "State Estimation of Batch Distillation Columns Using an Extended Kalman Filter", Chemical Engineering Science, Vol. 55, pp. 4667-4680.
- [11] Wajge, R.M., Reklaitis, G.V., (1999), "RBDOP: a general-purpose object-oriented module for distributed campaign optimization of reactive batch distillation", Chemical Engineering Journal, Vol. 75, pp. 57-68.
- [12] Himmelblau, D.M., (2000), "Applications of Artificial Neural Networks in Chemical Engineering", Korean J. Chem. Eng., Vol. 17, No. 4, pp. 373-392.
- [13] MacMurray, J.C., Himmelblau, D.M., (1995), "Modeling and Control of a Packed Distillation Column Using Artificial Neural Networks", Computers chem. Engng, Vol. 19, No. 10., pp. 1077-1088.
- [14] Bahar, A., (2007), "Modeling and Control Studies for a Reactive Batch Distillation Column", Ph.D. Thesis, Chemical Engineering Department, Middle East Technical University, Ankara.
- [15] Quintero-Marmol, E., Luyben, W.L., Georgakis, C. (1991), "Application of an Extended Luenberger Observer to the Control of Multicomponent Batch Distillation", Ind. Chem. Eng. Res., Vol. 30, pp. 1870-1880.
- [16] Yıldız, U., Gürkan, U.A., Özgen, C., Leblebicioğlu, K., (2005), "State Estimator Design for Multicomponent Batch Distillation Columns", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 83, No. A5, pp. 1-12.
- [17] Venkateswarlu, Ch., Kumar, B.J., (2006), "Composition Estimation of Multicomponent Reactive Batch Distillation with Optimal Sensor Configuration", Chemical Engineering Science", Vol. 61, pp. 5560-5574.

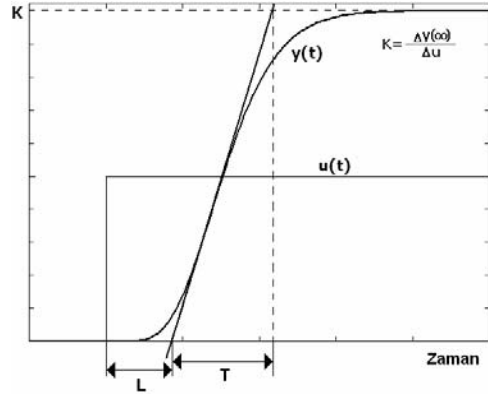
## PI Kontrolörü Parametre Belirleme Yöntemlerinin Dayanıklılığının Isıl Süreç Üzerinde İncelenmesi

Vedat Yeşilkaya, Ö. Aydın Tekin, Engin Yeşil, Müjde Güzelkaya, İbrahim Eksin

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi,  
Kontrol Mühendisliği Bölümü, 34469, Maslak, İstanbul, Türkiye  
yesilkayav@itu.edu.tr { tekin, yesil, gkaya, eksin}@elk.itu.edu.tr

### Özetçe

Ölü zamanlı sistemlerle endüstriyel uygulamalarda sıkça karşılaşılır. Sistemdeki ölü zamanın zaman sabitine göre büyük olması durumunda klasik PID kontrolörlerinin başarımı düşmektedir. Özellikle uzun ölü zamana sahip birinci mertebeden ölü zamanlı sistemlerde PID kontrolörünün türev teriminin öngörü mekanizması uygun sonuç üretmez. Bu sebeplerden dolayı bu çalışmada, ölü zamanlı birinci mertebeden sistemler için değişik PI kontrolör parametre ayarlama yöntemleri incelenmiştir. Amaç, mevcut parametre ayarlama yöntemlerinin başarımlarını karşılaştırmak ve sistem parametrelerindeki değişikliklere karşı ne kadar dayanıklı oldukları gözlemlemektir. Bu amaçlar doğrultusunda PT326 FEEDBACK ısı sistemi üzerinde deneyler yapılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı biçimde tartışılmıştır.



Şekil 1: G(s)'ye ait birim basamak yanıtı

### 1. Giriş

Günümüzde endüstride gerçekleştirilmiş olan süreç kontrol sistemlerinin neredeyse tamamı ölü zamanlı sistemlerdir. Bu tür sistemler genellikle birinci mertebeden olup bu sistemlere ait transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} \quad (1)$$

Bu bağıntıda K parametresi sistem kazancı, T parametresi zaman sabiti ve L parametresi ölü zaman değerini ifade eder. Birinci mertebeden ölü zamanlı bir sisteme ait birim basamak yanıtı Şekil 1'de gösterilmiştir. Elde edilen sistem yanıtı üzerinde sistem modeline ait parametreler kestirilebilir.

Kontrol kuramı son 50 yılda büyük gelişim göstermiştir ve bu süre içerisinde PI kontrolörler endüstride en yaygın olarak kullanılan kontrolörler olmuşlardır. Bu kontrolörler için son dönemde hesaplanması kolay birçok parametre ayar yöntemi geliştirilmiştir. Bu çalışmada, birinci mertebeden ölü zamanlı transfer fonksiyonu ile modellenebilen PT326 FEEDBACK ısı sistemi üzerinde deneyler yapılmıştır. Sistemde bulunan kapak açıklığı değiştirilerek modeller elde edilmiştir. Sonrasında ise belirlenen sabit bir kapak açıklığı için beş farklı PI kontrolör parametre belirleme yöntemi kullanılarak parametreler hesaplanmış ve deneyler yapılmıştır. Elde edilen sistem yanıtları karşılaştırılmış ve kapak aralığının değiştirilmesi durumunda bu yöntemlerin dayanıklılıkları karşılaştırılmıştır.

### 2. PT326 Isıl Sistemin Modelinin Elde Edilmesi

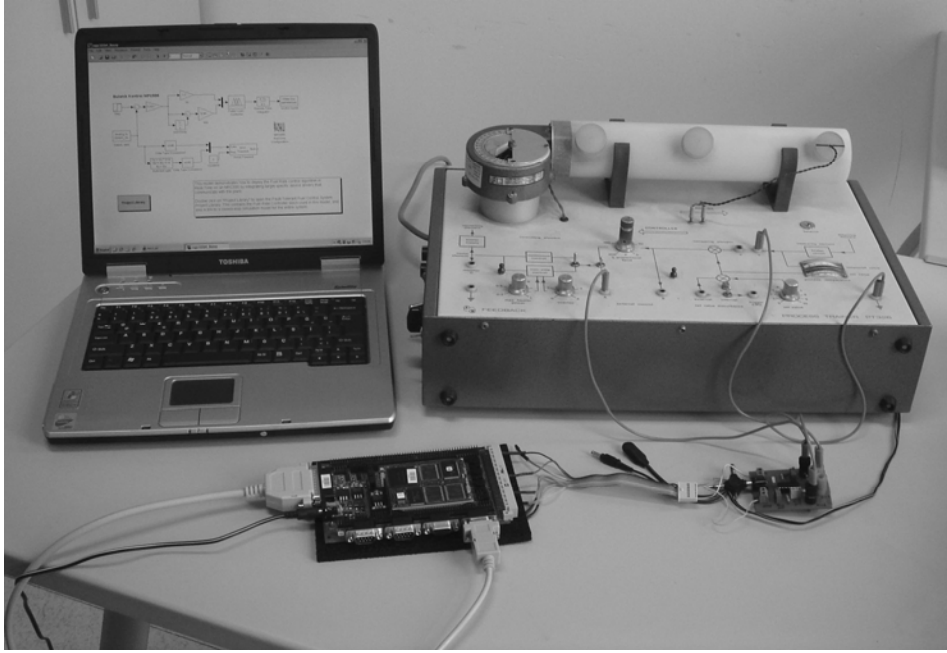
PT326 ısı sistemi birinci mertebeden ölü zamanlı bir sistemdir. Süreç girişinden alınan, miktarı bir kapak ile ayarlanabilir, hava akımının ızgara direnç sayesinde ısıtılarak sıcaklığının çıkıştaki sıcaklık algılayıcısı tarafından ölçülmesine dayalı bir çalışma mekanizması vardır.

Sistemin benzetim modelinin elde edilmesi ve kontrol edilmesi aşamalarında MPC555 mikrokontrolör kartı kullanılmıştır. MPC555, MATLAB Simulink programı tarafından desteklenen 10 bitlik bir mikrokontrolör karttır.

Sistem modeli, sistem birim basamak yanıtından yararlanılarak elde edilmiştir. Bu yaklaşımda, sistem birim basamak yanıtının maksimum eğim noktası bulunmuş ve bu noktaya uygun doğru kullanılarak sistem katsayıları elde edilmiştir.

MPC555 mikrokontrolör kartı ile MATLAB üzerinden sisteme uygulanabilen işaret 0-15 V aralığında olup, bu gerilim değerleri 0-1 aralığına normalize edilmiştir. Sisteme normalize basamak girişi olarak 0.2 uygulanmıştır.

Sistem girişindeki kapak aralığı değiştirilerek sisteme uygulanan hava akımı miktarı ayarlanabilir. Bu çalışmada kapak aralık açılarının 40°, 70°, 100° durumları için deneyler yapılmıştır. Birim basamak deneylerinde elde edilen modellere ait parametreler Tablo 1'de verilmiştir. Çalışma için kullanılan deney düzeneği ise Şekil 2'de sunulmuştur.



Şekil 2: Kullanılan deney düzeneği

Tablo 1: Farklı kapak aralıkları için sisteme ait model parametreleri

| Kapak Aralığı ( $\alpha$ ) | Sistem Kazancı (K) | Zaman Sabiti (T) | Ölü Zaman (L) |
|----------------------------|--------------------|------------------|---------------|
| 40°                        | 0.7548             | 0.51             | 0.39          |
| (nominal) 70°              | 0.4989             | 0.49             | 0.32          |
| 100°                       | 0.3719             | 0.44             | 0.26          |

Tablo 1’den görüldüğü gibi model parametreleri farklı kapak aralıkları için farklı değerler almaktadır.

### 3. PI Kontrolör Parametre Ayarlama Yöntemleri

PI kontrolörüne ilişkin transfer fonksiyonu aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$G_{PI}(s) = K_C \left( 1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (2)$$

Burada  $K_C$  kontrolör kazancı,  $T_I$  integral zaman sabiti olarak adlandırılır [1]. Endüstriyel uygulamalarda sıkça karşılaşılan PI parametre belirleme yöntemlerine ait kısa bilgiler aşağıda sunulmuştur.

#### 3.1. Haalman Yöntemi

Bu yöntem 1965 yılında Haalman [2] tarafından ortaya konulmuştur. (3) numaralı bağıntıda ifadesi verilmiş olan kapalı çevrim duyarlılık fonksiyonunun maksimum değerini tasarım parametresi olarak kullanmıştır.

$$M_S = \max_{0 \leq \omega < \infty} \left| \frac{1}{1 + G_P(i\omega)G_C(i\omega)} \right| \quad (3)$$

Maksimum duyarlılık fonksiyonunun  $M_S=1.9$ , kazanç payının  $A_m=2.36$  dB, ve faz payının  $\phi_m=50^\circ$  değerlerini sağlayacak şekilde bir ayarlama kuralı oluşturmuştur. PI kontrolörüne ait parametrelerin belirlenmesi için önerilen ifade aşağıda verilmiştir [3, 4]:

$$K_C = \frac{2T}{3KL}, \quad T_I = T \quad (4)$$

#### 3.2. İç Model Kontrolü (IMC) Yöntemi

1980 yılında Morari, Rivera, Chien ve Chia tarafından ortaya konulmuş bir yöntemdir. Bu model tabanlı yaklaşım değişik modellere karşılık sunduğu çözümler ile daha iyi kontrol performansı sağlar [5]. Katsayı hesabında kullanılan  $\lambda$  katsayısı tasarım parametresidir. Filtre zaman sabiti olan  $\lambda$  parametresinin küçük değerleri için sistem hızlı cevap verirken kontrol işareti büyük değerler alır. Öte yandan bu parametrenin büyük değerleri sistem cevabını yavaşlatır ve kontrol çevrimini parametre değişikliklerine karşı daha dayanıklı kılar. Endüstriyel uygulamalarda  $\lambda$  parametresinin belirlenmesi için aşağıdaki ifade önerilir [5, 6, 1]:

$$\lambda = \max(1.7L, 0.2T) \quad (5)$$

Bu yöntem ile hesaplanan PI kontrolörüne ait parametreler aşağıda verilen bağıntıyla elde edilir:

$$K_C = \frac{T}{K\lambda}, \quad T_I = T \quad (6)$$



### 3.3. Kappa-Tau (KT) Yöntemi

1995 yılında Astrom ve Hagglund tarafından ortaya konulan bu yöntem (3) numaralı denklemle verilen maksimum duyarlılık fonksiyonunun ( $M_s$ ) 1.4 ve 2 değerleri için önerilmiştir [1]. Önerilen yöntemde

$$\tau = \frac{L}{L+T} \quad (7)$$

şeklinde tanımlı normalize edilmiş ölü zaman kullanılır. Bazı çalışmalarda kontrol edilebilirlik oranı olarak adlandırılan bu değer  $0 \leq \tau \leq 1$  aralığındadır. Kontrol edilebilirlik değeri bire yakın olan sistemlerin kontrol edilmesi zordur. Tablo 2’de iki farklı  $M_s$  değeri için kontrolör parametreleri verilmiştir.

Tablo 2: KT yöntemi için PI parametreleri

|             | $K_C$                                       | $T_I$                          |
|-------------|---|--------------------------------|
| $M_s = 1.4$ | $\frac{0.29T}{KL} e^{(-2.7\tau+3.7\tau^2)}$ | $8.9Le^{(-6.6\tau+3.0\tau^2)}$ |
| $M_s = 2.0$ | $\frac{0.78T}{KL} e^{(-4.1\tau+5.7\tau^2)}$ | $8.9Le^{(-6.6\tau+3.0\tau^2)}$ |

### 3.4. Tavakoli-Fleming (TF) Yöntemi

Birinci dereceden ölü zamanlı sistemlere uygulanacak olan PI kontrolör parametrelerinin ayarlanması için boyutsal analize ve sayısal eniyilemeye dayanan bir yöntemdir. 2003 yılında Tavakoli ve Fleming tarafından ortaya konulmuştur [7-9].

Kapalı çevrim kararlılığını sağlama almak için minimum 6 dB kazanç payını ve  $60^\circ$  faz payını garanti edecek şekilde sistem kısıtlanır. Bundan sonra genetik algoritmalar kullanılarak her L/T için en iyi değerler bulunur. Eğri uydurma yöntemleri kullanılarak PI kontrolör parametreleri (8) ifadesindeki gibi elde edilir.

$$K_C = \frac{0.489 \frac{T}{L} + 0.3047}{K}, \quad T_I = \left( 0.4262 \frac{L}{T} + 0.9581 \right) T \quad (8)$$

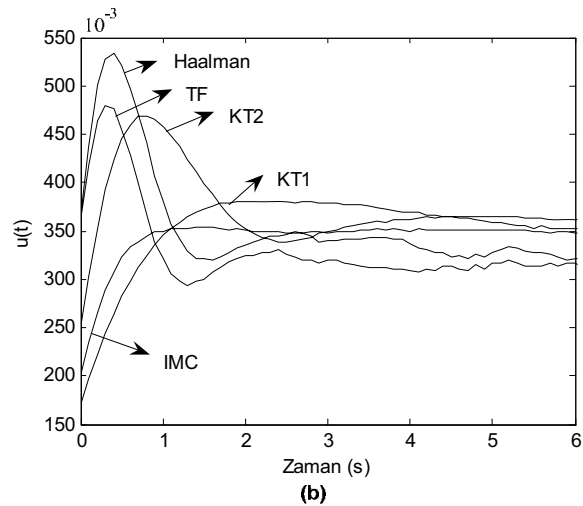
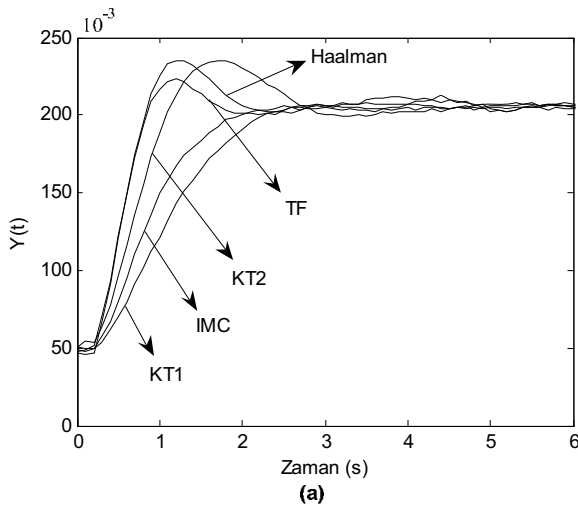
### 4. PI Kontrolörü Parametreleri Belirleme Yöntemlerinin Karşılaştırılması

$70^\circ$  kapak aralığı için oluşturulmuş olan benzetim modeli üzerinden PI kontrolör parametreleri için farklı belirleme yöntemleri kullanılarak parametreler belirlenmiş ve Tablo 3’te verilmiştir. Belirlenen PI kontrolör parametreleri kullanılarak  $70^\circ$  kapak aralığı için deneyler yapılmış, elde edilen sistem yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil.3 de verilmiştir

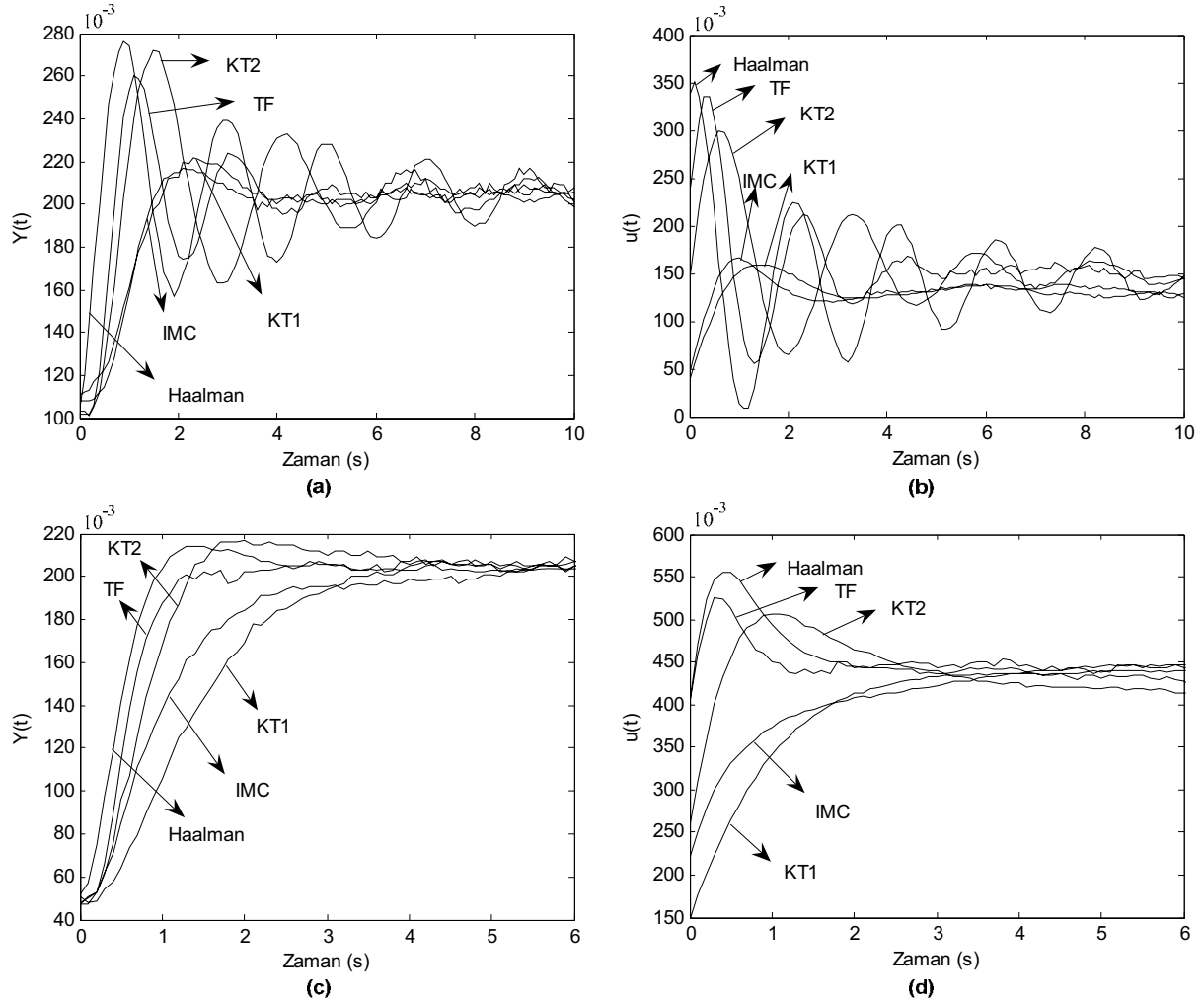
Tablo 3:  $70^\circ$  derece kapak aralığı için hesaplanan kontrolör parametreleri

|                                     | $K_C$  | $T_I$  |
|-------------------------------------|--------|--------|
| <b>Haalman</b>                      | 2.0462 | 0.49   |
| <b>IMC</b>                          | 0.9822 | 0.49   |
| <b>KT1 (<math>M_s = 1.4</math>)</b> | 0.5457 | 0.3354 |
| <b>KT2 (<math>M_s = 2.0</math>)</b> | 1.1535 | 0.3354 |
| <b>TF</b>                           | 2.0990 | 0.6059 |

Bir sonraki adım olarak kontrolör parametreleri  $70^\circ$  derece kapak aralığı için hesaplanan değerlerde tutularak, kapak aralığı  $40^\circ$  ve  $100^\circ$  ye değiştirilmiştir. Böylece farklı yöntemlerine göre tasarlanmış kontrolörlerin dayanıklılığı test edilmiştir. Deney sonucunda elde edilen sistem yanıtları ve kontrol işaretleri Şekil 4’te verilmiştir.



Şekil 3: Nominal sistem (kapak aralığı  $70^\circ$ ) için başarımlı analiz; (a) basamak giriş sistem yanıtları, (b) sisteme uygulanan kontrol işaretleri



Şekil 4: Kapak aralığı değiştirilerek yapılan dayanıklılık analizi; (a) Kapak aralığı  $40^\circ$  ye düşürüldüğünde basamak giriş sistem yanıtları, (b) Kapak aralığı  $40^\circ$  ye düşürüldüğünde sisteme uygulanan kontrol işaretleri, (c) Kapak aralığı  $100^\circ$  ye çıkarıldığında basamak giriş sistem yanıtları, (d) Kapak aralığı  $100^\circ$  ye çıkarıldığında sisteme uygulanan kontrol işaretleri.

Tablo 4: Farklı kapak açıklıkları için parametre belirleme yöntemlerinin başarımlarının karşılaştırılması

| Kapak Aralığı        | Yöntem              | Aşım Oranı(%) | Yerleşme Zamanı (s) |
|----------------------|---------------------|---------------|---------------------|
| (Nominal) $70^\circ$ | Haalman             | 14.86         | 1.9                 |
|                      | IMC                 | 2.159         | 1.9                 |
|                      | KT1 ( $M_s = 1.4$ ) | 4.106         | 2.2                 |
|                      | KT2 ( $M_s = 2.0$ ) | 14.86         | 2.6                 |
|                      | TF                  | 8.993         | 1.6                 |
| $40^\circ$           | Haalman             | 34.9          | 9.4                 |
|                      | IMC                 | 6.061         | 2.7                 |
|                      | KT1 ( $M_s = 1.4$ ) | 8.504         | 3.2                 |
|                      | KT2 ( $M_s = 2.0$ ) | 32.94         | 7                   |
|                      | TF                  | 27.08         | 3.6                 |
| $100^\circ$          | Haalman             | 4.594         | 1.0                 |
|                      | IMC                 | 2.640         | 3.4                 |
|                      | KT1 ( $M_s = 1.4$ ) | 2.640         | 3.2                 |
|                      | KT2 ( $M_s = 2.0$ ) | 6.061         | 2.8                 |
|                      | TF                  | 3.617         | 1.3                 |

Farklı kapak açıklıkları için parametre belirleme yöntemlerinin başarımları Tablo 4’de verilmiştir. Ele alınan beş yöntem  $70^\circ$  nominal kapak aralığı için aşım, yükselme zamanı ve yerleşme zamanı gibi sistem geçici hal başarımlar ölçütleri açısından karşılaştırılmıştır. Yapılan incelemeler sonucunda yerleşme zamanı açısından IMC ve TF yöntemleri öne çıkmaktadır. En düşük aşım IMC yöntemi tarafından sağlanmaktadır. Şekil 3 incelendiğinde TF, Haalman ve KT2 yöntemleri aşımli sistem yanıtlarına karşın daha kısa yükselme zamanı vermektedirler. Sonuç olarak yukarıda söz edilen üç başarımlar ölçütü bir arada değerlendirildiğinde TF ve IMC yöntemleri daha öne çıkmaktadır.

Ayrıca, nominal kapak aralığını olan  $70^\circ$  kontrolör parametreleri değiştirilmeden,  $40^\circ$  ve  $100^\circ$  aralıklarına atandığında elde edilen basamak giriş yanıtları incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda, aşım ve yerleşme zamanı açısından IMC ve KT1 yöntemlerinin daha dayanıklı olduğu gözlemlenmiştir. Kontrol işaretleri incelendiğinde ise yine bu iki yöntem kullanıldığında en düşük kontrol gücüne gereksinim olduğu görülmektedir.

## 5. Sonuçlar

Bu çalışmada, ölü zamanlı birinci mertebeden sistemler için değişik PI kontrolör parametre ayarlama yöntemleri incelenmiştir. Amaç, mevcut parametre ayarlama yöntemlerinin başarımlarını karşılaştırmak ve sistem parametrelerindeki değişikliklere karşı ne kadar dayanıklı oldukları gözlemlemektir. Bu amaçlar doğrultusunda PT326 FEEDBACK ısıt sistemi üzerinde deneyler yapılmış ve ele alınan beş farklı yöntem için aşım, yükselme zamanı ve yerleşme zamanı gibi sistem geçici hal başarımları ölçütleri açısından karşılaştırılmıştır. Yapılan incelemeler sonucunda genel olarak IMC ve TF yöntemleri öne çıktığı görülmüştür. Ayrıca, sistem parametre değişikliklerine karşı dayanıklılık analizinde ise aşım ve yerleşme zamanı açısından IMC ve KT1 yöntemlerinin daha dayanıklı olduğu gözlemlenmiştir. Bu çalışmada yöntemlerin bozuculara karşı davranışı incelenmemiştir.

## 6. Kaynakça

- [1] K.J. Åström ve T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Instrument Society of America, 1995.
- [2] A. Haalman, "Adjusting Controllers for a Deadtime Process," *Control Engineering*, July-65, s:71-73, 1965.
- [3] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Dublin Institute of Technology, Ireland, 2003.
- [4] S.E. Hurowitz, A. Bobkov ve J.B. Riggs, "pH control using advanced proportional-integral controls with the dual-injection in-line process," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Cilt: 39, No: 7, s:2418-2426, 2000.
- [5] M. Morari, E. Zafiriou. *Robust process control*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ; 1989.
- [6] D.E. Rivera, M. Morari ve S. Skogestad, "Internal model control. 4. PID controller design," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Cilt: 25, s:252-265, 1986.
- [7] F. Tavakoli ve P. Fleming, "Optimal Tuning of PI Controllers for First Order Plus Dead Time/Long Dead Time Models Using Dimensional Analysis," *Proc. of the 7th European Control Conf.*, 2003.
- [8] J. Barraud, Y. Creff ve N. Petit, "PI Controllers Performance for a Process Model with varying delay", *Proc. of UKACC Int. Control Conference*, 2004.
- [9] F. Tavakoli, I. Griffin ve P. Fleming, "Robust PI Controller for Load Disturbance Rejection and Setpoint Regulation" *Proc. Of IEEE Conf. on Control Applications*, CCA, s: 1015-1020, 2005

## pH Nötralizasyon Prosesine Lyapunov Fonksiyonu Tabanlı Denetleme Tekniğinin Uygulanması

İbrahim Alışkan<sup>1</sup>, Kayhan Gülez<sup>2</sup>, Şeref N. Engin<sup>3</sup>, Galip Cansever<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Elektrik Mühendisliği Bölümü

Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul

{ialiskan<sup>1</sup>, gulez<sup>2</sup>, nengin<sup>3</sup>, cansever<sup>4</sup>}@yildiz.edu.tr

### Özetçe

Klasik denetleme teknikleri, asit-baz nötralizasyon prosesi gibi lineer olmayan sistemleri denetlemede yeterince başarılı olamamaktadırlar. Yine, klasik denetleme tekniklerinin başarımları durumu göz önüne alınacak olursa, non-lineer sistemler için geliştirilen denetleme tekniklerinin, bu gibi sistemleri denetlemede daha başarılı oldukları bir gerçektir. Bu sebeple, çalışmada lineer olmayan bir sistem olan, hidroklorik asit içeren atık sıvının, sodyum hidroksit ile nötralizasyonunun (kuvvetli asit-kuvvetli baz reaksiyonu) denetlenmesinde, bir non-lineer sistem denetleme tekniği olan, Lyapunov Fonksiyonu Tabanlı Denetleme Tekniği kullanılmıştır. Başarımı görebilmek adına, çalışma MATLAB-Simulink yazılımsal ortamında simüle edilmiştir. Gerçek bir uygulamada ise, bu teknik kullanılmak istendiği durumda, en az 16-bit veri işleyebilen bir dsp veya mikroişlemciye ya da bilgisayar sistemine ihtiyaç duyulacağı da bir gerçektir. Öte yandan, geliştirilen denetleme sisteminin ne denli başarılı olduğunun anlaşılabilmesi için, bir kıyas ve/veya ölçüt gerekmektedir. Bu açığı kapatmak adına da, prosesin denetlenmesinde bir klasik denetleme tekniği olan, PI (Katsayı-İntegral) denetleme tekniği kullanılmış ve her iki denetleyiciye ait çıkış değerlerinin kıyaslanması yoluna başvurulmuştur.

### 1. Giriş

Yıllar boyunca proses denetleme, bir bilim dalından daha çok bir sanat ve eğitim alanı gibi ele alınmıştır. Bu alanda çalışanlar, bilimsel verilerden daha çok kendi deneyimlerine güvenmişler ve deneme-yanılma yöntemleri ile sorunlara çözüm bulmaya çalışmışlardır. Bu kişiler için olayın matematiksel olarak ifadesi ve çözümü oldukça zor görünmekte idi [1]. Ancak, komplike sistemleri denetlemek için, komplike denetleme sistemlerinin tasarlanması ve uygulanması gerekmektedir. Örneğin burada, bir atık su sistemindeki kuvvetli asit olan hidroklorik asitin (HCl), kuvvetli bir baz olan sodyum hidroksit (NaOH) ile nötrale edilmesine ilişkin prosesin denetlenmesine çalışılmıştır. Bu tip bir çalışmanın gerçek hayattaki uygulamasında, iki farklı çözümden bahsedilebilir. Basit olan yapıda, bir işçi veya işçiler grubu dönüşümlü olarak 24 saat boyunca prosesin başında bekleyerek, prosesin istenilen pH bandı sınırları içerisinde kalmasını sağlayabilirler. Görüldüğü gibi, hem denetleme sisteminin hassasiyeti insanın duyuları sınırlarına (insan duyuları küçük sinyal değişimlerini algılayamaz; mm, kHz vs.) çekilmiş olur hem de yüksek bir maliyet ve işgücü kaybı söz konusudur. Sorunun çözümünde kullanılabilecek

olan ve de prosese özel bir denetleyici tasarlanacak olan ikinci yöntem ise, iki bölümde ele alınabilir. İlk olarak, ele alınan prosesin matematiksel modeli oluşturularak, bu modelin parametrelerinden hareketle uygun denetleyici geliştirilir. İkinci adımda da, elde edilen matematiksel denetleyici ifadesi; mekanik, elektriksel, elektronik ve hatta gerekli durumlarda bilgisayar gibi elemanlar aracılığı ile gerçek dünyaya adapte edilmiş olur.

Öte yandan, lineer olmayan sistemlerin denetlenmesi, klasik denetleme teknikleri açısından gerçekten kayda değer bir sorun olmuştur. Zira klasik tip denetleyiciler (P, PI, PD, PID), bu sistemleri denetlemede yeterince başarılı olamamaktadırlar. Tam bu noktada çözüm olarak, lineer olmayan sistem denetleme teknikleri ele alınabilir. Çünkü bu denetleyicilerin, özellikle lineer olmayan sistemlerin kararsız yapısına uygun matematiksel ifadeler doğrultusunda geliştirildiği unutulmamalıdır. Örneğin PI denetleyicinin kararlı bir yapıya kavuşturmadığı sistemi,  $H_\infty$  (H-sonsuz) denetleyici rahatlıkla kararlı bir çıkış ifadesine kavuşturabilmektedir. Bizim burada kullandığımız denetleme tekniği, Lyapunov tarzı denetleme yaklaşımı olarak sunulabilir [2].

Çalışmada ele alınan proses, bir kuvvetli asit-kuvvetli baz prosesi olduğuna göre; pH kavramının ele alınması gerekmektedir. Zira pH, sıvının asitlik ölçütüdür ve de aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilebilir [2].

$$pH = -\log[H^+] \quad (1)$$

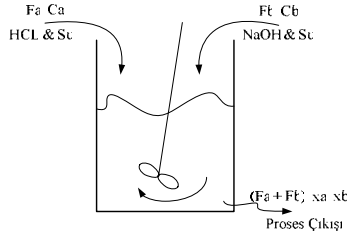
$[H^+]$ , sıvının içerisindeki hidrojen iyonu derişimini göstermektedir. Saf su için, pH değeri, 7'dir. Bu değer aynı zamanda, nötr noktası olarak kabul edilebilir. Bu değerler üzerindeki pH değerleri bazik ve altındaki değerler ise asidik olarak kabul edilmektedir [3], [4].

Prosesi denetlemek için doğal olarak, ilk önce prosesin matematiksel modeli elde edilmiştir. Daha sonra, hem PI hem de geliştirilen Lyapunov fonksiyonu tabanlı yapı ile sistemin denetlenmesi MATLAB ortamında simüle edilmiş ve her iki duruma ait sistem çıkışları kıyaslanarak, performans incelemesi yapılmıştır. PI denetleyici kullanılmasıdaki temel amaç, geliştirilen lineer olmayan sistem denetleme tekniğinin performansının ele alınmasında bir ölçüte ihtiyaç duyulması olarak açıklanabilir.

## 2. Kuvvetli Asit-Kuvvetli Baz Proses Yapısı ve Proses Ait Matematiksel Model

### 2.1. Asit-Baz Nötralizasyonu Proses Yapısı

pH prosesi, asidik ve bazik bölgeler arasındaki kimyasal bir reaksiyon olarak açıklanabilir. Prosesin matematiksel modeli; prosese giren elementlerin toplam değeri, kimyasal ve iyonik dengeler ışığında elde edilebilir [3]. Buna göre, reaksiyonun görsel bir yapısını oluşturmak adına, Şekil 1 verilmiştir.

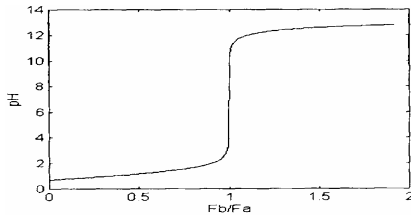


Şekil 1: pH prosesine ait görsel tanımlama.

Suyun çözünürlük sabitinin 25° C'deki değerinin,  $K_w = 10^{-14}$  olduğunu göz önüne alarak, aşağıdaki formülde hareketle pH değerinin 0-14 aralığında değiştiğini belirtmek mümkün olacaktır.

$$K_w = [H^+][OH^-] \quad (2)$$

pH prosesi, oldukça lineer olmayan bir yapıya sahiptir ve özellikle de pH=7 değeri çevresinde hassas bir yapı gösterir (Şekil 2). Proses bu nokta etrafında yapılacak olan etkiler, çok iyi hesaplanmalıdır. Aksi takdirde, prosesin denetimden çıkması çok kolay olacaktır [5].



Şekil 2: Deneysel olarak elde edilen pH değişim grafiği [5].

### 2.2. Kuvvetli Asit-Kuvvetli Baz Kimyasal Reaksiyonu Matematiksel Modeli

Kuvvetli asitler ve kuvvetli bazlar, suda tamamı ile çözünürler ve bu iki reaksiyon elemanından birisi bitene kadar aralarındaki nötrleşme reaksiyonu devam eder [3]. Eğer asit miktarı fazla ise pH<7 (asidik) veya baz miktarı fazla ise pH>7 (bazik) olacak şekilde bir karışım elde edilir.

HCl (kuvvetli asit) ile NaOH (kuvvetli baz) arasındaki nötrleşme reaksiyonunu ele aldığımıza göre, Şekil 1'de verilen yapıda karışım işleminin optimum olduğunu kabul edersek, bu reaksiyona ait denge eşitlikleri,

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= \{F_a \cdot C_a - (F_a + F_b) \cdot x_a\} \cdot (1/V), \\ \dot{x}_b &= \{F_b \cdot C_b - (F_a + F_b) \cdot x_b\} \cdot (1/V) \end{aligned} \quad (3)$$

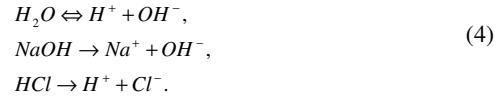
olacaktır.

Verilen eşitliklerde;

- V: reaksiyon tankının toplam hacmini,
- $x_a$ : asit konsantrasyonunu,
- $x_b$ : baz konsantrasyonunu,
- $F_a$ : asit içeren sıvının akış hızını,
- $F_b$ : baz içeren sıvının akış hızını,
- $C_a$ : akışkan sıvı içerisindeki asit konsantrasyonunu,
- $C_b$ : akışkan sıvı içerisindeki baz konsantrasyonunu

ifade etmektedirler.

Reaksiyon tankı içerisinde; HCl, NaOH ve suyun ayrışma reaksiyonları da, şu şekilde ifade edilebilir.



Reaksiyon sıvısı içerisindeki toplam iyon dengesinin elektriksel olarak sağlanması gerektiği de göz önüne alınırsa, aşağıdaki ifade elde edilecektir.

$$[Na^+] + [H^+] = [Cl^-] + [OH^-] \quad (5)$$

[X], "X" iyonuna ait konsantrasyonu ifade etmektedir. Suyun iyonlaşma sabiti bilindiği,  $x_a$  ve  $x_b$ 'nin de aşağıdaki şekilde ifade edilebileceğini görmemiz durumunda prosese ait model, şu eşitlik ile ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} x_a &= [Cl^-] \text{ ve } x_b = [Na^+] \\ [H^+]^2 + [H^+](x_b - x_a) - K_w &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Elde edilen ikinci dereceden eşitliğin köklerinden hareketle,

$$pH = -\log_{10} \left( \frac{(x_a - x_b) + \sqrt{(x_b - x_a)^2 + 4K_w}}{2} \right) \quad (7)$$

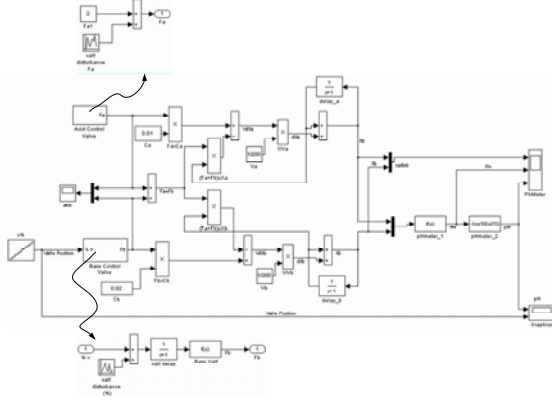
elde edilir.

Elde edilen son pH eşitliği; lineer olmayan fonksiyonlardan olan logaritma, karesel ifade ve karekök fonksiyonlarını içermektedir. Bu da, pH eşitliğinin lineer bir yapıya sahip olmadığını göstergesidir ki, lineer olmayan denetleme tekniğinin başarımını görmek adına son derece doğru bir çalışma elde edilmiştir.

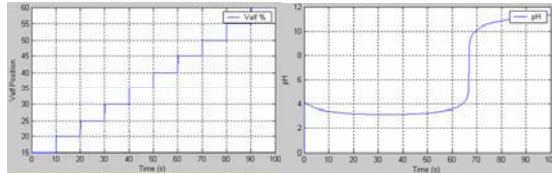
Simülasyon çalışmasının doğruluğunu artırmak adına, asit ve baz akışlarını kontrol eden valflerin mekanik elemanlar olduğu göz önüne alınmalıdır ve istenilen sıvı akış değerlerini %100 sağlayamayacakları durumu da model içerisine yerleştirmelidir. Bu nedenle, asit akış hızını kontrol eden valf için  $\pm 1.5$  ve baz akış hızını kontrol eden valf için  $\pm 2$ 'lik hata bandında çalışma durumu, genel proses yapısı içerisine ilave edilmiştir. Başka bir mekanik etmen de, denetim altına

almaya çalıştığımız baz akışı kontrol valfinin %1'den %100'e kadar bir kademe değişimi için geçen sürenin, 10 s olmasıdır.

Ulaşılan modelin doğruluğunun, kontrol edilmesi gerekliliği de atlanmaması gereken ince bir ayrıntıdır. Model geliştirme adımlarının bir sonucu olarak elde edilen, simülasyon diyagramı Şekil 3'te ve sonuçları ise Şekil 4'te sunulmuştur.



Şekil 3: Geliştirilen matematiksel modele ait simülasyon diyagramı.



Şekil 4: Geliştirilen matematiksel modele ait simülasyon çıktıları (soldan sağa doğru: baz akışı kontrol valfi % pozisyonu, pH değişim grafiği).

Kıyaslama olarak, Şekil 2 ile Şekil 4 arasında bir dengeyin kurulabilmesinin gerekliliği ortadadır. Dikkat edilirse, nötr noktası etrafındaki pH değişimi, her iki grafikte de oldukça benzerdir. Hızlı değişimin meydana gelme noktası zamansal olarak değişim gösterebilir. Çünkü bu noktanın sola ya da sağa kaymasında; asit ve baz konsantrasyonları, asit ve bazın türü, asidik sıvının akış hızı ve sıcaklık gibi etmenler rol oynamaktadır. Dolayısıyla iki grafik arasındaki tek farkın temel nedenlerini, bu verilen unsurlar oluşturmaktadır. Verilen bilgiler ışığında, elde edilen modelin yeterliliği tartışılmaz olmaktadır.

Kuvvetli asit-kuvvetli baz reaksiyonu dinamik (zamana bağlı) ifadeler içermemektedir. Ancak, sıvı akış hızları ve reaksiyona giren elemanların çözünürlük kapasiteleri gibi etmenler, matematiksel modelin yapısı üzerinde etkili olmaktadır. Öte yandan, pH prosesi dış etmenlere açık bir yapıya sahip olduğundan dolayı, çok küçük değerli bozucular bile sistemi denge noktasından uzaklaştırabilmektedir. Bahsi edilen etmenler ile belirtilen ölçüm hataları da (sıvı akış valfleri), denetlenmesi amaçlanan prosesin ne kadar hassas bir yapıya sahip olduğu gerçeğini ortaya koymaktadır.

### 2.3. Lineer Olmayan Sistemlerde Denetleme

Lineer ve lineer olmayan sistemler arasındaki denetleme açısından ön plana çıkan bazı farklılıklar şu şekilde sıralanabilir.

- Süperpozisyon teoremine uygunluk, lineer sistemlerin temel özelliklerinden birisidir. Bu özellik, lineer bir sistemi tanımlamada göz önüne alınabilecek parametrelerden birisini teşkil etmektedir. Fakat, bu özellik lineer olmayan sistemler için geçerli değildir.
- Lineer sistemlerde stabilite, sadece sistem parametrelerine dayanmaktadır. Lineer olmayan sistemlerde ise stabilite; başlangıç şartlarına, giriş işaretinin yapısına ve sistem parametrelerine bağlılık göstermektedir.
- Lineer sistemlerde sisteme ait çıkış işareti, giriş işareti ile aynı frekansta ve özelliklerde olup, faz farkı ve genlik değişimi meydana gelebilecek sinyal değişiklikleridir. Lineer olmayan sistemlerde ise, çıkış işareti, giriş işaret frekansına ek olarak harici sinyaller içerebileceği gibi giriş sinyal frekansı dışında görülmeyebilir.
- Kaskad yapı içerisindeki iki lineer elemanın yer değiştirmesi, çıkış sinyali üzerinde herhangi bir değişikliğe sebep olmazken, bu elemanlardan birisinin dahi lineer olmayan bir eleman olması bu durumu değiştirir. Zira, lineer olmayan eleman için giriş sinyali değişeceğinden, oluşacak olan çıkış sinyali de değişecektir.
- Sabit lineer sistemler için stabilite, tam olarak tanımlanabilen bir parametredir. Lineer olmayan sistemlerde ise kararsızlık, sabit genlikte fakat rasgele frekans değerlerinde ve değişik dalga şekillerinden oluşan çıkış sinyali [6].

Tüm bu etmenler ve farklılıklar, lineer olmayan bir sistemi denetleme amacı ile geliştirilen bir denetleyicinin tasarımında göz önüne alınmalıdır. Aksi takdirde, geliştirilecek olan denetleyicinin başarısız olması olağan bir durum olacaktır.

## 3. Denetleme İşleminde Kullanılan Denetleyiciler

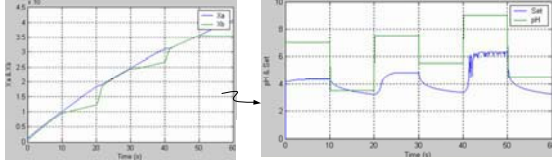
Çalışmada iki farklı tip denetleme tekniği, pH prosesini denetleme amacı ile kullanılmıştır. İlk olarak, klasik denetleme tekniği olan PI denetleyici sisteme uygulanmıştır. Daha sonra da, Lyapunov fonksiyonu tabanlı denetleyici ile prosesin denetlenmesine çalışılmıştır. İki farklı denetleme tekniği kullanılarak, geliştirilen denetleyici yapısının başarımı açısından bir temel ve kıyaslama verisi elde edilmiştir.

İki farklı denetleme tekniğine geçmeden önce denetlenmesine çalışılan sisteme herhangi bir ek müdahale bulunmadan, nasıl bir davranış sergileyeceğini görmek yorumlarımızda bize kolaylık sağlayacaktır.

### 3.1. Geribeslemeli Sistem Yapısı

Şekil 3'te verilen simülasyon diyagramında küçük bir değişiklik ile referans giriş değiştirilir ve de çıkıştan alınan geribesleme sonucu oluşan hata sinyali, giriş olarak kullanılabilir. Bunun sonucu elde edilecek olan çıkış verileri, Şekil 5'te görülebilir. Referans değer ile çıkış değeri

arasındaki hata değerinin ne denli büyük olduğu ortadadır. Hatanın büyüklüğü, sadece geribesleme ile proses çıkışının istenen noktaya ve/veya bölgeye taşınamayacağını gösterme adına yeterlidir.



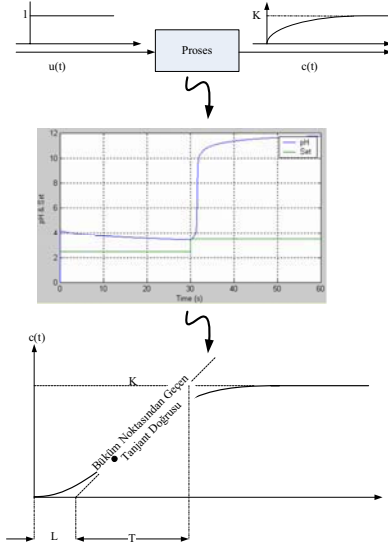
Şekil 5: Geribeslemeye prosesin vermiş olduğu grafiksel değişimler; asit-baz konsantrasyon değişimleri ve referans-çıkış pH değişimleri (soldan sağa doğru).

### 3.2. PI Denetleyici Tasarımı ve Simülasyon Sonuçları

Eğer denetimi amaçlanan sistemin matematiksel modeli elimizde mevcut ise, sistemin geçici hal ve sürekli hal çıkış sinyallerinden hareketle denetleyici tasarımında çeşitli yöntemler kullanılabilir [7]. Prosesle ait matematiksel model elimizde olduğuna göre, denetleyici tasarımı için bu model kullanılabilir.

Klasik denetleyici tasarımı için çeşitli yöntemler sözkonusu olup, bu yöntemlerden biri olan Ziegler-Nichols tasarım yöntemi burada kullanılmıştır. PI denetleyici parametreleri olan;  $K_p$  (katsayı),  $T_i$  (integral zamanı) bu yöntem dâhilinde belirlenmiştir.

Tasarımın ilk adımı, Şekil 6'dan da görüleceği gibi denetleyicinin parametrelerinin atanmasında kullanılacak olan ve prosesin birim basamak giriş sinyaline vermiş olduğu cevaba ait parametreler olan,  $T$  (zaman sabiti) ve  $L$  (gecikme zamanı) değerlerinin elde edilmesidir.



Şekil 6: Matematiksel modele birim basamak girişin uygulanması ve tasarım için gerekli parametrelerin konumları.

Tasarımda başarıyı sağlayacak olan nokta, birim basamak girişinin, pH değişiminin maksimum olduğu bölge olan nötr noktası etrafına denk gelecek bir formasyonda uygulanmasıdır. Bu sayede modelin doğrusallaştırılması ihtiyacına gerek kalmamıştır. Zira referans girişler, nötrleştirme prosesleri içerisinde bu nokta çevresinde değerler almaktadır. Sonuç olarak denetleyiciye ait bileşenlerin ifadeleri,

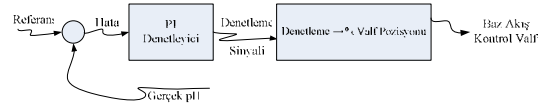
$$K_p = 0.9 \frac{T}{L}, \quad T_i = L/0.3, \quad (8)$$

olarak verilebilir. Denetleyicinin matematiksel ifadesi ise,

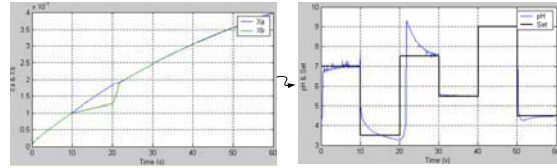
$$G_c(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right), \quad (9)$$

şeklinde elde edilir [7].

MATLAB-Simulink yazılımsal ortamında gerçekleştirilen simülasyon diyagramı içerisinde denetleyicinin yerleşimi ve elde edilen grafiksel değişimler, sırası ile Şekil 7 ve Şekil 8'de verilmiştir [8], [9].



Şekil 7: PI denetleyicinin simülasyon sistemi içerisindeki konumu.



Şekil 8: PI denetleyicinin prosese adapte edilmesi ile elde edilen; asit-baz konsantrasyon değişimleri ile referans-çıkış pH değerlerinin zamana bağlı grafikleri (soldan sağa doğru).

Görüldüğü gibi PI denetleyicinin, prosesi tam olarak denetim altına alamadığı bölgeler mevcuttur. Grafikte dikkati çeken bölgeler, nötr noktasının hemen üzerindeki referans girişi ( $\text{pH}=7.5$ ) ve düşük değerli asidik referans girişi ( $\text{pH}=3.5$ ) içeren bölgelerdir. Hata değerlerinin büyüklüğü ve sistem çıkışının sabit hata ile de olsa referansa yaklaştıramadığı bu bölgeler, denetleyicinin tam olarak istenilen performansı sunamamasının sonucu olarak gösterilebilir. Bu noktada PI denetleyici yerine, PID denetleyici ile daha başarılı bir sonuç elde edilebileceği görüşü ileri sürülebilir. Ancak türevsel etkinin, sistemin cevabını hızlandırıcı özelliğinden dolayı, hassas yapıya sahip prosese aşırı müdahalelerde bulunulup, sistemin kararlı bir pH işareti üretmesi engellenmiştir. Doğrusal olmayan bir prosese, klasik tasarım yöntemi ile geliştirilen denetleyicinin adapte edilmesinin, teorik olarak da olsa başarılı sonuç veremeyeceği bir kez daha gösterilmiştir.

### 3.3. Lyapunov Tarzı Yaklaşım

### 3.3.1. Lyapunov Fonksiyon Yapısı

Proseste ait bütün verileri elimizde bulundurabileceğimizden hareketle, tam bilinen model bazlı denetime ilişkin bilgi vermek yeterli olacaktır. Sistem içerisindeki değişkenler için denge noktasının, sıfır noktası olduğunu göz önüne alalım ve öyle bir fonksiyon atayalım ki [2],

$$\begin{aligned} V(x) &= 0, \quad x = 0, \\ V(x) &> 0, \quad x \in R - \{0\} \end{aligned} \quad (10)$$

şartlarını sağlasın. Bu fonksiyonun değişim ifadesi,

$$\dot{V}(x) \leq 0, \quad x \neq 0 \quad (11)$$

olarak elde edilebilir ise  $V(x)$  fonksiyonunun, sonlu ve sabit bir değere yakınsayacağı açıktır. Şayet,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= -2.k.V(x) \\ \Rightarrow V(t) &= V(0).e^{-2.k.t}, \quad k > 0 \end{aligned} \quad (12)$$

elde edilebilir ise  $V(x)$ 'in üstel olarak sıfıra gideceği aşıkardır. Fonksiyonun sıfır değeri alması, fonksiyonun bağlı olduğu değişkenlerin de sıfır değeri alması anlamına geleceğinden, "x" değişkeni için denge noktasına ulaşılacaktır. Tüm bunları elde edebilmek için bizim bu fonksiyona müdahale şansımızı doğuracak değişkenlere ihtiyacımız vardır. Denetleyici sistemler yönünden olaya bakılacak olursa, bu şans bize denetleme sinyali sağlayacaktır.

Verilen fonksiyon yapısında dikkati çeken unsur, ifadede “*t*” zaman değişkeninin olmayışıdır. Bu tür sistemler, özerk (autonomous) sistemlerdir. Denetim altına almak istediğimiz proses de bu yapıda bir sistemdir.

Asıl sorun, Lyapunov fonksiyonunun atanması sırasında çıkmaktadır ve genellikle de enerji (kinetik ve/veya potansiyel enerji) fonksiyonları kullanılmaktadır. Ancak bu atanmanın her zaman başarılı olmadığı, yapılan çalışmalar ile gösterilmiştir.

Bu tarz bir denetleyici tasarımı, hem avantaja hem de dezavantaja sahiptir. Denetleyiciyi gerçeklemek için en azından bir dsp, mikroişlemci veya bilgisayara ihtiyaç duyulacağı gözden kaçırılmamalıdır. Bu da, uygulamada maliyeti ve işgücünü arttırıcı bir dezavantajdır. Denetleme sinyali olarak, tek bir parametreye bağımlılığı kaldırıp istediğiniz faktörleri sisteme dâhil edebilirsiniz. Böylesine bir olumlu gelişme, özellikle komplike sistemleri denetlemeye büyük bir avantaj olacaktır.

### 3.3.2. pH Prosesine Uygun Lyapunov Tabanlı Denetleyici Tasarımı ve Simülasyonu

Tasarımın amacı; referans giriş değeri ile çıkış pH değeri arasındaki farkı sıfıra taşımak olduğuna göre;

$$\begin{aligned} e &= \text{Re } f_{\text{erans}} - pH, \\ \Rightarrow V &= \frac{1}{2} \cdot e^2, \quad V = 0, \quad e = 0 \\ & \quad V > 0, \quad e \neq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

ataması ile tasarıma başlanabilir. İşleme alınan fonksiyonun değişim ifadesi,

$$\begin{aligned} \dot{V} = e \cdot \dot{e} &\Rightarrow \dot{V} = e \cdot (-p^H) \\ p^H &= \left( -\log_{10} \left( \frac{(x_a - x_b) + \sqrt{(x_b - x_a)^2 + 4 \cdot K_w}}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

elde edilir. Amacımız en iyi sonuç olan, üstel kararlılığa ulaşmak olduğuna göre,

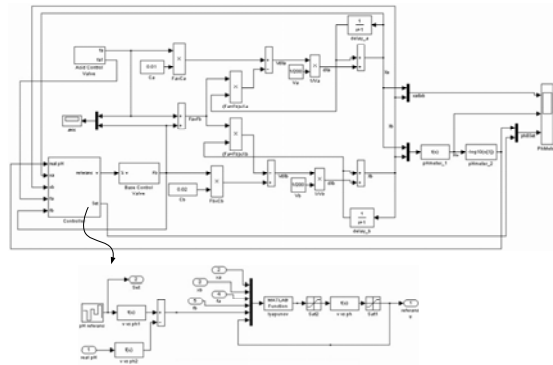
$$\begin{aligned}\dot{V} &= -k.e^2 \Rightarrow \dot{V} = -2.k.V \\ \Rightarrow V &= V(0).e^{-2.k.t}\end{aligned}\tag{15}$$

ifadesini sağlayacak denetleme sinyali bulunmalıdır. Ara işlemler gerçekleştirildiğinde,

$$\begin{aligned}
u &= \frac{k.e - g \cdot \{f_a.C_a - f_b.C_b - f_a.x_a + f_b.x_b\}}{g.(x_b - x_a).z} V, \\
g &= h \cdot \frac{1+m}{2}, \quad h = \frac{-\log_{10}(e)}{f_1}, \\
f_1 &= \frac{(x_a - x_b) + \sqrt{\Delta}}{2}, \quad \Delta = (x_b - x_a)^2 + 4.K_w, \\
m &= \frac{x_a - x_b}{\sqrt{\Delta}}, \\
z &= 0.4046.e^{0.0284.(\%v)}
\end{aligned}
\tag{16}$$

eşitliklerine ulaşılmaktadır. Kayıt altına alınması gereken husus, denetleme işaretinin fonksiyon içerisine sokulmasını sağlayan parametre " $f_b$ ", baz akış değeridir.

Bu sinyalin prosese uygulanmasına ait simülasyon diyagramı, Şekil 9'da sunulmuştur.



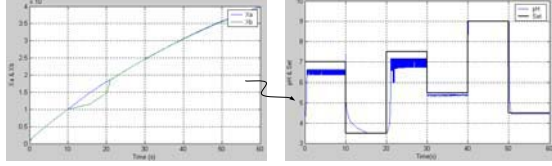
Şekil 9: Tasarımı gerçekleştirilen doğrusal olmayan denetleyici sistem için kullanılan simülasyon diyagramı.

Diyagrama dikkat edilirse, gerek denetleyici sistem ve gerekse çıkış pH değeri doğrudan işleme alınmamaktadır. Bunun yerine, giriş değerleri pH olmak üzere, çıkış verisi %valf pozisyonunu sağlayacak şekilde geliştirilen altıncı dereden,



$$\begin{aligned} \%v = & 0.03215 \cdot \text{pH}^6 - 0.1144 \cdot \text{pH}^5 + 1.557 \cdot \text{pH}^4 \\ & - 9.98 \cdot \text{pH}^3 + 28.76 \cdot \text{pH}^2 - 21.36 \cdot \text{pH} + 0.05383 \end{aligned} \quad (17)$$

eşitliği kullanılmıştır. Tüm bu çalışmaların sonucu olarak elde edilen simülasyon verileri Şekil 10'da görülebilir.



Şekil 10: Lyapunov tarzı yaklaşımla tasarlanan doğrusal olmayan denetleyici sistem sonucunda elde edilen proses çıkış verileri; asit-baz konsantrasyon değişimleri ve referans-pH değişimlerinin zamana bağlı grafiksel formu (soldan sağa doğru).

Grafiksel değişimlere göre, özellikle nötr noktası (pH= 7) ve hemen yakınlarında denetleyici hata değerini sıfıra ulaştıramamaktadır. Fakat her bölgede proses çıkışını sabit bir hata değeri ile de olsa stabil hale getirmeyi başarmaktadır. İlave olarak, gerek asidik (pH< 5) referans giriş verileri ve gerekse de bazik (pH> 8) referans giriş verileri için hata değerini çok kısa bir zaman zarfında sıfıra taşıyabilmektedir.

#### 4. Sonuçlar

Doğrusal olmayan sistemler için geliştirilen denetleme yöntemlerinin klasik denetleme yöntemlerine, doğrusal olmayan sistemleri denetim altına almadaki üstünlükleri verilen grafiklerinden görülebilir. Yeni yaklaşımın üstünlüğü sistem çıkışını, ani değişimlerden korumasından ve çok daha kısa sürede kararlı çıkışı elde etmesinden kaynaklanmaktadır.

Kararlı hal hatası yönünden inceleme yapılırsa, Lyapunov tarzı yaklaşımla elde edilen denetleyicinin, nötr noktasına yakın bölgelerde çok da başarılı olduğu söylenemez. Bu durum, tasarımıdaki bir veya birkaç parametrenin gözden geçirilmesi ile düzeltilebilir. Asidik ve bazik bölgeler için ise geliştirilen denetleyicinin üstünlüğü, göz ardı edilemez.

PI denetleyicinin performansı, optimizasyon yöntemleri veya farklı bir yöntem ile tasarım sayesinde geliştirilebilir. Ancak aynı işlemlerin doğrusal olmayan sistemler için geliştirilen denetleyiciler için de geçerliliğini unutmamak gerekir.

#### 5. Kaynakça

- [1] W.I. Caldwell, G.A. Coon, L.M. Zoss, *Frequency Response for Process Control*, McGraw Hill, 1959.
- [2] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall Inc., 2000.
- [3] J.C. Kotz and P. Treichel, *Chemistry & Chemical Reactivity*, Sounders College Pub., 1996.
- [4] C.T. Leondes, *Neural Network Systems, Techniques and Applications: Industrial and Manufacturing Systems*, Academic Press, 1998.
- [5] L.E. Zarate, P. Resende and B. Menezes, "A fuzzy logic and variable structure based controller for pH control", *IECON'01: the 27th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 0-7803-7108-9, s:37-42.

- [6] S.M. Shinnars, *Modern Control System Theory and Application*, Addison-Wesley, 1972.
- [7] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 2002.
- [8] R. H. Bishop, *Modern Control Systems Analysis and Design Using Matlab Simulink*, Addison-Wesley, 1997.
- [9] K. Ogata, *Solving Control Engineering Problems Using MATLAB*, Prentice Hall, 1994.





## Asenkron Motor İçin Uyarlamalı Akı Gözlemleyici Tabanlı Hız Algılayıcısız Doğrudan Moment Kontrolü

Ömür AKYAZI<sup>1</sup>, Halil İbrahim OKUMUŞ<sup>2</sup>, Emre ÖZKOP<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon  
oakyazi@ktu.edu.tr

<sup>2</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon  
okumus@ktu.edu.tr

<sup>3</sup>Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon  
eozkop@ktu.edu.tr

### Özetçe

Bu çalışmada, asenkron motor için uyarlamalı akı gözlemleyici tabanlı hız algılayıcısız doğrudan moment kontrolü gerçekleştirilmiştir. Asenkron motor durağan referans düzleminde ortaya koyulmuş, sabit hız ve değişken hız referans değerleri için sistem davranışı gözlemlenmiştir.

### 1. Giriş

Son yıllarda hız ve konum algılayıcılarını ortadan kaldıran birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemler kendi aralarında iki gruba ayrılmaktadır. Bunlar, motor hızının stator gerilimi ve akımı gibi ölçülebilen değerler aracılığı ile hız kestiriminin yapıldığı kapalı döngü algılayıcısız hız kontrolü ve motor senkron hızının denetlendiği ve sadece yük momentinin motor shaft hızında meydana getirdiği değişimin dengelendiği açık döngü hız kontrolüdür.

Bir çok algılayıcısız sürücü yöntemleri olmasına rağmen, asenkron motor sürücüleri için temel algılayıcısız kontrol yöntemleri [1,2]: (a) stator gerilimi ve akımını kullanan açık döngü kestirici, (b) uzamsal doyma stator üçüncü harmonik faz gerilimini kullanan kestiriciler, (c) geometrik, doyma ve diğer etkileri kullanan kestiriciler, (d) model referans uyarlamalı sistemler, (e) gözlemleyiciler (Kalman filtresi, Luenberger, Genişletilmiş Kalman Süzgeç, Genişletilmiş Luenberger...vb) ve (f) yapay zekayı (sinir ağları, bulanık mantık tabanlı sistemler, bulanık-sinir ağları..vb) kullanan kestiricilerdir.

Kestirici tabanlı yöntemler, yüksek örnekleme frekansı gerektirir ve hesapsal yönden yoğundur. Geniş hesaba dayalı yük ve kestirim zamanı gereksinimi duyması bir dezavantajdır [3,4].

Gözlemleyici ve model referans uyarlamalı yöntemler, algılayıcısız asenkron motor sürücü sistemlerinde geniş çapta kullanılmaktadır [5]. Genellikle model referans uyarlamalı sistem, motorun direnç parametrelerini belirlemek için kullanılan bir yöntemdir [6,7].

Gözlemleyiciler birçok avantaj sunmaktadır: algılayıcıların sayısını azaltabilmekte, bununla birlikte maliyeti düşürmekte, güvenilirliği artırmakta, algılayıcıdan gelen sinyalin kalitesini artırmakta ve performans iyileştirmesi sağlamaktadır. Diğer taraftan gözlemleyiciler bazı dezavantajlara sahiptir. Gözlemleyicileri gerçekleştirmek karmaşık olabilir ve sayısal kaynakları harcar. Aynı zamanda gözlemleyiciler yazılım kontrol döngüsünü biçimlendirdiğinden belirli durumlarda kararsız olabilirler [8].

Temel düşünce, sistem çıkışı ve gözlemleyici çıkışı arasındaki hatayı, gerçek değerlere yakınsaması beklenen gözlemlenen durum değişkenlerini düzeltmek için kullanmaktır.

### 2. Hız Uyarlamalı Akı Gözlemleyici

Bir asenkron motor, durağan referans düzleminde aşağıdaki durum denklemleri ile tanımlanabilir [9,10].

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \phi_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s$$
$$= A x + B v_s \quad (1)$$

$$i_s = C x \quad (2)$$

Burada

$$i_s = \begin{bmatrix} i_{ds} & i_{qs} \end{bmatrix}^T : \text{stator akımı}$$

$$\phi_r = \begin{bmatrix} \phi_{dr} & \phi_{qr} \end{bmatrix}^T : \text{rotor akısı}$$

$$v_s = \begin{bmatrix} v_{ds} & v_{qs} \end{bmatrix}^T : \text{stator gerilimi}$$

$$A_{11} = -\{R_s / (\sigma L_s) + (1 - \sigma) / (\sigma \tau_r)\} I = a_{r11} I$$

$$A_{12} = M / (\sigma L_s L_r) \{ (1 / \tau_r) I - \omega_r J \} = a_{r12} I + a_{i12} J$$

$$A_{21} = (M / \tau_r) I = a_{r21} I$$

$$A_{22} = -(1 / \tau_r) I + \omega_r J = a_{r22} I + a_{i22} J$$

$$B_1 = 1 / (\sigma L_s) I = b_1 I$$

$$C = [I \quad 0]$$

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_s, R_r$  : Stator ve Rotor direnci

$L_s, L_r$  : Stator ve Rotor özindüktansı

$M$  : Ortak indüktans

$\sigma$  : Kaçak sabiti,  $\sigma = 1 - M^2 / (L_s L_r)$

$\tau_r$  : Rotor zaman sabiti,  $\tau_r = L_r / R_r$

$\omega_r$  : Motor açısal hızı

Stator akımını ve rotor akısını birlikte kestiren durum gözlemleyicisi aşağıdaki denklemdeki gibi yazılabilir.

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + Bv_s + G(\hat{i}_s - i_s) \quad (3)$$

Buradaki  $\hat{\cdot}$  kestirilen değeri ifade etmektedir.  $G$ , denklem (3)'ü kararlı yapan gözlemci kazanç matrisidir.

Kubota gözlemleyicisinde  $G$ , kutup yerleştirme yöntemi ile hesaplanır. Asenkron motorun öz değerlerinden dört kazanç aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & g_4 \\ -g_2 & g_1 & -g_4 & g_3 \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

Burada

$$g_1 = -(k - 1)(L_r R_s + L_s R_r) / \Delta$$

$$g_2 = (k - 1)\hat{\omega}_r$$

$$g_3 = -(k^2 - 1) \frac{L_r R_s}{M} + (k - 1) \frac{L_r R_s + L_s R_r}{M}$$

$$g_4 = -(k - 1) \frac{\Delta}{M} \hat{\omega}_r$$

burada  $\Delta = L_s L_r - M^2$ ,  $k$  oransal sabittir ve  $k > 0$  dir.

Kestirilen rotor akı bileşenleri ve stator akım hata bileşenleri, hız ayarlama işaret hatasını elde etmek için kullanılır. Gözlemleyici kullanarak rotor hızının kestirimi için aşağıdaki Oransal-İntegral (PI) uyarlama düzeni hız ayarlama işareti ile kullanılır.

$$\hat{\omega}_r = K_p (e_{ids} \hat{\phi}_{qr} - e_{iqs} \hat{\phi}_{dr}) + K_i \int (e_{ids} \hat{\phi}_{qr} - e_{iqs} \hat{\phi}_{dr}) dt \quad (5)$$

Burada  $K_p$  ve  $K_i$  sırasıyla oransal ve integral kazanç sabitleridir.  $d$  ve  $q$  eksen stator akım hataları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$e_{ids} = i_{ds} - \hat{i}_{ds}, \quad e_{iqs} = i_{qs} - \hat{i}_{qs} \quad (6)$$

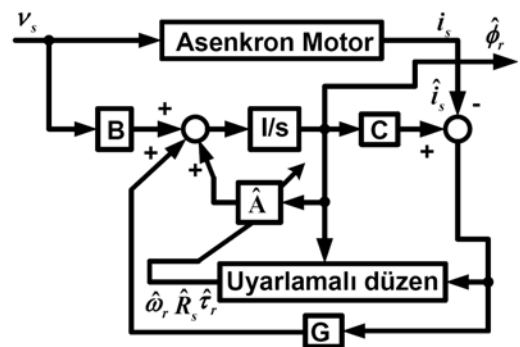
Doğru bir hız kestirimi elde etmek için durum matrisi ve kazanç matrisi içinde kullanılan parametrelerin doğru olması gerekmektedir. Stator direncindeki değişimlerin özellikle düşük hızlarda kestirilen hız üzerindeki etkisi yüzünden, iyi bir dinamik performans elde etmek için stator direnci doğru bir şekilde kestirilmelidir. Ayrıca, rotor zaman sabiti de sıcaklıkla değişir. Hız kestirimi esnasındaki stator direnci ve rotor zaman sabitindeki değişimin etkisi, stator direnci ve rotor zaman sabitinin gerçek zamanlı kestirimi ile ortadan kaldırılabilir.

Lyapunov kararlılık sabiti teoremi kullanılarak elde edilen stator direnci ve rotor zaman sabiti uyarlama düzeni denklem (7) ve (8) ile ifade edilmiştir.

$$\frac{d\hat{R}_s}{dt} = -\lambda_1 (e_{ids} \hat{i}_{ds} + e_{iqs} \hat{i}_{qs}) \quad (7)$$

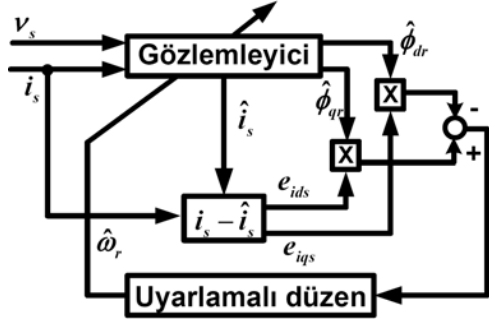
$$\frac{d}{dt} (1 / \hat{\tau}_r) = \lambda_2 / L_r \{ e_{ids} (\phi_{dr} - M \hat{i}_{ds}) + e_{iqs} (\phi_{qr} - M \hat{i}_{qs}) \} \quad (8)$$

Burada  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$ , deneysel olarak gelişigüzel seçilen pozitif kazançlardır. Uyarlamalı akı gözlemleyicisi blok diyagramı Şekil 1'de gösterilmiştir.



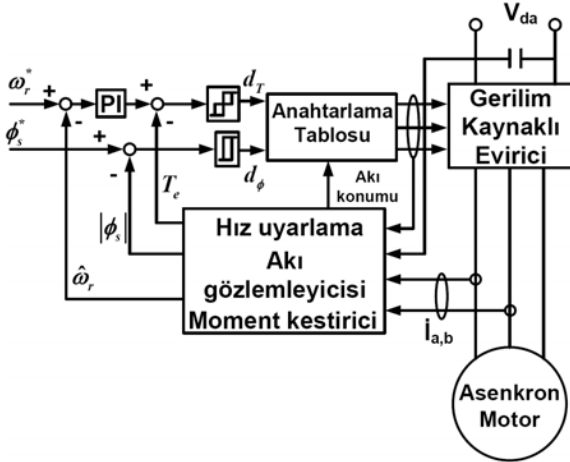
Şekil 1: Uyarlamalı akı gözlemcisi blok diyagramı.

Hız uyarlamalı kestirim düzeni blok diyagramı Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Hız uyarlamalı kestirim düzeni blok diyagramı.

Hız uyarlamalı akı gözlemleyicili algılayıcısız doğrudan moment kontrol hız sürücü sistemi blok diyagramı Şekil 3'de gösterilmiştir [11].



Şekil 3: Hız uyarlamalı akı gözlemleyicili algılayıcısız doğrudan moment kontrol hız sürücü sistemi.

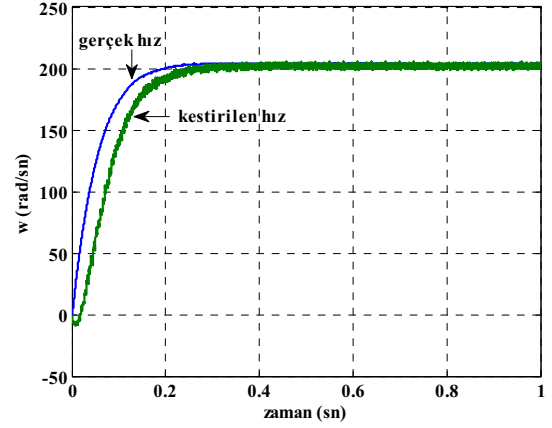
Sistem içerisinde kullanılan asenkron motor parametreleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Asenkron motor parametreleri

| Açıklama            | Sembol | Değer                 |
|---------------------|--------|-----------------------|
| Kutup sayısı        | $P_o$  | 4                     |
| Eylemsizlik momenti | $J$    | $0.02 \text{ kg-m}^2$ |
| Stator indüktansı   | $L_s$  | $2.4 \text{ mH}$      |
| Rotor indüktansı    | $L_r$  | $2.4 \text{ mH}$      |
| Ortak indüktans     | $M$    | $2 \text{ mH}$        |
| Stator direnci      | $R_s$  | $3 \Omega$            |
| Rotor direnci       | $R_r$  | $5 \Omega$            |
| Faz gerilimi        | $V$    | $250 \text{ V}$       |
| Frekans             | $f$    | $50 \text{ Hz}$       |

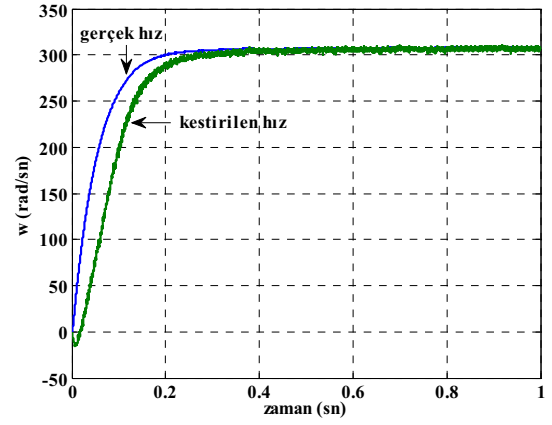
### 3. Sonuçlar

Farklı referans değerleri için sistem çıkışları gözlemlenmiştir.  $\omega_{ref}=200 \text{ rad/sn}$  iken motor gerçek hızın ve kestirilen hızın zamanla değişimi Şekil 4'de gösterilmiştir.



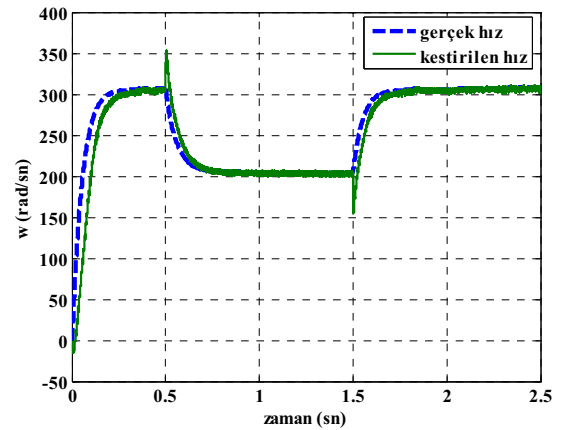
Şekil 4: Hızın zamanla değişimi ( $\omega_{ref}=200 \text{ rad/sn}$ ).

$\omega_{ref}=314 \text{ rad/sn}$  iken motor gerçek hızın ve kestirilen hızın zaman içindeki değişimi Şekil 5'de gösterilmiştir.



Şekil 5: Hızın zamanla değişimi ( $\omega_{ref}=314 \text{ rad/sn}$ ).

Hız referans yolu sistem girişine uygulandığında, sistem çıkışı Şekil 6'daki gibi elde edilmiştir.



Şekil 6: Hızın zamanla değişimi ( $\omega_{ref}=\text{değişken}$ ).

#### 4. Değerlendirme

Bu çalışmada, asenkron motor için uyarlamalı akı gözlemleyici tabanlı hız algılayıcısız doğrudan moment kontrolü, sabit hız ve değişken hız referans değerleri için gerçekleştirilmiştir. Asenkron motor sürücüler için temel algılayıcısız kontrol yöntemlerinden biri olan gözlemleyici kullanılmıştır.

#### 5. Kaynakça

1. P. Vas, *Sensorless Vector and Direct Torque Control*, Oxford University press, 1998.
2. P. Vas, A.F. Stronach ve M. Neuroth, "DSP-Based Speed Sensorless Vector Controlled Induction Motor Drives Using AI-Based Speed Estimator and Two Current Sensors," 7th International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, s:442-446, 1998.
3. C.M. Lee ve C.L. Chen, "Observer based speed estimation method for sensorless vector control of induction motor," IEE Proc. of the Control Theory Application, Cilt: 145, No: 3, s:359-363, 1998.
4. L. Harnfors, "A Comparison between directly Parametrised Observers and Extended Kalman Filters for Sensorless Induction Motor Drives," 7th International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, s:275-280, 1998.
5. M. Cirrincione ve M. Pucci, "An MRAS-Based Sensorless High-Performance Induction Motor Drive With a Predictive Adaptive Model," IEEE Transactions on Industrial Electronics, Cilt: 52, No: 2, s:532-551, 2005.
6. K. Tungpimolrut, F.Z. Peng ve T. Fukao, "Robust vector control of induction motor without using stator and rotor circuit time constants," IEEE Transactions on Industry Applications, Cilt: 30, No: 5, s:1241-1246, 1994.
7. M. Rashed, P.F.A. MacConnell ve F. Stronach, "Nonlinear Adaptive State-Feedback Speed Control of a Voltage-Fed Induction Motor With Varying Parameters," IEEE Transactions on Industry Applications, Cilt: 42, No: 3, s:723-732, 2006.
8. G. Ellis, *Observers in Control Systems*, Academic Pres, 2002.
9. [K] H. Kubota, K. Matsuse ve T. Nakano, "DSP-Based Speed Adaptive Flux Observer of Induction Motor," IEEE Trans. On Industry Appl. Cilt: 20, No: 2, s:344-348, 1993.
10. H. Kubota ve K. Matsuse, "Compensation for Core Loss of Adaptive Flux Observer-Based Field-Oriented Induction Motor Drives," Industrial Electronics, Control, Instrumentation, and Automation, Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronic and Motion Control, Cilt:1 s:67-71, 1992.
11. H.İ. Okumuş, "Improved Direct Torque Control of Induction Machine Drives PhD Thesis," University of Bristol, UK, July 2001.

## Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorlarda Mekanik Algılayıcısız Konum Kontrolü

Boğaç Han ER

[bogachaner@gmail.com](mailto:bogachaner@gmail.com)

Metin GÖKAŞAN

[gokasan@elk.itu.edu.tr](mailto:gokasan@elk.itu.edu.tr)

İstanbul Teknik Üniversitesi,  
Elektrik-Elektronik Fakültesi,  
Kontrol ve Kumanda Anabilimdalı  
Maslak, 34469 İstanbul

### Özetçe

Bu çalışmada, sürekli mıknatıslı senkron motorlarda mekanik algılayıcısız konum kontrolünde kullanılan genişletilmiş Luenberger gözleyicisi (GLG) ve genişletilmiş Kalman filtresi (GKF) algoritmaları MATLAB/Simulink ortamında benzetim algoritmaları altında başarımları karşılaştırılmıştır. Kullanılan GKF algoritmasının hem hızlı yakınıması hem de yüksek başarımlı nedeni ile daha iyi sonuç verdiği gösterilmiştir.

### 1. Giriş

Vektör kontrollü bir sürekli mıknatıslı senkron motor (SMSM) kullanılarak:

- Hava aralığında yüksek akı yoğunluğu,
  - Yüksek güç/ağırlık oranı,
  - Hızlı ivmelenme sağlayan büyük moment/eylemsizlik oranı,
  - Moment sınımları çok küçük olduğundan çok düşük hızlarda bile bozulmayan moment üretimi,
  - Sıfır hızda moment kontrolü,
  - Yüksek çalışma hızı,
  - Verimliliğin ve güç faktörünün yüksek olması,
  - Makine boyutunun küçük olması
- sağlanabilir [1]. Bu özelliklerinden dolayı birçok uygulamada SMSM; etkin hava aralığı küçük, frenleme ve ters yöne dönme esnasında rotor çubuklarının kırılma ihtimali bulunan, daha düşük verimliliğe ve güç faktörüne sahip olan asenkron motorun yerini alabilir [2].

SMSM'un vektör kontrolünün gerçekleştirilebilmesi için rotor konumunun ani değerinin bilinmesi gerekmektedir. Rotor konumunu ölçen algılayıcılar maliyeti, motor boyutunu, motorun eylemsizliğini arttırmakta ve kimi zaman ilave devrelere ihtiyaç duymaktadır. Bununla beraber çalışma hızları ve sıcaklıkları sınırlıdır. Ayrıca bu algılayıcıların yerleştirilmesi de ayrı bir sorun teşkil etmektedir. Tüm bu olumsuzlukları ortadan kaldırmak, bakım gereksinimlerini azaltmak, daha yüksek verimlilik ve mekanik mukavemet elde etmek, gürültü duyarlılığını arttırmak adına mekanik algılayıcıların devre dışı bırakıldığı vektör kontrollü sürücülerin tasarlanması hedeflenmektedir [3]. Asenkron makina vektör kontrolünde GLG ve GKF konusunda çok sayıda çalışma gerçekleştirilmiştir [4].

Bu çalışmada SMSM için, GLG ve GKF kullanılarak gerçekleştirilen, konum kontrol çalışmalarının başarımları benzetim yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Yapılan

çalışmalarda GKF tasarımı üzerinde durulmuş, asenkron motorlar için birçok kuramsal ve uygulamalı örneği bulunan GLG tasarımı göz ardı edilmiştir.

### 2. Sistem Modeli

Şekil 1'den de görüleceği gibi yük olarak bir robot kol ele alınmıştır ve dişli boşluğu (backlash) etkisine de yer verilmiştir. Bu yapıya ilişkin yük momenti ( $N.m$ ) ve eylemsizliği ( $kg.m^2$ ), sırasıyla, denklem (1) ve (2) ile ifade edilmiştir.

$$T_L = mgl \sin(\theta_L) \quad (1)$$

$$J_L = ml^2 \quad (2)$$

$m$  : Kütle ( $kg$ )

$g$  : Yer çekimi ivmesi ( $m/s^2$ )

$l$  : Kol uzunluğu ( $m$ )

$\theta_L$  : Robot kolun konumu ( $rad$ )

$a$  : Dişli dönüştürme oranı

$\Xi$  : Dişli boşluğu ( $arc.dk$ )

Rotoru silindirik yapıda olup mıknatısların rotor yüzeyine yerleştirildiği, sürekli mıknatısların oluşturduğu toplam manyetik akı değerinin  $\psi_F$  ( $Wb$ ) sabit olduğu kabul edilirse ve doyma etkisi ihmal edilirse  $dq$  – ekseninde SMSM'a ilişkin ifadeler,

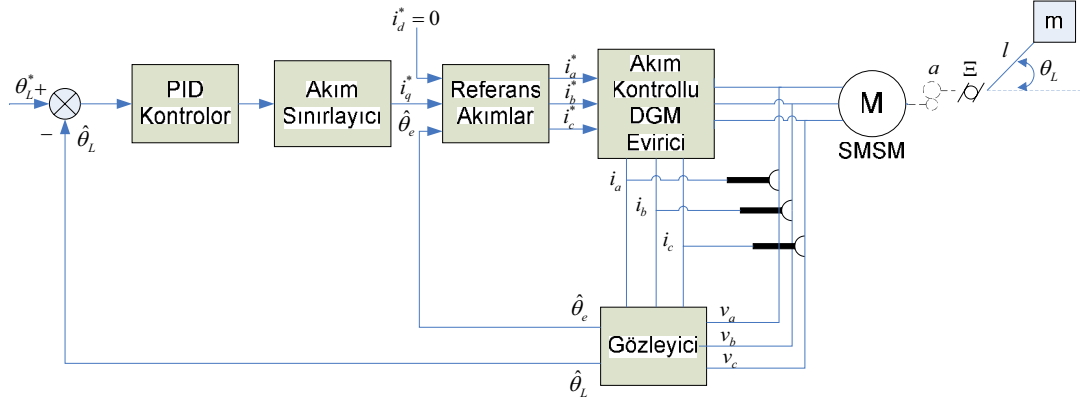
$$v_d = R_s i_d - \omega_e L_s i_q + L_s \frac{d}{dt} i_d \quad (3)$$

$$v_q = R_s i_q + \omega_e (L_s i_d + \psi_F) + L_s \frac{d}{dt} i_q \quad (4)$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} [(L_s i_d + \psi_F) i_q - L_s i_q i_d] \quad (5)$$

$$\omega_m = \frac{2\omega_e}{P} \quad (6)$$





Şekil 1: SMSM' un konum kontrol şeması

Burada  $v_d, i_d$   $d$  – eksen gerilim ( $V$ ) ve akımı ( $A$ ) ;  $v_q, i_q$   $q$  – eksen gerilim ve akımı;  $R_s$  sargı direnci ( $\Omega$ ) ;  $L_s$  senkron endüktans ( $mH$ ) ;  $\omega_e, \omega_m$  rotorun elektriksel ve mekanik hızı ( $rad/sn$ ) ;  $T_{em}$  endüklenen elektriksel moment;  $P$  kutup sayısıdır. “\*” referans büyüklükleri, “^” kestirilen büyüklükleri simgelemektedir.

Mekanik hızlar ile konum ve hız arasındaki ilişki,

$$\omega_m / \omega_L = a \quad (7)$$

$$\theta = \int \omega dt \quad (8)$$

veya

$$\omega = \frac{d}{dt} \theta \quad (9)$$

Dişli dönüştürme oranı göz önüne alındığında hareket denklemi,

$$\frac{d}{dt} \omega_L = \frac{aT_{em} - T_L - a^2 F_i \omega_L - aS_f \operatorname{sgn}(\omega_L)}{a^2 J_M + J_L} \quad (10)$$

$J_M$  : Motorun ve motor miline indirgenmiş dişli eylemsizliğinin toplamı ( $J_m + J_{gh}$ )

$F_i$  : Motorun viskoz sürtünme katsayısı ( $N.m.sn/rad$ )

$S_f$  : Motorun Coulomb sürtünme katsayısı ( $N.m$ )

Denklem (10) daha yalın bir hale getirilirse,

$$\frac{d}{dt} \omega_L = \frac{aT_{em} - T_L - B\omega_L - T_f \operatorname{sgn}(\omega_L)}{J} \quad (11)$$

### 3. Kestirici Yapıları

#### 3.1 Genişletilmiş Luenberger Gözleyicisi

Luenberger gözleyicisi (LG) yapısını anlayabilmek için aşağıdaki sistemi ele alalım.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (13)$$

Bu sistem için LG modeli,

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}[\mathbf{y}(t) - \hat{\mathbf{y}}(t)] \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t) \quad (15)$$

$\mathbf{L}$  : LG kazancı

Bu işlemlerin pratikte gerçekleştirilmesinde sayısal işaret işleyici kullanılacağı düşünülürse;  $T_c$  ( $sn$ ) örnekleme zamanı,  $k$  adım sayısı olmak üzere, ifadelerin ayrık zamanda yazılması gerekmektedir. Öyleyse ayrık zamanda gözleyici modeli,

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_d \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) + \mathbf{L}_d [\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(k)] \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_d \cong \mathbf{I} + \mathbf{A}T_c \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_d \cong \mathbf{B}T_c \quad (18)$$

$$\mathbf{L}_d = \mathbf{L}T_c \quad (19)$$

GLG, LG'nin SMSM gibi doğrusal olmayan sistemlere uygulanmış halidir [5]. Yük momenti değişiminin yavaş olduğu kabul edilirse ( $\dot{T}_L = 0$ ) SMSM'un  $\alpha\beta$  – eksen modeli,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ T_L \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 & \frac{\psi_F \sin \theta_e}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{\psi_F \cos \theta_e}{L_s} & 0 \\ -\frac{Pa^2 K_T \sin \theta_e}{2J} & \frac{Pa^2 K_T \cos \theta_e}{2J} & \frac{B}{J} & -\frac{Pa}{2J} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(\mathbf{x})} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ T_L \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_s \end{bmatrix}}_y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{h(x)} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ T_L \end{bmatrix} \quad (21)$$

Rotorun elektriksel yer değişimi denklem (8)'den yola çıkılarak,

$$\theta_e(k+1) = \theta_e(k) + T_c \omega_e(k) \quad (22)$$

GLG kazancının elde edilmesinde aşağıdaki yol izlenmiştir:

-  $s$  - düzleminde hedeflenen gözleyici kutupları belirlenir ve  $z$  - düzlemine dönüştürülür ( $i = 1, \dots, 4$ ).

$$z_i = e^{s_i T_c} \quad (23)$$

- Hedeflenen polinom oluşturulur.

$$p_h(z) = \prod_{i=1}^4 (z - z_i) \quad (24)$$

- Gerçek sistemin karakteristik polinomu oluşturulur.

$$p_k(z) = \det \left[ z\mathbf{I} - (\mathbf{F}(k) - \mathbf{L}_d(\hat{\mathbf{x}}(k))\mathbf{H}) \right] \quad (25)$$

- Hedeflenen polinom ile karakteristik polinom katsayıları eşitlenerek GLG kazancı  $\mathbf{L}_d(\hat{\mathbf{x}}(k))$  hesaplanır.

$$\mathbf{F}(k) = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k)} \quad (26)$$

$$\mathbf{H}(k) = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k)} \quad (27)$$

$\mathbf{F}(k)$  :  $f$  fonksiyonun Jacobian matrisi

$\mathbf{H}(k)$  :  $h$  fonksiyonunun Jacobian matrisi

### 3.2 Genişletilmiş Kalman Filtresi

Kalman filtresinin doğrusal olmayan sistemlere uygulanmış halidir [7]. GLG'den farklı olarak olası model tabanlı bir gözleyicidir. Bu sebepten sistem modeli yeniden tanımlanmalıdır. Burada kütle değişiminin sınırlandırılmış olduğu ( $\dot{m}=0$ ) kabul edilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \underbrace{\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ \theta_e \\ m \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} i_\alpha + \frac{\omega_e \psi_f \sin \theta_e}{L_s} \\ -\frac{R_s}{L_s} i_\beta - \frac{\omega_e \psi_f \cos \theta_e}{L_s} \\ \frac{P}{2} \frac{a^2 K_r [-i_\alpha \sin \theta_e + i_\beta \cos \theta_e] - amgl \sin(\frac{2\theta_e}{Pa}) - \frac{2B\omega_e}{P}}{a^2 J_M + ml^2} \\ \omega_e \\ 0 \end{bmatrix}}_{f(x,u,w)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix}}_{h(x,u,w)} + \mathbf{w} \quad (28)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ \theta_e \\ m \end{bmatrix}}_{z} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{h(x,v)} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ \omega_e \\ \theta_e \\ m \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (29)$$

$\mathbf{w}$  : Sistem gürültüsü

$\mathbf{v}$  : Ölçme gürültüsü

$\mathbf{w}$  ve  $\mathbf{v}$  birbirinden bağımsız, sıfır ortalama değerli, beyaz ve Gauss'yan biçimli gürültülerdir ve kovaryans matrisleri, sırasıyla,  $\mathbf{Q}$  ve  $\mathbf{R}$  'dir. GKF algoritması,

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = f(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k), 0) \quad (30)$$

$$\mathbf{P}^-(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{P}(k)\mathbf{F}^T(k) + \mathbf{Q} \quad (31)$$

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{H}^T [\mathbf{H}\mathbf{P}^-(k+1)\mathbf{H}^T + \mathbf{R}]^{-1} \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \hat{\mathbf{x}}^-(k+1) + \mathbf{K}(k+1) [\mathbf{z}(k+1) - h(\hat{\mathbf{x}}^-(k+1), 0)] \quad (33)$$

$$\mathbf{P}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}]\mathbf{P}^-(k+1) \quad (34)$$

Burada  $\hat{\mathbf{x}}^-(k+1)$  önceki ve  $\hat{\mathbf{x}}(k+1)$  sonraki durum kestirimi,  $\mathbf{P}^-(k+1)$  ve  $\mathbf{P}(k+1)$  bu kestirimlere ilişkin kestirim hatalarının (gerçek değer ile kestirilen değer arasındaki farkın) kovaryans matrisidir.

## 4. Benzetim Çalışmaları

Benzetimlerde  $t \leq 0$  için motorun duruyor olduğu varsayılmış ve durum vektörünün başlangıç şartı buna göre seçilmiştir. Örneklem zamanı  $T_c = 100 \mu s$  alınmıştır. Sisteme herhangi bir yüksek frekanslı işaretin eklenmesi söz konusu değildir. Kullanılan motora ilişkin anma değerleri ile diğer büyüklüklere Ek A'da yer verilmiştir. Yöntemlerin karşılaştırılmasında şöyle bir yol izlenmiştir: Yük tarafına ilişkin referans mekanik açı  $\theta_L^*$ ,  $0 - 1sn$  arasında  $30^\circ$ ,  $1 - 3sn$  arasında  $120^\circ$  ve  $3 - 5sn$  arasında  $90^\circ$  olarak uygulanmıştır. Kütle ise  $2 - 4sn$  arasında  $6kg$ , diğer sürelerde  $12kg$  olacak şekilde değiştirilmiştir.

GLG kazancının elde edilmesinde MATLAB'ın kutup yerleştirme algoritmasını kullanılmıştır [6,8 ve 9]. Bu durumda GLG kazancının bulunması için aşağıdaki ifadenin MATLAB komut satırına yazılması gerekmektedir [10].

$$place(\mathbf{F}', \mathbf{H}', \exp(T_c \times \mathbf{p})).' \quad (35)$$

GLG tasarımında hedeflenen gözleyici kutupları aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{p} = [-2500 \quad -2500 \quad -5000 \quad -10] \quad (36)$$

GKF tasarımındaki en kritik nokta kovaryans matrislerinin başlangıç değerlerinin seçimidir. Burada  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  ve  $\mathbf{P}$  matrislerinin boyutları sırasıyla  $5 \times 5$ ,  $2 \times 2$  ve  $5 \times 5$ 'dir. Öyleyse toplam 54 tane kovaryans matrisi elemanı seçimi söz konusu olacaktır. Gürültü sinyallerinin birbirinden bağımsız olduğu düşünülürse bu matrisler diagonal hale gelecektir. Ayrıca matris elemanlarının  $\alpha\beta$  – eksenine bağlı olmadığı göz önüne alınırsa ve bir adım daha öteye gidilirse  $\mathbf{R}$  değeri kullanılan ölçme düzeneklerinden yola çıkılarak bilinebilmektedir ve  $\mathbf{P}(0)$  matrisinin elemanlarını aynı seçmenin, bu çalışmada, gözleyici dinamiği üzerinde neredeyse hiçbir etkisinin olmaması sebebiyle tasarım parametresi olarak sadece  $\mathbf{Q}$  matrisi ele alınabilir. Bu sebepten  $\mathbf{Q}$  matrisi, kestirim hatalarını ve yakınsama süresini mümkün olduğunca azaltacak biçimde deneme-yanılma yoluyla belirlenmiştir.

$$\mathbf{Q} = [10^{-9}(A^2) \quad 10^{-9}(A^2) \quad 8 \times 10^{-7}(rad^2/sn^2) \quad 10^{-9}(rad^2) \quad 8 \times 10^{-7}(N^2.m^2)] \quad (37)$$

$$\mathbf{R} = [10^{-6}(A^2) \quad 10^{-6}(A^2)] \quad (38)$$

$$\mathbf{P}(0) = [10(A^2) \quad 10(A^2) \quad 10(rad^2/sn^2) \quad 10(rad^2) \quad 10(N^2.m^2)] \quad (39)$$

Şekil 2, 3, 4, 5 ve 6 GLG kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarını; Şekil 7, 8 ve 9 GKF kullanılarak elde edilen benzetim sonuçlarını göstermektedir.

## 5. Sonuçlar ve Tartışma

Benzetim sonuçları göstermektedir ki her koşulda gözlenebilirlik şartı sağlanmıştır. Konum ve kütlenin ani değişimlerinde bile oldukça iyi sonuçlar alınmıştır. Her iki yöntemde de kestirim doğruluğu ve kararlılığı oldukça iyidir.

Gerek hedeflenen gözleyici kutuplarının belirlenmesinde gerekse kovaryans matrislerinin seçiminde bir takım zorluklar mevcuttur. Bu değerlerin hesaplama yönteminden daha ziyade deneme yanılma yoluyla belirlenmesi, özellikle kestirilen durum sayısı arttıkça daha sorunlu hale gelmektedir. Bu yüzden bir takım yeni yaklaşımlara gereksinim duyulmaktadır.

## 6. Kaynakça

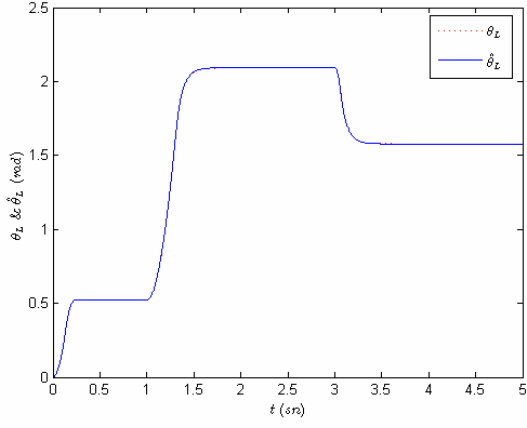
- [1] Vas, P., 1998. Sensorless Vector And Direct Torque Control, Oxford University Press, Inc., New York.
- [2] Gieras, J.F. and Mitchell, W., 1997. Permanent Magnet Motor Technology Design and Applications, Marcel Dekker, Inc., New York.
- [3] Rajashekara, K., Atsuo, K. and Kouki, M., 1996. Sensorless Control of AC Drives: Speed and Position Sensorless Operation, IEEE Press, New York.
- [4] Barut, M., Bogosyan, S., and Gokasan, M., 2007. Speed-sensorless estimation for induction motors, *IEEE TIE*, 54(1), February 2007, 272-280.
- [5] Orlowska-Kowalska, T., 1989. Application of extended luenberger observer for flux and rotor time-constant estimation in induction motor drives, *IEE Proceedings*, 136(D-6), November 1989, 324-330.
- [6] Wade, S., Dunnigan, M.W., and Williams, B.W., 1997. Improving the accuracy of the rotor resistance estimate for vector-controlled induction machines, *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, 144(5), September 1997, 285-294.

- [7] Welch, G., and Bishop, G., 2006. An Introduction to the Kalman Filter, UNC-Chapel Hill, Chapel Hill.
- [8] Du, T., Vas, P., and Stronach, F., 1995. Design and application of extended observers for joint state and parameter estimation in high-performance AC drives, *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, 142(2), March 1995, 71-77.
- [9] Elmas, Ç., Parra, Z., 1996. Application of a full-order extended luenberger observer for a position sensorless operation of a switched reluctance motor drive, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, 143(5), September 1996, 401-408.
- [10] MATLAB® Help File.

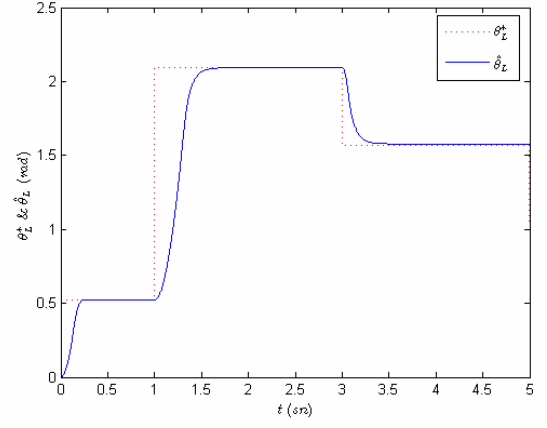
## Ek A

Benzetim çalışmalarında “Kollmorgen GOLDLINE Series B-402-B” modeli SMSM kullanılmıştır. Bu motora ilişkin anma değerleri ve benzetimler esnasında kullanılan diğer büyüklükler aşağıda verilmiştir.

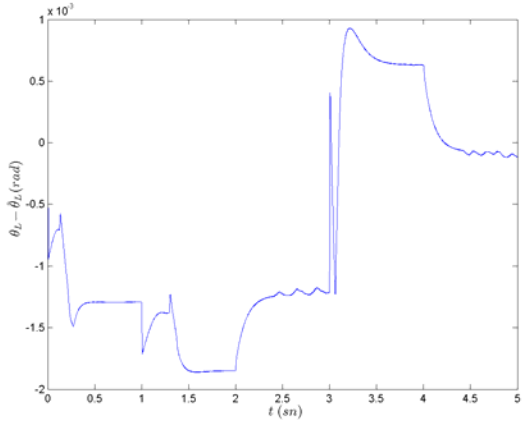
|               |                                 |
|---------------|---------------------------------|
| $P_N$         | = 2.2 (kW)                      |
| $\omega_{mN}$ | = $100\pi$ (rad/sn)             |
| $i_N$         | = 6.4 (A)                       |
| $T_N$         | = 6.14 (N.m)                    |
| $K_T$         | = 1.11 (N.m/A)                  |
| $v_N$         | = 250 (V)                       |
| $R_s$         | = 1.43 ( $\Omega$ )             |
| $L_s$         | = 25 (mH)                       |
| $J_m$         | = 0.000323 (kg.m <sup>2</sup> ) |
| $Fi$          | = 0.000143 (N.m.sn/rad)         |
| $S_f$         | = 0.24 (N.m)                    |
| $P$           | = 4                             |
| $a$           | = 10                            |
| $J_{gh}$      | = 0.00029 (kg.m <sup>2</sup> )  |
| $m$           | = 12 (kg)                       |
| $l$           | = 0.5 (m)                       |
| $g$           | = 9.81 (m/s <sup>2</sup> )      |
| $\Xi$         | = 6 (arc.dk)                    |



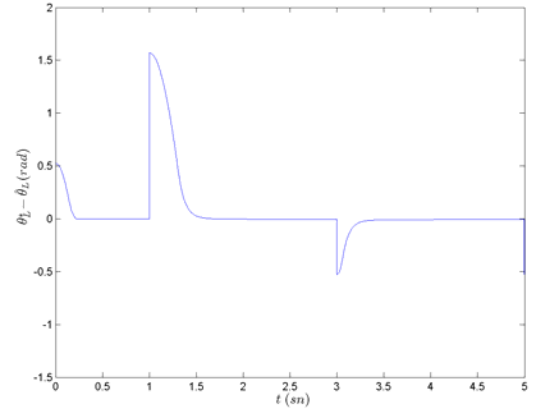
Şekil 2: GLG ile konum kestirimi



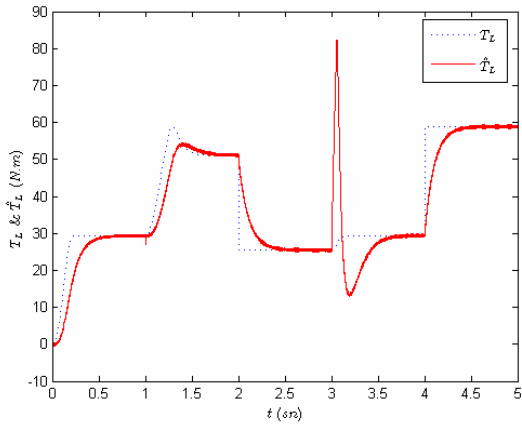
Şekil 5: GLG ile konum kestirimi



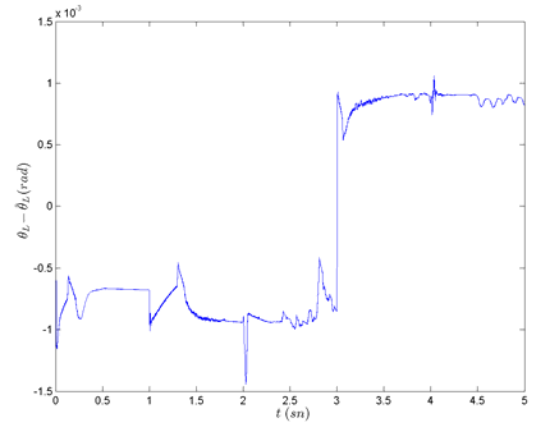
Şekil 3: GLG için konum kestirim hatası



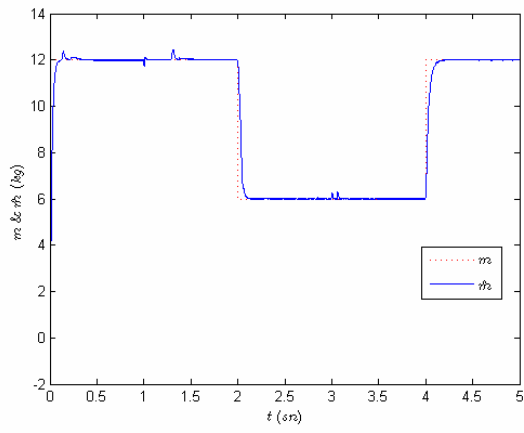
Şekil 6: GLG için kontrolör hatası



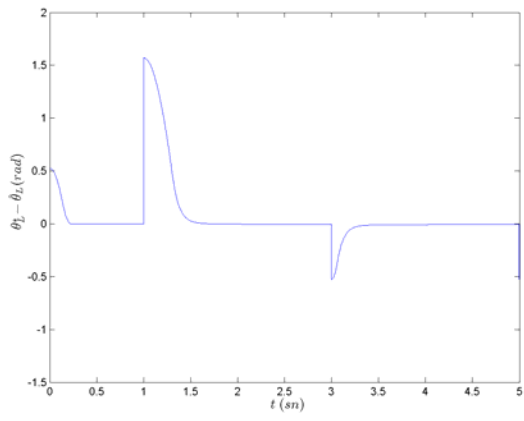
Şekil 4: GLG ile yük momenti kestirimi



Şekil 7: GKF için konum kestirim hatası



Şekil 8: GKF ile kütle kestirimi



Şekil 9: GKF için kontrolör hatası

# Asenkron Motor için Kayan Kipli ve PI Akım Denetleyici Tasarımı, DSP Tabanlı Uygulaması ve Karşılaştırılması

Mehmet DAL

Kocaeli MYO Elektrik Programı  
Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli  
mdal@kou.edu.tr

## Özetçe

Bu çalışmada geleneksel PI denetim ile kayan kipli denetimin, vektör denetimli asenkron motorun akım denetimine uygulanması ve başarımlarının deneysel olarak karşılaştırılması amaçlanmıştır. Her iki uygulamada da stator akımının moment ve akı üreten bileşenleri arasındaki karşılıklı etkileşimi gidermek için ileri yön beslemesi kullanılmıştır. Elde edilen deneysel sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulmuş ve ilgili yorumlar yapılmıştır. Akım çevrim denetiminin Lyapunov anlamında kararlılık analizi yapılmış ve uygulamada kullanılan DSP tabanlı deney düzeneği tanıtılmıştır.

## 1. Giriş

Vektör denetimli asenkron motor (ASM) sürücülerinin, yüksek başarımlı moment ve konum denetimi gerektiren endüstriyel uygulamalarda kullanımı giderek artmaktadır. Bu sistemlerde hızlı bir moment cevabı elde etmek için motor akımının tam bir doğrulukla denetimi hayati bir öneme sahiptir [1]. Diğer taraftan büyük güçlü (orta voltajlı) eviriciler, anahtarlama kayıplarının izin verilen seviyede sınırlanması için zorunlu olarak düşük anahtarlama frekansında çalıştırılır. Bunun bir sonucu olarak örnekleme zamanının yavaş olması denetimin başarımlarını düşürmekte ve akım bileşenleri arasında istenmeyen etkileşimi artırmaktadır. Bu nedenle, verimli bir AA sürüş sisteminin elde edilmesi akım denetiminin doğruluğuna bağlıdır.

Literatürde, araştırmacılar tarafından önerilen çok sayıda akım denetim yöntemi bulunmaktadır [2-14]. Bunlar, genel olarak doğrusal ve doğrusal olmayan şeklinde iki grupta incelenebilir [4]. Ancak endüstriyel uygulamalarda standart hale gelmiş ve genellikle tercih edilen yöntem, döner eksen takımında tanımlı motor modeli üzerine kurulmuş olan geleneksel PI denetimidir [13]. Bunun nedeni: Stator akımının moment ve akı bileşenlerinin, döner eksen takımında DA değerlere dönüşmesi ve bunun sonucu olarak geniş bir frekans aralığında kararlı bir çalışmanın kolayca sağlanmasıdır.

Bu çalışmada, son yıllarda doğrusal olmayan denetim sistemleri sınıfında, parametre belirsizliklerine duyarlı ve kararlı olması ile önem kazanan kayan kipli denetim (KKD) ile geleneksel PI denetimin ASM akım denetimine uygulanması ve başarımlarının karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bu konuda yazarın daha önce yapmış olduğu bir çalışmadan [15] alıntılar yapılmış ve bazı farklılıklar ortaya konmuştur. Birçok hareket

denetim sisteminde olduğu gibi, akım denetleyicilerin tasarımı ve analizi zaman tanım aralığında, fakat denetim işaretinin hesaplanması ve uygulanması DSP tabanlı sayısal bir ortamda gerçekleştirilmiştir. Bu yeterince hızlı bir örnekleme zamanı seçilmiş olması nedeniyle kabul edilebilir bir yaklaşımdır.

Diğer taraftan elektrik sürüş sistemleri içinde vektör denetim tekniği, son 20 yıldır sürekli gelişen ve giderek kullanımı artan yerleşik bir teknoloji haline gelmiş olmasına rağmen üniversite eğitimimizde yeterince yaygınlaşmamıştır. Bu nedenle ASM vektör denetimi uygulamaları için deneysel bir çalışma düzeneğinin geliştirilmesine bir örnek olması açısından kullanılan sürüş sisteminin tanıtımı da yapılmıştır.

## 2. Asenkron Motor Dinamik modeli

Asenkron motorun elektromanyetik kısmının, rotor akısı döner eksen takımında ( $d-q$ ) tanımlı dinamik modeli (rotor akısı bileşenleri,  $\psi_{rq} = 0$  ve  $\psi_{rd} = \|\psi_r\|$  olduğundan) aşağıdaki diferansiyel eşitliklerle verilebilir.

$$\tau_\sigma \frac{di_{sd}}{dt} + i_{sd} = \omega_e \tau_\sigma i_{sq} + \frac{k_1}{R_\sigma} \psi_r + \frac{1}{R_\sigma} u_{sd} \quad (1)$$

$$\tau_\sigma \frac{di_{sq}}{dt} + i_{sq} = -\omega_e \tau_\sigma i_{sd} - \frac{k_1}{R_\sigma} \omega \psi_r + \frac{1}{R_\sigma} u_{sq} \quad (2)$$

$$\tau_r \frac{d\psi_r}{dt} + \psi_r = k_3 i_{sd} \quad (3)$$

Kullanılan kısaltmalar:  $r_\sigma = R_s + \tau_r \frac{L_m^2}{L_r}$ ,  $k_1 = \tau_r \frac{L_m}{L_r}$

$k_2 = \frac{L_m}{L_r}$ ,  $k_3 = \tau_r L_m$ ,  $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$  ile verilmiştir. Burada,

$u_{sd}$ ,  $u_{sq}$  ve  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$  sırayla stator gerilimi ve akımının  $d-q$  bileşenleri ve  $\psi_r$  rotor akısı vektörüdür. Eşitlik (1) ve (2)'deki sağdan ilk terimler, stator akım bileşenleri arasında karşılıklı bir bağımlılık olduğunu göstermektedir. Asenkron motorun mekanik kısmına ilişkin ifadeler burada verilmemiştir.

### 3. Akım denetleyici tasarımı

Genel olarak elektrik sürüş sistemlerinde olduğu gibi, ASM akım denetleyici tasarımı da motorun dinamik modeli üzerine kurulur. Burada tasarımının bakış açısına göre motor dinamik modeli herhangi bir referans eksen takımında tanımlı olabilir. Ancak, stator akımının moment ve akı bileşenlerinin, denetimi daha kolay olan, DA değerlere dönüşmesi nedeniyle genelde döner ( $d-q$ ) eksen takımında tanımlı dinamik model tercih edilir.

#### 3.1. Doğrusal Yaklaşımlar

Doğrusal akım denetleyiciler genelde PI tiptir [14]. Akım çevrimi denetleyicisi tasarımı için, basitleştirilmiş stator dinamik modeli kullanılır. Basitleştirmeyi sağlamak için eşitlik (1) ve (2)'nin sağ tarafında yer alan ikinci terimler (ki bunlar, stator sargılarında rotor tarafından indüklenen voltaja karşılık gelir) birer dış bozucu olarak kabul edilebilir. Diğer taraftan  $i_{sd}$  ve  $i_{sq}$  akımlarını karşılıklı bağımlı hale getiren birinci terimlerin etkisi bir ileri besleme ile giderilmeye çalışılır. Burada  $i_{sd}$  ve  $i_{sq}$  akımları arasındaki ayrıştırmayı sağlamak için  $L_\sigma \omega_e i_{sd}$  ve  $L_\sigma \omega_e i_{sq}$  terimleri, stator modelindeki tersi işaretli olarak denetleyici çıkışına eklenir, Şekil.1.

Bu kabuller altında (1) ve (2) ile verilen stator eşitlikleri birleşik olarak birinci dereceden, basit ayrışık bir sistem modeline indirgenebilir.

$$\tau_\sigma \frac{di_s}{dt} + i_s = \frac{1}{r_\sigma} u_s \quad (4)$$

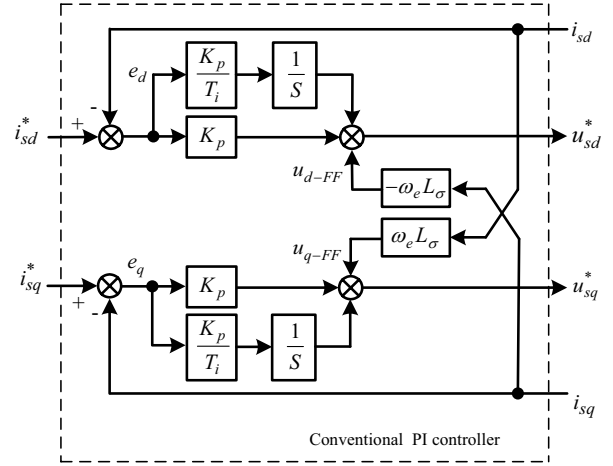
Stator sargılarını besleyen eviricinin güç devresindeki anahtarlama gecikmeleri, stator akımında harmoniklerin artmasına,  $i_{sd}$  ile  $i_{sq}$  akım bileşenleri arasında istenmeyen karşılıklı etkileşimlere neden olmakta ve akım denetiminin başarımını olumsuz yönde etkilemektedir [14]. Bu etkileri denetim açısından hesaba katmak için evirici güç katı basit bir geciktirme devresi ile modellenabilir.

$$\tau_d \frac{du_s}{d\tau} + u_s = u_s^* \quad (5)$$

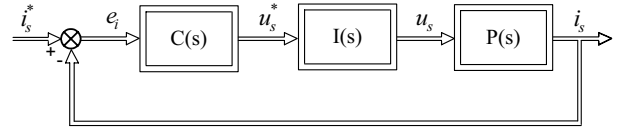
Burada  $u_s^* = [u_d^* \ u_q^*]^T$  denetleyici tarafından üretilen ve eviriciye uygulanan denetim işareti ve  $u_s = [u_d \ u_q]^T$  ise eviriciden motora uygulanan besleme gerilimidir (sistemin denetim giriş işaretidir). Bu durumda akım çevrim sistemi, kaskat bağlı, üç adet birinci derece sistemden oluşur, Şekil 2. Burada C(s), I(s) ve P(s) sırasıyla akım denetleyici, evirici güç katı ve denetlenen motorun (stator kısmının) transfer fonksiyonlarıdır. Klasik bir PI denetleyicinin transfer fonksiyonu için

$$C(s) = \frac{x(s)}{e(s)} = \frac{K_p(\tau_i s + 1)}{\tau_i s} \quad (6)$$

yazılabilir. Eğer integral zaman sabitesi için  $\tau_i = \tau_\sigma'$  eşitliği kabul edilirse, akım denetim sisteminin açık çevrim transfer fonksiyonu sadeleştirilmiş olarak elde edilebilir.



Şekil 1. PI Akım denetleyicinin blok şeması



Şekil 2. Akım çevrim sisteminin blok şeması

$$F_{ol} = \frac{K_p / r_\sigma}{\tau_\sigma s} \frac{1}{(\tau_d s + 1)} \quad (7)$$

Kapalı çevrim transfer fonksiyonu ise (7) den bulunabilir

$$F_{cl} = \frac{I_s(s)}{I_s^*(s)} = \frac{F_{ol}}{1 + F_{ol}} = \frac{K_p / L_\sigma \tau_d}{s^2 + \frac{1}{\tau_d} s + \frac{K_p}{L_\sigma \tau_d}} \quad (8)$$

Modulus Hugging metoduna göre [18], kapalı çevrim sistemin oransal kazancını optimize etmek için sönümlenme katsayısı,  $H = \sqrt{2}/2$  olarak seçilir ve  $2H\omega_n = 1/\tau_d$  alınır, oransal kazanç  $K_p = L_\sigma / 2 \tau_d$  olarak bulunur. Gecikme zamanı  $\tau_d = 1.5/2 f_s$  alınır. Burada  $2f_s$  evirici için seçilen anahtarlama frekansı,  $f_s$  ise mikro denetleyicide kullanılan örnekleme frekansıdır.

#### 3.2. Kayan kipli akım denetleyici

KKD temelde yüksek hızlı anahtarlama dayanan ve doğrusal olmayan geri beslemeli bir denetim metodudur. KKD tasarımı iki aşamada gerçekleşir [16]: Birincisi: durum uzayında anahtarlama yüzeyini tanımlayan uygun sayıda ve vektör biçiminde  $s(x)=0$  fonksiyon seçilmesidir. İkincisi: sisteme ilişkin durumları, anahtarlama yüzeyine sonlu bir zamanda ulaştıracak denetim kuralını belirlemektir. Akım çevrim sisteminin KKD ile denetiminde de (4) ile verilen

stator dinamik modeli kullanılabilir.

$$\tau_\sigma \frac{di_s}{dt} + i_s = \frac{1}{r_\sigma} u_s \quad (9)$$

Burada stator gerilimi  $u_s$ , talep edilen denetim girişine ve  $u_s^* = [u_d^* \ u_q^*]^T$  işaretinin filtreden geçirilmiş haline karşılık gelir. Stator akımı,  $i_s$  ise sistemin çıkış vektörüdür. Bu durumda, kayma yüzeyini tanımlayan anahtarlama fonksiyonu olarak akım izleme hatası seçilebilir.

$$s = e_i = (i_s - i_s^*) \quad (10)$$

Burada  $s = [s_d \ s_q]^T$ ,  $s_d = i_{sd} - i_{sd}^*$ ,  $s_q = i_{sq} - i_{sq}^*$  akım hataları ve  $i_s^* = [i_{sd}^* \ i_{sq}^*]^T$  ise akım komut işaretleridir. KKD yönteminde gerek duyulan denetim işaretini elde etmek için tasarıma genelde aşağıdaki gibi tanımlanan bir aday Lyapunov fonksiyonu seçilerek başlanır.

$$V = \frac{1}{2} s^T s \quad (11)$$

Lyapunov ikinci kararlılık koşuluna göre (11) ile verilen skaler fonksiyonun (ki bu, gerçek sistemde akım hata enerjisine karşılık gelir) türevinin kesin negatif olması gerekir ( $\dot{V} < 0$ ). Burada (10) ile verilen kayma yüzeyini tanımlayan fonksiyonların türevleri (9) ve (10) yardımı ile (12) ve (13)'teki gibi açık olarak yazılabilir.

$$\dot{s}_d = \dot{e}_{id} = -\frac{1}{\tau_\sigma} i_{sd} + u_d^* - i_{sd}^* \quad (12)$$

$$\dot{s}_q = \dot{e}_{iq} = -\frac{1}{\tau_\sigma} i_{sq} + u_q^* - i_{sq}^* \quad (13)$$

ve (10) yeniden aşağıdaki gibi düzenlenerek

$$i_{sd} = s_d + i_{sd}^*, \quad i_{sq} = s_q + i_{sq}^* \quad (14)$$

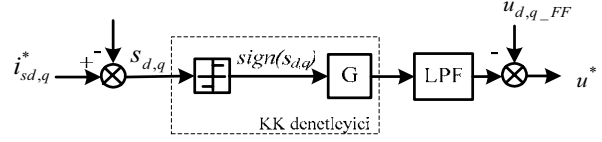
daha sonra (14), sırayla (12) ve (13)'te kullanılır ve son olarak da (12) ve (13), (11)'in türevinde yerlerine konursa

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -k(s_d^2 + s_q^2) + s_d(u_d - ki_{sd}^* - \dot{i}_{sd}^*) + \dots \\ & \dots + s_q(u_q - ki_{sq}^* - \dot{i}_{sq}^*) \end{aligned} \quad (15)$$

elde edilir. Burada  $k=1/\tau_\sigma$  dır. Bu durumda gerek duyulan denetim kuralı aşağıdaki gibi seçilir

$$u_d = -K_d \text{sign}(s_d), \quad u_q = -K_q \text{sign}(s_q) \quad (16)$$

ve (16), (15)'te yerine konur sonra da,  $\text{sign}(s_d)s_d > 0$ ,  $\text{sign}(s_q)s_q > 0$ , olduğundan  $K_p$  ve  $K_q$  kazanç sabitleri  $|u_d| > |ki_{sd}^* + \dot{i}_{sd}^*|$  ve  $|u_q| > |ki_{sq}^* + \dot{i}_{sq}^*|$  olacak şekilde



Şekil 3. KK denetleyicinin blok şeması

seçilirse, Lyapunov kararlılık koşulu  $\dot{V} < 0$  sağlanmış olur. Uzay vektör darbe genişlik modülasyonu (DGM) için ihtiyaç duyulan referans voltaj vektörü, (16) ile verilen denetim işareti bileşenlerinden  $\|u^*\| = \sqrt{u_d^2 + u_q^2}$  olarak elde edilir.

#### 4. Uzay Vektör DGM Tekniği

Akım denetimli uzay vektör DGM eviriciler, vektör denetimli ASM sürücülerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Uzay vektör DGM tekniğinin temel prensipleri [17] de bulunabilir. Bu teknikte ikisi  $V_0$ ,  $V_7$  sıfır ve altısı  $V_1, \dots, V_6$  sıfırdan farklı toplam sekiz voltaj vektörü içeren altı bölüme ayrılmış bir voltaj vektör uzayı tanımlanır, Şekil.4. Bu voltaj vektörleri, üç fazlı eviricinin sekiz farklı anahtarlama durumuna  $(0,0,0), \dots, (1,1,1)$  karşılık gelir ki; bu matematiksel olarak (17) ile tanımlanabilir.

$$V_k = \begin{cases} V_{da} e^{j(k-1)\pi/3}, & k = 1, 2, \dots, 6 \\ 0, & k = 0, 7 \end{cases} \quad (17)$$

Burada  $V_{da}$  evirici devresini besleyen DA hat voltajıdır. En az sayıda anahtarlama elde etmek için evirici bir faz kolunda bulunan anahtarların iletim sıraları, bir anahtarlama durumundan bir sonrakine geçecek şekilde yapılmalıdır. Örneğin, voltaj uzayının I.bölümü için anahtarlama sırası 0127210 şeklinde olmalıdır, Şekil 5. Bir yarım anahtarlama periyodu aralığında, eviricideki anahtarların görev süreleri, referans voltaj vektörü  $u^*$  ve bu vektörün içinde bulunduğu voltaj uzayı bölümündeki ilgili uzay vektörleri ile belirlenir. Örneğin, referans voltaj vektörü  $u^*$ , I. bölüm de olduğu varsayılın buna göre Şekil.4'ten yararlanarak, voltaj vektörleri arasındaki ilişki,  $V_1, V_2$  voltaj vektörlerinin sabit ve  $V_0$ 'ın sıfır olduğu dikkate alınarak (18) ile verilebilir.

$$V_1 T_1 + V_2 T_2 = u^* T \quad (18)$$

Burada  $T$  yarım anahtarlama periyodudur (örnekleme zamanı,  $T_s=2T$  alınır).  $T_1$  ve  $T_2$  ise sırayla  $V_1$  ile  $V_2$  voltaj vektörleri için kullanılan görev süreleridir. Eğer yeterince yüksek bir anahtarlama frekansı kullanılırsa, bir akım denetim kuralı tarafından belirlenmek zorunda olan referans uzay vektörü  $u^*$ 'ın bir anahtarlama çevrimi süresince sabit kaldığı kabul edilebilir. Burada  $T_0, T_7$  sırayla  $V_0$  ile  $V_7$  sıfır vektörleri için kullanılan görev süreleridir.

$$T_0 = T_7 = \frac{1}{2}(T - T_1 - T_2) \quad (19)$$

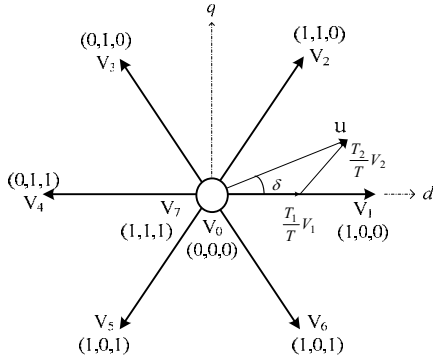


$T_1$  ve  $T_2$  süreleri, Şekil.4 yardımıyla elde edilebilir.

$$T_1 = T \cdot m \frac{\sin(60^\circ - \delta)}{\sin(60^\circ)} \quad (20)$$

$$T_2 = T \cdot m \frac{\sin(\delta)}{\sin(60^\circ)} \quad (21)$$

$m$  ise modülasyon katsayısıdır. Daha detaylı bilgi için [17] ve [18]'e bakılabilir.



Şekil 4. Voltaj-uzay vektörleri

| $V_0$           | $V_1$ | $V_2$ | $V_7$           | $V_7$           | $V_2$ | $V_1$ | $V_0$           |
|-----------------|-------|-------|-----------------|-----------------|-------|-------|-----------------|
| 0               | 1     | 1     | 1               | 1               | 1     | 1     | 0               |
| 0               | 0     | 1     | 1               | 1               | 1     | 0     | 0               |
| 0               | 0     | 0     | 1               | 1               | 0     | 0     | 0               |
| $\frac{T_0}{2}$ | $T_1$ | $T_2$ | $\frac{T_0}{2}$ | $\frac{T_0}{2}$ | $T_2$ | $T_1$ | $\frac{T_0}{2}$ |

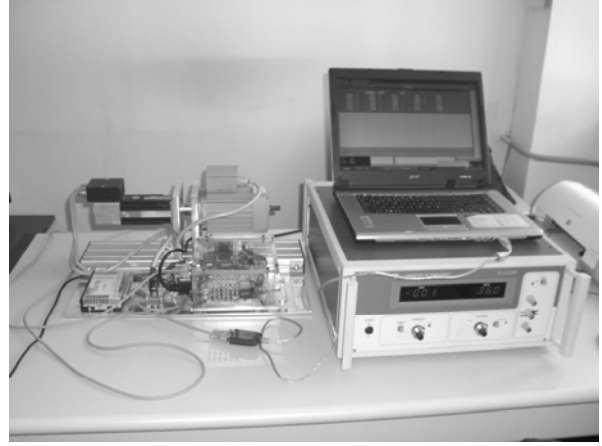
Şekil 5. Voltaj uzayında I. bölgede anahtarlama durumları için bir çevrimdeki görev süreleri

## 5. Deney Düzenegi ve Uygulamalar

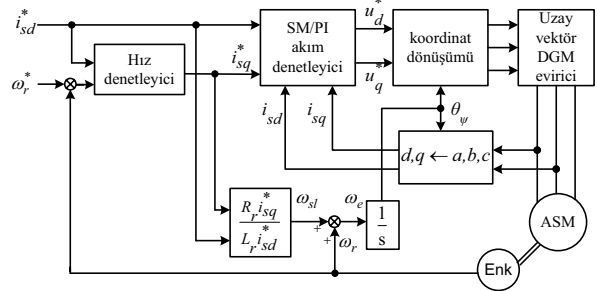
Deneyisel çalışmalar için kullanılan düzenek, Maribor Üniversitesi tarafından geliştirilmiştir ve resmi Şekil.6'da görülmektedir. AA deneyel sistem olarak adlandırılan bu düzenek, TI TMS320C32 yongası ve Xilinx FPGA üzerine kurulan bir DSP2 denetim kartı, üç fazlı evirici devresi IPWA-5100, bir 90W ELEKTROKOVINA tip ASM ve Control Tech firmasının MiniAx sürücüsü ile momenti denetlenen TETRA serisi bir AA BLDC motordan oluşmaktadır. DSP2 denetim kartı, uygun bir seri RS-232 kablosu üzerinden kişisel bir bilgisayarla haberleşebilir. Ayrıca sistemin kendine ait "DSP-2 Library" olarak adlandırılan ve Matlab/Simulink ile uyumlu yazılımı, el ile kod yazımına gerek bırakmadan programlamayı sağlar. "DSP2 Terminal" adı verilen bir yazılım, PC üzerinde veri görüntüleme ve parametre ayarlama imkânı sunar. Deney düzenegi ile ilgili daha detaylı bilgiler [19] de bulunabilir. Düzenekte kullanılan asenkron motora ilişkin parametreler, Tablo. I. de verilmiştir.

Motor sürüş sisteminin genel denetim şeması Şekil 7'de görülmektedir. İki aşamada gerçekleştirilen deneylerde DSP için örnekleme zamanı 200µs alınmıştır. Uygulama sırasında, önce hız denetim çevrimi devre dışı bırakılarak, stator akımının moment ve akı bileşenleri doğrudan denetim girişi olarak kullanılmış ve bu her iki denetleyici (KK ve PI) için tekrarlanmıştır.

Bu bölümde, elde edilen deneyel sonuçların bazıları sunulmuştur. Şekil.8'de PI akım denetleyici ile elde edilen akım izleme başarımlarına ilişkin grafikler görülmektedir. Burada  $i_{sq}$  akımının Şekil.8 (a)'da kare dalga ve (b)'de ise sinüsoidal bir referans işareti için ve her iki durumda da  $i_{sd}$  akımının sabit bir DA referans işaretini izleme başarımları görülmektedir. Şekil.9'da ise KK akım denetleyici ile aynı denetim işaretleri için elde edilen sonuçlar görülmektedir. İkinci aşama deneylerde bir PI denetleyici ile hız çevrimi de uygulamaya katılmış ve hız denetimine ilişkin elde edilen sonuçlar Şekil 10.'da verilmiştir. Şekil 10 (a)'da hız izleme ve (b)'de ise akım izleme başarımları görülmektedir.



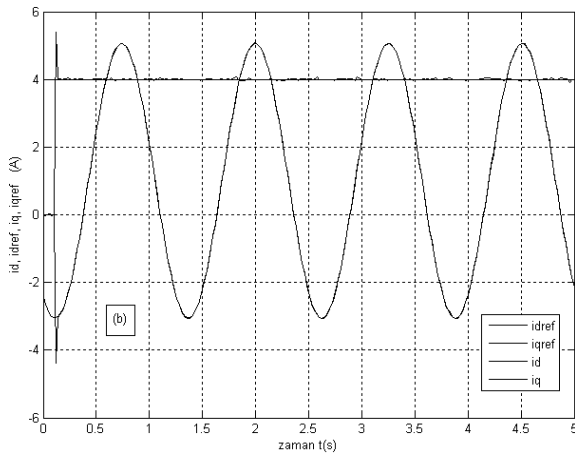
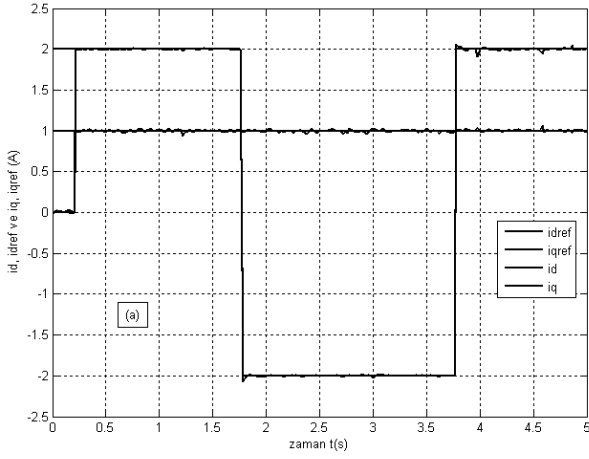
Şekil 6. DSP tabanlı AA deneyel sürüş sistemi



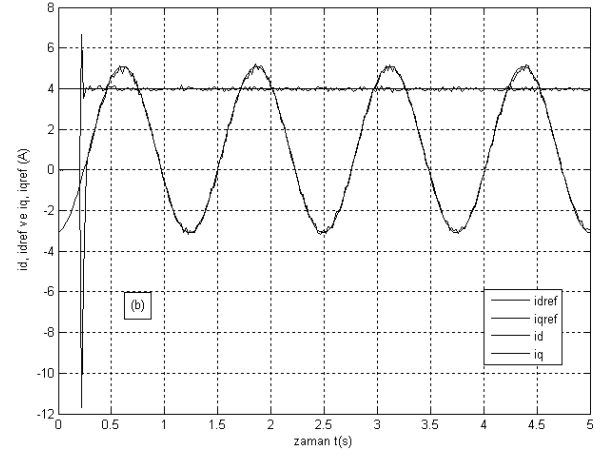
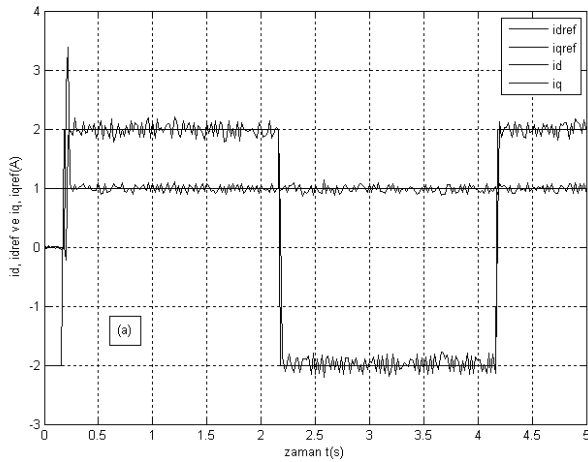
Şekil 7. DSP tabanlı AA deneyel sürüş sisteminin blok şeması

TABLO.I. MOTOR ETİKET VE PARAMETRE DEĞERLERİ

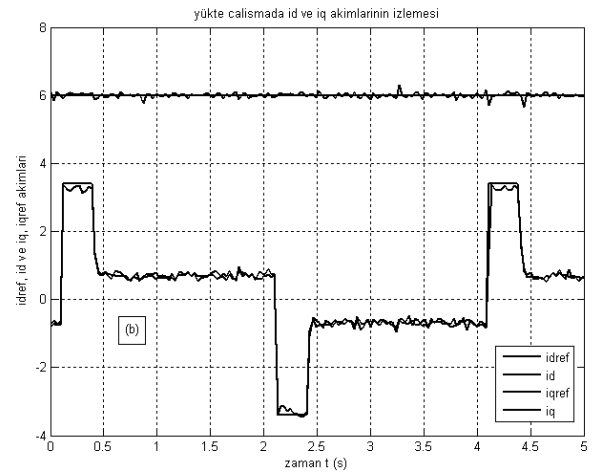
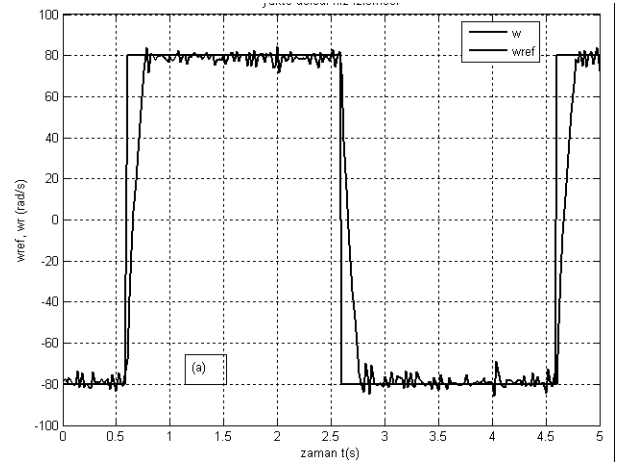
|                                 |                         |  |  |
|---------------------------------|-------------------------|--|--|
| 0.90 Kw, 1310 d/dak, 50 Hz 36 V |                         |  |  |
| $R_s = 0.65265\Omega$           | $R_r = 0.8328422\Omega$ |  |  |
| $L_s = 0.013232H$               | $L_r = 0.013232H$       |  |  |
| $L_m = 0.342H$                  | $J = 0.001Nm\ s^2/r$    |  |  |



Şekil. 8. Geleneksel PI akım denetleyici ile sağlanan akım izleyişleri.  $i_{sd}^*$  için sabit bir DA akım işareti kullanılırken  $i_{sq}^*$  için (a)'da kare dalga, (b)'de ise sinüsoidal bir referans işareti kullanılmıştır.



Şekil. 9. KK akım denetleyici ile akım izleyişleri. Burada da PI denetleyicideki gibi  $i_{sd}^*$  için sabit bir akım,  $i_{sq}^*$  için ise (a)'da kare dalga, (b)'de ise sinüsoidal bir referans işareti kullanılmıştır.



Şekil. 10. PI akım denetleyici ile sağlanan a) terslenen açılal hız izleyişi b)  $i_{sd}$  ve  $i_{sq}$  akımlarının izleyişleri.

## 6. Sonuçlar

Yapılan deneysel çalışmalarda, asenkron motorun vektör denetiminde çok önemli olan akım denetimi iki farklı yöntemle (KKD ve PI) başarılmış ve elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

- Kullanılan ayırıştırma devresi akım izleme başarımını artırmaktadır.
- KKD genel karakteristiği olarak sınırlı anahtarlama frekansı nedeniyle istenmeyen ve çatırtı adı verilen yüksek frekanslı ve sınırlı genlikteki dalgalanmalara neden olmaktadır.
- KKD yöntemi tasarım açısından basit olmasına rağmen başarımını artırmak için çatırtı giderecek önlemler gerektirmektedir.
- PI akım denetleyicinin başarımı daha iyi görülse de (geçici ve sürekli rejimlerde) yüksek başarımlı gerektiren AA servo uygulamalarında parametre değişimlerinden etkilendiği ve bu nedenle parametre uyarılama yöntemleri ile denetimde kullanılan parametrelerin sürekli yenilenmesi gerektirdiği bilinmektedir.
- KKD için akım denetim çevriminin Lyapunov anlamında kararlılık analizi yapılmıştır. Ancak süresiz denetimin yumuşatılması için kullanılan filtrenin dinamiği dikkate alınmamıştır.
- KK denetim ve PI denetim ile elde edilen akım izleme sonuçlarında yükselme ve yerleşme zamanları açısından önemli bir fark gözlenmemiştir.

## 7. Kaynakça

- [1] A. Trzynadlowski, "The field oriented principle in control of induction motors," *Kluwer academic publishers*, Massachusetts, 02061 USA. 1994.
- [2] I. Miki, O. Nakao, S. Nishiyama, "A New simplified current control method for field oriented induction motor drive," *IEEE Trans. on Ind. Appl.* Vol.27, 1991, pp. 1081-1086.
- [3] A.M.Khambadkone and J. Holtz, "Vector controlled induction motor drive with a self-commissioning scheme," *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol.38, Oct. 1991, pp. 322-327.
- [4] M. P. Kazmierkowski, L. Malesani, "Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: A survey," *IEEE Trans on Ind.Elec.*, vol. 45, no. 5, pp. 691-703, Oct. 1998
- [5] M.A.Rahman, T.S.Radwan, A.M. Osheiba, A.E.Lashine, "Analysis of current controllers for voltage source inverter," *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol.46, Feb. 1999, pp. 100-110.
- [6] J. Holtz and S. Stadtfeld, "A predictive controller for the stator current vector of AC machines fed from a switched voltage source," in *IPEC Rec.*, Tokyo, Japan, 1983, pp. 1665-1675.
- [7] J.Jung and K.Nam, "A dynamic decoupling control scheme for high-speed operation of induction motors" *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol.44, Aug. 1997, pp. 477-485.
- [8] B. K. Bose, "An adaptive hysteresis-band current control technique of avoltage-fed PWM inverter for machine drive system," *IEEE Trans. Ind.Appl.*, vol. 37, no. 5, pp. 402-408, Sep./Oct. 1990.
- [9] L. Malesani, P. Tenti, "A Novel hysteresis control method for current controlled voltage-source PWM inverters with constant modulation frequency". *IEEE Trans. on Ind. Appl.* Vol.27, 1991, pp. 1081-1086.
- [10] Y. H. Liu, C.L. Chen, R.J. Tu, "A Novel space-vector current regulation scheme for a field-oriented-controlled induction motor drive ". *IEEE Trans. on Ind. Elec.* Vol.45, 1998, pp. 730-737.
- [11] S.M. Yang, Member, and C.H. Lee "A Deadbeat current controller for field oriented induction motor drives" *IEEE Trans. On Power Elec.*, vol. 17, Sept. 2002 pp. 772-778.
- [12] K.K. Shyu, and H. J. Shieh, "Variable structure current control for induction motor drives by space voltage vector PWM", *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, vol. 42, 1995, pp. 572-577.
- [13] F. Briz, M. W. Degener, and R. D. Lorenz, "Analysis and design of current regulators using complex vectors," *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol 32, pp. 817-825, May/June 2000.
- [14] J. Holtz, J. Quan., J. Pontt., J. Rodríguez, P. Newman, and H. Miranda "Design of Fast and Robust Current Regulators for High-Power Drives Based on Complex State Variables" *IEEE Transactions On Industry Applications*, vol. 40, no. 5, September/October 2004
- [15] M. Dal, and K. Jezernik "Experimental Comparison of Discrete Time Sliding Mode and Conventional, PI Current Controllers for IM Drives" CD ROM record in Proceedings of 12<sup>th</sup> International and Motion Control Conference on Ind. EPE\_PEMC, 2006, Portoroz, Slovenia.
- [16] V.I. Utkin, "Sliding mode control design principles and applications to electric drives," *IEEE Trans. Ind. Elec.*, vol. 40, pp. 23-36 1993.
- [17] H.W.V.D.Broeck, H.C.Skudelny and G.V.Stanke, "Analysis and realization of a pulsewidth modulator based on voltage space vector," *IEEE Trans. Appl.*, vol. 24, pp. 142-149, Feb.1993.
- [18] K. Zhou, and D. Wang, "Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: a comprehensive analysis," *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, vol.49, Feb 2002, pp. 186-196.
- [19] D. Hercog, M. Curkovic, G. Edilbehar, and E. Urlep, "Programming of the DSP-2 board with the Matlab/Simulink, in *Pro. IEEE Conference ICIT 2003*, Maribor, Slovenia, Dec. 2003, pp. 709-713.
- [20] Introduction to Electronic Control Engineering" by F. Fröhr and F.Orttenburger, Siemens Editions.

## Şebeke Bağlantılı Bilezikli Asenkron Generatörün Aktif ve Reaktif Gücü Ayırıştırılarak Denetimi

Erhan Demirok<sup>1</sup>, Asif Sabanovic<sup>2</sup>

<sup>1, 2</sup>Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fak. Mekatronik Programı

Sabancı Üniversitesi, Tuzla

<sup>1</sup>erhandemirok@su.sabanciuniv.edu

<sup>2</sup>asif@sabanciuniv.edu

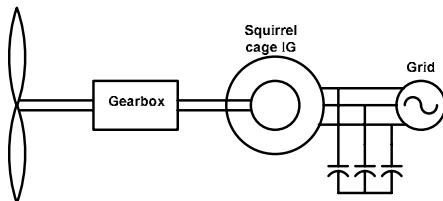
### Özetçe

Bu bildiride, stator terminalleri doğrudan şebekeye bağlanmış bir bilezikli asenkron generatörün şebekeye verdiği aktif ve reaktif gücü uygun referans eksenini seçilip ayırıştırılarak denetimi simülasyon ile doğrulanmıştır. Stator yada rotor akı yönündeki referans eksen takımı uygulamalarında makina elektrik parametreleri bilgisinin hassas düzeyde bilinmesi gerekmektedir [1]. Bildiride öne sürülen yöntemde ise referans eksen takımı stator gerilim yönündedir ve akı gözlemleyici tasarımına ihtiyaç duyulmamaktadır. Eksen takımının stator gerilim yönlü olmasından dolayı generatörün şebekeye senkronize bağlanması da aynı zamanda yapılabilmektedir. Sistemin gerçekleştirilmesinde stator akım, stator gerilim, rotor gerilim, mekanik şaft hız ve pozisyon ölçümlerine gereksinim vardır.

### 1. Giriş

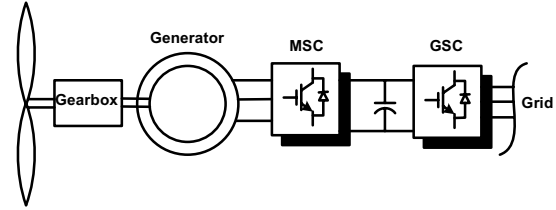
Fosil yakıtlarının ömrü dikkate alındığında yenilenebilir enerji kaynaklarının yaygınlaşması ve verimli kullanımı kaçınılmaz hale geldikçe generatör-şebeke-yük güç akışı denetimi aktif araştırma konusu haline gelmiştir. Generatörlerin kullanıldığı en yaygın yenilenebilir enerji kaynakları küçük çaplı hidroelektrik ve rüzgar santralleri olmasına rağmen bildiride öne sürülen amaç, enerji kaynağından bağımsız olarak generatör şaft hızı veya türbin açısı hızı sınırlı bir aralıkta değişirken stator terminalindeki aktif ve reaktif güç akışını denetim altında tutmaktır. Bu amaçla seçilen elektrik makinasına ve uygulamaya göre generatör-şebeke güç akışı için farklı topolojiler kullanılmaktadır [2].

Sincap kafesli asenkron generatör (SKAG) kullanılarak ilk geliştirilen ve rüzgar türbinlerinde yaygın kullanılan topolojilerden birisi Şekil 1'de gösterilmektedir. SKAG şebekeye direk bağlanmıştır ve elektronik-mekanik komponentlerin basitliğinden dolayı maliyeti oldukça düşüktür. Sabit türbin hızı dişli kutusu ve generatörün kutup sayısı ile denetlenmektedir. Generatör için gerekli reaktif güç, kompanzasyon kondansatörleri tarafından sağlanmaktadır.



Şekil 1: SKAG kullanarak sabit hız sabit frekanslı topoloji

Değişken hızlı sabit frekanslı topoloji için SKAG, senkron generatör (SG) yada bilezikli asenkron generatör (BAG) kullanılmaktadır (Şekil 2). Sabit türbin hızı gerekli olmamasına rağmen sabit frekans ve genlik için stator terminali ve şebeke arasına evirici-doğrultucu eklenir. Şekil 1'deki topolojide dişli kutusu ve kutup sayısı ile türbin hızı sabit tutulurken kaynaktan alınabilecek enerjide kayıp olmaktadır. Bu topolojide değişken hız söz konusu olduğundan optimum enerji transferi gerçekleştirilebilir. Evirici-doğrultucu devrelerinin güç kapasitesi en az generatörün gücü kadar olmalıdır. Generatör tarafındaki çevirici devre stator terminalindeki aktif gücü denetlerken, şebeke tarafındaki çevirici devre kondansatör gerilimini ve reaktif gücü denetlemektedir.



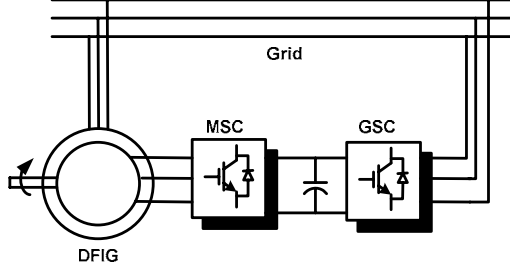
Şekil 2: Değişken hızlı sabit frekanslı topoloji

Bir diğer topoloji de Şekil 2'deki gibi değişken hızlı sabit frekanslı ancak generatörün terminali doğrudan şebekeye bağlanmaktadır. Kullanılan generatör BAG olduğundan generatör şebeke güç akışı rotor uyarması ile gerçekleştirilir. Rotordan verilen gücün dirençler üzerinde harcanması yerine evirici-doğrultucu devreleri rotor terminali ile şebeke arasına bağlanarak Scherbius yapısına dönüştürülmüştür. Rotordaki evirici-doğrultucu devresi denetleyici tasarımına bağlı olarak generatör-şebeke arasındaki aktif ve reaktif güç akışının birbirinden bağımsız olarak denetlenmesine imkan sağlamaktadır. Ayrıca rotor ile şebeke arasında çift yönlü güç akışının sağlanmasıyla senkron-altı ve senkron-üstü çalışma uygulanabilir. Bu da türbin hızının daha geniş bir çalışma aralığına sahip olmasını sağlamaktadır.

Evirici-doğrultucu devresinin rotor ile şebeke arasına bağlanmasından dolayı devrenin anma gücü generatörün anma gücünün yaklaşık 25% değerinde olmaktadır [3]. Bu sayede Şekil 3'te verilen topoloji hem değişken hızlı hem de kullanılan devrenin rotoru uyarma için düşük anma gücünde olması verimin daha yükselmesine neden olacaktır.

Bildiride, getirisinin fazla olmasından dolayı BAG kullanarak değişken hızlı sabit frekans ve genlikli topoloji ele alınmıştır. 2. bölümde bilezikli asenkron makinanın elektrik ve mekanik

dinamik denklemleri verilerek problem tanıtımı yapılmıştır. 3. bölümde geribeslemeli doğrusallaştırma ile denetleyici ve



Şekil 3: BAG kullanarak değişken hızlı sabit frekanslı topoloji

bozucu etken gözlemleyici tasarımına yer verilmiştir. Simülasyon sonuçları ve sonuçlar üzerindeki tartışmalar ise 4. bölümde değinilmiştir.

## 2. Bilezikli Asenkron Makinanın (BAM) Dinamik Denklemleri ve Problem Tanıtımı

Doğrusal manyetik bölgede ve dengeli çalışma koşulları varsayıldığında, BAM'ın gelişigüzel seçilen bir eksen takımı yönündeki eşdeğer 2 fazlı dinamik denklemleri

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \omega_0 (L_s i_{sq} + L_m i_{rq}) + L_m \frac{di_{rd}}{dt} \quad (1)$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_0 (L_s i_{sd} + L_m i_{rd}) + L_m \frac{di_{rq}}{dt} \quad (2)$$

$$u_{rd} = R_r i_{rd} + L_r \frac{di_{rd}}{dt} - (\omega_0 - \omega) (L_r i_{rq} + L_m i_{sq}) + L_m \frac{di_{sd}}{dt} \quad (3)$$

$$u_{rq} = R_r i_{rq} + L_r \frac{di_{rq}}{dt} + (\omega_0 - \omega) (L_r i_{rd} + L_m i_{sd}) + L_m \frac{di_{sq}}{dt} \quad (4)$$

Elektromanyetik tork,

$$T_{em} = \frac{3}{2} PL_m (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}) \quad (5)$$

olmaktadır. Burada  $u_{sd}$  ve  $u_{sq}$  sırasıyla stator gerilimi d ve q bileşenleri,  $u_{rd}$  ve  $u_{rq}$  sırasıyla rotor gerilimi d ve q bileşenleri,  $\omega_0$  gelişigüzel seçilen bir referans eksen takımının açısal hızı,  $\omega$  rotorun açısal hızı, P makinanın çift kutup sayısını,  $L_m$ ,  $L_s$  ve  $L_r$  ise sırasıyla stator ile rotor arasındaki ortak endüktansı, stator ve rotor endüktanslarını belirtmektedir.

Amaç BAM stator terminali ile şebeke arasındaki güç akışı denetlemek olduğundan, öncelikle aktif ve reaktif güce ilişkin denklemlerin türetilmesi gerekmektedir.

$$P_s = \frac{3}{2} u_s^T i_s \quad (6)$$

$$u_s^T = [u_{sd} \ u_{sq}] \text{ ve } i_s^T = [i_{sd} \ i_{sq}]$$

Buna göre aktif ve reaktif güç,

$$P_s = \frac{3}{2} (u_{sd} i_{sd} + u_{sq} i_{sq}) \quad (7)$$

$$Q_s = \frac{3}{2} (u_{sq} i_{sd} - u_{sd} i_{sq}) \quad (8)$$

olmaktadır. Denklem (1)-(4) ve (7), (8) kullanılarak denetleyici tasarımı için aktif ve reaktif güç hataları türetilir.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (P_{ref} - P_s) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_p = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (Q_{ref} - Q_s) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_Q = 0 \quad (10)$$

Şebeke gerilimi sabit genlikte varsayıldığından, aktif ve reaktif güç dolaylı olarak stator akımının denetimiyle gerçekleştirilir.

## 3. Lineer olmayan denetleyici ve bozucu etken gözlemleyici tasarımı

Aktif ve reaktif gücün ayrıştırılarak istenilen bir gezegeyi takip edebilmesi için hata dinamiği tanımlanır

$$\dot{e}_p = \dot{P}_{ref} - \dot{P}_s \text{ ve } \dot{e}_Q = \dot{Q}_{ref} - \dot{Q}_s \quad (11)$$

Denklem (7) ve (8), denklem (11) içinde kullanıldığında

$$\dot{e}_p = F - \frac{3}{2} (u_{sd} \dot{i}_{sd} + u_{sq} \dot{i}_{sq}) \quad (12)$$

$$\dot{e}_Q = G - \frac{3}{2} (u_{sq} \dot{i}_{sd} - u_{sd} \dot{i}_{sq}) \quad (13)$$

olmaktadır. 2 fazlı dinamik denklemlerin de yerine koyulmasıyla hata denklemleri

$$\dot{e}_p = E_p + \frac{3}{2} \mu (u_{sd} u_{rd} + u_{sq} u_{rq}) \quad (14)$$

$$\dot{e}_Q = E_Q + \frac{3}{2} \mu (u_{sq} u_{rd} - u_{sd} u_{rq}) \quad (15)$$

Burada  $E_p$  ve  $E_Q$

$$\begin{aligned} E_p &= \underbrace{\dot{P}_{ref}}_F - \frac{3}{2} (\dot{u}_{sd} i_{sd} + \dot{u}_{sq} i_{sq}) + \frac{3}{2} \mu_{sq} i_{sd} \\ &\quad - \frac{3}{2} \alpha \beta u_{sq} i_{rd} - \frac{3}{2} \beta \omega u_{sq} i_{rq} - \frac{3}{2} [\omega_s + \omega(1-\sigma)] u_{sq} i_{sq} \\ &\quad - \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma L_s} u_{sq} u_{sd} - \frac{3}{2} \mu_{sd} i_{sq} + \frac{3}{2} \alpha \beta u_{sd} i_{rq} \\ &\quad - \frac{3}{2} [\omega_s + \omega(1-\sigma)] u_{sd} i_{sd} + \frac{3}{2} \frac{1}{\sigma L_s} u_{sd} u_{sq} \\ E_Q &= \underbrace{\dot{Q}_{ref}}_G - \frac{3}{2} (\dot{u}_{sq} i_{sd} - \dot{u}_{sd} i_{sq}) + E_p - F \end{aligned}$$

Denklem (14) ve (15)'teki  $E_p$  ve  $E_Q$  bozucu etkenler olarak tanımlanıp denetleyici girişi  $u_{rd}$ ,  $u_{rq}$  rotor gerilimleri seçilirse

$$\frac{3}{2} \mu (u_{sd} u_{rd} + u_{sq} u_{rq}) = -\hat{E}_p - \eta_p e_p \quad (16)$$

$$\frac{3}{2} \mu (u_{sq} u_{rd} - u_{sd} u_{rq}) = -\hat{E}_Q - \eta_Q e_Q \quad (17)$$

olmaktadır. Burada  $\alpha = \frac{R_r}{L_r}$ ,  $\beta = \frac{L_m}{\sigma L_s}$ ,  $\gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s}$ ,

$$\mu = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \sigma = L_s \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right), \hat{E}_p \text{ ve } \hat{E}_Q \text{ ise kestirilmiş}$$

bozucu etkenler,  $\eta_p$  ve  $\eta_Q$  ise pozitif denetleyici kazançlarıdır. Denklem (16) ve (17) kapalı formda yazıldığında denetleyici girişleri

$$\begin{bmatrix} u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} = \frac{2}{3\mu} C^{-1} \begin{bmatrix} -\hat{E}_p - \eta_p e_p \\ -\hat{E}_Q - \eta_Q e_Q \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{u_{sd}}{u_{sd}^2 + u_{sq}^2} & \frac{u_{sq}}{u_{sd}^2 + u_{sq}^2} \\ \frac{u_{sq}}{u_{sd}^2 + u_{sq}^2} & -\frac{u_{sd}}{u_{sd}^2 + u_{sq}^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & N \\ N & -M \end{bmatrix} \quad (19)$$

Herhangi bir t zaman anında denetleyici girişleri tanımında teklik olmaması için stator gerilimleri  $u_{sd}$  ve  $u_{sq}$  aynı anda sıfır olmamalıdır. Buna göre denetleyici girişlerinin son hali

$$u_{rd} = \frac{2}{3\mu} \left[ M(-\hat{E}_p - \eta_p e_p) + N(-\hat{E}_q - \eta_q e_q) \right] \quad (20)$$

$$u_{rq} = \frac{2}{3\mu} \left[ N(-\hat{E}_p - \eta_p e_p) + M(\hat{E}_q + \eta_q e_q) \right] \quad (21)$$

olmaktadır.

### 3.1. Kararlılık Analizi

Denklem (20) ve (21), hata denklemlerinde yerine konulduğunda yeni hata denklemleri,

$$\dot{e}_p = \underbrace{(E_p - \hat{E}_p)}_{\varepsilon_p} - \eta_p e_p = \varepsilon_p - \eta_p e_p \quad (22)$$

$$\dot{e}_q = \underbrace{(E_q - \hat{E}_q)}_{\varepsilon_q} - \eta_q e_q = \varepsilon_q - \eta_q e_q \quad (23)$$

Bozucu etken gözlemleyicisinin  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_p = 0$  ve  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_q = 0$

koşullarını tam olarak sağladığı varsayımı altında pozitif fonksiyonlar tanımlanırsa

$$V_p = \frac{1}{2} |e_p|^2 \quad \text{ve} \quad V_q = \frac{1}{2} |e_q|^2$$

türevleri negatif tanımlı olmaktadır.

$$\dot{V}_p = e_p \dot{e}_p = -\eta_p e_p^2 \quad (24)$$

$$\dot{V}_q = e_q \dot{e}_q = -\eta_q e_q^2 \quad (25)$$

Lyapunov kararlılık teoremine göre [4], hata durumlarının global eksponansiyel kararlılığı gösterilebilmektedir.

- $V_p(0) = 0$  ve  $V_q(0) = 0$
- $V_p > 0$  ve  $V_q > 0$
- $\dot{V}_p < 0$  ve  $\dot{V}_q < 0$

$|e_p|^2 = 2V_p$  ve  $|e_q|^2 = 2V_q$  olduğuna göre,  $\dot{V}_p$  ve  $\dot{V}_q$  aşağıda belirtildiği gibi negatif tanımlı bir fonksiyon ile üstten sınırlandırılabilir.

$$\dot{V}_p \leq -\eta_p V_p, \quad \dot{V}_q \leq -\eta_q V_q \quad (26)$$

$$V_p = \frac{1}{2} |e_p|^2, \quad V_q = \frac{1}{2} |e_q|^2 \quad \text{ile} \quad V_p(0) = \frac{1}{2} |e_p(0)|^2$$

$V_p(0) = \frac{1}{2} |e_p(0)|^2$  özellikleri kullanılarak ve sınırlı başlangıç hata değerleri  $e_p(0)$ ,  $e_q(0)$  verilerek aktif ve reaktif güç hataların global eksponansiyel kararlılığı

$$|e_p(t)|^2 \leq |e_p(0)|^2 e^{-\eta_p t} \quad (27)$$

$$|e_q(t)|^2 \leq |e_q(0)|^2 e^{-\eta_q t} \quad (28)$$

görülebilmektedir.

### 3.2. Bozucu Etken Gözlemleyici Tasarımı

Aktif ve reaktif güç hatalarının global eksponansiyel kararlılığı, bozucu etkenlerin kestirilmesine bağlıdır. Bildiride öne sürülen gözlemleyici tasarımı alçak geçiren süzgeç hesabına dayalıdır. Denklem (14) ve (15) kullanılarak

$$\dot{e}_p = E_p + \frac{3}{2} U_p \quad \text{ve} \quad \dot{e}_q = E_q + \frac{3}{2} U_q \quad (29)$$

yazılabilir. Burada  $U_p = \frac{3}{2} \mu (u_{sd} u_{rd} + u_{sq} u_{rq})$  ve

$U_q = \frac{3}{2} \mu (u_{sq} u_{rd} - u_{sd} u_{rq})$  olarak tanımlanmıştır. Denklem (29)'dan faydalanılarak

$$\hat{E}_p = \left( \dot{e}_p - \frac{3}{2} U_p \right) \frac{g}{s+g} \quad (30)$$

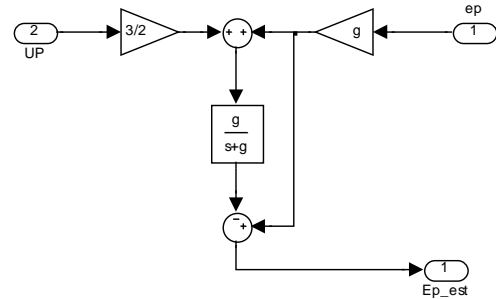
$$\hat{E}_q = \left( \dot{e}_q - \frac{3}{2} U_q \right) \frac{g}{s+g} \quad (31)$$

süzgeçlenmiş bozucu etkenler kestirilmiştir. g, süzgeç katsayısı olarak tanımlanmıştır. Kestirimlerin en son hali basitleştirmeden sonra

$$\hat{E}_p = e_p g - \frac{g}{s+g} \left[ e_p g + \frac{3}{2} U_p \right] \quad (32)$$

$$\hat{E}_q = e_q g - \frac{g}{s+g} \left[ e_q g + \frac{3}{2} U_q \right] \quad (33)$$

olmaktadır.



Şekil 4: Bozucu etken gözlemleyici blok gösterimi

## 4. Simülasyon Sonuçları

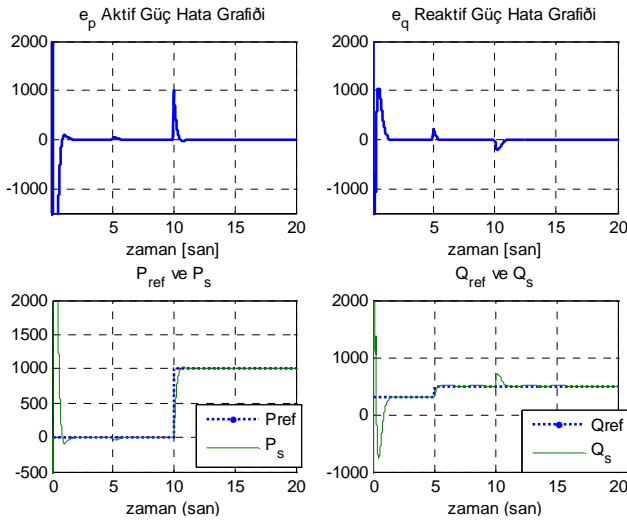
Simülasyonda kullanılan BAM modelinin plaka değerleri ile elektriksel ve mekaniksel parametreleri Tablo 1'de verilmiştir. Öncelikle sabit rotor hız altında, verilen aktif ve reaktif güç gezinimleri takip edilmesi incelenmiştir. Süzgeç katsayısı ve denetleyici kazançları  $g=100$ ,  $\eta_p=200$ ,  $\eta_q=200$  olarak seçilmiştir. Referans eksen takımının hızı  $100\pi$  yapılarak stator gerilim eksen takımına dönüştürülmüştür.  $u_{sq}$  stator gerilimi de sıfır seçilerek referans eksen d yönünde yapılmıştır. Şekil 5 ve Şekil 6, sabit 100 rad/sn rotor açısal hızı altındaki sonuçları göstermektedir.

Şekil 7 ve Şekil 8, değişken rotor açısal hız referans olarak verildiğinde simülasyon sonuçlarını göstermektedir. Sistemin başarımı, sabit ve değişken rotor hız gezinimleri altında güç referans takibi yapılırken makina ile evirici-doğrultucu devresinin gerilim-akım değerleri de anma değerlerinin altında

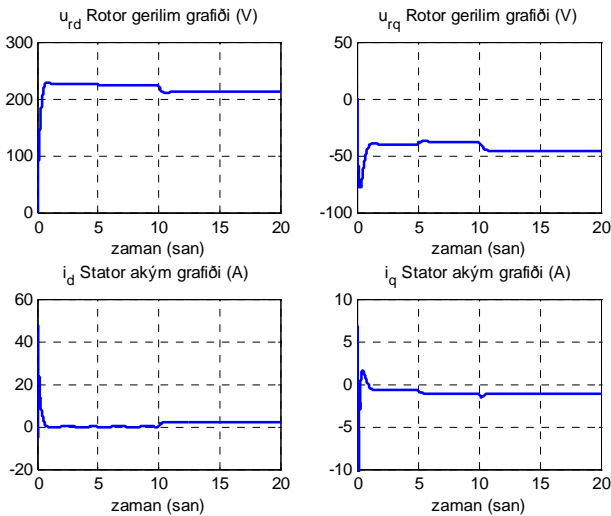
Tablo 1: BAM parametre tablosu

|              |         |                   |
|--------------|---------|-------------------|
| Anma Güç     | 5       | kW                |
| Anma hız     | 100     | rad/sn            |
| Anma gerilim | 230/380 | V                 |
| Anma tork    | 50      | Nm                |
| Anma frekans | 50      | Hz                |
| $R_s$        | 0,95    | ohm               |
| $L_s$        | 0,094   | H                 |
| $R_r$        | 1,8     | ohm               |
| $L_r$        | 0,088   | ohm               |
| $L_m$        | 0,082   | H                 |
| $P$          | 3       |                   |
| $J$          | 0,1     | kg.m <sup>2</sup> |

olmasıyla mümkündür. Şekil 5 ve 7'den görüldüğü üzere aktif ve reaktif güç birbirlerinden bağımsız olarak kendi gezinmelerini izlemektedir.

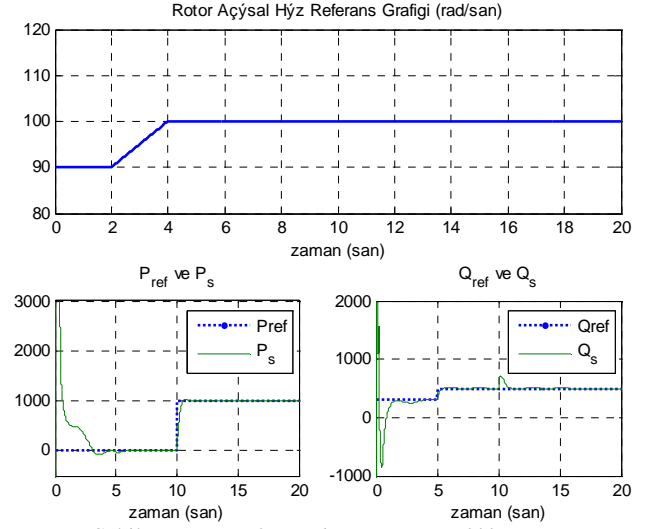


Şekil 5: Hata ve güç grafikleri

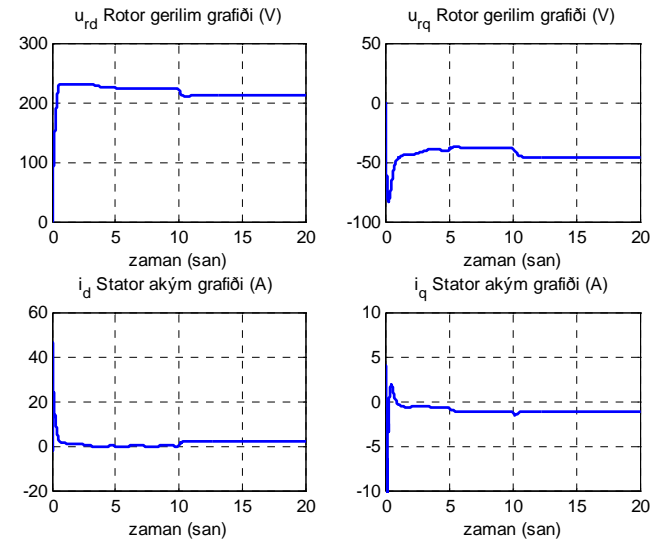


Şekil 6: Rotor gerilimi ve statör akım grafikleri

Denetleyici girişi rotor gerilimi ile statör akımı sınırlı rotor hız girişi verildiği sürece anma değerleri altında kalmaktadır (Şekil 6 ve 8).



Şekil 7: Rotor referans hızı ve güç grafikleri



Şekil 8: Rotor gerilimi ve statör akım grafikleri

## 5. Kaynakça

- [1] Petersson A., "Analysis, Modelling and Control of Doubly-Fed Induction Generators for Wind Turbines", Phd Thesis, Chalmers University of Technology, 2005
- [2] Pena R., Clare J.C. ve Asher G.M., "Doubly fed induction generator using back-to-back PWM converters and its application to variable-speed wind-energy generation," IEE Proc, Vol.143, No.3, s:231-241, 1996
- [3] S. Muller, M. Deicke ve R. W. De Doncker, "Adjustable Speed Generators for Wind Turbines based on doubly-fed Induction Machines and 4-Quadrant IGBT Converters Linked to the Rotor", IEEE Proceeding of IAS'00, Rome, 2000.
- [4] Marquez J. Horacio, "Nonlinear Control Systems: Analysis and Design", John Wiley & Sons, 2003

## DİZİN

### A

|                 |              |
|-----------------|--------------|
| Ablay, G.       | 6            |
| Acar, M.        | 347          |
| Acer, M.        | 118          |
| Adam, A.A.      | 83, 318, 380 |
| Adilak, S.      | 184          |
| Akat, S.B.      | 265          |
| Akyazı, Ö.      | 580          |
| Albasan, H.C.   | 107          |
| Alcı, M.        | 73, 473      |
| Aldırmaz, S.    | 411          |
| Alışkan, İ.     | 318, 574     |
| Aliustaoğlu, C. | 371, 451     |
| Alli, H.        | 301          |
| Altuğ, E.       | 61           |
| Asyalı, M.H.    | 73           |
| Ateşoğlu, Ö.    | 200          |
| Aybar, A.       | 174          |

### B

|                     |                  |
|---------------------|------------------|
| Bağış, A.           | 178              |
| Bahadır, Ç.         | 523              |
| Bahar, A.           | 563              |
| Başokur, A.T.       | 435              |
| Bayhan, N.          | 37               |
| Bayındır, L.        | 259              |
| Bayraktaroğlu, Z.Y. | 347              |
| Becerikli, Y.       | 112              |
| Bektaş, G.          | 467              |
| Beldek, U.          | 67               |
| Beyaztunç, S.       | 473              |
| Bilen, H.           | 529              |
| Bingül, Z.          | 49, 95, 145, 371 |
| Büyükçerçi, M.E.    | 184              |

### C

|                |              |
|----------------|--------------|
| Canbolat, H.   | 130          |
| Candoğan, U.O. | 417          |
| Cansever, G.   | 10, 318, 574 |
| Ceylan, H.     | 535          |
| Cezayirli, A.  | 236          |
| Coşkun, S.     | 107          |

### Ç

|                |     |
|----------------|-----|
| Çakır, K.      | 476 |
| Çallı, B.      | 494 |
| Çardaklı, İ.   | 401 |
| Çelik, K.F.    | 523 |
| Çelik, V.      | 407 |
| Çelikkanat, H. | 259 |

### D

|                  |          |
|------------------|----------|
| Dal, M.          | 590      |
| Delibaşı, A.     | 10       |
| Demetgül, M.     | 446      |
| Demir, Y.        | 407      |
| Demirci, U.      | 488      |
| Demirok, E.      | 546, 596 |
| Denker, A.       | 377      |
| Derdiyok, A.     | 397      |
| Dikmen, Ü.       | 435      |
| Dilmaç, Y.       | 16       |
| Dimirovski, G.M. | 218, 230 |
| Doğan, E.        | 365      |
| Durak, L.        | 411      |

### E

|              |               |
|--------------|---------------|
| Ece, M.      | 461           |
| Efe, M.Ö.    | 194, 265, 295 |
| Eksin, İ.    | 16, 552, 569  |
| Elitaş, M.   | 517           |
| Engin, Ş.N.  | 289, 574      |
| Er, B.H.     | 584           |
| Erbatur, K.  | 353, 494      |
| Erdoğan, N.  | 83            |
| Erginer, B.  | 61            |
| Ertuğrul, Ş. | 401           |
| Ertunç, H.M. | 451           |
| Evcimen, Ç.  | 22            |

### F

|           |     |
|-----------|-----|
| Fidan, B. | 329 |
|-----------|-----|

### G

|          |                    |
|----------|--------------------|
| Gazi, V. | 247, 253, 329, 341 |
|----------|--------------------|



|               |                   |
|---------------|-------------------|
| Gökaşan, M.   | 584               |
| Gökçe, F.     | 259               |
| Güçlü, R.     | 77, 312           |
| Güleç, N.     | 365               |
| Gülez, K.     | 83, 318, 380, 574 |
| Gürleyen, F.  | 307, 523          |
| Güzelkaya, M. | 16, 552, 569      |

## H

|                |          |
|----------------|----------|
| Hamamcı, S.E.  | 423      |
| Hatun, M.      | 168      |
| Hocaoğlu, M.A. | 517, 529 |

## İ

|              |     |
|--------------|-----|
| İftar, A.    | 212 |
| İkizoğlu, S. | 55  |
| İmrak, C.E.  | 523 |
| İnce, F.     | 377 |
| İplikçi, S.  | 271 |

## K

|                   |          |
|-------------------|----------|
| Kabaoğlu, R.O.    | 163      |
| Kahraman, G.      | 107      |
| Kalyoncu, C.      | 377      |
| Kamer, Y.         | 55       |
| Kamış, Z.         | 101      |
| Karahan, O.       | 145      |
| Karan, T.M.       | 112      |
| Karaoğlu, Ö.G.    | 307      |
| Kaya, İ.          | 558      |
| Kayacan, E.       | 506      |
| Kaynak, O.        | 506      |
| Kerestecioğlu, F. | 236, 488 |
| Khan, S.          | 277      |
| Kılıç, E.         | 457      |
| Kızılhan, A.      | 371      |
| Kızıldaş, G.      | 134      |
| Kizir, S.         | 49, 95   |
| Kocabaş, H.       | 359      |
| Kocaman, E.       | 473      |
| Koçal, O.H.       | 168      |
| Koku, A.B.        | 247, 253 |
| Köksal, M.İ.      | 329      |
| Kumbasar, T.      | 16       |

|                    |         |
|--------------------|---------|
| Kunt, E.D.         | 476     |
| Kurt, O.           | 353     |
| Kuvulmaz, J.       | 289     |
| Kuzey, N.B.        | 89      |
| Kuzucu, A.         | 89      |
| Küçükdemiral, İ.B. | 10, 541 |

## L

|                   |        |
|-------------------|--------|
| Leblebicioğlu, K. | 22, 67 |
| Leventoğlu, M.    | 28     |
| Liu, T.           | 218    |

## M

|                      |          |
|----------------------|----------|
| Ma, D.               | 230      |
| Mahmutyazıcıoğlu, G. | 188, 206 |
| Malima, A.           | 546      |
| Mert, V.             | 174      |
| Metin, M.            | 77       |
| Mutluer, O.          | 224      |

## N

|               |          |
|---------------|----------|
| Naskali, A.T. | 224, 476 |
| Nergiz, A.Ö.  | 277      |
| Nişli, T.     | 391      |

## O

|                |        |
|----------------|--------|
| O'Connor, W.J. | 1      |
| Ocak, H.       | 451    |
| Okumuş, H.İ.   | 580    |
| Onat, A.       | 224    |
| Ordonez, R.    | 329    |
| Orman, K.      | 397    |
| Oysu, C.       | 49, 95 |

## Ö

|               |          |
|---------------|----------|
| Öniz, Y.      | 506      |
| Özaktaş, H.M. | 417      |
| Özbay, H.     | 417      |
| Özbay, U.     | 283      |
| Özçelik, Y.   | 178      |
| Özdemir, M.Y. | 391      |
| Özer, G.      | 467      |
| Özgen, C.     | 535, 563 |
| Özgönel, O.   | 457      |

|                |               |
|----------------|---------------|
| Özgören, M.K.  | 188, 200, 206 |
| Özgür, E.      | 151, 529      |
| Özgüven, Ö.F.  | 441           |
| Özkan, B.      | 188, 206      |
| Özkan, H.A.    | 174           |
| Özkop, E.      | 580           |
| Öztürk, S.     | 95            |
| Öztürk, Ş.Ç.   | 341           |
| Özyetkin, M.M. | 43, 429       |

## P

|                |          |
|----------------|----------|
| Parlaktuna, O. | 323      |
| Patoğlu, V.    | 134, 277 |

## S

|                  |          |
|------------------|----------|
| Sabancı, A.      | 55       |
| Seven, U.        | 353      |
| Sezgin, A.       | 140      |
| Sipahioğlu, A.   | 323      |
| Sivrioğlu, S.    | 283      |
| Sönmez, M.       | 386      |
| Söylemez, M.T.   | 31, 37   |
| Stankovski, M.J. | 230      |
| Sümer, L.G.      | 124, 157 |

## Ş

|                 |                                      |
|-----------------|--------------------------------------|
| Şabanoviç, A.   | 118, 277, 476,<br>512, 517, 546, 596 |
| Şahin, E.       | 259                                  |
| Şahin, H.T.     | 283, 335                             |
| Şahin, V.D.     | 130                                  |
| Şamiloğlu, A.T. | 247, 253, 341                        |
| Şefkat, G.      | 500                                  |
| Şenyuva, R.V.   | 31                                   |

## T

|             |         |
|-------------|---------|
| Tan, N.     | 43, 429 |
| Tekin, Ö.A. | 16, 569 |
| Telek, F.   | 552     |
| Telli, S.   | 500     |
| Tokat, S.   | 482     |
| Topçu, E.E. | 101     |
| Toz, M.     | 371     |
| Turalı, T.  | 112     |

|              |     |
|--------------|-----|
| Turgut, A.E. | 259 |
|--------------|-----|

## U

|          |     |
|----------|-----|
| Ucun, L. | 541 |
| Uzol, O. | 242 |

## Ü

|            |               |
|------------|---------------|
| Ünal, B.   | 295           |
| Ünal, H.U. | 212           |
| Ünal, R.   | 134           |
| Ünel, M.   | 151, 365, 529 |

## Y

|                  |              |
|------------------|--------------|
| Yakut, M.        | 386          |
| Yakut, O.        | 301          |
| Yalçın, N.S.     | 77           |
| Yalçın, Y.       | 157          |
| Yannier, S.      | 512          |
| Yavrucuk, İ.     | 242          |
| Yazıcı, A.       | 323          |
| Yazıcı, H.       | 77, 312      |
| Yazıcıoğlu, O.   | 446          |
| Yemenicioğlu, E. | 89           |
| Yeşil, E.        | 16, 552, 569 |
| Yeşilkaya, V.    | 569          |
| Yeşilyurt, S.    | 184, 391     |
| Yıldız, H.A.     | 124          |
| Yılmaz, M.       | 461          |
| Yüksel, İ.       | 101          |
| Yüksel, T.       | 140          |

## Z

|                |               |
|----------------|---------------|
| Zergeroğlu, E. | 283, 289, 335 |
| Zhao, J.       | 218, 230      |







